

ΝΕΟΙ ΠΙΝΑΚΕΣ ΛΟΓΑΡΙΘΜΩΝ

(ΜΕ ΠΕΝΤΕ ΔΕΚΑΔΙΚΑ ΨΗΦΙΑ)

ΙΤΗΣ
 ΟΛΗΣ

ΠΕΡΙΕΧΟΥΝ :

1. ΤΟΥΣ ΛΟΓΑΡΙΘΜΟΥΣ ΤΩΝ ΑΚΕΡΑΙΩΝ ΑΡΙΘΜΩΝ ΑΠΟ 1 ἕως 10 000.
2. ΤΟΥΣ ΛΟΓΑΡΙΘΜΟΥΣ ΤΩΝ ΤΡΙΓΩΝΟΜΕΤΡΙΚΩΝ ΑΡΙΘΜΩΝ
3. ΤΟΥΣ ΦΥΣΙΚΟΥΣ ΤΡΙΓΩΝΟΜΕΤΡΙΚΟΥΣ ΑΡΙΘΜΟΥΣ.
4. ΤΑ ΤΕΤΡΑΓΩΝΑ ΚΑΙ ΤΟΥΣ ΚΥΒΟΥΣ, ΤΑΣ ΤΕΤΡΑΓΩΝΙΚΑΣ ΡΙΖΑΣ ΚΑΙ ΚΥΒΙΚΑΣ ΡΙΖΑΣ ΤΩΝ ΑΡΙΘΜΩΝ ΑΠΟ 1 ἕως 100.
5. ΤΑ ΠΟΛΛΑΠΛΑΣΙΑ ΤΟΥ π ΚΑΙ $1/\pi$ ΑΠὸ 1 ἕως 100.
6. ΤΑ ΠΟΛΛΑΠΛΑΣΙΑ ΤΟΥ m ΚΑΙ $1/m$.
7. ΤΑΣ ΔΥΝΑΜΕΙΣ ΤΩΝ ΑΡΙΘΜΩΝ 1,03 ... καὶ $1/1,03, \dots$
8. ΤΑ ΛΘΡΟΙΣΜΑΤΑ ΔΥΝΑΜΕΩΝ ΤΩΝ ΑΡΙΘΜΩΝ 1,03 ... καὶ $1/1,03, \dots$
9. ΠΙΝΑΚΑ ΑΝΑΓΩΓΗΣ ΜΟΙΡΩΝ ΕΙΣ ΒΑΘΜΟΥΣ.
10. ΠΙΝΑΚΑ ΑΝΑΓΩΓΗΣ ΒΑΘΜΩΝ ΕΙΣ ΜΟΙΡΑΣ.
11. ΠΙΝΑΚΑ ΑΝΑΓΩΓΗΣ ΜΟΙΡΩΝ ΕΙΣ ΑΚΤΙΝΙΑ.
12. ΠΙΝΑΚΑ ΑΝΑΓΩΓΗΣ ΒΑΘΜΩΝ ΕΙΣ ΑΚΤΙΝΙΑ.
13. ΠΙΝΑΚΑ ΑΝΑΓΩΓΗΣ ΜΟΙΡΩΝ ΕΙΣ ΩΡΑΣ ΚΑΙ ΑΝΤΙΣΤΡΟΦΩΣ.
14. ΠΙΝΑΚΑ ΑΝΑΓΩΓΗΣ ΒΑΘΜΩΝ ΘΕΡΜΟΜΕΤΡΟΥ ΚΕΛΣΙΟΥ ΕΙΣ ΡΕΘΜΥΡΟΥ ΚΑΙ ΦΑΡΕΝΑΙΤ.
15. ΠΙΝΑΚΑ ΜΕ 7 ΔΕΚΑΔΙΚΑ ΨΗΦΙΑ ΔΙΑ ΤΟΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΝ ΤΩΝ ΣΥΝΘΕΤΩΝ ΤΟΚΩΝ.
16. ΠΙΝΑΚΑ ΤΩΝ ΠΡΩΤΩΝ ΑΡΙΘΜΩΝ.
17. ΠΙΝΑΚΑ ΕΙΔΙΚΩΝ ΒΑΡΩΝ.
18. ΠΙΝΑΚΑ ΑΝΑΓΩΓΗΣ ΜΕΤΡΩΝ ΕΙΣ ΠΗΧΕΙΣ ΚΑΙ ΥΑΡΔΑΣ ΚΑΙ ΑΝΤΙΣΤΡΟΦΩΣ.
19. ΠΙΝΑΚΑ ΑΝΑΓΩΓΗΣ ΤΕΤΡ. ΜΕΤΡΩΝ ΕΙΣ ΤΕΤΡ. ΤΕΚΤ. ΠΗΧΕΙΣ ΚΑΙ ΑΝΤΙΣΤΡΟΦΩΣ.
20. ΠΙΝΑΚΑ ΑΝΑΓΩΓΗΣ ΟΚΑΔΩΝ ΕΙΣ ΚΙΛΑ ΚΑΙ ΑΝΤΙΣΤΡΟΦΩΣ.
21. ΧΡΗΣΙΜΟΥΣ ΤΥΠΟΥΣ ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗΣ, ΑΛΓΕΒΡΑΣ, ΓΕΩΜΕΤΡΙΑΣ, ΤΡΙΓΩΝΟΜΕΤΡΙΑΣ, ΦΥΣΙΚΗΣ, ΜΗΧΑΝΙΚΗΣ, ΚΟΣΜΟΓΡΑΦΙΑΣ, ΧΗΜΕΙΑΣ, ΑΝΑΛΥΣΕΩΣ.
22. ΔΙΑΤΑΞΙΝ ΚΑΙ ΧΡΗΣΙΝ ΤΩΝ ΠΙΝΑΚΩΝ Κ.Α.Π., Κ.Α.Π.

Α Β Σ

Κάθε γνήσιον αντίτυπον φέρει τὴν ὑπογραφήν
τοῦ συγγραφέως.



ΠΙΝΑΚΕΣ ΤΩΝ ΛΟΓΑΡΙΘΜΩΝ ΤΩΝ ΑΡΙΘΜΩΝ

ΒΙΒΛΙΟΘΗΚΗ ΑΝΩΤΑΤΗΣ
ΒΙΟΜΗΧΑΝΙΚΗΣ ΣΧΟΛΗΣ
ΑΔΕ; Αριθ. 10048/1
Χρονολογία 8/4/65

I. Λογάριθμοι των αριθμών από 1 έως 100

Α	Λογ.	Α	Λογ.	Α	Λογ.	Α	Λογ.	Α	Λογ.
1	00 000	21	32 222	41	64 278	61	78 533	81	90 849
2	30 103	22	34 242	42	62 325	62	79 239	82	91 381
3	47 712	23	36 173	43	63 347	63	79 934	83	91 908
4	60 206	24	38 021	44	64 345	64	80 618	84	92 428
5	69 897	25	39 794	45	65 321	65	81 291	85	92 942
6	77 845	26	41 497	46	66 276	66	81 954	86	93 450
7	84 510	27	43 136	47	67 210	67	82 607	87	93 952
8	90 309	28	44 716	48	68 124	68	83 251	88	94 448
9	95 424	29	46 240	49	69 020	69	83 885	89	94 939
10	00 000	30	47 712	50	69 897	70	84 510	90	95 424
11	04 139	31	49 136	51	70 757	71	85 126	91	95 904
12	07 918	32	50 515	52	71 600	72	85 733	92	96 379
13	11 394	33	51 851	53	72 428	73	86 332	93	96 848
14	14 613	34	53 148	54	73 239	74	86 923	94	97 313
15	17 609	35	54 407	55	74 036	75	87 506	95	97 772
16	20 412	36	55 630	56	74 819	76	88 081	96	98 227
17	23 045	37	56 820	57	75 587	77	88 649	97	98 677
18	25 527	38	57 978	58	76 343	78	89 209	98	99 123
19	27 875	39	59 106	59	77 085	79	89 763	99	99 564
20	30 103	40	60 206	60	77 815	80	90 309	100	00 000

II Χρήσιμοι αριθμοί

Α	Λογ.	Α	Λογ.
π	3,14159	$\sqrt{2}$	1,41421
$\frac{1}{\pi}$	0,31831	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	0,70711
e	2,71828	$\sqrt{3}$	1,73205
$\frac{1}{e}$	0,36788	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	0,57735
g	9,8094	$\sqrt{5}$	2,23607
g	9,80606	$\frac{1}{\sqrt{5}}$	0,44721
$\frac{1}{M}$	2,30259	$\sqrt{10}$	3,16227
			0,5

111. Λογάριθμοι τῶν ἀριθμῶν ἀπὸ 1 ἕως 10 000

22
 1 2,2
 2 4,4
 3 6,6
 4 8,8
 5 11,0
 6 13,2
 7 15,4
 8 17,6
 9 19,8

21
 1 2,1
 2 4,2
 3 6,3
 4 8,4
 5 10,6
 6 12,6
 7 14,7
 8 16,8
 9 18,9

20
 1 2
 2 4
 3 6
 4 8
 5 10
 6 12
 7 14
 8 16
 9 18

19
 1 1,9
 2 3,8
 3 5,7
 4 7,6
 5 9,5
 6 11,4
 7 13,3
 8 15,2
 9 17,1

18
 1 1,8
 2 3,6
 3 5,4
 4 7,2
 5 9,0
 6 10,8
 7 11,6
 8 14,4
 9 16,2

17
 1 1,7
 2 3,4
 3 5,1
 4 6,8
 5 8,5
 6 10,2
 7 11,9
 8 13,6
 9 15,3

Λ	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
200	30 103	125	146	168	190	211	233	255	276	298
1	320	341	363	384	406	428	449	471	492	514
2	535	557	578	600	621	643	664	685	707	728
3	750	771	792	814	835	856	878	899	920	942
4	963	984	006	027	048	069	091	112	133	154
5	31 175	197	218	239	260	281	302	323	345	366
6	387	408	429	450	471	492	513	534	555	576
7	597	618	639	660	681	702	723	744	765	785
8	806	827	848	869	890	911	931	952	973	994
9	32 015	035	056	077	098	118	139	160	181	201
210	222	243	263	284	305	325	346	366	387	408
1	428	449	469	490	510	531	552	572	593	613
2	634	654	675	695	715	736	756	777	797	818
3	838	858	879	899	919	940	960	980	001	021
4	33 041	062	082	102	122	143	163	183	203	224
5	244	264	284	304	325	345	365	385	405	425
6	445	465	486	506	526	546	566	586	606	626
7	646	666	686	706	726	746	766	786	806	826
8	846	866	885	905	925	945	965	985	005	025
9	34 044	064	084	104	124	143	163	183	203	223
220	242	262	282	301	321	341	361	380	400	420
1	439	459	479	498	518	537	557	577	596	616
2	635	655	674	694	713	733	753	772	792	811
3	830	850	869	889	908	928	947	967	986	005
4	35 025	044	064	083	102	122	141	160	180	199
5	218	238	257	276	295	315	334	353	372	392
6	411	430	449	468	488	507	526	545	564	583
7	603	622	641	660	679	698	717	736	755	774
8	793	813	832	851	870	889	908	927	946	965
9	984	003	021	040	059	078	097	116	135	154
230	36 173	192	211	229	248	267	286	305	324	342
1	361	380	399	418	436	455	474	493	511	530
2	549	568	586	605	624	642	661	680	698	717
3	736	754	773	791	810	829	847	866	884	903
4	922	940	959	977	996	014	033	051	070	088
5	37 107	125	144	162	181	199	218	236	254	273
6	291	310	328	346	365	383	401	420	438	457
7	475	493	511	530	548	566	585	603	621	639
8	658	676	694	712	731	749	767	785	803	822
9	840	858	876	894	912	931	949	967	985	003
240	38 021	039	057	075	093	112	130	148	166	184
1	202	220	238	256	274	292	310	328	346	364
2	382	399	417	435	453	471	489	507	525	543
3	561	578	596	614	632	650	668	686	703	721
4	739	757	775	792	810	828	846	863	881	899
5	917	934	952	970	987	005	023	041	058	076
6	39 094	111	129	146	164	182	199	217	235	252
7	270	287	305	322	340	358	375	393	410	428
8	445	463	480	498	515	533	550	568	585	602
9	620	637	655	672	690	707	724	742	759	777

Λ	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

III. Λογάριθμοι τῶν ἀριθμῶν ἀπὸ 1 ἕως 10 000

Α	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	
250	39	794	811	829	846	863	881	898	915	933	950
1		967	985	002	019	037	054	071	088	106	123
2	40	140	157	175	192	209	226	243	261	278	295
3		312	329	346	364	381	398	415	432	449	466
4		483	500	518	535	552	569	586	603	620	637
5		654	671	688	705	722	739	756	773	790	807
6		824	841	858	875	892	909	926	943	960	976
7		993	010	027	044	061	078	095	111	128	145
8	41	162	179	196	212	229	246	263	280	296	313
9		330	347	363	380	397	414	430	447	464	481
260		497	514	531	547	564	581	597	614	631	647
1		664	681	697	714	731	747	764	780	797	814
2		830	847	863	880	896	913	929	946	963	979
3		996	012	029	045	062	078	095	111	127	144
4	42	160	177	193	210	226	243	259	275	292	308
5		325	341	357	374	390	406	423	439	455	472
6		488	504	521	537	553	570	586	602	619	635
7		651	667	684	700	716	732	749	765	781	797
8		813	830	846	862	878	894	911	927	943	959
9		975	991	008	024	040	055	072	088	104	120
270	43	136	152	169	185	201	217	233	249	265	281
1		297	313	329	345	361	377	393	409	425	441
2		457	473	489	505	521	537	553	569	584	600
3		616	632	648	664	680	696	712	727	743	759
4		775	791	807	823	838	854	870	886	902	917
5		933	949	965	981	996	012	028	044	059	075
6	44	091	107	122	138	154	170	185	201	217	232
7		248	264	279	295	311	326	342	358	373	389
8		404	420	436	451	467	483	498	514	529	545
9		560	576	592	607	623	638	654	669	685	700
280		716	731	747	762	778	793	809	824	840	855
1		871	886	902	917	932	948	963	979	994	010
2	45	025	040	056	071	086	102	117	133	148	163
3		179	194	209	225	240	255	271	286	301	317
4		332	347	362	378	393	408	423	439	454	469
5		484	500	515	530	545	561	576	591	606	621
6		637	652	667	682	697	712	728	743	758	773
7		788	803	818	834	849	864	879	894	909	924
8		939	954	969	984	000	015	030	045	060	075
9	46	090	105	120	135	150	165	180	195	210	225
290		240	255	270	285	300	315	330	345	359	374
1		389	404	419	434	449	464	479	494	509	523
2		538	553	568	583	598	613	627	642	657	672
3		687	702	716	731	746	761	776	790	805	820
4		835	850	864	879	894	909	923	938	953	967
5		982	997	012	026	041	056	070	085	100	114
6	47	129	144	159	173	188	202	217	232	246	261
7		276	290	305	319	334	349	363	378	392	407
8		422	436	451	465	480	494	509	524	538	553
9		567	582	596	611	625	640	654	669	683	698

18

- 1 1,8
- 2 3,6
- 3 5,4
- 4 7,2
- 5 9,0
- 6 10,8
- 7 12,6
- 8 14,4
- 9 16,2

17

- 1 1,7
- 2 3,4
- 3 5,1
- 4 6,8
- 5 8,5
- 6 10,2
- 7 11,9
- 8 13,6
- 9 15,3

16

- 1 1,6
- 2 3,2
- 3 4,8
- 4 6,4
- 5 8,0
- 6 9,6
- 7 11,2
- 8 12,8
- 9 14,4

15

- 1 1,5
- 2 3,0
- 3 4,5
- 4 6,0
- 5 7,5
- 6 9,0
- 7 10,5
- 8 12,0
- 9 13,5

14

- 1 1,4
- 2 2,8
- 3 4,2
- 4 5,6
- 5 7,0
- 6 8,4
- 7 9,8
- 8 11,2
- 9 12,6

Α	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

III Λογάριθμοι τῶν ἀριθμῶν ἀπὸ 1 ἕως 10 000

Λ	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	
15	300	47 712	727	741	756	770	784	799	813	828	842
	1	857	871	885	900	914	929	943	958	972	986
	2	48 001	015	029	044	058	073	087	101	116	130
	3	144	159	173	187	202	216	230	244	259	273
	4	287	302	316	330	344	359	373	387	401	416
	5	430	444	458	473	487	501	515	530	544	558
	6	572	586	601	615	629	643	657	671	686	700
	7	744	728	742	756	770	785	799	813	827	841
	8	855	869	883	897	911	926	940	954	968	982
	9	996	010	024	038	052	066	080	094	108	122
14	310	49 136	150	164	178	192	206	220	234	248	262
	1	276	290	304	318	332	346	360	374	388	402
	2	415	429	443	457	471	485	499	513	527	541
	3	554	568	582	596	610	624	638	651	665	679
	4	693	707	721	734	748	762	776	790	803	817
	5	831	845	859	872	886	900	914	927	941	955
	6	969	982	996	010	024	037	051	065	079	092
	7	50 106	120	133	147	161	174	188	202	215	229
	8	243	256	270	284	297	311	325	338	352	365
	9	379	393	406	420	433	447	461	474	488	501
13	320	515	529	542	556	569	583	596	610	623	637
	1	651	664	678	691	705	718	732	745	759	772
	2	786	799	813	826	840	853	866	880	893	907
	3	920	934	947	961	974	987	001	014	028	041
	4	51 055	068	081	095	108	121	135	148	162	175
	5	188	202	215	228	242	255	268	282	295	308
	6	322	335	348	362	375	388	402	415	428	441
	7	455	468	481	495	508	521	534	548	561	574
	8	587	601	614	627	640	654	667	680	693	706
	9	720	733	746	759	772	786	799	812	825	838
12	330	851	865	878	891	904	917	930	943	957	970
	1	983	996	009	022	035	048	061	075	088	101
	2	52 114	127	140	153	166	179	192	205	218	231
	3	244	257	270	284	297	310	323	336	349	362
	4	375	388	401	414	427	440	453	466	479	492
	5	504	517	530	543	556	569	582	595	608	621
	6	634	647	660	673	686	699	711	724	737	750
	7	763	776	789	802	815	827	840	853	866	879
	8	892	905	917	930	943	956	969	982	994	007
	9	53 020	033	046	058	071	084	097	110	122	135
11	340	148	161	173	186	199	212	224	237	250	263
	1	275	288	301	314	326	339	352	364	377	390
	2	403	415	428	441	453	466	479	491	504	517
	3	529	542	555	567	580	593	605	618	631	643
	4	656	668	681	694	706	719	732	744	757	769
	5	782	794	807	820	832	845	857	870	882	895
	6	908	920	933	945	958	970	983	995	008	020
	7	54 033	045	058	070	083	095	108	120	133	145
	8	158	170	183	195	208	220	233	245	258	270
	9	283	295	307	320	332	345	357	370	382	394

1 1,5
2 3,0
3 4,5
4 6,0
5 7,5
6 9,0
7 10,5
8 12,0
9 13,5

1 1,4
2 2,8
3 4,2
4 5,6
5 7,0
6 8,4
7 9,8
8 11,2
9 12,6

1 1,3
2 2,6
3 3,9
4 5,2
5 6,5
6 7,8
7 9,1
8 10,4
9 11,7

1 1,2
2 2,4
3 3,6
4 4,8
5 6,0
6 7,2
7 8,4
8 9,6
9 10,8

Λ	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

III. Λογάριθμοι τῶν ἀριθμῶν ἀπὸ 1 ἕως 10 000

A	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	
350	54	407	419	432	444	456	469	481	494	506	518
1		531	543	555	568	580	593	605	617	630	642
2		654	667	679	691	704	716	728	741	753	765
3		777	790	802	814	827	839	851	864	876	888
4		900	913	925	937	949	962	974	986	998	011
5	55	023	035	047	060	072	084	096	108	121	133
6		145	157	169	182	194	206	218	230	242	255
7		267	279	291	303	315	328	340	352	364	376
8		388	400	413	425	437	449	461	473	485	497
9		509	522	534	546	558	570	582	594	606	618
360		630	642	654	666	678	691	703	715	727	739
1		751	763	775	787	799	811	823	835	847	859
2		871	883	895	907	919	931	943	955	967	979
3		991	003	015	027	038	050	062	074	086	098
4	56	110	122	134	146	158	170	182	194	205	217
5		229	241	253	265	277	289	301	312	324	336
6		348	360	372	384	396	407	419	431	443	455
7		467	478	490	502	514	526	538	549	561	573
8		585	597	608	620	632	644	656	667	679	691
9		703	714	726	738	750	761	773	785	797	808
370		820	832	844	855	867	879	891	902	914	926
1		937	949	961	972	984	996	008	019	031	043
2	57	054	066	078	089	101	113	124	136	148	159
3		171	183	194	206	217	229	241	252	264	276
4		287	299	310	322	334	345	357	368	380	392
5		403	415	426	438	449	461	473	484	496	507
6		519	530	542	553	565	576	588	600	611	623
7		634	646	657	669	680	692	703	715	726	738
8		749	761	772	784	795	807	818	830	841	852
9		864	875	887	898	910	921	933	944	955	967
380		978	990	001	013	024	035	047	058	070	081
1	58	092	104	115	127	138	149	161	172	184	195
2		206	218	229	240	252	263	274	286	297	309
3		320	331	343	354	365	377	388	399	410	422
4		433	444	456	467	478	490	501	512	524	535
5		546	557	569	580	591	602	614	625	636	647
6		659	670	681	692	704	715	726	737	749	760
7		771	782	794	805	816	827	838	850	861	872
8		883	894	906	917	928	939	950	961	973	984
9		995	006	017	028	040	051	062	073	084	095
390	59	106	118	129	140	151	162	173	184	195	207
1		218	229	240	251	262	273	284	295	306	318
2		329	340	351	362	373	384	395	406	417	428
3		439	450	461	472	483	494	506	517	528	539
4		550	561	572	583	594	605	616	627	638	649
5		660	671	682	693	704	715	726	737	748	759
6		770	780	791	802	813	824	835	846	857	868
7		879	890	901	912	923	934	945	956	966	977
8		988	999	010	021	032	043	054	065	076	086
9	60	097	108	119	130	141	152	163	173	184	195

13

- 1 1,3
- 2 2,6
- 3 3,9
- 4 5,2
- 5 6,5
- 6 7,8
- 7 9,1
- 8 10,4
- 9 11,7

12

- 1 1,2
- 2 2,4
- 3 3,6
- 4 4,8
- 5 6,0
- 6 7,2
- 7 8,4
- 8 9,6
- 9 10,8

11

- 1 1,1
- 2 2,2
- 3 3,3
- 4 4,4
- 5 5,5
- 6 6,6
- 7 7,7
- 8 8,8
- 9 9,9

10

- 1 1
- 2 2
- 3 3
- 4 4
- 5 5
- 6 6
- 7 7
- 8 8
- 9 9

A	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Λ	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
400	60 206	217	228	239	249	260	271	282	293	304
1	314	325	336	347	358	369	379	390	401	412
2	423	433	444	455	466	477	487	498	509	520
3	531	541	552	563	574	584	595	606	617	627
4	638	649	660	670	681	692	703	713	724	735
5	746	756	767	778	788	799	810	821	831	842
6	853	863	874	885	895	906	917	927	938	949
7	959	970	981	991	002	013	023	034	045	055
8	61 066	077	087	098	109	119	130	140	151	162
9	172	183	194	204	215	225	235	247	257	268
410	278	289	300	310	321	331	342	352	363	374
1	384	395	405	416	426	437	448	458	469	479
2	490	500	511	521	532	542	553	563	574	584
3	595	606	616	627	637	648	658	669	679	690
4	700	711	721	731	742	752	763	773	784	794
5	805	815	826	836	847	857	868	878	888	899
6	909	920	930	941	951	962	972	982	993	003
7	62 014	024	034	045	055	066	076	086	097	107
8	118	128	138	149	159	170	180	190	201	211
9	221	232	242	252	263	273	284	294	304	315
420	325	335	346	356	366	377	387	397	408	418
1	428	439	449	459	469	480	490	500	511	521
2	531	542	552	562	572	583	593	603	613	624
3	634	644	655	665	675	685	696	706	716	726
4	737	747	757	767	778	788	798	808	818	829
5	839	849	859	870	880	890	900	910	921	931
6	941	951	961	972	982	992	002	012	022	033
7	63 043	053	063	073	083	094	104	114	124	134
8	144	155	165	175	185	195	205	215	225	236
9	246	256	266	276	286	296	306	317	327	337
430	347	357	367	377	387	397	407	417	428	438
1	448	458	468	478	488	498	508	518	528	538
2	548	558	568	579	589	599	609	619	629	639
3	649	659	669	679	689	699	709	719	729	739
4	749	759	769	779	789	799	809	819	829	839
5	849	859	869	879	889	899	909	919	929	939
6	949	959	969	979	988	998	008	018	028	038
7	64 048	058	068	078	088	098	108	118	128	137
8	147	157	167	177	187	197	207	217	227	237
9	246	256	266	276	286	296	306	316	326	335
440	345	355	365	375	385	395	404	414	424	434
1	444	454	464	473	483	493	503	513	523	532
2	542	552	562	572	582	591	601	611	621	631
3	640	650	660	670	680	689	699	709	719	729
4	738	748	758	768	777	787	797	807	816	826
5	836	846	856	865	875	885	895	904	914	924
6	933	943	953	963	972	982	992	002	011	021
7	65 031	040	050	060	070	079	089	099	108	118
8	128	137	147	157	167	176	186	196	205	215
9	225	234	244	254	263	273	283	292	302	312

11
 1 1.1
 2 2.2
 3 3.3
 4 4.4
 5 5.5
 6 6.6
 7 7.7
 8 8.8
 9 9.9

10
 1 1
 2 2
 3 3
 4 4
 5 5
 6 6
 7 7
 8 8
 9 9

9
 1 0.9
 2 1.8
 3 2.7
 4 3.6
 5 4.5
 6 5.4
 7 6.3
 8 7.2
 9 8.1

III. Λογάριθμοι των αριθμών από 1 έως 10 000

Λ	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	
450	65	321	331	341	350	360	369	379	389	398	408
1		418	427	437	447	456	466	475	485	495	504
2		514	523	533	543	552	562	571	581	591	600
3		610	619	629	639	648	658	667	677	686	696
4		706	715	725	734	744	753	763	772	782	792
5		801	811	820	830	839	849	858	868	877	887
6		896	906	916	925	935	944	954	963	973	982
7		992	001	011	020	030	039	049	058	068	077
8	66	087	096	106	115	124	134	143	153	162	172
9		181	191	200	210	219	229	238	247	257	266
460		276	285	295	304	314	323	332	342	351	361
1		370	380	389	398	408	417	427	436	445	455
2		464	474	483	492	502	511	521	530	539	549
3		558	567	577	586	596	605	614	624	633	642
4		652	661	671	680	689	699	708	717	727	736
5		745	755	764	773	783	792	801	811	820	829
6		839	848	857	867	876	885	894	904	913	922
7		932	941	950	960	969	978	987	997	006	015
8	67	025	034	043	052	062	071	080	089	099	108
9		117	127	136	145	154	164	173	182	191	201
470		210	219	228	237	247	256	265	274	284	293
1		302	311	321	330	339	348	357	367	376	385
2		394	403	413	422	431	440	449	459	468	477
3		486	495	504	514	523	532	541	550	560	569
4		578	587	596	605	614	624	633	642	651	660
5		669	679	688	697	706	715	724	733	742	752
6		761	770	779	788	797	806	815	825	834	843
7		852	861	870	879	888	897	906	916	925	934
8		943	952	961	970	979	988	997	006	015	024
9	68	034	043	052	061	070	079	088	097	106	115
480		124	133	142	151	160	169	178	187	196	205
1		215	224	233	242	251	260	269	278	287	296
2		305	314	323	332	341	350	359	368	377	386
3		395	404	413	422	431	440	449	458	467	476
4		485	494	502	511	520	529	538	547	556	565
5		574	583	592	601	610	619	628	637	646	655
6		664	673	681	690	699	708	717	726	735	744
7		753	762	771	780	789	797	806	815	824	833
8		842	851	860	869	878	886	895	904	913	922
9		931	940	949	958	966	975	984	993	002	011
490	69	020	028	037	046	055	064	073	082	090	099
1		108	117	126	135	144	152	161	170	179	188
2		197	205	214	223	232	241	249	258	267	276
3		285	294	302	311	320	329	338	346	355	364
4		373	381	390	399	408	417	425	434	443	452
5		461	469	478	487	496	504	513	522	531	539
6		548	557	566	574	583	592	601	609	618	627
7		636	644	653	662	671	679	688	697	705	714
8		723	732	740	749	758	767	775	784	793	801
9		810	819	827	836	845	854	862	871	880	888

10

- 11
- 22
- 33
- 44
- 55
- 66
- 77
- 88
- 99

9

- 10,9
- 21,8
- 32,7
- 43,6
- 54,5
- 65,4
- 76,3
- 87,2
- 98,1

8

- 10,8
- 21,6
- 32,4
- 43,2
- 54,0
- 64,8
- 75,6
- 86,4
- 97,2

Λ	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

III. Λογάρισμοι τῶν ἀριθμῶν ἀπὸ 1 ἕως 10 000

Λ	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
500	69 897	906	914	923	932	940	949	958	966	975
1	984	992	001	010	018	027	036	044	053	062
2	70 070	079	088	096	105	114	122	131	140	148
3	157	165	174	183	191	200	209	217	226	234
4	243	252	260	269	278	286	295	303	312	321
5	329	338	346	355	364	372	381	389	398	406
6	415	424	432	441	449	458	467	475	484	492
7	501	509	518	526	535	544	552	561	569	578
8	586	595	603	612	621	629	638	646	655	663
9	672	680	689	697	706	714	723	731	740	749
510	757	766	774	783	791	800	808	817	825	834
1	842	851	859	868	876	885	893	902	910	919
2	927	935	944	952	961	969	978	986	995	003
3	71 012	020	029	037	046	054	063	071	079	088
4	096	105	113	122	130	139	147	155	164	172
5	181	189	198	206	214	223	231	240	248	257
6	265	273	282	290	299	307	315	324	332	341
7	349	357	366	374	383	391	399	408	416	425
8	433	441	450	458	466	475	483	492	500	508
9	517	525	533	542	550	559	567	575	584	592
520	600	609	617	625	634	642	650	659	667	675
1	684	692	700	709	717	725	734	742	750	759
2	767	775	784	792	800	809	817	825	834	842
3	850	858	867	875	883	892	900	908	917	925
4	933	941	950	958	966	975	983	991	999	008
5	72 016	024	032	041	049	057	066	074	082	090
6	099	107	115	123	132	140	148	156	165	173
7	181	189	198	206	214	222	230	239	247	255
8	263	272	280	288	296	304	313	321	329	337
9	346	354	362	370	378	387	395	403	411	419
530	428	436	444	452	460	469	477	485	493	501
1	509	518	526	534	542	550	558	567	575	583
2	591	599	607	616	624	632	640	648	656	665
3	673	681	689	697	705	713	722	730	738	746
4	754	762	770	779	787	795	803	811	819	827
5	835	843	852	860	868	876	884	892	900	908
6	916	925	933	941	949	957	965	973	981	989
7	997	006	014	022	030	038	046	054	062	070
8	73 078	086	094	102	111	119	127	135	143	151
9	159	167	175	183	191	199	207	215	223	231
540	239	247	255	263	272	280	288	296	304	312
1	320	328	336	344	352	360	368	376	384	392
2	400	408	416	424	432	440	448	456	464	472
3	480	488	496	504	512	520	528	536	544	552
4	560	568	576	584	592	600	608	616	624	632
5	640	648	656	664	672	679	687	695	703	711
6	719	727	735	743	751	759	767	775	783	791
7	799	807	815	823	830	838	846	854	862	870
8	878	886	894	902	910	918	926	933	941	949
9	957	965	973	981	989	997	005	013	020	028

9
1 0,9
2 1,8
3 2,7
4 3,6
5 4,5
6 5,4
7 6,3
8 7,2
9 8,1

8
1 0,8
2 1,6
3 2,4
4 3,2
5 3,0
6 4,8
7 5,6
8 6,4
9 7,2

7
1 0,7
2 1,4
3 2,1
4 2,8
5 3,5
6 4,2
7 4,9
8 5,6
9 6,3

Λ	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

III. Λογάριθμοι τῶν ἀριθμῶν ἀπὸ 1 ἕως 10 000

A	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
550	74 036	044	052	060	068	076	084	092	099	107
1	115	123	131	139	147	155	162	170	178	186
2	194	202	210	218	225	233	241	249	257	265
3	273	280	288	296	304	312	320	327	335	343
4	351	359	367	374	382	390	398	406	414	421
5	429	437	445	453	461	468	476	484	492	500
6	507	515	523	531	539	547	554	562	570	578
7	586	593	601	609	617	624	632	640	648	656
8	663	671	679	687	695	702	710	718	726	733
9	741	749	757	764	772	780	788	796	803	811
560	819	827	834	842	850	858	865	873	881	889
1	896	904	912	920	927	935	943	950	958	966
2	974	981	989	997	005	012	020	028	035	043
3	75 051	059	066	074	082	089	097	105	113	120
4	128	136	143	151	159	166	174	182	189	197
5	205	213	220	228	236	243	251	259	266	274
6	282	289	297	305	312	320	328	335	343	351
7	358	366	374	381	389	397	404	412	420	427
8	435	442	450	458	465	473	481	488	496	504
9	511	519	526	534	542	549	557	565	572	580
570	587	595	603	610	618	626	633	641	648	656
1	664	671	679	686	694	702	709	717	724	732
2	740	747	755	762	770	778	785	793	800	808
3	815	823	831	838	846	853	861	868	876	884
4	891	899	906	914	921	929	937	944	952	959
5	967	974	982	989	997	005	012	020	027	035
6	76 042	050	057	065	072	080	087	095	103	110
7	118	125	133	140	148	155	163	170	178	185
8	193	200	208	215	223	230	238	245	253	260
9	268	275	283	290	298	305	313	320	328	335
580	343	350	358	365	373	380	388	395	403	410
1	418	425	433	440	448	455	462	470	477	485
2	492	500	507	515	522	530	537	545	552	559
3	567	574	582	589	597	604	612	619	626	634
4	641	649	656	664	671	678	686	693	701	708
5	716	723	730	738	745	753	760	768	775	782
6	790	797	805	812	819	827	834	842	849	856
7	864	871	879	886	893	901	908	916	923	930
8	938	945	953	960	967	975	982	989	997	004
9	77 012	019	026	034	041	048	056	063	070	078
590	085	093	100	107	115	122	129	137	144	151
1	159	166	173	181	188	195	203	210	217	225
2	232	240	247	254	262	269	276	283	291	298
3	305	313	320	327	335	342	349	357	364	371
4	379	386	393	401	408	415	422	430	437	444
5	452	459	466	474	481	488	495	503	510	517
6	525	532	539	546	554	561	568	576	583	590
7	597	605	612	619	627	634	641	648	656	663
8	670	677	685	692	699	706	714	721	728	735
9	743	750	757	764	772	779	786	793	801	808

8

1 0,8
2 1,6
3 2,4
4 3,2
5 4,0
6 4,8
7 5,6
8 6,4
9 7,2

7

1 0,7
2 1,4
3 2,1
4 2,8
5 3,5
6 4,2
7 4,9
8 5,6
9 6,3

A 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

III. Λογάριθμοι τῶν ἀριθμῶν ἀπὸ 1 ἕως 10 000

Λ	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
600	77 815	822	830	837	844	851	859	866	873	880
1	887	895	902	909	916	924	931	938	945	952
2	960	967	974	981	988	996	003	010	017	025
3	78 032	039	046	053	061	068	075	082	089	097
4	104	111	118	125	132	140	147	154	161	168
5	176	183	190	197	204	211	219	226	233	240
6	247	254	262	269	276	283	290	297	305	312
7	319	326	333	340	347	355	362	369	376	383
8	390	398	405	412	419	426	433	440	447	455
9	462	469	476	483	490	497	504	512	519	526
610	533	540	547	554	561	569	576	583	590	597
1	604	611	618	625	633	640	647	654	661	668
2	675	682	689	696	704	711	718	725	732	739
3	746	753	760	767	774	781	789	796	803	810
4	-817	824	831	838	845	852	859	866	873	880
5	888	895	902	909	916	923	930	937	944	951
6	958	965	972	979	986	993	000	007	014	021
7	79 029	036	043	050	057	064	071	078	085	092
8	099	106	113	120	127	134	141	148	155	162
9	169	176	183	190	197	204	211	218	225	232
620	239	246	253	260	267	274	281	288	295	302
1	309	316	323	330	337	344	351	358	365	372
2	379	386	393	400	407	414	421	428	435	442
3	449	456	463	470	477	484	491	498	505	511
4	518	525	532	539	546	553	560	567	574	581
5	588	595	602	609	616	623	630	637	644	650
6	657	664	671	678	685	692	699	706	713	720
7	727	734	741	748	754	761	768	775	782	789
8	796	803	810	817	824	831	837	844	851	858
9	865	872	879	886	893	900	906	913	920	927
630	934	941	948	955	962	969	975	982	989	996
1	80 003	010	017	024	030	037	044	051	058	065
2	072	079	085	092	099	106	113	120	127	134
3	140	147	154	161	168	175	182	188	195	202
4	209	216	223	229	236	243	250	257	264	271
5	277	284	291	298	305	312	318	325	332	339
6	346	353	359	366	373	380	387	393	400	407
7	414	421	428	434	441	448	455	462	468	475
8	482	489	496	502	509	516	523	530	536	543
9	550	557	564	570	577	584	591	598	604	611
640	618	625	632	638	645	652	659	665	672	679
1	686	693	699	706	713	720	726	733	740	747
2	754	760	767	774	781	787	794	801	808	814
3	821	828	835	841	848	855	862	868	875	882
4	889	895	902	909	915	922	929	936	943	949
5	956	963	969	976	983	990	996	003	010	017
6	81 023	030	037	043	050	057	064	070	077	084
7	090	097	104	111	117	124	131	137	144	151
8	158	164	171	178	184	191	198	204	211	218
9	224	231	238	245	251	258	265	271	278	285

8

1 0,8
2 1,6
3 2,1
4 3,2
5 4,0
6 4,8
7 5,6
8 6,4
9 7,2

7

1 0,7
2 1,4
3 2,1
4 2,8
5 3,5
6 4,2
7 4,9
8 5,6
9 6,3

6

1 0,6
2 1,2
3 1,8
4 2,4
5 3,0
6 3,6
7 4,2
8 4,8
9 5,4

III. Λογάρισμοι τῶν ὀριθμῶν ἀπὸ 1 ἕως 10 000

A	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	
650	81	291	298	305	311	318	325	331	338	345	351
1		358	365	371	378	385	391	398	405	411	418
2		425	431	438	445	451	458	465	471	478	485
3		491	498	505	511	518	525	531	538	544	551
4		558	564	571	578	584	591	598	604	611	617
5		624	631	637	644	651	657	664	671	677	684
6		690	697	704	710	717	723	730	737	743	750
7		757	763	770	776	783	790	796	803	809	816
8		823	829	836	842	849	856	862	869	875	882
9		889	895	902	908	915	921	928	935	941	948
660		954	961	968	974	981	987	994	000	007	014
1	82	020	027	033	040	046	053	060	066	073	079
2		086	092	099	105	112	119	125	132	138	145
3		151	158	164	171	178	184	191	197	204	210
4		217	223	230	236	243	249	256	263	269	276
5		282	289	295	302	308	315	321	328	334	341
6		347	354	360	367	373	380	387	393	400	406
7		413	419	426	432	439	445	452	458	465	471
8		478	484	491	497	504	510	517	523	530	536
9		543	549	556	562	569	575	582	588	595	601
670		607	614	620	627	633	640	646	653	659	666
1		672	679	685	692	698	705	711	718	724	730
2		737	743	750	756	763	769	776	782	789	795
3		802	808	814	821	827	834	840	847	853	860
4		866	872	879	885	892	898	905	911	918	924
5		930	937	943	950	956	963	969	975	982	988
6		995	001	008	014	020	027	033	040	046	052
7	83	059	065	072	078	085	091	097	104	110	117
8		123	129	136	142	149	155	161	168	174	181
9		187	193	200	206	213	219	225	232	238	245
680		251	257	264	270	276	283	289	296	302	308
1		315	321	327	334	340	347	353	359	366	372
2		378	385	391	398	404	410	417	423	429	436
3		442	448	455	461	467	474	480	487	493	499
4		506	512	518	525	531	537	544	550	556	563
5		569	575	582	588	594	601	607	613	620	626
6		632	639	645	651	658	664	670	677	683	689
7		696	702	708	715	721	727	734	740	746	753
8		759	765	771	778	784	790	797	803	809	816
9		822	828	835	841	847	853	860	866	872	879
690		885	891	897	904	910	916	923	929	935	942
1		948	954	960	967	973	979	985	992	998	004
2	84	011	017	023	029	036	042	048	055	061	067
3		073	080	086	092	098	105	111	117	123	130
4		136	142	148	155	161	167	173	180	186	192
5		198	205	211	217	223	230	236	242	248	255
6		261	267	273	280	286	292	298	305	311	317
7		323	330	336	342	348	354	361	367	373	379
8		386	392	398	404	410	417	423	429	435	442
9		448	454	460	466	473	479	485	491	497	504

7
1 0,7
2 1,4
3 2,1
4 2,8
5 3,5
6 4,2
7 4,9
8 5,6
9 6,3

6
1 0,6
2 1,2
3 1,8
4 2,4
5 3,0
6 3,6
7 4,2
8 4,8
9 5,4

A	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

III. Λογάριθμοι τῶν ἀριθμῶν ἀπὸ 1 ἕως 10 000

7
 1 0,7
 2 1,4
 3 2,1
 4 2,8
 5 3,5
 6 4,2
 7 4,9
 8 5,6
 9 6,3

6
 1 0,6
 3 1,2
 3 1,8
 4 2,4
 5 3,0
 6 3,6
 7 4,2
 8 4,8
 9 5,4

5
 1 0,5
 2 1,0
 3 1,5
 4 2,0
 5 2,5
 6 3,0
 7 3,5
 8 4,0
 9 4,5

Λ	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	
700	84	510	516	522	528	535	541	547	553	559	566
1		572	578	584	590	597	603	609	615	621	628
2		634	640	646	652	658	665	671	677	683	689
3		696	702	708	714	720	726	733	739	745	751
4		757	763	770	776	782	788	794	800	807	813
5		819	825	831	837	844	850	856	862	868	874
6		880	887	893	899	905	911	917	924	930	936
7		942	948	954	960	967	973	979	985	991	997
8	85	003	009	016	022	028	034	040	046	052	058
9		065	071	077	083	089	095	101	107	114	120
710		126	132	138	144	150	156	163	169	175	181
1		187	193	199	205	211	217	224	230	236	242
2		248	254	260	266	272	278	285	291	297	303
3		309	315	321	327	333	339	345	352	358	364
4		370	376	382	388	394	400	406	412	418	425
5		431	437	443	449	455	461	467	473	479	485
6		491	497	503	509	516	522	528	534	540	546
7		552	558	564	570	576	582	588	594	600	606
8		612	618	625	631	637	643	649	655	661	667
9		673	679	685	691	697	703	709	715	721	727
720		733	739	745	751	757	763	769	775	781	788
1		794	800	806	812	818	824	830	836	842	848
2		854	860	866	872	878	884	890	896	902	908
3		914	920	926	932	938	944	950	956	962	968
4		974	980	986	992	998	004	010	016	022	028
5	86	034	040	046	052	058	064	070	076	082	088
6		094	100	106	112	118	124	130	136	141	147
7		153	159	165	171	177	183	189	195	201	207
8		213	219	225	231	237	243	249	255	261	267
9		273	279	285	291	297	303	308	314	320	326
730		332	338	344	350	356	362	368	374	380	386
1		392	398	404	410	415	421	427	433	439	445
2		451	457	463	469	475	481	487	493	499	504
3		510	516	522	528	534	540	546	552	558	564
4		570	576	581	587	593	599	605	611	617	623
5		629	635	641	646	652	658	664	670	676	682
6		688	694	700	705	711	717	723	729	735	741
7		747	753	759	764	770	776	782	788	794	800
8		806	812	817	823	829	835	841	847	853	859
9		864	870	876	882	888	894	900	906	911	917
740		923	929	935	941	947	953	958	964	970	976
1		982	988	994	999	005	011	017	023	029	035
2	87	040	046	052	058	064	070	075	081	087	093
3		099	105	111	116	122	128	134	140	146	151
4		157	163	169	175	181	186	192	198	204	210
5		216	221	227	233	239	245	251	256	262	268
6		274	280	286	291	297	303	309	315	320	326
7		332	338	344	349	355	361	367	373	379	384
8		390	396	402	408	413	419	425	431	437	442
9		448	454	460	466	471	477	483	489	495	500
Λ	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	

III. Λογάριθμοι τῶν ἀριθμῶν ἀπὸ 1 ἕως 10 000

λ	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	
750	87	506	512	518	523	529	535	541	547	552	558
1		564	570	576	581	587	593	599	604	610	616
2		622	628	633	639	645	651	656	662	668	674
3		679	685	691	697	703	708	714	720	726	731
4		737	743	749	754	760	766	772	777	783	789
5		795	800	806	812	818	823	829	835	841	846
6		852	858	864	869	875	881	887	892	898	904
7		910	915	921	927	933	938	944	950	955	961
8		967	973	978	984	990	996	001	007	013	018
9	88	024	030	036	041	047	053	058	064	070	076
760		081	087	093	098	104	110	116	121	127	133
1		138	144	150	156	161	167	173	178	184	190
2		195	201	207	213	218	224	230	235	241	247
3		252	258	264	270	275	281	287	292	298	304
4		309	315	321	326	332	338	343	349	355	360
5		366	372	377	383	389	395	400	406	412	417
6		423	429	434	440	446	451	457	463	468	474
7		480	485	491	497	502	508	513	519	525	530
8		536	542	547	553	559	564	570	576	581	587
9		593	598	604	610	615	621	627	632	638	643
770		649	655	660	666	672	677	683	689	694	700
1		705	711	717	722	728	734	739	745	750	756
2		762	767	773	779	784	790	795	801	807	812
3		818	824	829	835	840	846	852	857	863	868
4		874	880	885	891	897	902	908	913	919	925
5		930	936	941	947	953	958	964	969	975	981
6		986	992	997	003	009	014	020	025	031	037
7	89	042	048	053	059	064	070	076	081	087	092
8		098	104	109	115	120	126	131	137	143	148
9		154	159	165	170	176	182	187	193	198	204
780		209	215	221	226	232	237	243	248	254	260
1		265	271	276	282	287	293	298	304	310	315
2		321	326	332	337	343	348	354	360	365	371
3		376	382	387	393	398	404	409	415	421	426
4		432	437	443	448	454	459	465	470	476	481
5		487	492	498	504	509	515	520	526	531	537
6		542	548	553	559	564	570	575	581	586	592
7		597	603	609	614	620	625	631	636	642	647
8		653	658	664	669	675	680	686	691	697	702
9		708	713	719	724	730	735	741	746	752	757
790		763	768	774	779	785	790	796	801	807	812
1		818	823	829	834	840	845	851	856	862	867
2		873	878	883	889	894	900	905	911	916	922
3		927	933	938	944	949	955	960	966	971	977
4		982	988	993	998	004	009	015	020	026	031
5	90	037	042	048	053	059	064	069	075	080	086
6		091	097	102	108	113	119	124	129	135	140
7		146	151	157	162	168	173	179	184	189	195
8		200	206	211	217	222	227	233	238	244	249
9		255	260	266	271	276	282	287	293	298	304

6

10,6
21,2
31,8
42,4
53,0
63,6
74,2
84,8
95,4

5

10,5
21,0
31,5
42,0
52,5
63,0
73,5
84,0
94,5

III. - Λογάριθμοι τῶν ἀριθμῶν ἀπὸ 1 ἕως 10 000

A	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
800	90 309	314	320	325	331	336	342	347	352	358
1	363	369	374	380	385	390	396	401	407	412
2	417	423	428	434	439	445	450	455	461	466
3	472	477	482	488	493	499	504	509	515	520
4	526	531	536	542	547	553	558	563	569	574
5	580	585	590	596	601	607	612	617	623	628
6	634	639	644	650	655	660	666	671	677	682
7	687	693	698	703	709	714	720	725	730	736
8	741	747	752	757	763	768	773	779	784	789
9	795	800	806	811	816	822	827	832	838	843
810	849	854	859	865	870	875	881	886	891	897
1	902	907	913	918	924	929	934	940	945	950
2	956	961	966	972	977	982	988	993	998	004
3	91 009	014	020	025	030	036	041	046	052	057
4	062	068	073	078	084	089	094	100	105	110
5	116	121	126	132	137	142	148	153	158	164
6	169	174	180	185	190	196	201	206	212	217
7	222	228	233	238	243	249	254	259	265	270
8	275	281	286	291	297	302	307	312	318	323
9	328	334	339	344	350	355	360	365	371	376
820	381	387	392	397	403	408	413	418	424	429
1	434	440	445	450	455	461	466	471	477	482
2	487	492	498	503	508	514	519	524	529	535
3	540	545	551	556	561	566	572	577	582	587
4	593	598	603	609	614	619	624	630	635	640
5	645	651	656	661	666	672	677	682	687	693
6	698	703	709	714	719	724	730	735	740	745
7	751	756	761	766	772	777	782	787	793	798
8	803	808	814	819	824	829	834	840	845	850
9	855	861	866	871	876	882	887	892	897	903
830	908	913	918	924	929	934	939	944	950	955
1	960	965	971	976	981	986	991	997	002	007
2	92 012	018	023	028	033	038	044	049	054	059
3	065	070	075	080	085	091	096	101	106	111
4	117	122	127	132	137	143	148	153	158	163
5	169	174	179	184	189	195	200	205	210	215
6	221	226	231	236	241	247	252	257	262	267
7	273	278	283	288	293	298	304	309	314	319
8	324	330	335	340	345	350	355	361	366	371
9	376	381	387	392	397	402	407	412	418	423
840	428	433	438	443	449	454	459	464	469	474
1	480	485	490	495	500	505	511	516	521	526
2	531	536	542	547	552	557	562	567	572	578
3	583	588	593	598	603	609	614	619	624	629
4	634	639	645	650	655	660	665	670	675	681
5	686	691	696	701	706	711	716	722	727	732
6	737	742	747	752	758	763	768	773	778	783
7	788	793	799	804	809	814	819	824	829	834
8	840	845	850	855	860	865	870	875	881	886
9	891	896	901	906	911	916	921	927	932	937
A	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

6

1 0,6
2 1,2
3 1,8
4 2,4
5 3,0
6 3,6
7 4,2
8 4,8
9 5,4

5

1 0,5
2 1,0
3 1,5
4 2,0
5 2,5
6 3,0
7 3,5
8 4,0
9 4,5

III. Λογάρισμοι τῶν ἀριθμῶν ἀπὸ 1 ἕως 10 000

A	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	
850	92	942	947	952	957	962	967	973	978	983	988
	1	993	998	003	008	013	018	024	029	034	039
	2	93	044	049	054	059	064	069	075	080	085
	3		095	100	105	110	115	120	125	131	136
	4		146	151	156	161	166	171	176	181	186
	5		197	202	207	212	217	222	227	232	237
	6		247	252	258	263	268	273	278	283	288
	7		298	303	308	313	318	323	328	334	339
	8		349	354	359	364	369	374	379	384	389
	9		399	404	409	414	420	425	430	435	440
860		450	455	460	465	470	475	480	485	490	495
	1		500	505	510	515	520	526	531	536	541
	2		551	556	561	566	571	576	581	586	591
	3		601	606	611	616	621	626	631	636	641
	4		651	656	661	666	671	676	682	687	692
	5		702	707	712	717	722	727	732	737	742
	6		752	757	762	767	772	777	782	787	792
	7		802	807	812	817	822	827	832	837	842
	8		852	857	862	867	872	877	882	887	892
	9		902	907	912	917	922	927	932	937	942
870		952	957	962	967	972	977	982	987	992	997
	1	94	002	007	012	017	022	027	032	037	042
	2		052	057	062	067	072	077	082	086	091
	3		101	106	111	116	121	126	131	136	141
	4		151	156	161	166	171	176	181	186	191
	5		201	206	211	216	221	226	231	236	240
	6		250	255	260	265	270	275	280	285	290
	7		300	305	310	315	320	325	330	335	340
	8		349	354	359	364	369	374	379	384	389
	9		399	404	409	414	419	424	429	433	438
880		448	453	458	463	468	473	478	483	488	493
	1		498	503	507	512	517	522	527	532	537
	2		547	552	557	562	567	571	576	581	586
	3		596	601	606	611	616	621	626	630	635
	4		645	650	655	660	665	670	675	680	685
	5		694	699	704	709	714	719	724	729	734
	6		743	748	753	758	763	768	773	778	783
	7		792	797	802	807	812	817	822	827	832
	8		841	846	851	856	861	866	871	876	880
	9		890	895	900	905	910	915	919	924	929
890		939	944	949	954	959	963	968	973	978	983
	1		988	993	998	002	007	012	017	022	027
	2	95	036	041	046	051	056	061	066	071	075
	3		085	090	095	100	105	109	114	119	124
	4		134	139	143	148	153	158	163	168	173
	5		182	187	192	197	202	207	211	216	221
	6		231	236	240	245	250	255	260	265	270
	7		279	284	289	294	299	303	308	313	318
	8		328	332	337	342	347	352	357	361	366
	9		376	381	386	390	395	400	405	410	415

6
10,6
21,2
31,8
42,4
53,0
63,6
74,2
84,8
95,4

5
10,5
21,0
31,5
42,0
52,5
63,0
73,5
84,0
94,5

4
10,4
20,8
31,2
41,6
52,0
62,4
72,8
83,2
93,6

III. Λογάριθμοι τῶν ἀριθμῶν ἀπὸ 1 ἕως 10 000

5
 1|0,5
 2|1,0
 3|1,5
 4|2,0
 5|2,5
 6|3,0
 7|3,5
 8|4,0
 9|4,5

4
 1|0,4
 2|0,8
 3|1,2
 4|1,6
 5|2,0
 6|2,4
 7|2,8
 8|3,2
 9|3,6

Λ	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
900	95 424	429	434	439	444	448	453	458	463	468
1	472	477	482	487	492	497	501	506	511	516
2	521	525	530	535	540	545	550	554	559	564
3	569	574	578	583	588	593	598	602	607	612
4	617	622	626	631	636	641	646	650	655	660
5	665	670	674	679	684	689	694	698	703	708
6	713	718	722	727	732	737	742	746	751	756
7	761	766	770	775	780	785	789	794	799	804
8	809	813	818	823	828	832	837	842	847	852
9	856	861	866	871	875	880	885	890	895	899
910	904	909	914	918	923	928	933	938	942	947
1	952	957	961	966	971	976	980	985	990	995
2	999	004	009	014	019	023	028	033	038	042
3	96 047	052	057	061	066	071	076	080	085	090
4	095	099	104	109	114	118	123	128	133	137
5	142	147	152	156	161	166	171	175	180	185
6	190	194	199	204	209	213	218	223	227	232
7	237	242	246	251	256	261	265	270	275	280
8	284	289	294	298	303	308	313	317	322	327
9	332	336	341	346	350	355	360	365	369	374
920	379	384	388	393	398	402	407	412	417	421
1	426	431	435	440	445	450	454	459	464	468
2	473	478	483	487	492	497	501	506	511	515
3	520	525	530	534	539	544	548	553	558	562
4	567	572	577	581	586	591	595	600	605	609
5	614	619	624	628	633	638	642	647	652	656
6	661	666	670	675	680	685	689	694	699	703
7	708	713	717	722	727	731	736	741	745	750
8	755	759	764	769	774	778	783	788	792	797
9	802	806	811	816	820	825	830	834	839	844
930	848	853	858	862	867	872	876	881	886	890
1	895	900	904	909	914	918	923	928	932	937
2	942	946	951	956	960	965	970	974	979	984
3	988	993	997	002	007	011	016	021	025	030
4	97 035	039	044	049	053	058	063	067	072	077
5	081	086	090	095	100	104	109	114	118	123
6	128	132	137	142	146	151	155	160	165	169
7	174	179	183	188	192	197	202	206	211	216
8	220	225	230	234	239	243	248	253	257	262
9	267	271	276	280	285	290	294	299	304	308
940	313	317	322	327	331	336	340	345	350	354
1	359	364	368	373	377	382	387	391	396	400
2	405	410	414	419	424	428	433	437	442	447
3	451	456	460	465	470	474	479	483	488	493
4	497	502	506	511	516	520	525	529	534	539
5	543	548	552	557	562	566	571	575	580	585
6	589	594	598	603	607	612	617	621	626	630
7	635	640	644	649	653	658	663	667	672	676
8	681	685	690	695	699	704	708	713	717	722
9	727	731	736	740	745	749	754	759	763	768
Λ	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

III. Λογάρισμοι τῶν ὀριθμῶν ἀπὸ 1 ἕως 10 000

A	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9		
950	97	772	777	782	786	791	795	800	804	809	813	
	1	818	823	827	832	836	841	845	850	855	859	
	2	864	868	873	877	882	886	891	896	900	905	
	3	909	914	918	923	928	932	937	941	946	950	
	4	955	959	964	968	973	978	982	987	991	996	
	5	98	000	005	009	014	019	023	028	032	037	041
	6		046	050	055	059	064	068	073	078	082	087
	7		091	096	100	105	109	114	118	123	127	132
	8		137	141	146	150	155	159	164	168	173	177
	9		182	186	191	195	200	204	209	214	218	223
960		227	232	236	241	245	250	254	259	263	268	
	1	272	277	281	286	290	295	299	304	308	313	
	2	318	322	327	331	336	340	345	349	354	358	
	3	363	367	372	376	381	385	390	394	399	403	
	4	408	412	417	421	426	430	435	439	444	448	
	5	453	457	462	466	471	475	480	484	489	493	
	6	498	502	507	511	516	520	525	529	534	538	
	7	543	547	552	556	561	565	570	574	579	583	
	8	588	592	597	601	605	610	614	619	623	628	
	9	632	637	641	646	650	655	659	664	668	673	
970		677	682	686	691	695	700	704	709	713	717	
	1	722	726	731	735	740	744	749	753	758	762	
	2	767	771	776	780	784	789	793	798	802	807	
	3	811	816	820	825	829	834	838	843	847	851	
	4	856	860	865	869	874	878	883	887	892	896	
	5	900	905	909	914	918	923	927	932	936	941	
	6	945	949	954	958	963	967	972	976	981	985	
	7	989	994	998	003	007	012	016	021	025	029	
	8	99	034	038	043	047	052	056	061	065	069	074
	9		078	083	087	092	096	100	105	109	114	
980		123	127	131	136	140	145	149	154	158	162	
	1	167	171	175	180	185	189	193	198	202	207	
	2	211	216	220	224	229	233	238	242	247	251	
	3	255	260	264	269	273	277	282	286	291	295	
	4	300	304	308	313	317	322	326	330	335	339	
	5	344	348	352	357	361	366	370	374	379	383	
	6	388	392	396	401	405	410	414	419	423	427	
	7	432	436	441	445	449	454	458	463	467	471	
	8	476	480	484	489	493	498	502	506	511	515	
	9	520	524	528	533	537	542	546	550	555	559	
990		564	568	572	577	581	585	590	594	599	603	
	1	607	612	616	621	625	629	634	638	642	647	
	2	651	656	660	664	669	673	677	682	686	691	
	3	695	699	704	708	712	717	721	726	730	734	
	4	739	743	747	752	756	760	765	769	774	778	
	5	782	787	791	795	800	804	808	813	817	822	
	6	826	830	835	839	843	848	852	856	861	865	
	7	870	874	878	883	887	891	896	900	904	909	
	8	913	917	922	926	930	935	939	944	948	952	
	9	957	961	965	970	974	978	983	987	991	996	

5
10,5
21,0
31,5
42,0
52,5
63,0
73,5
84,0
94,5

4
10,4
20,8
31,2
41,6
52,0
62,4
72,8
83,2
93,6

A	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

ΔΙΑΤΑΞΙΣ ΚΑΙ ΧΡΗΣΙΣ ΠΙΝΑΚΩΝ

I, II, ΚΑΙ III ΠΙΝΑΚΕΣ ΛΟΓΑΡΙΘΜΟΙ ΑΡΙΘΜΩΝ

Ὁ λογάριθμος ἑνὸς ἀριθμοῦ ἀποτελεῖται ἀπὸ δύο μέρη: ἀπὸ τὸ ἀκέραιον μέρος ἢ *χαρακτηριστικὸν* καὶ ἀπὸ τὸ δεκαδικὸν μέρος. Τὸ *χαρακτηριστικὸν* δὲν εὑρίσκεται εἰς τοὺς πίνακας.

Ἐὰν ὁ ἀριθμὸς εἶναι μεγαλύτερος τῆς μονάδος, τὸ χαρακτηριστικὸν περιέχει τόσας θετικὰς μονάδας, μείον μίαν, ὅσα ἀκέραια ψηφία ἔχει ὁ ἀριθμὸς. Ἐὰν ὁ ἀριθμὸς εἶναι μικρότερος τῆς μονάδος, τὸ χαρακτηριστικὸν εἶναι ἀρνητικόν. Ἡ ἀπόλυτος τιμὴ τοῦ περιέχει τόσας μονάδας καὶ μίαν ἀκόμη, ὅσα μηδενικὰ ὑπάρχουν μετὰξὺ τῆς ὑποδιαστολῆς καὶ τοῦ πρώτου σημαντικοῦ ψηφίου τοῦ ἀριθμοῦ.

Παράδειγμα: Ὁ λογάριθμος τοῦ 0,008 ἔχει χαρακτηριστικὸν -3 , τὸ ὁποῖον γράφομεν $\bar{3}$, διὰ νὰ δεῖξωμεν ὅτι μόνον τὸ χαρακτηριστικὸν τοῦ εἶναι ἀρνητικόν, τὸ δὲ δεκαδικὸν μέρος τοῦ εἶναι θετικόν.

Τὸ *δεκαδικὸν*, μόνον, *μέρος* τοῦ λογαρίθμου εὑρίσκεται εἰς τοὺς πίνακας. Τὸ δεκαδικὸν μέρος εἶναι τὸ αὐτὸ δι' ὅλους τοὺς ἀριθμούς, οἱ ὁποῖοι ἔχουν τὰ αὐτὰ ψηφία τοποθετημένα κατὰ τὴν αὐτὴν τάξιν καὶ οἱ ὁποῖοι δὲν διαφέρουν παρὰ μόνον, ἢ κατὰ τὴν θέσιν τῆς ὑποδιαστολῆς ἢ κατὰ τὸν ἀριθμὸν τῶν μηδενικῶν, τὰ ὁποῖα ὑπάρχουν δεξιὰ τοῦ ἀριθμοῦ.

Οὕτω οἱ ἀριθμοὶ 7485, 7,485, 74,85, 7485000, 0,007485 ἔχουν τὸ αὐτὸ δεκαδικὸν μέρος τοῦ λογαρίθμου.

Ὁ *πίναξ I* δίδει τοὺς λογαρίθμους τῶν 100 πρώτων ἀκεραίων ἀριθμῶν. Οὕτω ἔχομεν

$\log 9 = 0,95424$ · $\log 8,7 = 0,93952$ · $\log 0,046 = \bar{2},66276$

Ὁ *πίναξ II* δίδει τοὺς λογαρίθμους μερικῶν χρησίμων ἀριθμῶν.

Ὁ *πίναξ III* περιλαμβάνει τοὺς λογαρίθμους τῶν ἀκεραίων ἀριθμῶν ἀπὸ τοῦ 100 ἕως 10 000. Ἡ στήλη A περιέχει τὰς δεκάδας τοῦ ἀριθμοῦ, τὸ δὲ ψηφίον τῶν μονάδων εὑρίσκεται ἄνω καὶ κάτω ἐκάστης τῶν ἄλλων στηλῶν.

Τὰ δύο πρώτα ψηφία τοῦ δεκαδικοῦ μέρους τοῦ λογαρίθμου εὑρίσκονται εἰς τὸ α' μέρος τῆς στήλης 0 καὶ τὰ ἄλλα τρία εἰς τὴν στήλην, εἰς τὴν ὁποῖαν ἀναγράφεται τὸ ψηφίον τῶν μονάδων.

Πρόβλημα I. *Νὰ εὑρεθῇ ὁ λογάριθμος ἑνὸς δεδομένου ἀριθμοῦ.* Διακρίνομεν δύο περιπτώσεις.

A' περίπτωση. Ἐὰν ὁ ἀριθμὸς, μετὰ τὴν ἀπαλοιφήν τῆς τυχόν ὑπαρχούσης ὑποδιαστολῆς καὶ τῶν μηδενικῶν εἰς τὰ ὁποῖα καταλήγει, ἔχει 3 ἢ 4 ψηφία. Ὁ λογάριθμος ἑνὸς τοιούτου ἀριθμοῦ εὑρίσκεται ἀναγεγραμ-

μένος εις τοὺς πίνακας. Π.χ. ἔστω ὅτι θέλομεν νὰ εὐ-
ρωμεν τὸν λογάριθμον τοῦ 4758. Γράφομεν κατ' ἀρχᾶς
τὸ χαρακτηριστικὸν τοῦ 3. Ἐπειτα ἀναζητοῦμεν εἰς τὴν
στήλην Α τὸν ἀριθμὸν 475 (σελῖς 11) καὶ γράφομεν πα-
ραπλεύρως τοῦ χαρακτηριστικοῦ τὰ δύο πρῶτα ψηφία
67 τοῦ δεκαδικοῦ μέρους, τὰ ὁποῖα εὐρίσκονται εἰς τὴν
στήλην 0 καὶ ἀπέναντι τοῦ 475 καὶ ἔπειτα τὰ τρία ἄλλα
δεκαδικὰ ψηφία 742, τὰ ὁποῖα εὐρίσκονται εἰς τὴν στή-
λην, ἢ ὁποῖα ἔχει ἄνω καὶ κάτω σημειωμένον τὸν ἀριθ-
μὸν 8 καὶ εἰς τὴν ὀριζοντίαν γραμμὴν τοῦ 475.

Θὰ εἶναι λοιπὸν $\log 4758 = 3,67742$

Εἰς μερικοὺς λογαρίθμους ἀριστερὰ τοῦ β' μέρους
τοῦ δεκαδικοῦ εὐρίσκεται ἓνας ἀστερίσκος. Ὁ ἀστερίσκος
δηλοῖ, ὅτι πρέπει νὰ λάβωμεν, ὡς δύο πρῶτα δεκαδικὰ
ψηφία, ὄχι αὐτὰ ποὺ ἀντιστοιχοῦν ἀπέναντι τοῦ ἀριθ-
μοῦ, ἀλλὰ τὰ δύο ἀμέσως ἐπόμενα ψηφία·

π. χ. $\log 61,67 = 1,79007$

Β' Περίπτωσις. Ἐὰν ὁ ἀριθμὸς, μετὰ τὴν ἀπαλοι-
φὴν τῆς τυχόν ὑπαρχούσης ὑποδιαστολῆς καὶ τῶν μη-
δενικῶν, εἰς τὰ ὁποῖα δύναται νὰ καταλήγη, ἔχη περισ-
σότερα τῶν 4 ψηφίων.

Ἐστω ὅτι θέλομεν νὰ εὐρωμεν τὸν λογάριθμον τοῦ
27,4568. Εὐρίσκομεν κατ' ἀρχᾶς τὸν λογάριθμον τοῦ ἀριθ-
μοῦ 2745, ὁ ὁποῖος προκύπτει, ἂν λάβωμεν τὰ τέσσαρα
πρῶτα ψηφία τοῦ δοθέντος ἀριθμοῦ. Ὁ πίναξ (σελῖς 7)
δίδει

$\log 27,45 = 1,43854$ } διαφορὰ 16 μονάδας
 $\log 27,46 = 1,43870$ } 5ης δεκαδικ. τάξεως

Ἐπειτα κάμνομεν τὴν ἀκόλουθον μέθοδον τῶν τριῶν,
ὑποθέτοντες ὅτι ἡ αὐξησης τοῦ λογαρίθμου εἶναι ἀνά-
λογος πρὸς τὴν αὐξησην τοῦ ἀριθμοῦ, (τὸ ὁποῖον εἶναι
ἀληθές κατὰ προσέγγισιν). Ἐὰν εἰς τὸν ἀριθμὸν 27,45
προσθέσωμεν 1 μονάδα (τῆς τελευταίας τάξεως) πρέπει
νὰ προσθέσωμεν εἰς τὸν λογάριθμον 16 μονάδας (τῆς
5ης δεκαδ. τάξεως). Ἀλλὰ διὰ νὰ λάβωμεν τὸν 27,4568
πρέπει νὰ προσθέσωμεν 0,68 μονάδος (τῆς τελευταίας
τάξεως)· πρέπει λοιπὸν νὰ προσθέσωμεν καὶ εἰς τὸν λο-
γάριθμον τοῦ 27,45 τὰ 0,68 τοῦ 16, ἢ 10,88 ἢ 11 μον.
(τῆς 5ης δεκ. τάξεως). Θὰ εἶναι λοιπὸν

$\log 27,4568 = 1,43865$.

Ὁ ὑπολογισμὸς αὐτὸς γίνεται μὲ τὴν βοήθειαν τοῦ
πινακιδίου, τὸ ὁποῖον εὐρίσκεται ἐκτὸς πλαισίου καὶ
φέρει ἄνωθεν του τὸν ἀριθμὸν 16. Περιέχει τὰ 9 πρῶτα
πολλαπλάσια τοῦ 16 διηρημένα διὰ 10. Ἀπέναντι τοῦ
6 εἶναι 9,6 καὶ ἀπέναντι τοῦ 8 εἶναι 12,8, ἀλλὰ ἐπειδὴ
τὸ ψηφίον 8 παριστάνει μονάδας 10 φορές μικροτέρας,
πρέπει νὰ λάβωμεν 1,28.

Διάταξις τῶν πράξεων

$\log 27,45$	$= 1,43854$	$\Delta = 16$
διὰ 6	$9,6$	
καὶ διὰ 8	$1,28$	
ἄρα $\log 27,4568$	$= 1,4386488$	

καὶ ἐπειδὴ τὸ βον ψηφίον εἶναι μεγαλύτερον τοῦ 5, ἀύξανομεν κατὰ μονάδα τὸ 5ον ψηφίον.

"Ἄρα θὰ εἶναι $\log 27,4568 = 1,43865$

Πρόβλημα II. *Ἀντιστροφον. Νὰ εὐρεθῇ ὁ ἀριθμὸς, ποὺ ἀντιστοιχεῖ εἰς δεδομένον λογάριθμον.*

Διακρίνομεν δύο περιπτώσεις.

Α' Περίπτωσης. *Τὸ δεκαδικὸν μέρος τοῦ λογαρίθμου εὐρίσκεται εἰς τοὺς πίνακας.*

"Ἐστω ὅτι ζητεῖται ὁ ἀριθμὸς x , τοῦ ὁποίου ὁ λογάριθμος εἶναι 2,62808, δηλαδή ἔστω ὅτι εἶναι $\log x = 2,62808$. Χωρὶς νὰ λάβωμεν ὑπ' ὄψει τὸ χαρακτηριστικὸν ἀναζητοῦμεν πρῶτον εἰς τὴν στήλην 0 (σελίς 10) τὸν ἀριθμὸν 62, ποὺ ἀποτελοῦν τὰ δύο πρῶτα ψηφία τοῦ δεκαδικοῦ μέρους καὶ ἔπειτα εἰς τὴν στήλην 7 τὰ τρία ἄλλα ψηφία 808 τοῦ δεκαδικοῦ μέρους. Εἰς τὸ δεκαδικὸν μέρος 62808 ἀντιστοιχεῖ ὁ ἀριθμὸς 4247, τοῦ ὁποίου τὰ μὲν τρία πρῶτα ψηφία 424 εὐρίσκομεν εἰς τὴν πρῶτην στήλην τῆς ὀριζοντίας γραμμῆς τοῦ 808 καὶ τὸ τέταρτον ψηφίον 7 ἄνω ἢ κάτω τῆς στήλης τοῦ 808.

"Ἐπειτα παρατηροῦμεν τὸ χαρακτηριστικὸν τοῦ λογαρίθμου. Ἐὰν τὸ χαρακτηριστικὸν εἶναι θετικόν, δίδομεν εἰς τὸν οὕτως εὐρεθέντα ἀριθμὸν τόσα ἀκέραια ψηφία καὶ ἔν ἀκόμῃ, ὅσας μονάδας ἔχει τὸ χαρακτηριστικόν· ἂν εἶναι ἀρνητικὸν γράφομεν ἀριστερὰ τοῦ ἀριθμοῦ τόσα μηδενικά, ὅσας μονάδας ἀρνητικὰς ἔχει καὶ θέτομεν τὴν ὑποδιαστολὴν μεταξὺ τοῦ α' καὶ β' μηδενικοῦ. Ἐπειδὴ εἰς τὸ παράδειγμά μας τὸ χαρακτηριστικὸν εἶναι 2 χωρίζομεν ἀπὸ τὸν εὐρεθέντα ἀριθμὸν 4247 τὰ τρία πρῶτα ψηφία δι' ὑποδιαστολῆς. "Ὡστε, ἂν

$$\log x = 2,62808 \quad \theta\acute{\alpha} \text{ εἶναι } x = 424,7$$

Ὅμοίως, ἂν εἶναι

$$\log x = \overline{3},75343 \quad \text{εὐρίσκομεν } x = 0,005668$$

Ὅμοίως, ἂν εἶναι

$$\log x = 0,80243 \quad \text{εὐρίσκομεν } x = 6,345$$

Β' Περίπτωσης. *Τὸ δεκαδικὸν μέρος τοῦ λογαρίθμου δὲν εὐρίσκεται εἰς τοὺς πίνακας.*

"Ἐστω ὅτι $\log x = 1,40575$.

Τὸ δεκαδικὸν μέρος 40575 δὲν εὐρίσκεται εἰς τοὺς πίνακας. Λαμβάνομεν τὸ ἀμέσως μικρότερον δεκαδικὸν μέρος 40569, τὸ ὁποῖον εὐρίσκεται εἰς τοὺς πίνακας (σελίς 7). Τοῦτο ἀντιστοιχεῖ εἰς τὸν ἀριθμὸν 2545, ὁ ὁποῖος σχηματίζει καὶ τὰ τέσσαρα πρῶτα ψηφία τοῦ ζητουμένου ἀριθμοῦ.

Ἡ διαφορὰ τοῦ 40569 καὶ τοῦ δοθέντος λογαρίθμου 40575 εἶναι 6, ἡ δὲ διαφορὰ τοῦ 40569 καὶ τοῦ ἐπομένου τοῦ 40586 εἶναι 17. "Ἄν λοιπὸν ἀυξήσωμεν τὸν λογάριθμον κατὰ 17 μονάδας (5ης δεκ. τάξ.), ὁ ἀριθμὸς θὰ αὐξηθῇ κατὰ 1 μονάδα· ἂν ἀυξήσωμεν τὸν λογάριθμον κατὰ 6 μονάδας (5ης δεκ. τάξ.) ὁ ἀριθμὸς θὰ αὐξηθῇ κατὰ 6/17 τῆς μονάδος. Εἰς τὸν ἀριθμὸν 2545 πρέπει λοιπὸν νὰ προσθέσωμεν τὰ 6/17 τῆς μονάδος τῆς τελευταίας τάξεως) δηλαδή 0,353, ὅποτε θὰ λάβωμεν τὸν

ἀριθμὸν 2545,353. Καὶ ἐπειδὴ τὸ χαρακτηριστικὸν εἶναι 1, ὁ ζητούμενος ἀριθμὸς θὰ ἔχη δύο ἀκέραια ψηφία, ἦτοι θὰ εἶναι ὁ 25,45353.

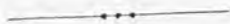
Σημ. Τὰ $6/17$ τῆς μονάδος εὐρίσκομεν καὶ διὰ τοῦ πινακιδίου 17, ἐργαζόμενοι ὡς ἑξῆς:

Ἀναζητοῦμεν εἰς τὴν δευτέραν στήλην τοῦ πινακιδίου 17 τὸν ἀριθμὸν 6. Ἐπειδὴ δὲν ὑπάρχει λαμβάνομεν τὸν ἀμέσως κατώτερον αὐτοῦ 5,1. Ἀπέναντι τοῦ 5,1 εὐρίσκεται τὸ ψηφίον 3, τὸ ὁποῖον ἀποτελεῖ τὸ πέμπτον ψηφίον τοῦ ζητουμένου ἀριθμοῦ.

Μένει ἀκόμη $6 - 5,1 = 0,9$.

Τὴν διαφορὰν αὐτὴν πολλαπλασιάζομεν ἐπὶ 10, ὅτε λαμβάνομεν $0,9 \times 10 = 9$. Ἀναζητοῦμεν πάλιν εἰς τὴν δευτέραν στήλην τὸν ἀριθμὸν τὸν πλησιάζοντα πρὸς τὸν 9· οὗτος εἶναι ὁ 8,5. Ἀπέναντι αὐτοῦ εὐρίσκεται ὁ ἀριθμὸς 5, ὁ ὁποῖος ἀποτελεῖ τὸ ἕκτον ψηφίον τοῦ ἀριθμοῦ. Ὁμοίως ἐργαζόμενοι εὐρίσκομεν, ὅτι τὸ 7ον ψηφίον τοῦ ζητουμένου ἀριθμοῦ εἶναι τὸ 3.

<i>Διάταξις πράξεων</i>	λογ x		=1,40575		
"Ἐχομεν	λογ 2545		40569	Δ=17	
	διαφορὰ		6		
Τὸ πινακίδιον 17 δίδει	3 διὰ		5,1		
	5 διὰ		0,9		
			0,85		
			0,05		
	καὶ 3 διὰ		0,051		
"Ἄρα	$x = 25,45353$				



IV. ΠΙΝΑΞ

ΤΩΝ ΛΟΓΑΡΙΘΜΩΝ

ΤΩΝ ΤΡΙΓΩΝΟΜΕΤΡΙΚΩΝ ΑΡΙΘΜΩΝ

(ἡμιτόνων, ἐφαπτομένων, συνεφαπτομένων
καὶ συνημιτόνων)

ΤΩΝ ΤΟΞΩΝ ΑΠΟ 0° ΕΩΣ 90°

		S	T	Hp.	Eq.	Σp.	Σuv.	
		δ. 68	δ. 68					
0	0	557.5	557.5	Inf. nég.	Inf. nég.	Inf. pos.	0,0000	60
1	60	557.5	557.5	4,46373	4,46373	3,53627	0000	59
2	120	557.5	557.5	76476	76476	23524	0000	58
3	180	557.5	557.5	4,94085	4,94085	3,05915	0000	57
4	240	557.5	557.5	3,06579	3,06579	2,93421	0000	56
5	300	557.5	557.5	3,16270	3,16270	2,83730	0,0000	55
6	360	557.5	557.5	24188	24188	75812	0000	54
7	420	557.5	557.5	30882	30882	69118	0000	53
8	480	557.4	557.6	36682	36682	63318	0000	52
9	540	557.4	557.6	41797	41797	58203	0000	51
10	600	557.4	557.6	3,46373	3,46373	2,53627	0,0000	50
11	660	557.4	557.6	50512	50512	49488	0000	49
12	720	557.4	557.7	54291	54291	45709	0000	48
13	780	557.4	557.7	57767	57767	42233	0000	47
14	840	557.4	557.7	60985	60986	39014	0000	46
15	900	557.3	557.8	3,63982	3,63982	2,36018	0,0000	45
16	960	557.3	557.8	66784	66785	33215	0,0000	44
17	1020	557.3	557.8	69417	69418	30582	1,9999	43
18	1080	557.3	557.9	71900	71900	28100	9999	42
19	1140	557.3	557.9	74248	74248	25752	9999	41
20	1200	557.2	558.0	3,76475	3,76476	2,23524	1,9999	40
21	1260	557.2	558.0	78594	78595	21405	9999	39
22	1320	557.2	558.1	80615	80615	19385	9999	38
23	1380	557.2	558.1	82545	82546	17454	9999	37
24	1440	557.1	558.2	84393	84394	15606	9999	36
25	1500	557.1	558.3	3,86166	3,86167	2,13833	1,9999	35
26	1560	557.1	558.3	87870	87871	12129	9999	34
27	1620	557.0	558.4	89509	89510	10490	9999	33
28	1680	557.0	558.4	91088	91089	08911	9999	32
29	1740	557.0	558.5	92612	92613	07387	9998	31
30	1800	556.9	558.6	3,94084	3,94086	2,05914	1,9998	30
31	1860	556.9	558.7	95508	95510	04490	9998	29
32	1920	556.9	558.7	96887	96889	03111	9998	28
33	1980	556.8	558.8	98223	98225	01775	9998	27
34	2040	556.8	558.9	3,99520	3,99522	2,00478	9998	26
35	2100	556.7	559.0	2,00779	2,00781	1,99219	1,9998	25
36	2160	556.7	559.1	02002	02004	97996	9998	24
37	2220	556.6	559.2	03192	03194	96806	9997	23
38	2280	556.6	559.3	04350	04353	95647	9997	22
39	2340	556.6	559.4	05478	05481	94519	9997	21
40	2400	556.5	559.4	2,06578	2,06581	1,93419	1,9997	20
41	2460	556.5	559.5	07650	07653	92347	9997	19
42	2520	556.4	559.6	08696	08700	91300	9997	18
43	2580	556.4	559.8	09718	09722	90278	9997	17
44	2640	556.3	559.9	10717	10720	89280	9996	16
45	2700	556.2	560.0	2,11693	2,11696	1,88304	1,9996	15
46	2760	556.2	560.1	12647	12651	87349	9996	14
47	2820	556.1	560.2	13581	13585	86415	9996	13
48	2880	556.1	560.3	14495	14500	85500	9996	12
49	2940	556.0	560.4	15391	15395	84605	9996	11
50	3000	556.0	560.5	2,16268	2,16273	1,83727	1,9995	10
51	3060	555.9	560.7	17128	17133	82867	9995	9
52	3120	555.8	560.8	17971	17976	82024	9995	8
53	3180	555.8	560.9	18798	18804	81196	9995	7
54	3240	555.7	561.1	19610	19616	80384	9995	6
55	3300	555.6	561.2	2,20407	2,20413	1,79587	1,9994	5
56	3360	555.6	561.3	21189	21195	78805	9994	4
57	3420	555.5	561.5	21958	21964	78036	9994	3
58	3480	555.4	561.6	22713	22720	77280	9994	2
59	3540	555.4	561.8	23456	23462	76538	9994	1
00	3600	555.3	561.9	2,24186	2,24192	1,75808	1,9993	0
		δ. 68	δ. 68	Σuv.	Σp.	Eq.	Hp.	
		S	T					

/	"	S		T		Ип.	Eq.	Σq.	Σuv.	/
		6,68	6,68	6,68	6,68					
0	3600	555.3	561.9	2,24186	2,24192	1,75808	1,99993	60		
1	3660	555.2	562.0	4903	4910	5090	9993	59		
2	3720	555.1	562.2	5609	5616	4384	9993	58		
3	3780	555.1	562.3	6304	6312	3688	9993	57		
4	3840	555.0	562.5	6988	6996	3004	9992	56		
5	3900	554.9	562.7	2,27661	2,27669	1,72331	1,99992	55		
6	3960	554.8	562.8	8324	8332	1668	9992	54		
7	4020	554.7	563.0	8977	8986	1014	9992	53		
8	4080	554.7	563.2	2,29621	2,29629	1,70371	9992	52		
9	4140	554.6	563.3	2,30255	2,30263	1,69737	9991	51		
10	4200	554.5	563.5	2,30879	2,30888	1,69112	1,99991	50		
11	4260	554.4	563.7	1495	1505	8495	9991	49		
12	4320	554.3	563.8	2103	2112	7888	9990	48		
13	4380	554.2	564.0	2702	2711	7289	9990	47		
14	4440	554.1	564.2	3292	3302	6690	9990	46		
15	4500	554.0	564.4	2,33875	2,33886	1,66114	1,99990	45		
16	4560	553.9	564.6	4450	4461	5539	9989	44		
17	4620	553.9	564.8	5018	5029	4971	9989	43		
18	4680	553.8	564.9	5578	5590	4410	9989	42		
19	4740	553.7	565.1	6131	6143	3857	9989	41		
20	4800	553.6	565.3	2,36678	2,36689	1,63311	1,99988	40		
21	4860	553.5	565.5	7217	7229	2771	9988	39		
22	4920	553.4	565.7	7750	7762	2238	9988	38		
23	4980	553.3	565.9	8276	8289	1711	9987	37		
24	5040	553.2	566.1	8796	8809	1191	9987	36		
25	5100	553.1	566.3	2,39310	2,39323	1,60677	1,99987	35		
26	5160	553.0	566.5	2,39818	2,39832	1,60168	9986	34		
27	5220	552.9	566.6	2,40320	2,40334	1,59666	9986	33		
28	5280	552.7	567.0	0816	0830	9170	9986	32		
29	5340	552.6	567.2	1307	1321	8679	9985	31		
30	5400	552.5	567.4	2,41792	2,41807	1,58193	1,99985	30		
31	5460	552.4	567.6	2272	2287	7713	9985	29		
32	5520	552.3	567.9	2746	2762	7238	9984	28		
33	5580	552.2	568.1	3216	3232	6768	9984	27		
34	5640	552.1	568.3	3686	3696	6304	9984	26		
35	5700	552.0	568.5	2,44139	2,44156	1,55844	1,99983	25		
36	5760	551.8	568.8	4594	4611	5389	9983	24		
37	5820	551.7	569.0	5044	5061	4939	9983	23		
38	5880	551.6	569.3	5489	5507	4493	9982	22		
39	5940	551.5	569.5	5930	5948	4052	9982	21		
40	6000	551.4	569.7	2,46366	2,46385	1,53615	1,99982	20		
41	6060	551.2	570.0	6799	6817	3183	9981	19		
42	6120	551.1	570.2	7226	7245	2755	9981	18		
43	6180	551.0	570.5	7650	7669	2331	9981	17		
44	6240	550.9	570.7	8069	8089	1911	9980	16		
45	6300	550.7	571.0	2,48485	2,48505	1,51495	1,99980	15		
46	6360	550.6	571.3	8896	8917	1083	9979	14		
47	6420	550.5	571.5	9304	9325	0675	9979	13		
48	6480	550.3	571.8	2,49708	2,49729	1,50271	9979	12		
49	6540	550.2	572.0	2,50108	2,50130	1,49870	9978	11		
50	6600	550.1	572.3	2,50504	2,50527	1,49473	1,99978	10		
51	6660	549.9	572.6	0897	0920	9080	9977	9		
52	6720	549.8	572.9	1287	1310	8690	9977	8		
53	6780	549.7	573.1	1673	1696	8304	9977	7		
54	6840	549.5	573.4	2055	2079	7921	9976	6		
55	6900	549.4	573.7	2,52434	2,52459	1,47541	1,99976	5		
56	6960	549.2	574.0	2810	2835	7165	9975	4		
57	7020	549.1	574.3	3183	3208	6792	9975	3		
58	7080	549.0	574.5	3552	3578	6422	9974	2		
59	7140	548.8	574.8	3919	3945	6055	9974	1		
60	7200	548.7	575.1	2,54282	2,54308	1,45692	1,99974	0		
/	"	6,68	6,68	Σuv.	Σq.	Eq.	Ип.			
		S	T							

°	"	S		Πμ.	Εφ.	Σφ.	Συν.	'
		6,68	6,68					
0	7200	548.7	575.1	2,5 4282	2,5 4308	1,4 5692	1,9 9974	60
1	7260	548.5	575.4	4642	4669	5331	9973	59
2	7320	548.4	575.7	4999	5027	4973	9973	58
3	7380	548.2	576.0	5354	5382	4618	9972	57
4	7440	548.1	576.	5705	5734	4266	9972	56
5	7500	547.9	576.6	2,5 6054	2,5 6083	1,4 3917	1,9 9971	55
6	7560	547.8	576.9	6400	6429	3571	9971	54
7	7620	547.6	577.3	6743	6773	3227	9970	53
8	7680	547.5	577.6	7084	7114	2886	9970	52
9	7740	547.3	577.9	7421	7452	2548	9969	51
10	7800	547.1	578.2	2,5 7757	2,5 7788	1,4 2212	1,9 9969	50
11	7860	547.0	578.5	8089	8121	1879	9968	49
12	7920	546.8	578.8	8419	8451	1549	9968	48
13	7980	546.7	579.2	8747	8779	1221	9967	47
14	8040	546.5	579.5	9072	9108	895	9967	46
15	8100	546.3	579.8	2,5 9395	2,5 9428	1,4 0572	1,9 9967	45
16	8160	546.2	580.2	2,5 9715	2,5 9749	1,4 0251	9966	44
17	8220	546.0	580.5	2,6 0033	2,6 0068	1,3 9932	9966	43
18	8280	545.8	580.8	0349	0384	9616	9965	42
19	8340	545.7	581.2	0662	0698	9302	9964	41
20	8400	545.5	581.5	2,6 0973	2,6 1009	1,3 8991	1,9 9964	40
21	8460	545.3	581.8	1282	1319	8681	9963	39
22	8520	545.1	582.2	1589	1626	8374	9963	38
23	8580	545.0	582.5	1894	1931	8069	9962	37
24	8640	544.8	582.9	2196	2234	7766	9962	36
25	8700	544.6	583.3	2,6 2497	2,6 2535	1,3 7465	1,9 9961	35
26	8760	544.4	583.6	2795	2834	7466	9961	34
27	8820	544.3	584.0	3091	3131	6869	9960	33
28	8880	544.1	584.3	3385	3426	6574	9960	32
29	8940	543.9	584.7	3678	3718	6282	9959	31
30	9000	543.7	585.1	2,6 3968	2,6 4009	1,3 5991	1,9 9959	30
31	9060	543.5	585.4	4256	4298	5702	9958	29
32	9120	543.3	585.8	4543	4585	5415	9958	28
33	9180	543.1	586.2	4827	4870	5130	9957	27
34	9240	543.0	586.6	5110	5154	4846	9956	26
35	9300	542.8	586.9	2,6 5391	2,6 5435	1,3 4565	1,9 9956	25
36	9360	542.6	587.3	5670	5715	4285	9955	24
37	9420	542.4	587.7	5947	5993	4007	9955	23
38	9480	542.2	588.1	6223	6269	3731	9954	22
39	9540	542.0	588.5	6497	6543	3457	9954	21
40	9600	541.8	588.9	2,6 6769	2,6 6816	1,3 3184	1,9 9953	20
41	9660	541.6	589.3	7039	7087	2913	9952	19
42	9720	541.4	589.7	7308	7356	2644	9952	18
43	9780	541.2	590.0	7575	7624	2376	9951	17
44	9840	541.0	590.5	7841	7890	2110	9951	16
45	9900	540.8	590.9	2,6 8104	2,6 8154	1,3 1846	1,9 9950	15
46	9960	540.6	591.3	8367	8417	1583	9949	14
47	10020	540.4	591.7	8627	8678	1322	9949	13
48	10080	540.2	592.1	8886	8938	1062	9948	12
49	10140	540.0	592.5	9144	9196	804	9948	11
50	10200	539.8	592.9	2,6 9400	2,6 9453	1,3 0547	1,9 9947	10
51	10260	539.6	593.3	9654	9708	0292	9946	9
52	10320	539.4	593.7	2,6 9907	2,6 9962	1,3 0038	9946	8
53	10380	539.2	594.2	2,7 0159	2,7 0214	1,2 9786	9945	7
54	10440	538.9	594.6	0409	0465	9535	9944	6
55	10500	538.7	595.0	2,7 0658	2,7 0714	1,2 9286	1,9 9944	5
56	10560	538.5	595.5	0905	0962	9038	9943	4
57	10620	538.3	595.9	1151	1208	8792	9942	3
58	10680	538.1	596.3	1395	1453	8547	9942	2
59	10740	537.9	596.8	1638	1697	8303	9941	1
60	10800	537.6	597.2	2,7 1880	2,7 1940	1,2 8060	1,9 9940	0
		6,68	6,68	Συν.	Σφ.	Εφ.	Πμ.	
		S	T					

r	"	S		T		Hμ	Eq.	Σq.	Σuv.	r		
		6 68	6,68	6,68	6,68							
0	10800	537.6	597.2	2,7	1880	2,7	1940	1,2	8060	1,9	9940	60
1	10860	537.4	597.6		2120		2181		7819		9940	59
2	10920	537.2	598.1		2359		2420		7580		9939	58
3	10980	537.0	598.5		2597		2659		7341		9938	57
4	11040	536.8	599.0		2834		2896		7104		9938	56
5	11100	536.5	599.4	2,7	3069	2,7	3132	1,2	6868	1,9	9937	55
6	11160	536.3	599.9		3303		3366		6634		9936	54
7	11220	536.1	600.3		3535		3600		6400		9936	53
8	11280	535.8	600.8		3767		3832		6168		9935	52
9	11340	535.6	601.3		3997		4063		5937		9934	51
10	11400	535.4	601.7	2,7	4226	2,7	4292	1,2	5708	1,9	9934	50
11	11460	535.1	602.2		4454		4521		5479		9933	49
12	11520	534.9	602.7		4680		4748		5252		9932	48
13	11580	534.7	603.1		4906		4974		5026		9932	47
14	11640	534.4	603.6		5130		5199		4801		9931	46
15	11700	534.2	604.1	2,7	5353	2,7	5423	1,2	4577	1,9	9930	45
16	11760	534.0	604.6		5575		5645		4355		9929	44
17	11820	533.7	605.1		5795		5867		4133		9929	43
18	11880	533.5	605.5		6015		6087		3913		9928	42
19	11940	533.2	606.0		6234		6306		3694		9927	41
20	12000	533.0	606.5	2,7	6451	2,7	6525	1,2	3475	1,9	9926	40
21	12060	532.7	607.0		6667		6742		3258		9926	39
22	12120	532.5	607.5		6883		6958		3042		9925	38
23	12180	532.2	608.0		7097		7173		2827		9924	37
24	12240	532.0	608.5		7310		7387		2613		9923	36
25	12300	531.7	609.0	2,7	7522	2,7	7600	1,2	2400	1,9	9923	35
26	12360	531.5	609.5		7733		7811		2189		9922	34
27	12420	531.2	610.0		7943		8022		1978		9921	33
28	12480	531.0	610.5		8152		8232		1768		9920	32
29	12540	530.7	611.0		8360		8441		1559		9920	31
30	12600	530.5	611.6	2,7	8568	2,7	8649	1,2	1351	1,9	9919	30
31	12660	530.2	612.1		8774		8855		1145		9918	29
32	12720	530.0	612.6		8979		9061		0939		9917	28
33	12780	529.7	613.1		9183		9266		0734		9917	27
34	12840	529.4	613.6		9386		9470		0530		9916	26
35	12900	529.2	614.2	2,7	9588	2,7	9673	1,2	0327	1,9	9915	25
36	12960	528.9	614.7		9789		9875		0125		9914	24
37	13020	528.6	615.2	2,7	9990	2,8	0076	1,1	9924		9913	23
38	13080	528.4	615.8		0189		0277		9723		9913	22
39	13140	528.1	616.3		0388		0476		9524		9912	21
40	13200	527.8	616.8	2,8	0585	2,8	0674	1,1	9326	1,9	9911	20
41	13260	527.6	617.4		0782		0872		9128		9910	19
42	13320	527.3	617.9		0978		1068		8932		9909	18
43	13380	527.0	618.5		1173		1264		8736		9909	17
44	13440	526.8	619.0		1367		1459		8541		9908	16
45	13500	526.5	619.6	2,8	1560	2,8	1653	1,1	8347	1,9	9907	15
46	13560	526.2	620.1		1752		1846		8154		9906	14
47	13620	525.9	620.7		1944		2038		7962		9905	13
48	13680	525.6	621.2		2134		2230		7770		9904	12
49	13740	525.4	621.8		2324		2420		7580		9904	11
50	13800	525.1	622.4	2,8	2513	2,8	2610	1,1	7390	1,9	9903	10
51	13860	524.8	622.9		2701		2799		7201		9902	9
52	13920	524.5	623.5		2888		2987		7013		9901	8
53	13980	524.2	624.1		3075		3175		6825		9900	7
54	14040	523.9	624.6		3261		3361		6639		9899	6
55	14100	523.7	625.2	2,8	3446	2,8	3547	1,1	6453	1,9	9898	5
56	14160	523.4	625.8		3630		3732		6268		9898	4
57	14220	523.1	626.4		3813		3916		6084		9897	3
58	14280	522.8	627.0		3996		4100		5900		9896	2
59	14340	522.5	627.5		4177		4282		5718		9895	1
60	14400	522.2	628.1	2,8	4358	2,8	4464	1,1	5536	1,9	9894	0
r	"	6,68	6,68		Σuv.		Σq.		Eq.		Hμ.	r
		S	T									

182 181 180 179

6	18,2	18,1	18,0	17,9
7	21,2	21,1	21,0	20,9
8	24,3	24,1	24,0	23,9
9	27,3	27,2	27,0	26,9
10	30,3	30,2	30,0	29,8
20	60,7	60,3	60,0	59,7
30	91,0	90,5	90,0	89,5
40	121,3	120,7	120,0	119,3
50	151,7	150,8	150,0	149,2

178 177 176 175

6	17,8	17,7	17,6	17,5
7	20,8	20,7	20,5	20,4
8	23,7	23,6	23,5	23,3
9	26,7	26,6	26,4	26,3
10	29,7	29,5	29,3	29,2
20	59,3	59,0	58,7	58,3
30	89,0	88,5	88,0	87,5
40	118,7	118,0	117,3	116,7
50	148,3	147,5	146,7	145,8

174 173 172 171

6	17,4	17,3	17,2	17,1
7	20,3	20,2	20,1	20,0
8	23,3	23,1	22,9	22,8
9	26,4	26,0	25,8	25,7
10	29,0	28,8	28,7	28,5
20	58,0	57,7	57,3	57,0
30	87,0	86,5	86,0	85,5
40	116,0	115,3	114,7	114,0
50	145,0	144,2	143,3	142,5

170 169 168 167

6	17,0	16,9	16,8	16,7
7	19,8	19,7	19,6	19,5
8	22,7	22,5	22,4	22,3
9	25,5	25,4	25,2	25,1
10	28,3	28,2	28,0	27,8
20	56,7	56,3	56,0	55,7
30	85,0	84,5	84,0	83,5
40	113,3	112,7	112,0	111,3
50	141,7	140,8	140,0	139,2

166 165 164 163

6	16,6	16,5	16,4	16,3
7	19,4	19,3	19,1	19,0
8	22,1	22,0	21,9	21,7
9	24,9	24,8	24,6	24,5
10	27,7	27,5	27,3	27,2
20	55,3	55,0	54,7	54,3
30	83,0	82,5	82,0	81,5
40	110,7	110,0	109,3	108,7
50	138,3	137,5	136,7	135,8

162 161 160 159

6	16,2	16,1	16,0	15,9
7	18,9	18,8	18,7	18,6
8	21,6	21,5	21,3	21,2
9	24,3	24,2	24,0	23,9
10	27,0	26,8	26,7	26,5
20	54,0	53,7	53,3	53,0
30	81,0	80,5	80,0	79,5
40	108,0	107,3	106,7	106,0
50	135,0	134,2	133,3	132,5

158 157 156 155

6	15,8	15,7	15,6	15,5
7	18,4	18,3	18,2	18,1
8	21,1	20,9	20,8	20,7
9	23,7	23,5	23,4	23,3
10	26,3	26,2	26,0	25,8
20	52,7	52,3	52,0	51,7
30	79,0	78,5	78,0	77,5
40	105,3	104,7	104,0	103,3
50	131,7	130,8	130,0	129,2

154 153 152 151

6	15,4	15,3	15,2	15,1
7	18,0	17,9	17,7	17,6
8	20,5	20,4	20,3	20,1
9	23,1	23,0	22,8	22,7
10	25,7	25,5	25,3	25,2
20	51,3	51,0	50,7	50,3
30	77,0	76,5	76,0	75,5
40	102,7	102,0	101,3	100,7
50	128,3	127,5	126,7	125,8

	H ₁	Δ	Eq.	Δ	Σq	Σuv	
0	2,84358	181	2,84464	182	1,15536	1,99894	60
1	4539	179	4646	180	5354	9843	59
2	4718	179	4826	180	5174	9842	58
3	4897	178	5006	179	4994	9841	57
4	5075	177	5185	178	4815	9841	56
5	2,85252	177	2,85363	178	1,14637	1,99890	55
6	5429	176	5540	177	4660	9889	54
7	5605	175	5717	177	4283	9888	53
8	5780	175	5893	176	4107	9887	52
9	5955	173	6069	176	3931	9886	51
10	2,86128	173	2,86243	174	1,13757	1,99885	50
11	6301	173	6417	174	3583	9884	49
12	6474	171	6591	174	3409	9883	48
13	6645	171	6763	172	3237	9882	47
14	6816	171	6935	172	3065	9881	46
15	2,86987	169	2,87106	171	1,12894	1,99880	45
16	7156	169	7277	171	2723	9879	44
17	7325	169	7447	170	2553	9879	43
18	7494	167	7616	169	2384	9878	42
19	7661	168	7785	169	2215	9877	41
20	2,87829	166	2,87953	167	1,12047	1,99876	40
21	7995	166	8120	167	1880	9875	39
22	8161	165	8287	166	1713	9874	38
23	8326	164	8453	165	1547	9873	37
24	8490	164	8618	165	1382	9872	36
25	2,88654	163	2,88783	165	1,11217	1,99871	35
26	8817	163	8948	163	1052	9870	34
27	8980	162	9111	163	0889	9869	33
28	9142	162	9274	163	0726	9868	32
29	9304	160	9437	161	0563	9867	31
30	2,89464	161	2,89598	162	1,10402	1,99866	30
31	9625	159	9760	160	0240	9865	29
32	9784	159	2,89920	160	1,10080	9864	28
33	2,89943	159	2,90080	160	1,09920	9863	27
34	2,90102	158	0240	159	9760	9862	26
35	2,90260	157	2,90399	158	1,09601	1,99861	25
36	0417	157	0557	158	9443	9860	24
37	0574	156	0715	157	9285	9859	23
38	0730	155	0872	157	9128	9858	22
39	0885	155	1029	157	8971	9857	21
40	2,91040	155	2,91185	155	1,08815	1,99856	20
41	1195	154	1340	155	8660	9855	19
42	1349	153	1495	155	8505	9854	18
43	1502	153	1650	155	8350	9853	17
44	1655	153	1803	154	8197	9852	16
45	2,91807	152	2,91957	153	1,08043	1,99851	15
46	1959	152	2110	152	7890	9850	14
47	2110	151	2262	152	7738	9848	13
48	2261	151	2414	152	7586	9847	12
49	2411	150	2565	151	7435	9846	11
50	2,92561	149	2,92716	150	1,07284	1,99845	10
51	2710	149	2866	150	7134	9844	9
52	2859	148	3016	149	6984	9843	8
53	3007	147	3165	148	6835	9842	7
54	3154	147	3313	148	6687	9841	6
55	2,93301	147	2,93462	149	1,06538	1,99840	5
56	3448	147	3609	147	6391	9839	4
57	3594	146	3756	147	6244	9838	3
58	3740	146	3903	146	6097	9837	2
59	3885	145	4049	146	5951	9836	1
60	2,94030	145	2,94195	146	1,05805	1,99834	0
	Σuv	Δ	Σq	Δ	Eq	H ₁	

°	Huc.		Eq.		Σφ.	Σuv
	λ	Δ	λ	Δ		
0	2,94030	144	2,94195	145	1,05805	1,99834 60
1	4174	143	4340	145	5660	9833 59
2	4317	144	4485	145	5545	9832 58
3	4461	142	4630	143	5370	9831 57
4	4603	143	4773	144	5227	9830 56
5	2,94746	141	2,94917	143	1,05083	1,99829 55
6	4887	142	5060	142	4940	9828 54
7	5029	141	5202	142	4798	9827 53
8	5170	140	5344	142	4656	9825 52
9	5310	140	5486	142	4514	9824 51
10	2,95450	139	2,95627	140	1,04373	1,99823 50
11	5589	139	5767	141	4233	9822 49
12	5728	139	5908	139	4092	9821 48
13	5867	138	6047	140	3953	9820 47
14	6005	138	6187	138	3813	9819 46
15	2,96143	137	2,96325	139	1,03675	1,99817 45
16	6280	137	6464	138	3536	9816 44
17	6417	136	6602	137	3398	9815 43
18	6553	136	6739	138	3261	9814 42
19	6689	136	6877	138	3123	9813 41
20	2,96825	135	2,97013	137	1,02987	1,99812 40
21	6960	135	7150	135	2850	9810 39
22	7095	134	7285	136	2715	9809 38
23	7229	134	7421	135	2579	9808 37
24	7363	133	7556	135	2444	9807 36
25	2,97496	133	2,97691	134	1,02309	1,99806 35
26	7629	133	7825	134	2175	9804 34
27	7762	132	7959	133	2041	9803 33
28	7894	132	8092	133	1908	9802 32
29	8026	131	8225	133	1775	9801 31
30	2,98157	131	2,98358	132	1,01642	1,99800 30
31	8288	131	8490	132	1510	9798 29
32	8419	130	8622	131	1378	9797 28
33	8549	130	8753	131	1247	9796 27
34	8679	129	8884	131	1116	9795 26
35	2,98808	129	2,99015	130	1,00985	1,99793 25
36	8937	129	9145	130	8555	9792 24
37	9066	129	9275	130	8425	9791 23
38	9194	128	9405	129	8295	9790 22
39	9322	128	9534	128	8166	9788 21
40	2,99450	127	2,99662	129	1,00338	1,99787 20
41	9577	127	9799	128	8029	9786 19
42	9704	126	2,99919	127	1,00081	9785 18
43	9830	126	1,00016	128	0,99954	9783 17
44	2,99956	126	0174	127	9826	9782 16
45	1,00082	125	1,00301	126	0,99699	1,99781 15
46	0207	125	0427	126	9573	9780 14
47	0332	125	0553	126	9447	9778 13
48	0456	124	0679	126	9321	9777 12
49	0581	123	0805	125	9195	9776 11
50	1,00704	124	1,00930	125	0,99070	1,99775 10
51	0828	123	1055	124	8945	9773 9
52	0951	123	1179	124	8821	9772 8
53	1074	122	1303	124	8697	9771 7
54	1197	122	1427	124	8573	9769 6
55	1,01318	122	1,01550	123	0,98450	1,99768 5
56	1440	122	1673	123	8327	9767 4
57	1561	121	1796	123	8204	9765 3
58	1682	121	1918	122	8082	9764 2
59	1803	121	2040	122	7960	9763 1
60	1,01923	120	1,02162	121	0,97838	1,99761 0
	Σuv	Δ	Σφ.	Δ	Eq.	Hμ

150 149 148 147

6	15,0	14,9	14,8	14,7
7	17,5	17,4	17,3	17,2
8	20,0	19,9	19,7	19,6
9	22,5	22,4	22,2	22,1
10	25,0	24,8	24,7	24,5
20	50,0	49,7	49,3	49,0
30	75,0	74,5	74,0	73,5
40	100,0	99,3	98,7	98,0
50	125,0	124,2	123,3	122,5

146 145 144 143

6	14,6	14,5	14,4	14,3
7	17,0	16,9	16,8	16,7
8	19,5	19,3	19,2	19,1
9	21,9	21,8	21,6	21,5
10	24,3	24,2	24,0	23,8
20	48,7	48,3	48,0	47,7
30	73,0	72,5	72,0	71,5
40	97,3	96,7	96,0	95,3
50	121,7	120,8	120,0	119,2

142 141 140 139

6	14,2	14,1	14,0	13,9
7	16,6	16,5	16,3	16,2
8	18,9	18,8	18,7	18,5
9	21,3	21,2	21,0	20,9
10	23,7	23,5	23,3	23,2
20	47,3	47,0	47,7	46,3
30	71,0	70,5	70,0	69,5
40	94,7	94,0	93,3	92,7
50	118,3	117,5	116,7	115,8

138 137 136 135

6	13,8	13,7	13,6	13,5
7	16,1	16,0	15,9	15,8
8	18,4	18,3	18,1	18,0
9	20,7	20,6	20,4	20,3
10	23,0	22,8	22,7	22,5
20	46,0	45,7	45,3	45,0
30	69,0	68,5	68,0	67,5
40	92,0	91,3	90,7	90,0
50	115,0	114,2	113,3	112,5

134 133 132 131

6	13,4	13,3	13,2	13,1
7	15,6	15,5	15,4	15,3
8	17,9	17,7	17,6	17,5
9	20,1	20,0	19,8	19,7
10	22,3	22,2	22,0	21,8
20	44,7	44,3	44,0	43,7
30	67,0	66,5	66,0	65,5
40	89,3	88,7	88,0	87,3
50	111,7	110,8	110,0	109,2

130 129 128 127

6	13,0	12,9	12,8	12,7
7	15,2	15,1	14,9	14,8
8	17,3	17,2	17,1	16,9
9	19,5	19,4	19,2	19,1
10	21,7	21,5	21,3	21,2
20	43,3	43,0	42,7	42,3
30	65,0	64,5	64,0	63,5
40	86,7	86,0	85,3	84,7
50	108,3	107,5	106,7	105,8

126 125 124 123

6	12,6	12,5	12,4	12,3
7	14,7	14,6	14,5	14,4
8	16,8	16,7	16,5	16,4
9	18,9	18,8	18,6	18,5
10	21,0	20,8	20,7	20,5
20	42,0	41,7	41,3	41,0
30	63,0	62,5	62,0	61,5
40	84,0	83,3	82,7	82,0
50	105,0	104,2	103,8	102,5

122 121 120 2

6	12,2	12,1	12,0	0,2
7	14,2	14,1	14,0	0,2
8	16,3	16,1	16,0	0,3
9	18,3	18,2	18,0	0,3
10	20,3	20,2	20,0	0,3
20	40,7	40,3	40,0	0,7
30	61,0	60,5	60,0	1,0
40	81,3	80,7	80,0	1,3
50	101,7	100,0	100,0	1,7

r	Hμ.		Eq.		Σφ.		Συυ.	
		Δ		Δ				
0	1,08589	103	1,08914	105	0,91086	1,99675	60	
1	8692	103	9019	104	0981	9674	59	
2	8795	102	9123	104	0877	9672	58	
3	8897	102	9227	103	0773	9670	57	
4	8999	102	9330	104	0670	9669	56	
5	1,09101	101	1,09434	103	0,90566	1,99677	55	
6	9202	102	9537	103	0666	9666	54	
7	9304	101	9640	102	0360	9664	53	
8	9405	101	9742	103	0258	9663	52	
9	9506	101	9845	102	0155	9661	51	
10	1,09606	101	1,09947	102	0,90053	1,99659	50	
11	9707	100	1,10049	101	0,89951	9658	49	
12	9807	100	0150	102	9850	9656	48	
13	1,09907	99	0252	101	9748	9655	47	
14	1,10006	100	0353	101	9647	9653	46	
15	1,10106	99	1,10454	101	0,89546	1,99651	45	
16	0205	99	0555	101	9445	9650	44	
17	0304	99	0656	101	9344	9648	43	
18	0402	98	0756	100	9244	9647	42	
19	0501	99	0856	100	9144	9645	41	
20	1,10599	98	1,10956	100	0,89044	1,99643	40	
21	0697	98	1056	99	8944	9642	39	
22	0795	98	1155	99	8845	9640	38	
23	0893	98	1254	99	8746	9638	37	
24	0990	97	1353	99	8647	9637	36	
25	1,11087	97	1,1452	99	0,88548	1,99635	35	
26	1184	97	1551	99	8449	9633	34	
27	1281	97	1649	98	8351	9632	33	
28	1377	96	1747	98	8253	9630	32	
29	1474	97	1845	98	8155	9629	31	
30	1,11570	96	1,11943	98	0,88057	1,99627	30	
31	1666	95	2040	97	7960	9625	29	
32	1761	95	2138	98	7862	9624	28	
33	1857	96	2235	97	7765	9622	27	
34	1952	95	2332	97	7668	9620	26	
35	1,12047	95	1,12428	96	0,87572	1,99618	25	
36	2142	95	2525	97	7475	9617	24	
37	2236	94	2621	96	7379	9615	23	
38	2331	95	2717	96	7283	9613	22	
39	2425	94	2813	96	7187	9612	21	
40	1,12519	93	1,12909	95	0,87091	1,99610	20	
41	2612	94	3004	95	6996	9608	19	
42	2706	93	3099	95	6901	9607	18	
43	2799	93	3194	95	6806	9605	17	
44	2892	93	3289	95	6711	9603	16	
45	1,12985	93	1,13384	95	0,86616	1,99601	15	
46	3078	93	3478	94	6522	9600	14	
47	3171	93	3573	95	6427	9598	13	
48	3263	92	3667	94	6333	9596	12	
49	3355	92	3761	94	6239	9595	11	
50	1,13447	92	1,13854	93	0,86146	1,99593	10	
51	3539	91	3948	93	6052	9591	9	
52	3630	92	4041	93	5959	9589	8	
53	3722	91	4134	93	5866	9588	7	
54	3813	91	4227	93	5773	9586	6	
55	1,13904	90	1,14320	92	0,85680	1,99584	5	
56	3994	91	4412	92	5588	9582	4	
57	4085	91	4504	92	5496	9581	3	
58	4175	90	4597	93	5403	9579	2	
59	4266	91	4688	91	5312	9577	1	
60	1,14356	90	1,14780	92	0,85220	1,99575	0	
	Συυ.	Δ	Σφ.	Δ	Eq.	Hμ.		

105 104

4	10,5	10,1
7	12,9	12,1
8	14,0	13,9
9	15,8	15,6
10	17,5	17,5
20	35,0	34,7
30	52,5	52,0
40	70,0	69,3
50	87,5	86,7

103 102

6	10,3	10,2
7	12,0	11,9
8	13,7	13,6
9	15,5	15,3
10	17,2	17,0
20	34,3	34,0
30	51,5	51,0
40	68,7	68,0
50	85,8	85,0

101 100

6	10,1	10,0
7	11,8	11,7
8	13,5	13,3
9	15,2	15,0
10	16,8	16,7
20	33,7	33,3
30	50,5	50,0
40	67,3	66,7
50	84,2	83,3

99 98

6	9,9	9,8
7	11,6	11,4
8	13,2	13,1
9	14,9	14,7
10	16,5	16,3
20	33,0	32,7
30	49,5	49,0
40	66,0	65,3
50	82,5	81,7

97 96

6	9,7	9,6
7	11,3	11,2
8	12,9	12,8
9	14,6	14,4
10	16,2	16,0
20	32,3	32,0
30	48,5	48,0
40	64,7	64,0
50	80,8	80,0

95 94

6	9,5	9,4
7	11,1	11,0
8	12,7	12,5
9	14,3	14,1
10	15,8	15,7
20	31,7	31,3
30	47,5	47,0
40	63,3	62,7
50	79,2	78,3

93 92

6	9,3	9,2
7	10,9	10,7
8	12,4	12,3
9	14,0	13,8
10	15,5	15,3
20	31,0	30,7
30	46,5	46,0
40	62,0	61,3
50	77,5	76,7

91 90

6	9,1	9,0
7	10,6	10,5
8	12,1	12,0
9	13,7	13,5
10	15,2	15,0
20	30,3	30,0
30	45,5	45,0
40	60,7	60,0
50	75,8	75,0

92 91
 6 9,2 9,1
 7 10,7 10,6
 8 12,3 12,1
 9 13,8 13,7
 10 15,3 15,2
 20 30,7 30,3
 30 46,0 45,5
 40 61,3 60,7
 50 76,7 75,8

90 89
 6 9,0 8,9
 7 10,5 10,4
 8 12,0 11,9
 9 13,5 13,4
 10 15,0 14,8
 20 30,0 29,7
 30 45,0 44,5
 40 60,0 59,3
 50 75,0 74,3

88 87
 6 8,8 8,7
 7 10,3 10,2
 8 11,7 11,6
 9 13,2 13,1
 10 14,7 14,5
 20 29,3 29,0
 30 44,0 43,5
 40 58,7 58,0
 50 73,3 72,5

86 85
 6 8,6 8,5
 7 10,0 9,9
 8 11,5 11,3
 9 12,9 12,8
 10 14,3 14,2
 20 28,7 28,3
 30 43,0 42,5
 40 57,3 56,7
 50 71,7 70,8

84 83
 6 8,4 8,3
 7 9,8 9,7
 8 11,2 11,1
 9 12,6 12,5
 10 14,0 13,8
 20 28,0 27,7
 30 42,0 41,5
 40 56,0 55,8
 50 70,0 69,2

82 81
 6 8,2 8,1
 7 9,6 9,5
 8 10,9 10,8
 9 12,3 12,2
 10 13,7 13,5
 20 27,3 27,0
 30 41,0 40,5
 40 54,7 54,0
 50 68,3 67,5

	Πμ.		Eq.		Σφ.		Σuv.	
		Δ		Δ		Δ		Δ
0	τ, 1 4356	89	τ, 1 4780	92	0,8 5220		τ, 9 9575	60
1	4445	90	4872	91	5128		9574	59
2	4535	89	4963	91	5037		9572	58
3	4624	90	5054	91	4946		9570	57
4	4714	89	5145	91	4855		9568	56
5	τ, 1 4803	88	τ, 1 5236	91	0,8 4764		τ, 9 9566	55
6	4891	89	5327	90	4673		9565	54
7	4980	89	5417	91	4583		9563	53
8	5069	88	5508	90	4492		9561	52
9	5157	88	5598	90	4402		9559	51
10	τ, 1 5245	88	τ, 1 5688	89	0,8 4312		τ, 9 9557	50
11	5333	88	5777	90	4223		9556	49
12	5421	87	5867	89	4133		9554	48
13	5508	88	5956	90	4044		9552	47
14	5596	87	6046	89	3954		9550	46
15	τ, 1 5683	87	τ, 1 6135	89	0,8 3865		τ, 9 9548	45
16	5770	87	6224	88	3776		9546	44
17	5857	87	6312	88	3688		9545	43
18	5944	87	6401	89	3599		9543	42
19	6030	86	6489	88	3511		9541	41
20	τ, 1 6116	87	τ, 1 6577	88	0,8 3423		τ, 9 9539	40
21	6203	86	6665	88	3335		9537	39
22	6289	85	6753	88	3247		9535	38
23	6374	86	6841	88	3159		9533	37
24	6460	85	6928	87	3072		9532	36
25	τ, 1 6545	86	τ, 1 7016	88	0,8 2984		τ, 9 9530	35
26	6631	85	7103	87	2897		9528	34
27	6716	85	7190	87	2810		9526	33
28	6801	85	7277	87	2723		9524	32
29	6886	84	7363	86	2637		9522	31
30	τ, 1 6970	85	τ, 1 7450	86	0,8 2550		τ, 9 9520	30
31	7055	84	7536	86	2464		9518	29
32	7139	84	7622	86	2378		9517	28
33	7223	84	7708	86	2292		9515	27
34	7307	84	7794	86	2206		9513	26
35	τ, 1 7391	83	τ, 1 7880	85	0,8 2120		τ, 9 9511	25
36	7474	84	7965	85	2035		9509	24
37	7558	83	8051	86	1949		9507	23
38	7641	83	8136	85	1864		9505	22
39	7724	83	8221	85	1779		9503	21
40	τ, 1 7807	83	τ, 1 8306	85	0,8 1694		τ, 9 9501	20
41	7890	83	8391	85	1609		9499	19
42	7973	82	8475	84	1525		9497	18
43	8055	82	8560	85	1440		9495	17
44	8137	82	8644	84	1356		9494	16
45	τ, 1 8220	82	τ, 1 8728	84	0,8 1272		τ, 9 9492	15
46	8302	81	8812	84	1188		9490	14
47	8383	81	8896	84	1104		9488	13
48	8465	82	8979	83	1021		9486	12
49	8547	82	9063	84	0937		9484	11
50	τ, 1 8628	81	τ, 1 9146	83	0,8 0854		τ, 9 9482	10
51	8709	81	9229	83	0771		9480	9
52	8790	81	9312	83	0688		9478	8
53	8871	81	9395	83	0605		9476	7
54	8952	81	9478	83	0522		9474	6
55	τ, 1 9033	80	τ, 1 9561	83	0,8 0439		τ, 9 9472	5
56	9113	80	9643	82	0357		9470	4
57	9193	80	9725	82	0275		9468	3
58	9273	80	9807	82	0193		9466	2
59	9353	80	9889	82	0111		9464	1
60	τ, 1 9433	80	τ, 1 9971	82	0,8 0029		τ, 9 9462	0
	Σuv.	Δ	Σφ.	Δ	Eq.		Πμ.	

	H _μ	Δ	Exp.	Δ	Σ _μ	Σ _ν	
0	1,19433	80	1,19971	82	0,80029	1,99462	80
1	9543	79	1,20053	81	0,79947	9460	59
2	9542	80	0134	82	9866	9458	58
3	9672	79	0216	81	9784	9456	57
4	9751	79	0297	81	9703	9454	56
5	1,13830	79	1,20378	81	0,79622	1,99452	55
6	9909	79	0459	81	9541	9450	54
7	1,19988	79	0540	81	9460	9448	53
8	1,20067	78	0621	81	9379	9446	52
9	0145	78	0701	80	9299	9444	51
10	1,20223	79	1,20782	80	0,79218	1,99442	50
11	0302	78	0862	80	9138	9440	49
12	0380	78	0942	80	9058	9438	48
13	0458	78	1022	80	8978	9436	47
14	0535	77	1102	80	8898	9434	46
15	1,20613	78	1,21182	79	0,78818	1,99432	45
16	0691	77	1261	80	8739	9429	44
17	0768	77	1341	80	8659	9427	43
18	0845	77	1420	79	8580	9425	42
19	0922	77	1499	79	8501	9423	41
20	1,20999	77	1,21578	79	0,78422	1,99421	40
21	1076	77	1657	79	8343	9419	39
22	1153	76	1736	78	8264	9417	38
23	1229	77	1814	79	8186	9415	37
24	1306	76	1893	78	8107	9413	36
25	1,21382	76	1,21971	78	0,78029	1,99411	35
26	1458	76	2049	78	7951	9409	34
27	1534	76	2127	78	7873	9407	33
28	1610	75	2205	78	7795	9404	32
29	1685	76	2283	78	7717	9402	31
30	1,21761	75	1,22361	77	0,77639	1,99400	30
31	1836	76	2438	78	7562	9398	29
32	1912	75	2516	77	7484	9396	28
33	1987	75	2593	77	7407	9394	27
34	2062	75	2670	77	7330	9392	26
35	1,22137	74	1,22747	77	0,77253	1,99390	25
36	2211	75	2824	77	7176	9388	24
37	2286	75	2901	76	7099	9385	23
38	2361	74	2977	77	7023	9383	22
39	2435	74	3054	77	6946	9381	21
40	1,22509	74	1,23130	76	0,76870	1,99379	20
41	2583	74	3200	77	6794	9377	19
42	2657	74	3283	76	6717	9375	18
43	2731	74	3359	76	6641	9372	17
44	2805	73	3435	75	6565	9370	16
45	1,22878	74	1,23510	76	0,76490	1,99368	15
46	2952	73	3586	75	6414	9366	14
47	3025	73	3661	75	6339	9364	13
48	3098	73	3737	75	6263	9362	12
49	3171	73	3812	75	6188	9359	11
50	1,23244	73	1,23887	75	0,76113	1,99357	10
51	3317	72	3962	75	6038	9355	9
52	3390	73	4037	75	5963	9353	8
53	3462	73	4112	74	5888	9351	7
54	3535	72	4186	75	5814	9348	6
55	1,23607	72	1,24261	74	0,75739	1,99346	5
56	3679	72	4335	74	5665	9344	4
57	3752	73	4410	74	5590	9342	3
58	3823	72	4484	74	5516	9340	2
59	3895	72	4558	74	5442	9337	1
60	1,23967	72	1,24632	74	0,75368	1,99335	0

80 79

6	8,0	7,9
7	9,3	9,2
8	10,7	10,5
9	12,0	11,9
10	13,3	13,2
20	26,7	26,3
30	40,0	39,5
40	53,3	52,7
50	66,7	65,8

78 77

6	7,8	7,7
7	9,1	9,0
8	10,4	10,3
9	11,7	11,6
10	13,0	12,8
20	26,0	25,7
30	39,0	38,5
40	52,9	51,3
50	65,0	64,2

76 75

6	7,6	7,5
7	8,9	8,8
8	10,1	10,0
9	11,4	11,3
10	12,7	12,5
20	25,2	25,0
30	38,0	37,5
40	50,7	50,0
50	63,3	62,5

74 73

6	7,4	7,3
7	8,6	8,5
8	9,9	9,7
9	11,1	11,0
10	12,3	12,2
20	24,7	24,3
30	37,0	36,5
40	49,3	48,7
50	61,7	60,8

72 71

6	7,2	7,1
7	8,4	8,3
8	9,6	9,5
9	10,8	10,7
10	12,0	11,8
20	24,0	23,7
30	36,0	35,5
40	48,0	47,3
50	60,0	59,2

3 3

6	0,3	0,2
7	0,4	0,2
8	0,4	0,3
9	0,5	0,3
10	0,5	0,3
20	1,0	0,7
30	1,5	1,0
40	2,0	1,3
50	2,5	1,7

74 73

6	7,4	7,3
7	8,6	8,5
8	9,9	9,7
9	11,1	11,0
10	12,3	12,2
20	24,7	24,3
30	37,0	36,5
40	49,3	48,7
50	61,0	60,8

72 71

6	7,2	7,1
7	8,4	8,3
8	9,6	9,5
9	10,8	10,7
10	12,0	11,8
20	24,0	23,7
30	36,0	35,5
40	48,0	47,3
50	60,0	59,2

70 69

6	7,0	6,9
7	8,2	8,1
8	9,3	9,2
9	10,5	10,4
10	11,7	11,5
20	23,3	23,0
30	35,0	34,5
40	46,7	46,0
50	58,3	57,5

68 67

6	6,8	6,7
7	7,9	7,8
8	9,1	8,9
9	10,2	10,1
10	11,3	11,2
20	22,7	22,3
30	34,0	33,5
40	45,3	44,7
50	56,7	55,8

66 65

6	6,6	6,5
7	7,7	7,6
8	8,8	8,7
9	9,9	9,8
10	11,0	10,8
20	22,0	21,7
30	33,0	32,5
40	44,0	43,3
50	55,0	54,2

3 2

6	0,3	0,2
7	0,4	0,2
8	0,4	0,3
9	0,5	0,3
10	0,5	0,3
20	1,0	0,7
30	1,5	1,0
40	2,0	1,3
50	2,5	1,7

	И.и.	Δ	Е.φ.	Λ	Σφ.	Συv.	Δ	
0	τ,2 3967		τ,2 4632		0,7 5368	τ,9 9335		80
1	4039	72	4706	74	5294	9333	2	59
2	4110	71	4779	73	5221	9331	3	58
3	4181	71	4853	74	5147	9328	2	57
4	4253	72	4926	73	5074	9326	2	56
5	τ,2 4324	71	τ,2 5000	74	0,7 5000	τ,9 9324	2	55
6	4395	74	5073	73	4927	9322	2	54
7	4466	71	5146	73	4854	9319	3	53
8	4536	70	5219	73	4781	9317	2	52
9	4607	71	5292	73	4708	9315	2	51
		70		73			2	
10	τ,2 4677		τ,2 5365		0,7 4635	τ,9 9313		50
11	4748	71	5437	72	4563	9310	3	49
12	4818	70	5510	73	4490	9308	2	48
13	4888	70	5582	72	4418	9306	2	47
14	4958	70	5655	73	4345	9304	3	46
15	τ,2 5028	70	τ,2 5727	72	0,7 4273	τ,9 9301	2	45
16	5098	70	5799	72	4201	9299	2	44
17	5168	70	5871	72	4129	9297	3	43
18	5237	69	5943	72	4057	9294	2	42
19	5307	70	6015	72	3985	9292	2	41
		69		71			2	
20	τ,2 5376		τ,2 6086		0,7 3914	τ,9 9290		40
21	5445	69	6158	72	3842	9288	2	39
22	5514	69	6229	71	3771	9285	3	38
23	5583	69	6301	72	3699	9283	2	37
24	5652	69	6372	71	3628	9281	2	36
25	τ,2 5721	69	τ,2 6443	71	0,7 3557	τ,9 9278	3	35
26	5790	69	6514	71	3486	9276	2	34
27	5858	68	6585	71	3415	9274	3	33
28	5927	69	6655	70	3345	9271	2	32
29	5995	68	6726	71	3274	9269	2	31
		68		71			2	
30	τ,2 6063		τ,2 6797		0,7 3203	τ,9 9267		30
31	6131	68	6867	70	3133	9264	3	29
32	6199	68	6937	70	3063	9262	2	28
33	6267	68	7008	71	2992	9260	3	27
34	6335	68	7078	70	2922	9257	3	26
35	τ,2 6403	68	τ,2 7148	70	0,7 2852	τ,9 9255	2	25
36	6470	67	7218	70	2782	9252	3	24
37	6538	68	7288	70	2712	9250	2	23
38	6605	67	7357	69	2643	9248	2	22
39	6672	67	7427	70	2573	9245	3	21
		67		69			2	
40	τ,2 6739		τ,2 7496		0,7 2504	τ,9 9243		20
41	6806	67	7566	70	2434	9241	2	19
42	6873	67	7635	69	2365	9238	3	18
43	6940	67	7704	69	2296	9236	2	17
44	7007	67	7773	69	2227	9233	3	16
45	τ,2 7073	66	τ,2 7842	69	0,7 2158	τ,9 9231	2	15
46	7140	67	7911	69	2089	9229	2	14
47	7206	66	7980	69	2020	9226	3	13
48	7273	67	8049	69	1951	9224	2	12
49	7339	66	8117	68	1883	9221	3	11
		66		69			2	
50	τ,2 7405		τ,2 8186		0,7 1814	τ,9 9219		10
51	7471	66	8254	68	1746	9217	2	9
52	7537	66	8323	69	1677	9214	3	8
53	7602	65	8391	68	1609	9212	2	7
54	7668	66	8459	68	1541	9209	3	6
55	τ,2 7734	66	τ,2 8527	68	0,7 1473	τ,9 9207	2	5
56	7799	65	8595	67	1405	9204	3	4
57	7864	65	8662	67	1338	9202	2	3
58	7930	66	8730	68	1270	9200	2	2
59	7995	65	8798	68	1202	9197	3	1
		65		67			2	
60	τ,2 8060		τ,2 8865		0,7 1135	τ,9 9195		0
		Δ		Δ			Δ	
	Συv.		Σφ.		Е.φ.	И.и.		

r	Hp.		Eq.		Σφ.		Σuv		Δ
		Λ		Λ					
0	1,2 8060	65	1,2 8865	68	0,7 1135	1,9 9195	3	60	
1	8125	65	8933	67	1067	9192	2	59	
2	8190	64	9000	67	1000	9190	3	58	
3	8254	65	9067	67	0933	9187	2	57	
4	8319	65	9134	67	0866	9185	3	56	
5	1,2 8384	64	1,2 9201	67	0,7 0799	1,9 9182	2	55	
6	8448	64	9268	67	0732	9180	3	54	
7	8512	65	9335	67	0665	9177	2	53	
8	8577	64	9402	66	0598	9175	3	52	
9	8641	64	9468	66	0532	9172	2	51	
		64		67					
10	1,2 8705	64	1,2 9535	66	0,7 0465	1,9 9170	3	50	
11	8769	64	9601	66	0399	9167	2	49	
12	8833	63	9668	66	0332	9165	3	48	
13	8896	64	9734	66	0266	9162	2	47	
14	8960	64	9800	66	0200	9160	3	46	
15	1,2 9024	63	1,2 9866	66	0,7 0134	1,9 9157	2	45	
16	9087	63	9932	66	0068	9155	3	44	
17	9150	64	1,2 9998	66	0,7 0002	9152	2	43	
18	9214	63	1,3 0064	66	0,6 9936	9150	3	42	
19	9277	63	0130	65	9870	9147	2	41	
		63		65					
20	1,2 9340	63	1,3 0195	66	0,6 9805	1,9 9145	3	40	
21	9403	63	0261	65	9739	9142	2	39	
22	9466	63	0326	65	9674	9140	3	38	
23	9529	62	0391	66	9609	9137	2	37	
24	9591	63	0457	65	9543	9135	3	36	
25	1,2 9654	62	1,3 0522	65	0,6 9478	1,9 9132	2	35	
26	9716	63	0587	65	9413	9130	3	34	
27	9779	62	0652	65	9348	9127	2	33	
28	9841	62	0717	65	9283	9124	3	32	
29	9903	63	0782	64	9218	9122	2	31	
		63		64					
30	1,2 9966	62	1,3 0846	65	0,6 9154	1,9 9119	2	30	
31	1,3 0028	62	0911	64	9089	9117	3	29	
32	0090	61	0975	65	9025	9114	2	28	
33	0151	61	1040	64	8960	9112	3	27	
34	0213	61	1104	64	8896	9109	2	26	
35	1,3 0275	62	1,3 1168	65	0,6 8832	1,9 9106	2	25	
36	0336	62	1233	64	8767	9104	3	24	
37	0398	61	1297	64	8703	9101	2	23	
38	0459	61	1361	64	8639	9099	3	22	
39	0521	61	1425	64	8575	9096	2	21	
		61		64					
40	1,3 0582	61	1,3 1489	63	0,6 8511	1,9 9093	2	20	
41	0643	61	1552	64	8448	9091	3	19	
42	0704	61	1616	63	8384	9088	2	18	
43	0765	61	1679	64	8321	9086	3	17	
44	0826	61	1743	63	8257	9083	2	16	
45	1,3 0887	60	1,3 1806	64	0,6 8194	1,9 9080	2	15	
46	0947	61	1870	63	8130	9078	3	14	
47	1008	60	1933	63	8067	9075	2	13	
48	1068	61	1996	63	8004	9072	3	12	
49	1129	60	2059	63	7941	9070	2	11	
		60		63					
50	1,3 1189	61	1,3 2122	63	0,6 7878	1,9 9067	2	10	
51	1250	60	2185	63	7815	9064	3	9	
52	1310	60	2248	63	7752	9062	2	8	
53	1370	60	2311	62	7689	9059	3	7	
54	1430	60	2373	63	7627	9056	2	6	
55	1,3 1490	59	1,3 2436	62	0,6 7564	1,9 9054	2	5	
56	1549	60	2498	63	7502	9051	3	4	
57	1609	60	2561	62	7439	9048	2	3	
58	1669	60	2623	62	7377	9046	3	2	
59	1728	59	2685	62	7315	9043	2	1	
		60		62					
60	1,3 1788	Δ	1,3 2747	Δ	0,6 7253	1,9 9040	3	0	
	Σuv.	Δ	Σφ.	Δ	Eq.	Hp.	Δ	r	

68 67

6 6,8 6,7
7 7,9 7,8
8 9,1 8,9
9 10,2 10,1
10 11,3 11,2
20 22,7 22,3
30 31,0 31,5
40 45,3 44,7
50 56,7 55,8

66 65

6 6,6 6,5
7 7,7 7,6
8 8,8 8,7
9 9,9 9,8
10 11,0 10,8
20 22,0 21,7
30 33,0 32,5
40 44,0 43,3
50 55,0 54,2

64 63

6 6,1 6,3
7 7,5 7,4
8 8,5 8,4
9 9,6 9,5
10 10,7 10,5
20 21,3 21,0
30 32,0 31,5
40 42,7 42,0
50 53,3 52,5

62 61

6 6,2 6,1
7 7,2 7,1
8 8,3 8,1
9 9,3 9,2
10 10,3 10,2
20 20,7 20,3
30 31,0 30,5
40 41,3 40,7
50 51,7 50,8

60 59

6 6,0 5,9
7 7,0 6,9
8 8,0 7,9
9 9,0 8,9
10 10,0 9,8
20 20,0 19,7
30 30,0 29,5
40 40,0 39,3
50 50,0 49,2

3 2

6 0,3 0,2
7 0,4 0,2
8 0,4 0,3
9 0,5 0,3
10 0,5 0,3
20 1,0 0,7
30 1,5 1,0
40 2,0 1,3
50 2,5 1,7

63 62

6	6,3	6,2
7	7,4	7,2
8	8,1	8,3
9	9,5	9,3
10	10,5	10,3
20	21,0	20,7
30	31,5	31,0
40	42,0	41,3
50	52,5	51,7

61 60

6	6,1	6,0
7	7,1	7,0
8	8,1	8,0
9	9,2	9,0
10	10,2	10,0
20	20,3	20,0
30	30,5	30,0
40	40,7	40,0
50	50,8	50,0

59 58

6	5,9	5,8
7	6,9	6,8
8	7,9	7,7
9	8,0	8,7
10	9,8	9,7
20	19,7	19,3
30	29,5	29,0
40	39,3	38,7
50	49,2	48,3

57 56

6	5,7	5,6
7	6,7	6,5
8	7,6	7,5
9	8,6	8,4
10	9,5	9,3
20	19,0	18,7
30	28,5	28,0
40	38,0	37,3
50	47,5	46,7

55 3

6	5,5	0,3
7	6,4	0,4
8	7,3	0,4
9	8,3	0,5
10	9,2	0,5
20	18,3	1,0
30	27,5	1,5
40	36,7	2,0
50	45,8	2,5

2

6	0,2
7	0,2
8	0,3
9	0,3
10	0,3
20	0,7
30	1,0
40	1,3
50	1,7

	Ил.	Λ	Eq.	Λ	Σq.	Σuv.	Λ	
0	1,3 1788	59	1,3 2747	63	0,6 7253	1,9 9040	2	60
1	1847	60	2810	62	7190	9038	3	59
2	1907	59	2872	61	7128	9035	3	58
3	1966	59	2933	61	7067	9032	3	57
4	2025	59	2995	62	7005	9030	2	56
5	1,3 2084	59	1,3 3057	62	0,6 6943	1,9 9027	3	55
6	2143	59	3119	61	6881	9024	2	54
7	2202	59	3180	62	6820	9022	3	53
8	2261	59	3242	62	6758	9019	3	52
9	2319	58	3303	61	6697	9016	3	51
10	1,3 2378	59	1,3 3365	61	0,6 6635	1,9 9013	2	50
11	2437	58	3426	61	6574	9011	3	49
12	2495	58	3487	61	6513	9008	3	48
13	2553	59	3548	61	6452	9005	3	47
14	2612	58	3609	61	6391	9002	3	46
15	1,3 2670	58	1,3 3670	61	0,6 6330	1,9 9000	2	45
16	2728	58	3731	61	6269	8997	3	44
17	2786	58	3792	61	6208	8994	3	43
18	2844	58	3853	61	6147	8991	2	42
19	2902	58	3913	60	6087	8989	2	41
20	1,3 2960	58	1,3 3974	61	0,6 6026	1,9 8986	3	40
21	3018	57	4034	60	5966	8983	3	39
22	3075	58	4095	61	5905	8980	3	38
23	3133	57	4155	60	5845	8978	3	37
24	3190	58	4215	60	5785	8975	3	36
25	1,3 3248	57	1,3 4276	61	0,6 5724	1,9 8972	3	35
26	3305	57	4336	60	5664	8969	3	34
27	3362	57	4396	60	5604	8967	2	33
28	3420	58	4456	60	5544	8964	3	32
29	3477	57	4516	60	5484	8961	3	31
30	1,3 3534	57	1,3 4576	59	0,6 5424	1,9 8958	3	30
31	3591	56	4635	60	5365	8955	2	29
32	3647	57	4695	60	5305	8953	3	28
33	3704	57	4755	60	5245	8950	3	27
34	3761	57	4814	59	5186	8947	3	26
35	1,3 3818	56	1,3 4874	60	0,6 5126	1,9 8944	3	25
36	3874	57	4933	59	5067	8941	3	24
37	3931	56	4992	59	5008	8938	3	23
38	3987	56	5051	60	4949	8936	2	22
39	4043	56	5111	60	4889	8933	3	21
40	1,3 4100	56	1,3 5170	59	0,6 4830	1,9 8930	3	20
41	4156	56	5229	59	4771	8927	3	19
42	4212	56	5288	59	4712	8924	3	18
43	4268	56	5347	58	4653	8921	3	17
44	4324	56	5405	58	4595	8919	2	16
45	1,3 4380	56	1,3 5464	59	0,6 4536	1,9 8916	3	15
46	4436	55	5523	59	4477	8913	3	14
47	4491	56	5581	58	4419	8910	3	13
48	4547	55	5640	59	4360	8907	3	12
49	4602	56	5698	58	4302	8904	3	11
50	1,3 4658	55	1,3 5757	58	0,6 4243	1,9 8901	3	10
51	4713	56	5815	58	4185	8898	3	9
52	4769	55	5873	58	4127	8896	2	8
53	4824	55	5931	58	4069	8893	3	7
54	4879	55	5989	58	4011	8890	3	6
55	1,3 4934	55	1,3 6047	58	0,6 3953	1,9 8887	3	5
56	4989	55	6105	58	3895	8884	3	4
57	5044	55	6163	58	3837	8881	3	3
58	5099	55	6221	58	3779	8878	3	2
59	5154	55	6279	58	3721	8875	3	1
60	1,3 5209	55	1,3 6336	57	0,6 3664	1,9 8872	3	0
	Σuv.	Λ	Σq.	Λ	Eq.	Ил.	Λ	

/	Hμ.		Eq.		Σφ.		Συv.		/
		Δ		Δ		Δ		Δ	
0	1,3 5209	54	1,3 6336	58	0,6 3664	1,9 8872	3	60	
1	5263	55	6394	58	3606	8869	3	59	
2	5318	55	6452	57	3548	8867	3	58	
3	5373	54	6509	57	3491	8864	3	57	
4	5427	54	6566	58	3434	8861	3	56	
5	1,3 5481	55	1,3 6624	57	0,6 3376	1,9 8858	3	55	
6	5536	54	6681	57	3319	8855	3	54	
7	5590	54	6738	57	3262	8852	3	53	
8	5644	54	6795	57	3205	8849	3	52	
9	5698	54	6852	57	3148	8846	3	51	
10	1,3 5752	54	1,3 6909	57	0,6 3091	1,9 8843	3	50	
11	5806	54	6966	57	3034	8840	3	49	
12	5860	54	7023	57	2977	8837	3	48	
13	5914	54	7080	57	2920	8834	3	47	
14	5968	54	7137	56	2863	8831	3	46	
15	1,3 6022	53	1,3 7193	57	0,6 2807	1,9 8828	3	45	
16	6075	54	7250	56	2750	8825	3	44	
17	6129	53	7306	57	2694	8822	3	43	
18	6182	54	7363	56	2637	8819	3	42	
19	6236	53	7419	57	2581	8816	3	41	
20	1,3 6289	53	1,3 7476	56	0,6 2524	1,9 8813	3	40	
21	6342	53	7532	56	2468	8810	3	39	
22	6395	54	7588	56	2412	8807	3	38	
23	6449	53	7644	56	2356	8804	3	37	
24	6502	53	7700	56	2300	8801	3	36	
25	1,3 6555	53	1,3 7756	56	0,6 2244	1,9 8798	3	35	
26	6608	52	7812	56	2188	8795	3	34	
27	6660	53	7868	56	2132	8792	3	33	
28	6713	53	7924	56	2076	8789	3	32	
29	6766	53	7980	55	2020	8786	3	31	
30	1,3 6819	52	1,3 8035	56	0,6 1965	1,9 8783	3	30	
31	6871	53	8091	56	1909	8780	3	29	
32	6924	52	8147	55	1853	8777	3	28	
33	6976	52	8202	55	1798	8774	3	27	
34	7028	53	8257	56	1743	8771	3	26	
35	1,3 7081	52	1,3 8313	55	0,6 1687	1,9 8768	3	25	
36	7133	52	8368	55	1632	8765	3	24	
37	7185	52	8423	56	1577	8762	3	23	
38	7237	52	8479	55	1521	8759	3	22	
39	7289	52	8534	56	1466	8756	3	21	
40	1,3 7341	52	1,3 8589	55	0,6 1411	1,9 8753	3	20	
41	7393	52	8644	55	1356	8750	4	19	
42	7445	52	8699	55	1301	8746	3	18	
43	7497	52	8754	54	1246	8743	3	17	
44	7549	51	8808	55	1192	8740	3	16	
45	1,3 7600	52	1,3 8863	55	0,6 1137	1,9 8737	3	15	
46	7652	51	8918	54	1082	8734	3	14	
47	7703	51	8972	54	1028	8731	3	13	
48	7755	51	9027	55	973	8728	3	12	
49	7806	51	9082	54	918	8725	3	11	
50	1,3 7858	51	1,3 9136	54	0,6 864	1,9 8722	3	10	
51	7909	51	9190	55	810	8719	4	9	
52	7960	51	9245	54	755	8715	3	8	
53	8011	51	9299	54	701	8712	3	7	
54	8062	51	9353	54	647	8709	3	6	
55	1,3 8113	51	1,3 9407	54	0,6 593	1,9 8706	3	5	
56	8164	51	9461	54	539	8703	3	4	
57	8215	51	9515	54	485	8700	3	3	
58	8266	51	9569	54	431	8697	3	2	
59	8317	51	9623	54	377	8694	3	1	
60	1,3 8368	51	1,3 9677	54	0,6 323	1,9 8690	4	0	
	Συv.	Δ	Σφ.	Δ	Eq.	Hμ.			

58 57

6	5,8	5,7
7	6,8	6,7
8	7,7	7,6
9	8,7	8,6
10	9,7	9,5
20	19,3	19,0
30	29,0	28,5
40	38,7	38,0
50	48,3	47,5

56 55

6	5,6	5,5
7	6,5	6,4
8	7,5	7,3
9	8,4	8,3
10	9,3	9,2
20	18,7	18,3
30	28,0	27,5
40	37,3	36,7
50	46,7	45,8

54 53

6	5,4	5,3
7	6,3	6,2
8	7,2	7,1
9	8,1	8,0
10	9,0	8,8
20	18,0	17,7
30	27,0	26,5
40	36,0	35,3
50	45,0	44,2

52 51

6	5,2	5,1
7	6,1	6,0
8	6,9	6,8
9	7,8	7,7
10	8,7	8,5
20	17,3	17,0
30	26,0	25,5
40	34,7	34,0
50	43,3	42,5

4 3

6	0,4	0,3
7	0,5	0,4
8	0,5	0,4
9	0,6	0,5
10	0,7	0,5
20	1,3	1,0
30	2,0	1,5
40	2,7	2,0
50	3,3	2,5

2

6	0,2
7	0,2
8	0,3
9	0,3
10	0,3
20	0,7
30	1,0
40	1,3
50	1,7

54 53

6	5.4	5.3
7	6.3	6.2
8	7.2	7.1
9	8.1	8.0
10	9.0	8.8
20	18.0	17.7
30	27.0	26.5
40	36.0	35.3
50	45.0	44.2

52 51

6	5.2	5.1
7	6.1	6.0
8	6.9	6.8
9	7.8	7.7
10	8.7	8.5
20	17.3	17.0
30	26.0	25.5
40	34.7	34.0
50	43.3	42.5

50 49

6	5.0	4.9
7	5.8	5.7
8	6.7	6.5
9	7.5	7.4
10	8.3	8.2
20	16.7	16.3
30	25.0	24.5
40	33.3	32.7
50	41.7	40.8

48 47

6	4.8	4.7
7	5.6	5.5
8	6.4	6.3
9	7.2	7.1
10	8.0	7.8
20	16.0	15.7
30	24.0	23.5
40	32.0	31.3
50	40.0	39.2

4 3

6	0.4	0.3
7	0.5	0.4
8	0.5	0.4
9	0.6	0.5
10	0.7	0.5
20	1.3	1.0
30	2.0	1.5
40	2.7	2.0
50	3.3	2.5

	Hμ.	Δ	Eq.	Δ	Σφ.	Σφ.	Δ	
0	1,3 8368	50	1,3 9677	54	0,6 0323	1,9 8690	3	60
1	8448	54	9731	54	0269	8687	3	59
2	8469	50	9785	53	0215	8684	3	58
3	8519	54	9838	54	0162	8681	3	57
4	8570	50	9892	53	0108	8678	3	56
5	1,3 8620	50	1,3 9945	54	0,6 0055	1,9 8675	3	55
6	8670	50	1,3 9999	53	0,6 0001	8671	4	54
7	8721	50	1,4 0052	54	0,5 9948	8668	3	53
8	8771	50	0106	53	9894	8665	3	52
9	8821	50	0159	53	9841	8662	3	51
10	1,3 8871	50	1,4 0212	54	0,5 9788	1,9 8659	3	50
11	8921	50	0260	53	9734	8656	3	49
12	8971	50	0319	53	9681	8652	4	48
13	9021	50	0372	53	9628	8649	3	47
14	9071	50	0425	53	9575	8646	3	46
15	1,3 9121	49	1,4 0478	53	0,5 9522	1,9 8643	3	45
16	9170	50	0531	53	9469	8640	3	44
17	9220	50	0584	53	9416	8636	4	43
18	9270	49	0636	52	9364	8633	3	42
19	9319	50	0689	53	9311	8630	3	41
20	1,3 9369	49	1,4 0742	53	0,5 9258	1,9 8627	3	40
21	9418	49	0795	52	9205	8623	4	39
22	9467	50	0847	53	9153	8620	3	38
23	9517	49	0900	52	9100	8617	3	37
24	9566	49	0952	52	9048	8614	3	36
25	1,3 9615	49	1,4 1005	53	0,5 8995	1,9 8610	4	35
26	9664	49	1057	52	8943	8607	3	34
27	9713	49	1109	52	8891	8604	3	33
28	9762	49	1161	52	8839	8601	3	32
29	9811	49	1214	53	8786	8597	4	31
30	1,3 9860	49	1,4 1266	52	0,5 8734	1,9 8594	3	30
31	9909	49	1318	52	8682	8591	3	29
32	1,3 9958	48	1370	52	8630	8588	3	28
33	1,4 0006	49	1422	52	8578	8584	4	27
34	0055	48	1474	52	8526	8581	3	26
35	1,4 0103	49	1,4 1526	52	0,5 8474	1,9 8578	3	25
36	0152	48	1578	52	8422	8574	4	24
37	0200	48	1629	51	8371	8571	3	23
38	0249	49	1681	52	8319	8568	3	22
39	0297	49	1733	52	8267	8565	3	21
40	1,4 0346	48	1,4 1784	51	0,5 8216	1,9 8561	4	20
41	0394	48	1836	52	8164	8558	3	19
42	0442	48	1887	51	8113	8555	3	18
43	0490	48	1939	52	8061	8551	4	17
44	0538	48	1990	51	8010	8548	3	16
45	1,4 0586	48	1,4 2041	51	0,5 7959	1,9 8545	3	15
46	0634	48	2093	52	7907	8541	4	14
47	0682	48	2144	51	7856	8538	3	13
48	0730	48	2195	51	7805	8535	3	12
49	0778	48	2246	51	7754	8531	4	11
50	1,4 0825	48	1,4 2297	51	0,5 7703	1,9 8528	3	10
51	0873	48	2348	51	7652	8525	4	9
52	0921	47	2399	51	7601	8521	3	8
53	0968	48	2450	51	7550	8518	3	7
54	1016	47	2501	51	7499	8515	3	6
55	1,4 1063	48	1,4 2552	51	0,5 7448	1,9 8511	4	5
56	1111	47	2603	50	7397	8508	3	4
57	1158	47	2653	51	7347	8505	3	3
58	1205	47	2704	51	7296	8501	4	2
59	1252	48	2755	50	7245	8498	4	1
60	1,4 1300	48	1,4 2805	50	0,5 7195	1,9 8494	4	0
	Σφ.	Δ	Σφ.	Δ	Eq.	Hμ.	Δ	

ι	Ημ.	Δ	Εφ.	Δ	Σφ.	Συυ.	Δ	ι
0	1,4 1300		1,4 2805	51	0,5 7195	1,9 8494	3	60
1	1347	47	2856	50	7144	8491	3	59
2	1394	47	2906	51	7094	8488	4	58
3	1441	47	2957	50	7043	8484	3	57
4	1488	47	3007	50	6993	8481	4	56
5	1535	47	1,4 3057	51	0,5 6943	1,9 8477	3	55
6	1582	47	3108	50	6892	8474	3	54
7	1628	46	3158	50	6842	8471	4	53
8	1675	47	3208	50	6792	8467	3	52
9	1722	47	3258	50	6742	8464	3	51
		46		50			4	
10	1,4 1768		1,4 3308	50	0,5 6692	1,9 8460	3	50
11	1815	47	3358	50	6642	8457	4	49
12	1861	46	3408	50	6592	8453	3	48
13	1908	47	3458	50	6542	8450	3	47
14	1954	46	3508	50	6492	8447	4	46
15	1,4 2001		1,4 3558	50	0,5 6442	1,9 8443	3	45
16	2047	47	3607	49	6393	8440	4	44
17	2093	46	3657	50	6343	8436	3	43
18	2140	47	3707	50	6293	8433	4	42
19	2186	46	3756	49	6244	8429	4	41
		46		50			3	
20	1,4 2232		1,4 3806	49	0,5 6194	1,9 8426	4	40
21	2278	46	3855	50	6145	8422	3	39
22	2324	46	3905	49	6095	8419	3	38
23	2370	46	3954	50	6046	8415	3	37
24	2416	46	4004	49	5996	8412	3	36
25	1,4 2461		1,4 4053	49	0,5 5947	1,9 8409	4	35
26	2507	46	4102	49	5898	8405	3	34
27	2553	46	4151	50	5849	8402	4	33
28	2599	46	4201	49	5799	8398	3	32
29	2644	45	4250	49	5750	8395	3	31
		46		49			4	
30	1,4 2690		1,4 4299	49	0,5 5701	1,9 8391	3	30
31	2735	45	4348	49	5652	8388	4	29
32	2781	46	4397	49	5603	8384	3	28
33	2826	45	4446	49	5554	8381	4	27
34	2872	46	4495	49	5505	8377	4	26
35	1,4 2917		1,4 4544	48	0,5 5456	1,9 8373	3	25
36	2962	45	4592	48	5408	8370	3	24
37	3008	46	4641	49	5359	8366	3	23
38	3053	45	4690	49	5310	8363	4	22
39	3098	45	4738	48	5262	8359	4	21
		45		49			3	
40	1,4 3143		1,4 4787	49	0,5 5213	1,9 8356	4	20
41	3188	45	4836	49	5164	8352	3	19
42	3233	45	4884	48	5116	8349	4	18
43	3278	45	4933	49	5067	8345	3	17
44	3323	44	4981	48	5019	8342	4	16
45	1,4 3367		1,4 5029	49	0,5 4971	1,9 8338	4	15
46	3412	45	5078	48	4922	8334	3	14
47	3457	45	5126	48	4874	8331	4	13
48	3502	44	5174	48	4826	8327	3	12
49	3546	44	5222	48	4778	8324	3	11
		45		49			4	
50	1,4 3591		1,4 5271	48	0,5 4729	1,9 8320	3	10
51	3635	44	5319	48	4681	8317	4	9
52	3680	45	5367	48	4633	8313	4	8
53	3724	44	5415	48	4585	8309	3	7
54	3769	45	5463	48	4537	8306	4	6
55	1,4 3813		1,4 5511	48	0,5 4489	1,9 8302	3	5
56	3857	44	5559	47	4441	8299	4	4
57	3901	44	5606	47	4394	8295	4	3
58	3946	45	5654	48	4346	8291	3	2
59	3990	44	5702	48	4298	8288	3	1
		44		48			4	
60	1,4 4034		1,4 5750		0,5 4250	1,9 8284		0
		Δ		Δ			Δ	
	Συυ.		Σφ.		Εφ.	Ημ.		

51 50

6	5,1	5,0
7	6,0	5,8
8	6,8	6,7
9	7,7	7,5
10	8,5	8,3
20	17,0	16,7
30	25,5	25,0
40	34,0	33,3
50	42,5	41,7

49 48

6	4,9	4,8
7	5,7	5,6
8	6,5	6,4
9	7,4	7,2
10	8,2	8,0
20	16,3	16,0
30	24,5	24,0
40	32,7	32,0
50	40,8	40,0

47 46

6	4,7	4,6
7	5,5	5,4
8	6,3	6,1
9	7,1	6,9
10	7,8	7,7
20	15,7	15,3
30	23,5	23,0
40	31,3	30,7
50	39,2	38,3

45 44

6	4,5	4,4
7	5,3	5,1
8	6,0	5,9
9	6,8	6,6
10	7,5	7,3
20	15,0	14,7
30	22,5	22,0
40	30,0	29,3
50	37,5	36,7

4 3

6	0,4	0,3
7	0,5	0,4
8	0,5	0,4
9	0,6	0,5
10	0,7	0,5
20	1,3	1,0
30	2,0	1,5
40	2,7	2,0
50	3,3	2,5

48 47

6	4.8	4.7
7	5.6	5.5
8	6.4	6.3
9	7.2	7.1
10	8.0	7.8
20	16.0	15.7
30	24.0	23.5
40	32.0	31.3
50	40.0	39.2

46 45

6	4.6	4.5
7	5.4	5.3
8	6.1	6.0
9	6.9	6.8
10	7.7	7.5
20	15.3	15.0
30	23.0	22.5
40	30.7	30.0
50	38.3	37.5

44 43

6	4.4	4.3
7	5.1	5.0
8	5.9	5.7
9	6.6	6.5
10	7.3	7.2
20	14.7	14.3
30	22.0	21.5
40	29.3	28.7
50	36.7	35.8

42 41

6	4.2	4.1
7	4.9	4.8
8	5.6	5.5
9	6.3	6.2
10	7.0	6.8
20	14.0	13.7
30	21.0	20.5
40	28.0	27.3
50	35.0	34.2

4 3

6	0.4	0.3
7	0.5	0.4
8	0.5	0.4
9	0.6	0.5
10	0.7	0.5
20	1.3	1.0
30	2.0	1.5
40	2.7	2.0
50	3.3	2.5

	H _μ .		Eq.		Σ _q .		Σ _{uv} .		Δ			
0	1.4	4034	44	1.4	5750	47	0.5	4250	1.9	8284	3	80
1		4078	44		5797	47		4203		8284	4	59
2		4122	44		5845	48		4155		8277	4	58
3		4166	44		5892	47		4108		8273	4	57
4		4210	44		5940	48		4060		8270	4	56
5	1.4	4253	43	1.4	5987	47	0.5	4013	1.9	8266	4	55
6		4297	44		6035	47		3965		8262	3	54
7		4341	44		6082	47		3918		8259	4	53
8		4385	44		6130	48		3870		8255	4	52
9		4428	43		6177	47		3823		8251	4	51
10		4472	44		6224	47	0.5	3776	1.9	8248	4	50
11		4516	44		6271	47		3729		8244	4	49
12		4559	43		6319	48		3681		8240	3	48
13		4602	43		6366	47		3634		8237	3	47
14		4646	44		6413	47		3587		8233	4	46
15	1.4	4689	43	1.4	6460	47	0.5	3540	1.9	8229	3	45
16		4733	44		6507	47		3493		8226	4	44
17		4776	43		6554	47		3446		8222	4	43
18		4819	43		6601	47		3399		8218	4	42
19		4862	43		6648	47		3352		8215	3	41
20		4905	43		6694	46	0.5	3306	1.9	8211	4	40
21		4948	43		6741	47		3259		8207	4	39
22		4992	44		6788	47		3212		8204	3	38
23		5035	43		6835	47		3165		8200	4	37
24		5077	42		6881	46		3119		8196	4	36
25	1.4	5120	43	1.4	6928	47	0.5	3072	1.9	8192	4	35
26		5163	43		6975	47		3025		8189	3	34
27		5206	43		7021	46		2979		8185	4	33
28		5249	43		7068	47		2932		8181	4	32
29		5292	43		7114	46		2886		8177	4	31
30		5334	42		7160	46	0.5	2840	1.9	8174	4	30
31		5377	43		7207	47		2793		8170	4	29
32		5419	42		7253	46		2747		8166	4	28
33		5462	43		7299	46		2701		8162	3	27
34		5504	42		7346	47		2654		8159	4	26
35	1.4	5547	43	1.4	7392	46	0.5	2608	1.9	8155	4	25
36		5589	43		7438	46		2562		8151	4	24
37		5632	43		7484	46		2516		8147	4	23
38		5674	42		7530	46		2470		8144	3	22
39		5716	42		7576	46		2424		8140	4	21
40		5758	42		7622	46	0.5	2378	1.9	8136	4	20
41	1.4	5801	43	1.4	7668	46		2332		8132	4	19
42		5843	42		7714	46		2286		8129	3	18
43		5885	42		7760	46		2240		8125	4	17
44		5927	42		7806	46		2194		8121	4	16
45	1.4	5969	42	1.4	7852	45	0.5	2148	1.9	8117	4	15
46		6011	42		7897	45		2103		8113	4	14
47		6053	42		7943	46		2057		8110	3	13
48		6095	42		7989	46		2011		8106	4	12
49		6136	41		8035	46		1965		8102	4	11
50		6178	42		8080	45	0.5	1920	1.9	8098	4	10
51	1.4	6220	42	1.4	8126	46		1874		8094	4	9
52		6262	42		8171	45		1829		8090	4	8
53		6303	41		8217	46		1783		8087	3	7
54		6345	42		8262	45		1738		8083	4	6
55	1.4	6386	41	1.4	8307	45	0.5	1693	1.9	8079	4	5
56		6428	42		8353	46		1647		8075	4	4
57		6469	41		8398	45		1602		8071	4	3
58		6511	42		8443	45		1557		8067	4	2
59		6552	41		8489	46		1511		8063	4	1
60		6594	42		8534	45	0.5	1466	1.9	8060	3	0
			Δ			Δ	Eq.		H _μ .		Δ	

°	Πμ		Εψ.		Σψ.		Σιν.	
		Δ		Δ		Δ		Δ
0	1,4 6594	41	1,4 8534	45	0,5 1466	1,9 8060	4	60
1	6635	41	8579	45	1421	8056	4	59
2	6676	41	8624	45	1376	8052	4	58
3	6717	41	8669	45	1331	8048	4	57
4	6758	42	8714	45	1286	8044	4	56
5	1,4 6800	41	1,4 8759	45	0,5 1241	1,9 8040	4	55
6	6841	41	8804	45	1196	8036	4	54
7	6882	41	8849	45	1151	8032	3	53
8	6923	41	8894	45	1106	8029	4	52
9	6964	41	8939	45	1061	8025	4	51
10	1,4 7005	40	1,4 8984	45	0,5 1016	1,9 8021	4	50
11	7045	41	9029	44	0971	8017	4	49
12	7086	41	9073	45	0927	8013	4	48
13	7127	41	9118	45	0882	8009	4	47
14	7168	41	9163	45	0837	8005	4	46
15	1,4 7209	40	1,4 9207	45	0,5 0793	1,9 8001	4	45
16	7249	41	9252	44	0748	7997	4	44
17	7290	41	9296	44	0704	7993	4	43
18	7330	41	9341	45	0659	7989	3	42
19	7371	41	9385	45	0615	7986	4	41
20	1,4 7411	41	1,4 9430	44	0,5 0570	1,9 7982	4	40
21	7452	40	9474	45	0526	7978	4	39
22	7492	41	9519	44	0481	7974	4	38
23	7533	41	9563	44	0437	7970	4	37
24	7573	40	9607	44	0393	7966	4	36
25	1,4 7613	40	1,4 9652	44	0,5 0348	1,9 7962	4	35
26	7654	41	9696	44	0304	7958	4	34
27	7694	40	9740	44	0260	7954	4	33
28	7734	40	9784	44	0216	7950	4	32
29	7774	40	9828	44	0172	7946	4	31
30	1,4 7814	40	1,4 9872	44	0,5 0128	1,9 7942	4	30
31	7854	40	9916	44	0084	7938	4	29
32	7894	40	1,4 9960	44	0,5 0040	7934	4	28
33	7934	40	1,5 0004	44	0,4 9996	7930	4	27
34	7974	40	0048	44	9952	7926	4	26
35	1,4 8014	40	1,5 0092	44	0,4 9908	1,9 7922	4	25
36	8054	40	0136	44	9864	7918	4	24
37	8094	40	0180	44	9820	7914	4	23
38	8133	39	0223	43	9777	7910	4	22
39	8173	40	0267	44	9733	7906	4	21
40	1,4 8213	39	1,5 0311	44	0,4 9689	1,9 7902	4	20
41	8252	40	0355	43	9645	7898	4	19
42	8292	40	0398	44	9602	7894	4	18
43	8332	40	0442	43	9558	7890	4	17
44	8371	39	0485	44	9515	7886	4	16
45	1,4 8411	39	1,5 0529	43	0,4 9471	1,9 7882	4	15
46	8450	40	0572	44	9428	7878	4	14
47	8490	40	0616	44	9384	7874	4	13
48	8529	39	0659	43	9341	7870	4	12
49	8568	39	0703	44	9297	7866	4	11
50	1,4 8607	39	1,5 0746	43	0,4 9254	1,9 7861	4	10
51	8647	40	0789	44	9211	7857	4	9
52	8686	39	0833	43	9167	7853	4	8
53	8725	39	0876	43	9124	7849	4	7
54	8764	39	0919	43	9081	7845	4	6
55	1,4 8803	39	1,5 0962	43	0,4 9038	1,9 7841	4	5
56	8842	39	1005	43	8995	7837	4	4
57	8881	39	1048	43	8952	7833	4	3
58	8920	39	1092	44	8908	7829	4	2
59	8959	39	1135	43	8865	7825	4	1
60	1,4 8998	39	1,5 1178	43	0,4 8822	1,9 7821	4	0
	Σιν	Δ	Σψ.	Δ	Εψ	Πμ		

45 44

6	4,5	4,4
7	5,3	5,1
8	6,0	5,9
9	6,8	6,6
10	7,5	7,3
20	15,0	14,7
30	22,5	22,0
40	30,0	29,3
50	37,5	36,7

43 42

6	4,3	4,2
7	5,0	4,9
8	5,7	5,6
9	6,5	6,3
10	7,2	7,0
20	14,3	14,0
30	21,5	21,0
40	28,7	28,0
50	35,8	35,0

41 42

6	4,1	4,0
7	4,8	4,7
8	5,5	5,3
9	6,2	6,0
10	6,8	6,7
20	13,7	13,3
30	20,5	20,0
40	27,3	26,7
50	34,2	33,3

39 5

6	3,9	0,5
7	4,6	0,6
8	5,2	0,7
9	5,9	0,8
10	6,5	0,8
20	13,0	1,7
30	19,5	2,5
40	26,0	3,3
50	32,5	4,2

4 3

6	0,4	0,3
7	0,5	0,4
8	0,5	0,4
9	0,6	0,5
10	0,7	0,5
20	1,3	1,0
30	2,0	1,5
40	2,7	2,0
50	3,3	2,5

	Hμ.	Δ	Eq.	Δ	Σφ.	Σuv.	Δ	
6 4.3								
7 5.0								
8 5.7								
9 6.5								
10 7.2								
20 14.3								
30 21.5								
40 28.7								
50 35.8								
42								
6 4.2								
7 4.9								
8 5.6								
9 6.3								
10 7.0								
20 14.0								
30 21.0								
40 28.0								
50 35.0								
41								
6 4.1								
7 4.8								
8 5.5								
9 6.2								
10 6.8								
20 13.7								
30 20.5								
40 27.3								
50 34.2								
39								
6 3.9								
7 4.6								
8 5.2								
9 5.9								
10 6.5								
20 13.0								
30 19.5								
40 26.0								
50 32.5								
38								
6 3.8								
7 4.4								
8 5.1								
9 5.7								
10 6.3								
20 12.7								
30 10.0								
40 25.3								
50 31.7								
37								
6 3.7								
7 4.3								
8 4.9								
9 5.6								
10 6.2								
20 12.3								
30 18.5								
40 24.7								
50 30.8								
36								
6 3.6								
7 4.2								
8 4.8								
9 5.4								
10 6.0								
20 12.0								
30 18.0								
40 24.0								
50 30.0								
4								
6 0.4								
7 0.5								
8 0.5								
9 0.6								
10 0.7								
20 1.3								
30 2.0								
40 2.7								
50 3.3								
0	1,4 8998	39	1,5 1178	43	0,4 8822	1,9 7821	4	60
1	9037	39	1221	43	8779	7817	5	59
2	9076	39	1264	42	8736	7812	4	58
3	9115	38	1306	43	8694	7808	4	57
4	9153	39	1349	43	8651	7804	4	56
5	1,4 9192	39	1,5 1392	43	0,4 8608	1,9 7800	4	55
6	9231	39	1435	43	8565	7796	4	54
7	9269	38	1478	43	8522	7792	4	53
8	9308	39	1520	42	8480	7788	4	52
9	9347	39	1563	43	8437	7784	4	51
		38		43			5	
10	1,4 9385	39	1,5 1606	42	0,4 8394	1,9 7779	4	50
11	9424	38	1648	43	8352	7775	4	49
12	9462	38	1691	43	8309	7771	4	48
13	9500	38	1734	43	8266	7767	4	47
14	9539	39	1776	42	8224	7763	4	46
15	1,4 9577	38	1,5 1819	42	0,4 8181	1,9 7759	5	45
16	9615	39	1861	42	8139	7754	4	44
17	9654	38	1903	43	8097	7750	4	43
18	9692	38	1946	43	8054	7746	4	42
19	9730	38	1988	42	8012	7742	4	41
		38		43			4	
20	1,4 9768	38	1,5 2031	42	0,4 7969	1,9 7738	4	40
21	9806	38	2073	42	7927	7734	5	39
22	9844	38	2115	42	7885	7729	4	38
23	9882	38	2157	42	7843	7725	4	37
24	9920	38	2200	43	7800	7721	4	36
25	1,4 9958	38	1,5 2242	42	0,4 7758	1,9 7717	4	35
26	1,4 9996	38	2284	42	7716	7713	5	34
27	1,5 0034	38	2326	42	7674	7708	4	33
28	0072	33	2368	42	7632	7704	4	32
29	0110	38	2410	42	7590	7700	4	31
		38		42			4	
30	1,5 0148	37	1,5 2452	42	0,4 7548	1,9 7696	5	30
31	0185	38	2494	42	7506	7691	4	29
32	0223	38	2536	42	7464	7687	4	28
33	0261	37	2578	42	7422	7683	4	27
34	0298	38	2620	41	7380	7679	5	26
35	1,5 0336	38	1,5 2661	42	0,4 7339	1,9 7674	4	25
36	0374	37	2703	42	7297	7670	4	24
37	0411	38	2745	42	7255	7666	4	23
38	0449	38	2787	42	7213	7662	5	22
39	0486	37	2829	42	7171	7657	4	21
		37		41			4	
40	1,5 0523	38	1,5 2870	42	0,4 7130	1,9 7653	4	20
41	0561	37	2912	41	7088	7649	4	19
42	0598	37	2953	41	7047	7645	5	18
43	0635	38	2995	42	7005	7640	4	17
44	0673	37	3037	41	6963	7636	4	16
45	1,5 0710	37	1,5 3078	42	0,4 6922	1,9 7632	4	15
46	0747	37	3120	41	6880	7628	5	14
47	0784	37	3161	41	6839	7623	4	13
48	0821	37	3202	41	6798	7619	4	12
49	0858	37	3244	42	6756	7615	4	11
		38		41			5	
50	1,5 0896	37	1,5 3285	42	0,4 6715	1,9 7610	4	10
51	0933	37	3327	41	6673	7606	4	9
52	0970	37	3368	41	6632	7602	5	8
53	1007	36	3409	41	6591	7597	4	7
54	1043	37	3450	41	6550	7593	4	6
55	1,5 1080	37	1,5 3492	42	0,4 6508	1,9 7589	5	5
56	1117	37	3533	41	6467	7584	4	4
57	1154	37	3574	41	6426	7580	4	3
58	1191	36	3615	41	6385	7576	5	2
59	1227	37	3656	41	6344	7571	4	1
		37		41			4	
60	1,5 1264		1,5 3697		0,4 6303	1,9 7567		0
		Δ		Δ				
	Σuv.		Σφ.		Eq.	Hμ.		

	Ημ.	Δ	Εφ.	Δ	Σφ.	Σφ.	Σφ.	Δ	
0	1,5 1264	37	1,5 3697	41	0,4 6303	1,9 7567	60		
1	1301	37	3738	41	6262	7563	59		
2	1338	36	3779	41	6221	7558	58		
3	1374	37	3820	41	6180	7554	57		
4	1411	36	3861	41	6139	7550	56		
5	1,5 1447	37	1,5 3902	41	0,4 6098	1,9 7545	55		
6	1484	36	3943	41	6057	7541	54		
7	1520	37	3984	41	6016	7536	53		
8	1557	36	4025	41	5975	7532	52		
9	1593	36	4065	40	5935	7528	51		
10	1,5 1629	37	1,5 4106	41	0,4 5894	1,9 7523	50		
11	1666	36	4147	41	5853	7519	49		
12	1702	36	4187	40	5813	7515	48		
13	1738	36	4228	41	5772	7510	47		
14	1774	36	4269	41	5731	7506	46		
15	1,5 1811	37	1,5 4309	40	0,4 5691	1,9 7501	45		
16	1847	36	4350	41	5650	7497	44		
17	1883	36	4390	40	5610	7492	43		
18	1919	36	4431	41	5569	7488	42		
19	1955	36	4471	40	5529	7484	41		
20	1,5 1991	36	1,5 4512	41	0,4 5488	1,9 7479	40		
21	2027	36	4552	40	5448	7475	39		
22	2063	36	4593	41	5407	7470	38		
23	2099	36	4633	40	5367	7466	37		
24	2135	36	4673	40	5327	7461	36		
25	1,5 2171	36	1,5 4714	41	0,4 5286	1,9 7457	35		
26	2207	35	4754	40	5246	7453	34		
27	2242	36	4794	40	5206	7448	33		
28	2278	36	4835	41	5165	7444	32		
29	2314	36	4875	40	5125	7439	31		
30	1,5 2350	35	1,5 4915	40	0,4 5085	1,9 7435	30		
31	2385	36	4955	40	5045	7430	29		
32	2421	36	4995	40	5005	7426	28		
33	2456	35	5035	40	4965	7421	27		
34	2492	35	5075	40	4925	7417	26		
35	1,5 2527	36	1,5 5115	40	0,4 4885	1,9 97412	25		
36	2563	35	5155	40	4845	7408	24		
37	2598	35	5195	40	4805	7403	23		
38	2634	36	5235	40	4765	7399	22		
39	2669	36	5275	40	4725	7394	21		
40	1,5 2705	35	1,5 5315	40	0,4 4685	1,9 7390	20		
41	2740	35	5355	40	4645	7385	19		
42	2775	36	5395	39	4605	7381	18		
43	2811	35	5434	40	4566	7376	17		
44	2846	35	5474	40	4526	7372	16		
45	1,5 2881	35	1,5 5514	40	0,4 4486	1,9 7367	15		
46	2916	35	5554	39	4446	7363	14		
47	2951	35	5593	40	4407	7358	13		
48	2986	35	5633	40	4367	7353	12		
49	3021	35	5673	39	4327	7349	11		
50	1,5 3056	36	1,5 5712	40	0,4 4288	1,9 7344	10		
51	3092	34	5752	39	4248	7340	9		
52	3126	35	5791	40	4209	7335	8		
53	3161	35	5831	39	4169	7331	7		
54	3196	35	5870	40	4130	7326	6		
55	1,5 3231	35	1,5 5910	39	0,4 4090	1,9 7322	5		
56	3266	35	5949	40	4051	7317	4		
57	3301	35	5989	40	4011	7312	3		
58	3336	35	6028	39	3972	7308	2		
59	3370	35	6067	39	3933	7303	1		
60	1,5 3405	Δ	1,5 6107	Δ	0,4 3893	1,9 7299	0		
	Σφ.		Σφ.		Εφ	Ημ.			

6	4,1
7	4,8
8	5,5
9	6,2
10	6,8
20	13,7
30	20,5
40	27,3
50	34,2
40	
9	4,0
7	4,7
8	5,3
9	6,0
10	6,7
20	13,3
30	20,0
40	26,7
50	33,3
39	
6	3,9
7	4,6
8	5,2
9	5,9
10	6,5
20	13,0
30	19,5
40	26,0
50	32,5
37	
6	3,7
7	4,3
8	4,9
9	5,6
10	6,2
20	12,3
30	18,5
40	24,7
50	30,8
36	
6	3,6
7	4,2
8	4,8
9	5,4
10	6,0
20	12,0
30	18,0
40	24,0
50	30,0
35	
6	3,5
7	4,1
8	4,7
9	5,3
10	5,8
20	11,7
30	17,5
40	23,3
50	29,2
34	
6	3,4
7	4,0
8	4,5
9	5,1
10	5,7
20	11,3
30	17,0
40	22,7
50	28,3
5	
6	0,5
7	0,6
8	0,7
9	0,8
10	0,8
20	1,7
30	2,0
40	3,3
50	4,2

	H _μ	Δ	Eφ	Δ	Σφ	Σ _{uv}	Δ	
6 3,0								
7 4,7								
8 5,3								
9 6,0								
10 6,7								
20 13,3								
30 20,0								
40 26,7								
50 33,3								
39								
6 3,9								
7 4,6								
8 5,2								
9 5,9								
10 6,5								
20 13,0								
30 19,5								
40 26,0								
50 32,5								
38								
6 3,8								
7 4,4								
8 5,1								
9 5,7								
10 6,3								
20 12,7								
30 19,0								
40 25,3								
50 31,7								
37								
6 3,7								
7 4,3								
8 4,9								
9 5,6								
10 6,2								
20 12,3								
30 18,5								
40 24,7								
50 30,8								
35								
6 3,5								
7 4,1								
8 4,7								
9 5,3								
10 5,8								
20 11,7								
30 17,5								
40 23,3								
50 29,2								
34								
6 3,4								
7 4,0								
8 4,5								
9 5,1								
10 5,7								
20 11,3								
30 17,0								
40 22,7								
50 28,3								
33								
6 3,3								
7 3,9								
8 4,4								
9 5,0								
10 5,5								
20 11,0								
30 16,5								
40 22,0								
50 27,5								
4								
6 0,4								
7 0,5								
8 0,5								
9 0,6								
10 0,7								
20 1,8								
30 2,0								
40 2,7								
50 3,3								
0	1,5 3405	35	1,5 6107	39	0,4 3893	1,9 7299	5	60
1	3440	35	6146	39	3854	7294	5	59
2	3475	34	6185	39	3815	7289	4	58
3	3509	35	6224	40	3776	7285	5	57
4	3544	34	6264	39	3736	7280	4	56
5	1,5 3578	35	1,5 6303	39	0,4 3697	1,9 7276	5	55
6	3613	35	6342	39	3658	7271	5	54
7	3647	34	6381	39	3619	7266	4	53
8	3682	35	6420	39	3580	7262	5	52
9	3716	34	6459	39	3541	7257	5	51
		35		39				
10	1,5 3751	34	1,5 6498	39	0,4 3502	1,9 7252	4	60
11	3785	35	6537	39	3463	7248	5	49
12	3819	34	6576	39	3424	7243	5	48
13	3854	35	6615	39	3385	7238	4	47
14	3888	34	6654	39	3346	7234	5	46
15	1,5 3922	34	1,5 6693	39	0,4 3307	1,9 7229	5	45
16	3957	35	6732	39	3268	7224	4	44
17	3991	34	6771	39	3229	7220	5	43
18	4025	34	6810	39	3190	7215	5	42
19	4059	34	6849	39	3151	7210	4	41
		34		38				
20	1,5 4093	34	1,5 6887	39	0,4 3113	1,9 7206	5	40
21	4127	34	6926	39	3074	7201	5	39
22	4161	34	6965	39	3035	7196	4	38
23	4195	34	7004	39	2996	7192	5	37
24	4229	34	7042	38	2958	7187	5	36
25	1,5 4263	34	1,5 7081	39	0,4 2919	1,9 7182	4	35
26	4297	34	7120	38	2880	7178	5	34
27	4331	34	7158	39	2842	7173	5	33
28	4365	34	7197	38	2803	7168	6	32
29	4399	34	7235	38	2765	7163	4	31
		34		39				
30	1,5 4433	33	1,5 7274	38	0,4 2726	1,9 7159	5	30
31	4466	34	7312	39	2688	7154	5	29
32	4500	34	7351	38	2649	7149	4	28
33	4534	34	7389	38	2611	7145	5	27
34	4567	33	7428	39	2572	7140	5	26
35	1,5 4601	34	1,5 7466	38	0,4 2534	1,9 7135	5	25
36	4635	34	7504	38	2496	7130	4	24
37	4668	33	7543	39	2457	7126	5	23
38	4702	34	7581	38	2419	7121	5	22
39	4735	33	7619	38	2381	7116	5	21
		34		39				
40	1,5 4769	33	1,5 7658	38	0,4 2342	1,9 7111	4	20
41	4802	33	7696	38	2304	7107	5	19
42	4836	34	7734	38	2266	7102	5	18
43	4869	33	7772	38	2228	7097	5	17
44	4903	34	7810	38	2190	7092	5	16
45	1,5 4936	33	1,5 7849	39	0,4 2151	1,9 7087	5	15
46	4969	33	7887	38	2113	7083	4	14
47	5003	34	7925	38	2075	7078	5	13
48	5036	33	7963	38	2037	7073	5	12
49	5069	33	8001	38	1999	7068	5	11
		33		38				
50	1,5 5102	34	1,5 8039	38	0,4 1961	1,9 7063	4	10
51	5136	34	8077	38	1923	7059	5	9
52	5169	33	8115	38	1885	7054	5	8
53	5202	33	8153	38	1847	7049	5	7
54	5235	33	8191	38	1809	7044	5	6
55	1,5 5268	33	1,5 8229	38	0,4 1771	1,9 7039	4	5
56	5301	33	8267	37	1733	7035	5	4
57	5334	33	8304	38	1696	7030	5	3
58	5367	33	8342	38	1658	7025	5	2
59	5400	33	8380	38	1620	7020	5	1
		38		38				
60	1,5 5433	Δ	1,5 8418	Δ	0,4 1582	1,9 7015	Δ	0
	Σ _{uv}		Σφ		Eφ	H _μ		

	Им.	Δ	Eq.	Δ	Σφ.	Σιν.	Δ	
0	τ,5 5433	33	τ,5 8448	37	0,4 1582	τ,9 7015	5	60
1	5466	33	8455	38	1545	7010	5	59
2	5499	33	8493	38	1507	7005	4	58
3	5532	32	8531	38	1469	7001	5	57
4	5564	33	8569	37	1431	6996	5	56
5	τ,5 5597	33	τ,5 8606	38	0,4 1394	τ,9 6991	5	55
6	5630	33	8644	37	1356	6986	5	54
7	5663	32	8681	37	1319	6981	5	53
8	5695	33	8719	38	1281	6976	5	52
9	5728	33	8757	38	1243	6971	5	51
		33		37				
10	τ,5 5761	32	τ,5 8794	38	0,4 1206	τ,9 6966	4	50
11	5793	33	8832	37	1168	6962	5	49
12	5826	32	8869	37	1131	6957	5	48
13	5858	33	8907	38	1093	6952	5	47
14	5891	32	8944	37	1056	6947	5	46
15	τ,5 5923	33	τ,5 8981	37	0,4 1019	τ,9 6942	5	45
16	5956	33	9019	38	0981	6937	5	44
17	5988	32	9056	37	0944	6932	5	43
18	6021	33	9094	38	0906	6927	5	42
19	6053	32	9131	37	0869	6922	5	41
		32		37				
20	τ,5 6085	33	τ,5 9168	37	0,4 0832	τ,9 6917	5	40
21	6118	32	9205	37	0795	6912	5	39
22	6150	32	9243	38	0757	6907	4	38
23	6182	33	9280	37	0720	6903	5	37
24	6215	32	9317	37	0683	6898	5	36
25	τ,5 6247	32	τ,5 9354	37	0,4 0646	τ,9 6893	5	35
26	6279	32	9391	37	0609	6888	5	34
27	6311	32	9429	38	0571	6883	5	33
28	6343	32	9466	37	0534	6878	5	32
29	6375	32	9503	37	0497	6873	5	31
		33		37				
30	τ,5 6408	32	τ,5 9540	37	0,4 0460	τ,9 6868	5	30
31	6440	32	9577	37	0423	6863	5	29
32	6472	32	9614	37	0386	6858	5	28
33	6504	32	9651	37	0349	6853	5	27
34	6536	32	9688	37	0312	6848	5	26
35	τ,5 6568	31	τ,5 9725	37	0,4 0275	τ,9 6843	5	25
36	6599	32	9762	37	0238	6838	5	24
37	6631	32	9799	37	0201	6833	5	23
38	6663	32	9835	36	0165	6828	5	22
39	6695	32	9872	37	0128	6823	5	21
		32		37				
40	τ,5 6727	32	τ,5 9909	37	0,4 0091	τ,9 6818	5	20
41	6759	31	9946	37	0054	6813	5	19
42	6790	32	τ,5 9983	36	0,4 0017	6808	5	18
43	6822	32	τ,6 0019	37	0,3 9981	6803	5	17
44	6854	32	0056	37	9944	6798	5	16
45	τ,5 6886	31	τ,6 0093	37	0,3 9907	τ,9 6793	5	15
46	6917	32	0130	36	9870	6788	5	14
47	6949	31	0166	36	9834	6783	5	13
48	6980	32	0203	37	9797	6778	5	12
49	7012	32	0240	37	9760	6772	6	11
		32		36				
50	τ,5 7044	31	τ,6 0276	37	0,3 9724	τ,9 6767	5	10
51	7075	32	0313	36	9687	6762	5	9
52	7107	32	0349	36	9651	6757	5	8
53	7138	31	0386	37	9614	6752	5	7
54	7169	31	0422	37	9578	6747	5	6
55	τ,5 7201	32	τ,6 0459	36	0,3 9541	τ,9 6742	5	5
56	7232	31	0495	36	9505	6737	5	4
57	7264	32	0532	37	9468	6732	5	3
58	7295	31	0568	36	9432	6727	5	2
59	7326	31	0605	37	9395	6722	5	1
		32		36				
60	τ,5 7358		τ,6 0641		0,3 9359	τ,9 6717		0
		Δ		Δ	Eq.	Им.	Δ	
	Σιν.		Σφ.					

38

6	3,8
7	4,4
8	5,1
9	5,7
10	6,3
20	12,7
30	19,0
40	25,3
50	31,7
	37
6	3,7
7	4,3
8	4,9
9	5,6
10	6,2
20	12,3
30	18,5
40	24,7
50	30,8
	36
6	3,6
7	4,2
8	4,8
9	5,4
10	6,0
20	12,0
30	18,0
40	24,0
50	30,0
	33
6	3,3
7	3,8
8	4,4
9	5,0
10	5,5
20	11,0
30	16,5
40	22,0
50	27,5
	32
6	3,2
7	3,7
8	4,3
9	4,8
10	5,3
20	10,7
30	16,0
40	21,3
50	26,7
	31
6	3,1
7	3,6
8	4,1
9	4,7
10	5,2
20	10,3
30	15,5
40	20,7
50	25,8
	6
6	0,6
7	0,7
8	0,8
9	0,9
10	1,0
20	2,0
30	3,0
40	4,0
50	5,0
	5
6	0,5
7	0,6
8	0,7
9	0,8
10	0,8
20	1,7
30	2,0
40	3,3
50	4,2

37
 6 3,7
 7 4,3
 8 4,9
 9 5,6
 10 6,2
 20 12,3
 30 18,5
 40 24,7
 50 30,8
 36
 6 3,6
 7 4,2
 8 4,8
 9 5,4
 10 6,0
 20 12,0
 30 18,0
 40 24,0
 50 30,0
 35
 6 3,5
 7 4,1
 8 4,7
 9 5,3
 10 5,8
 20 11,7
 30 17,5
 40 23,3
 50 29,2
 32
 6 3,2
 7 3,7
 8 4,3
 9 4,8
 10 5,3
 20 10,7
 30 16,0
 40 21,3
 50 26,7
 31
 6 3,1
 7 3,6
 8 4,1
 9 4,7
 10 5,2
 20 10,3
 30 15,5
 40 20,7
 50 25,8
 30
 6 3,0
 7 3,5
 8 4,0
 9 4,5
 10 5,0
 20 10,0
 30 15,0
 40 20,0
 50 25,0
 6
 6 0,6
 7 0,7
 8 0,8
 9 0,9
 10 1,0
 20 2,0
 30 3,0
 40 4,0
 50 5,0
 5
 6 0,5
 7 0,6
 8 0,7
 9 0,8
 10 0,8
 20 1,7
 30 2,5
 40 3,3
 50 4,2

	Ил.	Δ	Eq.	Δ	Σq.	Σuv.	Δ	
0	1,5 7358	31	1,6 0641	36	0,3 9359	1,9 6717	6	60
1	7389	31	0677	37	9323	6711	5	59
2	7420	31	0714	37	9286	6706	5	58
3	7451	31	0750	36	9250	6701	5	57
4	7482	32	0786	37	9214	6696	5	56
5	1,5 7514	31	1,6 0823	36	0,3 9177	1,9 6691	5	55
6	7545	31	0859	36	9141	6686	5	54
7	7576	31	0895	36	9105	6681	5	53
8	7607	31	0931	36	9069	6676	5	52
9	7638	31	0967	36	9033	6670	6	51
		31		37			5	
10	1,5 7669	31	1,6 1004	36	0,3 8995	1,9 6665	5	50
11	7700	31	1040	36	8960	6660	5	49
12	7731	31	1076	36	8924	6655	5	48
13	7762	31	1112	36	8888	6650	5	47
14	7793	31	1148	36	8852	6645	5	46
15	1,5 7824	31	1,6 1184	36	0,3 8816	1,9 6640	5	45
16	7855	30	1220	36	8780	6634	6	44
17	7885	31	1256	36	8744	6629	5	43
18	7916	31	1292	36	8708	6624	5	42
19	7947	31	1328	36	8672	6619	5	41
		31		36			5	
20	1,5 7978	30	1,6 1364	36	0,3 8636	1,9 6614	6	40
21	8008	31	1400	36	8600	6608	5	39
22	8039	31	1436	36	8564	6603	5	38
23	8070	31	1472	36	8528	6598	5	37
24	8101	30	1508	36	8492	6593	5	36
25	1,5 8131	31	1,6 1544	36	0,3 8456	1,9 6588	5	35
26	8162	31	1579	35	8421	6582	6	34
27	8192	30	1615	36	8385	6577	5	33
28	8223	31	1651	36	8349	6572	5	32
29	8253	30	1687	36	8313	6567	5	31
		31		35			5	
30	1,5 8284	30	1,6 1722	36	0,3 8278	1,9 6562	6	30
31	8314	30	1758	36	8242	6556	5	29
32	8345	31	1794	36	8206	6551	5	28
33	8375	30	1830	35	8170	6546	5	27
34	8406	31	1865	36	8135	6541	5	26
35	1,5 8436	30	1,6 1901	35	0,3 8099	1,9 6535	6	25
36	8467	31	1936	35	8064	6530	5	24
37	8497	30	1972	36	8028	6525	5	23
38	8527	30	2008	36	7992	6520	5	22
39	8557	30	2043	35	7957	6514	6	21
		31		36			5	
40	1,5 8588	30	1,6 2079	35	0,3 7921	1,9 6509	5	20
41	8618	30	2114	36	7886	6504	5	19
42	8648	30	2150	36	7850	6498	6	18
43	8678	30	2185	35	7815	6493	5	17
44	8709	31	2221	36	7779	6488	5	16
45	1,5 8739	30	1,6 2256	35	0,3 7744	1,9 6483	5	15
46	8769	30	2292	36	7708	6477	6	14
47	8799	30	2327	35	7673	6472	5	13
48	8829	30	2362	35	7638	6467	5	12
49	8859	30	2398	36	7602	6461	6	11
		30		35			5	
50	1,5 8889	30	1,6 2433	35	0,3 7567	1,9 6456	5	10
51	8919	30	2468	36	7532	6451	5	9
52	8949	30	2504	35	7496	6445	6	8
53	8979	30	2539	35	7461	6440	5	7
54	9000	30	2574	35	7426	6435	5	6
55	1,5 9039	30	1,6 2609	35	0,3 7391	1,9 6429	6	5
56	9069	30	2645	36	7355	6424	5	4
57	9098	29	2680	35	7320	6419	5	3
58	9128	30	2715	35	7285	6413	6	2
59	9158	30	2750	35	7250	6408	5	1
		30		35			5	
60	1,5 9188	30	1,6 2785	35	0,3 7215	1,9 6403	5	0
		Δ		Δ			Δ	
	Σuv.		Σq.		Eq.	Ил.		

	Ημ.	Δ	Εφ.	Δ	Σφ.	Συυ.	Δ
0	1,59188	30	1,62785	35	0,37215	1,96403	60
1	9218	29	2820	35	7180	6397	59
2	9247	30	2855	35	7145	6392	58
3	9277	30	2890	35	7110	6387	57
4	9307	29	2926	35	7074	6381	56
5	1,59336	30	1,62961	35	0,37039	1,96376	55
6	9366	30	2996	35	7004	6370	54
7	9396	30	3031	35	6969	6365	53
8	9425	29	3066	35	6934	6360	52
9	9455	29	3101	35	6899	6354	51
		29		34			50
10	1,59484	30	1,63135	35	0,36865	1,96349	6
11	9514	29	3170	35	6830	6343	49
12	9543	30	3205	35	6795	6338	48
13	9573	29	3240	35	6760	6333	47
14	9602	30	3275	35	6725	6327	46
15	1,59632	30	1,63310	35	0,36690	1,96322	45
16	9661	29	3345	34	6655	6316	44
17	9690	30	3379	35	6621	6311	43
18	9720	29	3414	35	6586	6305	42
19	9749	29	3449	35	6551	6300	41
		29		35			40
20	1,59778	30	1,63484	35	0,36516	1,96294	5
21	9808	29	3519	34	6481	6289	39
22	9837	29	3553	35	6447	6284	38
23	9866	29	3588	35	6412	6278	37
24	9895	29	3623	35	6377	6273	36
25	1,59924	30	1,63657	35	0,36343	1,96267	35
26	9954	29	3692	34	6308	6262	34
27	1,59983	29	3726	34	6274	6256	33
28	1,60012	29	3761	35	6239	6251	32
29	0041	29	3796	35	6204	6245	31
		29		34			30
30	1,60070	29	1,63830	35	0,36170	1,96240	6
31	0099	29	3865	34	6135	6234	29
32	0128	29	3899	35	6101	6229	28
33	0157	29	3934	34	6066	6223	27
34	0186	29	3968	35	6032	6218	26
35	1,60215	29	1,64003	34	0,35997	1,96212	25
36	0244	29	4037	35	5963	6207	24
37	0273	29	4072	35	5928	6201	23
38	0302	29	4106	34	5894	6196	22
39	0331	28	4140	34	5860	6190	21
		28		35			20
40	1,60359	29	1,64175	34	0,35825	1,96185	6
41	0388	29	4209	34	5791	6179	19
42	0417	29	4243	35	5757	6174	18
43	0446	29	4278	35	5722	6168	17
44	0474	28	4312	34	5688	6162	16
45	1,60503	29	1,64345	34	0,35654	1,96157	15
46	0532	29	4381	35	5619	6151	14
47	0561	29	4415	34	5585	6146	13
48	0589	28	4449	34	5551	6140	12
49	0618	29	4483	34	5517	6135	11
		28		34			10
50	1,60646	29	1,64517	35	0,35483	1,96129	6
51	0675	29	4552	34	5448	6123	9
52	0704	29	4586	34	5414	6118	8
53	0732	28	4620	34	5380	6112	7
54	0761	28	4654	34	5346	6107	6
55	1,60789	28	1,64688	34	0,35312	1,96101	5
56	0818	28	4722	34	5278	6095	4
57	0846	28	4756	34	5244	6090	3
58	0875	29	4790	34	5210	6084	2
59	0903	28	4824	34	5176	6079	1
		28		34			0
60	1,60931	28	1,64858	Δ	0,35142	1,96073	Δ
	Συυ.	Δ	Σφ.	Δ	Εφ.	Ημ.	Δ

36

6 3,6
7 4,2
8 4,8
9 5,4
10 6,0
20 12,0
30 18,0
40 24,0
50 30,0

35

6 5,5
7 4,1
8 4,7
9 5,3
10 5,8
20 11,7
30 17,5
40 23,3
50 29,2

34

6 3,4
7 4,0
8 4,5
9 5,1
10 5,7
20 11,3
30 17,0
40 22,7
50 28,3

30

6 3,0
7 3,5
8 4,0
9 4,5
10 5,0
20 10,0
30 15,0
40 20,0
50 25,0

29

6 2,9
7 3,4
8 3,9
9 4,4
10 4,8
20 9,7
30 14,5
40 19,3
50 24,2

28

6 2,8
7 3,3
8 3,7
9 4,2
10 4,7
20 9,3
30 14,0
40 18,7
50 23,3

6

6 0,6
7 0,7
8 0,8
9 0,9
10 1,0
20 2,0
30 3,0
40 4,0
50 5,0

5

6 0,5
7 0,6
8 0,7
9 0,8
10 0,8
20 1,7
30 2,5
40 3,3
50 4,2

34
 6 3,1
 7 4,0
 8 4,5
 9 5,1
 10 5,7
 20 11,3
 30 17,0
 40 22,7
 50 28,3

33
 6 3,3
 7 3,9
 8 4,1
 9 5,0
 10 5,5
 20 11,0
 30 16,5
 40 22,0
 50 27,5

29
 6 2,9
 7 3,4
 8 3,9
 9 4,1
 10 4,8
 20 9,7
 30 14,5
 40 19,3
 50 24,2

28
 6 2,8
 7 3,3
 8 3,7
 9 4,2
 10 4,7
 20 9,3
 30 14,0
 40 18,7
 50 23,3

27
 6 2,7
 7 3,2
 8 3,6
 9 4,1
 10 4,5
 20 9,0
 30 13,5
 40 18,0
 50 22,5

6
 6 0,6
 7 0,7
 8 0,8
 9 0,9
 10 1,0
 20 2,0
 30 3,0
 40 4,0
 50 5,0

5
 6 0,5
 7 0,6
 8 0,7
 9 0,8
 10 0,8
 20 1,7
 30 2,5
 40 3,3
 50 4,2

	H _μ	λ	E _μ	λ	Σ _μ	Σ _{μν}	λ	
0	1,6 0931	29	1,6 4858	34	0,3 5142	1,9 6073	6	60
1	0960	28	4892	34	5108	6067	5	59
2	0988	28	4926	34	5074	6062	6	58
3	1016	29	4960	34	5040	6056	6	57
4	1045	28	4994	34	5006	6050	5	56
5	1,6 1073	28	1,6 5028	34	0,3 4972	1,9 6045	6	55
6	1101	28	5062	34	4938	6039	5	54
7	1129	28	5096	34	4904	6034	6	53
8	1158	29	5130	34	4870	6028	6	52
9	1186	28	5164	34	4836	6022	6	51
10	1,6 1214	28	1,6 5197	34	0,3 4803	1,9 6017	5	50
11	1242	28	5231	34	4769	6011	6	49
12	1270	28	5265	34	4735	6005	6	48
13	1298	28	5299	34	4701	6000	5	47
14	1326	28	5333	34	4667	5994	6	46
15	1,6 1354	28	1,6 5366	34	0,3 4634	1,9 5988	6	45
16	1382	29	5400	34	4600	5982	5	44
17	1411	27	5434	33	4566	5977	6	43
18	1438	28	5467	34	4533	5971	6	42
19	1466	28	5501	34	4499	5965	6	41
20	1,6 1494	28	1,6 5535	33	0,3 4465	1,9 5960	5	40
21	1522	28	5568	34	4432	5954	6	39
22	1550	28	5602	34	4398	5948	6	38
23	1578	28	5636	34	4364	5942	6	37
24	1606	28	5669	34	4331	5937	5	36
25	1,6 1634	28	1,6 5703	33	0,3 4297	1,9 5931	6	35
26	1662	28	5736	34	4264	5925	6	34
27	1689	27	5770	34	4230	5920	5	33
28	1717	28	5803	33	4197	5914	6	32
29	1745	28	5837	34	4163	5908	6	31
30	1,6 1773	27	1,6 5870	34	0,3 4130	1,9 5902	6	30
31	1800	28	5904	33	4096	5897	5	29
32	1828	28	5937	34	4063	5891	6	28
33	1856	28	5971	34	4029	5885	6	27
34	1883	27	6004	33	3996	5879	6	26
35	1,6 1911	28	1,6 6038	33	0,3 3962	1,9 5873	6	25
36	1939	27	6071	33	3929	5868	5	24
37	1966	28	6104	34	3896	5862	6	23
38	1994	28	6138	33	3862	5856	6	22
39	2021	27	6171	33	3829	5850	6	21
40	1,6 2049	27	1,6 6204	34	0,3 3796	1,9 5844	6	20
41	2076	28	6238	33	3762	5839	5	19
42	2104	27	6271	33	3729	5833	6	18
43	2131	28	6304	33	3696	5827	6	17
44	2159	28	6337	34	3663	5821	6	16
45	1,6 2186	27	1,6 6371	33	0,3 3629	1,9 5815	6	15
46	2214	28	6404	33	3596	5810	5	14
47	2241	27	6437	33	3563	5804	6	13
48	2268	28	6470	33	3530	5798	6	12
49	2296	27	6503	34	3497	5792	6	11
50	1,6 2323	27	1,6 6537	33	0,3 3463	1,9 5786	6	10
51	2350	27	6570	33	3430	5780	5	9
52	2377	28	6603	33	3397	5775	6	8
53	2405	27	6636	33	3364	5769	6	7
54	2432	27	6669	33	3331	5763	6	6
55	1,6 2459	27	1,6 6702	33	0,3 3298	1,9 5757	6	5
56	2486	27	6735	33	3265	5751	6	4
57	2513	27	6768	33	3232	5745	6	3
58	2541	28	6801	33	3199	5739	6	2
59	2568	27	6834	33	3166	5733	6	1
60	1,6 2595	27	1,6 6867	33	0,3 3133	1,9 5728	5	0
	Σ _{μν}	λ	Σ _μ	λ	E _μ	H _μ	λ	

°	Hμ		Eq		Σq	Σuv	Λ	°
		Δ		Δ				
0	1,6 2595	27	1,6 6867	33	0,3 3133	1,9 5728	6	80
1	2622	27	6900	33	3100	5722	6	59
2	2649	27	6933	33	3067	5716	6	58
3	2676	27	6966	33	3034	5710	6	57
4	2703	27	6999	33	3001	5704	6	56
5	1,6 2730	27	1,6 7032	33	0,3 2968	1,9 5698	6	55
6	2757	27	7065	33	2935	5692	6	54
7	2784	27	7098	33	2902	5686	6	53
8	2811	27	7131	32	2869	5680	6	52
9	2838	27	7163	33	2837	5674	6	51
10	1,6 2865	27	1,6 7196	33	0,3 2804	1,9 5668	5	50
11	2892	26	7229	33	2771	5663	6	49
12	2918	27	7262	33	2738	5657	6	48
13	2945	27	7295	32	2705	5651	6	47
14	2972	27	7327	33	2673	5645	6	46
15	1,6 2999	27	1,6 7360	33	0,3 2640	1,9 5639	6	45
16	3026	26	7393	33	2607	5633	6	44
17	3052	26	7426	32	2574	5627	6	43
18	3079	27	7458	33	2542	5621	6	42
19	3106	27	7491	33	2509	5615	6	41
20	1,6 3133	26	1,6 7524	32	0,3 2476	1,9 5609	6	40
21	3159	27	7556	33	2444	5603	6	39
22	3186	27	7589	33	2411	5597	6	38
23	3213	27	7622	32	2378	5591	6	37
24	3239	26	7654	33	2346	5585	6	36
25	1,6 3266	27	1,6 7687	32	0,3 2313	1,9 5579	6	35
26	3292	26	7719	33	2281	5573	6	34
27	3319	27	7752	33	2248	5567	6	33
28	3345	26	7785	32	2215	5561	6	32
29	3372	27	7817	33	2183	5555	6	31
30	1,6 3398	26	1,6 7850	32	0,3 2150	1,9 5549	6	30
31	3425	27	7882	33	2118	5543	6	29
32	3451	26	7915	33	2085	5537	6	28
33	3478	27	7947	32	2053	5531	6	27
34	3504	26	7980	32	2020	5525	6	26
35	1,6 3531	26	1,6 8012	32	0,3 1988	1,9 5519	6	25
36	3557	26	8044	33	1956	5513	6	24
37	3583	26	8077	32	1923	5507	7	23
38	3610	27	8109	33	1891	5500	6	22
39	3636	26	8142	32	1858	5494	6	21
40	1,6 3662	27	1,6 8174	32	0,3 1826	1,9 5488	6	20
41	3689	26	8206	33	1794	5482	6	19
42	3715	26	8239	32	1761	5476	6	18
43	3741	26	8271	32	1729	5470	6	17
44	3767	26	8303	33	1697	5464	6	16
45	1,6 3794	27	1,6 8336	32	0,3 1664	1,9 5458	6	15
46	3820	26	8368	32	1632	5452	6	14
47	3846	26	8400	32	1600	5446	6	13
48	3872	26	8432	33	1568	5440	6	12
49	3898	26	8465	33	1535	5434	6	11
50	1,6 3924	26	1,6 8497	32	0,3 1503	1,9 5427	6	10
51	3950	26	8529	32	1471	5421	6	9
52	3976	26	8561	32	1439	5415	6	8
53	4002	26	8593	33	1407	5409	6	7
54	4028	26	8626	32	1374	5403	6	6
55	1,6 4054	26	1,6 8658	32	0,3 1342	1,9 5397	6	5
56	4080	26	8690	32	1310	5391	7	4
57	4106	26	8722	32	1278	5384	6	3
58	4132	26	8754	32	1246	5378	6	2
59	4158	26	8786	32	1214	5372	6	1
60	1,6 4184	26	1,6 8818	32	0,3 1182	1,9 5366	6	0
		Δ		Λ	Eq.	Hμ.		

33

6 3,3
7 3,9
8 4,4
9 5,0
10 5,5
20 11,0
30 16,5
40 22,0
50 27,5

32

6 3,2
7 3,7
8 4,3
9 4,8
10 5,3
20 10,7
30 16,0
40 21,3
50 26,7

27

6 2,7
7 3,2
8 3,6
9 4,1
10 4,5
20 9,0
30 13,5
40 18,0
50 22,5

26

6 2,6
7 3,0
8 3,5
9 3,9
10 4,3
20 8,7
30 13,0
40 17,3
50 21,7

7

6 0,7
7 0,8
8 0,9
9 1,1
10 1,2
20 2,3
30 3,5
40 4,7
50 5,8

6

6 0,6
7 0,7
8 0,8
9 0,9
10 1,0
20 2,0
30 3,0
40 4,0
50 5,0

5

6 0,5
7 0,6
8 0,7
9 0,8
10 0,8
20 1,7
30 2,5
40 3,3
50 4,2

	Ημ.	Δ	Eq.	Δ	Σφ.	Συν.	Δ	
6 3,2	0	1,6 4184	26	1,6 8818	32	0,3 1182	1,9 5366	6 60
7 3,7	1	4210	26	8850	32	1150	5360	6 59
8 4,3	2	4236	26	8882	32	1118	5354	6 58
10 5,3	3	4262	26	8914	32	1086	5348	6 57
20 10,7	4	4288	26	8946	32	1054	5341	7 56
30 16,0	5	1,6 4313	25	1,6 8978	32	0,3 1022	1,9 5335	6 55
40 21,3	6	4339	26	9010	32	0990	5329	6 54
50 26,7	7	4365	26	9042	32	0958	5323	6 53
	8	4391	26	9074	32	0926	5317	7 52
	9	4417	26	9106	32	0894	5310	6 51
			25		32			6 50
	10	1,6 4442	26	1,6 9138	32	0,3 0862	1,9 5304	6 49
	11	4468	26	9170	32	0830	5298	6 48
	12	4494	26	9202	32	0798	5292	6 47
	13	4519	25	9234	32	0766	5286	7 46
	14	4545	26	9266	32	0734	5279	6 45
	15	1,6 4571	25	1,6 9298	31	0,3 0702	1,9 5273	6 44
	16	4596	26	9329	32	0671	5267	6 43
	17	4622	25	9361	32	0639	5261	7 42
	18	4647	26	9393	32	0607	5254	6 41
	19	4673	25	9425	32	0575	5248	6 40
			25		32			6 39
	20	1,6 4698	26	1,6 9457	31	0,3 0543	1,9 5242	6 38
	21	4724	25	9488	32	0512	5236	7 37
	22	4749	26	9520	32	0480	5229	6 36
	23	4775	25	9552	32	0448	5223	6 35
	24	4800	26	9584	31	0416	5217	6 34
	25	1,6 4826	25	1,6 9615	32	0,3 0385	1,9 5211	7 33
	26	4851	25	9647	32	0353	5204	6 32
	27	4877	25	9679	31	0321	5198	6 31
	28	4902	25	9710	32	0290	5192	7 30
	29	4927	26	9742	32	0258	5185	6 29
			25		31			6 28
	30	1,6 4953	25	1,6 9774	31	0,3 0226	1,9 5179	6 27
	31	4978	25	9805	32	0195	5173	6 26
	32	5003	25	9837	31	0163	5167	6 25
	33	5029	26	9868	32	0132	5160	6 24
	34	5054	25	9900	32	0100	5154	6 23
	35	1,6 5079	25	1,6 9932	31	0,3 0068	1,9 5148	7 22
	36	5104	26	9963	32	0037	5141	6 21
	37	5130	25	1,6 9995	31	0,3 0005	1,9 5135	6 20
	38	5155	25	1,7 0026	31	0,2 9974	5129	7 19
	39	5180	25	0058	32	9942	5122	6 18
			25		31			6 17
	40	1,6 5205	25	1,7 0089	32	0,2 9911	1,9 5116	6 16
	41	5230	25	0121	31	9879	5110	7 15
	42	5255	26	0152	32	9848	5103	6 14
	43	5281	25	0184	31	9816	5097	6 13
	44	5306	25	0215	32	9785	5090	7 12
	45	1,6 5331	25	1,7 0247	31	0,2 9753	1,9 5084	6 11
	46	5356	25	0278	31	9722	5078	6 10
	47	5381	25	0309	32	9691	5071	7 9
	48	5406	25	0341	31	9659	5065	6 8
	49	5431	25	0372	32	9628	5059	6 7
			25		32			7 6
	50	1,6 5456	25	1,7 0404	31	0,2 9596	1,9 5052	6 5
	51	5481	25	0435	31	9565	5046	6 4
	52	5506	25	0466	32	9534	5039	7 3
	53	5531	25	0498	31	9502	5033	6 2
	54	5556	24	0529	31	9471	5027	6 1
	55	1,6 5580	25	1,7 0560	32	0,2 9440	1,9 5020	7 0
	56	5605	25	0592	31	9408	5014	6 9
	57	5630	25	0623	31	9377	5007	6 8
	58	5655	25	0654	31	9346	5001	6 7
	59	5680	25	0685	31	9315	4995	6 6
			25		32			7 5
	60	1,6 5705	25	1,7 0717	32	0,2 9283	1,9 4988	6 4
			Δ		Δ			Δ 3
		Συν.		Σφ.		Eq.	Ημ.	

/	Hμ.		Eq.		Σφ.		Σuv.		/
		Δ		Δ		Δ		Δ	
0	1,6 5705	24	1,7 0717	31	0,2 9283	1,9 4988	6	60	6 3,2
1	5729	25	0748	31	9252	4982	7	59	7 3,7
2	5754	25	0779	31	9221	4975	6	58	8 4,1
3	5779	25	0810	31	9190	4969	7	57	9 4,4
4	5804	24	0841	31	9159	4962	6	56	10 5,3
5	1,6 5828	25	1,7 0873	31	0,2 9127	1,9 4956	7	55	20 10,7
6	5853	25	0904	31	9096	4949	6	54	30 16,0
7	5878	24	0935	31	9065	4943	7	53	40 21,3
8	5902	25	0966	31	9034	4936	6	52	50 26,7
9	5927	25	0997	31	9003	4930	7	51	
10	1,6 5952	24	1,7 1028	31	0,2 8972	1,9 4923	6	50	6 3,1
11	5976	25	1059	31	8941	4917	6	49	7 3,6
12	6001	24	1090	31	8910	4911	7	48	8 4,1
13	6025	25	1121	32	8879	4904	6	47	9 4,7
14	6050	25	1153	31	8847	4898	7	46	10 5,2
15	1,6 6075	24	1,7 1184	31	0,2 8816	1,9 4891	6	45	20 10,3
16	6099	24	1215	31	8785	4885	7	44	30 15,5
17	6124	25	1246	31	8754	4878	7	43	40 20,7
18	6148	24	1277	31	8723	4871	6	42	50 25,8
19	6173	24	1308	31	8692	4865	7	41	
20	1,6 6197	24	1,7 1339	31	0,2 8661	1,9 4858	6	40	6 3,0
21	6221	25	1370	31	8630	4852	7	39	7 3,5
22	6246	24	1401	30	8599	4845	6	38	8 4,0
23	6270	25	1431	31	8569	4839	7	37	9 4,5
24	6295	25	1462	31	8538	4832	6	36	10 5,0
25	1,6 6319	24	1,7 1493	31	0,2 8507	1,9 4826	7	35	20 10,0
26	6343	25	1524	31	8476	4819	6	34	30 15,0
27	6368	24	1555	31	8445	4813	7	33	40 20,0
28	6392	24	1586	31	8414	4806	6	32	50 25,0
29	6416	25	1617	31	8383	4799	7	31	
30	1,6 6441	24	1,7 1648	31	0,2 8352	1,9 4793	6	30	6 2,5
31	6465	24	1679	30	8321	4786	7	29	7 2,9
32	6489	24	1709	31	8291	4780	6	28	8 3,3
33	6513	24	1740	31	8260	4773	7	27	9 3,8
34	6537	25	1771	31	8229	4767	6	26	10 4,2
35	1,6 6562	24	1,7 1802	31	0,2 8198	1,9 4760	7	25	20 8,3
36	6586	24	1833	30	8167	4753	6	24	30 13,5
37	6610	24	1863	31	8137	4747	7	23	40 16,7
38	6634	24	1894	31	8106	4740	6	22	50 20,8
39	6658	24	1925	30	8075	4734	7	21	
40	1,6 6682	24	1,7 1955	31	0,2 8045	1,9 4727	6	20	6 2,4
41	6706	25	1986	31	8014	4720	7	19	7 2,8
42	6731	24	2017	31	7983	4714	6	18	8 3,2
43	6755	24	2048	30	7952	4707	7	17	9 3,6
44	6779	24	2078	31	7922	4700	6	16	10 4,0
45	1,6 6803	24	1,7 2109	31	0,2 7891	1,9 4694	7	15	20 8,0
46	6827	24	2140	30	7860	4687	6	14	30 12,0
47	6851	24	2170	31	7830	4680	7	13	40 16,0
48	6875	24	2201	30	7799	4674	6	12	50 19,2
49	6899	23	2231	31	7769	4667	7	11	
50	1,6 6922	24	1,7 2262	31	0,2 7738	1,9 4660	6	10	6 0,7
51	6946	24	2293	30	7707	4654	7	9	7 0,8
52	6970	24	2323	31	7677	4647	6	8	8 0,9
53	6994	24	2354	30	7646	4640	7	7	9 1,1
54	7018	24	2384	30	7616	4634	6	6	10 1,2
55	1,6 7042	24	1,7 2415	31	0,2 7585	1,9 4627	7	5	20 2,3
56	7066	24	2445	31	7555	4620	6	4	30 3,5
57	7090	24	2476	30	7524	4614	7	3	40 4,7
58	7113	23	2506	30	7494	4607	6	2	50 5,8
59	7137	24	2537	31	7463	4600	7	1	
60	1,6 7161	24	1,7 2567	30	0,2 7433	1,9 4593	6	0	6 0,6
	Σuv.	Δ	Σφ.	Δ	Eq.	Hμ.	Δ		7 0,7
									8 0,8
									9 0,9
									10 1,0
									20 2,0
									30 3,0
									40 4,0
									50 5,0

	Ил.	Δ	Eq.	Δ	Σφ.	Σuv	Δ	'
31								
6 3,1	0	1,6 7161	1,7 2567	31	0,2 7433	1,9 4593	6	60
7 3,6	1	7185	2598	31	7402	4587	7	59
8 4,1	2	7208	2628	30	7372	4580	7	58
9 4,7	3	7232	2659	31	7341	4573	7	57
10 5,2	4	7256	2689	30	7311	4567	7	56
20 10,3	5	1,6 7280	1,7 2720	31	0,2 7280	1,9 4560	7	55
30 15,5	6	7303	2750	30	7250	4553	7	54
40 20,7	7	7327	2780	30	7220	4546	7	53
50 25,8	8	7350	2811	31	7189	4540	6	52
30	9	7374	2841	30	7159	4533	7	51
6 3,0								
7 3,5	10	1,6 7398	1,7 2872	31	0,2 7128	1,9 4526	7	50
8 4,0	11	7421	2902	30	7098	4519	7	49
9 4,5	12	7445	2932	30	7068	4513	6	48
10 5,0	13	7468	2963	31	7037	4506	7	47
20 10,0	14	7492	2993	30	7007	4499	7	46
30 15,0	15	1,6 7515	1,7 3023	30	0,2 6977	1,9 4492	7	45
40 20,0	16	7539	3054	31	6946	4485	7	44
50 25,0	17	7562	3084	30	6916	4479	6	43
29	18	7586	3114	30	6886	4472	7	42
6 2,9	19	7609	3144	30	6856	4465	7	41
7 3,4								
8 3,9	20	1,6 7633	1,7 3175	31	0,2 6825	1,9 4458	7	40
9 4,4	21	7656	3205	30	6795	4451	7	39
10 4,8	22	7680	3235	30	6765	4445	6	38
20 9,7	23	7703	3265	30	6735	4438	7	37
30 14,5	24	7726	3295	30	6705	4431	7	36
40 19,3	25	1,6 7750	1,7 3326	31	0,2 6674	1,9 4424	7	35
50 24,2	26	7773	3356	30	6644	4417	7	34
6 2,4	27	7796	3386	30	6614	4410	7	33
7 2,8	28	7820	3416	30	6584	4404	6	32
8 3,2	29	7843	3446	30	6554	4397	7	31
9 3,6								
10 4,0	30	1,6 7866	1,7 3476	30	0,2 6524	1,9 4390	7	30
20 8,0	31	7890	3507	31	6493	4383	7	29
30 12,0	32	7913	3537	30	6463	4376	7	28
40 16,0	33	7936	3567	30	6433	4369	7	27
50 20,0	34	7959	3597	30	6403	4362	7	26
6 2,3	35	1,6 7982	1,7 3627	30	0,2 6373	1,9 4355	7	25
7 2,7	36	8006	3657	30	6343	4349	6	24
8 3,1	37	8029	3687	30	6313	4342	7	23
9 3,5	38	8052	3717	30	6283	4335	7	22
10 3,8	39	8075	3747	30	6253	4328	7	21
20 7,7								
30 11,5	40	1,6 8098	1,7 3777	30	0,2 6223	1,9 4321	7	20
40 15,3	41	8121	3807	30	6193	4314	7	19
50 19,2	42	8144	3837	30	6163	4307	7	18
6 2,2	43	8167	3867	30	6133	4300	7	17
7 2,6	44	8190	3897	30	6103	4293	7	16
8 2,9	45	1,6 8213	1,7 3927	30	0,2 6073	1,9 4286	7	15
9 3,3	46	8237	3957	30	6043	4279	7	14
10 3,7	47	8260	3987	30	6013	4273	6	13
20 7,3	48	8283	4017	30	5983	4266	7	12
30 11,0	49	8305	4047	30	5953	4259	7	11
40 14,7								
50 18,3	50	1,6 8328	1,7 4077	30	0,2 5923	1,9 4252	7	10
6 0,7	51	8351	4107	30	5893	4245	7	9
7 0,8	52	8374	4137	30	5863	4238	7	8
8 0,9	53	8397	4166	29	5834	4231	7	7
9 1,1	54	8420	4196	30	5804	4224	7	6
10 1,2	55	1,6 8443	1,7 4226	30	0,2 5774	1,9 4217	7	5
20 2,3	56	8466	4256	30	5744	4210	7	4
30 3,5	57	8489	4286	30	5714	4203	7	3
40 4,7	58	8512	4316	30	5684	4196	7	2
50 5,8	59	8534	4345	29	5655	4189	7	1
6 0,6								
7 0,7	60	1,6 8557	1,7 4375	30	0,2 5625	1,9 4182	7	0
8 0,8								
9 0,9								
10 1,0								
20 2,0								
30 3,0								
40 4,0								
50 5,0								

°	H _μ .		E _φ .		Σ _φ .		Σ _{υν} .		Λ	°
		Λ		Λ						
0	1,6 8557	3	1,7 4375	30	0,2 5625	1,9 4182	7	60		
1	8580	13	4405	30	5595	4175	7	59		
2	8603	23	4435	30	5565	4168	7	58		
3	8625	22	4465	29	5535	4161	7	57		
4	8648	23	4494	30	5506	4154	7	56		
5	1,6 8671	23	1,7 4524	30	0,2 5476	1,9 4147	7	55		
6	8694	23	4554	29	5446	4140	7	54		
7	8716	22	4583	30	5417	4133	7	53		
8	8739	23	4613	30	5387	4126	7	52		
9	8762	23	4643	30	5357	4119	7	51		
10	1,6 8784	23	1,7 4673	29	0,2 5327	1,9 4112	7	50		
11	8807	22	4702	30	5298	4105	7	49		
12	8829	23	4732	30	5268	4098	8	48		
13	8852	23	4762	29	5238	4090	7	47		
14	8875	23	4791	30	5209	4083	7	46		
15	1,6 8897	23	1,7 4821	30	0,2 5179	1,9 4076	7	45		
16	8920	22	4851	29	5149	4069	7	44		
17	8942	22	4880	29	5120	4062	7	43		
18	8965	23	4910	30	5090	4055	7	42		
19	8987	22	4939	29	5061	4048	7	41		
20	1,6 9010	22	1,7 4969	29	0,2 5031	1,9 4041	7	40		
21	9032	23	4998	30	5002	4034	7	39		
22	9055	22	5028	30	4972	4027	7	38		
23	9077	23	5058	29	4942	4020	8	37		
24	9100	22	5087	30	4913	4012	7	36		
25	1,6 9122	22	1,7 5117	29	0,2 4883	1,9 4005	7	35		
26	9144	22	5146	30	4854	3998	7	34		
27	9167	23	5176	29	4824	3991	7	33		
28	9189	23	5205	30	4795	3984	7	32		
29	9212	22	5235	29	4765	3977	7	31		
30	1,6 9234	22	1,7 5264	30	0,2 4736	1,9 3970	7	30		
31	9256	23	5294	29	4706	3963	8	29		
32	9279	22	5323	30	4677	3955	7	28		
33	9301	22	5353	29	4647	3948	7	27		
34	9323	22	5382	29	4618	3941	7	26		
35	1,6 9345	23	1,7 5411	30	0,2 4589	1,9 3934	7	25		
36	9368	22	5441	29	4559	3927	7	24		
37	9390	22	5470	29	4530	3920	8	23		
38	9412	22	5500	30	4500	3912	7	22		
39	9434	22	5529	29	4471	3905	7	21		
40	1,6 9456	23	1,7 5558	30	0,2 4442	1,9 3898	7	20		
41	9479	22	5588	29	4412	3891	7	19		
42	9501	22	5617	30	4383	3884	8	18		
43	9523	22	5647	29	4353	3876	7	17		
44	9545	22	5676	29	4324	3869	7	16		
45	1,6 9567	22	1,7 5705	30	0,2 4295	1,9 3862	7	15		
46	9589	22	5735	29	4265	3855	8	14		
47	9611	22	5764	29	4236	3847	7	13		
48	9633	22	5793	29	4207	3840	7	12		
49	9655	22	5822	29	4178	3833	7	11		
50	1,6 9677	22	1,7 5852	29	0,2 4148	1,9 3826	7	10		
51	9699	22	5881	29	4119	3819	8	9		
52	9721	22	5910	29	4090	3811	7	8		
53	9743	22	5939	30	4061	3804	7	7		
54	9765	22	5969	29	4031	3797	8	6		
55	1,6 9787	22	1,7 5998	29	0,2 4002	1,9 3789	7	5		
56	9809	22	6027	29	3973	3782	7	4		
57	9831	22	6056	30	3944	3775	7	3		
58	9853	22	6086	29	3914	3768	8	2		
59	9875	22	6115	29	3885	3760	7	1		
60	1,6 9897	22	1,7 6144	29	0,2 3856	1,9 3753	7	0		
	Σ _{υν} .	Δ	Σ _φ .	Δ	E _φ .	H _μ .				

30

6 3,0
7 3,5
8 4,0
9 4,5
10 5,0
20 10,0
30 15,0
40 20,0
50 25,0

29

6 2,9
7 3,4
8 3,9
9 4,4
10 4,8
20 9,7
30 14,5
40 19,3
50 24,2

23

6 2,3
7 2,7
8 3,1
9 3,5
10 3,8
20 7,7
30 11,5
40 15,3
50 19,2

22

6 2,2
7 2,6
8 2,9
9 3,3
10 3,7
20 7,3
30 11,0
40 14,7
50 18,3

8

6 0,8
7 0,9
8 1,1
9 1,2
10 1,3
20 2,7
30 4,0
40 5,3
50 6,7

7

6 0,7
7 0,8
8 0,9
9 1,1
10 1,2
20 2,3
30 3,5
40 4,7
50 5,8

°	H _{p.}		Eq.		Σ _{p.}		Σ _{v.}		°
		Δ		Δ		Δ		Δ	
0	1,7 1184	21	1,7 7877	29	0,2 2123	8	1,9 3307	8	60
1	1205	21	7906	29	2094	8	3299	8	59
2	1226	21	7935	28	2065	7	3291	8	58
3	1247	21	7963	29	2037	7	3284	7	57
4	1268	21	7992	28	2008	7	3276	7	56
5	1,7 1289	21	1,7 8020	29	0,2 1980	8	1,9 3269	8	55
6	1310	21	8049	28	1951	8	3261	8	54
7	1331	21	8077	29	1923	7	3253	8	53
8	1352	21	8106	29	1894	7	3246	8	52
9	1373	21	8135	29	1865	7	3238	8	51
		20		28		8		8	
10	1,7 1393	21	1,7 8163	29	0,2 1837	8	1,9 3230	7	50
11	1414	21	8192	28	1808	8	3223	8	49
12	1435	21	8220	29	1780	8	3215	8	48
13	1456	21	8249	28	1751	7	3207	8	47
14	1477	21	8277	29	1723	7	3200	8	46
15	1,7 1498	21	1,7 8306	28	0,2 1694	8	1,9 3192	8	45
16	1519	21	8334	29	1666	7	3184	8	44
17	1539	20	8363	28	1637	8	3177	8	43
18	1560	21	8391	28	1609	8	3169	8	42
19	1581	21	8419	28	1581	7	3161	8	41
		21		29		7		7	
20	1,7 1602	20	1,7 8448	28	0,2 1552	8	1,9 3154	8	40
21	1622	21	8476	29	1524	8	3146	8	39
22	1643	21	8505	28	1495	7	3138	8	38
23	1664	21	8533	29	1467	8	3131	8	37
24	1685	21	8562	28	1438	7	3123	8	36
25	1,7 1705	20	1,7 8590	28	0,2 1410	8	1,9 3115	8	35
26	1726	21	8618	29	1382	7	3108	8	34
27	1747	21	8647	28	1353	8	3100	8	33
28	1767	20	8675	28	1325	8	3092	8	32
29	1788	21	8704	29	1296	7	3084	8	31
		21		28		7		7	
30	1,7 1809	20	1,7 8732	28	0,2 1268	8	1,9 3077	8	30
31	1829	21	8760	29	1240	8	3069	8	29
32	1850	21	8789	28	1211	8	3061	8	28
33	1870	20	8817	28	1183	7	3053	8	27
34	1891	21	8845	29	1155	7	3046	8	26
35	1,7 1911	20	1,7 8874	28	0,2 1126	8	1,9 3038	8	25
36	1932	21	8902	28	1098	8	3030	8	24
37	1952	20	8930	28	1070	8	3022	8	23
38	1973	21	8959	29	1041	8	3014	8	22
39	1994	21	8987	28	1013	7	3007	8	21
		20		28		8		8	
40	1,7 2014	20	1,7 9015	28	0,2 0985	8	1,9 2999	8	20
41	2034	21	9043	29	0957	8	2991	8	19
42	2055	20	9072	28	0928	8	2983	8	18
43	2075	20	9100	28	0900	7	2976	8	17
44	2096	21	9128	28	0872	8	2968	8	16
45	1,7 2116	21	1,7 9156	29	0,2 0844	8	1,9 2960	8	15
46	2137	21	9185	28	0815	8	2952	8	14
47	2157	20	9213	28	0787	8	2944	8	13
48	2177	20	9241	28	0759	7	2936	8	12
49	2198	21	9269	28	0731	7	2929	8	11
		20		28		8		8	
50	1,7 2218	20	1,7 9297	29	0,2 0703	8	1,9 2921	8	10
51	2238	21	9326	28	0674	8	2913	8	9
52	2259	21	9354	28	0646	8	2905	8	8
53	2279	20	9382	28	0618	8	2897	8	7
54	2299	20	9410	28	0590	8	2889	8	6
55	1,7 2320	21	1,7 9438	28	0,2 0562	8	1,9 2881	7	5
56	2340	20	9466	28	0534	8	2874	8	4
57	2360	20	9495	29	0505	8	2866	8	3
58	2381	21	9523	28	0477	8	2858	8	2
59	2401	20	9551	28	0449	8	2850	8	1
		20		28		8		8	
60	1,7 2421	Δ	1,7 9579	Δ	0,2 0421	8	1,9 2842	Δ	0
		Δ		Δ				Δ	
	Σ _{v.}		Σ _{p.}		Eq.		H _{p.}		

29

6 2,9
7 3,4
8 3,9
9 4,4
10 4,8
20 9,7
30 14,5
40 19,3
50 24,2

28

6 2,8
7 3,3
8 3,7
9 4,2
10 4,7
20 9,3
30 14,0
40 18,7
50 23,3

21

6 2,1
7 2,5
8 2,8
9 3,2
10 3,5
20 7,0
30 10,5
40 14,0
50 17,5

20

6 2,0
7 2,3
8 2,7
9 3,0
10 3,3
20 6,7
30 10,0
40 13,3
50 16,7

8

6 0,8
7 0,9
8 1,1
9 1,2
10 1,3
20 2,7
30 4,0
40 5,3
50 6,7

7

6 0,7
7 0,8
8 0,9
9 1,1
10 1,2
20 2,3
30 3,5
40 4,7
50 5,8

29
6 2,9
7 3,4
8 3,9
9 4,4
10 4,8
20 9,7
30 14,5
40 19,3
50 24,2

28
6 2,8
7 3,3
8 3,7
9 4,2
10 4,7
20 9,3
30 14,0
40 18,7
50 23,3

27
6 2,7
7 3,2
8 3,6
9 4,1
10 4,5
20 9,0
30 13,5
40 18,0
50 22,5

21
6 2,1
7 2,5
8 2,8
9 3,2
10 3,5
20 7,0
30 10,5
40 14,0
50 17,5

20
6 2,0
7 2,3
8 2,7
9 3,0
10 3,3
20 6,7
30 10,0
40 13,3
50 16,7

19
6 1,9
7 2,2
8 2,5
9 2,9
10 3,2
20 6,3
30 9,5
40 12,7
50 15,8

8
6 0,8
7 0,9
8 1,1
9 1,2
10 1,3
20 2,7
30 4,0
40 5,3
50 6,7

7
6 0,7
7 0,8
8 0,9
9 1,1
10 1,2
20 2,3
30 3,5
40 4,7
50 5,8

	Иμ	Δ	Eq.	Δ	Σφ.	Σuv.	Δ	
0	1,7 2424	20	1,7 9579	28	0,2 0424	1,9 2842	8	60
1	2444	20	9607	28	0393	2834	8	59
2	2464	20	9635	28	0365	2826	8	58
3	2482	21	9663	28	0337	2818	8	57
4	2502	20	9691	28	0309	2810	8	56
5	1,7 2522	20	1,7 9719	28	0,2 0281	1,9 2803	7	55
6	2542	20	9747	28	0253	2795	8	54
7	2562	20	9776	29	0224	2787	8	53
8	2582	20	9804	28	0196	2779	8	52
9	2602	20	9832	28	0168	2771	8	51
10	1,7 2622	21	1,7 9860	28	0,2 0140	1,9 2763	8	50
11	2643	20	9888	28	0112	2755	8	49
12	2663	20	9916	28	0084	2747	8	48
13	2683	20	9944	28	0056	2739	8	47
14	2703	20	1,7 9972	28	0028	2731	8	46
15	1,7 2723	20	1,8 0000	28	0,2 0000	1,9 2723	8	45
16	2743	20	0028	28	0,1 9972	2715	8	44
17	2763	20	0056	28	9944	2707	8	43
18	2783	20	0084	28	9916	2699	8	42
19	2803	20	0112	28	9888	2691	8	41
20	1,7 2823	20	1,8 0140	28	0,1 9860	1,9 2683	8	40
21	2843	20	0168	27	9832	2675	8	39
22	2863	20	0195	28	9805	2667	8	38
23	2883	20	0223	28	9777	2659	8	37
24	2902	19	0251	28	9749	2651	8	36
25	1,7 2922	20	1,8 0279	28	0,1 9721	1,9 2643	8	35
26	2942	20	0307	28	9693	2635	8	34
27	2962	20	0335	28	9665	2627	8	33
28	2982	20	0363	28	9637	2619	8	32
29	3002	20	0391	28	9609	2611	8	31
30	1,7 3022	19	1,8 0419	28	0,1 9581	1,9 2603	8	30
31	3041	20	0447	28	9553	2595	8	29
32	3061	20	0474	27	9526	2587	8	28
33	3081	20	0502	28	9498	2579	8	27
34	3101	20	0530	28	9470	2571	8	26
35	1,7 3121	19	1,8 0558	28	0,1 9442	1,9 2563	8	25
36	3140	20	0586	28	9414	2555	9	24
37	3160	20	0614	28	9386	2546	8	23
38	3180	20	0642	28	9358	2538	8	22
39	3200	20	0669	27	9331	2530	8	21
40	1,7 3219	19	1,8 0697	28	0,1 9303	1,9 2522	8	20
41	3239	20	0725	28	9275	2514	8	19
42	3259	20	0753	28	9247	2506	8	18
43	3278	19	0781	28	9219	2498	8	17
44	3298	20	0808	27	9192	2490	8	16
45	1,7 3318	20	1,8 0836	28	0,1 9164	1,9 2482	9	15
46	3337	19	0864	28	9136	2473	8	14
47	3357	20	0892	28	9108	2465	8	13
48	3377	19	0919	28	9081	2457	8	12
49	3396	20	0947	28	9053	2449	8	11
50	1,7 3416	19	1,8 0975	28	0,1 9025	1,9 2441	8	10
51	3435	20	1003	27	8997	2433	8	9
52	3455	20	1030	28	8970	2425	9	8
53	3474	20	1058	28	8942	2416	8	7
54	3494	20	1086	28	8914	2408	8	6
55	1,7 3513	19	1,8 1113	27	0,1 8887	1,9 2400	8	5
56	3533	20	1141	28	8859	2392	8	4
57	3552	19	1169	28	8831	2384	8	3
58	3572	20	1196	27	8804	2376	9	2
59	3591	19	1224	28	8776	2367	8	1
60	1,7 3611	20	1,8 1252	28	0,1 8748	1,9 2359	8	0
	Σuv.	Δ	Σφ.	Δ	Eq.	Иμ.	Δ	

°	H _μ .		Eq.		Σφ.		Σuv.		°
		Δ		Δ		Δ		Δ	
0	1,73644	19	1,84252	27	0,18748	1,92359	8	60	
1	3630	20	4279	28	8721	2351	8	59	
2	3650	19	4307	28	8693	2343	8	58	
3	3669	20	4335	27	8665	2335	9	57	
4	3689	20	4362	28	8638	2326	8	56	
5	1,73708	19	1,84390	28	0,18610	1,92318	8	55	
6	3727	20	4418	27	8582	2310	8	54	
7	3747	19	4445	28	8555	2302	9	53	
8	3766	19	4473	27	8527	2293	8	52	
9	3785	20	4500	28	8500	2285	8	51	
10	1,73805	19	1,84528	28	0,18472	1,92277	8	50	
11	3824	19	4556	27	8444	2269	9	49	
12	3843	20	4583	28	8417	2260	8	48	
13	3863	19	4611	27	8389	2252	8	47	
14	3882	20	4638	28	8362	2244	9	46	
15	1,73901	19	1,84666	27	0,18334	1,92235	8	45	
16	3921	20	4693	28	8307	2227	8	44	
17	3940	19	4721	27	8279	2219	8	43	
18	3959	19	4748	28	8252	2211	9	42	
19	3978	20	4776	27	8224	2202	8	41	
20	1,73997	19	1,84803	28	0,18197	1,92194	8	40	
21	4017	20	4831	27	8169	2186	9	39	
22	4036	19	4858	28	8142	2177	8	38	
23	4055	20	4886	27	8114	2169	8	37	
24	4074	19	4913	28	8087	2161	9	36	
25	1,74093	20	1,84941	27	0,18059	1,92152	8	35	
26	4113	19	4968	28	8032	2144	8	34	
27	4132	20	4996	27	8004	2136	9	33	
28	4151	19	5023	28	7977	2127	8	32	
29	4170	20	5051	27	7949	2119	8	31	
30	1,74189	19	1,842078	28	0,17922	1,92111	9	30	
31	4208	20	2106	27	7894	2102	8	29	
32	4227	19	2133	28	7867	2094	8	28	
33	4246	20	2161	27	7839	2086	9	27	
34	4265	19	2188	28	7812	2077	8	26	
35	1,74284	19	1,842215	28	0,17785	1,92069	8	25	
36	4303	20	2243	27	7757	2060	9	24	
37	4322	19	2270	28	7730	2052	8	23	
38	4341	20	2298	27	7702	2044	9	22	
39	4360	19	2325	28	7675	2035	8	21	
40	1,74379	19	1,842352	28	0,17648	1,92027	9	20	
41	4398	20	2380	27	7620	2018	8	19	
42	4417	19	2407	28	7593	2010	8	18	
43	4436	20	2435	27	7565	2002	9	17	
44	4455	19	2462	28	7538	1993	8	16	
45	1,74474	19	1,842489	28	0,17511	1,91985	8	15	
46	4493	20	2517	27	7483	1976	8	14	
47	4512	19	2544	28	7456	1968	8	13	
48	4531	20	2571	27	7429	1959	8	12	
49	4549	19	2599	28	7401	1951	9	11	
50	1,74568	19	1,842626	27	0,17374	1,91942	8	10	
51	4587	20	2653	28	7347	1934	8	9	
52	4606	19	2681	27	7319	1925	8	8	
53	4625	20	2708	28	7292	1917	9	7	
54	4644	19	2735	27	7265	1908	8	6	
55	1,74662	18	1,842762	28	0,17238	1,91900	8	5	
56	4681	19	2790	27	7210	1891	8	4	
57	4700	20	2817	28	7183	1883	9	3	
58	4719	19	2844	27	7156	1874	8	2	
59	4737	20	2871	28	7129	1866	8	1	
60	1,74750	19	1,842899	28	0,17101	1,91857	9	0	
	Σuv.	Δ	Σφ.	Δ	Eq.	H _μ .	Δ		

28

6 2,8
7 3,3
8 3,7
9 4,2
10 4,7
20 9,3
30 14,0
40 18,7
50 23,3

27

6 2,7
7 3,2
8 3,6
9 4,1
10 4,5
20 9,0
30 13,5
40 18,0
50 22,5

20

6 2,0
7 2,3
8 2,7
9 3,0
10 3,3
20 6,7
30 10,0
40 13,3
50 16,7

19

6 1,9
7 2,2
8 2,5
9 2,9
10 3,2
20 6,3
30 9,5
40 12,7
50 15,8

18

6 1,8
7 2,1
8 2,4
9 2,7
10 3,0
20 6,0
30 9,0
40 12,0
50 15,0

9

6 0,9
7 1,1
8 1,2
9 1,4
10 1,5
20 3,0
30 4,5
40 6,0
50 7,5

8

6 0,8
7 0,9
8 1,1
9 1,2
10 1,3
20 2,7
30 4,0
40 5,3
50 6,7

		Hμ.	Δ	Eφ.	Δ	Σφ.	Συv.	Δ			
28	6	2,8							80		
	7	3,3	0	1,7 4756	19	1,8 2899	27	0,1 7101	1,9 1857	8	80
	8	3,7	1	4775	19	2926	27	7074	1849	9	59
	9	4,2	2	4794	18	2953	27	7047	1840	8	58
	10	4,7	3	4812	19	2980	28	7020	1832	9	57
	20	9,3	4	4831	19	3008	27	6992	1823	8	56
	30	14,0	5	4850	18	3035	27	0,1 6965	1,9 1815	9	55
	40	18,7	6	4868	18	3062	27	6938	1806	8	54
	50	23,3	7	4887	19	3089	27	6911	1798	9	53
			8	4906	19	3117	28	6883	1789	8	52
			9	4924	18	3144	27	6856	1781	9	51
27	6	2,7									
	7	3,2									
	8	3,6	10	1,7 4943	18	1,8 3171	27	0,1 6829	1,9 1772	9	50
	9	4,1	11	4961	19	3198	27	6802	1763	8	49
	10	4,5	12	4980	19	3225	27	6775	1755	9	48
	20	9,0	13	4999	18	3252	27	6748	1746	8	47
	30	13,5	14	5017	19	3280	28	6720	1738	9	46
	40	18,0	15	5036	18	3307	27	0,1 6693	1,9 1729	9	45
	50	22,5	16	5054	19	3334	27	6666	1720	8	44
			17	5073	19	3361	27	6639	1712	9	43
			18	5091	18	3388	27	6612	1703	8	42
			19	5110	19	3415	27	6585	1695	9	41
26	6	2,6									
	7	3,0									
	8	3,5									
	9	3,9	20	1,7 5128	19	1,8 3442	28	0,1 6558	1,9 1686	9	40
	10	4,3	21	5147	18	3470	27	6530	1677	8	39
	20	8,7	22	5165	19	3497	27	6503	1669	9	38
	30	13,0	23	5184	18	3524	27	6476	1660	8	37
	40	17,3	24	5202	19	3551	27	6449	1651	9	36
	50	21,7	25	5221	18	3578	27	0,1 6422	1,9 1643	8	35
			26	5239	19	3605	27	6395	1634	9	34
			27	5258	19	3632	27	6368	1625	8	33
			28	5276	18	3659	27	6341	1617	9	32
			29	5294	18	3686	27	6314	1608	8	31
			30	1,7 5313	18	1,8 3713	27	0,1 6287	1,9 1599	8	30
			31	5331	19	3740	28	6260	1591	9	29
			32	5350	18	3768	27	6232	1582	8	28
			33	5368	19	3795	27	6205	1573	9	27
			34	5386	18	3822	27	6178	1565	8	26
			35	5405	19	3849	27	0,1 6151	1,9 1556	9	25
			36	5423	18	3876	27	6124	1547	8	24
			37	5441	19	3903	27	6097	1538	9	23
			38	5459	18	3930	27	6070	1530	8	22
			39	5478	19	3957	27	6043	1521	9	21
			40	1,7 5496	18	1,8 3984	27	0,1 6016	1,9 1512	8	20
			41	5514	19	4011	27	5989	1504	9	19
			42	5533	18	4038	27	5962	1495	8	18
			43	5551	19	4065	27	5935	1486	9	17
			44	5569	18	4092	27	5908	1477	8	16
			45	5587	19	4119	27	0,1 5881	1,9 1469	9	15
			46	5605	18	4146	27	5854	1460	8	14
			47	5624	19	4173	27	5827	1451	9	13
			48	5642	18	4200	27	5800	1442	8	12
			49	5660	19	4227	27	5773	1433	9	11
			50	1,7 5678	18	1,8 4254	26	0,1 5746	1,9 1425	8	10
			51	5696	19	4280	27	5720	1416	9	9
			52	5714	18	4307	27	5693	1407	8	8
			53	5733	19	4334	27	5666	1398	9	7
			54	5751	18	4361	27	5639	1389	8	6
			55	5769	19	4388	27	0,1 5612	1,9 1381	9	5
			56	5787	18	4415	27	5585	1372	8	4
			57	5805	19	4442	27	5558	1363	9	3
			58	5823	18	4469	27	5531	1354	8	2
			59	5841	19	4496	27	5504	1345	9	1
			60	1,7 5859	18	1,8 4523	27	0,1 5477	1,9 1336	8	0
				Συv.	Δ	Σφ.	Δ	Eφ.	Hμ.		

ι	Ημ.	Δ	Εφ.	Δ	Σφ.	Συυ.	Δ	ι
0	1,7 5859	18	1,8 4523	27	0,1 5477	1,9 1336	8	60
1	5877	18	4550	26	5450	1328	9	59
2	5895	18	4576	26	5424	1319	9	58
3	5913	18	4603	27	5397	1310	9	57
4	5931	18	4630	27	5370	1301	9	56
5	1,7 5949	18	1,8 4657	27	0,1 5343	1,9 1292	9	55
6	5967	18	4684	27	5316	1283	9	54
7	5985	18	4711	27	5289	1274	8	53
8	6003	18	4738	27	5262	1266	8	52
9	6021	18	4764	26	5236	1257	9	51
10	1,7 6039	18	1,8 4791	27	0,1 5209	1,9 1248	9	50
11	6057	18	4818	27	5182	1239	9	49
12	6075	18	4845	27	5155	1230	9	48
13	6093	18	4872	27	5128	1221	9	47
14	6111	18	4899	26	5101	1212	9	46
15	1,7 6129	17	1,8 4925	27	0,1 5075	1,9 1203	9	45
16	6146	18	4952	27	5048	1194	9	44
17	6164	18	4979	27	5021	1185	9	43
18	6182	18	5006	27	4994	1176	9	42
19	6200	18	5033	27	4967	1167	9	41
20	1,7 6218	18	1,8 5059	27	0,1 4941	1,9 1158	9	40
21	6236	18	5086	27	4914	1149	8	39
22	6253	17	5113	27	4887	1141	9	38
23	6271	18	5140	27	4860	1132	9	37
24	6289	18	5166	26	4834	1123	9	36
25	1,7 6307	18	1,8 5193	27	0,1 4807	1,9 1114	9	35
26	6324	17	5220	27	4780	1105	9	34
27	6342	18	5247	27	4753	1096	9	33
28	6360	18	5273	26	4727	1087	9	32
29	6378	18	5300	27	4700	1078	9	31
30	1,7 6395	17	1,8 5327	27	0,1 4673	1,9 1069	9	30
31	6413	18	5354	27	4646	1060	9	29
32	6431	18	5380	26	4620	1051	9	28
33	6448	17	5407	27	4593	1042	9	27
34	6466	18	5434	27	4566	1033	9	26
35	1,7 6484	18	1,8 5460	26	0,1 4540	1,9 1023	10	25
36	6501	17	5487	27	4513	1014	9	24
37	6519	18	5514	27	4486	1005	9	23
38	6537	18	5540	26	4460	996	9	22
39	6554	17	5567	27	4433	987	9	21
40	1,7 6572	18	1,8 5594	27	0,1 4406	1,9 978	9	20
41	6590	18	5620	26	4380	969	9	19
42	6607	17	5647	27	4353	960	9	18
43	6625	18	5674	27	4326	951	9	17
44	6642	17	5700	26	4300	942	9	16
45	1,7 6660	18	1,8 5727	27	0,1 4273	1,9 933	9	15
46	6677	17	5754	27	4246	924	9	14
47	6695	18	5780	26	4220	915	9	13
48	6712	17	5807	27	4193	906	10	12
49	6730	18	5834	27	4166	896	10	11
50	1,7 6747	17	1,8 5860	26	0,1 4140	1,9 887	9	10
51	6765	18	5887	27	4113	878	9	9
52	6782	17	5913	26	4087	869	9	8
53	6800	18	5940	27	4060	860	9	7
54	6817	17	5967	27	4033	851	9	6
55	1,7 6835	18	1,8 5993	26	0,1 4007	1,9 842	9	5
56	6852	17	6020	27	3980	832	10	4
57	6870	18	6046	26	3954	823	9	3
58	6887	17	6073	27	3927	814	9	2
59	6904	17	6100	27	3900	805	9	1
60	1,7 6922	18	1,8 6126	26	0,1 3874	1,9 796	9	0
	Συυ.	Δ	Σφ.	Δ	Εφ.	Ημ.	Δ	ι

27

6 2,7
7 3,2
8 3,6
9 4,1
10 4,5
20 9,0
30 13,5
40 18,0
50 22,5

26

6 2,6
7 3,0
8 3,5
9 3,9
10 4,3
20 8,7
30 13,0
40 17,3
50 21,7

18

6 1,8
7 2,1
8 2,4
9 2,7
10 3,0
20 6,0
30 9,0
40 12,0
50 15,0

17

6 1,7
7 2,0
8 2,3
9 2,6
10 2,8
20 5,7
30 8,5
40 11,3
50 14,2

10

6 1,0
7 1,2
8 1,3
9 1,5
10 1,7
20 3,3
30 5,0
40 6,7
50 8,3

9

6 0,9
7 1,1
8 1,2
9 1,4
10 1,5
20 3,0
30 4,5
40 6,0
50 7,5

8

6 0,8
7 0,9
8 1,1
9 1,2
10 1,3
20 2,7
30 4,0
40 5,3
50 6,7

°	Hμ.		Eq.		Σφ.		Συv.		°
		Δ		Δ		Δ		Δ	
0	1,7 7946		1,8 7711		0,1 2289		1,9 0235		60
1	7963	17	7738	27	2262	10	0225	10	59
2	7980	17	7764	26	2236	10	0216	10	58
3	7997	17	7790	26	2210	10	0206	10	57
4	8013	16	7817	27	2183	10	0197	10	56
5	1,7 8030	17	1,8 7843	26	0,1 2157		1,9 0187	10	55
6	8047	17	7869	26	2131	10	0178	10	54
7	8063	16	7895	27	2105	10	0168	10	53
8	8080	17	7922	26	2078	10	0159	10	52
9	8097	17	7948	26	2052	10	0149	10	51
10	1,7 8113	16	1,8 7974	26	0,1 2026		1,9 0139	10	50
11	8130	17	8000	27	2000	10	0130	10	49
12	8147	17	8027	26	1973	10	0120	10	48
13	8163	16	8053	26	1947	10	0111	10	47
14	8180	17	8079	26	1921	10	0101	10	46
15	1,7 8197	17	1,8 8105	26	0,1 1895		1,9 0091	10	45
16	8213	16	8131	27	1869	10	0082	10	44
17	8230	17	8158	27	1842	10	0072	10	43
18	8246	16	8184	26	1816	10	0063	10	42
19	8263	17	8210	26	1790	10	0053	10	41
20	1,7 8280	16	1,8 8236	26	0,1 1764		1,9 0043	10	40
21	8296	17	8262	27	1738	10	0034	10	39
22	8313	17	8289	26	1711	10	0024	10	38
23	8329	16	8315	25	1685	10	0014	10	37
24	8346	16	8341	26	1659	10	1,9 0005	10	36
25	1,7 8362	16	1,8 8367	26	0,1 1633		1,8 9995	10	35
26	8379	17	8393	26	1607	10	9985	10	34
27	8395	16	8420	27	1580	10	9976	10	33
28	8412	17	8446	26	1554	10	9966	10	32
29	8428	17	8472	26	1528	10	9956	10	31
30	1,7 8445	16	1,8 8498	26	0,1 1502		1,8 9947	10	30
31	8461	17	8524	26	1476	10	9937	10	29
32	8478	16	8550	27	1450	10	9927	10	28
33	8494	16	8577	26	1423	10	9918	10	27
34	8510	16	8603	26	1397	10	9908	10	26
35	1,7 8527	17	1,8 8629	26	0,1 1371		1,8 9898	10	25
36	8543	16	8655	26	1345	10	9888	10	24
37	8560	17	8681	26	1319	10	9879	10	23
38	8576	16	8707	26	1293	10	9869	10	22
39	8592	16	8733	26	1267	10	9859	10	21
40	1,7 8609	16	1,8 8759	27	0,1 1241		1,8 9849	10	20
41	8625	17	8786	26	1214	10	9840	10	19
42	8642	16	8812	26	1188	10	9830	10	18
43	8658	16	8838	26	1162	10	9820	10	17
44	8674	16	8864	26	1136	10	9810	10	16
45	1,7 8691	17	1,8 8890	26	0,1 1110		1,8 9801	10	15
46	8707	16	8916	26	1084	10	9791	10	14
47	8723	16	8942	26	1058	10	9781	10	13
48	8739	16	8968	26	1032	10	9771	10	12
49	8756	17	8994	26	1006	10	9761	10	11
50	1,7 8772	16	1,8 9020	26	0,1 0980		1,8 9752	10	10
51	8788	17	9046	27	0954	10	9742	10	9
52	8805	16	9073	26	0927	10	9732	10	8
53	8821	16	9099	26	0901	10	9722	10	7
54	8837	16	9125	26	0875	10	9712	10	6
55	1,7 8853	16	1,8 9151	26	0,1 0849		1,8 9702	10	5
56	8869	17	9177	26	0823	10	9693	10	4
57	8886	17	9203	26	0797	10	9683	10	3
58	8902	16	9229	26	0771	10	9673	10	2
59	8918	16	9255	26	0745	10	9663	10	1
60	1,7 8934	16	1,8 9281	26	0,1 0719		1,8 9653	10	0
	Συv.	Δ	Σφ.	Δ	Eq.		Hμ.	Δ	

27

6 2,7
7 3,2
8 3,6
9 4,1
10 4,5
20 9,0
30 13,5
40 18,0
50 22,5

26

6 2,6
7 3,0
8 3,5
9 3,9
10 4,3
20 8,7
30 13,0
40 17,3
50 21,7

17

6 1,7
7 2,0
8 2,3
9 2,6
10 2,8
20 5,7
30 8,5
40 11,3
50 14,2

16

6 1,6
7 1,9
8 2,1
9 2,4
10 2,7
20 5,3
30 8,0
40 10,7
50 13,3

10

6 1,0
7 1,2
8 1,3
9 1,5
10 1,7
20 3,3
30 5,0
40 6,7
50 8,3

9

6 0,9
7 1,1
8 1,2
9 1,4
10 1,5
20 3,0
30 4,5
40 6,0
50 7,5

°	H _μ .		E _μ .		Σ _μ .		Σ _{UV} .		
		Δ		Δ		Δ		Δ	
0	1,79887	16	1,90837	26	0,09163	10	1,89050	10	60
1	9903	15	0863	26	9137	10	9040	10	59
2	9918	15	0889	25	9111	10	9030	10	58
3	9934	16	0914	26	9086	11	9020	11	57
4	9950	15	0940	26	9060	10	9009	10	56
5	1,79965	16	1,90966	26	0,09034	10	1,89999	10	55
6	9981	15	0992	26	9008	11	8989	11	54
7	1,79996	16	1018	25	8982	10	8978	10	53
8	1,80012	15	1043	26	8957	10	8968	10	52
9	0027	15	1069	26	8931	10	8958	10	51
		16		26		10		10	
10	1,80043	15	1,91095	26	0,08905	10	1,88948	11	50
11	0058	16	1121	26	8879	10	8937	10	49
12	0074	16	1147	25	8853	10	8927	10	48
13	0089	15	1172	26	8828	10	8917	10	47
14	0105	16	1198	26	8802	11	8906	11	46
15	1,80120	16	1,91224	26	0,08776	10	1,88896	10	45
16	0136	16	1250	26	8750	11	8886	11	44
17	0151	15	1276	25	8724	10	8875	10	43
18	0166	16	1301	26	8699	10	8865	10	42
19	0182	15	1327	26	8673	10	8855	10	41
		15		26		11		11	
20	1,80197	16	1,91353	26	0,08647	10	1,88844	10	40
21	0213	15	1379	25	8621	10	8834	10	39
22	0228	16	1404	26	8596	10	8824	10	38
23	0244	16	1430	26	8570	11	8813	11	37
24	0259	15	1456	26	8544	10	8803	10	36
25	1,80274	16	1,91482	25	0,08518	10	1,88793	11	35
26	0290	15	1507	26	8493	11	8782	11	34
27	0305	15	1533	26	8467	10	8772	10	33
28	0320	15	1559	26	8441	10	8761	10	32
29	0336	16	1585	26	8415	10	8751	10	31
		15		25		10		10	
30	1,80351	15	1,91610	26	0,08390	10	1,88741	11	30
31	0366	16	1636	26	8364	10	8730	10	29
32	0382	16	1662	26	8338	10	8720	10	28
33	0397	15	1688	26	8312	10	8709	10	27
34	0412	15	1713	26	8287	10	8699	10	26
35	1,80428	16	1,91739	26	0,08261	10	1,88688	10	25
36	0443	15	1765	26	8235	10	8678	10	24
37	0458	15	1791	25	8209	11	8668	11	23
38	0473	15	1816	26	8184	10	8657	10	22
39	0489	16	1842	26	8158	10	8647	10	21
		15		26		11		11	
40	1,80504	15	1,91868	25	0,08132	10	1,88636	10	20
41	0519	15	1893	26	8107	10	8626	10	19
42	0534	16	1919	26	8081	10	8615	10	18
43	0550	16	1945	26	8055	10	8605	10	17
44	0565	15	1971	25	8029	10	8594	10	16
45	1,80580	15	1,91996	26	0,08004	10	1,88584	10	15
46	0595	15	2022	26	7978	11	8573	11	14
47	0610	15	2048	26	7952	10	8563	10	13
48	0625	15	2073	25	7927	10	8552	10	12
49	0641	16	2099	26	7901	10	8542	10	11
		15		26		11		11	
50	1,80656	15	1,92125	25	0,07875	10	1,88531	10	10
51	0671	15	2150	26	7850	11	8521	11	9
52	0686	15	2176	26	7824	10	8510	10	8
53	0701	15	2202	25	7798	10	8499	10	7
54	0716	15	2227	26	7773	10	8489	10	6
55	1,80731	15	1,92253	26	0,07747	10	1,88478	10	5
56	0746	15	2279	25	7721	10	8468	10	4
57	0762	16	2304	26	7696	10	8457	10	3
58	0777	15	2330	26	7679	10	8447	10	2
59	0792	15	2356	26	7644	10	8436	10	1
		15		25		11		11	
60	1,80807	Δ	1,92381	Δ	0,07619	10	1,88425	Δ	0
	Σ _{UV} .	Δ	Σ _μ .	Δ	Σ _μ .		H _μ .		

26

6 2,0
7 3,0
8 3,5
9 3,9
10 4,3
20 8,7
30 13,0
40 17,3
50 21,7

25

6 2,5
7 2,9
8 3,3
9 3,8
10 4,2
20 8,3
30 12,5
40 16,7
50 20,8

16

6 1,6
7 1,9
8 2,1
9 2,4
10 2,7
20 5,3
30 8,0
40 10,7
50 13,3

15

6 1,5
7 1,8
8 2,0
9 2,3
10 2,5
20 5,0
30 7,5
40 10,0
50 12,5

11

6 1,1
7 1,3
8 1,5
9 1,7
10 1,8
20 3,7
30 5,5
40 7,3
50 9,1

10

6 1,0
7 1,2
8 1,3
9 1,5
10 1,7
20 3,3
30 5,0
40 6,7
50 8,3

26
6 2,6
7 3,0
8 3,5
9 3,9
10 4,3
20 8,7
30 13,0
40 17,3
50 21,7

25
6 2,5
7 2,9
8 3,3
9 3,8
10 4,2
20 8,3
30 12,5
40 16,7
50 20,8

15
6 1,5
7 1,8
8 2,0
9 2,3
10 2,5
20 5,0
30 7,5
40 10,0
50 12,5

14
6 1,4
7 1,6
8 1,9
9 2,1
10 2,3
20 4,7
30 7,0
40 9,3
50 11,7

11
6 1,1
7 1,3
8 1,5
9 1,7
10 1,8
20 3,7
30 5,5
40 7,3
50 9,2

10
6 1,0
7 1,2
8 1,3
9 1,5
10 1,7
20 3,3
30 5,0
40 6,7
50 8,3

	Ημ.	Δ	Εφ.	Δ	Σφ.	Σφ.	Δ	
0	1,8 0807	15	1,9 2381	26	0,0 7619	1,8 8425	10	60
1	0822	15	2407	26	7593	8415	11	59
2	0837	15	2433	25	7567	8404	10	58
3	0852	15	2458	25	7542	8394	11	57
4	0867	15	2484	26	7516	8383	11	56
5	1,8 0882	15	1,9 2510	26	0,0 7490	1,8 8372	11	55
6	0897	15	2535	25	7465	8362	10	54
7	0912	15	2561	26	7439	351	11	53
8	0927	15	2587	26	7413	8340	11	52
9	0942	15	2612	25	7388	8330	10	51
		15		26			11	
10	1,8 0957	15	1,9 2638	25	0,0 7362	1 8319	11	50
11	0972	15	2663	25	7337	8308	11	49
12	0987	15	2689	26	7311	8298	10	48
13	1002	15	2715	25	7285	8287	11	47
14	1017	15	2740	26	7260	8276	11	46
15	1,8 1032	15	1,9 2766	26	0,0 7234	1,8 8266	10	45
16	1047	15	2792	26	7208	8255	11	44
17	1061	14	2817	25	7183	8244	11	43
18	1076	15	2843	26	7157	8234	10	42
19	1091	15	2868	25	7132	8223	11	41
		15		26			11	
20	1,8 1106	15	1,9 2894	26	0,0 7106	1,8 8212	11	40
21	1121	15	2920	25	7080	8201	11	39
22	1136	15	2945	25	7055	8191	10	38
23	1151	15	2971	26	7029	8180	11	37
24	1166	15	2996	25	7004	8169	11	36
25	1,8 1180	14	1,9 3022	26	0,0 6978	1,8 8158	11	35
26	1195	15	3048	26	6952	8148	10	34
27	1210	15	3073	26	6927	8137	11	33
28	1225	15	3099	26	6901	8126	11	32
29	1240	15	3124	25	6876	8115	11	31
		14		26			10	
30	1,8 1254	14	1,9 3150	26	0,0 6850	1,8 8105	11	30
31	1269	15	3175	25	6825	8094	11	29
32	1284	15	3201	26	6799	8083	11	28
33	1299	15	3227	26	6773	8072	11	27
34	1314	15	3252	25	6748	8061	11	26
35	1,8 1328	14	1,9 3278	26	0,0 6722	1,8 8051	10	25
36	1343	15	3303	25	6697	8040	11	24
37	1358	15	3329	26	6671	8029	11	23
38	1372	14	3354	25	6646	8018	11	22
39	1387	15	3380	26	6620	8007	11	21
		15		26			11	
40	1,8 1402	15	1,9 3406	25	0,0 6594	1,8 7996	11	20
41	1417	14	3431	26	6569	7985	11	19
42	1431	14	3457	26	6543	7975	10	18
43	1446	15	3482	25	6518	7964	11	17
44	1461	15	3508	26	6492	7953	11	16
45	1,8 1475	14	1,9 3533	25	0,0 6467	1,8 7942	11	15
46	1490	15	3559	26	6441	7931	11	14
47	1505	15	3584	25	6416	7920	11	13
48	1519	14	3610	26	6390	7909	11	12
49	1534	15	3636	26	6364	7898	11	11
		15		25			11	
50	1,8 1549	14	1,9 3661	26	0,0 6339	1,8 7887	10	10
51	1563	15	3687	25	6313	7877	11	9
52	1578	15	3712	26	6288	7866	11	8
53	1592	14	3738	26	6262	7855	11	7
54	1607	15	3763	25	6237	7844	11	6
55	1,8 1622	15	1,9 3789	26	0,0 6211	1,8 7833	11	5
56	1636	14	3814	25	6186	7822	11	4
57	1651	15	3840	26	6160	7811	11	3
58	1665	14	3865	25	6135	7800	11	2
59	1680	15	3891	26	6109	7789	11	1
		14		25			11	
60	1,8 1694	14	1,9 3916	26	0,0 6084	1,8 7778	11	0
		Δ		Δ			Δ	
	Σφ.		Σφ.		Εφ.	Ημ.		

°	Hμ.		Eq.		Σφ.		Συν.		°
		Δ		Δ		Δ		Δ	
0	1,8 1694	15	1,9 3916	26	0,0 6084	11	1,8 7778	11	60
1	1709	14	3942	25	6058	11	7767	11	59
2	1723	15	3967	26	6033	11	7756	11	58
3	1738	14	3993	25	6007	11	7745	11	57
4	1752	14	4018	26	5982	11	7734	11	56
5	1,8 1767	15	1,9 4044	25	0,0 5956	11	1,8 7723	11	55
6	1781	14	4069	26	5931	11	7712	11	54
7	1796	15	4095	25	5905	11	7701	11	53
8	1810	14	4120	26	5880	11	7690	11	52
9	1825	15	4146	26	5854	11	7679	11	51
		14		25		11		11	
10	1,8 1839	15	1,9 4171	26	0,0 5829	11	1,8 7668	11	50
11	1854	14	4197	25	5803	11	7657	11	49
12	1868	14	4222	26	5778	11	7646	11	48
13	1882	15	4248	25	5752	11	7635	11	47
14	1897	14	4273	26	5727	11	7624	11	46
15	1,8 1911	15	1,9 4299	25	0,0 5701	11	1,8 7613	12	45
16	1926	14	4324	26	5676	11	7601	11	44
17	1940	15	4350	25	5650	11	7590	11	43
18	1955	14	4375	26	5625	11	7579	11	42
19	1969	14	4401	26	5599	11	7568	11	41
		14		25		11		11	
20	1,8 1983	15	1,9 4426	26	0,0 5574	11	1,8 7557	11	40
21	1998	14	4452	25	5548	11	7546	11	39
22	2012	14	4477	26	5523	11	7535	11	38
23	2026	15	4503	25	5497	11	7524	11	37
24	2041	14	4528	26	5472	11	7513	11	36
25	1,8 2055	15	1,9 4554	25	0,0 5446	11	1,8 7501	12	35
26	2069	14	4579	26	5421	11	7490	11	34
27	2084	15	4604	25	5396	11	7479	11	33
28	2098	14	4630	26	5370	11	7468	11	32
29	2112	14	4655	25	5345	11	7457	11	31
		14		26		11		11	
30	1,8 2126	15	1,9 4681	25	0,0 5319	11	1,8 7446	12	30
31	2141	14	4706	26	5294	11	7434	11	29
32	2155	14	4732	25	5268	11	7423	11	28
33	2169	15	4757	26	5243	11	7412	11	27
34	2184	14	4783	25	5217	11	7401	11	26
35	1,8 2198	15	1,9 4808	26	0,0 5192	11	1,8 7390	12	25
36	2212	14	4834	25	5166	11	7378	11	24
37	2226	14	4859	26	5141	11	7367	11	23
38	2240	15	4884	25	5116	11	7356	11	22
39	2255	14	4910	26	5090	11	7345	11	21
		14		25		11		11	
40	1,8 2269	15	1,9 4935	26	0,0 5065	11	1,8 7334	12	20
41	2283	14	4961	25	5039	11	7322	11	19
42	2297	14	4986	26	5014	11	7311	11	18
43	2311	15	5012	25	4988	11	7300	11	17
44	2326	14	5037	26	4963	11	7288	11	16
45	1,8 2340	15	1,9 5062	25	0,0 4938	11	1,8 7277	12	15
46	2354	14	5088	26	4912	11	7266	11	14
47	2368	14	5113	25	4887	11	7255	11	13
48	2382	15	5139	26	4861	11	7243	11	12
49	2396	14	5164	25	4836	11	7232	11	11
		14		26		11		11	
50	1,8 2410	15	1,9 5190	25	0,0 4810	11	1,8 7221	12	10
51	2424	14	5215	26	4785	11	7209	11	9
52	2439	15	5240	25	4760	11	7198	11	8
53	2453	14	5266	26	4734	11	7187	11	7
54	2467	14	5291	25	4709	11	7175	11	6
55	1,8 2481	15	1,9 5317	26	0,0 4683	11	1,8 7164	12	5
56	2495	14	5342	25	4658	11	7153	11	4
57	2509	14	5368	26	4632	11	7141	11	3
58	2523	15	5393	25	4607	11	7130	11	2
59	2537	14	5418	26	4582	11	7119	11	1
		14		26		12		12	
60	1,8 2551	15	1,9 5444	25	0,0 4556	11	1,8 7107	12	0
		Δ		Δ				Δ	
	Συν.		Σφ.		Eq.		Hμ.		

26

6 2,9
7 3,1
8 3,4
9 3,6
10 4,2
20 8,7
30 13,6
40 17,3
50 21,7

25

6 2,5
7 2,9
8 3,3
9 3,8
10 4,2
20 8,3
30 12,5
40 16,7
50 20,8

15

6 1,5
7 1,8
8 2,0
9 2,3
10 2,5
20 5,0
30 7,5
40 10,0
50 12,5

14

6 1,4
7 1,6
8 1,9
9 2,1
10 2,3
20 4,7
30 7,0
40 9,3
50 11,7

12

6 1,2
7 1,4
8 1,6
9 1,8
10 2,0
20 4,0
30 6,0
40 8,0
50 10,0

11

6 1,1
7 1,3
8 1,5
9 1,7
10 1,8
20 3,7
30 5,5
40 7,3
50 9,2

	H _μ		Eq.		Σ _q		Σ _{uv}		
		Δ		Δ				Δ	
26	0	1,8 2554	14	1,9 5444	25	0,0 4556	1,8 7107	11	60
6 2,6	1	2565	14	5469	26	4531	7096	11	59
7 3,0	2	2579	14	5495	25	4505	7085	12	58
8 3,5	3	2593	14	5520	25	4480	7073	11	57
9 3,9	4	2607	14	5545	25	4455	7062	11	56
10 4,3	5	1,8 2621	14	1,9 5571	26	0,0 4429	1,8 7050	12	55
20 8,7	6	2635	14	5596	25	4404	7039	11	54
30 13,0	7	2649	14	5622	26	4378	7028	11	53
40 17,3	8	2663	14	5647	25	4353	7016	12	52
50 21,7	9	2677	14	5672	25	4328	7005	11	51
			14		26			12	
25	10	1,8 2691	14	1,9 5698	25	0,0 4302	1,8 6993	11	50
6 2,5	11	2705	14	5723	25	4277	6982	12	49
7 2,9	12	2719	14	5748	25	4252	6970	11	48
8 3,3	13	2733	14	5774	26	4226	6959	11	47
9 3,8	14	2747	14	5799	25	4201	6947	12	46
10 4,2	15	1,8 2761	14	1,9 5825	26	0,0 4175	1,8 6936	11	45
20 8,3	16	2775	14	5850	25	4150	6924	12	44
30 12,5	17	2788	13	5875	25	4125	6913	11	43
40 16,7	18	2802	14	5901	26	4099	6902	11	42
50 20,8	19	2816	14	5926	25	4074	6890	12	41
			14		26			11	
14	20	1,8 2830	14	1,9 5952	25	0,0 4048	1,8 6879	12	40
6 1,4	21	2844	14	5977	25	4023	6867	12	39
7 1,6	22	2858	14	6002	25	3998	6855	12	38
8 1,9	23	2872	13	6028	26	3972	6844	11	37
9 2,1	24	2885	13	6053	25	3947	6832	12	36
10 2,3	25	1,8 2899	14	1,9 6078	25	0,0 3922	1,8 6821	11	35
20 4,7	26	2913	14	6104	26	3896	6809	12	34
30 7,0	27	2927	14	6129	25	3871	6798	11	33
40 9,3	28	2941	14	6155	26	3845	6786	12	32
50 11,7	29	2955	14	6180	25	3820	6775	11	31
			13		25			12	
13	30	1,8 2968	14	1,9 6205	26	0,0 3795	1,8 6763	11	30
6 1,3	31	2982	14	6231	25	3769	6752	11	29
7 1,5	32	2996	14	6256	25	3744	6740	12	28
8 1,7	33	3010	14	6281	25	3719	6728	12	27
9 2,0	34	3023	13	6307	26	3693	6717	11	26
10 2,2	35	1,8 3037	14	1,9 6332	25	0,0 3668	1,8 6705	12	25
20 4,3	36	3051	14	6357	25	3643	6694	11	24
30 6,5	37	3065	14	6383	26	3617	6682	12	23
40 8,7	38	3078	13	6408	25	3592	6670	12	22
50 10,8	39	3092	14	6433	25	3567	6659	11	21
			14		26			12	
12	40	1,8 3106	14	1,9 6459	25	0,0 3541	1,8 6647	12	20
6 1,2	41	3120	14	6484	26	3516	6635	12	19
7 1,4	42	3133	14	6510	25	3490	6624	11	18
8 1,6	43	3147	14	6535	25	3465	6612	12	17
9 1,8	44	3161	14	6560	25	3440	6600	12	16
10 2,0	45	1,8 3174	13	1,9 6586	26	0,0 3414	1,8 6589	11	15
20 4,0	46	3188	14	6611	25	3389	6577	12	14
30 6,0	47	3202	14	6636	25	3364	6565	12	13
40 8,0	48	3215	13	6662	26	3338	6554	11	12
50 10,0	49	3229	14	6687	25	3313	6542	12	11
			13		25			12	
11	50	1,8 3242	14	1,9 6712	26	0,0 3288	1,8 6530	12	10
6 1,1	51	3256	14	6738	25	3262	6518	12	9
7 1,3	52	3270	14	6763	25	3237	6507	11	8
8 1,5	53	3283	13	6788	25	3212	6495	12	7
9 1,7	54	3297	14	6814	26	3186	6483	12	6
10 1,8	55	1,8 3310	13	1,9 6839	25	0,0 3161	1,8 6472	11	5
20 3,7	56	3324	14	6864	25	3136	6460	12	4
30 5,5	57	3338	14	6890	26	3110	6448	12	3
40 7,3	58	3351	13	6915	25	3085	6436	12	2
50 9,2	59	3365	14	6940	25	3060	6425	11	1
			13		26			12	
	60	1,8 3378	14	1,9 6966	26	0,0 3034	1,8 6413	12	0
			Δ		Δ			Δ	
		Σ _{uv}		Σ _q		Eq.	H _μ		

r	H _μ		Eq.		Σ _q	Σ _{uv}		r
	H _μ	Δ	Eq.	Δ		Σ _{uv}	Δ	
0	1,83378	14	1,96966	25	0,03034	1,86413	12	60
1	3392	13	6991	25	3009	6401	12	59
2	3405	14	7016	26	2984	6389	12	58
3	3419	13	7042	25	2958	6377	11	57
4	3432	13	7067	25	2933	6366	12	56
5	1,83440	14	1,97092	26	0,02908	1,86354	12	55
6	3459	13	7118	25	2882	6342	12	54
7	3473	14	7143	25	2857	6330	12	53
8	3486	13	7168	25	2832	6318	12	52
9	3500	14	7193	25	2807	6306	12	51
		13		26			11	50
10	1,83513	14	1,97219	25	0,02781	1,86295	12	49
11	3527	13	7244	25	2756	6283	12	48
12	3540	14	7269	26	2731	6271	12	47
13	3554	13	7295	25	2705	6259	12	46
14	3567	14	7320	25	2680	6247	12	45
15	1,83581	13	1,97345	26	0,02655	1,86235	12	44
16	3594	14	7371	25	2629	6223	12	43
17	3608	13	7396	25	2604	6211	11	42
18	3621	13	7421	26	2579	6200	12	41
19	3634	13	7447	26	2553	6188	12	40
		14		25			12	39
20	1,83648	13	1,97472	25	0,02528	1,86176	12	38
21	3661	13	7497	26	2503	6164	12	37
22	3674	14	7523	25	2477	6152	12	36
23	3688	13	7548	25	2452	6140	12	35
24	3701	14	7573	25	2427	6128	12	34
25	1,83715	13	1,97598	26	0,02402	1,86116	12	33
26	3728	13	7624	25	2376	6104	12	32
27	3741	13	7649	25	2351	6092	12	31
28	3755	14	7674	26	2326	6080	12	30
29	3768	13	7700	25	2300	6068	12	29
		13		25			12	28
30	1,83781	14	1,97725	25	0,02275	1,86056	12	27
31	3795	13	7750	26	2250	6044	12	26
32	3808	13	7776	25	2224	6032	12	25
33	3821	13	7801	25	2199	6020	12	24
34	3834	13	7826	25	2174	6008	12	23
35	1,83848	14	1,97851	26	0,02149	1,85996	12	22
36	3861	13	7877	25	2123	5984	12	21
37	3874	13	7892	25	2098	5972	12	20
38	3887	13	7927	26	2073	5960	12	19
39	3901	13	7953	25	2047	5948	12	18
		13		25			12	17
40	1,83914	13	1,97978	25	0,02022	1,85936	12	16
41	3927	13	8003	26	1997	5924	12	15
42	3940	14	8029	25	1971	5912	12	14
43	3954	13	8054	25	1946	5900	12	13
44	3967	13	8079	25	1921	5888	12	12
45	1,83980	13	1,98104	26	0,01896	1,85876	12	11
46	3993	13	8130	25	1870	5864	13	10
47	4006	14	8155	25	1845	5851	13	9
48	4020	13	8180	26	1820	5839	12	8
49	4033	13	8206	25	1794	5827	12	7
		13		25			12	6
50	1,84046	13	1,98231	25	0,01769	1,85815	12	5
51	4059	13	8256	25	1744	5803	12	4
52	4072	13	8281	26	1719	5791	12	3
53	4085	13	8307	25	1693	5779	13	2
54	4098	13	8332	25	1668	5766	12	1
55	1,84112	14	1,98357	26	0,01643	1,85754	12	0
56	4125	13	8383	25	1617	5742	12	0
57	4138	13	8408	25	1592	5730	12	0
58	4151	13	8433	25	1567	5718	12	0
59	4164	13	8458	26	1542	5706	12	0
		13		26			13	0
60	1,84177	Δ	1,98484	Δ	0,01516	1,85693	Δ	0
	Σ _{uv}		Σ _q		Eq.	H _μ		r

26

6 2,6
7 3,0
8 3,5
9 3,9
10 4,3
20 8,7
30 13,0
40 17,3
50 21,7

25

6 2,5
7 2,9
8 3,3
9 3,8
10 4,2
20 8,3
30 12,5
40 16,7
50 20,8

14

6 1,4
7 1,6
8 1,9
9 2,1
10 2,3
20 4,7
30 7,0
40 9,3
50 11,7

13

6 1,3
7 1,5
8 1,7
9 2,0
10 2,2
20 4,3
30 6,5
40 8,7
50 10,8

12

6 1,2
7 1,4
8 1,6
9 1,8
10 2,0
20 4,0
30 6,0
40 8,0
50 10,0

11

6 1,1
7 1,3
8 1,5
9 1,7
10 1,8
20 3,7
30 5,5
40 7,3
50 9,2

	Ημ.	Δ	Εφ.	Δ	Σφ.	Συν.	Δ	
	0	1,84177	1,98484		0,01616	1,85693		60
	1	4190	8509	25	1491	5681	12	59
	2	4203	8534	25	1466	5669	12	58
	3	4216	8560	26	1440	5657	12	57
	4	4229	8585	25	1415	5645	12	56
26	5	1,84242	1,98610	25	0,01390	1,85632	13	55
6 2,0	6	4255	8635	25	1365	5620	12	54
7 8,0	7	4269	8661	26	1339	5608	12	53
8 8,5	8	4282	8686	25	1314	5596	12	52
9 3,9	9	4295	8711	25	1289	5583	13	51
10 4,3				26			12	
20 8,7	10	1,84308	1,98737	25	0,01263	1,85571	12	50
30 13,0	11	4321	8762	25	1238	5559	12	49
40 17,3	12	4334	8787	25	1213	5547	12	48
50 21,7	13	4347	8812	25	1188	5534	13	47
	14	4360	8838	26	1162	5522	12	46
	15	1,84373	1,98863	25	0,01137	1,85510	12	45
	16	4385	8888	25	1112	5497	12	44
	17	4398	8913	26	1087	5485	12	43
	18	4411	8939	26	1061	5473	12	42
	19	4424	8964	25	1036	5460	13	41
				25			12	
	20	1,84437	1,98989	26	0,01011	1,85448	12	40
	21	4450	9015	25	0985	5436	12	39
	22	4463	9040	25	0960	5423	13	38
	23	4476	9065	25	0935	5411	12	37
	24	4489	9090	25	0910	5399	12	36
	25	1,84502	1,99116	26	0,00884	1,85386	13	35
	26	4515	9141	25	0859	5374	12	34
	27	4528	9166	25	0834	5361	13	33
	28	4540	9191	26	0809	5349	12	32
	29	4553	9217	26	0783	5337	12	31
				25			13	
	30	1,84566	1,99242	25	0,00758	1,85324	12	30
	31	4579	9267	25	0733	5312	12	29
	32	4592	9293	26	0707	5299	13	28
	33	4605	9318	25	0682	5287	12	27
	34	4618	9343	25	0657	5274	13	26
	35	1,84630	1,99368	25	0,00632	1,85262	12	25
	36	4643	9394	26	0606	5250	12	24
	37	4656	9419	25	0581	5237	13	23
	38	4669	9444	25	0556	5225	12	22
	39	4682	9469	25	0531	5212	13	21
				26			12	
	40	1,84694	1,99495	25	0,00505	1,85200	13	20
	41	4707	9520	25	0480	5187	12	19
	42	4720	9545	25	0455	5175	12	18
	43	4733	9570	25	0430	5162	13	17
	44	4745	9596	26	0404	5150	12	16
	45	1,84758	1,99621	25	0,00379	1,85137	13	15
	46	4771	9646	25	0354	5125	12	14
	47	4784	9672	26	0328	5112	13	13
	48	4796	9697	25	0303	5100	12	12
	49	4809	9722	25	0278	5087	13	11
				25			13	
	50	1,84822	1,99747	26	0,00253	1,85074	12	10
	51	4835	9773	25	0227	5062	13	9
	52	4847	9798	25	0202	5049	12	8
	53	4860	9823	25	0177	5037	12	7
	54	4873	9848	26	0152	5024	13	6
	55	1,84885	1,99874	25	0,00126	1,85012	13	5
	56	4898	9899	25	011	4999	13	4
	57	4911	9924	25	0076	4986	13	3
	58	4923	9949	25	0051	4974	12	2
	59	4936	1,99975	26	0025	4961	13	1
				25			12	
	60	1,84949	0,00000		0,00000	1,84949		0
		Δ	Σφ.	Δ	Εφ.	Ημ.	Δ	
		Συν.	Σφ.	Εφ.	Ημ.	Συν.	Δ	

V. ΠΙΝΑΞ
 ΤΩΝ ΦΥΣΙΚΩΝ
 ΤΡΙΓΩΝΟΜΕΤΡΙΚΩΝ ΑΡΙΘΜΩΝ
 ΤΩΝ ΤΟΞΩΝ ΑΠΟ 0° ΕΩΣ 90°
 ΚΑΙ ΑΝΑ 10' ΤΗΣ ΜΟΪΡΑΣ

Διάταξις τοῦ πίνακος.—Ὁ πίναξ V (Σελ. 72—75) δίδει μὲ πέντε δεκαδικὰ ψηφία τὰς τιμὰς τῶν φυσικῶν τριγωνομετρικῶν ἀριθμῶν τῶν τόξων ἀπὸ 0° ἕως 90° καὶ ἀνὰ 10' τῆς μοίρας.

Οἱ πίνακες αὐτοὶ ἔχουν ὡς ἐπικεφαλίδαι ἄνω τὰς λέξεις: *Ἡμίτονον, Συνημίτονον, Ἐφαπτομένη, Συνεφαπτομένη* καὶ κάτω ἀντιστοίχως τὰς λέξεις: *Συνημίτονον, Ἡμίτονον, Συνεφαπτομένη, Ἐφαπτομένη.*

Αἱ ἐπικεφαλίδαι ἄνω ἀντιστοιχοῦν εἰς γωνίας ἀπὸ 0° ἕως 45° καὶ αἱ ἐπικεφαλίδαι κάτω ἀντιστοιχοῦν εἰς γωνίας ἀπὸ 45° ἕως 90°.

Ἐκαστος πίναξ ἔχει χωρισθῆ εἰς στήλας. Εἰς τὴν πρώτην στήλην, ἢ ὁποῖα ἔχει ἐπικεφαλίδα τὴν λέξιν *Μοῖραι*, ἀναγράφονται αἱ μοῖραι τῶν γωνιῶν καὶ βαίνουν αὐξανόμεναι ἀπὸ 0° ἕως 45°.

Αἱ δεξιὰ τῆς στήλης αὐτῆς στήλαι ἔχουν ἐπικεφαλίδας τοὺς ἀριθμοὺς 0', 10', 20', 30', 40', 50'.

Ἡ τελευταία στήλη, ἢ ὁποῖα δὲν φέρει ἄνω καμμίαν ἔνδειξιν, φέρει ὁμοίως κάτω τὴν λέξιν *Μοῖραι*, ἀναγράφει τὰς μοῖρας ἀπὸ 45° ἕως 90°, ἀλλὰ ἐκ τῶν κάτω πρὸς τὰ ἄνω.

Ἡ ἀνάγνωσις τῶν ἡμιτόνων, συνημιτόνων, ἐφαπτομένων καὶ συνεφαπτομένων γίνεται ἐκ τῶν ἄνω πρὸς τὰ κάτω καὶ ἀπὸ τὰ ἀριστερὰ πρὸς τὰ δεξιὰ, διὰ τὰς γωνίας ἀπὸ 0° ἕως 45°, καὶ ἐκ τῶν κάτω πρὸς τὰ ἄνω καὶ ἀπὸ τὰ δεξιὰ πρὸς τὰ ἀριστερὰ, διὰ τὰς γωνίας ἀπὸ 45° ἕως 90°.

V. ΠΙΝΑΞ ΤΩΝ ΦΥΣΙΚΩΝ ΤΡΙΓΩΝΟΜΕΤΡΙΚΩΝ ΑΡΙΘΜΩΝ.

A. Πίναξ τῶν ἡμιτόνων καὶ συνημιτόνων τῶν τόξων ἀπὸ 0° ἕως 90° καὶ ἀνὰ 10' τῆς μοίρας

ΗΜΙΤΟΝΟΝ							
Μοίραι	Πρῶτα λεπτὰ μοίρας						
	0'	10'	20'	30'	40'	50'	
0	0,00000	0,00291	0,00582	0,00873	0,01264	0,01454	89
1	0,01745	0,02036	0,02327	0,02618	0,02908	0,03200	88
2	0,03490	0,03781	0,04071	0,04362	0,04653	0,04943	87
3	0,05234	0,05524	0,05814	0,06105	0,06395	0,06685	86
4	0,06976	0,07266	0,07556	0,07846	0,08136	0,08426	85
5	0,08716	0,09005	0,09295	0,09585	0,09874	0,10164	84
6	0,10453	0,10742	0,11031	0,11320	0,11609	0,11898	83
7	0,12187	0,12476	0,12764	0,13053	0,13341	0,13629	82
8	0,13917	0,14205	0,14493	0,14781	0,15069	0,15356	81
9	0,15643	0,15931	0,16218	0,16505	0,16792	0,17078	80
10	0,17365	0,17651	0,17937	0,18224	0,18509	0,18795	79
11	0,19081	0,19366	0,19652	0,19937	0,20222	0,20507	78
12	0,20791	0,21076	0,21359	0,21644	0,21928	0,22212	77
13	0,22495	0,22778	0,23062	0,23345	0,23627	0,23910	76
14	0,24192	0,24474	0,24756	0,25038	0,25320	0,25601	75
15	0,25882	0,26163	0,26443	0,26724	0,27004	0,27284	74
16	0,27556	0,27843	0,28123	0,28402	0,28680	0,28959	73
17	0,29237	0,29515	0,29793	0,30071	0,30348	0,30625	72
18	0,30902	0,31178	0,31454	0,31730	0,32006	0,32282	71
19	0,32557	0,32852	0,33106	0,33381	0,33655	0,33929	70
20	0,34202	0,34475	0,34748	0,35021	0,35293	0,35565	69
21	0,35837	0,36108	0,36379	0,36650	0,36921	0,37191	68
22	0,37461	0,37730	0,37999	0,38268	0,38537	0,38805	67
23	0,39073	0,39341	0,39608	0,39875	0,40141	0,40408	66
24	0,40674	0,40939	0,41204	0,41469	0,41734	0,41998	65
25	0,42263	0,42525	0,42788	0,43051	0,43313	0,43575	64
26	0,43837	0,44098	0,44359	0,44620	0,44880	0,45139	63
27	0,45399	0,45658	0,45917	0,46175	0,46433	0,46690	62
28	0,46947	0,47204	0,47460	0,47716	0,47971	0,48226	61
29	0,48481	0,48735	0,48989	0,49242	0,49495	0,49748	60
30	0,50000	0,50252	0,50503	0,50754	0,51004	0,51254	59
31	0,51504	0,51753	0,52002	0,52250	0,52498	0,52745	58
32	0,52982	0,53238	0,53484	0,53730	0,53975	0,54220	57
33	0,54464	0,54708	0,54951	0,55194	0,55436	0,55678	56
34	0,55919	0,56160	0,56401	0,56641	0,56880	0,57119	55
35	0,57358	0,57596	0,57833	0,58070	0,58307	0,58543	54
36	0,58779	0,59014	0,59248	0,59482	0,59716	0,59949	53
37	0,60182	0,60414	0,60645	0,60876	0,61107	0,61337	52
38	0,61566	0,61795	0,62024	0,62251	0,62479	0,62706	51
39	0,62932	0,63158	0,63383	0,63608	0,63832	0,64056	50
40	0,64279	0,64501	0,64723	0,64945	0,65166	0,65386	49
41	0,65606	0,65825	0,66044	0,66262	0,66480	0,66697	48
42	0,66913	0,67129	0,67344	0,67559	0,67773	0,67987	47
43	0,68199	0,68412	0,68624	0,68835	0,69046	0,69256	46
44	0,69466	0,69675	0,69883	0,70091	0,70298	0,70505	45
45	0,70711						44
	60'	50'	40'	30'	20'	10'	Μοίραι
	Πρῶτα λεπτὰ μοίρας						

ΣΥΝΗΜΙΤΟΝΟΝ

θ. Πίναξ τῶν ἡμιτόνων καὶ συνημιτόνων τῶν τόξων ἀπὸ 0° ἕως 90° καὶ ἀνὰ 10' τῆς μοίρας

ΣΥΝΗΜΙΤΟΝΟΝ							
Μοίραι	Πρῶτα λεπτὰ μοίρας						
	0'	10'	20'	30'	40'	50'	
0	1,00000	0,99999	0,99998	0,99995	0,99992	0,99988	89
1	0,99984	0,99980	0,99973	0,99965	0,99958	0,99950	88
2	0,99940	0,99928	0,99917	0,99905	0,99892	0,99878	87
3	0,99863	0,99848	0,99831	0,99814	0,99795	0,99776	86
4	0,99756	0,99736	0,99714	0,99692	0,99669	0,99644	85
5	0,99618	0,99594	0,99567	0,99539	0,99511	0,99482	84
6	0,99452	0,99421	0,99389	0,99357	0,99324	0,99289	83
7	0,99255	0,99219	0,99182	0,99144	0,99106	0,99067	82
8	0,99027	0,98986	0,98944	0,98902	0,98858	0,98814	81
9	0,98769	0,98723	0,98676	0,98629	0,98580	0,98531	80
10	0,98481	0,98429	0,98378	0,98325	0,98272	0,98218	79
11	0,98163	0,98107	0,98050	0,97992	0,97934	0,97875	78
12	0,97815	0,97754	0,97692	0,97629	0,97566	0,97502	77
13	0,97437	0,97371	0,97304	0,97237	0,97169	0,97099	76
14	0,97029	0,96959	0,96887	0,96815	0,96742	0,96667	75
15	0,96593	0,96517	0,96440	0,96363	0,96285	0,96206	74
16	0,96126	0,96046	0,95964	0,95882	0,95799	0,95715	73
17	0,95630	0,95545	0,95459	0,95372	0,95284	0,95195	72
18	0,95106	0,95015	0,94921	0,94832	0,94739	0,94646	71
19	0,94552	0,94457	0,94361	0,94264	0,94167	0,94068	70
20	0,93969	0,93869	0,93769	0,93667	0,93565	0,93462	69
21	0,93358	0,93253	0,93148	0,93042	0,92935	0,92827	68
22	0,92718	0,92609	0,92499	0,92388	0,92276	0,92164	67
23	0,92050	0,91936	0,91822	0,91706	0,91589	0,91472	66
24	0,91355	0,91236	0,91116	0,90996	0,90875	0,90753	65
25	0,90631	0,90507	0,90383	0,90259	0,90133	0,90007	64
26	0,89879	0,89752	0,89623	0,89493	0,89363	0,89232	63
27	0,89101	0,88968	0,88835	0,88701	0,88566	0,88431	62
28	0,88295	0,88158	0,88020	0,87882	0,87743	0,87603	61
29	0,87462	0,87321	0,87178	0,87036	0,86892	0,86748	60
30	0,86603	0,86457	0,86310	0,86163	0,86015	0,85866	59
31	0,85717	0,85567	0,85416	0,85264	0,85112	0,84959	58
32	0,84805	0,84650	0,84495	0,84339	0,84182	0,84025	57
33	0,83867	0,83708	0,83549	0,83389	0,83228	0,83066	56
34	0,82904	0,82741	0,82577	0,82413	0,82248	0,82082	55
35	0,81915	0,81748	0,81580	0,81412	0,81242	0,81072	54
36	0,80902	0,80730	0,80558	0,80386	0,80212	0,80038	53
37	0,79864	0,79688	0,79512	0,79335	0,79158	0,78979	52
38	0,78801	0,78622	0,78442	0,78261	0,78079	0,77897	51
39	0,77715	0,77531	0,77347	0,77162	0,76977	0,76791	50
40	0,76604	0,76417	0,76229	0,76041	0,75851	0,75661	49
41	0,75471	0,75279	0,75088	0,74896	0,74703	0,74509	48
42	0,74314	0,74119	0,73924	0,73728	0,73531	0,73333	47
43	0,73135	0,72937	0,72737	0,72537	0,72337	0,72136	46
44	0,71934	0,71732	0,71529	0,71325	0,71121	0,70916	45
45	0,70711						44
	60'	50'	40'	30'	20'	10'	Μοίραι
<p style="text-align: center;">← Πρῶτα λεπτὰ μοίρας →</p>							
ΗΜΙΤΟΝΟΝ							

Γ. Πίναξ τῶν ἑφαπτομένων καὶ συνεφαπτομένων τῶν τόξων ἀπὸ 0° ἕως 90° καὶ ἀνὰ 10' τῆς μοίρας

ΕΦΑΠΤΟΜΕΝΗ							
Μοίραι	Πρῶτα λεπτά μοίρας						
	0'	10'	20'	30'	40'	50'	
0	0,00000	0,00291	0,00582	0,00873	0,01164	0,01455	89
1	0,01746	0,02036	0,02338	0,02620	0,02910	0,03201	88
2	0,03492	0,03783	0,04085	0,04366	0,04658	0,04950	87
3	0,05241	0,05533	0,05824	0,06116	0,06408	0,06700	86
4	0,06993	0,07285	0,07578	0,07870	0,08163	0,08456	85
5	0,08749	0,09042	0,09335	0,09629	0,09923	0,10216	84
6	0,10510	0,10805	0,11099	0,11394	0,11688	0,11983	83
7	0,12278	0,12574	0,12869	0,13165	0,13461	0,13758	82
8	0,14054	0,14351	0,14648	0,14945	0,15243	0,15540	81
9	0,15838	0,16137	0,16435	0,16734	0,17033	0,17333	80
10	0,17633	0,17933	0,18233	0,18534	0,18835	0,19136	79
11	0,19438	0,19740	0,20042	0,20345	0,20648	0,20952	78
12	0,21256	0,21560	0,21864	0,22169	0,22475	0,22781	77
13	0,23087	0,23393	0,23700	0,24008	0,24316	0,24624	76
14	0,24933	0,25242	0,25552	0,25862	0,26172	0,26483	75
15	0,26795	0,27107	0,27419	0,27732	0,28046	0,28360	74
16	0,28675	0,28989	0,29305	0,29621	0,29938	0,30255	73
17	0,30573	0,30891	0,31210	0,31520	0,31850	0,32171	72
18	0,32492	0,32814	0,33136	0,33459	0,33783	0,34108	71
19	0,34423	0,34758	0,35085	0,35412	0,35739	0,36068	70
20	0,36397	0,36727	0,37057	0,37388	0,37720	0,38053	69
21	0,38386	0,38721	0,39055	0,39391	0,39727	0,40065	68
22	0,40403	0,40741	0,41081	0,41421	0,41763	0,42105	67
23	0,42447	0,42791	0,43136	0,43481	0,43828	0,44175	66
24	0,44523	0,44872	0,45222	0,45573	0,45924	0,46277	65
25	0,46631	0,46985	0,47341	0,47698	0,48055	0,48414	64
26	0,48773	0,49134	0,49495	0,49858	0,50222	0,50587	63
27	0,50953	0,51319	0,51688	0,52057	0,52427	0,52798	62
28	0,53171	0,53545	0,53920	0,54296	0,54673	0,55051	61
29	0,55431	0,55812	0,56194	0,56577	0,56962	0,57348	60
30	0,57735	0,58124	0,58513	0,58905	0,59297	0,59691	59
31	0,60086	0,60483	0,60881	0,61280	0,61681	0,62083	58
32	0,62487	0,62892	0,63299	0,63707	0,64117	0,64528	57
33	0,64941	0,65355	0,65771	0,66189	0,66608	0,67028	56
34	0,67451	0,67875	0,68301	0,68728	0,69157	0,69588	55
35	0,70021	0,70455	0,70891	0,71329	0,71769	0,72211	54
36	0,72654	0,73099	0,73547	0,73996	0,74447	0,74900	53
37	0,74355	0,75812	0,76272	0,76733	0,77196	0,77661	52
38	0,78125	0,78598	0,79060	0,79544	0,80019	0,80498	51
39	0,80978	0,81461	0,81946	0,82434	0,82923	0,83415	50
40	0,83910	0,84407	0,84906	0,85408	0,85912	0,86419	49
41	0,86929	0,87441	0,87955	0,88473	0,88992	0,89515	48
42	0,90040	0,90609	0,91099	0,91633	0,92169	0,92709	47
43	0,93252	0,93797	0,94345	0,94896	0,95451	0,96008	46
44	0,96569	0,97133	0,97699	0,98260	0,98843	0,99419	45
45	1,00000						44
	60'	50'	40'	30'	20'	10'	Μοίραι
	Πρῶτα λεπτά μοίρας						

ΣΥΝΕΦΑΠΤΟΜΕΝΗ

Δ. Πίναξ τῶν ἐφαπτομένων καὶ συνεφαπτομένων τῶν τόξων ἀπὸ 0° ἕως 90° καὶ ἀνά 10' τῆς μοίρας

ΣΥΝΕΦΑΠΤΟΜΕΝΗ							
Μοίραι	Πρῶτα λεπτά μοίρας						
	0'	10'	20'	30'	40'	50'	
0	∞	343,77371	171,88540	114,58865	85,93979	68,75009	89
1	57,28996	49,10388	42,96408	38,18846	34,36777	31,24158	88
2	28,63225	26,43160	24,54176	22,90377	21,47060	20,20655	87
3	19,08114	18,07498	17,16984	16,34986	15,60478	14,92442	86
4	14,30067	13,72674	13,19688	12,70621	12,25051	11,82617	85
5	11,43005	11,05943	10,71191	10,38540	10,07803	9,78817	84
6	9,51436	9,25530	9,00983	8,77689	8,55555	8,34496	83
7	8,14435	7,95302	7,77035	7,59575	7,42871	7,26873	82
8	7,11537	6,96823	6,82694	6,69116	6,56055	6,43484	81
9	6,31375	6,19703	6,08444	5,97576	5,87080	5,76937	80
10	5,67128	5,57638	5,48451	5,39552	5,30928	5,22666	79
11	5,14455	5,06584	4,98940	4,91516	4,84300	4,77286	78
12	4,70463	4,63825	4,57363	4,51071	4,44942	4,38969	77
13	4,33148	4,27471	4,21933	4,16530	4,11256	4,06107	76
14	4,01078	3,96165	3,91364	3,86671	3,82083	3,77595	75
15	3,73205	3,68909	3,64705	3,60588	3,56557	3,52609	74
16	3,48741	3,45951	3,41236	3,37594	3,34023	3,30524	73
17	3,27085	3,23714	3,20406	3,17159	3,13972	3,10842	72
18	3,07768	3,04749	3,01783	2,98868	2,96004	2,93189	71
19	2,90421	2,87760	2,85023	2,82391	2,79802	2,77254	70
20	2,74748	2,72281	2,69853	2,67462	2,65109	2,62791	69
21	2,60509	2,58361	2,56046	2,53865	2,51715	2,49597	68
22	2,47509	2,45451	2,43422	2,41421	2,39449	2,37504	67
23	2,35585	2,33693	2,31826	2,29984	2,28167	2,26374	66
24	2,24604	2,22857	2,21132	2,19430	2,17749	2,16090	65
25	2,14451	2,12832	2,11232	2,09654	2,08094	2,06552	64
26	2,05030	2,03526	2,02039	2,00569	1,99116	1,97680	63
27	1,96261	1,94858	1,93470	1,92098	1,90741	1,89400	62
28	1,88073	1,86760	1,85462	1,84177	1,82906	1,81649	61
29	1,80405	1,79174	1,77955	1,76749	1,75556	1,74375	60
30	1,73205	1,72047	1,70901	1,69766	1,68643	1,67530	59
31	1,66428	1,65337	1,64256	1,63185	1,62125	1,61074	58
32	1,60033	1,59002	1,57981	1,56969	1,55966	1,54975	57
33	1,53987	1,53010	1,52043	1,51084	1,50133	1,49190	56
34	1,48256	1,47280	1,46411	1,45501	1,44598	1,43703	55
35	1,42815	1,41934	1,41061	1,40195	1,39336	1,38484	54
36	1,37638	1,36800	1,35968	1,35142	1,34323	1,33511	53
37	1,32704	1,31904	1,31110	1,30323	1,29541	1,28764	52
38	1,27994	1,27230	1,26471	1,25717	1,24969	1,24227	51
39	1,23490	1,22758	1,22031	1,21310	1,20593	1,19882	50
40	1,19175	1,18474	1,17777	1,17085	1,16398	1,15715	49
41	1,15037	1,14363	1,13694	1,13029	1,12369	1,11713	48
42	1,11061	1,10414	1,09770	1,09131	1,08496	1,07864	47
43	1,07237	1,06613	1,05994	1,05378	1,04766	1,04158	46
44	1,03553	1,02952	1,02355	1,01761	1,01170	1,00583	45
45	1,00000						44
	60'	50'	40'	30'	20'	10'	Μοίραι

ΕΦΑΠΤΟΜΕΝΗ

ΔΙΑΤΑΞΙΣ ΚΑΙ ΧΡΗΣΙΣ ΤΩΝ ΠΙΝΑΚΩΝ IV ΚΑΙ V.

IV. Λογάριθμοι τῶν τριγωνομετρικῶν ἀριθμῶν
τῶν τόξων ἀπὸ 0° ἕως 90°

Ὁ πίναξ αὐτὸς περιέχει τοὺς λογαρίθμους τῶν ἡμιτόνων, ἔφαπτομένων, συνεφαπτομένων καὶ συνημιτόνων ὄλων τῶν τόξων τοῦ α' τεταρτημορίου καὶ ἀπὸ λεπτοῦ εἰς λεπτὸν μοίρας.

Ἐάν τὸ τόξον εἶναι μικρότερον τῶν 45° , ἀναζητοῦμεν τὰς μὲν μοίρας εἰς τὸ ἄνω μέρος τοῦ πλαισίου ἐκάστου πίνακος, τὰ δὲ πρῶτα λεπτά (') εἰς τὴν πρώτην στήλην ἐκάστου πίνακος. Ἐάν τὸ τόξον εἶναι μεγαλύτερον τῶν 45° , ἀναζητοῦμεν τὰς μὲν μοίρας αὐτοῦ εἰς τὸ κάτω μέρος τοῦ πλαισίου ἐκάστου πίνακος, τὰ δὲ πρῶτα λεπτά (') εἰς τὴν τελευταίαν στήλην (πρώτην ἐκ δεξιῶν πρὸς τὰ ἀριστερά).

Αἱ στήλαι αἱ ὁποῖαι ἐπιγράφονται ἄνω: Ἡμ. (ἡμίτονον), Ἐφ. (ἔφαπτομένη), Σφ. (συνεφαπτομένη), Συν. (συνημίτονον) διὰ τὰ τόξα τὰ μικρότερα τῶν 45° , ἐπιγράφονται κάτω: Συν., Σφ., Ἐφ., Ἡμ. διὰ τὰ τόξα τὰ μεγαλύτερα τῶν 45° .

Αἱ στήλαι, αἱ ὁποῖαι ἐπιγράφονται ἄνω Δ, ἀναγράφουν τὴν διαφορὰν, ἢ ὁποῖα ὑπάρχει μεταξὺ ἐκάστου λογαρίθμου καὶ τοῦ ἐπομένου του.

Διὰ τὴν εὕρεσιν τῶν λογαρίθμων τῶν τριγωνομετρικῶν ἀριθμῶν τῶν τόξων ἐργαζόμεθα ὡς ἑξῆς:

Πρόβλημα I. *Νὰ εὕρεθῇ ὁ λογάριθμος τοῦ ἡμιτόνου ἢ ἔφαπτομένης ἢ συνεφαπτομένης ἢ συνημιτόνου ἑνὸς τόξου.*

Διακρίνομεν δύο περιπτώσεις:

Α' Περίπτωσις. Ὅταν τὸ τόξον περιέχῃ μόνον μοίρας καὶ πρῶτα λεπτά μοίρας.

Παράδειγμα 1ον. Ἐστω ὅτι θέλομεν νὰ εὕρωμεν τὸν λογάριθμον τοῦ ἡμιτόνου τῶν $35^\circ 18'$, ἧτοι λογ ημ $35^\circ 18'$.

Ἀναζητοῦμεν τὰς 35° εἰς τὸ ἄνω μέρος τῆς σελίδος 61 καὶ τὰ $18'$ εἰς τὴν πρώτην στήλην. Δεξιὰ τοῦ $18'$ καὶ ἐπὶ τῆς αὐτῆς ὀριζοντίου γραμμῆς καὶ εἰς τὴν στήλην, ἢ ὁποῖα ἐπιγράφεται Ἡμ. εὐρίσκομεν τὰ τέσσαρα τελευταῖα ψηφία 6182 τοῦ ζητουμένου λογαρίθμου· τὰ δύο πρῶτα ψηφία αὐτοῦ εἶναι τὰ $\overline{1},7$, τὰ ὁποῖα ἀναγράφονται ἀπέναντι τοῦ $15'$ καὶ τὰ ὁποῖα νοοῦνται ἐπαλαμβανόμενα. Θὰ εἶναι λοιπὸν $\log \eta \mu 35^\circ 18' = \overline{1},76182$.

Ὅμοίως εὐρίσκομεν ὅτι $\log \epsilon \phi 26^\circ 33' = \overline{1},69868$
 $\log \sigma \phi 39^\circ 50' = 0,07875$ $\log \sigma \nu 42^\circ 20' = \overline{1},86879$

Παράδειγμα 2ον. Νὰ εὕρεθῇ ὁ λογ εφ $68^\circ 45'$.

Ἀναζητοῦμεν πρῶτον τὰς 68° εἰς τὴν σελίδα 47 καὶ κάτωθεν αὐτῆς, τὰ δὲ $45'$ εἰς τὴν πρώτην στήλην ἐκ δε-

ξιῶν πρὸς τὰ ἀριστερά, καὶ ἐργαζόμενοι, ὅπως εἰς τὸ προηγούμενον παράδειγμα, εὐρίσκομεν ὅτι

$$\log \epsilon\phi 68^\circ 45' = 0,41019.$$

Ὁμοίως εὐρίσκομεν ὅτι $\log \eta\mu 54^\circ 25' = \bar{1},91023$.

$\log \sigma\upsilon\nu 72^\circ 30' = \bar{1},47814$ $\log \sigma\phi 81^\circ 54' = \bar{1},15327$

Β' Περίπτωσης. "Ὅταν τὸ τόξον περιέχῃ καὶ δεύτερα λεπτά.

Παράδειγμα 1ον. "Ἐστω ὅτι θέλομεν νὰ εὕρωμεν τὸν $\log \eta\mu 39^\circ 25' 45''$. Ὁ πίναξ (σελίς 65) δίδει

$$\left. \begin{array}{l} \log \eta\mu 39^\circ 25' = \bar{1},80274 \\ \log \eta\mu 39^\circ 26' = \bar{1},80290 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{διαφορά 16 (μονάδ. 5ης δεκ.} \\ \text{τάξεως)} \end{array}$$

Ἡ διαφορά λοιπὸν τῶν δύο διαδοχικῶν λογαριθμῶν εἶναι 16 καὶ ἀντιστοιχεῖ εἰς αὐξησιν τοῦ τόξου κατὰ 1' ἢ 60''. Ἐπειδὴ πρέπει νὰ προσθέσωμεν εἰς τὸ τόξον 45'' ἢ 45/60 τοῦ 1', πρέπει νὰ προσθέσωμεν εἰς τὸν λογάριθμον τὰ 45/60 τῆς διαφορᾶς 16, ἤτοι $16 \times 45/60 = 12$ μονάδες τῆς 5ης δεκαδικῆς τάξεως. Θὰ ἔχωμεν τότε

$$\log \eta\mu 39^\circ 25' 45'' = \bar{1},80286.$$

Τὸ πινακίδιον 16, τὸ ὁποῖον εὐρίσκεται ἐκτὸς πλαίσιου, μᾶς ἐπιτρέπει νὰ εὕρωμεν τὰ 45/60 τοῦ 16, χωρὶς πολλαπλασιασμόν, ὡς τοῦτο φαίνεται κατωτέρω.

Λιάταξις τῶν πράξεων :

$\log \eta\mu 39^\circ 25'$	$= \bar{1},80274.$	Τὸ πιν. 16 δίδει
διά 40''	$10,7$	
καὶ διὰ 5''	$1,33$	
$\log \eta\mu 39^\circ 25' 45''$	$= \bar{1},80286,03$	ἢ $\bar{1},80286$

Παράδειγμα 2ον. Νὰ εὕρεθῇ ὁ $\log \sigma\upsilon\nu 60^\circ 48' 25''$.

Γνωρίζομεν ὅτι, αὐξανόμενου τοῦ τόξου, τὸ συνημίτονον καὶ ἡ συνεφαπτομένη αὐτοῦ ἐλαττοῦνται. Οὕτω εἰς αὐξησιν τοῦ τόξου, ἀντιστοιχεῖ ἐλάττωσις τῶν λογαριθμῶν τῶν τριγωνομετρικῶν αὐτῶν ἀριθμῶν.

Ὁ πίναξ (σελ. 55) δίδει $\log \sigma\upsilon\nu 60^\circ 48' = \bar{1},68829$ καὶ ἡ διαφορά μὲ τὸν ἀκόλουθον λογάριθμον εἶναι 22. Ἐπειδὴ πρέπει νὰ προσθέσωμεν εἰς τὸ τόξον 25'' ἢ 25/60 τοῦ 1' λεπτοῦ, πρέπει, νὰ ἀφαιρέσωμεν ἀπὸ τὸν λογάριθμον τὰ 25/60 τοῦ 22, ἢ 9,16 ἢ 9 μονάδας τῆς 5ης δεκαδικῆς τάξεως, ὅποτε θὰ ἔχωμεν

$$\log \sigma\upsilon\nu 60^\circ 48' 25'' = \bar{1},68820.$$

Χρῆσις τῶν τύπων :

$$\log \eta\mu \alpha = \log \alpha + S \quad \text{καὶ} \quad \log \epsilon\phi \alpha = \log \alpha + T$$

(ὅπου $S = \log \frac{\eta\mu \alpha}{\alpha}$ καὶ $T = \log \frac{\epsilon\phi \alpha}{\alpha}$).

Ἡ προηγούμενη γενικὴ μέθοδος διὰ τὸν ὑπολογισμόν τῶν λογαριθμῶν τῶν τριγ. ἀριθμῶν, δὲν δύναται νὰ ἐφαρμοσθῇ διὰ τὰ τόξα τὰ μικρότερα τῶν 4° καὶ τὰ μεγαλύτερα τῶν 85°. Πράγματι αἱ ὑπάρχουσαι διαφο-

ραί μεταξύ δύο διαδοχικών λογαρίθμων είναι πολύ μεγάλοι και δέν δυνάμεθα νά παραδεχθώμεν πλέον τήν αναλογίαν, μεταξύ τών τόξων και τών λογαρίθμων, αναλογίαν, ἡ ὁποία εἶναι πάντοτε κατά προσέγγισιν.

Διά τοῦτο εἶναι προτιμότερον νά χρησιμοποιοῦμεν τοὺς τύπους :

$\log \eta \mu \alpha = \log \alpha + S$ (1) καὶ $\log \epsilon \phi \alpha = \log \alpha + T$ (2)
ὅταν τὸ τόξον περιέχη καὶ δευτερόλεπτα.

Διά τήν εὔρεσιν τοῦ λογαρίθμου τών τριγ. ἀριθμῶν τών ἐλαχίστων τούτων τόξων, ὅταν περιέχουν καὶ δευτερόλεπτα, ἐργαζόμεθα, ὡς τὸ κάτωθι παράδειγμα :

Παράδειγμα 1ον. Νά εὔρεθῆ ὁ $\log \eta \mu 1^{\circ} 44' 28''$.

Εἰς τήν σελ. 27 παρατηροῦμεν, ὅτι τόξον $1^{\circ} 44' = 6240''$ καὶ ἐπομένως $1^{\circ} 44' 28'' = 6240'' + 28'' = 6268''$.

Εἰς τήν αὐτὴν σελίδα καὶ εἰς τήν στήλην S παρατηροῦμεν ὅτι $S = \overline{6,68550.9}$. Εἰς τὸν πίνακα τών λογαρίθμων τών ἀριθμῶν (σελ. 14) εὐρίσκομεν, ὅτι $\log 6268 = 3,79713$.

Ὁ τύπος λοιπὸν (1) γίνεται

$$\begin{aligned} \log \eta \mu 6268'' &= \log 6268'' + S \\ &= 3,79713 + \overline{6,68550.9} = \overline{2,48263.9}. \end{aligned}$$

Ὡστε εἶναι $\log \eta \mu 1^{\circ} 44' 28'' = \overline{2,48264}$.

Παράδειγμα 2ον. Νά εὔρεθῆ ὁ $\log \epsilon \phi 1^{\circ} 27' 39''$.

Εἰς τήν σελίδα 27 παρατηροῦμεν ὅτι $1^{\circ} 27' = 5220''$ ἄρα $1^{\circ} 27' 39'' = 5220'' + 39'' = 5259''$.

Εἰς τήν αὐτὴν σελίδα καὶ εἰς τήν στήλην T παρατηροῦμεν ὅτι $T = \overline{6,68566.8}$. Εἰς τὸν πίνακα τών λογ. τών ἀριθμῶν (σελ. 12) εὐρίσκομεν ὅτι $\log 5259 = 3,72090$.

Ὁ τύπος λοιπὸν (2) γίνεται

$$\begin{aligned} \log \epsilon \phi 5259'' &= \log 5259 + \overline{6,68566.8} \\ &= 3,72090 + \overline{6,68566.8} = \overline{2,40656.8}. \end{aligned}$$

Ὡστε εἶναι $\log \epsilon \phi 1^{\circ} 27' 39'' = \overline{2,40657}$.

Σημ. Διά τὰ τόξα τὰ περιλαμβανόμενα μεταξύ 86° καὶ 90° ἀντικαθιστῶμεν :

τὴν $\epsilon \phi x$ διὰ $\frac{1}{\epsilon \phi(90^{\circ} - x)}$, τὴν $\sigma \phi x$ διὰ $\epsilon \phi(90^{\circ} - x)$ καὶ τὸ $\sigma \nu x$ διὰ $\eta \mu(90^{\circ} - x)$.

Πρόβλημα II. Ἀντίστροφον. Δίδεται ὁ λογάριθμος τριγωνομετρικοῦ ἀριθμοῦ ἐνὸς τόξου καὶ ζητεῖται τὸ τόξον. Διακρίνομεν δύο περιπτώσεις :

A' Περίπτωσης. Ὁ δοθεὶς λογάριθμος περιέχεται εἰς τοὺς πίνακας.

Παράδειγμα. Ἐστω ὅτι ζητεῖται τὸ τόξον x , διὰ τὸ ὁποῖον ἔχομεν $\log \eta \mu x = \overline{1,30582}$.

Ἀναζητοῦμεν τὸν λογάριθμον εἰς τὴν στήλην Ημ., παρατηροῦντες, ὅτι ὁ λογάριθμος αὐξάνει αὐξανόμενου τοῦ τόξου.

Εἰς τὴν σελίδα 37 καὶ εἰς τὴν στήλην Ημ., εὐρίσκομεν τὸ $\overline{1,30582}$. Ἀπέναντι αὐτοῦ καὶ εἰς τὴν πρώτην

στήλην εὐρίσκεται ὁ ἀριθμὸς 40, ὁ ὁποῖος παριστάνει τὰ πρῶτα λεπτά τοῦ τόξου. Ὁ ἀριθμὸς τῶν μοιρῶν τοῦ τόξου εὐρίσκεται εἰς τὸ ἄνω μέρος τῆς σελίδος.

Ὡστε διὰ $\log \eta \mu x = \bar{1},30582$, θὰ ἔχωμεν $x = 11^\circ 40'$.

Ὁμοίως εὐρίσκομεν ὅτι

ἂν $\log \eta \mu x = \bar{1},98464$ θὰ εἶναι $x = 74^\circ 51'$

ἂν $\log \epsilon \phi x = \bar{1},84119$ θὰ εἶναι $x = 34^\circ 45'$

ἂν $\log \sigma \phi x = \bar{1},86418$ θὰ εἶναι $x = 53^\circ 49'$

ἂν $\log \sigma \upsilon \nu x = \bar{1},99744$ θὰ εἶναι $x = 6^\circ 13'$

Β' Περίπτωσης. Ὁ δοθεὶς λογάριθμος δὲν περιέχεται εἰς τοὺς πίνακας.

Παράδειγμα. Νὰ εὐρεθῇ τὸ τόξον x , ἂν γνωρίζωμεν ὅτι $\log \eta \mu x = \bar{1},37300$.

Ἀναζητοῦμεν, ὅπως εἰς τὴν πρώτην περίπτωσιν, τὸν λογάριθμον, ὁ ὁποῖος πλησιάζει περισσότερον εἰς τὸν δοθέντα καὶ εὐρίσκομεν εἰς τὴν σελίδα 39, ὅτι οὗτος περιέχεται μεταξύ τῶν λογαρίθμων $\bar{1},37289$ καὶ $\bar{1},37341$.

Εἰς τὸν λογάριθμον $\bar{1},37289$ ἀντιστοιχεῖ τὸ τόξον $13^\circ 39'$, τὸ ὁποῖον παριστάνει τὰς μοίρας καὶ τὰ πρῶτα λεπτά τοῦ ζητουμένου τόξου. Ἡ διαφορὰ τοῦ $\bar{1},37289$ καὶ τοῦ δοθέντος λογαρίθμου εἶναι 11, ἡ δὲ διαφορὰ τοῦ $\bar{1},37289$ καὶ τοῦ ἐπομένου του εἶναι 52 (ὅπως φαίνεται εἰς τὴν στήλην Δ).

Εἰς διαφορὰν λοιπὸν 52 μονάδων (τῆς 5ης δεκαδ. τάξεως) ἀντιστοιχεῖ διαφορὰ τόξου $1'$ ἢ $60''$, καὶ ἐπομένως εἰς διαφορὰν 11 μονάδων (τῆς 5ης δεκαδ. τάξεως) θὰ ἀντιστοιχοῦν τὰ $11/52$ τοῦ $60''$ ἢ $12,69''$ ἢ $13''$.

Ὡστε διὰ $\log \eta \mu x = \bar{1},37300$ ἔχομεν $13^\circ 39' 13''$.

Σημ. Δυνάμεθα νὰ ἀποφύγωμεν τὸν πολλαπλασιασμὸν $\frac{11}{52} \times 60$, ἂν χρησιμοποιήσωμεν τὸ πινακίδιον 52.

Πρὸς τοῦτο εἰς τὴν β' στήλην αὐτοῦ ἀναζητοῦμεν τὴν διαφορὰν 11. Ἐπειδὴ αὕτη δὲν ὑπάρχει ἀναζητοῦμεν τὸν ἀριθμὸν τὸν πλησιάζοντα περισσότερον εἰς αὐτόν. Οὕτω εἰς τὸν 8,7 ἀντιστοιχοῦν $10''$. Ἡ διαφορὰ τοῦ 11 καὶ 8,7 εἶναι 2,3. Ταύτην ἀναζητοῦμεν πάλιν εἰς τὴν β' στήλην. Ἐπειδὴ δὲν ὑπάρχει, λαμβάνομεν τὸν ἀριθμὸν 2,6 ὁ ὁποῖος πλησιάζει περισσότερον πρὸς τὸ 2,3. Παραπλεύρως τοῦ 2,6 εἶναι ὁ ἀριθμὸς 3. Ἡ αὔξησις τοῦ τόξου θὰ εἶναι ἴση μὲ τὸ $10 + 3 = 13''$.

Διάταξις τῶν πράξεων.

$$\begin{array}{r} \log \eta \mu x = \bar{1},37300 \\ \log \eta \mu 13^\circ 39' = \bar{1},37289 \\ \hline \text{διαφορὰ} = 11 \\ \text{Τὸ πινακίδιον 52 δίδει } 10'' \text{ διὰ } \frac{8,7}{2,3} \\ \text{καὶ } 3'' \text{ διὰ } 2,6 \\ \hline x = 13^\circ 39' 13''. \end{array}$$

ὥστε

Ὅμοίως ἐργαζόμεθα καὶ διὰ τὸν λογεφ x . Διὰ τὸν λογ $\sigma\upsilon\eta\chi$ καὶ λογ $\sigma\phi\chi$, πρέπει νὰ ἐνθουμούμεθα, ὅτι οἱ τριγωνομετρικοὶ αὐτοὶ ἀριθμοὶ ἐλαττοῦνται, ὅταν τὸ τόξον αὐξάνῃ· ἔχοντες τοῦτο ὑπ' ὄψει εὐκόλως εὐρίσκομεν, ὡς ἀνωτέρω, τὸ ἀντίστοιχον τόξον.

Διὰ νὰ ἀποφύγωμεν τὴν ἀφαίρεσιν, λαμβάνομεν εἰς τὸν πίνακα τὸν ἀμέσως ἀνώτερον λογάριθμον τοῦ δεδομένου λογαρίθμου εἰς τρόπον, ὥστε νὰ ἔχωμεν τὸ τόξον κατ' ἔλλειψιν, ὁπότε προσθέτομεν εἰς αὐτὸ τὰ δευτερόλεπτα τοῦ τόξου, τὰ ὁποῖα ἀντιστοιχοῦν εἰς τὴν διαφορὰν τῶν λογαρίθμων.

$$\begin{array}{r} \text{Π.χ.} \qquad \qquad \qquad \text{λογ}\sigma\phi\chi=0,56300 \\ \text{ὁ πίναξ δίδει} \quad \text{λογ}\sigma\phi \ 15^{\circ} 17' = 0,56343 \qquad \Delta=50 \\ \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \text{διαφορὰ}=43 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{Τὸ πινάκ. 50 δίδει 50'' διὰ} \qquad \qquad \qquad 41,7 \\ \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \text{διαφορὰ 1,3} \\ \qquad \qquad \qquad \text{καὶ 2'' διὰ} \qquad \qquad \qquad 1,6 \end{array}$$

$$\text{"Ὡστε } x=15^{\circ} 17' 52''$$

Χρῆσις τῶν τύπων :

$\text{λογ}\eta\mu\alpha = \text{λογ}\alpha + S$ καὶ $\text{λογ}\epsilon\phi\alpha = \text{λογ}\alpha + T$
Ἔστω ὅτι θέλομεν νὰ εὕρωμεν τὸ τόξον α , ἂν γνωρίζωμεν ὅτι $\text{λογ}\eta\mu\alpha = \overline{2,16740}$.

Ὁ πίναξ (σελίς 26) δεικνύει ὅτι τὸ τόξον x περιλαμβάνεται μεταξὺ $0^{\circ} 50'$ καὶ $0^{\circ} 51'$. Διὰ τὸ τόξον $0^{\circ} 50'$ ἀντίστοιχος τιμὴ τοῦ S εἶναι $\overline{6,68556}$.

Ἀπὸ τὸν τύπον $\text{λογ}\eta\mu\alpha = \text{λογ}\alpha + S$ λαμβάνομεν

$$\begin{array}{r} \text{λογ}\alpha = \text{λογ}\eta\mu\alpha - S = \overline{2,16740} - \overline{6,68556} = 3,48184 \\ \text{ἄρα} \quad \alpha = 3032,8'' = 0^{\circ} 50' 32'',8. \end{array}$$

Ἐργαζόμεθα ὁμοίως καὶ ὅταν δίδεται ὁ λογεφ x , ἀρκεῖ νὰ ἔχωμεν ὑπ' ὄψει, ὅτι θὰ χρησιμοποιήσωμεν τὴν ποσότητα T ἀντὶ τῆς S .

V. Πίναξ τῶν φυσικῶν τριγωνομετρικῶν ἀριθμῶν.

Ἡ χρῆσις τῶν πινάκων αὐτῶν (Σελ. 72—75) γίνεται, ὅπως ἢ χρῆσις τῶν πινάκων τῶν λογαρίθμων τῶν τριγωνομετρικῶν ἀριθμῶν. (Διὰ περισσοτέρας λεπτομερείας βλέπε *Εὐθ. Τριγωνομετρίαν* Π. Γ. ΤΟΓΚΑ).

ΔΙΑΦΟΡΟΙ ΠΙΝΑΚΕΣ

	Σελίς
VI. Τετράγωνα καὶ κύβοι, τετραγωνικαὶ καὶ κυβικαὶ ρίζαι τῶν ἀριθμῶν ἀπὸ 1 ἕως 100	82—83
VII. Δυνάμεις τῶν ἀριθμῶν 2, 3, 5	84
VIII. Τετραγωνικαὶ ρίζαι τῶν ἀριθμῶν ἀπὸ 1 ἕως 100 μὲ 10 δεκαδικὰ ψηφία	85
IX. Πολλαπλάσια τῶν $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$, $\sqrt{5}$	85
X. Πολλαπλάσια τοῦ π ἀπὸ 1 ἕως 100	86
XI. Πολλαπλάσια τοῦ $1/\pi$ ἀπὸ 1 ἕως 100	87
XII. Πολλαπλάσια τοῦ M	88
XIII. Πολλαπλάσια τοῦ $1/M$	89
XIV. Δυνάμεις τῶν ἀριθμῶν 1,03, κ.λ.π.	90
XV. Ἀθροίσματα τῶν δυνάμεων τῶν ἀριθμῶν 1,03, κ.λ.π.	91
XVI. Δυνάμεις τῶν ἀριθμῶν $1/1,03$, κ.λ.π.	92
XVII. Ἀθροίσματα τῶν δυνάμεων τῶν ἀριθμῶν $1/1,03$, κ.λ.π.	93
XVIII. Πίναξ μὲ 7 δεκαδικὰ ψηφία διὰ τὸν ὑπολογισμὸν τῶν συνθέτων τόκων	94
XIX. Λογάριθμοι κ.λ.π. μὲ τρία δεκαδικὰ ψηφία	95
XX. Πίναξ ἀναγωγῆς μοιρῶν εἰς βαθμοὺς	96
XXI. Πίναξ ἀναγωγῆς βαθμῶν εἰς μοίρας	97
XXII. Πίναξ ἀναγωγῆς μοιρῶν εἰς ἀκτίνια	98—99
XXIII. Πίναξ ἀναγωγῆς βαθμῶν εἰς ἀκτίνια	100
XXIV. Πίναξ ἀναγωγῆς μοιρῶν κ.λ.π. ($^{\circ}$, $'$, $''$) εἰς χρόνον (ω , π , δ) καὶ ἀντιστρόφως	101
XXV. Πίναξ πρώτων ἀριθμῶν κ.λ.π.	102—106
XXVI. Πίναξ ἀναγωγῆς βαθμῶν θερμομέτρου Κελσίου (C) εἰς Ρεωμύρου (R) καὶ Φαρενάϊτ (F)	107
XXVII. Πίναξ εἰδικῶν βαρῶν	108—109
XXVIII. Πίναξ ἀναγωγῆς μέτρων εἰς πήχεις καὶ ἀντιστρόφως	110
XXIX. Πίναξ ἀναγωγῆς μέτρων εἰς πόδας καὶ ἀντιστρόφως	111
XXX. Πίναξ ἀναγωγῆς τετραγωνικῶν μέτρων εἰς τετραγωνικοὺς τεκτονικοὺς πήχεις καὶ ἀντιστρόφως	112
XXXI. Πίναξ ἀναγωγῆς ὄργυων, ποδῶν, δακτύλων, γραμμῶν ὑάρδας εἰς μέτρα καὶ εἰς χιλιοστόμετρα	113
XXXII. Πίναξ ἀναγωγῆς ὑάρδων, ποδῶν, Ἰντῶν καὶ γραμμῶν ὑάρδας εἰς μέτρα καὶ χιλιοστόμετρα	113
XXXIII. Πίναξ ἀναγωγῆς Ἀγγλικῶν λιμπρῶν (Lb) καὶ οὐγγιῶν (oz) εἰς ὀκάδας καὶ χιλιόγραμμα	113
XXXIV. Πίναξ ἀναγωγῆς ὀκάδων εἰς κιλά καὶ ἀντιστρόφως	114

VI. Τετράγωνα καὶ κύβοι, τετραγωνικαὶ ρίζαι
καὶ κυβικαὶ ρίζαι τῶν ἀριθμῶν ἀπὸ 1—100.

A	A ²	A ³	\sqrt{A}	$\sqrt[3]{A}$
1	1	1	1,00000	1,00000
2	4	8	1,41421	1,25992
3	9	27	1,73205	1,44225
4	16	64	2,00000	1,58740
5	25	125	2,23607	1,70998
6	36	216	2,44949	1,81712
7	49	343	2,64575	1,91293
8	64	512	2,82843	2,00000
9	81	729	3,00000	2,08008
10	100	1 000	3,16228	2,15443
11	121	1 331	3,31662	2,22398
12	144	1 728	3,46410	2,28943
13	169	2 197	3,60555	2,35133
14	196	2 744	3,74166	2,41014
15	225	3 375	3,87298	2,46621
16	256	4 096	4,00000	2,51984
17	289	4 913	4,12311	2,57128
18	324	5 832	4,24264	2,62074
19	361	6 859	4,35890	2,66840
20	400	8 000	4,47214	2,71442
21	441	9 261	4,58258	2,75892
22	484	10 648	4,69042	2,80204
23	529	12 167	4,79583	2,84387
24	576	13 824	4,89898	2,88450
25	625	15 625	5,00000	2,92402
26	676	17 576	5,09902	2,96250
27	729	19 683	5,19615	3,00000
28	784	21 952	5,29150	3,03659
29	841	24 389	5,38516	3,07232
30	900	27 000	5,47723	3,10723
31	961	29 791	5,56776	3,14138
32	1 024	32 768	5,65685	3,17480
33	1 089	35 937	5,74456	3,20753
34	1 156	39 304	5,83095	3,23961
35	1 225	42 875	5,91608	3,27107
36	1 296	46 656	6,00000	3,30193
37	1 369	50 653	6,08276	3,33222
38	1 444	54 872	6,16441	3,36198
39	1 521	59 319	6,24500	3,39121
40	1 600	64 000	6,32456	3,41992
41	1 681	68 921	6,40312	3,44822
42	1 764	74 088	6,48074	3,47603
43	1 849	79 507	6,55744	3,50340
44	1 936	85 184	6,63325	3,53035
45	2 025	91 125	6,70820	3,55689
46	2 116	97 336	6,78233	3,58305
47	2 209	103 823	6,85565	3,60883
48	2 304	110 592	6,92820	3,63424
49	2 401	117 649	7,00000	3,65931
50	2 500	125 000	7,07107	3,68403

VI. Τετράγωνα καὶ κύβοι, τετραγωνικαὶ ρίζαι
καὶ κυβικαὶ ρίζαι τῶν ἀριθμῶν ἀπὸ 1—100.

A	A ²	A ³	\sqrt{A}	$\sqrt[3]{A}$
51	2 601	132 651	7,14143	3,70843
52	2 704	140 608	7,21110	3,73251
53	2 809	148 877	7,28011	3,75629
54	2 916	157 464	7,34847	3,77976
55	3 025	166 375	7,41620	3,80295
56	3 136	175 616	7,48331	3,82586
57	3 249	185 193	7,54983	3,84850
58	3 364	195 112	7,61577	3,87088
59	3 481	205 379	7,68115	3,89300
60	3 600	216 000	7,74597	3,91487
61	3 721	226 981	7,81025	3,93650
62	3 844	238 328	7,87401	3,95789
63	3 969	250 047	7,93725	3,97906
64	4 096	262 144	8,00000	4,00000
65	4 225	274 625	8,06226	4,02073
66	4 356	287 496	8,12404	4,04124
67	4 489	300 763	8,18535	4,06155
68	4 624	314 432	8,24621	4,08166
69	4 761	328 509	8,30662	4,10157
70	4 900	343 000	8,36660	4,12129
71	5 041	357 911	8,42615	4,14082
72	5 184	373 248	8,48528	4,16017
73	5 329	389 017	8,54400	4,17934
74	5 476	405 224	8,60233	4,19834
75	5 625	421 875	8,66025	4,21716
76	5 776	438 976	8,71780	4,23582
77	5 929	456 533	8,77496	4,25432
78	6 084	474 552	8,83176	4,27266
79	6 241	493 039	8,88819	4,29084
80	6 400	512 000	8,94427	4,30887
81	6 561	531 441	9,00000	4,32675
82	6 724	551 368	9,05539	4,34448
83	6 889	571 787	9,11043	4,36207
84	7 056	592 704	9,16515	4,37952
85	7 225	614 125	9,21954	4,39683
86	7 396	636 056	9,27362	4,41400
87	7 569	658 503	9,32738	4,43105
88	7 744	681 472	9,38083	4,44796
89	7 921	704 969	9,43398	4,46475
90	8 100	729 000	9,48683	4,48140
91	8 281	753 571	9,53939	4,49794
92	8 464	778 688	9,59166	4,51436
93	8 649	804 357	9,64365	4,53065
94	8 836	830 584	9,69536	4,54684
95	9 025	857 375	9,74679	4,56290
96	9 216	884 736	9,79796	4,57886
97	9 409	912 673	9,84886	4,59470
98	9 604	941 192	9,89949	4,61044
99	9 801	970 299	9,94987	4,62607
100	10 000	1 000 000	10,00000	4,64159

VII. Δυνάμεις τῶν ἀριθμῶν 2, 3, 5.

Δυνάμεις τοῦ 2.							
E.	Δ	E.	Δ	E.	Δ	E.	Δ
1	2	11	2 048	21	2 097 152	31	2 147 483 648
2	4	12	4 096	22	4 194 304	32	4 294 967 296
3	8	13	8 192	23	8 388 608	33	8 589 934 592
4	16	14	16 384	24	16 777 216	34	17 179 869 184
5	32	15	32 768	25	33 554 432	35	34 359 738 368
6	64	16	65 536	26	67 108 864	36	68 719 476 736
7	128	17	131 072	27	134 217 728	37	137 438 953 472
8	256	18	262 144	28	268 435 456	38	274 877 906 944
9	512	19	524 288	29	536 870 912	39	549 755 813 888
10	1024	20	1 048 576	30	1 073 741 824	40	1 099 511 627 776
Δυνάμεις τοῦ 3.							
E.	Δ	E.	Δ	E.	Δ	E.	Δ
1	3	11	177 147	21	10 460 353 203		
2	9	12	531 441	22	31 381 059 609		
3	27	13	1 594 323	23	94 143 178 827		
4	81	14	4 782 969	24	282 429 536 481		
5	243	15	14 348 907	25	847 288 609 443		
6	729	16	43 046 721	26	2 541 865 828 329		
7	2 187	17	129 140 163	27	7 625 597 484 987		
8	6 561	18	387 420 489	28	22 876 792 454 961		
9	19 683	19	1 162 261 467	29	68 630 377 364 883		
10	59 049	20	3 486 784 401	30	205 891 132 094 649		
Δυνάμεις τοῦ 5.							
E.	Δ	E.	Δ	E.	Δ	E.	Δ
1	5	9	1 953 125	17	762 939 453 125		
2	25	10	9 765 625	18	3 814 697 265 625		
3	125	11	48 828 125	19	19 073 486 328 125		
4	625	12	244 140 625	20	95 367 431 640 625		
5	3 125	13	1 220 703 125	21	476 837 158 203 125		
6	15 625	14	6 103 515 625	22	2 384 185 791 015 625		
7	78 125	15	30 517 578 125	23	11 920 928 955 078 125		
8	390 625	16	152 587 890 625	24	59 604 644 775 390 625		

Χρῆσις τοῦ πίνακος VII. Ὁ ἀνωτέρω πίναξ περιέχει τὰς 40 πρώτας δυνάμεις τοῦ 2, τὰς 30 πρώτας δυνάμεις τοῦ 3 καὶ τὰς 24 πρώτας δυνάμεις τοῦ 5. Ἡ στήλη E περιέχει τοὺς ἐκθέτας τῶν δυνάμεων, ἡ δὲ στήλη Δ τὰς δυνάμεις. Ἡ χρῆσις τῶν πινάκων τούτων εἶναι προφανής.

VIII. Τετραγωνικαὶ ρίζαι τῶν ἀριθμῶν
1 ἕως 100 μὲ 10 δεκαδικὰ ψηφία.

Α	ρίζαι	Α	ρίζαι	Α	ρίζαι
1	1.	35	5,91607 97831	69	8,30662 38629
2	1,41421 35624	36	6.	70	8,36660 02653
3	1,73205 08076	37	6,08276 25303	71	8,42614 97732
4	2.	38	6,16441 40030	72	8,48528 13742
5	2,23606 79775	39	6,24499 79984	73	8,54400 37453
6	2,44948 97428	40	6,32455 53204	74	8,60232 52670
7	2,64575 13111	41	6,40312 42374	75	8,66025 40378
8	2,82842 70248	42	6,48074 06984	76	8,71779 78870
9	3.	43	6,55743 85243	77	8,77496 43874
10	3,16227 76602	44	6,63324 95808	78	8,83176 08663
11	3,31662 47904	45	6,70820 39325	79	8,88819 44173
12	3,46410 16152	46	6,78232 99831	80	8,94427 19100
13	3,60555 12755	47	6,85565 46004	81	9.
14	3,74165 73868	48	6,92820 32303	82	9,05538 51381
15	3,87298 33462	49	7.	83	9,11043 35791
16	4.	50	7,07106 78119	84	9,16515 13900
17	4,12310 56256	51	7,14142 84285	85	9,21954 44573
18	4,24264 06872	52	7,21110 25510	86	9,27361 84955
19	4,35889 89435	53	7,28010 98893	87	9,32737 90531
20	4,47213 59550	54	7,34846 92284	88	9,38083 15196
21	4,58257 56950	55	7,41619 84871	89	9,43398 11321
22	4,69041 57598	56	7,48331 47736	90	9,48683 29806
23	4,79583 15233	57	7,54983 44353	91	9,53939 20142
24	4,89897 94856	58	7,61577 31059	92	9,59166 30466
25	5.	59	7,68114 57479	93	9,64365 07610
26	5,09901 95136	60	7,74596 66924	94	9,69535 97148
27	5,19615 24227	61	7,81024 96759	95	9,74679 43448
28	5,29150 26222	62	7,87400 78740	96	9,79795 89712
29	5,38516 48071	63	7,93725 39333	97	9,84885 78018
30	5,47722 55751	64	8.	98	9,89949 49368
31	5,56776 43628	65	8,06225 77483	99	9,94987 43712
32	5,65685 42495	66	8,12403 84046	100	10.
33	5,74456 26465	67	8,18535 27719		
34	5,83095 18948	68	8,24621 12512		

IX. Πολλαπλάσια τῶν $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$, $\sqrt{5}$.

	$\sqrt{2}$		$\sqrt{3}$		$\sqrt{5}$
1	1,41421 35624	1	1,73205 08076	1	2,23606 79775
2	2,82842 71247	2	3,46410 16151	2	4,47213 59550
3	4,24264 06871	3	5,19615 24227	3	6,70820 39325
4	5,65685 42495	4	6,92820 32303	4	8,94427 19100
5	7,07106 78119	5	8,66025 40378	5	11,18033 98875
6	8,48528 13742	6	10,39230 48454	6	13,41640 78650
7	9,89949 49366	7	12,12435 56530	7	15,65247 58425
8	11,31370 84990	8	13,85640 64606	8	17,88854 38200
9	12,72792 20614	9	15,58845 72681	9	20,12461 17975

X. Πολλαπλάσια τοῦ π ἀπὸ 1 ἕως 100.

$$\pi = 3,14159\ 26535\ 89793\ 23846\ 26434$$

Α	Πολλαπλά- σια	Α	Πολλαπλά- σια	Α	Πολλαπλά- σια
10	31,415 927	40	125,663 706	70	219,911 486
11	34,557 519	41	128,805 299	71	223,053 078
12	37,699 112	42	131,946 891	72	226,194 671
13	40,840 704	43	135,088 484	73	229,336 264
14	43,982 297	44	138,230 077	74	232,477 856
15	47,123 890	45	141,371 669	75	235,619 449
16	50,265 482	46	144,513 262	76	238,761 042
17	53,407 075	47	147,654 855	77	241,902 634
18	56,548 668	48	150,796 447	78	245,044 227
19	59,690 260	49	153,938 040	79	248,185 820
20	62,831 853	50	157,079 633	80	251,327 412
21	65,973 446	51	160,221 225	81	254,469 005
22	69,115 038	52	163,362 818	82	257,610 598
23	72,256 631	53	166,504 411	83	260,752 190
24	75,398 224	54	169,646 003	84	263,893 783
25	78,539 816	55	172,787 596	85	267,035 376
26	81,681 409	56	175,929 189	86	270,176 968
27	84,823 002	57	179,070 781	87	273,318 561
28	87,964 594	58	182,212 374	88	276,460 154
29	91,106 187	59	185,353 967	89	279,601 746
30	94,247 780	60	188,495 559	90	282,743 339
31	97,389 372	61	191,637 152	91	285,884 931
32	100,530 965	62	194,778 745	92	289,026 524
33	103,672 558	63	197,920 337	93	292,168 117
34	106,814 150	64	201,061 930	94	295,309 709
35	109,955 743	65	204,203 522	95	298,451 302
36	113,097 336	66	207,345 115	96	301,592 895
37	116,238 928	67	210,486 708	97	304,734 487
38	119,380 521	68	213,628 300	98	307,876 080
39	122,522 113	69	216,769 893	99	311,017 673

Χρῆσις τοῦ πίνακος X. Ὁ πίναξ X περιέχει τὰ πολλαπλάσια τοῦ π ἀπὸ 1 ἕως 100. Εἰς τὸν πίνακα αὐτὸν ἔχουν παραλειφθῆ τὰ πολλαπλάσια τοῦ π ἀπὸ 1 ἕως 9, διότι δυνάμεθα νὰ τὰ ὑπολογίσωμεν εὐκόλως ἀπὸ τὰ πολλαπλάσια τῶν 10π , 20π , . . . 90π , ἀρκεῖ νὰ μεταφέρωμεν τὴν ὑποδιαστολὴν μίαν θέσιν πρὸς τὰ ἀριστερά. Δι' ἀπλῆς μεταθέσεως τῆς ὑποδιαστολῆς εὐρίσκομεν καὶ τὰ μεγαλύτερα τοῦ 100 πολλαπλάσια τοῦ π.

Τὰ κάτωθι παράδειγμα μᾶς δεικνύει τὴν χρῆσιν τοῦ πίνακος τούτου.

Παράδειγμα. Νὰ ὑπολογισθῆ τὸ γινόμενον $\pi \times 35,7486$.

$$\text{Διὰ} \quad \pi \times 35 = 109,955743$$

$$\pi \times 0,74 = 2,324778$$

$$\pi \times 0,0086 = 0,027017$$

$$\text{Ἄρα} \quad \pi \times 35,7486 = 112,307538$$

XI. Πολλαπλάσια του $1/\pi$ από 1 έως 100

$$1/\pi = 0,31830 \quad 98861 \quad 83790 \quad 67153 \quad 77675$$

	Πολλαπλάσια		Πολλαπλάσια		Πολλαπλάσια
10	3,183 099	40	12,732 395	70	22,281 692
11	3,501 409	41	13,050 705	71	22,600 002
12	3,819 719	42	13,369 015	72	22,918 312
13	4,138 029	43	13,687 325	73	23,236 622
14	4,456 338	44	14,005 635	74	23,554 932
15	4,774 648	45	14,323 945	75	23,873 241
16	5,092 958	46	14,642 255	76	24,191 551
17	5,411 268	47	14,960 565	77	24,509 861
18	5,729 578	48	15,278 875	78	24,828 171
19	6,047 888	49	15,597 184	79	25,146 481
20	6,366 198	50	15,915 494	80	25,464 791
21	6,684 508	51	16,233 804	81	25,783 101
22	7,002 817	52	16,552 114	82	26,101 411
23	7,321 127	53	16,870 424	83	26,419 721
24	7,639 437	54	17,188 734	84	26,738 030
25	7,957 747	55	17,507 044	85	27,056 340
26	8,276 057	56	17,825 354	86	27,374 650
27	8,594 367	57	18,143 664	87	27,692 960
28	8,912 677	58	18,461 973	88	28,011 270
29	9,230 987	59	18,780 283	89	28,329 580
30	9,549 297	60	19,098 593	90	28,647 890
31	9,867 606	61	19,416 903	91	28,966 200
32	10,185 916	62	19,735 213	92	29,284 510
33	10,504 226	63	20,053 523	93	29,602 819
34	10,822 536	64	20,371 833	94	29,921 129
35	11,140 846	65	20,690 143	95	30,239 439
36	11,459 156	66	21,008 452	96	30,557 749
37	11,777 466	67	21,326 762	97	30,876 059
38	12,095 776	68	21,645 072	98	31,194 369
39	12,414 086	69	21,963 382	99	31,512 679

Χρήσις του πίνακος XI. Ὁ πίναξ XI περιέχει τὰ πολλαπλάσια τοῦ $1/\pi$ ἀπὸ 1 ἕως 100. Εἰς τὸν πίνακα αὐτὸν ἔχουν παραλειφθῆ τὰ πολλαπλάσια τοῦ $1/\pi$ ἀπὸ 1 ἕως 9, διότι δυνάμεθα νὰ τὰ εὕρωμεν εὐκόλως ἀπὸ τὰ $10/\pi$, $20/\pi$, $90/\pi$, ἀρκεῖ νὰ μεταφέρωμεν τὴν ὑποδιαστολὴν μίαν θέσιν πρὸς τὰ ἀριστερά.

Δι' ἀπλῆς μεταθέσεως τῆς ὑποδιαστολῆς εὕρισκομεν καὶ τὰ μεγαλύτερα τοῦ 100 πολλαπλάσια τοῦ $1/\pi$. Τὸ κάτωθι παράδειγμα μᾶς δεῖκνύει τὴν χρήσιν τοῦ πίνακος αὐτοῦ.

Παράδειγμα: Νὰ ὑπολογισθῆ τὸ πηλίκον $560,248 : \pi$, ἤτοι τὸ γινόμενον $560,248 \times \frac{1}{\pi}$.

$$\Delta\iota\acute{\alpha} \quad 1/\pi \times 500 = 159,15494$$

$$1/\pi \times 60 = 19,09859$$

$$1/\pi \times 0,24 = 0,76394$$

$$1/\pi \times 0,008 = 0,00254$$

$$\text{* Ἀρα} \quad 1/\pi \times 560,248 = 179,02001$$

XII. Πολλαπλάσια τοῦ Μ.

Διὰ τὴν ἀναγωγὴν τῶν Νεπερείων λογαρίθμων (L.)
εἰς κοινούς λογαρίθμους (Λογ.)

$$\text{Λογ. } A = M \times L. A$$

$$M = \text{λογ. } e = 0,43429 \ 44819 \ 03251 \ 82765 \ 11289$$

$$e = \text{ορ} \left(1 + \frac{1}{v}\right)^v = 2,71828 \ 18284 \ 59045 \ 23536 \ 02875$$

	Πολλαπλάσια		Πολλαπλάσια		Πολλαπλάσια
10	4,34 294	40	17,37 178	70	30,40 061
11	4,77 724	41	17,80 607	71	30,83 491
12	5,21 153	42	18,24 037	72	31,26 920
13	5,64 583	43	18,67 466	73	31,70 350
14	6,08 012	44	19,10 896	74	32,13 779
15	6,51 442	45	19,54 325	75	32,57 209
16	6,94 871	46	19,97 755	76	33,00 638
17	7,38 301	47	20,41 184	77	33,44 068
18	7,81 730	48	20,84 614	78	33,87 497
19	8,25 160	49	21,28 043	79	34,30 926
20	8,68 589	50	21,71 472	80	34,74 356
21	9,12 018	51	22,14 902	81	35,17 785
22	9,55 448	52	22,58 331	82	35,61 215
23	9,98 877	53	23,01 761	83	36,04 644
24	10,42 307	54	23,45 190	84	36,48 074
25	10,85 736	55	23,88 620	85	36,91 503
26	11,29 166	56	24,32 049	86	37,34 933
27	11,72 595	57	24,75 479	87	37,78 362
28	12,16 025	58	25,18 908	88	38,21 791
29	12,59 454	59	25,62 337	89	38,65 221
30	13,02 883	60	26,05 767	90	39,08 650
31	13,46 313	61	26,49 196	91	39,52 080
32	13,89 742	62	26,92 626	92	39,95 509
33	14,33 172	63	27,36 055	93	40,38 939
34	14,76 601	64	27,79 485	94	40,82 368
35	15,20 031	65	28,22 914	95	41,25 798
36	15,63 460	66	28,66 344	96	41,69 227
37	16,06 890	67	29,09 773	97	42,12 656
38	16,50 319	68	29,53 202	98	42,56 086
39	16,93 748	69	29,96 632	99	42,99 515

Χρήσις τοῦ πίνακος XII. Τὸ κάτωθι παράδειγμα θά
μᾶς ἐξηγήσῃ τὴν χρήσιν τοῦ πίνακος αὐτοῦ.

Παράδειγμα. "Ἐστω ὅτι ὁ νεπερείος λογάριθμος
ἑνὸς ἀριθμοῦ x εἶναι 1,15674 δηλ. ἔστω ὅτι εἶναι
 $L.x = 1,15674$ καὶ ζητεῖται νὰ εὔρεθῇ ὁ κοινὸς λογά-
ριθμος ὁ ὁποῖος ἀντιστοιχεῖ εἰς αὐτόν.

Πρέπει νὰ πολλαπλασιάσωμεν τὸν νεπερείον λογά-
ριθμον ἐπὶ Μ. "Ἐχομεν

$$\text{Διὰ } M \times 1,1 \dots \dots \dots 0,477724$$

$$\text{» } 0,056 \dots \dots \dots 0,024320$$

$$\text{» } 0,00074 \dots \dots \dots 0,000321$$

$$\text{"Ἀθροισμα ἢ κοινὸς λογ} x = 0,502365$$

$$= 0,50236$$

XIII. Πολλαπλάσια του $1/M$

Διά την ἀναγωγήν τῶν κοινῶν λογαρίθμων (Λογ.)
εἰς Νεπερείους λογαρίθμους (L.)

$$L. A = \frac{1}{M} \times \text{λογ.} A$$

$$1/M = L. 10 = 2,30258 \quad 50929 \quad 94045 \quad 68401 \quad 79915$$

	Πολλαπλάσια		Πολλαπλάσια		Πολλαπλάσια
10	23,02 585	40	92,10 340	70	161,18 096
11	25,32 844	41	94,40 599	71	163,48 354
12	27,63 102	42	96,70 857	72	165,78 613
13	29,93 361	43	99,01 116	73	168,08 871
14	32,23 619	44	101,31 374	74	170,39 130
15	34,53 878	45	103,61 633	75	172,69 388
16	36,84 136	46	105,91 891	76	174,99 647
17	39,14 395	47	108,22 150	77	177,29 905
18	41,44 653	48	110,52 408	78	179,60 164
19	43,74 912	49	112,82 667	79	181,90 422
20	46,05 170	50	115,12 925	80	184,20 681
21	48,35 429	51	117,43 184	81	186,50 939
22	50,65 687	52	119,73 442	82	188,81 198
23	52,95 946	53	122,03 701	83	191,11 456
24	55,26 204	54	124,33 960	84	193,41 715
25	57,56 463	55	126,64 218	85	195,71 973
26	59,86 721	56	128,94 477	86	198,02 232
27	62,16 980	57	131,24 735	87	200,32 490
28	64,47 238	58	133,54 994	88	202,62 749
29	66,77 497	59	135,85 252	89	204,93 007
30	69,07 755	60	138,15 511	90	207,23 266
31	71,38 014	61	140,45 769	91	209,53 524
32	73,68 272	62	142,76 028	92	211,83 783
33	75,98 531	63	145,06 286	93	214,14 041
34	78,28 789	64	147,36 545	94	216,44 300
35	80,59 048	65	149,66 803	95	218,74 558
36	82,89 306	66	151,97 062	96	221,04 817
37	85,19 565	67	154,27 320	97	223,35 075
38	87,49 823	68	156,57 579	98	225,65 334
39	89,80 082	69	158,87 837	99	227,95 592

Χρήσις τοῦ πίνακος XIII. Ἡ χρήσις τοῦ πίνακος αὐ-
τοῦ δὲν παρουσιάζει καμμίαν δυσκολίαν. Ἐν τούτοις
δίδομεν τὸ κάτωθι παράδειγμα.

Παράδειγμα. Ἐστω ὅτι ὁ κοινὸς λογάριθμος ἑνὸς
ἀριθμοῦ x εἶναι 0,39625 καὶ ζητεῖται νὰ ἀναγάγωμεν
τὸν λογάριθμον αὐτὸν εἰς νεπερείον λογάριθμον. Πρέ-
πει νὰ διαιρέσωμεν τὸν κοινὸν λογάριθμον διὰ τοῦ M ,
δηλ. νὰ τὸν πολλαπλασιάσωμεν ἐπὶ $1/M$. Ἐχομεν

$$\begin{array}{r} \text{Διὰ } 1/M \times 0,39 \dots\dots\dots 0,8980082 \\ \text{» } 0,0062 \dots\dots\dots 0,0142760 \\ \text{» } 0,000050 \dots\dots\dots 0,0001151 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{Ἄθροισμα ἢ } L.x \quad \quad \quad = 0,9123993 \\ \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad = 0,91240 \end{array}$$

XIV. Δυνάμεις τῶν ἀριθμῶν 1, 03, ... κ.λ.π.

E	1,03	1,04	1,045	1,05	1,06
1	1,03	1,04	1,045	1,05	1,06
2	1,060 900	1,081 600	1,092 025	1,102 500	1,123 600
3	1,092 727	1,124 864	1,141 166	1,157 625	1,191 016
4	1,125 509	1,169 859	1,192 519	1,215 506	1,262 477
5	1,159 274	1,216 653	1,246 182	1,276 282	1,338 226
6	1,194 052	1,265 319	1,302 260	1,340 096	1,418 519
7	1,229 874	1,315 932	1,360 862	1,407 100	1,503 630
8	1,266 770	1,368 569	1,422 101	1,477 455	1,593 848
9	1,304 773	1,423 312	1,486 095	1,551 328	1,689 479
10	1,343 916	1,480 244	1,552 969	1,628 895	1,790 848
11	1,384 254	1,539 454	1,622 853	1,710 339	1,898 299
12	1,425 761	1,601 032	1,695 881	1,795 856	2,012 196
13	1,468 534	1,665 074	1,772 196	1,885 649	2,132 928
14	1,512 590	1,731 676	1,851 945	1,979 932	2,260 904
15	1,557 967	1,800 944	1,935 282	2,078 928	2,396 558
16	1,604 706	1,872 981	2,022 370	2,182 875	2,540 352
17	1,652 848	1,947 900	2,113 377	2,292 018	2,692 773
18	1,702 433	2,025 817	2,208 479	2,406 619	2,854 339
19	1,753 506	2,106 849	2,307 860	2,526 950	3,025 600
20	1,806 111	2,191 123	2,411 714	2,653 298	3,207 135
21	1,860 295	2,278 768	2,520 241	2,785 963	3,399 564
22	1,916 103	2,369 919	2,633 652	2,925 261	3,603 537
23	1,973 587	2,464 716	2,752 166	3,071 524	3,819 750
24	2,032 794	2,563 304	2,876 014	3,225 100	4,048 935
25	2,093 778	2,665 836	3,005 434	3,386 355	4,291 871
30	2,427 262	3,243 398	3,745 318	4,321 942	5,743 491
35	2,813 862	3,946 089	4,667 348	5,516 015	7,686 087
40	3,262 038	4,801 021	5,816 365	7,039 989	10,285 718
45	3,781 596	5,841 176	7,248 248	8,985 008	13,764 611
50	4,383 906	7,106 683	9,032 636	11,467 400	18,420 154
E	1,03	1,04	1,045	1,05	1,06

Χρήσις τοῦ πίνακος XIV. Ὁ πίναξ αὐτὸς περιέχει τὰς 50 πρώτας δυνάμεις τῶν ἀριθμῶν 1,03 1,04 1,05 1,06.

Χρήσις τοῦ πίνακος τούτου γίνεται κατὰ τὴν λύσιν τῶν προβλημάτων τοῦ ἀνατοκισμοῦ, ὡς τὸ κάτωθι :

Πρόβλημα: Ἄν καταθέσῃ τις 100 000 δραχ. με ἀνατοκισμὸν πρὸς 4% πόσα θὰ λάβῃ μετὰ 20 ἔτη;

Γνωρίζομεν ἐκ τῆς Ἀλγέβρας (τύπος ἀνατοκισμοῦ), ὅτι μετὰ 20 ἔτη θὰ λάβῃ

$$\Sigma = 1,04^{20} \times 100\,000.$$

Ἐπειδὴ $1,04^{20} = 2,191\,123$, ἔπεται ὅτι θὰ λάβῃ

$$\Sigma = 2,191\,123 \times 100\,000 = 219\,112,3 \text{ δραχ.}$$

XV. Ἀθροίσματα τῶν δυνάμεων τῶν ἀριθμῶν
1,03 1,04 κ.λ.π.

	1,03	1,04	1,045	1,05	1,06
1	1,03	1,04	1,045	1,05	1,06
2	2,090 900	2,121 600	2,137 025	2,152 500	2,183 600
3	3,183 627	3,246 464	3,278 191	3,310 125	3,374 616
4	4,309 136	4,416 323	4,470 710	4,525 631	4,637 093
5	5,468 410	5,632 975	5,716 892	5,801 913	5,975 319
6	6,662 462	6,898 294	7,019 152	7,142 008	7,393 838
7	7,892 336	8,214 226	8,380 014	8,549 109	8,897 468
8	9,159 106	9,582 795	9,802 114	10,026 564	10,491 316
9	10,463 879	11,006 107	11,288 209	11,577 893	12,180 795
10	11,807 796	12,486 351	12,841 179	13,206 787	13,971 643
11	13,192 030	14,025 805	14,464 032	14,917 127	15,869 941
12	14,617 790	15,626 838	16,159 913	16,712 983	17,882 138
13	16,086 324	17,291 911	17,932 109	18,598 632	20,015 066
14	17,598 914	19,023 588	19,784 054	20,578 564	22,275 970
15	19,156 881	20,824 531	21,719 337	22,657 492	24,672 528
16	20,761 588	22,697 512	23,741 707	24,840 366	27,212 880
17	22,414 435	24,645 413	25,855 084	27,132 385	29,905 653
18	24,116 868	26,671 229	28,063 562	29,539 004	32,759 992
19	25,870 374	28,778 079	30,371 423	32,065 954	35,785 591
20	27,676 486	30,969 202	32,783 137	34,719 252	38,992 727
21	29,536 780	33,247 970	35,303 378	37,505 214	42,392 290
22	31,452 884	35,617 889	37,937 030	40,430 475	45,995 828
23	33,426 470	38,082 604	40,689 196	43,501 999	49,815 577
24	35,459 264	40,645 908	43,565 210	46,727 099	53,864 512
25	37,553 042	43,311 745	46,570 645	50,113 454	58,156 383
30	49,002 678	58,328 335	63,752 388	69,760 790	83,801 677
35	62,275 944	76,598 314	85,163 966	94,836 323	118,120 867
40	77,663 298	98,826 536	111,846 688	126,839 763	164,047 684
45	95,501 457	125,870 568	145,098 214	167,685 164	225,508 125
50	116,180 773	158,773 767	186,535 665	219,815 396	307,756 059
	1,03	1,04	1,045	1,05	1,06

Χρήσις τοῦ πίνακος XV. Ὁ πίναξ αὐτὸς περιέχει τὰ ἀθροίσματα τῶν δυνάμεων τῶν ἀριθμῶν 1,03 1,04 1,045 1,05 1,06.

Χρήσις τοῦ πίνακος τούτου γίνεται κατὰ τὴν λύσιν τῶν προβλημάτων τῶν ἴσων καταθέσεων, ὡς τὸ κάτωθι :

Πρόβλημα. Καταθέτει τις εἰς τὴν ἀρχὴν ἐκάστου ἔτους 500 000 δραχ. μὲ ἀνατοκισμόν πρὸς 5%. Πόσα θὰ λάβῃ μετὰ 15 ἔτη.

Τὸ ζητούμενον ποσόν, κατὰ τὰ γνωστά, θὰ εἶναι :

$$\Sigma = (1,05^{15} + 1,05^{14} + \dots + 1,05) \times 500 000.$$

Ἀπὸ τὸν ἀνωτέρω πίνακα παρατηροῦμεν ὅτι τὸ ἐντὸς τῆς παρενθέσεως ἄθροισμα εἶναι 22,657 492. Ἐπομένως τὸ ζητούμενον ποσόν θὰ εἶναι

$$\Sigma = 22,657 492 \times 500 000 = 11 328 746 \text{ δραχ.}$$

XVI. Δυνάμεις τῶν ἀριθμῶν 1/1,03, . . . κ.λ.π.

E	1/1,03	1/1,04	1/1,045	1/1,05	1/1,06
1	0,970 874	0,961 539	0,956 938	0,952 381	0,943 396
2	0,942 596	0,924 556	0,915 730	0,907 030	0,889 996
3	0,915 142	0,888 996	0,876 297	0,863 838	0,839 619
4	0,888 487	0,854 804	0,838 561	0,822 703	0,792 094
5	0,862 609	0,821 927	0,802 451	0,783 526	0,747 258
6	0,837 484	0,790 315	0,767 896	0,746 215	0,704 961
7	0,813 092	0,759 918	0,734 829	0,710 681	0,665 057
8	0,789 409	0,730 690	0,703 185	0,676 839	0,627 412
9	0,766 417	0,702 587	0,672 904	0,644 609	0,591 899
10	0,744 094	0,675 564	0,643 928	0,613 913	0,558 395
11	0,722 421	0,649 581	0,616 199	0,584 679	0,526 788
12	0,701 380	0,624 597	0,589 664	0,556 837	0,496 969
13	0,680 951	0,600 574	0,564 272	0,530 321	0,468 839
14	0,661 118	0,577 475	0,539 973	0,505 068	0,442 301
15	0,641 862	0,555 265	0,516 720	0,481 017	0,417 265
16	0,623 167	0,533 908	0,494 469	0,458 112	0,393 646
17	0,605 016	0,513 373	0,473 176	0,436 297	0,371 364
18	0,587 395	0,493 628	0,452 800	0,415 521	0,350 344
19	0,570 286	0,474 642	0,433 302	0,395 734	0,330 513
20	0,553 676	0,456 387	0,414 643	0,376 890	0,311 805
21	0,537 549	0,438 834	0,396 787	0,358 942	0,294 155
22	0,521 893	0,421 955	0,379 701	0,341 850	0,277 505
23	0,506 692	0,405 726	0,363 350	0,325 571	0,261 797
24	0,491 934	0,390 122	0,347 704	0,310 068	0,246 979
25	0,477 606	0,375 117	0,332 731	0,295 303	0,232 999
30	0,411 987	0,308 319	0,267 000	0,231 377	0,174 110
35	0,355 383	0,253 416	0,214 254	0,181 290	0,130 105
40	0,306 557	0,208 289	0,171 929	0,142 046	0,097 222
45	0,264 439	0,171 198	0,137 964	0,111 297	0,072 650
50	0,228 107	0,140 713	0,110 710	0,087 204	0,054 288
E	1/1,03	1/1,04	1/1,045	1/1,05	1/1,06

Χρήσις τοῦ πίνακος XVI. Ὁ πίναξ αὐτὸς περιέχει τὰς δυνάμεις τῶν ἀριθμῶν 1/1,03, 1/1,04 κλπ.

Χρήσις τοῦ πίνακος τούτου γίνεται κατὰ τὴν λύσιν τῶν προβλημάτων τοῦ ἀνατοκισμοῦ, ὡς τὸ κάτωθι:

Πρόβλημα. Πόσας δραχμὰς πρέπει νὰ καταθέσῃ τις εἰς μίαν Τράπεζαν, μὲ ἀνατοκισμόν πρὸς 3% διὰ νὰ λάβῃ 500 000 δραχ. μετὰ 30 ἔτη:

Ἐὰν λύσωμεν τὸν τύπον τοῦ ἀνατοκισμοῦ $\Sigma = \alpha(1+\tau)^n$ ὡς πρὸς α λαμβάνομεν

$$\alpha = \frac{\Sigma}{(1+\tau)^n} \quad \text{ἢ} \quad \alpha = \Sigma \cdot \frac{1}{(1+\tau)^n} \quad \text{ἢ} \quad \alpha = 500\,000 \cdot \frac{1}{1,03^{30}}$$

Ἐκ τῶν ἀνωτέρω πίνακα εὐρίσκομεν ὅτι

$$\frac{1}{1,03^{30}} = 0,411\,987.$$

Ἐπομένως τὸ ζητούμενον ποσὸν θὰ εἶναι

$$\alpha = 500\,000 \times 0,411\,987 = 205\,993,5 \text{ δραχ.}$$

XVII. Ἀθροίσματα τῶν δυνάμεων τῶν ἀριθμῶν
1/1,03, 1/1,04,

	1/1,03	1/1,04	1/1,045	1/1,05	1/1,06
1	0,970 874	0,961 539	0,956 938	0,952 381	0,943 396
2	1,913 470	1,886 095	1,872 668	1,859 410	1,833 393
3	2,828 611	2,775 091	2,748 964	2,723 248	2,673 012
4	3,717 098	3,629 895	3,587 526	3,545 951	3,465 106
5	4,579 707	4,451 822	4,389 977	4,329 477	4,212 364
6	5,417 191	5,242 137	5,157 873	5,075 692	4,917 324
7	6,230 283	6,002 055	5,892 701	5,786 373	5,582 381
8	7,019 692	6,732 745	6,595 886	6,463 213	6,209 794
9	7,786 109	7,435 332	7,268 791	7,107 822	6,801 692
10	8,530 203	8,110 896	7,912 718	7,721 735	7,360 087
11	9,252 624	8,760 477	8,528 917	8,306 414	7,886 875
12	9,954 004	9,385 074	9,118 581	8,863 252	8,383 844
13	10,634 955	9,985 648	9,682 852	9,393 573	8,852 683
14	11,296 073	10,563 123	10,222 825	9,898 641	9,294 984
15	11,937 935	11,118 387	10,739 546	10,379 658	9,712 249
16	12,561 102	11,652 296	11,234 015	10,837 770	10,105 895
17	13,166 119	12,165 669	11,707 191	11,274 066	10,477 260
18	13,753 513	12,659 297	12,159 992	11,689 587	10,827 604
19	14,323 799	13,133 939	12,593 294	12,085 321	11,158 117
20	14,877 475	13,590 326	13,007 937	12,462 210	11,469 921
21	15,415 024	14,029 160	13,404 724	12,821 153	11,764 077
22	15,936 917	14,451 115	13,784 425	13,163 003	12,041 582
23	16,443 608	14,856 842	14,147 775	13,488 574	12,303 379
24	16,935 542	15,246 963	14,495 478	13,798 642	12,550 358
25	17,413 148	15,622 080	14,828 209	14,093 945	12,783 356
30	19,600 441	17,292 033	16,288 889	15,372 451	13,764 831
35	21,487 220	18,664 613	17,461 012	16,374 194	14,498 246
40	23,114 772	19,792 774	18,401 584	17,159 086	15,046 297
45	24,518 713	20,720 040	19,156 347	17,774 070	15,455 832
50	25,729 764	21,482 185	19,762 008	18,255 926	15,761 861
	1/1,03	1/1,04	1/1,045	1/1,05	1/1,06

Χρήσις τοῦ πίνακος XVII. Ὁ ἀνωτέρω πίναξ περι-
έχει τὰ ἀθροίσματα τῶν δυνάμεων τῶν ἀριθμῶν
1/1,03, 1/1,04 κλπ.

Χρήσις τοῦ πίνακος τούτου γίνεται κατὰ τὴν λύσιν
τῶν προβλημάτων τῆς χρεωλυσίας, ὡς τὸ κάτωθι:

*Πρόβλημα. Ποῖον κεφάλαιον δύναιται νὰ δανεισθῇ τις
μὲ ἀνατοκισμόν πρὸς 6 %, ἂν θέλῃ νὰ τὸ ἐξοφλήσῃ μετὰ
20 ἔτη δι' ἑτησίον χρεωλυσίον 30 000 δρχ.*

Πρέπει νὰ καταθέσῃ ἓνα ποσὸν ἴσον μὲ

$$\left(\frac{1}{1,06} + \frac{1}{10,6^2} + \dots + \frac{1}{1,06^{20}} \right) \times 30\,000.$$

Εἰς τὸν ἀνωτέρω πίνακα εὐρίσκομεν, ὅτι τὸ ἐντὸς
τῆς παρενθέσεως ἀθροίσμα εἶναι = 11,469 921. Ἐπομέ-
νως τὸ ζητούμενον ποσὸν εἶναι 30 000 φορές μεγαλύτε-
ρον τοῦ 11,469 921· ἴτοι εἶναι

$$11,469\,921 \times 30\,000 = 344\,097,63 \text{ δρχ.}$$

XXIII. Πίναξ με 7 δεκαδικά ψηφία διά τὸν ὑπολογισμόν τῶν συνδέτων τόκων

%	Ἀριθμοὶ	Λογ.	Δ	%	Ἀριθμοὶ	Λογ.	Δ
2,00	1,0 200	0,00 86002		4,00	1,0 400	0,01 70333	
2,05	1,0 205	0,00 88130	2128	4,05	1,0 405	0,01 72421	2088
2,10	1,0 210	0,00 90257	2127	4,10	1,0 410	0,01 74507	2086
2,15	1,0 215	0,00 92384	2127	4,15	1,0 415	0,01 76593	2086
2,20	1,0 220	0,00 94509	2125	4,20	1,0 420	0,01 78677	2084
2,25	1,0 225	0,00 96633	2124	4,25	1,0 425	0,01 80761	2084
2,30	1,0 230	0,00 98756	2123	4,30	1,0 430	0,01 82843	2082
2,35	1,0 235	0,01 00878	2122	4,35	1,0 435	0,01 84925	2032
2,40	1,0 240	0,01 03000	2122	4,40	1,0 440	0,01 87005	2080
2,45	1,0 245	0,01 05120	2120	4,45	1,0 445	0,01 89084	2079
			2119				2079
2,50	1,0 250	0,01 07239		4,50	1,0 450	0,01 91163	
2,55	1,0 255	0,01 09357	2118	4,55	1,0 455	0,01 93240	2077
2,60	1,0 260	0,01 11474	2117	4,60	1,0 460	0,01 95317	2077
2,65	1,0 265	0,01 13590	2116	4,65	1,0 465	0,01 97392	2075
2,70	1,0 270	0,01 15704	2114	4,70	1,0 470	0,01 99467	2075
2,75	1,0 275	0,01 17818	2114	4,75	1,0 475	0,02 01540	2073
2,80	1,0 280	0,01 19931	2113	4,80	1,0 480	0,02 03613	2073
2,85	1,0 285	0,01 22043	2112	4,85	1,0 485	0,02 05684	2071
2,90	1,0 290	0,01 24154	2111	4,90	1,0 490	0,02 07755	2071
2,95	1,0 295	0,01 26264	2110	4,95	1,0 495	0,02 09824	2069
			2108				2069
3,00	1,0 300	0,01 28372		5,00	1,0 500	0,02 11893	
3,05	1,0 305	0,01 30480	2108	5,05	1,0 505	0,02 13961	2068
3,10	1,0 310	0,01 32587	2107	5,10	1,0 510	0,02 16027	2066
3,15	1,0 315	0,01 34692	2105	5,15	1,0 515	0,02 18093	2066
3,20	1,0 320	0,01 36797	2105	5,20	1,0 520	0,02 20157	2064
3,25	1,0 325	0,01 38901	2104	5,25	1,0 525	0,02 22221	2064
3,30	1,0 330	0,01 41003	2102	5,30	1,0 530	0,02 24284	2063
3,35	1,0 335	0,01 43105	2102	5,35	1,0 535	0,02 26345	2061
3,40	1,0 340	0,01 45205	2100	5,40	1,0 540	0,02 28406	2061
3,45	1,0 345	0,01 47305	2100	5,45	1,0 545	0,02 30466	2060
			2098				2059
3,50	1,0 350	0,01 49403		5,50	1,0 550	0,02 32525	
3,55	1,0 355	0,01 51501	2098	5,55	1,0 555	0,02 34582	2057
3,60	1,0 360	0,01 53598	2097	5,60	1,0 560	0,02 36639	2057
3,65	1,0 365	0,01 55693	2095	5,65	1,0 565	0,02 38695	2056
3,70	1,0 370	0,01 57788	2095	5,70	1,0 570	0,02 40750	2055
3,75	1,0 375	0,01 59881	2093	5,75	1,0 575	0,02 42804	2054
3,80	1,0 380	0,01 61974	2093	5,80	1,0 580	0,02 44857	2053
3,85	1,0 385	0,01 64065	2091	5,85	1,0 585	0,02 46909	2052
3,90	1,0 390	0,01 66155	2090	5,90	1,0 590	0,02 48960	2051
3,95	1,0 395	0,01 68245	2090	5,95	1,0 595	0,02 51010	2050
			2088				2049
4,00	1,0 400	0,01 70333		6,00	1,0 600	0,02 53059	

Χρήσις τοῦ πίνακος XXIII. Εἰς τὰ προβλήματα τοῦ ἀνατοκισμοῦ ἀγγουόμεθα πολλάκις εἰς τὸ νὰ πολλαπλασιάσωμεν ἕνα λογάριθμον [τὸν $\log.(1+r)$] ἐπὶ ἕνα ἀριθμόν, ὃ ὅποιος δύναιται νὰ φθάσῃ καὶ μέχρι τοῦ 100. Τὸ σφάλμα λοιπὸν καὶ ἡμίσεος μονάδος τῆς 5ης δεκαδικῆς τάξεως, τὸ ὅποιον δύναιται νὰ ἔχη ὁ λογάριθμος, πολλαπλασιάζεται ἐπὶ τὸν ἀριθμὸν αὐτὸν καὶ ἐπομένως τὸ τελικὸν ἐξαγόμενον διαφέρει κατὰ πολὺ τοῦ πραγματικοῦ. Πέντε δεκαδικὰ ψηφία δὲν ἀρκοῦν πλέον καὶ δι' αὐτὸ δίδομεν τὸν ἀνωτέρω πίνακα με 7 δεκαδικὰ ψηφία.

Τὸ ἐπιτόκιον μεταβάλλεται ἀπὸ 2% ἕως 6% καὶ ἀπὸ εἰκοστοῦ εἰς εἰκοστὸν τῆς δραχμῆς. Ἡ στήλη τῶν διαφορῶν μᾶς ἐπιτρέπει τὴν χρῆσιν τοῦ πίνακος τούτου καὶ διὰ τὰ ἐνδιάμεσα ἐπιτόκια. Τὸ κάτωθι παράδειγμα θὰ μᾶς δείξῃ τὴν χρησιμότητα τοῦ πίνακος τούτου.

Παράδειγμα. Ὁ λογάριθμος τοῦ $(1,055)^{60}$ με 5 δεκαδικὰ ψηφία εἶναι $60 \times 0,02325 = 1,39500$, ἐνῶ ὁ λογάριθμος αὐτοῦ με 7 δεκαδικὰ εἶναι $60 \times 0,0232525 = 1,39515$. Ἡ διαφορὰ μεταξὺ αὐτῶν εἶναι $1,39515 - 1,39500 = 0,00015$. Ἄρα εἶναι ἀνεπὶ τὸν ἀριθμὸν αὐτὸν νὰ προσποισθῇ τὸ ἐξαγόμενον ἐνδὲς

XIX. Λογάριθμοι με τρία δεκαδικά ψηφία

A	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Δ.
1	000	041	079	114	146	176	204	230	255	279	22
2	301	322	342	362	380	398	415	431	447	462	15
3	477	491	505	519	531	544	556	568	580	591	11
4	602	613	623	633	643	653	663	672	681	690	9
5	699	708	716	724	732	740	748	756	763	771	7
6	778	785	792	799	806	813	820	826	833	839	6
7	845	851	857	863	869	875	881	886	892	898	5
8	903	908	914	919	924	929	934	940	944	949	5
9	954	959	964	968	973	978	982	987	991	996	4

A. Ἀριθμοὶ ἀντίστοιχοῦντες εἰς τοὺς δοθέντας
λογαρίθμους ἀπὸ 00 ἕως 99.

Λ.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Δ.
0	100	102	105	107	110	112	115	117	120	123	3
1	126	129	132	135	138	141	145	148	151	155	3
2	158	162	166	170	174	178	182	186	191	195	5
3	200	204	209	214	219	224	229	234	240	245	6
4	251	257	263	269	275	282	288	295	302	309	7
5	316	324	331	339	347	355	363	372	380	389	9
6	398	407	417	427	437	447	457	468	479	490	11
7	501	513	525	537	550	562	575	589	603	617	14
8	631	646	661	676	692	708	724	741	759	776	18
9	794	813	832	851	871	891	912	933	955	977	23

B. Μέρη ἀνάλογα τῶν διαφορῶν.

	12	13	14	15	16	17	18	19	21	22	23
1	1,2	1,3	1,4	1,5	1,6	1,7	1,8	1,9	2,1	2,2	2,3
2	2,4	2,6	2,8	3,0	3,2	3,4	3,6	3,8	4,2	4,4	4,6
3	3,6	3,9	4,2	4,5	4,8	5,1	5,4	5,7	6,3	6,6	6,9
4	4,8	5,2	5,6	6,0	6,4	6,8	7,2	7,6	8,4	8,8	9,2
5	6,0	6,5	7,0	7,5	8,0	8,5	9,0	9,5	10,5	11,0	11,5
6	7,2	7,8	8,4	9,0	9,6	10,2	10,8	11,4	12,6	13,2	13,8
7	8,4	9,1	9,8	10,5	11,2	11,9	12,6	13,3	14,7	15,4	16,1
8	9,6	10,4	11,2	12,0	12,8	13,6	14,4	15,2	16,8	17,6	18,4
9	10,8	11,7	12,6	13,5	14,4	15,3	16,2	17,1	18,9	19,8	20,7

Χρῆσις τῶν πινάκων XIX. Ἡ χρῆσις τοῦ πίνακος γίνεται εἰδικῶς εἰς τὰ προβλήματα Φυσικῆς καὶ Πρακτικῆς Μηχανικῆς καὶ γενικῶς εἰς ὅλα τὰ ζητήματα, τῶν ὁποίων τὰ δεδομένα εἶναι γνωστὰ μετὰ 2 ἢ 3 ψηφία. Ἡ τελευταία στήλη περιέχει τὰς διαφορὰς μεταξὺ τοῦ τελευταίου ἀριθμοῦ ἐκάστης γραμμῆς καὶ τοῦ πρώτου τῆς ἐπομένης γραμμῆς. Τὰ ἀνάλογα μέρη τῶν διαφορῶν αὐτῶν ἀναγράφονται εἰς τὸν πίνακα B.

Ἡ χρῆσις τοῦ πίνακος XIX εἶναι εὐκόλου.

Ὁ πίναξ A περιέχει τοὺς ἀριθμοὺς, οἱ ὅποιοι ἀντιστοιχοῦν εἰς τοὺς λογαρίθμους ἀπὸ 00 ἕως 99.

Παράδειγμα. Ἐστω ὅτι θέλομεν νὰ εὐρωμεν τὸν ἀριθμὸν x , ὁ ὁποῖος ἀντιστοιχεῖ εἰς τὸν λογάριθμον 0,673. Ἀναζητοῦμεν κατ' ἀρχὰς τὸν ἀριθμὸν, ὁ ὁποῖος ἀντιστοιχεῖ εἰς τὸν λογάριθμον 0,67. Ἄν παράλειψωμεν τὴν ὑποδιαστολήν, εὐρίσκομεν ἀπὸ τὸν πίνακα ἀντίστοιχον ἀριθμὸν 468. Ἡ διαφορὰ μεταξὺ τοῦ 468 καὶ τοῦ ἐπομένου τοῦ 479 εἶναι 11.

Ἡ διαφορὰ μεταξὺ τοῦ 67,3 καὶ 67 εἶναι 0,3 ὥστε πρέπει νὰ προσθέσωμεν εἰς τὸν 468 τὰ 0,3 τοῦ 11, δηλ. 3,3 ἢ κατὰ προσέγγισιν 3.

Ἄν λάβωμεν ὑπ' ὄψει τὸ χαρακτηριστικόν, θὰ εἶναι $0,673 = \log 4,71$.

Πίναξ ἀναγωγῆς μοιρῶν εἰς βαθμοὺς

Μοῖραι	Βαθμοὶ	Μοῖραι	Βαθμοὶ	Βαθμοὶ	Βαθμοὶ	Βαθμοὶ			
1	1,11111	46	51,11111	1	0,01852	21	0,38889	41	0,75926
2	2,22222	47	52,22222	2	0,03704	22	0,40741	42	0,77778
3	3,33333	48	53,33333	3	0,05556	23	0,42593	43	0,79630
4	4,44444	49	54,44444	4	0,07407	24	0,44444	44	0,81481
5	5,55556	50	55,55556	5	0,09259	25	0,46296	45	0,83333
6	6,66667	51	56,66667	6	0,11111	26	0,48148	46	0,85185
7	7,77778	52	57,77778	7	0,12963	27	0,50000	47	0,87037
8	8,88889	53	58,88889	8	0,14815	28	0,51852	48	0,88889
9	10,00000	54	60,00000	9	0,16667	29	0,53704	49	0,90741
10	11,11111	55	61,11111	10	0,18519	30	0,55556	50	0,92593
11	12,22222	56	62,22222	11	0,20370	31	0,57407	51	0,94444
12	13,33333	57	63,33333	12	0,22222	32	0,59259	52	0,96296
13	14,44444	58	64,44444	13	0,24074	33	0,61111	53	0,98148
14	15,55556	59	65,55556	14	0,25926	34	0,62963	54	1,00000
15	16,66667	60	66,66667	15	0,27778	35	0,64815	55	1,01852
16	17,77778	61	67,77778	16	0,29630	36	0,66667	56	1,03704
17	18,88889	62	68,88889	17	0,31481	37	0,68519	57	1,05556
18	20,00000	63	70,00000	18	0,33333	38	0,70370	58	1,07407
19	21,11111	64	71,11111	19	0,35185	39	0,72222	59	1,09259
20	22,22222	65	72,22222	20	0,37037	40	0,74074	60	1,11111
21	23,33333	66	73,33333						
22	24,44444	67	74,44444						
23	25,55556	68	75,55556						
24	26,66667	69	76,66667						
25	27,77778	70	77,77778						
26	28,88889	71	78,88889	1	0,00031	21	0,00648	41	0,01265
27	30,00000	72	80,00000	2	0,00062	22	0,00679	42	0,01296
28	31,11111	73	81,11111	3	0,00093	23	0,00710	43	0,01327
29	32,22222	74	82,22222	4	0,00123	24	0,00741	44	0,01358
30	33,33333	75	83,33333	5	0,00154	25	0,00772	45	0,01389
31	34,44444	76	84,44444	6	0,00185	26	0,00802	46	0,01420
32	35,55556	77	85,55556	7	0,00216	27	0,00833	47	0,01451
33	36,66667	78	86,66667	8	0,00247	28	0,00864	48	0,01481
34	37,77778	79	87,77778	9	0,00278	29	0,00895	49	0,01512
35	38,88889	80	88,88889	10	0,00309	30	0,00926	50	0,01543
36	40,00000	81	90,00000	11	0,00340	31	0,00957	51	0,01574
37	41,11111	82	91,11111	12	0,00370	32	0,00988	52	0,01605
38	42,22222	83	92,22222	13	0,00401	33	0,01019	53	0,01636
39	43,33333	84	93,33333	14	0,00432	34	0,01049	54	0,01667
40	44,44444	85	94,44444	15	0,00463	35	0,01080	55	0,01698
41	45,55556	86	95,55556	16	0,00494	36	0,01111	56	0,01728
42	46,66667	87	96,66667	17	0,00525	37	0,01142	57	0,01759
43	47,77778	88	97,77778	18	0,00556	38	0,01173	58	0,01790
44	48,88889	89	98,88889	19	0,00586	39	0,01204	59	0,01821
45	50,00000	90	100,00000	20	0,00617	40	0,01235	60	0,01852

XXI. Πίναξ ἀναγωγῆς βαθμῶν εἰς μοίρας

Βαθμοὶ	ο	Βαθμοὶ	ο
1	0° 54'	51	45° 54'
2	1° 48'	52	46° 48'
3	2° 42'	53	47° 42'
4	3° 36'	54	48° 36'
5	4° 30'	55	49° 30'
6	5° 24'	56	50° 24'
7	6° 18'	57	51° 18'
8	7° 12'	58	52° 12'
9	8° 6'	59	53° 6'
10	9° 0'	60	54° 0'
11	9° 54'	61	54° 54'
12	10° 48'	62	55° 48'
13	11° 42'	63	56° 42'
14	12° 36'	64	57° 36'
15	13° 30'	65	58° 30'
16	14° 24'	66	59° 24'
17	15° 18'	67	60° 18'
18	16° 12'	68	61° 12'
19	17° 6'	69	62° 6'
20	18° 0'	70	63° 0'
21	18° 54'	71	63° 54'
22	19° 48'	72	64° 48'
23	20° 42'	73	65° 42'
24	21° 36'	74	66° 36'
25	22° 30'	75	67° 30'
26	23° 24'	76	68° 24'
27	24° 18'	77	69° 18'
28	25° 12'	78	70° 12'
29	26° 6'	79	71° 6'
30	27° 0'	80	72° 0'
31	27° 54'	81	72° 54'
32	28° 48'	82	73° 48'
33	29° 42'	83	74° 42'
34	30° 36'	84	75° 36'
35	31° 30'	85	76° 30'
36	32° 24'	86	77° 24'
37	33° 18'	87	78° 18'
38	34° 12'	88	79° 12'
39	35° 6'	89	80° 6'
40	36° 0'	90	81° 0'
41	36° 54'	91	81° 54'
42	37° 48'	92	82° 48'
43	38° 42'	93	83° 42'
44	39° 36'	94	84° 36'
45	40° 30'	95	85° 30'
46	41° 24'	96	86° 24'
47	42° 18'	97	87° 18'
48	43° 12'	98	88° 12'
49	44° 6'	99	89° 6'
50	45° 0'	100	90° 0'

Πρώτα λεπ. βαθμῶν	Μοίρας	Πρώτα λεπ. βαθμῶν	Μοίρας
1	0' 32" 4	51	27' 32" 4
2	1' 4" 8	52	28' 4" 8
3	1' 37" 2	53	28' 37" 2
4	2' 9" 6	54	29' 9" 6
5	2' 42" 0	55	29' 42" 0
6	3' 14" 4	56	30' 14" 4
7	3' 46" 8	57	30' 46" 8
8	4' 19" 2	58	31' 19" 2
9	4' 51" 6	59	31' 51" 6
10	5' 24" 0	60	32' 24" 0
11	5' 56" 4	61	32' 56" 4
12	6' 28" 8	62	33' 28" 8
13	7' 1" 2	63	34' 1" 2
14	7' 33" 6	64	34' 33" 6
15	8' 6" 0	65	35' 6" 0
16	8' 38" 4	66	35' 38" 4
17	9' 10" 8	67	36' 10" 8
18	9' 43" 2	68	36' 43" 2
19	10' 15" 6	69	37' 15" 6
20	10' 48" 0	70	37' 48" 0
21	11' 20" 4	71	38' 20" 4
22	11' 52" 8	72	38' 52" 8
23	12' 25" 2	73	39' 25" 2
24	12' 57" 6	74	39' 57" 6
25	13' 30" 0	75	40' 30" 0
26	14' 2" 4	76	41' 2" 4
27	14' 34" 8	77	41' 34" 8
28	15' 7" 2	78	42' 7" 2
29	15' 39" 6	79	42' 39" 6
30	16' 12" 0	80	43' 12" 0
31	16' 44" 4	81	43' 44" 4
32	17' 16" 8	82	44' 16" 8
33	17' 49" 2	83	44' 49" 2
34	18' 21" 6	84	45' 21" 6
35	18' 54" 0	85	45' 54" 0
36	19' 26" 4	86	46' 26" 4
37	19' 58" 8	87	46' 58" 8
38	20' 31" 2	88	47' 31" 2
39	21' 3" 6	89	48' 3" 6
40	21' 36" 0	90	48' 36" 0
41	22' 8" 4	91	49' 8" 4
42	22' 40" 8	92	49' 40" 8
43	23' 13" 2	93	50' 13" 2
44	23' 45" 6	94	50' 45" 6
45	24' 18" 0	95	51' 18" 0
46	24' 50" 4	96	51' 50" 4
47	25' 22" 8	97	52' 22" 8
48	25' 55" 2	98	52' 55" 2
49	26' 27" 6	99	53' 27" 6
50	27' 0" 0	100	54' 0" 0

Δευτεροβάθμ. βαθμ.	Μοίρας
1	3' 24"
2	6' 48"
3	9' 72"
4	12' 96"
5	16' 20"
6	19' 44"
7	22' 68"
8	25' 92"
9	29' 16"

XXII. Α. Πίναξ ἀναγωγῆς μοιρῶν εἰς ἀκτίνια

$$180^\circ = \pi = 3,14159\ 26535$$

Μοῖραι	Ἀκτίνια	Μοῖραι	Ἀκτίνια	Μοῖραι	Ἀκτίνια	Μοῖραι	Ἀκτίνια
0	0,000 000	45	0,785 398	90	1,570 796	135	2,356 194
1	0,017 453	46	0,802 851	91	1,588 250	136	2,373 648
2	0,034 907	47	0,820 305	92	1,605 703	137	2,391 101
3	0,052 360	48	0,837 758	93	1,623 156	138	2,408 554
4	0,069 813	49	0,855 211	94	1,640 609	139	2,426 008
5	0,087 266	50	0,872 665	95	1,658 063	140	2,443 461
6	0,104 720	51	0,890 118	96	1,675 516	141	2,460 914
7	0,122 173	52	0,907 571	97	1,692 969	142	2,478 368
8	0,139 626	53	0,925 025	98	1,710 423	143	2,495 821
9	0,157 080	54	0,942 478	99	1,727 876	144	2,513 274
10	0,174 533	55	0,959 931	100	1,745 329	145	2,530 727
11	0,191 986	56	0,977 384	101	1,762 783	146	2,548 181
12	0,209 440	57	0,994 838	102	1,780 236	147	2,565 634
13	0,226 893	58	1,012 291	103	1,797 689	148	2,583 087
14	0,244 346	59	1,029 744	104	1,815 142	149	2,600 541
15	0,261 799	60	1,047 198	105	1,832 596	150	2,617 994
16	0,279 253	61	1,064 651	106	1,850 049	151	2,635 447
17	0,296 706	62	1,082 104	107	1,867 502	152	2,652 900
18	0,314 159	63	1,099 557	108	1,884 956	153	2,670 354
19	0,331 613	64	1,117 011	109	1,902 409	154	2,687 807
20	0,349 066	65	1,134 464	110	1,919 862	155	2,705 260
21	0,366 519	66	1,151 917	111	1,937 315	156	2,722 714
22	0,383 972	67	1,169 371	112	1,954 769	157	2,740 167
23	0,401 426	68	1,186 824	113	1,972 222	158	2,757 620
24	0,418 879	69	1,204 277	114	1,989 675	159	2,775 074
25	0,436 332	70	1,221 730	115	2,007 129	160	2,792 527
26	0,453 786	71	1,239 184	116	2,024 582	161	2,809 980
27	0,471 239	72	1,256 637	117	2,042 035	162	2,827 433
28	0,488 692	73	1,274 090	118	2,059 489	163	2,844 887
29	0,506 145	74	1,291 544	119	2,076 942	164	2,862 340
30	0,523 599	75	1,308 997	120	2,094 395	165	2,879 793
31	0,541 052	76	1,326 450	121	2,111 848	166	2,897 247
32	0,558 505	77	1,343 904	122	2,129 302	167	2,914 700
33	0,575 959	78	1,361 357	123	2,146 755	168	2,932 153
34	0,593 412	79	1,378 810	124	2,164 208	169	2,949 606
35	0,610 865	80	1,396 263	125	2,181 662	170	2,967 060
36	0,628 319	81	1,413 717	126	2,199 115	171	2,984 513
37	0,645 772	82	1,431 170	127	2,216 568	172	3,001 966
38	0,663 225	83	1,448 623	128	2,234 021	173	3,019 420
39	0,680 678	84	1,466 077	129	2,251 475	174	3,036 873
40	0,698 132	85	1,483 530	130	2,268 928	175	3,054 326
41	0,715 585	86	1,500 983	131	2,286 381	176	3,071 779
42	0,733 038	87	1,518 436	132	2,303 835	177	3,089 233
43	0,750 492	88	1,535 890	133	2,321 288	178	3,106 686
44	0,767 945	89	1,553 343	134	2,338 741	179	3,124 139

Β. Πίναξ ἀναγωγῆς πρώτων λεπτῶν (') καὶ δευτέρων λεπτῶν (") τῆς μοίρας εἰς ἀκτίνια

' ἢ "	Μῆκος τόξου ἀντιστοιχοῦν εἰς		' ἢ "	Μῆκος τόξου ἀντιστοιχοῦν εἰς	
	Μοίρας	"		Μοίρας	"
1	0,000 291	0,000 005	31	0,009 018	0,000 150
2	0,000 582	0,000 010	32	0,009 308	0,000 155
3	0,000 873	0,000 015	33	0,009 599	0,000 160
4	0,001 164	0,000 019	34	0,009 890	0,000 165
5	0,001 454	0,000 024	35	0,010 181	0,000 170
6	0,001 745	0,000 029	36	0,010 472	0,000 175
7	0,002 036	0,000 034	37	0,010 763	0,000 179
8	0,002 327	0,000 039	38	0,011 054	0,000 184
9	0,002 618	0,000 044	39	0,011 345	0,000 189
10	0,002 909	0,000 048	40	0,011 636	0,000 194
11	0,003 200	0,000 053	41	0,011 926	0,000 199
12	0,003 491	0,000 058	42	0,012 217	0,000 204
13	0,003 782	0,000 063	43	0,012 508	0,000 208
14	0,004 072	0,000 068	44	0,012 799	0,000 213
15	0,004 363	0,000 073	45	0,013 090	0,000 218
16	0,004 654	0,000 078	46	0,013 381	0,000 223
17	0,004 945	0,000 082	47	0,013 672	0,000 228
18	0,005 236	0,000 087	48	0,013 963	0,000 233
19	0,005 527	0,000 092	49	0,014 254	0,000 238
20	0,005 818	0,000 097	50	0,014 544	0,000 242
21	0,006 109	0,000 102	51	0,014 835	0,000 247
22	0,006 400	0,000 107	52	0,015 126	0,000 252
23	0,006 690	0,000 112	53	0,015 417	0,000 257
24	0,006 981	0,000 116	54	0,015 708	0,000 262
25	0,007 272	0,000 121	55	0,015 999	0,000 267
26	0,007 563	0,000 126	56	0,016 290	0,000 271
27	0,007 854	0,000 131	57	0,016 581	0,000 276
28	0,008 145	0,000 136	58	0,016 872	0,000 281
29	0,008 436	0,000 141	59	0,017 162	0,000 286
30	0,008 727	0,000 145			

Χρῆσις τοῦ πίνακος XXII. Ὁ πίναξ αὐτὸς μᾶς ἐπιτρέπει νὰ ὑπολογίζωμεν τὰ μέτρα τῶν τόξων εἰς ἀκτίνια δηλ. τὰ μῆκη τῶν τόξων ἑνὸς κύκλου, τοῦ ὁποῦ ἢ ἀκτίς εἶναι ἴση μὲ τὴν μονάδα μῆκους. Τὸ κάτωθι παράδειγμα θὰ μᾶς δείξη τὴν χρῆσιν τοῦ πίνακος αὐτοῦ.

Π.χ. ἔστω ὅτι θέλομεν νὰ ὑπολογίσωμεν τὸ μῆκος ἑνὸς τόξου κύκλου $87^{\circ} 52' 25''$.

Διὰ 87° ἔχομεν 1,518 436

Διὰ $52'$ 0,015 126

Διὰ $25''$ 0,000 121

ὥστε διὰ $87^{\circ} 52' 25''$ = 1,533 683

Ὁμοίως εὐρίσκομεν ὅτι

$345^{\circ} 17' 30'' = 6,026 476$

XXIII. Πίναξ ἀναγωγῆς βαθμῶν εἰς ἀκτίνια

Βαθμοὶ	Ἀκτίνια	Βαθμοὶ	Ἀκτίνια	Βαθμοὶ	Ἀκτίνια	Βαθμοὶ	Ἀκτίνια
0	0,0 000	25	0,3 927	50	0,7 854	75	1,1 781
0,5	0,0 079	25,5	0,4 006	50,5	0,7 933	75,5	1,1 860
1	0,0 157	26	0,4 084	51	0,8 011	76	1,1 938
1,5	0,0 236	26,5	0,4 163	51,5	0,8 090	76,5	1,2 017
2	0,0 314	27	0,4 241	52	0,8 168	77	1,2 095
2,5	0,0 393	27,5	0,4 320	52,5	0,8 247	77,5	1,2 174
3	0,0 471	28	0,4 398	53	0,8 325	78	1,2 252
3,5	0,0 550	28,5	0,4 477	53,5	0,8 404	78,5	1,2 331
4	0,0 628	29	0,4 555	54	0,8 482	79	1,2 409
4,5	0,0 707	29,5	0,4 634	54,5	0,8 561	79,5	1,2 488
5	0,0 785	30	0,4 712	55	0,8 639	80	1,2 566
5,5	0,0 864	30,5	0,4 791	55,5	0,8 718	80,5	1,2 645
6	0,0 942	31	0,4 869	56	0,8 796	81	1,2 723
6,5	0,1 021	31,5	0,4 948	56,5	0,8 875	81,5	1,2 802
7	0,1 100	32	0,5 027	57	0,8 954	82	1,2 881
7,5	0,1 178	32,5	0,5 105	57,5	0,9 032	82,5	1,2 959
8	0,1 257	33	0,5 184	58	0,9 111	83	1,3 038
8,5	0,1 335	33,5	0,5 262	58,5	0,9 189	83,5	1,3 116
9	0,1 414	34	0,5 341	59	0,9 268	84	1,3 195
9,5	0,1 492	34,5	0,5 419	59,5	0,9 346	84,5	1,3 273
10	0,1 571	35	0,5 498	60	0,9 425	85	1,3 352
10,5	0,1 649	35,5	0,5 576	60,5	0,9 503	85,5	1,3 430
11	0,1 728	36	0,5 655	61	0,9 582	86	1,3 509
11,5	0,1 806	36,5	0,5 733	61,5	0,9 660	86,5	1,3 587
12	0,1 885	37	0,5 812	62	0,9 739	87	1,3 666
12,5	0,1 963	37,5	0,5 890	62,5	0,9 817	87,5	1,3 744
13	0,2 042	38	0,5 969	63	0,9 896	88	1,3 823
13,5	0,2 121	38,5	0,6 048	63,5	0,9 975	88,5	1,3 902
14	0,2 199	39	0,6 126	64	1,0 053	89	1,3 980
14,5	0,2 278	39,5	0,6 205	64,5	1,0 132	89,5	1,4 059
15	0,2 356	40	0,6 283	65	1,0 210	90	1,4 137
15,5	0,2 435	40,5	0,6 362	65,5	1,0 289	90,5	1,4 216
16	0,2 513	41	0,6 440	66	1,0 367	91	1,4 294
16,5	0,2 592	41,5	0,6 519	66,5	1,0 446	91,5	1,4 373
17	0,2 670	42	0,6 597	67	1,0 524	92	1,4 451
17,5	0,2 749	42,5	0,6 676	67,5	1,0 603	92,5	1,4 530
18	0,2 827	43	0,6 754	68	1,0 681	93	1,4 608
18,5	0,2 906	43,5	0,6 833	68,5	1,0 760	93,5	1,4 687
19	0,2 985	44	0,6 912	69	1,0 838	94	1,4 765
19,5	0,3 063	44,5	0,6 990	69,5	1,0 917	94,5	1,4 844
20	0,3 142	45	0,7 069	70	1,0 996	95	1,4 923
20,5	0,3 220	45,5	0,7 147	70,5	1,1 074	95,5	1,5 001
21	0,3 299	46	0,7 226	71	1,1 153	96	1,5 080
21,5	0,3 377	46,5	0,7 304	71,5	1,1 231	96,5	1,5 158
22	0,3 456	47	0,7 383	72	1,1 310	97	1,5 237
22,5	0,3 534	47,5	0,7 461	72,5	1,1 388	97,5	1,5 315
23	0,3 613	48	0,7 540	73	1,1 467	98	1,5 394
23,5	0,3 691	48,5	0,7 618	73,5	1,1 545	98,5	1,5 472
24	0,3 770	49	0,7 697	74	1,1 624	99	1,5 551
24,5	0,3 848	49,5	0,7 775	74,5	1,1 702	99,5	1,5 629
25	0,3 927	50	0,7 854	75	1,1 781	100	1,5 708

XXIV. Πίναξ ἀναγωγῆς μοίρων κλπ. (° ' ")
 τοῦ Ἰσημερινοῦ εἰς ὥρας κλπ. (ω, π, δ)
 καὶ ἀντιστρόφως

°	ω	π	°	ω	π	Ῥοαὶ	Μοίραι	π	° ' "	π	° ' "
'	π	δ	'	π	δ			δ/60	δ/60		
"	δ	δ/60	"	δ	δ/60			"	"		
0	0	0	30	2	0	0	0	0	0	30	7 30
1	0	4	31	2	4	1	15	1	0 15	31	7 45
2	0	8	32	2	8	2	30	2	0 30	32	8 0
3	0	12	33	2	12	3	45	3	0 45	33	8 15
4	0	16	34	2	16	4	60	4	1 0	34	8 30
5	0	20	35	2	20	5	75	5	1 15	35	8 45
6	0	24	36	2	24	6	90	6	1 30	36	9 0
7	0	28	37	2	28	7	105	7	1 45	37	9 15
8	0	32	38	2	32	8	120	8	2 0	38	9 30
9	0	36	39	2	36	9	135	9	2 15	39	9 45
10	0	40	40	2	40	10	150	10	2 30	40	10 0
11	0	44	41	2	44	11	165	11	2 45	41	10 15
12	0	48	42	2	48	12	180	12	3 0	42	10 30
13	0	52	43	2	52	13	195	13	3 15	43	10 45
14	0	56	44	2	56	14	210	14	3 30	44	11 0
15	1	0	45	3	0	15	225	15	3 45	45	11 15
16	1	4	46	3	4	16	240	16	4 0	46	11 30
17	1	8	47	3	8	17	255	17	4 15	47	11 45
18	1	12	48	3	12	18	270	18	4 30	48	12 0
19	1	16	49	3	16	19	285	19	4 45	49	12 15
20	1	20	50	3	20	20	300	20	5 0	50	12 30
21	1	24	51	3	24	21	315	21	5 15	51	12 45
22	1	28	52	3	28	22	330	22	5 30	52	13 0
23	1	32	53	3	32	23	345	23	5 45	53	13 15
24	1	36	54	3	36	24	360	24	6 0	54	13 30
52	1	40	55	3	40	25		25	6 15	55	13 45
26	1	44	56	3	44	26		26	6 30	56	14 0
27	1	48	57	3	48	27		27	6 45	57	14 15
28	1	52	58	3	52	28		28	7 0	58	14 30
29	1	56	59	3	56	29		29	7 15	59	14 45

Χρῆσις τοῦ πίνακος XXIV. Ὁ πίναξ αὐτὸς μᾶς ἐπι-
 τρέπει νὰ ἀναγάγωμεν μοίρας κλπ. εἰς ὥρας, πρῶτα
 καὶ δεῦτερα λεπτὰ τῆς ὥρας καὶ ἀντιστρόφως.

Αἱ δύο πρῶται στήλαι μᾶς ἐπιτρέπουσιν νὰ ἀναγά-
 γωμεν τὰς μοίρας, πρῶτα λεπτὰ καὶ δεῦτερα λεπτὰ τῆς
 μοίρας ἑνὸς τόξου, εἰς χρόνον καὶ αἱ δύο τελευταῖαι
 εἰς τὸ νὰ ἀναγάγωμεν τὰ πρῶτα (π) καὶ δεῦτερα λεπτὰ
 (δ) τῆς ὥρας κλπ. εἰς μοίρας πρῶτα καὶ δεῦτερα λεπτὰ
 τῆς μοίρας. Ἡ μεσαία στήλη χρησιμεύει εἰς τὴν ἀνα-
 γωγὴν ὥρων εἰς μοίρας.

Τὰ κάτωθι παραδείγματα θὰ μᾶς δείξουν τὴν χρῆ-
 σιν τοῦ πίνακος τούτου.

Παράδειγμα 1ον. Νὰ τραποῦν $275^{\circ} 35' 48''$ εἰς χρόνον.

Ἔχομεν: διὰ 270° 18^{ω}
 διὰ 5° 20π
 διὰ $35'$ $2\pi 20\delta$
 διὰ $48''$ $3\delta 12 \delta/60$

Ῥοστε εἰς $273^{\circ} 35' 48''$ $18^{\omega} 22\pi 23\delta 12 \delta/60$

Παράδειγμα 2ον. Νὰ τραποῦν $20^{\omega} 45\pi 37\delta$ εἰς μοίρας.

Ἔχομεν: διὰ 20^{ω} 300°
 45π $11^{\circ} 15'$
 37δ $9' 15''$

Ῥοστε εἰς $20^{\omega} 45\pi 37\delta$ ἀντιστοιχοῦν $311^{\circ} 24' 15''$

XXV. Πίναξ τῶν πρώτων ἀριθμῶν (P) ἀπὸ 13 ἕως 10013
καὶ τῶν ἀριθμῶν, οἱ ὅποιοι δεῦν ἔχουν διαίρετην
μικρότερον τοῦ 13.

13	P	313	P	619	P	937	P	1241	17	1543	P	1853	17	2161	P
17	P	317	P	629	17	941	P	1247	29	1549	P	1861	P	2171	13
19	P	323	17	631	P	943	23	1249	P	1553	P	1867	P	2173	41
23	P	331	P	641	P	947	P	1259	P	1559	P	1871	P	2179	P
29	P	337	P	643	P	949	13	1261	13	1567	P	1873	P	2183	37
31	P	347	P	647	P	953	P	1271	31	1571	P	1877	P	2197	13
37	P	349	P	653	P	961	31	1273	19	1577	19	1879	P	2201	31
41	P	353	P	659	P	967	P	1277	P	1579	P	1889	P	2203	P
43	P	359	P	661	P	971	P	1279	P	1583	P	1891	31	2207	P
47	P	361	19	667	23	977	P	1283	P	1591	37	1901	P	2209	47
53	P	367	P	673	P	983	P	1289	P	1597	P	1907	P	2213	P
59	P	373	P	677	P	989	23	1291	P	1601	P	1909	23	2221	P
61	P	377	13	683	P	991	P	1297	P	1607	P	1913	P	2227	17
67	P	379	P	689	13	997	P	1301	P	1609	P	1919	19	2231	23
71	P	383	P	691	P	1003	17	1303	P	1613	P	1921	17	2237	P
73	P	389	P	697	17	1007	19	1307	P	1619	P	1927	41	2239	P
79	P	391	17	701	P	1009	P	1313	13	1621	P	1931	P	2243	P
83	P	397	P	703	19	1013		1319	P	1627	P	1933	P	2249	13
89	P	401	P	709	P	1019	P	1321	P	1633	23	1937	13	2251	P
97	P	403	13	713	23	1021	P	1327	P	1637	P	1943	29	2257	37
101	P	409	P	719	P	1027	13	1333	31	1643	31	1949	P	2263	31
103	P	419	P	727	P	1031	P	1339	13	1649	17	1951	P	2267	P
107	P	421	P	731	17	1033	P	1343	17	1651	13	1957	19	2269	P
109	P	431	P	733	P	1037	17	1349	19	1657	P	1961	37	2273	P
113	P	433	P	739	P	1039	P	1357	23	1663	P	1963	13	2279	43
127	P	437	19	743	P	1049	P	1361	P	1667	P	1973	P	2281	P
131	P	439	P	751	P	1051	P	1363	29	1669	P	1979	P	2287	P
137	P	443	P	757	P	1061	P	1367	P	1679	23	1987	P	2291	29
139	P	449	P	761	P	1063	P	1369	37	1681	41	1993	P	2293	P
149	P	457	P	767	13	1069	P	1373	P	1691	19	1997	P	2297	P
151	P	461	P	769	P	1073	29	1381	P	1693	P	1999	P	2309	P
157	P	463	P	773	P	1079	13	1387	19	1697	P	2003	P	2311	P
163	P	467	P	779	19	1081	23	1391	13	1699	P	2011	P	2323	23
167	P	479	P	787	P	1087	P	1399	P	1703	13	2017	P	2327	13
169	13	481	13	793	13	1091	P	1403	23	1709	P	2021	43	2329	17
173	P	487	P	797	P	1093	P	1409	P	1711	29	2027	P	2333	P
179	P	491	P	799	17	1097	P	1411	17	1717	17	2029	P	2339	P
181	P	493	17	809	P	1103	P	1417	13	1721	P	2033	19	2341	P
191	P	499	P	811	P	1109	P	1423	P	1723	P	2039	P	2347	P
193	P	503	P	817	19	1117	P	1427	P	1733	P	2041	13	2351	P
197	P	509	P	821	P	1121	19	1429	P	1739	37	2047	23	2353	13
199	P	521	P	823	P	1123	P	1433	P	1741	P	2053	P	2357	P
211	P	523	P	827	P	1129	P	1439	P	1747	P	2059	29	2363	17
221	13	527	17	829	P	1139	17	1447	P	1751	17	2063	P	2369	23
223	P	529	23	839	P	1147	31	1451	P	1753	P	2069	P	2371	P
227	P	533	13	841	29	1151	P	1453	P	1759	P	2071	19	2377	P
229	P	541	P	851	23	1153	P	1457	31	1763	41	2077	31	2381	P
233	P	547	P	853	P	1157	13	1459	P	1769	29	2081	P	2383	P
239	P	551	19	857	P	1159	19	1469	13	1777	P	2083	P	2389	P
241	P	557	P	859	P	1163	P	1471	P	1781	13	2087	P	2393	P
247	13	559	13	863	P	1171	P	1481	P	1783	P	2089	P	2399	P
251	P	563	P	871	13	1181	P	1483	P	1787	P	2099	P	2407	29
257	P	569	P	877	P	1187	P	1487	P	1789	P	2111	P	2411	P
263	P	571	P	881	P	1189	29	1489	P	1801	P	2113	P	2413	19
269	P	577	P	883	P	1193	P	1493	P	1807	13	2117	29	2417	P
271	P	587	P	887	P	1201	P	1499	P	1811	P	2119	13	2419	41
277	P	589	19	893	19	1207	17	1501	19	1817	23	2129	P	2423	P
281	P	593	P	899	29	1213	P	1511	P	1819	17	2131	P	2437	P
283	P	599	P	901	17	1217	P	1513	17	1823	P	2137	P	2441	P
289	17	601	P	907	P	1219	23	1517	37	1829	31	2141	P	2447	P
293	P	607	P	911	P	1223	P	1523	P	1831	P	2143	P	2449	31
299	13	611	13	919	P	1229	P	1531	P	1843	19	2147	19	2459	P
307	P	613	P	923	13	1231	P	1537	29	1847	P	2153	P	2461	23
311	P	617	P	929	P	1237	P	1541	23	1849	43	2159	17	2467	P

2473	P	2777	P	3089	P	3391	P	3701	P	4009	19	4321	29
2477	P	2789	P	3097	19	3397	43	3709	P	4013	P	4327	P
2479	37	2791	P	3103	29	3401	19	3713	47	4019	P	4331	61
2483	13	2797	P	3107	13	3403	41	3719	P	4021	P	4337	P
2489	19	2801	P	3109	P	3407	P	3721	61	4027	P	4339	P
2491	47	2803	P	3119	P	3413	P	3727	P	4031	29	4343	45
2501	41	2809	53	3121	P	3419	13	3733	P	4033	37	4349	P
2503	P	2813	29	3127	53	3427	23	3737	37	4043	13	4351	19
2507	23	2819	P	3131	31	3431	47	3739	P	4049	P	4357	P
2509	13	2831	19	3133	13	3433	P	3743	19	4051	P	4363	P
2521	P	2833	P	3137	P	3439	19	3749	23	4057	P	4369	17
2531	P	2837	P	3139	43	3449	P	3757	13	4061	31	4373	P
2533	17	2839	17	3149	47	3457	P	3761	P	4063	17	4379	29
2537	43	2843	P	3151	23	3461	P	3763	53	4069	13	4381	13
2539	P	2851	P	3161	29	3463	P	3767	P	4073	P	4387	41
2543	P	2857	P	3163	P	3467	P	3769	P	4079	P	4391	P
2549	P	2861	P	3167	P	3469	P	3779	P	4087	61	4393	23
2551	P	2867	47	3169	P	3473	23	3781	19	4091	P	4397	P
2557	P	2869	19	3173	19	3481	59	3791	17	4093	P	4399	53
2561	13	2873	13	3181	P	3491	P	3793	P	4097	17	4409	P
2567	17	2879	P	3187	P	3497	13	3797	P	4099	P	4421	P
2573	31	2881	43	3191	P	3499	P	3799	29	4111	P	4423	P
2579	P	2887	P	3193	31	3503	31	3803	P	4117	23	4427	19
2581	29	2897	P	3197	23	3511	P	3809	13	4121	13	4429	43
2587	13	2899	13	3203	P	3517	P	3811	37	4127	P	4439	23
2591	P	2903	P	3209	P	3523	13	3821	P	4129	P	4441	P
2593	P	2909	P	3211	13	3527	P	3823	P	4133	P	4447	P
2599	23	2911	41	3217	P	3529	P	3827	43	4139	P	4451	P
2603	19	2917	P	3221	P	3533	P	3833	P	4141	41	4453	61
2609	P	2921	23	3229	P	3539	P	3841	23	4153	P	4457	P
2617	P	2923	37	3233	53	3541	P	3847	P	4157	P	4463	P
2621	P	2927	P	3239	41	3547	P	3851	P	4159	P	4469	41
2623	43	2929	29	3247	17	3551	53	3853	P	4163	23	4471	17
2627	37	2939	P	3251	P	3557	P	3859	17	4171	43	4481	P
2633	P	2941	17	3253	P	3559	P	3863	P	4177	P	4483	P
2641	19	2951	13	3257	P	3569	43	3869	53	4181	37	4489	67
2647	P	2953	P	3259	P	3571	P	3877	P	4183	47	4493	P
2657	P	2957	P	3263	13	3581	P	3881	P	4187	53	4507	P
2659	P	2963	P	3271	P	3583	P	3887	13	4189	59	4511	13
2663	P	2969	P	3277	29	3587	17	3889	P	4199	13	4513	P
2669	17	2971	P	3281	17	3589	37	3893	17	4201	P	4517	P
2671	P	2977	13	3287	19	3593	P	3901	47	4211	P	4519	P
2677	P	2983	19	3293	37	3599	59	3907	P	4217	P	4523	P
2683	P	2987	29	3299	P	3601	13	3911	P	4219	P	4531	23
2687	P	2993	41	3301	P	3607	P	3917	P	4223	41	4537	13
2689	P	2999	P	3307	P	3611	23	3919	P	4229	P	4541	19
2693	P	3001	P	3313	P	3613	P	3923	P	4231	P	4547	P
2699	P	3007	31	3317	31	3617	P	3929	P	4237	19	4549	P
2701	37	3011	P	3319	P	3623	P	3931	P	4241	P	4553	29
2707	P	3013	23	3323	P	3629	19	3937	31	4243	P	4559	47
2711	P	3019	P	3329	P	3631	P	3943	P	4247	31	4561	P
2713	P	3023	P	3331	P	3637	P	3947	P	4253	P	4567	P
2719	P	3029	13	3337	47	3643	P	3953	59	4259	P	4573	17
2729	P	3037	P	3341	13	3649	41	3959	37	4261	P	4577	23
2731	P	3041	P	3343	P	3653	13	3961	17	4267	17	4579	19
2741	P	3043	17	3347	P	3659	P	3967	P	4271	P	4583	P
2743	13	3049	P	3349	17	3667	19	3973	29	4273	P	4589	13
2747	41	3053	43	3359	P	3671	P	3977	41	4283	P	4591	P
2749	P	3061	P	3361	P	3673	P	3979	23	4289	P	4597	P
2753	P	3067	P	3371	P	3677	P	3989	P	4297	P	4601	43
2759	31	3071	37	3373	P	3679	13	3991	13	4303	13	4603	P
2767	P	3077	17	3379	31	3683	29	4001	P	4307	59	4607	17
2771	17	3079	P	3383	17	3691	P	4003	P	4309	31	4619	31
2773	47	3083	P	3389	P	3697	P	4007	P	4313	19	4621	P

4633	41	4933	P	5239	13	5557	P	5861	P	6163	P	6473	P
4637	P	4937	P	5249	29	5561	67	5867	P	6169	31	6481	P
4639	P	4943	P	5251	59	5563	P	5869	P	6173	P	6487	13
4643	P	4951	P	5261	P	5567	19	5879	P	6179	37	6491	P
4649	P	4957	P	5263	19	5569	P	5881	P	6187	23	6493	43
4651	P	4967	P	5267	23	5573	P	5891	43	6191	41	6497	73
4657	P	4969	P	5273	P	5581	P	5893	71	6197	P	6499	67
4661	59	4973	P	5279	P	5587	37	5897	P	6199	P	6509	23
4663	P	4979	13	5281	P	5591	P	5899	17	6203	P	6511	17
4667	13	4981	17	5287	17	5597	29	5903	P	6211	P	6521	P
4673	P	4987	P	5293	67	5603	13	5909	19	6217	P	6527	61
4679	P	4993	P	5297	P	5609	71	5911	23	6221	P	6529	P
4681	31	4997	19	5303	P	5611	31	5917	61	6227	13	6533	47
4687	43	4999	P	5309	P	5617	41	5921	31	6229	P	6539	13
4691	P	5003	P	5311	47	5623	P	5923	P	6233	23	6541	31
4693	13	5009	P	5317	13	5627	17	5927	P	6239	17	6547	P
4699	37	5011	P	5321	17	5629	13	5933	17	6241	79	6551	P
4703	P	5017	29	5323	P	5633	43	5939	P	6247	P	6553	P
4709	17	5021	P	5329	73	5639	P	5941	13	6253	13	6557	79
4717	53	5023	P	5333	P	5641	P	5947	19	6257	P	6563	P
4721	P	5029	47	5339	19	5647	P	5953	P	6263	P	6569	P
4723	P	5039	P	5347	P	5651	P	5959	59	6269	P	6571	P
4727	29	5041	71	5351	P	5653	P	5963	67	6271	P	6577	P
4729	P	5051	P	5353	53	5657	P	5969	47	6277	P	6581	P
4733	P	5053	31	5359	23	5659	P	5977	43	6283	61	6583	29
4747	47	5057	13	5363	31	5669	P	5981	P	6287	P	6593	19
4751	P	5059	P	5371	41	5671	53	5983	31	6289	19	6599	P
4757	67	5063	61	5377	19	5681	13	5987	P	6299	P	6607	P
4759	P	5069	37	5381	P	5683	P	5989	53	6301	P	6613	17
4769	19	5077	P	5387	P	5689	P	5993	13	6311	P	6617	13
4771	13	5081	P	5389	17	5693	P	6001	17	6313	59	6619	P
4777	17	5083	13	5393	P	5699	41	6007	P	6317	P	6623	37
4783	P	5087	P	5399	P	5701	P	6011	P	6319	71	6631	19
4787	P	5099	P	5407	P	5707	13	6019	13	6323	P	6637	P
4789	P	5101	P	5413	P	5711	P	6023	19	6329	P	6641	29
4793	P	5107	P	5417	P	5713	29	6029	P	6331	13	6647	17
4799	P	5111	19	5419	P	5717	P	6031	37	6337	P	6649	61
4801	P	5113	P	5429	61	5723	59	6037	P	6341	17	6653	P
4811	17	5119	P	5431	P	5729	17	6043	P	6343	P	6659	P
4813	P	5123	47	5437	P	5737	P	6047	P	6353	P	6661	P
4817	P	5129	23	5441	P	5741	P	6049	23	6359	P	6667	59
4819	61	5141	53	5443	P	5743	P	6053	P	6361	P	6673	P
4831	P	5143	37	5447	P	5749	P	6059	73	6367	P	6679	P
4841	47	5147	P	5449	P	5759	13	6067	P	6371	23	6683	41
4843	29	5149	19	5459	53	5767	73	6071	13	6373	P	6689	P
4847	37	5153	P	5461	43	5771	29	6073	P	6379	P	6691	P
4849	13	5161	13	5471	P	5773	23	6077	59	6383	13	6697	37
4853	23	5167	P	5473	13	5777	53	6079	P	6389	P	6701	P
4859	43	5171	P	5477	P	5779	P	6089	P	6397	P	6703	P
4861	P	5177	31	5479	P	5783	P	6091	P	6401	37	6707	19
4867	31	5179	P	5483	P	5791	P	6101	P	6403	19	6709	P
4871	P	5183	71	5491	17	5801	P	6103	17	6407	43	6719	P
4877	P	5189	P	5497	23	5807	P	6107	31	6409	13	6731	53
4883	19	5191	29	5501	P	5809	37	6109	41	6421	P	6733	P
4889	P	5197	P	5503	P	5813	P	6113	P	6427	P	6737	P
4891	67	5207	41	5507	P	5821	P	6119	29	6431	59	6739	23
4897	59	5209	P	5513	37	5827	P	6121	P	6437	41	6749	17
4901	13	5213	13	5519	P	5833	19	6131	P	6439	47	6751	43
4903	P	5219	17	5521	P	5837	13	6133	P	6443	17	6757	29
4909	P	5221	23	5527	P	5839	P	6137	17	6449	P	6761	P
4913	17	5227	P	5531	P	5843	P	6143	P	6451	P	6763	P
4919	P	5231	P	5539	29	5849	P	6151	P	6463	23	6767	67
4927	13	5233	P	5543	23	5851	P	6157	47	6467	29	6773	13
4931	P	5237	P	5549	31	5857	P	6161	61	6469	P	6779	P

6781	P	7093	41	7397	13	7709	13	8011	P	8321	53	8629	P
6791	P	7097	47	7409	31	7717	P	8017	P	8329	P	8633	89
6793	P	7099	31	7411	P	7723	P	8021	13	8333	13	8639	53
6799	13	7103	P	7417	P	7727	P	8023	71	8339	31	8641	P
6803	P	7109	P	7421	41	7729	59	8027	23	8341	19	8647	P
6817	17	7111	13	7423	13	7739	71	8033	29	8347	17	8651	41
6821	19	7121	P	7429	17	7741	P	8039	P	8353	P	8653	17
6823	P	7123	17	7433	P	7747	61	8047	13	8357	61	8663	P
6827	P	7127	P	7439	43	7751	23	8051	83	8359	13	8669	P
6829	P	7129	P	7451	P	7753	P	8053	P	8363	P	8671	13
6833	P	7141	37	7453	29	7757	P	8059	P	8369	P	8677	P
6841	P	7151	P	7457	P	7759	P	8069	P	8377	P	8681	P
6847	41	7153	23	7459	P	7769	17	8077	41	8381	17	8683	19
6851	13	7157	17	7463	17	7771	19	8081	P	8383	83	8689	P
6857	P	7159	P	7471	31	7781	31	8083	59	8387	P	8693	P
6859	19	7163	13	7477	P	7783	43	8087	P	8389	P	8699	P
6863	P	7169	67	7481	P	7787	13	8089	P	8399	37	8707	P
6869	P	7171	71	7487	P	7789	P	8093	P	8401	31	8711	31
6871	P	7177	P	7489	P	7793	P	8101	P	8411	13	8713	P
6877	13	7181	43	7493	59	7801	29	8111	P	8413	47	8717	23
6883	P	7187	P	7499	P	7807	37	8117	P	8417	19	8719	P
6887	71	7193	P	7501	13	7811	73	8119	23	8419	P	8731	P
6889	83	7199	23	7507	P	7813	13	8123	P	8423	P	8737	P
6893	61	7201	19	7517	P	7817	P	8131	47	8429	P	8741	P
6899	P	7207	P	7519	73	7823	P	8137	79	8431	P	8747	P
6901	67	7211	P	7523	P	7829	P	8143	17	8441	23	8749	13
6907	P	7213	P	7529	P	7831	41	8147	P	8443	P	8753	P
6911	P	7219	P	7531	17	7837	17	8149	29	8447	P	8759	19
6913	31	7223	31	7537	P	7841	P	8153	31	8453	79	8761	P
6917	P	7229	P	7541	P	7849	47	8159	41	8461	P	8773	31
6929	13	7237	P	7543	19	7853	P	8161	P	8467	P	8777	67
6931	29	7241	13	7547	P	7859	29	8167	P	8471	43	8779	P
6943	53	7243	P	7549	P	7867	P	8171	P	8473	37	8783	P
6947	P	7247	P	7559	P	7871	17	8177	13	8479	61	8791	59
6949	P	7253	P	7561	P	7873	P	8179	P	8483	17	8797	19
6953	17	7261	53	7571	67	7877	P	8189	19	8489	13	8801	13
6959	P	7267	13	7573	P	7879	P	8191	P	8497	29	8803	P
6961	P	7277	19	7577	P	7883	P	8201	59	8501	P	8807	P
6967	P	7279	29	7583	P	7891	13	8203	13	8507	47	8809	23
6971	P	7283	P	7589	P	7897	53	8207	29	8509	67	8819	P
6973	19	7289	37	7591	P	7901	P	8209	P	8513	P	8821	P
6977	P	7291	23	7597	71	7907	P	8213	43	8521	P	8823	P
6983	P	7297	P	7603	P	7913	41	8219	P	8527	P	8839	P
6989	29	7303	67	7607	P	7919	P	8221	P	8531	19	8843	37
6991	P	7307	P	7613	23	7921	89	8227	19	8537	P	8849	P
6997	P	7309	P	7619	19	7927	P	8231	P	8539	P	8851	53
7001	P	7313	71	7621	P	7933	P	8233	P	8543	P	8857	17
7003	47	7319	13	7627	29	7937	P	8237	P	8549	83	8861	P
7009	43	7321	P	7631	13	7939	17	8243	P	8551	17	8863	P
7013	P	7327	17	7633	17	7943	13	8249	73	8557	43	8867	P
7019	P	7331	P	7639	P	7949	P	8251	37	8563	P	8873	19
7027	P	7333	P	7643	P	7951	P	8257	23	8567	13	8879	13
7031	79	7339	41	7649	P	7957	73	8263	P	8573	P	8881	83
7033	13	7349	P	7657	13	7961	19	8269	P	8579	23	8887	P
7037	31	7351	P	7661	47	7963	P	8273	P	8581	P	8891	17
7039	P	7361	17	7663	79	7967	31	8279	17	8587	31	8893	P
7043	P	7363	37	7669	P	7969	13	8287	P	8593	13	8903	29
7057	P	7367	53	7673	P	7979	79	8291	P	8597	P	8909	59
7061	23	7369	P	7681	P	7981	23	8293	P	8599	P	8917	37
7067	37	7373	73	7687	P	7991	61	8297	P	8609	P	8923	P
7069	P	7379	47	7691	P	7993	P	8299	43	8611	79	8927	79
7079	P	7387	83	7697	43	7999	19	8303	19	8621	37	8929	P
7081	73	7391	19	7699	P	8003	53	8311	P	8623	P	8933	P
7087	19	7393	P	7703	P	8009	P	8317	P	8627	P		

8941	P	9091	P	9253	19	9403	P	9553	41	9707	17	9859	P
8947	23	9101	19	9257	P	9407	23	9557	19	9719	P	9869	71
8951	P	9103	P	9259	47	9409	97	9563	73	9721	P	9871	P
8957	13	9109	P	9263	59	9413	P	9571	17	9727	71	9881	41
8959	17	9113	13	9269	13	9419	P	9577	61	9731	37	9883	P
8963	P	9127	P	9271	73	9421	P	9587	P	9733	P	9887	P
8969	P	9131	23	9277	P	9431	P	9589	43	9739	P	9893	13
8971	P	9133	P	9281	P	9433	P	9593	53	9743	P	9899	19
8977	47	9137	P	9283	P	9437	P	9599	29	9749	P	9901	P
8983	13	9139	13	9287	37	9439	P	9601	P	9761	43	9907	P
8989	89	9143	41	9293	P	9451	13	9607	13	9763	13	9913	23
8993	17	9151	P	9299	17	9461	P	9613	P	9767	P	9917	47
8999	P	9157	P	9301	71	9463	P	9617	59	9769	P	9923	P
9001	P	9161	P	9307	41	9467	P	9619	P	9773	29	9929	P
9007	P	9167	89	9311	P	9469	17	9623	P	9781	P	9931	P
9011	P	9169	53	9313	67	9473	P	9629	P	9787	P	9937	19
9013	P	9173	P	9319	P	9479	P	9631	P	9791	P	9941	P
9017	71	9179	67	9323	P	9481	19	9637	23	9797	97	9943	61
9019	29	9181	P	9329	19	9487	53	9641	31	9799	41	9949	P
9029	P	9187	P	9337	P	9491	P	9643	P	9803	P	9953	37
9041	P	9193	29	9341	P	9497	P	9649	P	9809	17	9959	23
9043	P	9197	17	9343	P	9503	13	9659	13	9811	P	9967	P
9047	33	9199	P	9347	13	9509	37	9661	P	9817	P	9971	13
9049	P	9203	P	9349	P	9511	P	9671	19	9827	31	9973	P
9059	P	9209	P	9353	47	9517	31	9673	17	9829	P	9979	17
9061	13	9211	61	9367	17	9521	P	9677	P	9833	P	9983	67
9067	P	9217	13	9371	P	9523	89	9679	P	9839	P	9991	97
9071	47	9221	P	9377	P	9529	13	9683	23	9841	13	9997	13
9073	43	9223	23	9379	83	9533	P	9689	P	9847	43	10001	73
9077	29	9227	P	9389	41	9539	P	9697	P	9851	P	10007	P
9083	31	9239	P	9391	P	9547	P	9701	89	9853	59	10009	P
9089	61	9241	P	9397	P	9551	P	9703	31	9857	P	10013	17

Διάταξις καὶ χρήσις τοῦ πίνακος XXV

Ὁ πίναξ XXV (Σελίς 101—105) περιέχει τοὺς πρώτους ἀριθμοὺς (P) ἀπὸ τοῦ 13 ἕως 10013 καὶ τοὺς ἀριθμοὺς, οἱ ὅποιοι δὲν ἔχουν πρῶτον διαιρέτην μικρότερον τοῦ 13.

Ὁ πίναξ αὐτὸς δύναται νὰ χρησιμοποιηθῆ καὶ διὰ τὴν ἀνάλυσιν ἀριθμῶν εἰς γινόμενον πρώτων παραγόντων. **Παράδειγμα 1ον.** Ἐστω ὁ ἀριθμὸς 6313 ὁ ὅποιος δὲν εἶναι διαιρέτὸς δι' οὐδενὸς τῶν πρώτων ἀριθμῶν 2, 3, 5, 7, 11. Εἰς τὴν σελίδα 103 (στήλη 6) βλέπομεν ὅτι ὁ μικρότερος διαιρέτης του εἶναι ὁ 59· τὸ πηλίκον τοῦ 6313 διὰ 59 εἶναι 107. Ἐπειδὴ ὁ 107 εἶναι πρῶτος ἀριθμὸς, ὅπως φαίνεται εἰς τὴν σελίδα 101, (στήλη 1) συνάγομεν, ὅτι εἶναι $6313 = 59 \times 107$.

Παράδειγμα 2ον. Ἐστω ὁ ἀριθμὸς 2261. Ὁ ἀριθμὸς αὐτὸς δὲν περιέχεται εἰς τὸν πίνακα XXV. Ἄρα θὰ ἔχη ἓνα διαιρέτην μικρότερον τοῦ 13· πράγματι ὁ 2261 διαιρεῖται ἀκριβῶς διὰ 7 καὶ δίδει πηλίκον 323. Ὁ 323 περιέχεται εἰς τὸν πίνακα καὶ ἔχει μικρότερον διαιρέτην τὸν 17. Ὁ 323 διαιρούμενος διὰ 17· δίδει πηλίκον τὸν πρῶτον ἀριθμὸν 19. Ἄρα θὰ εἶναι

$$2261 = 7 \times 17 \times 19$$

XXVI. Πίναξ ἀναγωγῆς βαθμῶν δερμομέτρου
 Κελσίου (C) εἰς Ρεωμόρου (R) καὶ Φαρενάϊτ (F).

C.	R.	F.	C.	R.	F.	C.	R.	F.
-40	-32	-40	10	8.0	50.0	60	48.0	140.0
-39	-31.2	-38.2	11	8.8	51.8	61	48.8	141.8
-38	-30.4	-36.4	12	9.6	53.6	62	49.6	143.6
-37	-29.6	-34.6	13	10.4	55.4	63	50.4	145.4
-36	-28.8	-32.8	14	11.2	57.2	64	51.2	147.2
-35	-28	-31	15	12.0	59	65	52.0	149.0
-34	-27.2	-29.2	16	12.8	60.8	66	52.8	150.8
-33	-26.4	-27.4	17	13.6	62.6	67	53.6	152.6
-32	-25.6	-25.6	18	14.4	64.4	68	54.4	154.4
-31	-24.8	-23.8	19	15.2	66.4	69	55.2	156.2
-30	-24	-22	20	16.0	68.6	70	56.0	158.0
-29	-23.2	-20.2	21	16.8	69.8	71	56.8	159.8
-28	-22.4	-18.4	22	17.6	71.6	72	57.6	161.6
-27	-21.6	-16.6	23	18.4	73.4	73	58.4	163.4
-26	-20.8	-14.8	24	19.2	75.2	74	59.2	165.2
-25	-20	-13	25	20.0	77.0	75	60.0	167.0
-24	-19.2	-11.2	26	20.8	78.8	76	60.8	168.8
-23	-18.4	-9.4	27	21.6	80.6	77	61.6	170.6
-22	-17.6	-7.6	28	22.4	82.4	78	62.4	172.4
-21	-16.8	-5.8	29	23.2	84.2	79	63.2	174.2
-20	-16.0	-4	30	24.0	86.0	80	64.0	176.0
-19	-15.2	-2.2	31	24.8	87.8	81	64.8	177.8
-18	-14.4	-0.4	32	25.6	89.6	82	65.6	179.6
-17	-13.6	1.4	33	26.4	91.4	83	66.4	181.4
-16	-12.8	3.2	34	27.2	93.2	84	67.2	183.2
-15	-12.0	5.2	35	28.0	95.0	85	68.0	185.0
-14	-11.2	6.8	36	28.8	96.8	86	68.8	186.8
-13	-10.4	8.6	37	29.6	98.6	87	69.6	188.6
-12	-9.6	10.4	38	30.4	100.4	88	70.4	190.4
-11	-8.8	12.2	39	31.2	102.2	89	71.2	192.2
-10	-8.0	14.0	40	32.0	104.0	90	72.0	194.0
-9	-7.2	15.8	41	32.8	105.8	91	72.8	195.8
-8	-6.5	17.6	42	33.6	107.6	92	73.6	197.6
-7	-5.6	19.4	43	34.4	109.4	93	74.4	199.4
-6	-4.8	21.2	44	35.2	111.2	94	75.2	201.2
-5	-4.0	23.0	45	36.0	113.0	95	76.0	203.0
-4	-3.2	24.8	46	36.8	114.8	96	76.8	204.8
-3	-2.4	26.8	47	37.6	116.6	97	77.6	206.6
-2	-1.6	28.4	48	38.4	118.4	98	78.4	208.4
-1	-0.8	30.2	49	39.2	120.2	99	79.2	210.2
0	0	32.0	50	40.0	122.0	100	80.0	212.0
1	0.8	33.8	51	40.8	123.8	101	80.8	213.8
2	1.6	35.6	52	41.6	125.6	102	81.6	215.6
3	2.4	37.4	53	42.4	127.4	103	82.4	217.4
4	3.2	39.2	54	43.2	129.2	104	83.2	219.7
5	4.0	41.0	55	44.0	131.0			
6	4.8	42.8	56	44.8	132.8			
7	5.6	44.6	57	45.6	134.6			
8	6.4	46.4	58	46.4	136.4			
9	7.2	48.2	59	47.2	138.2			

Χρήσις τοῦ πίνακος XXVI. Ὁ ἀνωτέρω πίναξ εἶναι συγκριτικὸς πίναξ τῆς βαθμολογίας τῶν θερμομέτρων Κελσίου (C), Ρεωμόρου (R) καὶ Φαρενάϊτ (F). Ἡ χρῆσις τοῦ πίνακος εἶναι προφανής. Μεταξὺ τῶν βαθμῶν Κελσίου καὶ Φαρενάϊτ ὑπάρχουν αἱ σχέσεις:

$$C = \frac{5}{9}(F-32) \quad \text{καὶ} \quad F = \frac{9}{5}C + 32.$$

XXVII. Πίναξ ειδικῶν βαρῶν διαφόρων ούσιῶν.

Α'. Ειδικὸν βάρος στερεῶν εἰς gr^{*}/cm.

Όνομα σώματος	Ειδικὸν βάρος	Όνομα σώματος	Ειδικὸν βάρος
Ἄδάμας	3,5 - 3,6	Λευκοσίδηρος . . .	7,29
Ἄλας ὀρυκτὸν . . .	2,35	Λευκόχρ. (Πλατίνη)	21,4 - 21,5
» θαλάσ. ξηρ.	1,4 - 1,65	Λιγνίτης	1,2 - 1,5
Ἄλευρον σίτου . . .	0,4 - 0,6	Λίθος συμπαγῆς .	2,30
Ἄλουμίνιον καθαρ.	2,70	» ὀλίγ. συμπ.	1,70
» φύλλα	2,75	Μαγγάνιον	7,3
» χυτὸν	2,56	Μαγνήσιον	1,74
Ἄμμος θαλάσ. . . .	1,2 - 1,65	Μάρμαρον	1,95 - 2,82
» λατομείου . . .	1,9 - 2,0	Μολυβδαίνιον . .	10,2
Ἄμυλον	1,5	Μόλυβδος	11,37
Ἄνθραξ	1,8	Μπειτόν	1,8 - 2,8
» Κόζ	1,4	Ναφθαλίνη	1,14
Ἀντιμόνιον	6,67	Νικέλιον	8,35
Ἄργυρος	10,50	Ξυλάνθραξ	1,45 - 1,70
Ἀρσενικὸν κρυστάλ.	5,73	Ξύλον δρυός	0,84 - 1,00
Ἀσβέστιον	1,58	» ἔβενος	1,26
Ἀσβεστόλιθος . .	1,9 - 2,8	» ἐλάτης	0,37 - 0,75
Ἀσβεστος	0,9 - 1,3	» καρυδιάς	0,44 - 0,63
» σβυσμένη	1,15 - 1,25	» μαόνι	0,56 - 1,03
Ἀσφαλτος	1,20	» ὄξυᾶς	0,80 - 0,97
Βάμβαξ	1,5	» πεύκου	0,62 - 0,86
Βάριον	3,7	» φλαμουριάς	0,32 - 0,60
Βολφράμιον	19,1	Ὁρείχαλκος	8,35
Γαϊάνθραξ	1,28 - 1,96	» σφυρήλατ.	8,5 - 8,73
Γουταπέριχα	0,95 - 0,99	Ὁστᾶ	1,7
Γρανίτης	2,26 - 2,67	Ὁπτόπλινθ. (τοῦβλα)	1,85 - 2,02
Γραφίτης	2,18	Οὐράνιον	18,7
Γύψος	1,81	Πάγος εἰς 0° . . .	0,917
Δέρμα	0,86 - 1,2	Πίτυρον	0,19 - 0,26
Δημητριακοὶ καρπ.	0,6 - 0,7	Πορσελάνη	2,25 - 2,5
Ἐδαφος φυτικόν .	1,40	Πυρίμαχοι πλίνθοι	2,6 - 2,8
» χαλικῶδες	1,3 - 1,8	Πυρίτιον	2,34
» ἀμυῶδες	1,65 - 1,75	Σίδηρος καθαρὸς .	7,86
Ἐλαστικὸν φυσικόν	1,31 - 1,45	» χυτὸς	7,25
» τεχνητὸν	1,0 - 2,0	Σίτος	0,80
Ζάχαρη	1,59 - 1,61	» ρανιτόμπα . . .	0,82
Ἡλεκτρον	1,1	Σχιστόλιθος . . .	2,64 - 2,90
Θεῖον ὀκταεδρ. . . .	2,7	Τσιμέντο	1,25 - 1,95
» πρισματ.	1,96 - 1,99	Υἄλος	2,40 - 2,7
Θειϊκὸς σίδηρος . .	1,904	Φελλὸς	0,24
Θόριον	11	Φωσφόρος	1,77
Ἰρίδιον	22,42	Χαλκὸς ἠλεκτρολυ- τικὸς	8,9 - 8,95
Ἰώδιον κρυσταλ.	4,9	Χαλκὸς χυτὸς . . .	8,22
Κάδμιον	8,64	Χάλυψ κοινὸς . . .	7,85
Κασσίτερος	7,3 - 7,5	Χρυσὸς	19,33
Κηρὸς	0,96	Χρῶμιον	6,73
Κοβάλτιον	8,8	Ψευδάργυρος . . .	7,13 - 7,20
Κολοφώνιον	1,07		
Κρύσταλλον	3,33		

Β'. Ειδικόν βάρος υγρών εις gr^*/cm^3 .

Όνομα σώματος	Ειδικόν βάρος	Όνομα σώματος	Ειδικόν βάρος
Άζωτον . . .	0,79	Οινόπνευμα καθαρ.	0,781
Αιθήρ . . .	0,735	» έμπορ.	0,837
Άλκοόλη 20° .	0,789	Όινος	1,01
Βρώμιον . . .	2,966	Όξυγόνον	1,429
Βαμβακέλαιον	0,924	Όξος	1,08
Βενζίνη . . .	0,63	Όρυκτέλαιον . . .	0,92
Γάλα	1,02	Παραφίνη	0,87 - 0,91
Γκαζολίνη . .	0,79	Πετρέλαιον φωτιστ.	0,80
Γλυκερίνη . .	1,26	» άκάθαρ.	0,82
Γλεϋκος . . .	0,99	Ρητίνη	1,07
Έλαιόλαδον .	0,915 - 0,918	Τερεβινθέλαιον . .	0,87
Ζϋθος	1,02	Υδράργυρος	13,596
Ήλιον	0,17	Υδρογόνον	0,09
Θειϊκόν όξϋ .	1,841	Υδωρ καθαρόν . . .	1,0
Λινέλαιον . .	0,940	» θαλάσ.	1,026
Νιτρικόν όξϋ .	1,22	Χλώριον	1,51

Γ'. Ειδικόν βάρος αερίων εις gr^*/cm^3 (υπό κανονικάς συνθήκας θερμοκρασίας και πίεσεως
0°C και 760 mm Hg)

Όνομα σώματος	Ειδικόν βάρος	Όνομα σώματος	Ειδικόν βάρος
Άζωτον . . .	0,001 250 6	Ήλιον	0,000 177
Άζωτοϋχον όξϋ	0,003 4	Θειϊκόν όξϋ	0,028 7
Άηρ άτμοσφ. .	0,001 293 187	Όξυγόνον	0,001 429 2
Άμμωνία . . .	0,000 770 8	Υδρογόνον	0,000 895 8
Άνθρακος διόξ.	0,001 976 8	» φωσ	
» μονοξ.	0,001 250 3	φοροϋχον	0,001 52
Άτμός υδατος .	0,000 806	Υδρογόνον άρ-	
» άρσενι-		σενικοϋχον	0,003 49
» κοϋχος	0,013 44	Υδροχλωρικόν	
» ύδραρ-		όξϋ	0,001 635
» γϋρου	0,00 896	Χλώριον	0,003 219 7

XXVIII. Πίναξ ἀναγωγῆς μέτρων
εἰς πήχεις καὶ ἀντιστρόφως

Μέτρα	Πήχεις	Μέτρα	Πήχεις	Πήχεις	Μέτρα	Πήχεις	Μέτρα
1	1,5430	51	78,6916	1	0,6481	51	33,0531
2	3,0859	52	80,2346	2	1,2962	52	33,7012
3	4,6289	53	81,7775	3	1,9443	53	34,3493
4	6,1719	54	83,3205	4	2,5924	54	34,9974
5	7,7149	55	84,8635	5	3,2405	55	35,6455
6	9,2578	56	86,4064	6	3,8886	56	36,2936
7	10,8008	57	87,9494	7	4,5367	57	36,9417
8	12,3438	58	89,4924	8	5,1848	58	37,5898
9	13,8868	59	91,0354	9	5,8329	59	38,2379
10	15,4297	60	92,5783	10	6,4810	60	38,8860
11	16,9727	61	94,1211	11	7,1291	61	39,5341
12	18,5157	62	95,6641	12	7,7772	62	40,1822
13	20,0587	63	97,2071	13	8,4253	63	40,8303
14	21,6016	64	98,7501	14	9,0734	64	41,4784
15	23,1446	65	100,2931	15	9,7215	65	42,1265
16	24,6876	66	101,8361	16	10,3696	66	42,7746
17	26,2305	67	103,3791	17	11,0177	67	43,4227
18	27,7735	68	104,9221	18	11,6658	68	44,0708
19	29,3165	69	106,4651	19	12,3139	69	44,7189
20	30,8594	70	108,0081	20	12,9620	70	45,3670
21	32,4024	71	109,5511	21	13,6101	71	46,0151
22	33,9454	72	111,0941	22	14,2582	72	46,6632
23	35,4884	73	112,6371	23	14,9063	73	47,3113
24	37,0313	74	114,1801	24	15,5544	74	47,9594
25	38,5743	75	115,7231	25	16,2025	75	48,6075
26	40,1173	76	117,2661	26	16,8506	76	49,2556
27	41,6603	77	118,8091	27	17,4987	77	49,9037
28	43,2032	78	120,3521	28	18,1468	78	50,5518
29	44,7462	79	121,8951	29	18,7949	79	51,1999
30	46,2892	80	123,4381	30	19,4430	80	51,8480
31	47,8322	81	124,9811	31	20,0911	81	52,4961
32	49,3751	82	126,5241	32	20,7392	82	53,1442
33	50,9181	83	128,0671	33	21,3873	83	53,7923
34	52,4611	84	129,6101	34	22,0354	84	54,4404
35	54,0040	85	131,1531	35	22,6835	85	55,0885
36	55,5470	86	132,6961	36	23,3316	86	55,7366
37	57,0900	87	134,2391	37	23,9797	87	56,3847
38	58,6330	88	135,7821	38	24,6278	88	57,0328
39	60,1759	89	137,3251	39	25,2759	89	57,6809
40	61,7189	90	138,8681	40	25,9240	90	58,3290
41	63,2619	91	140,4111	41	26,5721	91	58,9771
42	64,8048	92	141,9541	42	27,2202	92	59,6252
43	66,3478	93	143,4971	43	27,8683	93	60,2733
44	67,8908	94	145,0401	44	28,5164	94	60,9214
45	69,4338	95	146,5831	45	29,1645	95	61,5695
46	70,9767	96	148,1261	46	29,8126	96	62,2176
47	72,5197	97	149,6691	47	30,4607	97	62,8657
48	74,0627	98	151,2121	48	31,1088	98	63,5138
49	75,6057	99	152,7551	49	31,7569	99	64,1619
50	77,1486	100	154,297	50	32,4050	100	64,8100

XXIX. Πίναξ ἀναγωγῆς μέτρων εἰς πόδας
(ὑάρδας) καὶ ἀντιστρόφως

Μέτρα	Πόδες ὑάρδας	Μέτρα	Πόδες ὑάρδας	Πόδες	Μέτρα	Πόδες	Μέτρα
1	3,2803	51	167,323	1	0,3048	51	15,5448
2	6,5617	52	170,604	2	0,6096	52	15,8496
3	9,8425	53	173,884	3	0,9144	53	16,1544
4	13,1234	54	177,165	4	1,2192	54	16,4592
5	16,4042	55	180,446	5	1,5240	55	16,7640
6	19,6850	56	183,727	6	1,8288	56	17,0688
7	22,9659	57	187,008	7	2,1336	57	17,3736
8	26,2467	58	190,289	8	2,4384	58	17,6784
9	29,5276	59	193,569	9	2,7432	59	17,9832
10	32,8084	60	196,850	10	3,0480	60	18,2880
11	36,0892	61	200,131	11	3,3528	61	18,5928
12	39,3701	62	203,412	12	3,6576	62	18,8976
13	42,6509	63	206,693	13	3,9624	63	19,2024
14	45,9318	64	209,974	14	4,2672	64	19,5072
15	49,2126	65	213,255	15	4,5720	65	19,8120
16	52,4934	66	216,535	16	4,8760	66	20,1168
17	55,7743	67	219,816	17	5,1816	67	20,4216
18	59,0551	68	223,097	18	5,4864	68	20,7264
19	62,3360	69	226,378	19	5,7912	69	21,0312
20	65,6168	70	229,659	20	6,0960	70	21,3360
21	68,898	71	232,940	21	6,4008	71	21,6408
22	72,178	72	236,220	22	6,7056	72	21,9456
23	75,459	73	239,501	23	7,0104	73	22,2504
24	78,740	74	242,782	24	7,3152	74	22,5552
25	82,021	75	246,063	25	7,6200	75	22,8600
26	85,302	76	249,344	26	7,9248	76	23,1648
27	88,583	77	252,625	27	8,2296	77	23,4696
28	91,863	78	255,905	28	8,5344	78	23,7744
29	95,144	79	259,186	29	8,8392	79	24,0792
30	98,425	80	262,467	30	9,1440	80	24,3840
31	101,707	81	265,748	31	9,4488	81	24,6888
32	104,987	82	269,029	32	9,7536	82	24,9936
33	108,268	83	272,310	33	10,0584	83	25,2984
34	111,548	84	275,590	34	10,3632	84	25,6032
35	114,829	85	278,871	35	10,6680	85	25,9080
36	118,110	86	282,152	36	10,9728	86	26,2128
37	121,391	87	285,433	37	11,2776	87	26,5176
38	124,672	88	288,714	38	11,5824	88	26,8224
39	127,953	89	291,995	39	11,8872	89	27,1272
40	131,234	90	295,276	40	12,1920	90	27,4320
41	134,514	91	298,556	41	12,4968	91	27,7368
42	137,795	92	301,837	42	12,8016	92	28,0416
43	141,076	93	305,118	43	13,1064	93	28,3464
44	144,357	94	308,399	44	13,4112	94	28,6512
45	147,638	95	311,680	45	13,7160	95	28,9560
46	150,919	96	314,961	46	14,0208	96	29,2608
47	154,199	97	318,241	47	14,3256	97	29,5656
48	157,480	98	321,522	48	14,6304	98	29,8704
49	160,761	99	324,803	49	14,9352	99	30,1752
50	164,042	100	328,085	50	15,2400	100	30,4800

112
 XXX. Πίναξ ἀναγωγῆς τετραγωνικῶν μέτρων
 εἰς τετραγωνικοὺς τεκτονικοὺς πῆχεις
 καὶ ἀντιστρόφως

Τετραγ. μέτρα	Τετραγ. τεκτ. πῆχεις	Τετραγ. μέτρα	Τετραγ. τεκτ. πῆχεις	Τ. τεκτ. πῆχεις	Τετραγ. μέτρα	Τ. τεκτ. πῆχεις	Τετραγ. μέτρα
1	1,7778	51	90,667	1	0,5625	51	28,6875
2	3,5556	52	92,444	2	1,1250	52	29,2500
3	5,3333	53	94,222	3	1,6875	53	29,8125
4	7,1111	54	96,000	4	2,2500	54	30,3750
5	8,8889	55	97,778	5	2,8125	55	30,9375
6	10,6667	56	99,556	6	3,3750	56	31,5000
7	12,4444	57	101,333	7	3,9375	57	32,0625
8	14,2222	58	103,111	8	4,5000	58	32,6250
9	16,0000	59	104,889	9	5,0625	59	33,1875
10	17,7778	60	106,667	10	5,6250	60	33,7500
11	19,5556	61	108,444	11	6,1875	61	34,3125
12	21,3333	62	110,222	12	6,7500	62	34,8750
13	22,1111	63	112,000	13	7,3125	63	35,4375
14	24,8889	64	113,778	14	8,8750	64	36,0000
15	26,6667	65	115,556	15	8,4375	65	36,5625
16	28,4444	66	117,333	16	9,0000	66	37,1250
17	30,2222	67	119,111	17	9,5625	67	37,6875
18	32,0000	68	120,889	18	10,1250	68	38,2500
19	33,7778	69	122,667	19	10,6875	69	38,8125
20	35,5556	70	124,444	20	11,2500	70	39,3750
21	37,3333	71	126,222	21	11,8125	71	39,9375
22	39,1111	72	128,000	22	12,2750	72	40,5000
23	40,8889	73	129,778	23	12,9375	73	41,0625
24	40,6667	74	131,556	24	13,5000	74	41,6250
25	44,4444	75	133,333	25	14,0625	75	42,1875
26	46,2222	76	135,111	26	14,6250	76	42,7500
27	48,0000	77	136,889	27	15,1875	77	43,3125
28	49,7778	78	138,667	28	15,7500	78	43,8750
29	51,5556	79	140,444	29	16,3125	79	44,4375
30	53,3333	80	142,222	30	16,8750	80	45,0000
31	55,1111	81	144,000	31	17,4375	81	45,5625
32	56,8889	82	145,778	32	18,0000	82	46,1250
33	58,6667	83	147,556	33	18,5625	83	46,6875
34	60,4444	84	149,333	34	19,1250	84	47,2500
35	62,2222	85	151,111	35	19,6875	85	47,8125
36	64,0000	86	152,889	36	20,2500	86	48,3750
37	65,7778	87	154,667	37	20,8125	87	48,9375
38	67,5556	88	156,444	38	21,3750	88	49,5000
39	69,3333	89	158,222	39	21,9375	89	50,0625
40	71,1111	90	160,000	40	22,5000	90	50,6250
41	72,889	91	161,778	41	23,0625	91	51,1875
42	74,667	92	163,556	42	23,6250	92	51,7500
43	76,444	93	165,333	43	24,1875	93	52,3125
44	78,222	94	167,111	44	24,7500	94	52,8750
45	80,000	95	168,889	45	25,3125	95	53,4375
46	81,778	96	170,667	46	25,8750	96	54,0000
47	83,556	97	172,444	47	26,4375	97	54,5625
48	85,333	98	174,222	48	27,0000	98	55,1250
49	87,111	99	176,000	49	27,5625	99	55,6875
50	88,889	100	177,778	50	28,1250	100	56,2500

XXXI. Πίναξ ἀναγωγῆς ὄργυιων, ποδῶν, δακτύλων καὶ γραμμῶν ὄργυιας εἰς μέτρα καὶ εἰς χιλιοστόμετρα
1 ὄργυα=6 πόδες, 1 πούς=12 δακτ., 1 δακτ.=12 γραμμ.

Ἄριθ. ὄργυιας (Toises)	Μέτρα	Πόδες (Pieds)	Μέτρα	Δάκτυλοι (Pouces)	Μέτρα	Γραμμάτια	Χιλιοστόμετρα
1	1,94901	1	0,32484	1	0,02707	1	2,256
2	3,89807	2	0,64968	2	0,05414	2	4,512
3	5,84711	3	0,97452	3	0,08121	3	6,767
4	7,79615	4	1,29936	4	0,10828	4	9,023
5	9,74518	5	1,62420	5	0,13535	5	11,279
6	11,69422	6	1,94904	6	0,16242	6	13,535
7	13,64326	7	2,27388	7	0,18949	7	15,791
8	15,59229	8	2,59872	8	0,21656	8	18,047
9	17,54133	9	2,92355	9	0,24363	9	20,302
10	19,49037	10	3,24839	10	0,27070	10	22,558
11	21,43940	11	3,57322	11	0,29777	11	24,814
12	23,38844	12	3,89807	12	0,32484	12	27,070

XXXII. Πίναξ ἀναγωγῆς ὑάρδων, ποδῶν, Ἴντσων καὶ γραμμῶν ὑάρδας εἰς μέτρα καὶ εἰς χιλιοστόμετρα
1 ὑάρδα=3 πόδες, 1 πούς=12 Ἴντσες, 1 Ἴντσα=12 γραμμὰ

Ἄριθ. ὑάρδας (Yards)	Μέτρα	Πόδες (Foot)	Μέτρα	Ἴντσες (Inch)	Μέτρα	Γραμμάτια (Line)	Χιλιοστόμετρα
1	0,9144	1	0,3048	1	0,0254	1	2,116
2	1,8288	2	0,6096	2	0,0508	2	4,232
3	2,7432	3	0,9144	3	0,0762	3	6,348
4	3,6576	4	1,2192	4	0,1016	4	8,464
5	4,5720	5	1,5240	5	0,1270	5	10,580
6	5,4864	6	1,8288	6	0,1524	6	12,696
7	6,4008	7	2,1336	7	0,1778	7	14,812
8	7,3152	8	2,4384	8	0,2032	8	16,928
9	8,2296	9	2,7432	9	0,2286	9	19,044
10	9,1440	10	3,0480	10	0,2540	10	21,160
11	10,0584	11	3,3528	11	0,2794	11	23,276
12	10,9728	12	3,6576	12	0,3048	12	25,392

XXXIII. Πίναξ ἀναγωγῆς Ἀγγλικῶν λιμπρῶν (Lb) καὶ οὔγγιων (oz) εἰς ὀκάδας καὶ χιλιόγραμμα
1 λιμπρα=16 οὔγγιες, 1 οὔγγια=16 δράχμα

Ἄριθ. πόντος (Pounds)	Ὀκ. Δράμια	Χιλιόγραμμα (Kilós)	Οὔγγιες (Ounces)	Δράμια	Γραμμάτια (Grams)
1	0 141,747	0,45359	1	8,859	28,349
2	0 283,494	0,90718	2	17,718	56,698
3	1 25,241	1,36078	3	26,577	85,047
4	1 166,988	1,81437	4	35,436	113,396
5	1 308,735	2,26796	5	44,295	141,745
6	2 50,482	2,72155	6	53,154	170,094
7	2 192,229	3,17515	7	62,013	198,443
8	2 333,976	3,62874	8	70,872	226,792
9	3 75,723	4,08233	9	79,731	255,141
10	3 217,470	4,53592	10	88,590	283,490
11	3 359,117	4,98952	11	97,449	311,839
12	4 100,864	5,44311	12	106,308	340,188
13	4 242,611	5,89670	13	115,167	368,537
14	4 384,358	6,35029	14	124,026	396,886
15	5 126,105	6,80389	15	132,885	425,235
16	5 267,852	7,25748	16	141,744	453,584

XXXIV. Πίναξ ἀναγωγῆς ὀκάδων εἰς κιλὰ
 καὶ ἀντιστρόφως

Ὀκάδες	Κιλὰ	Ὀκάδες	Κιλὰ	Κιλὰ	Ὀζ. Δράμ.	Κιλὰ	Ὀζ. Δράμ.
1	1,280	51	65,280	1	0 312,5	51	39 337,5
2	2,560	52	66,560	2	1 225	52	40 250
3	3,840	53	67,840	3	2 137,5	53	41 162,5
4	5,120	54	69,120	4	3 050	54	42 075
5	6,400	55	70,400	5	3 362,5	55	42 387,5
6	7,680	56	71,680	6	4 275	56	43 300
7	8,960	57	72,960	7	5 187,5	57	44 212,5
8	10,240	58	74,240	8	6 100	58	45 125
9	11,520	59	75,520	9	7 012,5	59	46 037,5
10	12,800	60	76,800	10	7 325	60	46 350
11	14,080	61	78,080	11	8 237,5	61	47 262,5
12	15,360	62	79,360	12	9 150	62	48 175
13	16,640	63	80,640	13	10 062,5	63	49 087,5
14	17,920	64	81,920	14	10 375	64	50 000
15	19,200	65	83,200	15	11 287,5	65	50 312,5
16	20,480	66	84,480	16	12 200	66	51 225
17	21,760	67	85,760	17	13 112,5	67	52 137,5
18	23,040	68	87,040	18	14 025	68	53 050
19	24,320	69	88,320	19	14 337,5	69	53 362,5
20	25,600	70	89,600	20	15 250	70	54 275
21	26,880	71	90,880	21	16 162,5	71	55 187,5
22	28,160	72	92,160	22	17 075	72	56 100
23	29,440	73	93,440	23	17 387,5	73	57 012,5
24	30,720	74	94,720	24	18 300	74	57 325
25	32,000	75	96,000	25	19 212,5	75	58 237,5
26	33,280	76	97,280	26	20 125	76	59 150
27	34,560	77	98,560	27	21 037,5	77	60 062,5
28	35,840	78	99,840	28	21 350	78	60 375
29	37,120	79	101,120	29	22 262,5	79	61 287,5
30	38,400	80	102,400	30	23 175	80	62 200
31	39,680	81	103,680	31	24 087,5	81	63 112,5
32	40,960	82	104,960	32	25 000	82	64 025
33	42,240	83	106,240	33	25 312,5	83	64 337,5
34	43,520	84	107,520	34	26 225	84	65 250
35	44,800	85	108,800	35	27 137,5	85	66 162,5
36	46,080	86	110,080	36	28 050	86	67 075
37	47,360	87	111,360	37	28 362,5	87	67 387,5
38	48,640	88	112,640	38	29 275	88	68 300
39	49,920	89	113,920	39	30 187,5	89	69 212,5
40	51,200	90	115,200	40	31 100	90	70 125
41	52,480	91	116,480	41	32 012,5	91	71 037,5
42	53,760	92	117,760	42	32 325	92	71 350
43	55,040	93	119,040	43	33 237,5	93	72 262,5
44	56,320	94	120,320	44	34 150	94	73 175
45	57,600	95	121,600	45	35 062,5	95	74 087,5
46	58,880	96	122,880	46	35 375	96	75 000
47	60,160	97	124,160	47	36 287,5	97	75 312,5
48	61,440	98	125,440	48	37 200	98	76 225
49	62,720	99	126,720	49	38 112,5	99	77 137,5
50	64,000	100	128,000	50	39 025	100	78 050

ΚΑΝΟΝΕΣ ΚΑΙ ΧΡΗΣΙΜΟΙ ΤΥΠΟΙ

ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗ

Πρόσθεσις, ἀφαιρέσις, πολλαπλασιασμός, διαίρεσις

Ἰδιότητες τῆς προσθέσεως:

$$\begin{aligned}\Sigma &= \alpha + \beta + \gamma = \gamma + \alpha + \beta \\ \Sigma &= \alpha + \beta + \gamma + \delta = \alpha + (\beta + \gamma) + \delta = \alpha + \gamma + (\beta + \delta) = \dots \\ \Sigma &= \alpha + (\beta + \gamma) + \delta = \alpha + \beta + \gamma + \delta \\ \Sigma &= (\alpha + \beta + \gamma) + (\delta + \epsilon) = \alpha + \beta + \gamma + \delta + \epsilon\end{aligned}$$

Ἀφαιρέσις. Ὁρισμός. Διαφορὰ δύο ἀριθμῶν α καὶ β λέγεται ὁ ἀριθμὸς, ὁ ὅποιος προστιθέμενος εἰς τὸν μικρότερον β δίδει τὸν μεγαλύτερον α .

$$\text{Ἐὰν εἶναι } \alpha - \beta = \delta, \text{ θὰ εἶναι } \alpha = \beta + \delta$$

Ἰδιότητες τῆς ἀφαιρέσεως:

$$\begin{aligned}\alpha - \beta &= (\alpha \pm \gamma) - (\beta \pm \gamma) \\ A - (\alpha + \beta + \gamma) &= [(A - \alpha) - \beta] - \gamma \\ (\alpha + \beta + \gamma) - \delta &= \alpha + (\beta - \delta) + \gamma \\ A - (\beta - \gamma) &= (A - \beta) + \gamma\end{aligned}$$

Πολλαπλασιασμός. Ὁρισμός. Καλοῦμεν *γινόμενον* ἐνὸς ἀριθμοῦ α ἐπὶ ἓνα ἄλλον β , τὸ ἄθροισμα τόσων προσθετέων τοῦ α , ὅσας μονάδας ἔχει ὁ β . Ἦτοι

$$\alpha \times \beta = \underbrace{\alpha + \alpha + \alpha + \dots + \alpha}_{\beta \text{ προσθετέοι}}$$

Ἰδιότητες τοῦ πολλαπλασιασμοῦ:

$$\begin{aligned}\alpha \beta &= \beta \alpha \\ (\alpha + \beta + \gamma) \cdot \nu &= \alpha \cdot \nu + \beta \cdot \nu + \gamma \cdot \nu \\ \nu \cdot (\alpha + \beta + \gamma) &= \nu \cdot \alpha + \nu \cdot \beta + \nu \cdot \gamma \\ (\alpha + \beta) \cdot (\gamma + \delta) &= (\alpha \cdot \gamma) + (\beta \cdot \gamma) + (\alpha \cdot \delta) + (\beta \cdot \delta) \\ (\alpha - \beta) \cdot \nu &= \alpha \cdot \nu - \beta \cdot \nu \\ \nu \cdot (\alpha - \beta) &= \nu \cdot \alpha - \nu \cdot \beta \\ (\alpha - \beta) \cdot (\gamma - \delta) &= (\alpha \cdot \gamma) - (\beta \cdot \gamma) - (\alpha \cdot \delta) + (\beta \cdot \delta)\end{aligned}$$

Ἰδιότητες τοῦ γινομένου πολλῶν παραγόντων:

$$\begin{aligned}\alpha \cdot \beta \cdot \gamma &= \alpha \cdot \gamma \cdot \beta, \quad \alpha \cdot \beta \cdot \gamma \cdot \delta \cdot \epsilon = \alpha \cdot \beta \cdot \delta \cdot \gamma \cdot \epsilon \\ \alpha \cdot \beta \cdot \gamma \cdot \delta \cdot \epsilon &= \beta \cdot \delta \cdot \alpha \cdot \gamma \cdot \epsilon \\ \alpha \cdot \beta \cdot \gamma \cdot \delta \cdot \epsilon &= \alpha \cdot (\gamma \cdot \epsilon) \cdot \beta \cdot \delta \\ (\alpha \cdot \beta \cdot \gamma \cdot \delta) \cdot \epsilon &= \alpha \cdot \beta \cdot \gamma \cdot (\delta \cdot \epsilon) \\ \nu \cdot (\alpha \cdot \beta \cdot \gamma) &= \nu \cdot \alpha \cdot \beta \cdot \gamma \\ (\alpha \cdot \beta \cdot \gamma \cdot \delta) \cdot (\epsilon \cdot \zeta) &= \alpha \cdot \beta \cdot \gamma \cdot \delta \cdot \epsilon \cdot \zeta\end{aligned}$$

Διαίρεσις. Ὁρισμός. Καλοῦμεν ἀκριβὲς πηλίκον ἐνὸς

ἀριθμοῦ Δ , ὁ ὁποῖος λέγεται διαιρετός, δι' ἑνὸς ἀριθμοῦ δ , ὁ ὁποῖος λέγεται διαιρέτης, ἕνα ἀριθμὸν Π τοιοῦτον, ὥστε νὰ εἶναι $\Delta = \delta \times \Pi$.

Λέγομεν ὅτι ὁ ἀριθμὸς Π εἶναι πηλίκον, κατὰ προσέγγισιν 1, τοῦ Δ διὰ τοῦ δ , ἐὰν ὁ Π εἶναι ὁ μεγαλύτερος ἀκέραιος καὶ τοιοῦτος, ὥστε τὸ γινόμενον $\delta \cdot \Pi$ νὰ δύναται νὰ ἀφαιρεθῇ ἀπὸ τὸν Δ .

Ἐὰν παραστήσωμεν μὲ Δ τὸν διαιρετόν, μὲ δ τὸν διαιρέτην, μὲ Π τὸ πηλίκον καὶ μὲ υ τὸ ὑπόλοιπον μιᾶς διαιρέσεως, θὰ ἔχωμεν τὰς σχέσεις:

$$\Delta = \delta \cdot \Pi + \upsilon \quad \text{ὅπου } \upsilon < \delta \quad (1) \quad \text{καὶ} \quad \delta \cdot \Pi < \Delta < \delta \cdot (\Pi + 1) \quad (2).$$

Ἀντιστρόφως: Οἱ ἀριθμοί, οἱ ὁποῖοι ἐπαληθεύουν τὰς σχέσεις (1) καὶ (2) εἶναι ὁ διαιρετός, ὁ διαιρέτης τὸ πηλίκον καὶ τὸ ὑπόλοιπον μιᾶς διαιρέσεως.

Ἰδιότητες τῆς διαιρέσεως:

$$\begin{aligned} (\alpha + \beta + \gamma) : \delta &= (\alpha : \delta) + (\beta : \delta) + (\gamma : \delta) \\ (\alpha - \beta) : \delta &= (\alpha : \delta) - (\beta : \delta) \\ \text{Ἐὰν εἶναι } \Delta &= \delta \cdot \Pi + \upsilon, \text{ ὅπου } \upsilon < \delta \\ \text{θὰ εἶναι } \Delta \cdot \nu &= (\delta \cdot \nu) \cdot \Pi + \upsilon \cdot \nu, \text{ ὅπου } \upsilon \nu < \delta \nu. \\ (\alpha \cdot \beta \cdot \gamma) : \delta &= \alpha \cdot (\beta : \delta) \cdot \gamma, \quad (\alpha \cdot \beta \cdot \gamma) : \beta = \alpha \cdot \gamma \\ A : (\beta \cdot \gamma) &= (A : \beta) : \gamma \end{aligned}$$

Διαιρετότης

Χαρακτήρες διαιρετότητος. Χαρακτήρες διαιρετότητος διὰ 2 καὶ 5

$$A = 10\delta + \mu, \quad (\delta = \text{πλήθος δεκάδων, } \mu = \text{μονάδες}).$$

Τὸ ὑπόλοιπον τῆς διαιρέσεως τοῦ A διὰ 2 ἢ διὰ 5 εἶναι τὸ αὐτὸ μὲ τὸ ὑπόλοιπον τῆς διαιρέσεως τοῦ μ διὰ 2 ἢ διὰ 5.

Γενικὴ μορφή ἑνὸς ἄρτιου ἀριθμοῦ εἶναι: 2ν .

Γενικὴ μορφή ἑνὸς περιττοῦ ἀριθμοῦ εἶναι: $2\nu \pm 1$.

Χαρακτήρες διαιρετότητος διὰ 4 καὶ 25.

$$A = 100\epsilon + \overline{\delta\mu}, \quad (\epsilon = \text{πλήθος ἑκατοντάδων, } \overline{\delta\mu} = \alpha\text{-αριθμὸς, πού σχηματίζουν τὰ δύο τελευταῖα ψηφία τοῦ } A)$$

Τὸ ὑπόλοιπον τῆς διαιρέσεως τοῦ A διὰ 4 ἢ διὰ 25 εἶναι τὸ αὐτὸ μὲ τὸ ὑπόλοιπον τῆς διαιρέσεως τοῦ $\overline{\delta\mu}$ διὰ 4 ἢ διὰ 25.

Χαρακτήρες διαιρετότητος διὰ 8 καὶ 125.

$$A = 1000x + \overline{\epsilon\delta\mu} \quad (x = \text{πλήθος χιλιάδων, } \overline{\epsilon\delta\mu} = \delta\text{-αριθμὸς, πού σχηματίζουν τὰ τρία τελευταῖα ψηφία τοῦ } A)$$

Τὸ ὑπόλοιπον τῆς διαιρέσεως τοῦ A διὰ 8 ἢ διὰ 125 εἶναι τὸ αὐτὸ μὲ τὸ ὑπόλοιπον τῆς διαιρέσεως τοῦ $\overline{\epsilon\delta\mu}$ διὰ 8 ἢ διὰ 125.

Χαρακτήρες διαιρετότητος διὰ 3 καὶ 9.

$$A = \overline{\alpha\beta\gamma\delta} = \text{πολλαπλάσιον τοῦ } 9 + (\alpha + \beta + \gamma + \delta).$$

Τὸ ὑπόλοιπον τῆς διαιρέσεως τοῦ A , διὰ 9 ἢ διὰ 3 εἶναι τὸ αὐτὸ μὲ τὸ ὑπόλοιπον τῆς διαιρέσεως τοῦ ἀθροίσματος τῶν ψηφίων του διὰ 9 ἢ διὰ 3.

Δοκιμή διὰ τοῦ 9 τοῦ πολλαπλασιασμοῦ δύο ἀριθμῶν A καὶ B.

$$A = \text{πολλαπλ. τοῦ } 9 + u, \quad u < 9$$

$$B = \text{πολλαπλ. τοῦ } 9 + u', \quad u' < 9$$

$$A \times B = \text{πολλαπλ. τοῦ } 9 + u \cdot u'$$

Ὡστε τὸ ὑπόλοιπον τῆς διαιρέσεως διὰ 9 τοῦ $A \times B$ εἶναι τὸ αὐτὸ μὲ τὸ ὑπόλοιπον τῆς διαιρέσεως διὰ 9 τοῦ γινομένου $u \cdot u'$ τῶν ὑπολοίπων τῶν A καὶ B.

Δοκιμή διὰ 9 τῆς διαιρέσεως $\Delta : \delta$.

$$\Delta = \text{πολλαπλ. τοῦ } 9 + u_1, \quad u_1 < 9$$

$$\delta = \text{πολλαπλ. τοῦ } 9 + u_2, \quad u_2 < 9$$

$$(\text{πηλίκον}) \Pi = \text{πολλαπλ. τοῦ } 9 + u_3, \quad u_3 < 9$$

$$u = \text{πολλαπλ. τοῦ } 9 + u_4, \quad u_4 < 9$$

Ἀπὸ τὸν τύπον: $\Delta = \delta \cdot \Pi + u$ συνάγομεν ὅτι
 πολλ. $9 + u_1 = \text{πολλ. } 9 + (u_2 u_3 + u_4)$.

Ὡστε τὸ ὑπόλοιπον τῆς διαιρέσεως διὰ 9 τοῦ διαιρετέου Δ πρέπει νὰ εἶναι ἴσον μὲ τὸ ὑπόλοιπον τῆς διαιρέσεως διὰ 9 τοῦ $u_2 u_3 + u_4$.

Μέγιστος κοινὸς διαιρέτης (μ.κ.δ.) καὶ ἐλάχιστον κοινὸν πολλαπλάσιον (ε.κ.π.) δύο ἢ περισσοτέρων ἀριθμῶν

Ὅρισμοὶ καὶ ἰδιότητες μ.κ.δ. ἀριθμῶν: 1. Μ.κ.δ. δύο ἢ περισσοτέρων ἀριθμῶν λέγεται ὁ μεγαλύτερος ἐκ τῶν κοινῶν διαιρετῶν τῶν.

2. Δύο ἢ περισσοτέροι ἀριθμοὶ λέγονται *πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους*, ὅταν ἔχουν μ.κ.δ. τὴν μονάδα 1.

3. Ὁ μ.κ.δ. δύο ἀριθμῶν α καὶ β εἶναι ὁ αὐτὸς μὲ τὸν μ.κ.δ. τοῦ μικροτέρου τῶν β καὶ τοῦ ὑπολοίπου α τῆς διαιρέσεώς τῶν.

4. Ἐὰν πολλαπλασιάσωμεν (ἢ διαιρέσωμεν) δύο ἢ περισσοτέρους ἀριθμοὺς ἐπὶ τὸν αὐτὸν ἀριθμὸν k , ὁ μ.κ.δ. τῶν πολλαπλασιάζεται (ἢ διαιρεῖται) ἐπὶ τὸν αὐτὸν ἀριθμὸν k .

5. Οἱ κοινοὶ διαιρέται πολλῶν ἀριθμῶν εἶναι οἱ διαιρέται τοῦ μ.κ.δ. τῶν.

6. Τὰ πηλικά δύο ἢ περισσοτέρων ἀριθμῶν διὰ τοῦ μ.κ.δ. τῶν εἶναι ἀριθμοὶ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους.

7. Ἐὰν ἓνας ἀριθμὸς διαιρῆ ἓνα γινόμενον δύο παραγόντων καὶ εἶναι πρῶτος πρὸς τὸν ἓνα, διαιρεῖ τὸν ἄλλον.

8. Διὰ νὰ εὔρωμεν τὸν μ.κ.δ. δοθέντων ἀριθμῶν ἀναλύομεν αὐτοὺς εἰς γινόμενον πρῶτων παραγόντων καὶ σχηματίζομεν ἓνα γινόμενον, τὸ ὁποῖον νὰ περιέχῃ μόνον τοὺς κοινούς παράγοντας τῶν καὶ μὲ τὸν μικρότερον ἐκθέτην. Τὸ οὕτω σχηματιζόμενον γινόμενον εἶναι ὁ μ.κ.δ. τῶν δοθέντων ἀριθμῶν.

Ὅρισμοὶ καὶ ἰδιότητες τοῦ ἐ.κ.π. ἀριθμῶν. 1. Ἐ.κ.π. δύο ἢ περισσοτέρων ἀριθμῶν λέγεται τὸ μικρότερον ἐξ ὅλων τῶν κοινῶν πολλαπλασίων τῶν.

2. Κάθε κοινὸν πολλαπλάσιον δύο ἢ περισσοτέρων

ἀριθμῶν εἶναι πολλαπλάσιον τοῦ ἐ.κ.π. των.

3. Τὸ ἐ.κ.π. ν ἀριθμῶν εἶναι τὸ αὐτὸ μὲ τὸ ἐ.κ.π. δύο ἐξ αὐτῶν τῶν ἀριθμῶν καὶ τῶν $n-2$ ἄλλων ἀριθμῶν.

4. Ἐάν ἀριθμοὶ εἶναι πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους ἀνά δύο, ἐ.κ.π. αὐτῶν εἶναι τὸ γινόμενόν των.

5. Ἐάν πολλαπλασιάσωμεν (ἢ διαιρέσωμεν) δύο ἢ περισσοτέρους ἀριθμοὺς ἐπὶ τὸν αὐτὸν ἀριθμὸν k , τὸ ἐ.κ.π. των πολλαπλασιάζεται (ἢ διαιρεῖται) ἐπὶ τὸν αὐτὸν ἀριθμὸν k .

6. Τὰ πηλίκα τοῦ ἐ.κ.π. δύο ἢ περισσοτέρων ἀριθμῶν δι' ἐκάστου τῶν ἀριθμῶν αὐτῶν εἶναι ἀριθμοὶ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους καὶ ἀντιστρόφως.

7. Διὰ νὰ εὕρωμεν τὸ ἐ.κ.π. δοθέντων ἀριθμῶν, ἀναλύομεν αὐτοὺς εἰς γινόμενον πρῶτων παραγόντων καὶ σχηματίζομεν ἓνα γινόμενον, τὸ ὁποῖον νὰ περιέχῃ τοὺς κοινούς καὶ μὴ κοινούς παράγοντας αὐτῶν καὶ μὲ τὸν μεγαλύτερον ἐκθέτην. Τὸ οὕτω σχηματιζόμενον γινόμενον εἶναι τὸ ἐ.κ.π. τῶν δοθέντων ἀριθμῶν.

8. Μεταξὺ δύο ἀριθμῶν A καὶ B , τοῦ μ.κ.δ. των μ καὶ τοῦ ἐ.κ.π. των ϵ ὑπάρχουν αἱ σχέσεις

$$A \cdot B = \mu \cdot \epsilon \quad \mu = \frac{A \cdot B}{\epsilon}, \quad \epsilon = \frac{A \cdot B}{\mu}$$

Πρῶτοι ἀριθμοὶ

Ὅρισμοί, ἰδιότητες : 1. Ἐνας ἀριθμὸς λέγεται **πρῶτος**, ὅταν εἶναι διαιρετὸς μόνον διὰ τοῦ ἑαυτοῦ του καὶ διὰ τῆς μονάδος.

Ὁ πίναξ (σελίς 102—106) ἀναγράφει τοὺς πρῶτους ἀριθμοὺς ἀπὸ τοῦ 13 ἕως 10 013.

2. Κάθε πρῶτος ἀριθμὸς P , ὁ ὁποῖος δὲν διαιρεῖ δοθέντα ἀριθμὸν A , εἶναι πρῶτος πρὸς τὸν A .

3. Κάθε μὴ πρῶτος ἀριθμὸς (σύνθετος ἀριθμὸς) περιέχει τουλάχιστον ἓνα διαιρέτην πρῶτον ἀριθμὸν.

4. Δύο ἢ περισσοῦτεροι ἀριθμοὶ, οἱ ὁποῖοι δὲν εἶναι πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους, περιέχουν τουλάχιστον ἓνα πρῶτον κοινὸν διαιρέτην.

5. Τὸ πλῆθος τῶν πρῶτων ἀριθμῶν εἶναι ἄπειρον.

6. Ἐάν ἓνας πρῶτος ἀριθμὸς διαιρῇ γινόμενον παραγόντων, θὰ διαιρῇ ἓνα τουλάχιστον ἐκ τῶν παραγόντων τοῦ γινομένου.

7. Κάθε πρῶτος ἀριθμὸς, ὁ ὁποῖος διαιρεῖ τὴν δύναμιν A^m , θὰ διαιρῇ τὴν βᾶσιν τοῦ A .

8. Ἐάν ἓνας ἀριθμὸς εἶναι πρῶτος πρὸς κάθε παράγοντα ἑνὸς γινομένου, θὰ εἶναι πρῶτος καὶ πρὸς τὸ γινόμενον αὐτό· καὶ ἀντιστρόφως.

9. Ἐάν ἓνας ἀριθμὸς εἶναι πρῶτος πρὸς ἓνα ἄλλον εἶναι πρῶτος καὶ πρὸς τυχούσαν δύναμιν αὐτοῦ.

10. Ἐάν ἓνας ἀριθμὸς εἶναι πρῶτος πρὸς τυχούσαν δύναμιν ἑνὸς ἀριθμοῦ, εἶναι πρῶτος καὶ πρὸς τὸν ἀριθμὸν αὐτόν.

11. Κάθε μὴ πρῶτος ἀριθμὸς (σύνθετος ἀριθμὸς) ἀναλύεται εἰς γινόμενον πρῶτων παραγόντων.

Διαιρέται ἑνὸς ἀριθμοῦ. 1. Διὰ νὰ εἶναι ἕνας ἀριθμὸς A διαιρετὸς δι' ἑνὸς ἄλλου B , πρέπει καὶ ἀρκεῖ ὁ A νὰ περιέχῃ ὅλους τοὺς πρῶτους παράγοντας τοῦ B καὶ μὲ ἐκθέτας μεγαλυτέρας ἢ τουλάχιστον ἴσους.

2. Ἐὰν εἶναι $A = \alpha^{\mu} \beta^{\rho} \gamma^{\sigma} \dots \lambda^{\tau}$.

1ον. Τὸ πλήθος ν τῶν διαιρετῶν τοῦ A εἶναι

$$\nu = (\mu+1)(\rho+1)(\sigma+1) \dots (\tau+1).$$

2ον. Τὸ ἄθροισμα Σ τῶν διαιρετῶν τοῦ A εἶναι

$$\Sigma = \frac{\alpha^{\mu+1}-1}{\alpha-1} \cdot \frac{\beta^{\rho+1}-1}{\beta-1} \cdot \frac{\gamma^{\sigma+1}-1}{\gamma-1} \dots \frac{\lambda^{\tau+1}-1}{\lambda-1}.$$

3ον. Τὸ γινόμενον Γ τῶν ν διαιρετῶν τοῦ εἶναι $\Gamma = \sqrt[A^{\nu}]{}.$

Θεώρημα τοῦ Fermat. Ἐὰν p εἶναι πρῶτος ἀριθμὸς, καὶ a ἕνας ἀριθμὸς μὴ διαιρετὸς διὰ p , ὁ ἀριθμὸς $a^{p-1}-1$ εἶναι διαιρετὸς διὰ p ἢ ὁ a^p-a εἶναι διαιρετὸς δι' a^p .

Θεώρημα τοῦ Euler. Ἐὰν a καὶ β εἶναι πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους καὶ ρ παριστᾷ τὸ πλήθος τῶν ἀριθμῶν τῶν μικρότερων τοῦ β καὶ πρῶτων πρὸς αὐτόν, ὁ ἀριθμὸς $a^{\rho}-1$ εἶναι διαιρετὸς διὰ β .

Θεώρημα τοῦ Wilson. Ἐὰν p εἶναι πρῶτος ἀριθμὸς, ὁ ἀριθμὸς $1.2.3 \dots (p-1)+1$ εἶναι διαιρετὸς διὰ p .

Κλάσματα

Ὁρισμοὶ καὶ ἰδιότητες: 1. Δύο κλάσματα λέγονται **ἴσα**, ὅταν ἔχουν τοὺς αὐτοὺς ὄρους καὶ **ἰσοδύναμα**, ὅταν ἐκφράζουν τὰ μέτρα δύο ἴσων μεγεθῶν.

2. Ἐὰν πολλαπλασιάσωμεν καὶ τοὺς δύο ὄρους ἑνὸς κλάσματος ἐπὶ ἕνα καὶ τὸν αὐτὸν ἀριθμόν, λαμβάνομεν ἕνα κλάσμα ἰσοδύναμον πρὸς τὸ δοθέν.

3. Διὰ νὰ εἶναι δύο κλάσματα $\frac{\alpha}{\beta}$ καὶ $\frac{\alpha'}{\beta'}$ ἰσοδύναμα πρέπει νὰ εἶναι $\alpha\beta' = \beta\alpha'$.

4. Τὰ κλάσματα $\frac{\alpha}{\delta}$, $\frac{\beta}{\delta}$, $\frac{\gamma}{\delta}$ ἔχουν τὸν αὐτὸν παρονομαστήν· ἐὰν εἶναι $\alpha < \beta < \gamma$ θὰ εἶναι

$$\frac{\alpha}{\delta} < \frac{\beta}{\delta} < \frac{\gamma}{\delta}.$$

5. Τὰ κλάσματα $\frac{\alpha}{\beta}$, $\frac{\alpha}{\gamma}$, $\frac{\alpha}{\delta}$ ἔχουν τὸν αὐτὸν ἀριθμητήν· ἐὰν εἶναι $\beta < \gamma < \delta$, θὰ εἶναι $\frac{\alpha}{\beta} > \frac{\alpha}{\gamma} > \frac{\alpha}{\delta}$.

6. Λέγομεν ὅτι ἕνα κλάσμα εἶναι **ἀνάγωγον**, ὅταν δὲν ὑπάρχει ἄλλο κλάσμα ἰσοδύναμον πρὸς τὸ δοθέν καὶ τοῦ ὁποίου οἱ ὄροι τοῦ νὰ εἶναι μικρότεροι τοῦ δοθέντος κλάσματος.

7. Διὰ νὰ εἶναι ἕνα κλάσμα **ἀνάγωγον** πρέπει οἱ ὄροι τοῦ νὰ εἶναι πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους.

8. Κάθε κλάσμα, τὸ ὁποῖον εἶναι ἰσοδύναμον μὲ

ἓνα ἀνάγωγον κλάσμα, ἔχει ὄρους, οἱ ὁποῖοι εἶναι ἰσοπολλαπλάσια τῶν ὄρων τοῦ ἀναγώγου κλάσματος.

Π.χ. Ἐάν $\frac{\alpha}{\beta} = \frac{2}{3}$, θά εἶναι $\alpha = \lambda \cdot 2$, $\beta = \lambda \cdot 3$.

9. Διὰ τὸ νὰ τρέψωμεν ἑτερόνυμα κλάσματα εἰς ὁμώνυμα πολλαπλασιάζομεν καὶ τοὺς δύο ὄρους ἐκάστου κλάσματος ἐπὶ τὸ γινόμενον τῶν παρονομαστῶν τῶν ἄλλων.

$$\text{Πρόσθεσις κλασμάτων} \quad \frac{\alpha}{\pi} + \frac{\beta}{\pi} + \frac{\gamma}{\pi} = \frac{\alpha + \beta + \gamma}{\pi}$$

$$\text{Ἀφαίρεσις κλασμάτων} \quad \frac{\alpha}{\pi} - \frac{\beta}{\pi} = \frac{\alpha - \beta}{\pi}, \quad \alpha > \beta.$$

$$\text{Πολλαπλασιασμός κλασμάτων} \quad \frac{\alpha}{\beta} \cdot \frac{\gamma}{\delta} \cdot \frac{\epsilon}{\zeta} = \frac{\alpha \cdot \gamma \cdot \epsilon}{\beta \cdot \delta \cdot \zeta}$$

$$\text{Διαίρεσις κλασμάτων} \quad \frac{\alpha}{\beta} : \frac{\gamma}{\delta} = \frac{\alpha}{\beta} \cdot \frac{\delta}{\gamma} = \frac{\alpha \cdot \delta}{\beta \cdot \gamma}$$

$$\text{Δύναμις ἑνὸς κλάσματος} \quad \left(\frac{\alpha}{\beta}\right)^{\nu} = \frac{\alpha^{\nu}}{\beta^{\nu}}$$

Δεκαδικὰ κλάσματα, δεκαδικοὶ ἀριθμοὶ

Ὅρισμοὶ καὶ ἰδιότητες: 1. *Δεκαδικὸν κλάσμα* λέγεται κάθε κλάσμα μικρότερον τῆς μονάδος καὶ τοῦ ὁποῖου ὁ παρονομαστής εἶναι μία δύναμις τοῦ 10.

2. Κάθε ἀριθμὸς, ὁ ὁποῖος ἀποτελεῖται ἀπὸ ἓνα ἀκέραιον, ὁ ὁποῖος δύναται νὰ εἶναι καὶ 0 καὶ ἀπὸ ἓνα δεκαδικὸν κλάσμα λέγεται *δεκαδικὸς ἀριθμὸς*.

3. Ἐνα κοινὸν ἀνάγωγον κλάσμα $\frac{\alpha}{\beta}$ τρέπεται εἰς δεκαδικὸν κλάσμα, ὅταν ὁ παρονομαστής του β δὲν περιέχῃ ἄλλους παράγοντας ἐκτὸς τῶν 2 καὶ 5.

Δεκαδικοὶ περιοδικοὶ ἀριθμοὶ

1. *Δεκαδικὸς περιοδικὸς ἀριθμὸς* ἢ *δεκαδικὸν περιοδικὸν κλάσμα* λέγεται ὁ δεκαδικὸς ἀριθμὸς, τοῦ ὁποῖου τὰ δεκαδικὰ ψηφία εἶναι ἄπειρα καὶ ἐπαναλαμβάνονται, ἀπὸ τινος καὶ ἐφεξῆς, τὰ αὐτὰ καὶ κατὰ τὴν αὐτὴν τάξιν.

2. Κάθε ἀνάγωγον κλάσμα $\frac{\alpha}{\beta}$, ὅπου ὁ παρονομαστής του β εἶναι πρῶτος πρὸς τὸν 10, παράγει ἓνα *ἀπλοῦν* δεκαδικὸν περιοδικὸν ἀριθμὸν. Τὸ πλήθος τῶν ψηφίων τῆς περιόδου του εἶναι ὁ μικρότερος ἐκθέτης ρ τοῦ 10 καὶ τοιοῦτος, ὥστε $10^{\rho} - 1$ νὰ εἶναι πολλαπλάσιον τοῦ β .

3. Κάθε ἀνάγωγον κλάσμα $\frac{\alpha}{\beta}$, ὅπου $\beta = 2^{\lambda} \cdot 5^{\mu} \cdot \beta'$ (ὅπου β' εἶναι πρῶτος πρὸς τὸν 10) παράγει ἓνα μεικτὸν δεκαδικὸν περιοδικὸν ἀριθμὸν. Τὸ πλήθος τῶν ψηφίων τῆς περιόδου του εἶναι ὁ μικρότερος ἐκθέτης ρ τοῦ 10 καὶ τοιοῦτος, ὥστε $10^{\rho} - 1$ νὰ εἶναι πολλαπλάσιον τοῦ β' , τὸ δὲ πλήθος τῶν ψηφίων τοῦ μὴ περιοδικοῦ μέρους εἶ-

να Ίσον με τον μεγαλύτερον εκθέτην του 2 και 5, που έχει ο β.

$$4. \text{ Είναι } 0,375\ 375\ 375 \dots = \frac{375}{999}$$

$$2,63\ 63\ 63 \dots = \frac{263-2}{99}$$

$$0,48\ 650\ 650 \dots = \frac{48650-48}{99900}$$

$$5,4\ 53\ 53\ 53 \dots = \frac{5453-54}{990}$$

Τετράγωνον και τετραγωνική ρίζα αριθμού

Όρισμοί και ιδιότητες: 1. Λέγομεν ότι ένας αριθμός Α είναι **τετράγωνον** ενός άλλου α, εάν είναι $A = \alpha^2$.
 'Ο α λέγεται **τετραγωνική ρίζα** του Α.

2. Λέγομεν ότι ένας άκεραιος αριθμός α είναι **τετραγωνική ρίζα** κατά προσέγγισιν μονάδος ενός αριθμού Α, εάν ο α^2 είναι το μεγαλύτερον τετράγωνον, το όποιον δύναται να αφαιρεθῆ από το Α· δηλ. ο α πρέπει να επαληθεύη τήν σχέσιν $\alpha^2 < A < (\alpha+1)^2$.

'Η σχέσις $\alpha^2 \leq A < (\alpha+1)^2$ εκφράζει ότι ο α είναι ή ακριβής τετραγωνική ρίζα του Α ή ή κατά προσέγγισιν μονάδος ρίζα του Α.

Το υπόλοιπον υ τῆς τετραγωνικῆς ρίζης είναι:

$$u = A - \alpha^2.$$

'Εάν $u=0$, ο Α είναι τέλειον τετράγωνον.

Μεταξύ τῶν α, Α και υ υπάρχουν αἱ σχέσεις

$$A = \alpha^2 + u, \quad u \leq 2\alpha.$$

3. 'Ενα τετράγωνον δέν δύναται να λήγῃ εἰς 2, 3, 7, 8, οὔτε εἰς περιττόν πλήθος μηδενικῶν.

4. 'Εάν ένας αριθμός Α ἔχη 2ν ἢ 2ν-1 ψηφία, ἡ τετραγωνική ρίζα του α ἔχει ν ψηφία.

Λόγοι και Ἀναλογίαι

Όρισμοί και ιδιότητες. 1. 'Ο **λόγος** δύο αριθμῶν α και β είναι ο $\frac{\alpha}{\beta}$.

2. Λόγος δύο ὁμοειδῶν μεγεθῶν Α και Β είναι ο $\frac{A}{B}$.

Θεμελιώδης ιδιότης του λόγου $\frac{A}{B}$ είναι:

$$\frac{A}{B} = \frac{\text{μέτρον του } A \text{ με μονάδα μετρήσεως } M}{\text{μέτρον του } B \text{ με μονάδα μετρήσεως } M}$$

'Η ιδιότης αὐτή μᾶς ἐπιτρέπει να αντικαταστήσωμεν τον λόγον δύο ὁμοειδῶν μεγεθῶν με τον λόγον δύο αριθμῶν.

3. 'Η ἰσότης δύο λόγων λέγεται **ἀναλογία**.

4. Ἀπὸ τὴν ἀναλογία $\frac{\alpha}{\beta} = \frac{\gamma}{\delta}$ ἢ $\alpha : \beta = \gamma : \delta$ λαμβάνομεν τὰς κάτωθι σχέσεις :

$$\begin{array}{l} \alpha\delta = \beta\gamma \\ \frac{\alpha}{\gamma} = \frac{\beta}{\delta}, \quad \frac{\beta}{\alpha} = \frac{\delta}{\gamma}, \quad \frac{\gamma}{\alpha} = \frac{\delta}{\beta} \\ \frac{\alpha \pm \beta}{\beta} = \frac{\gamma \pm \delta}{\delta}, \quad \frac{\alpha + \beta}{\alpha - \beta} = \frac{\gamma + \delta}{\gamma - \delta} \\ \frac{\alpha}{\beta} = \frac{\alpha + \gamma}{\beta + \delta} = \frac{\mu\alpha \pm \nu\gamma}{\mu\beta \pm \nu\delta} = \sqrt{\frac{\mu\alpha^2 + \nu\gamma^2}{\mu\beta^2 + \nu\delta^2}} \end{array}$$

5. Λέγομεν ὅτι οἱ ἀριθμοὶ α, β, γ εἶναι *ἀνάλογοι* πρὸς τοὺς ἀριθμοὺς α', β', γ' , ὅταν $\frac{\alpha}{\alpha'} = \frac{\beta}{\beta'} = \frac{\gamma}{\gamma'}$.

6. Λέγομεν ὅτι οἱ ἀριθμοὶ α, β, γ εἶναι *ἀντιστρόφως ἀνάλογοι* πρὸς τοὺς α', β', γ' , ὅταν

$$\frac{\alpha}{\alpha'} = \frac{\beta}{\beta'} = \frac{\gamma}{\gamma'}, \text{ δηλ. ὅταν } \alpha\alpha' = \beta\beta' = \gamma\gamma'$$

7. Ἐὰν A εἶναι ὁ *ἀριθμητικὸς μέσος* μεταξὺ τῶν ἀριθμῶν α καὶ β , θὰ εἶναι

$$\alpha - A = A - \beta \quad \text{ἢ} \quad A = \frac{\alpha + \beta}{2}$$

8. Ἐὰν Γ εἶναι ὁ *γεωμετρικὸς μέσος* ἢ *μέσος ἀνάλογος* μεταξὺ τῶν ἀριθμῶν α καὶ β θὰ εἶναι :

$$\frac{\alpha}{\Gamma} = \frac{\Gamma}{\beta} \quad \text{ἢ} \quad \Gamma^2 = \alpha\beta \quad \text{ἢ} \quad \Gamma = \sqrt{\alpha\beta}$$

9. Ἐὰν H εἶναι ὁ *ἀρμονικὸς μέσος* μεταξὺ τῶν ἀριθμῶν α καὶ β , θὰ εἶναι

$$\frac{1}{\alpha} - \frac{1}{H} = \frac{1}{H} - \frac{1}{\beta} \quad \text{ἢ} \quad \frac{2}{H} = \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta}$$

ἄρα $H = \frac{2\alpha\beta}{\alpha + \beta} = \frac{\Gamma^2}{A}, \quad H \leq \Gamma \leq A.$

ἴσα κλάσματα : Ἐὰν εἶναι $\frac{\alpha}{\beta} = \frac{\gamma}{\delta} = \frac{\varepsilon}{\zeta} = \dots$ θὰ εἶναι :

$$\begin{array}{l} \frac{\alpha}{\beta} = \frac{\gamma}{\delta} = \frac{\varepsilon}{\zeta} = \dots = \frac{\alpha + \gamma + \varepsilon + \dots}{\beta + \delta + \zeta + \dots} \\ \frac{\alpha}{\beta} = \frac{\gamma}{\delta} = \frac{\varepsilon}{\zeta} = \dots = \frac{\alpha\mu + \gamma\nu + \varepsilon\rho + \dots}{\beta\mu + \delta\nu + \zeta\rho + \dots} \\ \frac{\alpha}{\beta} = \frac{\gamma}{\delta} = \frac{\varepsilon}{\zeta} = \dots = \sqrt{\frac{\alpha^2 + \gamma^2 + \varepsilon^2 + \dots}{\beta^2 + \delta^2 + \zeta^2 + \dots}} \end{array}$$

Προβλήματα τόκου και ύφαιρέσεως

Προβλήματα τόκου. 1. Έάν παραστήσωμεν με Κ τὸ ἀρχικὸν κεφάλαιον, με Ε τὸ ἐπιτόκιον, με Χ τὸν χρόνον εἰς μῆνας, με Η τὸν χρόνον εἰς ἡμέρας καὶ με Τ τὸν τόκον, θὰ ἔχωμεν τοὺς τύπους:

$$T = \frac{K.E.X.}{100} = \frac{K.E.M.}{1200} = \frac{K.E.H.}{36000}$$

$$K = \frac{T.100}{E.X.} = \frac{T.1200}{E.M.} = \frac{T.36000}{E.H.}$$

$$E = \frac{T.100}{K.X.} = \frac{T.1200}{K.M.} = \frac{T.36000}{K.H.}, \quad X = \frac{T.100}{K.E.}$$

2. Ἐάν παραστήσωμεν με Σ τὸ τελικὸν ποσὸν (δηλ. κεφάλαιον καὶ τόκον), ποῦ θὰ λάβωμεν, ἂν τοκίσωμεν κεφάλαιον Κ εἰς Χ ἔτη πρὸς Ε ἐπιτόκιον, θὰ ἔχωμεν τοὺς τύπους:

$$\Sigma = K + T = K + \frac{KEX}{100} = K \left(1 + \frac{EX}{100} \right)$$

$$K = \frac{100\Sigma}{100 + E.X.}, \quad X = \frac{100\Sigma - 100K}{E.K}, \quad E = \frac{100\Sigma - 100K}{K.X}$$

Ύφαιρσις. Έάν παραστήσωμεν με Ο τὴν ὀνομαστικὴν ἀξίαν ἑνὸς γραμματίου, με Π τὴν παρούσαν ἀξίαν του, με Υ_ξ τὴν ἐξωτερικὴν ὑφαίρεσιν, με Υ_σ τὴν ἐσωτερικὴν ὑφαίρεσιν, με Ε τὸ ἐπιτόκιον καὶ με Χ τὸν χρόνον εἰς ἔτη, θὰ ἔχωμεν τοὺς τύπους:

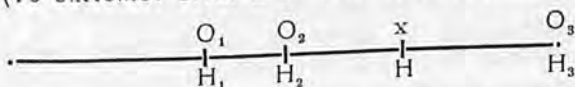
$$Y_{\xi} = \frac{O.E.X.}{100}, \quad \Pi = O - Y_{\xi}$$

$$Y_{\sigma} = \frac{\Pi.E.X.}{100}, \quad Y_{\sigma} = \frac{O.E.X.}{100 + E.X.}$$

$$\frac{1}{Y_{\sigma}} - \frac{1}{Y_{\xi}} = \frac{1}{O}, \quad Y_{\xi} - Y_{\sigma} = Y_{\sigma} \cdot \frac{E.X.}{100}$$

Κοινὴ λήξις. Θέλομεν νὰ ἀντικαταστήσωμεν γραμμάτια ὀνομαστικῆς ἀξίας O₁, O₂, O₃, τὰ ὁποῖα λήγουν ἀντιστοιχῶς μετὰ H₁, H₂, H₃ ἡμέρας, δι' ἑνὸς γραμματίου, τὸ ὁποῖον νὰ λήγῃ μετὰ Η ἡμέρας· ζητεῖται ἡ ὀνομαστικὴ ἀξία x τοῦ νέου γραμματίου.

(Τὸ ἐπιτόκιον εἶναι Ε δι' ὅλα τὰ γραμμάτια).



$$\frac{x(36000 - E.H)}{36000} = \frac{O_1(36000 - E.H_1)}{36000} + \frac{O_2(36000 - E.H_2)}{36000} + \frac{O_3(36000 - E.H_3)}{36000}$$

ἀπὸ τὴν ὁποῖαν λαμβάνομεν

$$x = \frac{O_1(36000 - E.H_1) + O_2(36000 - E.H_2) + O_3(36000 - E.H_3)}{36000 - E.H}$$

Μέση λήξις. Θέλουμεν νὰ ἀντικαταστήσωμεν γραμμάτια ὀνομαστικῶν ἀξιών O_1, O_2, O_3 , τὰ ὁποῖα λήγουν μετὰ H_1, H_2, H_3 ἡμέρας ἀντιστοίχως, μὲ ἓνα γραμματίον ὀνομαστικῆς ἀξίας $O = O_1 + O_2 + O_3$. Ζητεῖται νὰ ὑπολογισθῇ ὁ χρόνος X λήξεως τοῦ γραμματίου αὐτοῦ.

Κατὰ τὸν νόμον τῆς ἰσοδυναμίας πρέπει νὰ εἶναι

$$\frac{O(36000 - E.X)}{36000} = \frac{O_1(36000 - E.H_1)}{36000} + \frac{O_2(36000 - E.H_2)}{36000} + \frac{O_3(36000 - E.H_3)}{36000}$$

ἀπὸ τὴν ὁποίαν εὐρίσκομεν

$$X = \frac{O_1.H_1 + O_2.H_2 + O_3.H_3}{O_1 + O_2 + O_3}$$

Μερισμός. Μειξίς

Μερισμός εἰς μέρη ἀνάλογα. 1. Ἐάν μερίσωμεν τὸν ἀριθμὸν M εἰς τέσσαρα μέρη x, y, ω, ϕ ἀνάλογα ἀντιστοίχως πρὸς τοὺς ἀριθμοὺς $\alpha, \beta, \gamma, \delta$, θὰ εἶναι:

$$\frac{x}{\alpha} = \frac{y}{\beta} = \frac{\omega}{\gamma} = \frac{\phi}{\delta} = \frac{M}{\alpha + \beta + \gamma + \delta}$$

$$x = \alpha \cdot \frac{M}{\alpha + \beta + \gamma + \delta}, \quad y = \beta \cdot \frac{M}{\alpha + \beta + \gamma + \delta},$$

$$\omega = \gamma \cdot \frac{M}{\alpha + \beta + \gamma + \delta} \text{ κλπ.}$$

2. Ἐάν θέλωμεν νὰ μερίσωμεν ἓνα ἀριθμὸν M εἰς μέρη ἀνάλογα τῶν ἀριθμῶν $\alpha, \beta, \gamma, \dots$ καὶ τῶν ἀριθμῶν $\frac{1}{\mu}, \frac{1}{\nu}, \frac{1}{\rho}, \dots$ πρέπει νὰ μερίσωμεν τὸν M εἰς

μέρη ἀνάλογα τῶν $\alpha \cdot \frac{1}{\mu}, \beta \cdot \frac{1}{\nu}, \gamma \cdot \frac{1}{\rho}$.

3. Ἐάν θέλωμεν νὰ μερίσωμεν ἓνα ἀριθμὸν M εἰς μέρη ἀντιστρόφως ἀνάλογα τῶν ἀριθμῶν α, β, γ , πρέπει νὰ μερίσωμεν τὸν M εἰς μέρη ἀνάλογα τῶν ἀριθμῶν

$$\frac{1}{\alpha}, \frac{1}{\beta}, \frac{1}{\gamma}$$

4. Ἐάν θέλωμεν νὰ μερίσωμεν ἓνα ἀριθμὸν M εἰς τρία μέρη x, y, ω , ἀναλόγως τῶν ἀριθμῶν α, β, γ καὶ ἀντιστρόφως ἀναλόγως τῶν ἀριθμῶν μ, ν, ρ , πρέπει νὰ μερίσωμεν τὸν M εἰς μέρη ἀνάλογα τῶν ἀριθμῶν

$$\alpha \cdot \frac{1}{\mu}, \beta \cdot \frac{1}{\nu}, \gamma \cdot \frac{1}{\rho}$$

Μειξίς. Εἰς τὰ προβλήματα τῆς μειξεως διακρίνομεν δύο κατηγορίας προβλημάτων:

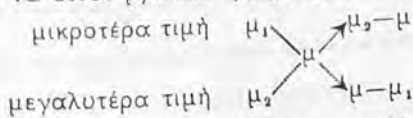
1ον. Ἀναμειγνύομεν ποσότητας A_1, A_2, A_3, \dots

τῶν ὁποίων αἱ ἀντίστοιχοι τιμαὶ τῆς μονάδος ἐκάστης ποσότητος εἶναι $\mu_1, \mu_2, \mu_3, \dots$ καὶ ζητεῖται ἡ τιμὴ μ τῆς μονάδος τοῦ μείγματος (μέση τιμὴ).

Ἡ ζητούμενη τιμὴ δίδεται ὑπὸ τοῦ τύπου

$$\mu = \frac{A_1\mu_1 + A_2\mu_2 + A_3\mu_3 + \dots}{A_1 + A_2 + A_3 + \dots}$$

2ον. Ἐχομεν δύο ποσότητας ἑνὸς ἐμπορεύματος διαφόρου ποιότητος ἢ δύο διαφορετικὰ εἶδη A_1 καὶ A_2 , τῶν ὁποίων αἱ ἀντίστοιχοι τιμαὶ τῆς μονάδος ἐκάστης ποσότητος εἶναι μ_1 καὶ μ_2 : ζητεῖται κατὰ ποίαν ἀναλογίαν πρέπει νὰ γίνῃ ἡ ἀνάμειξις των, ἵνα λάβωμεν ἓνα μείγμα, τὸ ὁποῖον νὰ εἶναι ἴσης ἀξίας μὲ τὰς δύο ἀναμειγνυομένας ποσότητας καὶ τοῦ ὁποίου ἡ μέση τιμὴ νὰ εἶναι μ , ὅπου $\mu_1 < \mu < \mu_2$.



Πρέπει νὰ λαμβάνωμεν $\mu_2 - \mu$ μονάδας ἀπὸ τὸ A_1 καὶ $\mu - \mu_1$ μονάδας ἀπὸ τὸ A_2 .

Κράματα. Ἐὰν συγχωνεύσωμεν ἓνα πολυτίμον μέταλλον π.χ. χρυσὸν ἢ ἄργυρον, μὲ ἓνα κοινὸν μέταλλον, ὅπως ὁ χαλκός, θὰ καλοῦμεν **τίτλον** τοῦ κράματος ἢ **βαθμὸν καθαρότητος** αὐτοῦ, τὸν λόγον τοῦ βάρους τοῦ πολυτίμου μετάλλου διὰ τοῦ συνολικοῦ βάρους τοῦ κράματος.

Οὕτω, ἐὰν παραστήσωμεν μὲ B τὸ συνολικὸν βᾶρος τοῦ κράματος, μὲ β τὸ βᾶρος τοῦ πολυτίμου μετάλλου καὶ μὲ τ τὸν τίτλον τοῦ κράματος θὰ εἶναι:

$$\tau = \frac{\beta}{B}, \text{ δηλ. τίτλος} = \frac{\text{βᾶρος πολυτίμου μετάλλου}}{\text{Βᾶρος κράματος}}$$

Ἀπὸ τὸν ἀνωτέρω τύπον εὐρίσκομεν

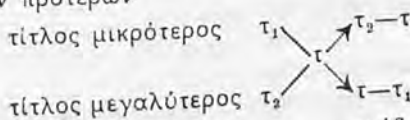
$$\beta = B\tau \quad \text{καὶ} \quad B = \frac{\beta}{\tau}$$

Εἰς τὰ προβλήματα τῶν κραμάτων διακρίνομεν δύο κατηγορίας, ὅπως καὶ εἰς τὰ προβλήματα τῆς μείξεως:

1ον. Ὑπολογισμὸς τοῦ μέσου τίτλου

$$\tau = \frac{A_1\tau_1 + A_2\tau_2 + A_3\tau_3 + \dots}{A_1 + A_2 + A_3 + \dots}$$

2ον. Καθορισμὸς τῆς ἀναλογίας τῆς συντήξεως δύο μετάλλων διὰ νὰ ἔχωμεν ἓνα μέσον τίτλον δεδομένον ἐκ τῶν προτέρων



Πρέπει νὰ λαμβάνωμεν $\tau_2 - \tau$ μονάδας ἀπὸ τὸ πρῶτον μέταλλον καὶ $\tau - \tau_1$ μονάδας ἀπὸ τὸ δεύτερον.

II. ΑΛΓΕΒΡΑ

Δυνάμεις

$$\alpha^\mu = \underbrace{\alpha \cdot \alpha \cdot \alpha \cdot \dots \cdot \alpha}_{\mu \text{ παράγοντες}}$$

μ παράγοντες

$$\alpha^\mu \cdot \alpha^\nu \cdot \alpha^\rho = \alpha^{\mu+\nu+\rho} \text{ και αντίστροφως } \alpha^{\mu+\nu} = \alpha^\mu \cdot \alpha^\nu$$

$$(\alpha^\mu)^\nu = \alpha^{\mu\nu} \text{ και αντίστροφως } \alpha^{\mu\nu} = (\alpha^\mu)^\nu = (\alpha^\nu)^\mu$$

$$(\alpha\beta\gamma)^\mu = \alpha^\mu \beta^\mu \gamma^\mu \text{ και αντίστροφως } \alpha^\mu \beta^\mu \gamma^\mu = (\alpha\beta\gamma)^\mu$$

$$\alpha^\mu : \alpha^\nu = \alpha^{\mu-\nu} \text{ και αντίστροφως } \alpha^{\mu-\nu} = \alpha^\mu : \alpha^\nu$$

$$\left(\frac{\alpha}{\beta}\right)^\mu = \frac{\alpha^\mu}{\beta^\mu} \text{ και αντίστροφως } \frac{\alpha^\mu}{\beta^\mu} = \left(\frac{\alpha}{\beta}\right)^\mu$$

$$\alpha^1 = \alpha, \quad \alpha^0 = 1, \quad \alpha^{-|\nu|} = \frac{1}{\alpha^{|\nu|}}$$

Ταυτότητες

$$(\alpha + \beta)^2 = \alpha^2 + 2\alpha\beta + \beta^2, \quad (\alpha - \beta)^2 = \alpha^2 - 2\alpha\beta + \beta^2$$

$$(\alpha + \beta)(\alpha - \beta) = \alpha^2 - \beta^2, \quad (\alpha + \beta)^2 - (\alpha - \beta)^2 = 4\alpha\beta$$

$$\alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta, \quad \alpha^2 + \beta^2 = (\alpha - \beta)^2 + 2\alpha\beta$$

$$(\alpha + \beta + \gamma + \delta)^2 = \alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 + \delta^2 + 2\alpha\beta + 2\alpha\gamma + 2\alpha\delta + 2\beta\gamma + 2\beta\delta + 2\gamma\delta$$

$$(x + \alpha)(x + \beta) = x^2 + (\alpha + \beta)x + \alpha\beta$$

$$(x + \alpha)(x + \beta)(x + \gamma) = x^3 + (\alpha + \beta + \gamma)x^2 + (\alpha\beta + \alpha\gamma + \beta\gamma)x + \alpha\beta\gamma$$

$$(\alpha + \beta)^3 = \alpha^3 + 3\alpha^2\beta + 3\alpha\beta^2 + \beta^3 = \alpha^3 + \beta^3 + 3\alpha\beta(\alpha + \beta)$$

$$(\alpha - \beta)^3 = \alpha^3 - 3\alpha^2\beta + 3\alpha\beta^2 - \beta^3 = \alpha^3 - \beta^3 - 3\alpha\beta(\alpha - \beta)$$

$$(\alpha + \beta)^3 - (\alpha^3 + \beta^3) = 3\alpha\beta(\alpha + \beta)$$

$$\alpha^3 - \beta^3 = (\alpha - \beta)(\alpha^2 + \alpha\beta + \beta^2)$$

$$\alpha^3 + \beta^3 = (\alpha + \beta)(\alpha^2 - \alpha\beta + \beta^2)$$

$$(\alpha + \beta + \gamma)^3 = \alpha^3 + \beta^3 + \gamma^3 + 3\alpha^2\beta + 3\alpha^2\gamma + 3\beta^2\alpha + 3\beta^2\gamma + 3\gamma^2\alpha + 3\gamma^2\beta + 6\alpha\beta\gamma$$

$$(\alpha + \beta + \gamma)^3 - (\alpha^3 + \beta^3 + \gamma^3) = 3(\alpha + \beta)(\beta + \gamma)(\gamma + \alpha)$$

$$\alpha^3 + \beta^3 + \gamma^3 - 3\alpha\beta\gamma = \frac{1}{2}(\alpha + \beta + \gamma)[(\alpha - \beta)^2 + (\beta - \gamma)^2 + (\gamma - \alpha)^2]$$

$$(\alpha^2 + \beta^2)(x^2 + y^2) = (\alpha x + \beta y)^2 + (\alpha y - \beta x)^2$$

$$(\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2)(x^2 + y^2 + \omega^2) = (\alpha x + \beta y + \gamma \omega)^2 + (\alpha y - \beta x)^2 + (\alpha \omega - \gamma x)^2 + (\beta \omega - \gamma y)^2$$

$$(\alpha + \beta + \gamma)^2 + \alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 = (\alpha + \beta)^2 + (\beta + \gamma)^2 + (\gamma + \alpha)^2$$

$$x^2(y - \omega) + y^2(\omega - x) + \omega^2(x - y) = -(y - \omega)(\omega - x)(x - y)$$

$$x^3(y - \omega) + y^3(\omega - x) + \omega^3(x - y) =$$

$$= -(y - \omega)(\omega - x)(-y)(x + y + \omega)$$

$$x^4(y - \omega) + y^4(\omega - x) + \omega^4(x - y) =$$

$$= -(y - \omega)(\omega - x)(x - y)(x^2 + y^2 + \omega^2 + xy + y\omega + \omega x)$$

Άξιοσημείωτα πηλίκα

$$\frac{x^\mu - \alpha^\mu}{x - \alpha} = x^{\mu-1} + \alpha x^{\mu-2} + \alpha^2 x^{\mu-3} + \dots + \alpha^{\mu-1}$$

$$\frac{x^\mu - \alpha^\mu}{x + \alpha} = x^{\mu-1} - \alpha x^{\mu-2} + \alpha^2 x^{\mu-3} - \dots - \alpha^{\mu-1} \quad (\mu = \text{άρτιος})$$

$$\frac{x^\mu + \alpha^\mu}{x + \alpha} = x^{\mu-1} - \alpha x^{\mu-2} + \alpha^2 x^{\mu-3} - \dots + \alpha^{\mu-1} \quad (\mu = \text{περιττός})$$

$x^\mu - \alpha^\nu$ είναι διαιρετόν διὰ $x^\nu - \alpha^\nu$, εάν $\mu = k\nu$

Ρίζαι

Έάν $\beta^\nu = \alpha$, θα είναι $\beta = \sqrt[\nu]{\alpha}$

$$\sqrt[\nu]{\alpha^\mu} = \sqrt[\nu]{\alpha^{\mu\nu}}$$
 και αντιστρόφως $\sqrt[\nu]{\alpha^{\mu\nu}} = \sqrt[\nu]{\alpha^\mu}$

$$\sqrt[\nu]{\alpha\beta\gamma} = \sqrt[\nu]{\alpha} \cdot \sqrt[\nu]{\beta} \cdot \sqrt[\nu]{\gamma}$$
 και αντιστρ. $\sqrt[\nu]{\alpha} \cdot \sqrt[\nu]{\beta} \cdot \sqrt[\nu]{\gamma} = \sqrt[\nu]{\alpha\beta\gamma}$

$$\sqrt[\nu]{\alpha^\nu\beta} = \alpha \sqrt[\nu]{\beta}$$
 και αντιστρόφως $\alpha \sqrt[\nu]{\beta} = \sqrt[\nu]{\alpha^\nu\beta}$

$$\frac{\sqrt[\nu]{\alpha}}{\sqrt[\nu]{\beta}} = \sqrt[\nu]{\frac{\alpha}{\beta}}$$
 και αντιστρόφως $\sqrt[\nu]{\frac{\alpha}{\beta}} = \frac{\sqrt[\nu]{\alpha}}{\sqrt[\nu]{\beta}}$

$$\left(\sqrt[\nu]{\alpha}\right)^\nu = \sqrt[\nu]{\alpha^\nu} \qquad \sqrt[\nu]{\sqrt[\mu]{\alpha}} = \sqrt[\nu\mu]{\alpha}$$

Πίναξ διερευνήσεως της εξίσωσης $\alpha x + \beta = 0$

- I. Έάν $\alpha \neq 0$, ή εξίσωσις έχει την λύσιν $x = -\frac{\beta}{\alpha}$
- II. Έάν $\alpha = 0$ και $\begin{cases} \beta \neq 0, \text{ ή εξίσωσις είναι άδύνατος} \\ \beta = 0, \text{ ή εξίσωσις είναι άόριστος} \end{cases}$

Λύσις και διερεύνησις του συστήματος $\begin{cases} \alpha x + \beta y = \gamma \\ \alpha' x + \beta' y = \gamma' \end{cases}$

- I. Έάν $\alpha\beta' - \beta\alpha' \neq 0$ $\left\{ \begin{array}{l} \text{Τό σύστημα έχει την λύσιν} \\ \text{δηλ. εάν } \frac{\alpha}{\beta} \neq \frac{\alpha'}{\beta'} \left\{ \begin{array}{l} x = \frac{\gamma\beta' - \beta\gamma'}{\alpha\beta' - \beta\alpha'}, \quad y = \frac{\alpha\gamma' - \gamma\alpha'}{\alpha\beta' - \beta\alpha'} \end{array} \right.$
- II. Έάν $\alpha\beta' - \beta\alpha' = 0$ $\left\{ \begin{array}{l} \text{1ον. } \frac{\alpha}{\alpha'} = \frac{\beta}{\beta'} \neq \frac{\gamma}{\gamma'} \text{ σύστ. άδύνατ.} \\ \text{2ον. } \frac{\alpha}{\alpha'} = \frac{\beta}{\beta'} = \frac{\gamma}{\gamma'} \text{ σύστ. άόριστ.} \end{array} \right.$

Λύσεις και διερεύνσεις της εξίσωσης: $\alpha x^2 + \beta x + \gamma = 0$

Έάν $\Delta = \beta^2 - 4\alpha\gamma < 0$, η εξίσωση έχει ρίζες φανταστικές.

Έάν $\beta^2 - 4\alpha\gamma = 0$, είναι $x' = x'' = \frac{-\beta}{2\alpha}$.

Έάν $\beta^2 - 4\alpha\gamma > 0$, η εξίσωση έχει δύο ρίζες

$$x = \frac{-\beta \pm \sqrt{\beta^2 - 4\alpha\gamma}}{2\alpha} \quad \text{ή έάν } \beta = 2\beta', \quad x = \frac{-\beta' \pm \sqrt{\beta'^2 - \alpha\gamma}}{\alpha}$$

Σχέσεις μεταξύ τών ριζών και τών συντελεστών της $\alpha x^2 + \beta x + \gamma = 0$

$$x' + x'' = -\frac{\beta}{\alpha}, \quad x'x'' = \frac{\gamma}{\alpha}$$

Η εξίσωση, η οποία έχει ρίζες τούς αριθμούς α και β είναι η $x^2 - (\alpha + \beta)x + \alpha\beta = 0$.

Η εξίσωση, η οποία έχει ρίζες δύο αριθμούς τών οποίων γνωρίζομεν τὸ ἄθροισμα Σ καὶ τὸ γινόμενόν των Γ είναι: $x^2 - \Sigma x + \Gamma = 0$.

Ἄθροισμα τών ὁμοίων δυνάμεων τών ριζών x_1 καὶ x_2 τῆς $\alpha x^2 + \beta x + \gamma = 0$:

$$x_1^2 + x_2^2 = \frac{\beta^2 - 2\alpha\gamma}{\alpha^2}, \quad x_1^3 + x_2^3 = \frac{3\alpha\beta\gamma - \beta^3}{\alpha^3},$$

καὶ γενικῶς $\alpha\Sigma_v + \beta\Sigma_{v-1} + \gamma\Sigma_{v-2} = 0$

ὅπου Σ_v παριστάει $x_1^v + x_2^v$ κλπ.

Συνθήκη, ἵνα δύο εξισώσεις

$$\varphi(x) = \alpha x^2 + \beta x + \gamma = 0 \quad \text{καὶ} \quad f(x) = \alpha' x^2 + \beta' x + \gamma' = 0$$

ἔχουν μίαν κοινήν ρίζαν:

$$R = (\alpha\gamma' - \gamma\alpha')^2 - (\beta\gamma' - \gamma\beta')(\alpha\beta' - \beta\alpha') = 0, \quad \alpha\beta' - \alpha'\beta \neq 0$$

$$\text{ἢ } R = \frac{1}{4} [[2(\alpha\gamma' + \gamma\alpha') - \beta\beta']^2 - (\beta^2 - 4\alpha\gamma)(\beta'^2 - 4\alpha'\gamma')] = 0$$

Ἡ κοινή ρίζα x_0 είναι

$$x_0 = \frac{\gamma\alpha' - \alpha\gamma'}{\alpha\beta' - \beta\alpha'}$$

Έάν $R < 0$, αὶ ρίζαι τών δύο εξισώσεων είναι διάφοροι καὶ αὶ ρίζαι τῆς μιᾶς χωρίζουν τὰς ρίζας τῆς ἄλλης. Έάν ἡ μία ἀπὸ τὰς εξισώσεις ἔχη μίαν διπλὴν ρίζαν, ἡ συνθήκη διὰ νὰ είναι αὐτὴ ἡ κοινή ρίζα είναι: $2(\alpha\gamma' + \gamma\alpha') - \beta\beta' = 0$.

Τριώνυμον τοῦ δευτέρου βαθμοῦ: $\varphi(x) = \alpha x^2 + \beta x + \gamma$.

Κανονικὴ μορφή: $\varphi(x) = \alpha \left[\left(x + \frac{\beta}{2\alpha} \right)^2 - \frac{\beta^2 - 4\alpha\gamma}{4\alpha^2} \right]$

I. Έάν $\beta^2 - 4\alpha\gamma > 0$, θὰ είναι $\varphi(x) = \alpha(x - x')(x - x'')$ ὅπου x', x'' είναι αὶ δύο ρίζαι τοῦ τριωνύμου.

II. Έάν $\beta^2 - 4\alpha\gamma = 0$, θὰ είναι

$$\varphi(x) = \alpha(x - x')^2 = \alpha \left(x + \frac{\beta}{2\alpha} \right)^2$$

III. Έάν $\beta^2 - 4\alpha\gamma < 0$, θὰ είναι

$$\varphi(x) = \alpha \left[\left(x + \frac{\beta}{2\alpha} \right)^2 + \frac{4\alpha\gamma - \beta^2}{4\alpha^2} \right]$$

Σημείον του τριωνύμου. Το τριώνυμον

$$\varphi(x) = \alpha x^2 + \beta x + \gamma$$

έχει σημείον αντίθετον του α μόνον εις την περίπτωσιν, καθ' ην έχει δύο ρίζας πραγματικάς και άνίσους ($\beta^2 - 4\alpha\gamma > 0$) και ό x λαμβάνει τιμάς κειμένας μεταξύ των ριζών του. Εις όλας τās άλλας περιπτώσεις το τριώνυμον $\varphi(x)$ έχει το σημείον του α (ή μηδενίζεται όταν ό x λάβη τιμάς ίσας με τās ρίζας του τριωνύμου).

Διά να είναι το τριώνυμον $\varphi(x) = \alpha x^2 + \beta x + \gamma$ πάντοτε θετικόν πρέπει να είναι $\alpha > 0$ και $\beta^2 - 4\alpha\gamma < 0$.

Διά να είναι το τριώνυμον $\varphi(x) = \alpha x^2 + \beta x + \gamma$ πάντοτε αρνητικόν πρέπει να είναι $\alpha < 0$ και $\beta^2 - 4\alpha\gamma < 0$.

Πίναξ καθορίζων την θέσιν ενός άριθμού ξ προς τās ρίζας x, x'' του τριωνύμου $\varphi(x) = \alpha x^2 + \beta x + \gamma$.

- I. 'Εάν $\alpha\varphi(\xi) < 0$, θα είναι . . . $x' < \xi < x''$
- II. 'Εάν $\Delta \geq 0$, $\alpha\varphi(\xi) > 0$, $\left\{ \begin{array}{l} \xi < -\frac{\beta}{2\alpha} \dots \xi < x' \leq x'' \\ \xi > -\frac{\beta}{2\alpha} \dots x' \leq x'' < \xi \end{array} \right.$
- III. 'Εάν $\varphi(\xi) = 0$ $\xi = x'$, είτε $\xi = x''$

Πίναξ καθορίζων την θέσιν των άριθμών ξ_1 και ξ_2 , ($\xi_1 < \xi_2$) προς τās ρίζας x' και x'' του τριωνύμου $\varphi(x) = \alpha x^2 + \beta x + \gamma$.

- 'Εάν $\varphi(\xi_1) \cdot \varphi(\xi_2) < 0$, μία μόνον ρίζα κείται μεταξύ ξ_1 και ξ_2
- 'Εάν $\alpha\varphi(\xi_1) < 0$ και $\alpha\varphi(\xi_2) < 0$ $x' < \xi_1 < \xi_2 < x''$
- 'Εάν $\alpha\varphi(\xi_1) < 0$ και $\alpha\varphi(\xi_2) > 0$ $x' < \xi_1 < x'' < \xi_2$
- 'Εάν $\alpha\varphi(\xi_1) > 0$ και $\alpha\varphi(\xi_2) < 0$ $\xi_1 < x' < \xi_2 < x''$
- 'Εάν $\beta - 4\alpha\gamma > 0$ $\left\{ \begin{array}{l} \xi_1 < -\frac{\beta}{2\alpha}, \xi_2 > -\frac{\beta}{2\alpha} \dots \xi_1 < x < x'' < \xi_2 \\ \alpha\varphi(\xi_1) > 0 \left\{ \begin{array}{l} \xi_1 < -\frac{\beta}{2\alpha}, \xi_2 < -\frac{\beta}{2\alpha} \dots \xi_1 < \xi_2 < x' < x'' \\ \alpha\varphi(\xi_2) > 0 \left\{ \begin{array}{l} \xi_1 > -\frac{\beta}{2\alpha} \dots x' < x'' < \xi_1 < \xi_2 \end{array} \right. \end{array} \right.$

Πίναξ καθορίζων την θέσιν των ριζών x', x'' του τριωνύμου $\varphi(x) = \alpha x^2 + \beta x + \gamma$ προς τās ρίζας ρ', ρ'' του τριωνύμου $f(x) = \alpha' x^2 + \beta' x + \gamma'$.

- $R < 0 \left\{ \begin{array}{l} -\frac{\beta}{\alpha} > -\frac{\beta'}{\alpha'} \dots \rho' < x' < \rho'' < x'' \\ -\frac{\beta}{\alpha} < -\frac{\beta'}{\alpha'} \dots x' < \rho' < x'' < \rho'' \end{array} \right.$
- $R > 0 \left\{ \begin{array}{l} \alpha [f(x') + f(x'')] < 0 \dots \rho' < x' < x'' < \rho'' \\ \alpha' [\varphi(\rho') + \varphi(\rho'')] < 0 \dots x' < \rho' < \rho'' < x'' \end{array} \right.$
- $\Delta > 0 \left\{ \begin{array}{l} \alpha [f(x') + f(x'')] > 0 \left\{ \begin{array}{l} -\frac{\beta}{\alpha} > -\frac{\beta'}{\alpha'} \dots \rho' < \rho'' < x' < x'' \\ -\frac{\beta}{\alpha} < -\frac{\beta'}{\alpha'} \dots x' < x'' < \rho' < \rho'' \end{array} \right. \end{array} \right.$

Μετασχηματισμός της $\sqrt{A \pm \sqrt{B}}$. Έάν $A^2 - B = \Gamma^2$ και A, B, Γ είναι ρητά, θά είναι :

$$\sqrt{A \pm \sqrt{B}} = \sqrt{\frac{A+\Gamma}{2}} \pm \sqrt{\frac{A-\Gamma}{2}}$$

Ο μετασχηματισμός αυτός εφαρμόζεται εις την διτετράγωνον ἔξισωσιν, όταν αἱ ρίζαι τῆς εἶναι πραγματικά καὶ $\frac{\gamma}{\alpha}$ εἶναι τέλειον τετράγωνον.

Διτετράγωνοι ἔξισώσεις. Αἱ ρίζαι τῆς διτετραγώνου ἔξισώσεως $\alpha x^4 + \beta x^2 + \gamma = 0$, δίδονται ὑπὸ τοῦ τύπου :

$$x = \pm \sqrt{\frac{-\beta \pm \sqrt{\beta^2 - 4\alpha\gamma}}{2\alpha}}$$

Διερεύνησις τῆς $\alpha x^4 + \beta x^2 + \gamma = 0$

$$\beta^2 - 4\alpha\gamma > 0 \begin{cases} \frac{\gamma}{\alpha} > 0 \begin{cases} -\frac{\beta}{\alpha} < 0 \dots \text{ρίζαι φανταστικά} \\ -\frac{\beta}{\alpha} > 0 \dots 4 \text{ ρίζαι} \end{cases} \\ \frac{\gamma}{\alpha} < 0 \dots \dots \dots 2 \text{ ρίζαι} \end{cases}$$

$$\beta^2 - 4\alpha\gamma = 0 \begin{cases} -\frac{\beta}{\alpha} < 0 \dots \dots \text{ρίζαι φανταστικά} \\ -\frac{\beta}{\alpha} > 0 \dots \dots 2 \text{ διπλαῖ ρίζαι} \end{cases}$$

$$\beta^2 - 4\alpha\gamma < 0 \dots \dots \dots \text{ρίζαι φανταστικά}$$

ἢ

$$\frac{\gamma}{\alpha} < 0 \dots \dots \dots 2 \text{ ρίζαι}$$

$$\frac{\gamma}{\alpha} > 0 \begin{cases} -\frac{\beta}{\alpha} < 0 \dots \dots \dots \text{ρίζαι φανταστ.} \\ -\frac{\beta}{\alpha} > 0 \begin{cases} \beta^2 - 4\alpha\gamma > 0 \dots 4 \text{ ρίζαι} \\ \beta^2 - 4\alpha\gamma = 0 \dots 2 \text{ διπλ. ρίζαι} \\ \beta^2 - 4\alpha\gamma < 0 \dots \text{ρίζαι φανταστ.} \end{cases} \end{cases}$$

Ἀντίστροφοι ἔξισώσεις. 1. $\alpha x^4 + \beta x^3 + \gamma x^2 \pm \beta x + \alpha = 0$.

Διαιροῦμεν διὰ x^2 καὶ θέτομεν $x \pm \frac{1}{x} = y$, ὁπότε ἡ ἔξισωσις ἀνάγεται εἰς τὴν $\alpha y^2 + \beta y + \gamma \mp 2\alpha = 0$

2. $\alpha x^4 + \beta x^3 \pm \beta x + \alpha = 0$. Ἀνάγεται εἰς τὴν $\alpha y^2 + \beta y \mp 2\alpha = 0$

$$3. \alpha x^4 + \beta x^3 \pm \beta x - \alpha = (x^2 \pm 1)(\alpha x^2 + \beta x \mp \alpha) = 0$$

$$4. \alpha x^3 + \beta x^2 + \beta x + \alpha = (x+1)[\alpha x^2 + (\beta - \alpha)x + \alpha] = 0.$$

Ἐξίσωσις τοῦ 3ου βαθμοῦ. $x^3 + \alpha x^2 + \beta x + \gamma = 0$ (1)

Θέτομεν $x = y - \frac{\alpha}{3}$, ὁπότε ἡ (1) ἀνάγεται εἰς τὴν

$$y^3 + py + q = 0.$$

Αι τρεις ρίζαι αύτης είναι πραγματικά, εάν

$$\left(\frac{q}{2}\right)^2 + \left(\frac{p}{3}\right)^3 < 0 \quad \text{ή} \quad 4p^3 + 27q^2 < 0.$$

Έάν $4p^3 + 27q^2 = 0$, αι δύο ρίζαι είναι ίσαι με $\frac{-3q}{2p}$

και η τρίτη με $\frac{3q}{p}$.

Έάν $4p^3 + 27q^2 > 0$, ή εξίσωσις έχει μίαν ρίζαν

$$y = \sqrt[3]{\frac{-q}{2} + \sqrt{\left(\frac{q}{2}\right)^2 + \left(\frac{p}{3}\right)^3}} + \sqrt[3]{\frac{-q}{2} - \sqrt{\left(\frac{q}{2}\right)^2 + \left(\frac{p}{3}\right)^3}}.$$

Αριθμητικά πρόοδοι. Μεταξύ του πρώτου όρου α , του λόγου ω , του πλήθους n των όρων, του όρου τ του κατέχοντος την νουστήν τάξιν και του άθροίσματος Σ των όρων μιὰς αριθμητικῆς προόδου υπάρχουν αι σχέσεις:

$$\tau = \alpha + (n-1)\omega$$

$$\Sigma = \frac{(\alpha + \tau)n}{2} = \frac{[2\alpha + (n-1)\omega]n}{2} = n\alpha + \frac{n(n-1)}{2} \cdot \omega$$

$$\Sigma_1 = 1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{1}{2}n(n+1)$$

$$\Sigma_2 = 1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 = \frac{1}{6}n(n+1)(2n+1)$$

$$\Sigma_3 = 1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3 = \left[\frac{n(n+1)}{2}\right]^2 = \Sigma_1^2$$

Άθροισμα των n πρώτων διαδοχικών περιττών αριθμών: $\Sigma = n^2$.

Άθροισμα των n πρώτων διαδοχικών άρτίων αριθμών: $\Sigma = n(n+1)$.

Παρεμβολή μ αριθμητικών μέσων μεταξύ δύο διαδοχικών όρων αριθμητικῆς προόδου: εάν ω' είναι ο λόγος τῆς νέας προόδου, θα είναι $\omega' = \frac{\omega}{\mu+1}$.

Γεωμετρικά πρόοδοι. Έάν ω είναι ο λόγος τῆς προόδου ($\omega > 0$) θα είναι:

$$\Sigma_n = \alpha + \alpha\omega + \alpha\omega^2 + \dots + \alpha\omega^{n-1}$$

$$\tau = \alpha\omega^{n-1}, \quad \Sigma = \frac{\tau\omega - \alpha}{\omega - 1} = \frac{\alpha(\omega^n - 1)}{\omega - 1}$$

Έάν $|\omega| < 1$, όριον του $\Sigma_n = \frac{\omega}{1-\omega}$ ($n \rightarrow \infty$)

Γινόμενον Γ των n πρώτων όρων: $\Gamma = \sqrt{(\alpha\tau)^n}$.

Παρεμβολή μ γεωμετρικών μέσων μεταξύ δύο διαδοχικών όρων: ο λόγος ω' τῆς νέας προόδου είναι:

$$\omega' = \sqrt[\mu+1]{\omega}.$$

Ἄρμονικαί πρόοδοι. Οἱ ἀριθμοὶ $\alpha, \beta, \gamma, \dots$ ἀποτελοῦν ἄρμονικὴν πρόοδον, ἐὰν οἱ $\frac{1}{\alpha}, \frac{1}{\beta}, \frac{1}{\gamma}, \dots$ ἀποτελοῦν ἀριθμητικὴν πρόοδον.

Εἰς τὴν ἄρμονικὴν πρόοδον α, β, γ εἶναι:

$$\boxed{\beta = \frac{2\alpha\gamma}{\alpha+\gamma}, \quad \frac{\alpha}{\gamma} = \frac{\alpha-\gamma}{\beta-\gamma}}$$

Λογάριθμοι.

$$\log(AB\Gamma) = \log A + \log B + \log \Gamma$$

$$\log \frac{A}{B} = \log A - \log B, \quad \log A^v = v \log A,$$

$$\log \sqrt[v]{A} = \frac{\log A}{v}$$

Βάσις τῶν κοινῶν λογαρίθμων εἶναι τὸ 10. Βάσις τῶν νεπερείων λογαρίθμων εἶναι

$$e = \delta \rho \iota \omicron \nu \text{ τοῦ } \left(1 + \frac{1}{v}\right)^v = 1 + \frac{1}{1} + \frac{1}{1 \cdot 2} + \dots \\ \dots + \frac{1}{v!} = 2,71828.$$

Σχέσεις μεταξύ τῶν κοινῶν λογαρίθμων καὶ τῶν νεπερείων λογαρίθμων.

$$\log. \text{ κοινός} = M \times \log. \text{ νεπέρειος}$$

$$M = \log. e = \frac{1}{L, 10} = 0,43429, \quad \frac{1}{M} = L, 10 = 2,30259.$$

(Βλέπε πίνακας εἰς σελ. 88-89).

Ἄνατοκισμός. Ἐὰν παραστήσωμεν μὲ α τὸ κατατεθέν, ἢ δανεισθέν κεφάλαιον, μὲ Σ τὸ τελικὸν κεφάλαιον μὲ τοὺς τόκους, μὲ τ τὸν τόκον τῆς 1 δρχ. εἰς ἓνα ἔτος, μὲ v τὸν ἀριθμὸν τῶν ἐτῶν καὶ μὲ η τὸν ἀριθμὸν τῶν ἡμερῶν, θὰ ἔχωμεν τοὺς τύπους:

$$\boxed{\Sigma = \alpha(1+\tau)^v, \quad \Sigma = \alpha(1+\tau)^v \cdot \left(1 + \frac{\tau\eta}{360}\right)}$$

Ἰσαὶ καταθέσεις. I. Ἐὰν καταθέτη τις α δραχμάς εἰς τὴν ἀρχὴν ἐκάστου ἔτους καὶ ἐπὶ v ἔτη, εἰς τὸ τέλος τοῦ νουστοῦ ἔτους, θὰ λάβῃ ἓνα ποσὸν Σ , τὸ ὁποῖον δίδεται ὑπὸ τοῦ τύπου:

$$\boxed{\Sigma = \frac{\alpha(1+\tau)[(1+\tau)^v-1]}{\tau}, \quad \alpha = \frac{\Sigma \cdot \tau}{(1+\tau)[(1+\tau)^v-1]}$$

II. Ἐὰν αἱ ἴσαι καταθέσεις γίνωνται εἰς τὸ τέλος ἐκάστου ἔτους, θὰ λάβωμεν ἓνα ποσὸν Σ , τὸ ὁποῖον δίδεται ὑπὸ τοῦ τύπου:

$$\boxed{\Sigma = \frac{\alpha[(1+\tau)^v-1]}{\tau}, \quad \alpha = \frac{\Sigma \cdot \tau}{(1+\tau)^v-1}$$

Χρεωλυσία. I. Ἐάν δανεισθῆ τις α δραχμὰς καὶ θέλει νὰ ἐξοφλήσῃ τὸ χρέος του δι' ἴσων ἐτησίων χρεωλυτικῶν δόσεων, ἡ χρεωλυτικὴ δόσις x δίδεται ὑπὸ τοῦ

τύπου

$$x = \frac{\alpha\tau(1+\tau)^y}{(1+\tau)^y - 1}$$

II. Ἄν διαθέτῃ τις χρεωλυτικῶς x δραχ. ἐτησίως καὶ ἐπὶ n ἔτη, δύναται νὰ δανεισθῆ ἓνα ποσὸν α , τὸ

ὁποῖον δίδεται ὑπὸ τοῦ τύπου

$$\alpha = \frac{x(1+\tau)^y - 1}{\tau(1+\tau)^y}$$

III. Μεταξὺ τοῦ δανειζομένου ποσοῦ α καὶ τοῦ χρεωλυσίου x ὑπάρχει ἡ σχέσις

$$\alpha(1+\tau)^y = \frac{x[(1+\tau)^y - 1]}{\tau}$$

V. Ἐάν δανεισθῆ τις ἓνα ποσὸν α , μὲ τὴν ὑπόσχεσιν νὰ ἐξοφλήσῃ τὸ χρέος δι' ἴσων τοκοχρεωλυτικῶν δόσεων ἐντὸς n ἐτῶν καὶ πληρώσῃ μ ἴσας δόσεις ($\mu < n$), τὸ ἀπομένον χρέος Σ , μετὰ τὴν κατάθεσιν τῶν μ δόσεων εἶναι :

$$\Sigma = \alpha(1+\tau)^\mu - x \cdot \frac{(1+\tau)^\mu - 1}{\tau}, \quad \delta\text{που } x = \frac{\alpha\tau(1+\tau)^y}{(1+\tau)^y - 1}$$

Μέγιστα καὶ ἐλάχιστα. 1. Μέγιστον καὶ ἐλάχιστον τοῦ τριωνύμου $y = \alpha x^2 + \beta x + \gamma$.

$$\left. \begin{array}{l} \text{Ἐάν } \alpha > 0, \text{ ἐλάχιστον} \\ \text{Ἐάν } \alpha < 0, \text{ μέγιστον} \end{array} \right\} = \frac{4\alpha\gamma - \beta^2}{4\alpha} \text{ διὰ } x = -\frac{\beta}{2\alpha}$$

2. Ἐάν $x + y = \alpha$, τὸ γινόμενον xy εἶναι μέγιστον ὅταν $x = y$.

3. Ἐάν $xy = \beta$ (ὅπου x καὶ y θετικοί), τὸ ἄθροισμα $x + y$ εἶναι ἐλάχιστον, ὅταν $x = y$.

4. Ἐάν $x + y + \omega + \dots = \alpha$, (ὅπου x, y, ω, \dots θετικοί), τὸ γινόμενον $x \cdot y \cdot \omega \dots$ εἶναι μέγιστον, ὅταν $x = y = \omega = \dots$.

5. Ἐάν $x \cdot y \cdot \omega \dots = \beta$, (ὅπου x, y, ω, \dots θετικοί), τὸ ἄθροισμα $x + y + \omega + \dots$ εἶναι ἐλάχιστον, ὅταν $x = y = \omega = \dots$.

6. Ἐάν $x + y + \omega + \dots = \alpha$, τὸ $x^\mu \cdot y^\nu \cdot \omega^\rho \dots$ εἶναι μέγιστον, ὅταν $\frac{x}{\mu} = \frac{y}{\nu} = \frac{\omega}{\rho} = \dots$ (ὅπου x, y, ω, \dots μ, ν, ρ εἶναι θετικοί).

7. Ἐάν $x^\mu \cdot y^\nu \cdot \omega^\rho \dots = \alpha$, (ὅπου $x, y, \omega, \dots, \mu, \nu, \rho, \dots$ θετικοί), τὸ ἄθροισμα $x + y + \omega + \dots$ εἶναι ἐλάχιστον ὅταν

$$\frac{x}{\mu} = \frac{y}{\nu} = \frac{\omega}{\rho}$$

8. Ὅταν $\alpha x + \beta y + \gamma \omega = \lambda$, τὸ γινόμενον $x \cdot y \cdot \omega$ εἶναι μέγιστον διὰ $\alpha x = \beta y = \gamma \omega = \frac{\lambda}{3}$.

Μεταθέσεις, Διατάξεις, Συνδυασμοί

Πλήθος μεταθέσεων μ διαφόρων γραμμάτων

$$M_\mu \text{ ή } \mu! = 1.2.3.4 \dots \mu.$$

Πλήθος διατάξεων μ γραμμάτων ανά ν

$$\Delta_\mu^\nu = \mu(\mu-1)(\mu-2) \dots (\mu-\nu+1).$$

Πλήθος συνδυασμών μ γραμμάτων ανά ν

$$\Sigma_\mu^\nu = \frac{\Delta_\mu^\nu}{M_\nu} = \frac{\mu(\mu-1)(\mu-2) \dots (\mu-\nu+1)}{1.2.3.4 \dots \nu}.$$

Πλήθος επαναληπτικῶν συνδυασμῶν μ γραμμάτων ανά ν .

$$K_\mu^\nu \text{ ή } \epsilon \Sigma_\mu^\nu = \frac{\mu(\mu+1)\dots(\mu+\nu-1)}{1.2.3\dots\nu}.$$

Σχέσεις υπάρχουσαι μεταξύ τῶν συνδυασμῶν

$$\Sigma_\mu^\nu = \Sigma_\mu^{\mu-\nu}, \quad \Sigma_\mu^\nu = \Sigma_{\mu-1}^\nu + \Sigma_{\mu-1}^{\nu-1}, \quad K_\mu^\nu = \Sigma_{\mu+\nu-1}^\nu = \Sigma_{\mu+\nu-1}^{\mu-1}$$

$$\Sigma_\mu^\nu = \Sigma_{\mu-1}^{\nu-1} + \Sigma_{\mu-2}^{\nu-1} + \dots + \Sigma_{\nu}^{\nu-1} + \Sigma_{\nu-1}^{\nu-1}$$

Τύπος τοῦ διωνύμου τοῦ Νεύτωνος

$$(x+\alpha)(x+\beta) \dots (x+\lambda) = x^\mu + \Sigma_1 x^{\mu-1} + \Sigma_2 x^{\mu-2} + \dots + \Sigma_\nu x^{\mu-\nu} + \dots + \Sigma_\mu$$

ὅπου Σ_ν παριστάνει τὸ ἄθροισμα τῶν γινομένων ἀνά ν τῶν γραμμάτων $\alpha, \beta, \gamma, \dots, \lambda$, δηλ. τοὺς συνδυασμοὺς τῶν γραμμάτων $\alpha, \beta, \gamma, \dots, \lambda$ ἀνά ν .

$$(x+\alpha)^\mu = x^\mu + \frac{\mu}{1} \alpha x^{\mu-1} + \frac{\mu(\mu-1)}{1.2} \alpha^2 x^{\mu-2} + \dots + \frac{\mu(\mu-1) \dots (\mu-\nu+1)}{1.2.3 \dots \nu} \alpha^\nu x^{\mu-\nu} + \dots + \frac{\mu}{1} \alpha^{\mu-1} x + \alpha^\mu \text{ ή}$$

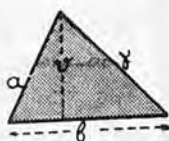
$$(x+\alpha)^\mu = x^\mu + \Sigma_\mu^1 \alpha x^{\mu-1} + \Sigma_\mu^2 \alpha^2 x^{\mu-2} + \dots + \Sigma_\mu^{\mu-1} \alpha^{\mu-1} x + \alpha^\mu$$

$$(x-\alpha)^\mu = x^\mu - \Sigma_\mu^1 \alpha x^{\mu-1} + \Sigma_\mu^2 \alpha^2 x^{\mu-2} - \dots \pm \alpha^\mu.$$

ΕΠΙΠΕΔΟΣ ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ

Έμβραδα εὐθυγράμμων σχημάτων

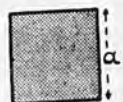
Τριγώνου: $E = \frac{\beta \times u}{2}$, $\beta = \frac{2E}{u}$, $u = \frac{2E}{\beta}$



Όρθογωνίου: $E = \beta \times u$, $\beta = \frac{E}{u}$, $u = \frac{E}{\beta}$

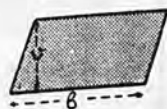


Τετραγώνου: $E = \alpha^2$, $\alpha = \sqrt{E}$

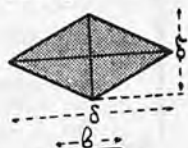


Παράλληλογραμμου: $E = \beta \times u$

$\beta = \frac{E}{u}$, $u = \frac{E}{\beta}$

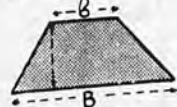


Ρόμβου: $E = \frac{\delta \times \delta'}{2}$



Τραπεζίου: $E = \frac{(B + \beta) \times u}{2}$

$u = \frac{2E}{B + \beta}$, $(B + \beta) = \frac{2E}{u}$



Μετρικαὶ σχέσεις : Τρίγωνον : "Αν παραστήσωμεν μέ

α, β, γ τὰς πλευράς ἑνὸς τριγώνου

2τ τὴν περίμετρόν του

E τὸ ἔμβραδόν του

$u_\alpha, u_\beta, u_\gamma$. . . τὰ τρία ὕψη του

$\delta_\alpha, \delta_\beta, \delta_\gamma$. . . τὰς τρεῖς διχοτόμους τῶν ἐσωτερικῶν γωνιῶν A, B, Γ

$\Delta_\alpha, \Delta_\beta, \Delta_\gamma$. . . τὰς τρεῖς διχοτόμους τῶν ἐξωτερικῶν γωνιῶν A, B, Γ

$\mu_\alpha, \mu_\beta, \mu_\gamma$. . . τὰς τρεῖς διαμέσους

R τὴν ἀκτίνα τοῦ περιγεγραμμένου κύκλου

ρ τὴν ἀκτίνα τοῦ ἐγγεγραμμένου κύκλου

$\rho_\alpha, \rho_\beta, \rho_\gamma$. . . τὰς ἀκτίνας τῶν παρεγγεγραμ. κύκλων

ρ_9 τὴν ἀκτίνα τοῦ κύκλου τῶν 9 σημείων

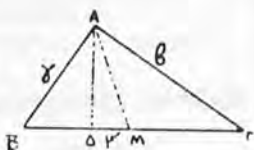
θὰ ἔχωμεν μεταξύ τῶν στοιχείων ἑνὸς τριγώνου τὰς κάτωθι σχέσεις :

$$u_a^2 = \frac{4\alpha^2\gamma^2 - (\alpha^2 + \gamma^2 - \beta^2)^2}{4\alpha^2},$$

$$u_a = \frac{2}{\alpha} \sqrt{\tau(\tau-\alpha)(\tau-\beta)(\tau-\gamma)}$$

$$\beta^2 + \gamma^2 = 2\mu_a^2 + \frac{\alpha^2}{2}, \beta^2 - \gamma^2 = 2\alpha\mu'$$

$$\mu_a = \frac{\sqrt{2(\beta^2 + \gamma^2) - \alpha^2}}{2}$$

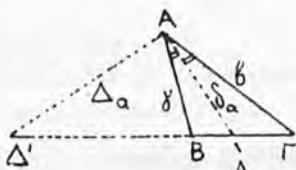


Ἡ ἔσωτερικὴ διχοτόμος $AD = \delta_a$ καὶ ἡ ἔξωτερικὴ διχοτόμος $AD' = \Delta_a$ ὀρίζουν ἐπὶ τῆς $B\Gamma$ τμήματα:

$$\Delta B = \frac{\alpha\gamma}{\gamma + \beta}, \Delta \Gamma = \frac{\alpha\beta}{\gamma + \beta},$$

$$\Delta'B = \frac{\alpha\gamma}{|\gamma - \beta|}, \Delta'\Gamma = \frac{\alpha\beta}{|\gamma - \beta|}$$

$$\Delta\Delta' = \frac{2\alpha\beta\gamma}{|\gamma^2 - \beta^2|},$$



$$\delta_a = \frac{2}{\gamma + \beta} \sqrt{\beta\gamma\tau(\tau-\alpha)}, \quad \Delta_a = \frac{2}{|\gamma - \beta|} \sqrt{\beta\gamma(\tau-\beta)(\tau-\gamma)}$$

$$E = \sqrt{\tau(\tau-\alpha)(\tau-\beta)(\tau-\gamma)} = \rho\tau = (\tau-\alpha)\rho_a$$

$$E = (\tau-\beta)\rho_\beta = (\tau-\gamma)\rho_\gamma = \sqrt{\rho\rho_a\rho_\beta\rho_\gamma}$$

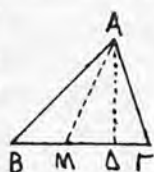
$$R = \frac{\beta\gamma}{2u_a} = \frac{\alpha\beta\gamma}{4E} = \frac{1}{4}(\rho_a + \rho_\beta + \rho_\gamma - \rho), \quad R\rho = \frac{\alpha\beta\gamma}{4\tau}$$

$$\rho^2 + \rho_a^2 + \rho_\beta^2 + \rho_\gamma^2 + \alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 = 16R^2$$

$$\frac{1}{\rho} = \frac{1}{\rho_a} + \frac{1}{\rho_\beta} + \frac{1}{\rho_\gamma}, \quad \rho_b = \frac{R}{2}$$

Θεώρημα τοῦ Stewart. Ἐὰν $M \in \Gamma$ ναὶ τυχόν σημεῖον τῆς $B\Gamma$, θὰ εἶναι:

$$\overline{AB^2 \cdot M\Gamma + A\Gamma^2 \cdot MB - \overline{AM^2 \cdot B\Gamma}} = \overline{BM \cdot M\Gamma \cdot B\Gamma}$$



Ἰδιότητες τοῦ ὀρθοκέντρου. 1. Τὰ ὕψη ἑνὸς τριγώνου εἶναι διχοτόμοι τῶν γωνιῶν τοῦ ὀρθοκεντρικοῦ τριγώνου, δηλ. τοῦ τριγώνου, τὸ ὁποῖον ἔχει κορυφὰς τοὺς πόδας τῶν ὕψων τοῦ πρώτου τριγώνου.

2. Αἱ πλευραὶ ἑνὸς τριγώνου εἶναι διχοτόμοι τῶν ἔξωτερικῶν γωνιῶν τοῦ ὀρθοκεντρικοῦ τριγώνου.

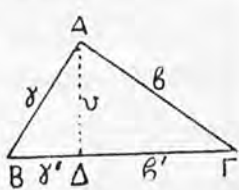
3. Τὰ συμμετρικὰ τοῦ ὀρθοκέντρου ἑνὸς τριγώνου πρὸς τὰς πλευρὰς τοῦ τριγώνου, κείνται ἐπὶ τῆς περιφέρειας τῆς περιγεγραμμένης περὶ τὸ τρίγωνον.

Ἰσόπλευρον τρίγωνον πλευρᾶς α :

$$u = \frac{\alpha\sqrt{3}}{2}, \quad E = \frac{\alpha^2\sqrt{3}}{4} = 0,4340.\alpha^2$$

Ὀρθογώνιον τρίγωνον. Ἐάν β' καὶ γ' εἶναι αἱ προβολαὶ τῶν καθέτων πλευρῶν β καὶ γ ἐπὶ τὴν ὑποτείνουσαν α θὰ εἶναι:

$$\begin{aligned} \beta^2 &= \alpha\beta', & \gamma^2 &= \alpha\gamma', & \alpha &= \beta' + \gamma' \\ \alpha^2 &= \beta^2 + \gamma^2, & \alpha^2 &= \beta'\gamma', & 2E &= \beta\gamma = \alpha\upsilon \\ \frac{1}{\alpha^2} &= \frac{1}{\beta^2} + \frac{1}{\gamma^2}, & R &= \frac{\alpha}{2}, \\ \rho &= \tau - \alpha, & \rho_\alpha &= \tau, & \beta + \gamma &= 2\rho + \alpha \\ \delta_\alpha &= \frac{\beta\gamma\sqrt{2}}{\beta + \gamma} \quad \eta \quad \frac{1}{\beta} + \frac{1}{\gamma} = \frac{\sqrt{2}}{\delta_\alpha} \end{aligned}$$

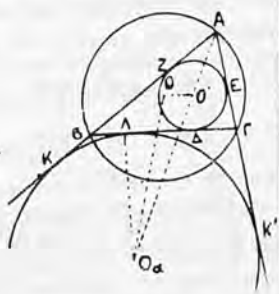


Τύποι διὰ τῶν ὁποίων δυνάμεθα νὰ κατασκευάσωμεν ἓνα ὀρθογώνιον τρίγωνον, τοῦ ὁποῦ αἱ πλευραὶ εἶναι ἀκέρατοι ἀριθμοί, δηλ. τύποι δίδοντες τὰς ἀκεραίας καὶ θετικὰς λύσεις τῆς ἐξισώσεως $x^2 + y^2 = \omega^2$ (Πυθαγόρα).

1. $x = \lambda^2 - \nu^2, \quad y = 2\lambda\nu, \quad \omega = \lambda^2 + \nu^2$
2. $x = \lambda, \quad y = \frac{\lambda^2 - 1}{2}, \quad \omega = \frac{\lambda^2 + 1}{2} \quad (\lambda = \text{περιττός})$
3. $x = \nu, \quad y = \frac{\nu^2}{4} - 1, \quad \omega = \frac{\nu^2}{4} + 1 \quad (\nu = \text{ἄρτιος})$

Ἀποστάσεις. Ἐάν εἰς ἓνα τρίγωνον ΑΒΓ εἶναι:
 Η τὸ ὀρθόκεντρον τοῦ
 Θ τὸ σημεῖον τῆς τομῆς τῶν διαμέσων τοῦ
 Ο τὸ κέντρον τοῦ περιγεγραμμένου κύκλου
 Ο' τὸ κέντρον τοῦ ἐγγεγραμμένου κύκλου
 Ο_α, Ο_β, Ο_γ τὰ κέντρα τῶν παρεγγεγραμμένων κύκλων
 Ο₉ τὸ κέντρον τοῦ κύκλου τῶν 9 σημείων:

$$\begin{aligned} OO' &= \sqrt{R(R-2\rho)} \quad (\text{Euler}) \\ \overline{OO_\alpha}^2 &= R^2 + 2R\rho_\alpha, \\ \overline{OO_\beta}^2 &= R^2 + 2R\rho_\beta, \\ \overline{OO_\gamma}^2 &= R^2 + 2R\rho_\gamma, \\ \overline{O'O_\alpha}^2 &= \frac{\alpha^2\beta\gamma}{\tau(\tau-\alpha)}, \\ \overline{O'O_\beta}^2 &= \frac{\beta^2\gamma\alpha}{\tau(\tau-\beta)}, \\ \overline{O'O_\gamma}^2 &= \frac{\gamma^2\alpha\beta}{\tau(\tau-\gamma)} \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} \overline{O_\alpha O_\beta}^2 &= (\rho_\alpha + \rho_\beta)^2 + \gamma^2, & \overline{O_\beta O_\gamma}^2 &= (\rho_\beta + \rho_\gamma)^2 + \alpha^2, \\ \overline{O_\gamma O_\alpha}^2 &= (\rho_\gamma + \rho_\alpha)^2 + \beta^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \overline{O'A}^2 &= \frac{\tau-\alpha}{\tau} \beta\gamma, & \overline{O'B}^2 &= \frac{\tau-\beta}{\tau} \gamma\alpha, & \overline{O'\Gamma}^2 &= \frac{\tau-\gamma}{\tau} \alpha\beta, \\ \overline{O_\alpha A}^2 &= \frac{\tau}{\tau-\alpha} \beta\gamma, & \overline{O_\alpha B}^2 &= \frac{\tau}{\tau-\beta} \gamma\alpha, & \overline{O_\alpha \Gamma}^2 &= \frac{\tau}{\tau-\gamma} \alpha\beta \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} AZ=AE=\tau-\alpha, \quad BZ=B\Delta=\tau-\beta, \quad \Gamma E=\Gamma\Delta=\tau-\gamma \\ AK=AK'=\tau, \quad BK=BL=\tau-\gamma, \quad \Gamma K'=\Gamma\Lambda=\tau-\beta \\ ZK=EK'=\alpha, \quad \Lambda\Delta=\beta-\gamma \end{aligned}$$

$$\overline{HO}^2=9R^2-(\alpha^2+\beta^2+\gamma^2),$$

$$\overline{HO'}^2=4R^2+4R\rho+3\rho^2-\tau^2$$

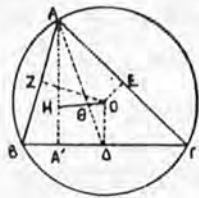
$$\Theta O = \frac{HO}{3} = R^2 - \frac{\alpha^2+\beta^2+\gamma^2}{9}$$

$$\overline{O'O}^2 = \frac{\tau^2+5\rho^2-16R\rho}{9} =$$

$$= \frac{5}{36}(\alpha^2+\beta^2+\gamma^2) - \frac{1}{6}(\beta\gamma+\gamma\alpha+\alpha\beta) + \rho^2$$

$$\overline{O'O_\alpha}^2 = \frac{1}{9}[\tau^2+6\rho_\alpha^2 - \rho^2+4R(3\rho_\alpha - \rho)]$$

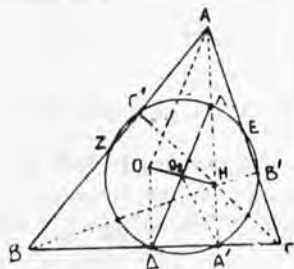
$$O\Delta+O\epsilon+OZ=R+\rho$$



$$O_\theta O' = \frac{R}{2} - \rho,$$

$$O_\theta O_\alpha = \frac{R}{2} + \rho_\alpha$$

Ἡ περιφέρεια τῶν 9 σημείων ἐφάπτεται ἐσωτερικῶς τοῦ ἐγγεγραμμένου κύκλου καὶ ἐξωτερικῶς τῶν παρεγγεγραμμένων κύκλων (θεώρημα τοῦ Feuerbach ἀποδειχθέν διὰ τῆς θεωρίας τῆς ἀντιστροφῆς).



*Ἀθροισμα τῶν ἀποστάσεων τυχόντος σημείου Σ ἀπὸ τὰς κορυφὰς ἑνὸς τριγώνου ΑΒΓ, ἐὰν Θ εἶναι τὸ σημεῖον τῆς τομῆς τῶν διαμέσων τοῦ εἶναι:

$$\overline{\Sigma A}^2 + \overline{\Sigma B}^2 + \overline{\Sigma C}^2 = 3 \overline{\Sigma \Theta}^2 + \overline{\Theta A}^2 + \overline{\Theta B}^2 + \overline{\Theta C}^2$$

$$\overline{\Sigma A}^2 + \overline{\Sigma B}^2 + \overline{\Sigma C}^2 = 3 \overline{\Sigma \Theta}^2 + \frac{\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2}{3}$$

Εὐθεῖα καὶ κύκλος τοῦ Euler. 1. Εἰς κάθε τρίγωνον τὸ σημεῖον Η τῆς τομῆς τῶν ὕψων τοῦ (ὀρθόκεντρον), τὸ σημεῖον Θ τῆς τομῆς τῶν διαμέσων τοῦ (κέντρον βάρους) καὶ τὸ σημεῖον Ο τῆς τομῆς τῶν καθέτων εἰς τὰ μέσα τῶν πλευρῶν τοῦ κεῖνται ἐπ' εὐθείας καὶ ἡ ἀπόστασις τῶν δύο πρώτων σημείων εἶναι διπλασία τῆς ἀποστάσεως τῶν δύο δευτέρων: $H\Theta=2\cdot\Theta O$.

2. Τὰ μέσα τῶν πλευρῶν ἑνὸς τριγώνου, οἱ πόδες τῶν ὕψων τοῦ καὶ τὰ μέσα τῶν ἀποστάσεων τῶν κορυφῶν τοῦ ἀπὸ τοῦ ὀρθόκεντρον κεῖνται ἐπὶ τῆς αὐτῆς περιφερείας (περιφέρεια τῶν 9 σημείων).

3. Ἐὰν Ο εἶναι τὸ κέντρον τοῦ περιγεγραμμένου κύκλου περὶ τὸ τρίγωνον ΑΒΓ, R ἡ ἀκτίς τοῦ, Η τὸ ὀρθόκεντρον τοῦ τριγώνου ΑΒΓ, O_θ τὸ κέντρον τοῦ κύκλου τῶν 9 σημείων καὶ ρ_θ ἡ ἀκτίς τοῦ θὰ εἶναι:

$$O_\theta H = O_\theta O, \quad \rho_\theta = \frac{R}{2}$$

Τετράπλευρα

Τετράπλευρον έγγεγραμ. εις κύκλον.

$xy = \alpha\gamma + \beta\delta$ (θεώρημα του Πτολεμαίου)

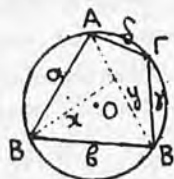
$$\frac{x}{y} = \frac{\alpha\beta + \gamma\delta}{\alpha\delta + \beta\gamma}$$

$$x^2 = \frac{(\alpha\beta + \gamma\delta)(\alpha\gamma + \beta\delta)}{\alpha\delta + \beta\gamma}$$

$$y^2 = \frac{(\alpha\delta + \beta\gamma)(\alpha\gamma + \beta\delta)}{\alpha\beta + \gamma\delta}$$

$$E = \sqrt{(\tau - \alpha)(\tau - \beta)(\tau - \gamma)(\tau - \delta)} \quad (2\tau = \text{περίμετρος})$$

$$R = \frac{\sqrt{(\alpha\gamma + \beta\delta)(\alpha\beta + \gamma\delta)(\alpha\delta + \beta\gamma)}}{4E}$$



Τετράπλευρον έγγράψιμον και περιγράψιμον εις κύκλον.

$$E = \sqrt{\alpha\beta\gamma\delta} = \tau\rho, \quad \rho = \frac{\sqrt{\alpha\beta\gamma\delta}}{\alpha + \gamma}$$

Ίσοσκελές τραπέζιον. Έάν α και β είναι αι βάσεις, γ αι μή παράλληλοι πλευραι του, x αι διαγωνιοί του, και ω ή γωνία των διαγωνίων του θα είναι:



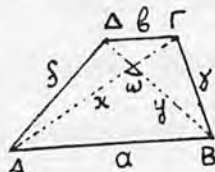
$$x^2 = \alpha\beta + \gamma^2, \quad R = \frac{\gamma}{2\text{συν}\frac{\omega}{2}}, \quad E = \frac{x^2\eta\mu\omega}{2}$$

Τραπέζιον τυχόν.

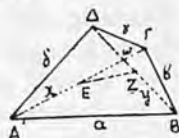
$$x^2 - y^2 = \frac{(\gamma^2 - \delta^2)(\alpha + \beta)}{\alpha - \beta}$$

$$x^2 + y^2 =$$

$$= \alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 + \delta^2 - (\alpha - \beta)^2$$



Τετράπλευρον τυχόν. Έάν $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ είναι αι πλευραι του, x και y αι διαγωνιοί του, ω ή γωνία των διαγωνίων του και λ ή εύθεια, που συνδέει τα μέσα των διαγωνίων του θα είναι



$$\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 + \delta^2 = x^2 + y^2 + 4\lambda^2, \quad E = \frac{xy\eta\mu\omega}{2}$$

Κανονικά πολύγωνα. 1. Αι σχέσεις που υπάρχουν μεταξύ της πλευρας α ενός κανονικού πολυγώνου, της ακτίνας R του περιγεγραμμένου κύκλου, του άποστή-

ματός του, δηλ. τῆς ἀκτίνος ρ τοῦ ἐγγεγραμμένου κύκλου καὶ τοῦ ἔμβαδοῦ του ἀναγράφονται εἰς τὸν πίνακα τῆς σελίδος 141.

2. Ἐὰν λ_v εἶναι ἡ πλευρὰ τοῦ κανονικοῦ πολυγώνου μὲ v πλευράς, τοῦ ἐγγεγραμμένου εἰς ἕνα κύκλον, λ_{2v} εἶναι ἡ πλευρὰ τοῦ κανονικοῦ πολυγώνου μὲ $2v$ πλευράς τοῦ ἐγγεγραμμένου εἰς κύκλον, λ'_v ἡ πλευρὰ τοῦ κανονικοῦ πολυγώνου μὲ v πλευράς τοῦ περιγεγραμμένου περὶ κύκλον θὰ εἶναι:

$$\lambda'_v = \frac{2\lambda_v R}{\sqrt{4R^2 - \lambda_v^2}}, \quad \lambda_{2v} = \sqrt{R(2R - \sqrt{4R^2 - \lambda_v^2})}$$

$$\lambda'_{2v} = \frac{2R\lambda'_v}{2R + \sqrt{4R^2 + \lambda_v'^2}}$$

3) Ἀστεροειδῆ πολύγωνα.

Πεντάγωνον ἀστεροειδές $\alpha = \frac{R}{2} \sqrt{10 + 2\sqrt{5}}$, $\rho = \frac{R}{4} (\sqrt{5} - 1)$

Ἰοκτάγωνον ἀστεροειδές $\alpha = R \sqrt{2 + \sqrt{2}}$, $\rho = \frac{R}{2} \sqrt{2 - \sqrt{2}}$

Δεκάγωνον ἀστεροειδές $\alpha = \frac{R}{2} (\sqrt{5} + 1)$, $\rho = \frac{R}{4} \sqrt{10 - 2\sqrt{5}}$

Δωδεκάγωνον ἀστερ. $\alpha = \frac{R}{2} (\sqrt{6} + \sqrt{2})$, $\rho = \frac{R}{4} (\sqrt{6} - \sqrt{2})$

Κύκλος.

Μῆκος περιφερείας: $\Gamma = 2\pi R$ ($\pi = 3,14159$)

$$\frac{1}{\pi} = 0,31831$$

Μῆκος τόξου μ° : $T = \frac{\pi R \mu}{180}$

Ἐμβαδὸν κύκλου: $E = \pi R^2 = \frac{\pi \Delta^2}{4} = \frac{\Gamma^2}{4\pi}$

Ἐμβ. κυκλ. τομέως μ° : $E = \frac{T \cdot R}{2} = \frac{\pi R^2 \mu}{360}$

Ἐμβ. κυκλ. τμήματος: $E = \frac{R}{2} (T - R\mu)$

Ἐλλειψις. Ἐὰν μέγας ἄξων $= 2\alpha$, μικρὸς ἄξων $= 2\beta$, ἑστιακὴ ἀπόστασις $= 2\gamma$, ἐκκεντρότης $= \epsilon$, u καὶ v αἱ ἀνυσματικαὶ ἀκτίνες τοῦ σημείου M , τοῦ ὁποῖου αἱ συντεταγμέναι εἶναι x καὶ y ὡς πρὸς τὸ κέντρον, θὰ εἶναι:

$$\alpha^2 = \beta^2 + \gamma^2, \quad \epsilon = \frac{\gamma}{\alpha} < 1, \quad u + v = 2\alpha, \quad u^2 - v^2 = 4\gamma x$$

$$u = \alpha + \frac{\gamma x}{\alpha}, \quad v = \alpha - \frac{\gamma x}{\alpha}$$

Ἐξίσωσις ἑλλείψεως: $\frac{x^2}{\alpha^2} + \frac{y^2}{\beta^2} = 1$

Ἐμβαδὸν ἑλλείψεως: $E = \pi \alpha \beta$

Σχέσεις μεταξύ τῆς πλευρᾶς α , τῆς ἀκτίνου R τοῦ περιγεγραμμένου κύκλου, τῆς ἀκτίνου ρ τοῦ ἐγγεγραμμένου κύκλου τοῦ ἀπαστήματος ρ καὶ τοῦ ἐμβαδοῦ E τῶν κανονικῶν πολυγώνων

Κανονικὸν πολύγωνον	Συναρτήσῃ τῆς R		Συναρτήσῃ τῆς πλευρᾶς α		Ἐμβαδὸν E	
	Μήκος πλευρᾶς α	Μήκος ἀπαστήμ. ρ	Μήκος ἀκτίνου R	Μήκος ἀκτίνου ρ	Συναρτ. πλευρᾶς α	Συναρτ. ἀκτίνου R
Τρίγωνον	$\alpha = R\sqrt{3}$	$\rho = \frac{R}{2}$	$R = \frac{\alpha\sqrt{3}}{3}$	$\rho = \frac{\alpha\sqrt{3}}{6}$	$E = \frac{\alpha^2\sqrt{3}}{4}$	$E = \frac{3R^2\sqrt{3}}{4}$
Τετράγωνον . .	$\alpha = R\sqrt{2}$	$\rho = \frac{R\sqrt{2}}{2}$	$R = \frac{\alpha\sqrt{2}}{2}$	$\rho = \frac{\alpha}{2}$	$E = \alpha^2$	$E = 2R^2$
Πεντάγωνον . .	$\alpha = \frac{R\sqrt{10-2\sqrt{5}}}{2}$	$\rho = \frac{R}{4}(\sqrt{5}+1)$	$R = \frac{\alpha}{10}\sqrt{10+10\sqrt{5}}$	$\rho = \frac{1}{10}\alpha\sqrt{25+10\sqrt{5}}$	$E = \frac{1}{4}\alpha^2\sqrt{25+10\sqrt{5}}$	$E = \frac{5}{8}R^2\sqrt{10+2\sqrt{5}}$
Ἑξάγωνον . . .	$\alpha = R$	$\rho = \frac{R\sqrt{3}}{2}$	$R = \alpha$	$\rho = \frac{\alpha\sqrt{3}}{2}$	$E = \frac{3\alpha^2\sqrt{3}}{2}$	$E = \frac{3R^2\sqrt{3}}{2}$
Ὀκτάγωνον . . .	$\alpha = R\sqrt{2-\sqrt{2}}$	$\rho = \frac{R\sqrt{2+\sqrt{2}}}{2}$	$R = \frac{\alpha}{2}\sqrt{4+2\sqrt{2}}$	$\rho = \alpha(1+\sqrt{2})$	$E = 2\alpha^2(1+\sqrt{2})$	$E = 2R^2\sqrt{2}$
Δεκάγωνον . . .	$\alpha = \frac{R}{2}(\sqrt{5}-1)$	$\rho = \frac{R}{4}\sqrt{10+2\sqrt{5}}$	$R = \frac{\alpha}{2}(1+\sqrt{5})$	$\rho = \frac{\alpha}{2}\sqrt{5+2\sqrt{5}}$	$E = \frac{5}{2}\alpha^2\sqrt{5+2\sqrt{5}}$	$E = \frac{5}{4}R^2\sqrt{10-2\sqrt{5}}$
Δωδεκάγωνον .	$\alpha = \frac{R}{2}(\sqrt{6}-\sqrt{2})$	$\rho = \frac{R}{4}(\sqrt{6}+\sqrt{2})$	$R = \frac{\alpha(\sqrt{6}+\sqrt{2})}{2}$	$\rho = \frac{\alpha}{2}(2+\sqrt{3})$	$E = 3\alpha^2(2+\sqrt{3})$	$E = 3R^2$

ΣΤΕΡΕΟΜΕΤΡΙΑ

Τριέδρος. 'Εάν α, β, γ είναι αι ἔδραι μιᾶς τριέδρου στερεᾶς γωνίας, A, B, Γ αι διέδροι γωνίαι της θά εἶναι :

$$\alpha < \beta + \gamma$$

$$0 < \alpha + \beta + \gamma < 4 \text{ ὀρθῶν}$$

$$2 \text{ ὀρθ.} + A > B + \Gamma$$

$$2 \text{ ὀρθ.} < A + B + \Gamma < 6 \text{ ὀρθ.}$$

Πολύεδρα. 'Εάν παραστήσωμεν με E τὸ πλῆθος τῶν ἔδρων ἑνὸς πολυέδρου, με K τὸ πλῆθος τῶν κορυφῶν του, με A τὸ πλῆθος τῶν ἀκμῶν του θά εἶναι :

$$E + K = A + 2 \quad (\text{Euler})$$

Κανονικὰ πολυέδρα κυρτά. 'Υπάρχουν 5 μόνον: τὸ τετράεδρον, τὸ ἑξάεδρον, τὸ ὀκτάεδρον, τὸ δωδεκάεδρον καὶ τὸ εἰκοσάεδρον. 'Εάν αι ἔδραι ἔχουν ν πλευράς καὶ αι πολυεδρικήαι γωνίαι μ ἀκμάς θά εἶναι :

$$2A = \nu E = \mu K$$

'Η διέδρος γωνία ω δίδεται ὑπὸ τοῦ τύπου

$$\eta\mu \frac{\omega}{2} = \frac{\sigma\upsilon\nu \frac{\pi}{\mu}}{\eta\mu \frac{\pi}{\nu}}$$

'Εάν R καὶ ρ εἶναι αι ἀκτῖνες τῆς σφαίρας τῆς περιγεγραμμένης καὶ τῆς σφαίρας τῆς ἐγγεγραμμένης εἰς ἕνα πολυέδρον πλευράς α θά εἶναι :

$$R = \frac{\alpha}{2} \epsilon\phi \frac{\pi}{\mu} \epsilon\phi \frac{\omega}{2}, \quad \rho = \frac{\alpha}{2} \sigma\phi \frac{\pi}{\nu} \epsilon\phi \frac{\omega}{2}$$

*Ογκοι

Πρίσμα.

*Ογκ. πρίσμ. = ἔμβ. βάσεως \times ὕψος. $V = B \cdot u$

*Ἐμβ. παραπλ. ἐπιφ. πρίσμ. = περίμετρος βάσεως \times ὕψος

Κύβος.

*Ἐμβ. ὀλ. ἐπιφ. = $6\alpha^2$ (α = ἀκμή)

Διαγώνιος $\delta = \alpha\sqrt{3}$. *Ογκ. κύβου = $\alpha^3 = \frac{\delta^3\sqrt{3}}{9}$

Πυραμῖς.

*Ογκ. πυρ. = $\frac{1}{3}$ ἔμβ. βάσ. \times ὕψος. $V = \frac{1}{3} B \cdot u$

Κανονικὸν τετράεδρον ἀκμῆς α .

$$\delta_{\text{γκ.}} = \frac{\alpha^3\sqrt{2}}{12}, \quad u = \alpha\sqrt{\frac{2}{3}}$$

Κανον. οκτάεδρον άκμης α : $\delta\gamma\kappa. = \frac{\alpha^3\sqrt{2}}{3}$

Κόλουρος πυραμίς. $^{\circ}\text{Ογκ.} = \frac{1}{3}u(B+\beta+\sqrt{B\beta})$

Κολοβόν πρῶτα. Τριγωνικόν. Ἐάν B εἶναι ἡ βάσις, u, u', u'' αἱ ἀποστάσεις τῶν κρυφῶν τοῦ ἀπὸ τὴν βάσιν, σ ἡ κάθετος τομῆ καὶ $\alpha, \alpha', \alpha''$ αἱ παράπλευροι άκμαὶ θά εἶναι:

$$V = \frac{B}{3}(u+u'+u'') = \frac{\sigma}{3}(\alpha+\alpha'+\alpha'') = \sigma\delta$$

ὅπου δ = ἀπόστασις τῶν κέντρων βάρους τῶν βάσεων.

Κυρτόν πολύεδρον, τοῦ ὁποίου ὄλαι αἱ κορυφαὶ κείνται ἐπὶ παραλλήλων ἐπιπέδων (Πρισματοειδές)

$$V = \frac{u}{6}(B+B'+4B'')$$

B καὶ B' αἱ δύο βάσεις τοῦ στερεοῦ, u ἡ ἀπόστασις τῶν βάσεων καὶ B'' ἡ τομῆ τοῦ στερεοῦ ὑπὸ ἐπιπέδου παραλλήλου πρὸς τὰς βάσεις τοῦ καὶ ἀπέχοντος ἴσον ἀπὸ αὐτάς.

Σωρὸς ἄμμου. Βάσεις ὀρθογώνιοι διαστάσεων α, β καὶ α', β' .

$$V = \frac{u}{\beta}[\beta(2\alpha+\alpha')+\beta'(2\alpha'+\alpha)]$$

Κύλινδρος.
 Ἐμβ. κυρτ. ἐπιφαν. = $2\pi Ru$
 Ἐμβ. ὄλικ. ἐπιφ. = $2\pi R(u+R)$
 Ὀγκος $V = \pi R^2 u$

Κῶνος.
 Ἐμβ. κυρτ. ἐπιφ. = $\pi R\lambda$
 Ἐμβ. ὄλικ. ἐπιφ. = $\pi R(\lambda+R)$
 Ὀγκος $V = \frac{1}{3}\pi R^2 u$

Ὁ κῶνος ἀναπτύσσεται κατὰ ἓνα κυκλικόν τομέα τοῦ ὁποίου ἡ γωνία εἶναι: $\omega^\circ = 360^\circ \times \frac{R}{\lambda}$.

Κόλουρος κῶνος.

Ἐμβ. κυρτ. ἐπιφανείας $E = \pi(R+R')\lambda$
 Ἐμβ. ὄλ. ἐπιφανείας = $\pi(R+R')\lambda + \pi R^2 + \pi R'^2$
 Ὀγκος $V = \frac{\pi u}{3}(R^2+R'^2+RR')$

Σφαῖρα ακτίνας R .

Ἐμβ. σφαιρ. ζώνης = $2\pi Ru$
 Ἐμβ. ἐπιφ. σφαίρας = $4\pi R^2 = \pi\Delta^2$ (Δ = διάμετρος)

*Ογκ. σφαιρικού τομέως: $V = \frac{2}{3}\pi R^2 u$,

*Ογκ. σφαίρας: $V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{1}{6}\pi \Delta^3$

*Ογκ. σφαιρικού δακτυλίου παραγομένου υπό του

κυκλ. τμήμ. AMB: $V = \frac{1}{6}\pi \overline{AB}^2 \cdot \alpha\beta$

($\alpha\beta$ =προβολή τῆς AB).

*Ογκος σφαιρικού τμήματος ὕψους u , ἀκτίνων βάσεων R καὶ R' , ρ =ἀκτίς διαμέσου τομῆς:

$$V = \frac{1}{6}\pi u^3 + \frac{1}{2}\pi(R^2 + R'^2)u = \pi \rho^2 u - \frac{\pi u^3}{12}$$

*Ογκος σφαιρικού τμήματος με μίαν βάσιν:

$$V = \frac{1}{6}\pi u^3 + \frac{1}{2}\pi R^2 u = \pi u^2 \left(R - \frac{u}{3} \right)$$

Σφαιρικόν τρίγωνον.

Σφαιρική ὑπεροχή = $\widehat{A} + \widehat{B} + \widehat{\Gamma} - 2$ ὀρθαί.

Ἐμβαδόν σφαιρικού τριγώνου ABΓ:

$$E = \frac{\pi R^2}{180} (A + B + \Gamma - 180^\circ)$$

$$E = \text{σφαιρ. ὑπεροχή} \times \frac{\pi R^2}{2}$$

Ἐμβαδόν σφαιρικῆς ἀτράκτου γωνίας μ° :

$$E = \frac{\pi R^2 \mu}{90}$$

*Ογκος σφαιρικού ὄνου γωνίας ω :

$$V = \frac{\pi R^3}{3} \times \frac{\omega}{90}$$

*Ογκος βαρελίου = $\frac{\pi u}{15} (2\Delta^2 + \Delta \cdot \delta + 0,75\delta^2)$

Δ =μεσαία διάμετρος, δ =διάμετρος τῶν βάσεων του, u =ὑψος βαρελίου=ἀπόστασις τῶν δύο βάσεων του.

*Ογκος παραγόμενος υπό ἑνὸς τριγώνου ABΓ, τὸ ὁποῖον στρέφεται περὶ ἄξονα, ὃ ὁποῖος κεῖται ἐπὶ τοῦ ἐπιπέδου τοῦ τριγώνου καὶ ὃ ὁποῖος διέρχεται ἀπὸ μίαν τῶν κορυφῶν του A καὶ ὃ ὁποῖος δὲν τέμνει τὸ τρίγωνον εἶναι:

$$V = \text{ἐμβ. ἐπιφ. γραφομένης} \text{ ὑπὸ πλευρᾶς } \alpha \times \frac{u_\alpha}{3}$$

*Ογκος παραγόμενος υπό ἑνὸς τριγώνου, τοῦ ὁποῖου τὸ ἔμβαδόν εἶναι E καὶ τὸ ὁποῖον στρέφεται περὶ τὴν πλευρὰν του α εἶναι: $V = \frac{4}{3}\pi \frac{E^2}{\alpha}$.

ΤΡΙΓΩΝΟΜΕΤΡΙΑ

Σχέσεις μεταξύ τών μέτρων ενός και του αυτού τόξου, τὸ ὁποῖον εἶναι μοιρῶν, 6 βαθμῶν καὶ α ἄκτινίων. $\frac{\mu}{180} = \frac{\beta}{200} = \frac{\alpha}{\pi}$ (ἄκτινιον = $57^{\circ} 17' 45''$ ἢ 63,6620 βαθμ.).

Σχέσεις μεταξύ τών τριγωνομετρικῶν ἀριθμῶν ενός τόξου α.

$$\eta\mu^2\alpha + \sigma\upsilon\nu^2\alpha = 1, \quad \epsilon\phi\alpha = \frac{\eta\mu\alpha}{\sigma\upsilon\nu\alpha}, \quad \sigma\phi\alpha = \frac{\sigma\upsilon\nu\alpha}{\eta\mu\alpha} = \frac{1}{\epsilon\phi\alpha}$$

$$\epsilon\phi\alpha \cdot \sigma\phi\alpha = 1$$

$$\tau\epsilon\mu\alpha = \frac{1}{\sigma\upsilon\nu\alpha}, \quad \sigma\tau\epsilon\mu\alpha = \frac{1}{\eta\mu\alpha}, \quad \tau\epsilon\mu^2\alpha = 1 + \epsilon\phi^2\alpha$$

$$1 + \epsilon\phi^2\alpha = \frac{1}{\sigma\upsilon\nu^2\alpha} = \tau\epsilon\mu^2\alpha, \quad 1 + \sigma\phi^2\alpha = \frac{1}{\eta\mu^2\alpha} = \sigma\tau\epsilon\mu^2\alpha$$

Σχέσεις μεταξύ τών τριγωνομετρικῶν ἀριθμῶν:

Δύο τόξων ἀντιθέτων α καὶ -α

$$\begin{array}{l|l} \eta\mu(-\alpha) = -\eta\mu\alpha & \epsilon\phi(-\alpha) = -\epsilon\phi\alpha \\ \sigma\upsilon\nu(-\alpha) = \sigma\upsilon\nu\alpha & \sigma\phi(-\alpha) = -\sigma\phi\alpha \end{array}$$

Δύο τόξων παραπληρωματικῶν α καὶ $180^{\circ} - \alpha$

$$\begin{array}{l|l} \eta\mu(180^{\circ} - \alpha) = \eta\mu\alpha & \epsilon\phi(180^{\circ} - \alpha) = -\epsilon\phi\alpha \\ \sigma\upsilon\nu(180^{\circ} - \alpha) = -\sigma\upsilon\nu\alpha & \sigma\phi(180^{\circ} - \alpha) = -\sigma\phi\alpha \end{array}$$

Δύο τόξων α καὶ $180^{\circ} + \alpha$ διαφορόντων κατὰ 180°

$$\begin{array}{l|l} \eta\mu(180^{\circ} + \alpha) = -\eta\mu\alpha & \epsilon\phi(180^{\circ} + \alpha) = \epsilon\phi\alpha \\ \sigma\upsilon\nu(180^{\circ} + \alpha) = -\sigma\upsilon\nu\alpha & \sigma\phi(180^{\circ} + \alpha) = \sigma\phi\alpha \end{array}$$

Δύο τόξων συμπληρωματικῶν α καὶ $90^{\circ} - \alpha$

$$\begin{array}{l|l} \eta\mu(90^{\circ} - \alpha) = \sigma\upsilon\nu\alpha & \epsilon\phi(90^{\circ} - \alpha) = \sigma\phi\alpha \\ \sigma\upsilon\nu(90^{\circ} - \alpha) = \eta\mu\alpha & \sigma\phi(90^{\circ} - \alpha) = \epsilon\phi\alpha \end{array}$$

Δύο τόξων α καὶ $90^{\circ} + \alpha$ διαφορόντων κατὰ 90°

$$\begin{array}{l|l} \eta\mu(90^{\circ} + \alpha) = \sigma\upsilon\nu\alpha & \epsilon\phi(90^{\circ} + \alpha) = -\sigma\phi\alpha \\ \sigma\upsilon\nu(90^{\circ} + \alpha) = -\eta\mu\alpha & \sigma\phi(90^{\circ} + \alpha) = -\epsilon\phi\alpha \end{array}$$

Δύο τόξων α καὶ $360^{\circ} - \alpha$ ἐχόντων ἄθροισμα 360°

$$\begin{array}{l|l} \eta\mu(360^{\circ} - \alpha) = -\eta\mu\alpha & \epsilon\phi(360^{\circ} - \alpha) = -\epsilon\phi\alpha \\ \sigma\upsilon\nu(360^{\circ} - \alpha) = \sigma\upsilon\nu\alpha & \sigma\phi(360^{\circ} - \alpha) = -\sigma\phi\alpha \end{array}$$

Τόξα x ἀντιστοιχοῦντα εἰς δοθέντα τριγωνομετρικὸν ἀριθμὸν.

$$\text{'Εάν } \eta\mu x = \eta\mu\alpha \text{ τότε } \begin{cases} x = 2k\pi + \alpha \\ x = (2k+1)\pi - \alpha \end{cases}$$

$$\text{'Εάν } \sigma\upsilon\nu x = \sigma\upsilon\nu\alpha \text{ τότε } x = 2k\pi \pm \alpha$$

$$\text{'Εάν } \epsilon\phi x = \epsilon\phi\alpha \text{ τότε } x = k\pi + \alpha$$

$$\text{'Εάν } \sigma\phi x = \sigma\phi\alpha \text{ τότε } x = k\pi + \alpha$$

Σχέσεις μεταξύ των τριγωνομετρικών ἀριθμῶν τοῦ αὐτοῦ τόξου α

Τριγωνομετρικοί ἀριθμοὶ	Συναρτήσεις τοῦ:					
	ἠμα	συνα	εφα	σφα	τεμα	στεμα
ἠμα	ἠμα	$\pm \sqrt{1 - \sigma\upsilon\nu^2\alpha}$	$\frac{\epsilon\phi\alpha}{\pm \sqrt{1 + \epsilon\phi^2\alpha}}$	$\frac{1}{\pm \sqrt{1 + \sigma\phi^2\alpha}}$	$\frac{\pm \sqrt{\tau\epsilon\mu^2\alpha - 1}}{\tau\epsilon\mu\alpha}$	$\frac{1}{\sigma\tau\epsilon\mu\alpha}$
συνα	$\pm \sqrt{1 - \eta\mu^2\alpha}$	συνα	$\frac{1}{\pm \sqrt{1 + \epsilon\phi^2\alpha}}$	$\frac{\sigma\phi\alpha}{\pm \sqrt{1 + \sigma\phi^2\alpha}}$	$\frac{1}{\tau\epsilon\mu\alpha}$	$\frac{\pm \sqrt{\sigma\tau\epsilon\mu^2\alpha - 1}}{\sigma\tau\epsilon\mu\alpha}$
εφα	$\frac{\eta\mu\alpha}{\pm \sqrt{1 - \eta\mu^2\alpha}}$	$\frac{\pm \sqrt{1 - \sigma\upsilon\nu^2\alpha}}{\sigma\upsilon\nu\alpha}$	εφα	$\frac{1}{\sigma\phi\alpha}$	$\frac{\pm \sqrt{\tau\epsilon\mu^2\alpha - 1}}{1}$	$\frac{1}{\pm \sqrt{\sigma\tau\epsilon\mu^2\alpha - 1}}$
σφα	$\frac{\pm \sqrt{1 - \eta\mu^2\alpha}}{\eta\mu\alpha}$	$\frac{\sigma\upsilon\nu\alpha}{\pm \sqrt{1 - \sigma\upsilon\nu^2\alpha}}$	$\frac{1}{\epsilon\phi\alpha}$	σφα	$\frac{1}{\pm \sqrt{\tau\epsilon\mu^2\alpha - 1}}$	$\frac{\pm \sqrt{\tau\epsilon\mu^2\alpha - 1}}{1}$
τεμα	$\frac{1}{\pm \sqrt{1 - \eta\mu^2\alpha}}$	$\frac{1}{\sigma\upsilon\nu\alpha}$	$\frac{\pm \sqrt{1 + \epsilon\phi^2\alpha}}{\epsilon\phi\alpha}$	$\frac{\pm \sqrt{1 + \sigma\phi^2\alpha}}{\sigma\phi\alpha}$	τεμα	$\frac{\sigma\tau\epsilon\mu\alpha}{\pm \sqrt{\sigma\tau\epsilon\mu^2\alpha - 1}}$
στεμα	$\frac{1}{\eta\mu\alpha}$	$\frac{1}{\pm \sqrt{1 - \sigma\upsilon\nu^2\alpha}}$	$\frac{\pm \sqrt{1 + \epsilon\phi^2\alpha}}{\epsilon\phi\alpha}$	$\frac{\pm \sqrt{1 + \sigma\phi^2\alpha}}{\sigma\phi\alpha}$	$\frac{\tau\epsilon\mu\alpha}{\pm \sqrt{\tau\epsilon\mu^2\alpha - 1}}$	στεμα

Τριγωνομετρικοί αριθμοί μερικῶν τόξων.

Μοίραι	τόξα		Ἡμίτονον	Συνημίτονον	Ἐφαπτομένη	Συνεφαπτομένη
	Βαθμοί	Ἀκτίνια				
30°	33,33	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{1}{2} = 0,5$	$\frac{\sqrt{3}}{2} = 0,866$	$\frac{\sqrt{3}}{3} = 0,577$	$\sqrt{3} = 1,732$
45°	50	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\sqrt{2}}{2} = 0,707$	$\frac{\sqrt{2}}{2} = 0,707$	1	1
60°	66,66	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\sqrt{3}}{2} = 0,866$	$\frac{1}{2} = 0,5$	$\sqrt{3} = 1,732$	$\frac{\sqrt{3}}{3} = 0,577$

Τριγωνομετρικοί αριθμοί ἀδροίσματος καὶ διαφορᾶς δύο τόξων α καὶ β.

$$\begin{aligned} \eta\mu(\alpha+\beta) &= \eta\mu\alpha \sigma\upsilon\nu\beta + \eta\mu\beta \sigma\upsilon\nu\alpha \\ \eta\mu(\alpha-\beta) &= \eta\mu\alpha \sigma\upsilon\nu\beta - \eta\mu\beta \sigma\upsilon\nu\alpha \\ \sigma\upsilon\nu(\alpha+\beta) &= \sigma\upsilon\nu\alpha \sigma\upsilon\nu\beta - \eta\mu\alpha \eta\mu\beta \\ \sigma\upsilon\nu(\alpha-\beta) &= \sigma\upsilon\nu\alpha \sigma\upsilon\nu\beta + \eta\mu\alpha \eta\mu\beta \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \epsilon\phi(\alpha+\beta) &= \frac{\epsilon\phi\alpha + \epsilon\phi\beta}{1 - \epsilon\phi\alpha \epsilon\phi\beta} & \epsilon\phi(\alpha-\beta) &= \frac{\epsilon\phi\alpha - \epsilon\phi\beta}{1 + \epsilon\phi\alpha \epsilon\phi\beta} \\ \sigma\phi(\alpha+\beta) &= \frac{\sigma\phi\alpha \sigma\phi\beta - 1}{\sigma\phi\alpha + \sigma\phi\beta} & \sigma\phi(\alpha-\beta) &= \frac{\sigma\phi\alpha \sigma\phi\beta + 1}{\sigma\phi\beta - \sigma\phi\alpha} \end{aligned}$$

Ἐκφρασις τῶν τριγωνομετρικῶν ἀριθμῶν πολλαπλασιασίων ἐνός τόξου α συναρτήσῃ τῶν τριγωνομετρικῶν ἀριθμῶν τοῦ τόξου α.

$$\begin{aligned} \eta\mu 2\alpha &= 2\eta\mu\alpha \sigma\upsilon\nu\alpha, & \eta\mu\omega &= 2\eta\mu\frac{\omega}{2} \sigma\upsilon\nu\frac{\omega}{2} \\ \sigma\upsilon\nu 2\alpha &= \sigma\upsilon\nu^2\alpha - \eta\mu^2\alpha = 2\sigma\upsilon\nu^2\alpha - 1 = 1 - 2\eta\mu^2\alpha \\ \epsilon\phi 2\alpha &= \frac{2\epsilon\phi\alpha}{1 - \epsilon\phi^2\alpha}, & \sigma\phi 2\alpha &= \frac{\sigma\phi^2\alpha - 1}{2\sigma\phi\alpha} = \frac{\sigma\phi\alpha - \epsilon\phi\alpha}{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \eta\mu 3\alpha &= 3\eta\mu\alpha - 4\eta\mu^3\alpha = \eta\mu\alpha(4\sigma\upsilon\nu^2\alpha - 1) \\ \sigma\upsilon\nu 3\alpha &= 4\sigma\upsilon\nu^3\alpha - 3\sigma\upsilon\nu\alpha = \sigma\upsilon\nu\alpha(1 - 4\eta\mu^2\alpha) \\ \epsilon\phi 3\alpha &= \frac{3\epsilon\phi\alpha - \epsilon\phi^3\alpha}{1 - 3\epsilon\phi^2\alpha}, & \sigma\phi 3\alpha &= \frac{\sigma\phi^3\alpha - 3\sigma\phi\alpha}{3\sigma\phi^2\alpha - 1} \end{aligned}$$

Τύποι τοῦ Μοίρε

$$\begin{aligned} (\sigma\upsilon\nu\alpha + i\eta\mu\alpha)^\mu &= \sigma\upsilon\nu\mu\alpha + i\eta\mu\mu\alpha \\ \eta\mu\mu\alpha &= \mu \sigma\upsilon\nu^{\mu-1}\alpha \eta\mu\alpha - \frac{\mu(\mu-1)(\mu-2)}{1.2.3} \sigma\upsilon\nu^{\mu-3}\alpha \eta\mu^3\alpha + \\ &+ \frac{\mu(\mu-1)(\mu-2)(\mu-3)(\mu-4)}{1.2.3.4.5} \sigma\upsilon\nu^{\mu-5}\alpha \eta\mu^5\alpha - \dots \\ \sigma\upsilon\nu\mu\alpha &= \sigma\upsilon\nu^\mu\alpha - \frac{\mu(\mu-1)}{1.2} \sigma\upsilon\nu^{\mu-2}\alpha \eta\mu^2\alpha + \\ &+ \frac{\mu(\mu-1)(\mu-2)(\mu-3)}{1.2.3.4} \sigma\upsilon\nu^{\mu-4}\alpha \eta\mu^4\alpha - \dots \end{aligned}$$

$$\epsilon\phi\mu\alpha = \frac{\mu\epsilon\phi\alpha - \frac{\mu(\mu-1)(\mu-2)}{1.2.3}\epsilon\phi^3\alpha + \dots}{1 - \frac{\mu(\mu-1)}{1.2}\epsilon\phi^2\alpha + \frac{\mu(\mu-1)(\mu-2)(\mu-3)}{1.2.3.4}\epsilon\phi^4\alpha - \dots}$$

$$\eta\mu(\mu+1)\alpha = 2\sigma\upsilon\alpha\eta\mu\mu\alpha - \eta\mu(\mu-1)\alpha$$

$$\sigma\upsilon\upsilon(\mu+1)\alpha = 2\sigma\upsilon\alpha\sigma\upsilon\upsilon\mu\alpha - \sigma\upsilon\upsilon(\mu-1)\alpha$$

Ἐκφρασις τῶν $\eta\mu\frac{\alpha}{2}$, $\sigma\upsilon\upsilon\frac{\alpha}{2}$, $\epsilon\phi\frac{\alpha}{2}$, συναρτήσῃ τοῦ $\sigma\upsilon\alpha$.

$$\eta\mu\frac{\alpha}{2} = \pm\sqrt{\frac{1-\sigma\upsilon\alpha}{2}}, \quad \sigma\upsilon\upsilon\frac{\alpha}{2} = \pm\sqrt{\frac{1+\sigma\upsilon\alpha}{2}},$$

$$\epsilon\phi\frac{\alpha}{2} = \pm\sqrt{\frac{1-\sigma\upsilon\alpha}{1+\sigma\upsilon\alpha}}$$

Ἐκφρασις τοῦ $\eta\mu\frac{\alpha}{2}$, $\sigma\upsilon\upsilon\frac{\alpha}{2}$, $\epsilon\phi\frac{\alpha}{2}$ συναρτήσῃ τοῦ $\eta\mu\alpha$

$$\eta\mu\frac{\alpha}{2} = \frac{\pm\sqrt{1+\eta\mu\alpha} \pm \sqrt{1-\eta\mu\alpha}}{2}$$

$$\sigma\upsilon\upsilon\frac{\alpha}{2} = \frac{\pm\sqrt{1+\eta\mu\alpha} \mp \sqrt{1-\eta\mu\alpha}}{2}$$

$$\epsilon\phi\frac{\alpha}{2} = \frac{1+\epsilon\epsilon'\sqrt{1-\eta\mu^2\alpha}}{\eta\mu\alpha} \quad (\epsilon = \pm 1, \epsilon' = \pm 1)$$

Ἐκφρασις τῆς $\epsilon\phi\frac{\alpha}{2}$ συναρτήσῃ τῆς $\epsilon\phi\alpha$.

$$\epsilon\phi\frac{\alpha}{2} = \frac{-1 \pm \sqrt{1+\epsilon\phi^2\alpha}}{\epsilon\phi\alpha}$$

Ἐκφρασις τῶν $\eta\mu\alpha$, $\sigma\upsilon\alpha$, $\epsilon\phi\alpha$ συναρτήσῃ τῆς $\epsilon\phi\frac{\alpha}{2}$

$$\eta\mu\alpha = \frac{2\epsilon\phi\frac{\alpha}{2}}{1+\epsilon\phi^2\frac{\alpha}{2}}, \quad \sigma\upsilon\alpha = \frac{1-\epsilon\phi^2\frac{\alpha}{2}}{1+\epsilon\phi^2\frac{\alpha}{2}}, \quad \epsilon\phi\alpha = \frac{2\epsilon\phi\frac{\alpha}{2}}{1-\epsilon\phi^2\frac{\alpha}{2}}$$

Μετασχηματισμὸς ἀθροισμάτων εἰς γινόμενα.

$$\eta\mu(\alpha+\beta) + \eta\mu(\alpha-\beta) = 2\eta\mu\alpha\sigma\upsilon\upsilon\beta$$

$$\eta\mu(\alpha-\beta) - \eta\mu(\alpha+\beta) = 2\eta\mu\beta\sigma\upsilon\alpha$$

$$\sigma\upsilon\upsilon(\alpha+\beta) + \sigma\upsilon\upsilon(\alpha-\beta) = 2\sigma\upsilon\alpha\sigma\upsilon\upsilon\beta$$

$$\sigma\upsilon\upsilon(\alpha+\beta) - \sigma\upsilon\upsilon(\alpha-\beta) = -2\eta\mu\alpha\sigma\upsilon\upsilon\beta$$

$$\eta\mu A + \eta\mu B = 2\eta\mu\frac{A+B}{2}\sigma\upsilon\upsilon\frac{A-B}{2}$$

$$\eta\mu A - \eta\mu B = 2\eta\mu\frac{A-B}{2}\sigma\upsilon\upsilon\frac{A+B}{2}$$

$$\sigma\upsilon\upsilon A + \sigma\upsilon\upsilon B = 2\sigma\upsilon\upsilon\frac{A+B}{2}\sigma\upsilon\upsilon\frac{A-B}{2}$$

$$\sigma\upsilon\upsilon A - \sigma\upsilon\upsilon B = 2\eta\mu\frac{A+B}{2}\eta\mu\frac{B-A}{2}$$

$$\begin{aligned} \epsilon\phi\alpha + \epsilon\phi\beta &= \frac{\eta\mu(\alpha+\beta)}{\sigma\upsilon\nu\alpha \sigma\upsilon\nu\beta}, & \epsilon\phi\alpha - \epsilon\phi\beta &= \frac{\eta\mu(\alpha-\beta)}{\sigma\upsilon\nu\alpha \sigma\upsilon\nu\beta} \\ \sigma\phi\alpha + \sigma\phi\beta &= \frac{\eta\mu(\alpha+\beta)}{\eta\mu\alpha \eta\mu\beta}, & \sigma\phi\alpha - \sigma\phi\beta &= \frac{\eta\mu(\beta-\alpha)}{\eta\mu\alpha \eta\mu\beta} \end{aligned}$$

$$\eta\mu\alpha + \sigma\upsilon\nu\beta = 2\eta\mu\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\alpha-\beta}{2}\right) \sigma\upsilon\nu\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\alpha+\beta}{2}\right)$$

$$\eta\mu\alpha - \sigma\upsilon\nu\beta = 2\eta\mu\left(\frac{\alpha+\beta}{2} - \frac{\pi}{4}\right) \sigma\upsilon\nu\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\alpha-\beta}{2}\right)$$

$$\sigma\upsilon\nu\alpha + \eta\mu\beta = 2\eta\mu\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\alpha-\beta}{2}\right) \sigma\upsilon\nu\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\alpha+\beta}{2}\right)$$

$$\sigma\upsilon\nu\alpha - \eta\mu\beta = 2\eta\mu\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\alpha+\beta}{2}\right) \sigma\upsilon\nu\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\alpha-\beta}{2}\right)$$

$$\epsilon\phi\alpha + \sigma\phi\beta = \frac{\sigma\upsilon\nu(\alpha-\beta)}{\sigma\upsilon\nu\alpha \eta\mu\beta}, \quad \epsilon\phi\alpha - \sigma\phi\beta = \frac{-\sigma\upsilon\nu(\alpha+\beta)}{\sigma\upsilon\nu\alpha \eta\mu\beta}$$

$$1 + \eta\mu\alpha = 2\eta\mu^2\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\alpha}{2}\right) = 2\sigma\upsilon\nu^2\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\alpha}{2}\right)$$

$$1 - \eta\mu\alpha = 2\eta\mu^2\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\alpha}{2}\right) = 2\sigma\upsilon\nu^2\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\alpha}{2}\right)$$

$$\frac{1 - \eta\mu\alpha}{1 + \eta\mu\alpha} = \frac{\epsilon\phi\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\alpha}{2}\right)}{\epsilon\phi\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\alpha}{2}\right)} = \epsilon\phi^2\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\alpha}{2}\right)$$

$$1 + \sigma\upsilon\nu\alpha = 2\sigma\upsilon\nu^2\frac{\alpha}{2}, \quad 1 - \sigma\upsilon\nu\alpha = 2\eta\mu^2\frac{\alpha}{2}, \quad \frac{1 - \sigma\upsilon\nu\alpha}{1 + \sigma\upsilon\nu\alpha} = \epsilon\phi^2\frac{\alpha}{2}$$

$$1 \pm \epsilon\phi\alpha = \frac{\sqrt{2} \eta\mu\left(\frac{\pi}{4} \pm \alpha\right)}{\sigma\upsilon\nu\alpha}, \quad 1 \pm \sigma\phi\alpha = \frac{\sqrt{2} \eta\mu\left(\alpha \pm \frac{\pi}{4}\right)}{\eta\mu\alpha}$$

$$\frac{\eta\mu\alpha + \eta\mu\beta}{\eta\mu\alpha - \eta\mu\beta} = \frac{\epsilon\phi\frac{\alpha+\beta}{2}}{\epsilon\phi\frac{\alpha-\beta}{2}}, \quad \frac{\sigma\upsilon\nu\alpha + \sigma\upsilon\nu\beta}{\sigma\upsilon\nu\beta - \sigma\upsilon\nu\alpha} = \sigma\phi\frac{\alpha+\beta}{2} \sigma\phi\frac{\alpha-\beta}{2}$$

$$\frac{\eta\mu\alpha \pm \eta\mu\beta}{\sigma\upsilon\nu\beta \pm \sigma\upsilon\nu\alpha} = \frac{\sigma\upsilon\nu\beta - \sigma\upsilon\nu\alpha}{\eta\mu\alpha \mp \eta\mu\beta} = \epsilon\phi\frac{\alpha \pm \beta}{2}$$

$$\sigma\upsilon\nu\alpha \pm \eta\mu\alpha = \sqrt{2} \eta\mu\left(\frac{\pi}{4} \pm \alpha\right) = \sqrt{2} \sigma\upsilon\nu\left(\frac{\pi}{4} \mp \alpha\right)$$

$$\begin{aligned} \frac{\sigma\upsilon\nu\alpha + \eta\mu\alpha}{\sigma\upsilon\nu\alpha - \eta\mu\alpha} &= \frac{1 + \epsilon\phi\alpha}{1 - \epsilon\phi\alpha} = \epsilon\phi\left(\frac{\pi}{4} + \alpha\right) = \sigma\phi\left(\frac{\pi}{4} - \alpha\right) = \\ &= \sqrt{\frac{1 + \eta\mu 2\alpha}{1 - \eta\mu 2\alpha}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \eta\mu^2\alpha - \eta\mu^2\beta &= \sigma\upsilon\nu^2\beta - \sigma\upsilon\nu^2\alpha = \eta\mu(\alpha+\beta) \eta\mu(\alpha-\beta) \\ \sigma\upsilon\nu^2\alpha - \eta\mu^2\beta &= \sigma\upsilon\nu^2\beta - \eta\mu^2\alpha = \sigma\upsilon\nu(\alpha+\beta) \sigma\upsilon\nu(\alpha-\beta) \end{aligned}$$

Μετασχηματισμός γινομένων εις άθροισματα

$$\eta\mu\alpha \eta\mu\beta = \frac{1}{2} [\sigma\upsilon\nu(\alpha-\beta) - \sigma\upsilon\nu(\alpha+\beta)]$$

$$\sigma\upsilon\alpha \sigma\upsilon\upsilon\beta = \frac{1}{2} [\sigma\upsilon\upsilon(\alpha + \beta) + \sigma\upsilon\upsilon(\alpha - \beta)]$$

$$\eta\mu\alpha \sigma\upsilon\upsilon\beta = \frac{1}{2} [\eta\mu(\alpha + \beta) + \eta\mu(\alpha - \beta)]$$

$$\eta\mu\beta \sigma\upsilon\upsilon\alpha = \frac{1}{2} [\eta\mu(\alpha + \beta) - \eta\mu(\alpha - \beta)]$$

$$\epsilon\phi\alpha \epsilon\phi\beta = \frac{\sigma\upsilon\upsilon(\alpha - \beta) - \sigma\upsilon\upsilon(\alpha + \beta)}{\sigma\upsilon\upsilon(\alpha - \beta) + \sigma\upsilon\upsilon(\alpha + \beta)}$$

$$\frac{\epsilon\phi\alpha}{\epsilon\phi\beta} = \frac{\eta\mu(\alpha + \beta) - \eta\mu(\alpha - \beta)}{\eta\mu(\alpha + \beta) + \eta\mu(\alpha - \beta)}$$

Μετασχηματισμός παραστάσεων εἰς ἄλλας λογιστάς διὰ τῶν λογαρίθμων.

1. $\alpha + \beta$, θέτομεν $\frac{\beta}{\alpha} = \epsilon\phi^2\omega$, ὁπότε $\alpha + \beta = \frac{\alpha}{\sigma\upsilon\upsilon\omega^2}$

2. $\alpha - \beta$, » $\frac{\beta}{\alpha} = \eta\mu^2\phi$, $\alpha - \beta = \alpha\sigma\upsilon\omega^2$

3. $\frac{\alpha - \beta}{\alpha + \beta}$ » $\frac{\beta}{\alpha} = \epsilon\phi\omega$, $\frac{\alpha - \beta}{\alpha + \beta} + \frac{1 - \epsilon\phi\omega}{1 + \epsilon\phi\omega} = \epsilon\phi(45^\circ - \omega)$

4. $\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}$ $\frac{\beta}{\alpha} = \epsilon\phi\omega$, $\sqrt{\alpha^2 + \beta^2} = \frac{\alpha}{\sigma\upsilon\upsilon\omega}$

5. $\sqrt{\alpha^2 - \beta^2}$ $\frac{\beta}{\alpha} = \eta\mu\omega$, $\sqrt{\alpha^2 - \beta^2} = \alpha\sigma\upsilon\omega$

6. $\alpha\eta\mu x \pm \beta\sigma\upsilon\upsilon x$, $\frac{\beta}{\alpha} = \epsilon\phi\omega$, $\alpha\eta\mu x \pm \beta\sigma\upsilon\upsilon x = \frac{\alpha\eta\mu(x \pm \omega)}{\sigma\upsilon\upsilon\omega}$

Ἐξισώσεις τριγωνομετρικαὶ κλπ.

1. $\sigma\upsilon\upsilon x = \sigma\upsilon\alpha$ ρίζαι: $x = 2k\pi \pm \alpha$

2. $\eta\mu x = \eta\mu\alpha$ ρίζαι $\begin{cases} x = 2k\pi + \alpha \\ x = (2k+1)\pi - \alpha \end{cases}$

3. $\epsilon\phi x = \epsilon\phi\alpha$ ρίζαι $x = k\pi + \alpha$

4. $\alpha\eta\mu x + \beta\sigma\upsilon\upsilon x = \gamma$. θέτομεν $\frac{\beta}{\alpha} = \epsilon\phi\omega$ ὁπότε εὐρίσκομεν $\eta\mu(x + \omega) = \frac{\gamma}{\alpha} \sigma\upsilon\upsilon\omega$, ($\gamma^2 \leq \alpha^2 + \beta^2$)

5. $\alpha\epsilon\phi x + \beta\sigma\phi x = \gamma$. Ἀνάγεται εἰς $\gamma\eta\mu 2x + (\alpha - \beta)\sigma\upsilon\upsilon 2x = \alpha + \beta$ (μορφή 4). θέτομεν $\frac{\alpha - \beta}{\gamma} = \epsilon\phi\omega$, εὐρίσκομεν $\eta\mu(2x + \omega) = \frac{\alpha + \beta}{\gamma} \sigma\upsilon\upsilon\omega$, ($4\alpha\beta \leq \gamma^2$)

6. $\alpha x^2 + \beta x + \gamma = 0$, $\beta^2 - 4\alpha\gamma \geq 0$

$$x = \frac{-\beta}{2\alpha} \left[1 \pm \sqrt{1 - \frac{4\alpha\gamma}{\beta^2}} \right].$$

Ἐὰν $\frac{\gamma}{\alpha} > 0$, θέτομεν $\frac{4\alpha\gamma}{\beta^2} = \eta\mu^2\omega$, $x = \frac{-\beta}{2\alpha} (1 \pm \sigma\upsilon\upsilon\omega)$

$$x' = \frac{-\beta}{\alpha} \sigma\upsilon\upsilon\omega \frac{\omega}{2} = \pm \sqrt{\frac{\gamma}{\alpha}} \sigma\phi \frac{\omega}{2},$$

$$x'' = \frac{-\beta}{\alpha} \eta\mu\omega \frac{\omega}{2} = \pm \sqrt{\frac{\gamma}{\alpha}} \epsilon\phi \frac{\omega}{2}.$$

Ἐάν $\frac{\gamma}{\alpha} < 0$, θέτομεν $\frac{-4\alpha\gamma}{\beta^2} = \epsilon\phi^2\omega$,

$$x = \frac{-\beta}{2\alpha} \left(1 \pm \frac{1}{\sigma\upsilon\nu\omega} \right)$$

$$x' = \frac{-\beta}{\alpha\sigma\upsilon\nu\omega} \cdot \sigma\upsilon\nu^2 \frac{\omega}{2} = \pm \sqrt{-\frac{\gamma}{\alpha} \cdot \sigma\phi \frac{\omega}{2}}$$

$$x'' = \frac{\beta}{\alpha\sigma\upsilon\nu\omega} \cdot \eta\mu^2 \frac{\omega}{2} = \pm \sqrt{-\frac{\gamma}{\alpha} \cdot \epsilon\phi \frac{\omega}{2}}$$

7. $x^3 + px \pm q = 0$. Ὑπάρχει μία μόνον ρίζα $x = y + z$, ὅπου y^3 καὶ z^3 εἶναι αἱ ρίζαι τῆς

$$X^2 \pm qX - \left(\frac{p}{3}\right)^3 = 0 \quad (\text{μορφή 4})$$

8. $x^3 - px \pm q = 0$. Ἐάν $\left(\frac{p}{3}\right)^3 < \left(\frac{q}{2}\right)^2$ ὑπάρχει μία μόνον ρίζα $x = y + z$, ὅπου y^3 καὶ z^3 εἶναι ρίζαι τῆς

$$X^2 \pm qX + \left(\frac{p}{3}\right)^3 = 0.$$

Ἐάν $\left(\frac{p}{3}\right)^3 > \left(\frac{q}{2}\right)^2$ θέτομεν $k = \sqrt{\frac{4p}{3}}$ καὶ

$\sigma\upsilon\nu\alpha = \frac{3q}{kp}$, καὶ αἱ τρεῖς ρίζαι εἶναι

$$k\sigma\upsilon\nu\frac{\alpha}{3}, \quad k\sigma\upsilon\nu\frac{\alpha+2\pi}{3}, \quad k\sigma\upsilon\nu\frac{\alpha+4\pi}{3}.$$

Ἐάν $\left(\frac{p}{3}\right)^3 = \left(\frac{q}{2}\right)^2$, $k = \sqrt{\frac{4p}{3}}$, $\sigma\upsilon\nu\alpha = 1$, $\alpha = 2\pi$

ἢ 0, ἢ μία ἐκ τῶν ριζῶν εἶναι $k = \sqrt{\frac{4p}{3}}$ καὶ αἱ δύο ἄλλαι εἶναι ἴσαι μὲ $k\sigma\upsilon\nu\frac{2\pi}{3}$.

Σχέσεις μεταξύ τῶν στοιχείων ἑνὸς τριγώνου ΑΒΓ

A. Σχέσεις μεταξύ τῶν γωνιῶν τοῦ Α, Β, Γ.

Ἐάν $A + B + \Gamma = 180^\circ$ θὰ εἶναι

$$\eta\mu A + \eta\mu B + \eta\mu \Gamma = 4\sigma\upsilon\nu\frac{A}{2}\sigma\upsilon\nu\frac{B}{2}\sigma\upsilon\nu\frac{\Gamma}{2}$$

$$\eta\mu A + \eta\mu B - \eta\mu \Gamma = 4\eta\mu\frac{A}{2}\eta\mu\frac{B}{2}\sigma\upsilon\nu\frac{\Gamma}{2}$$

$$\sigma\upsilon\nu A + \sigma\upsilon\nu B + \sigma\upsilon\nu \Gamma = 4\eta\mu\frac{A}{2}\eta\mu\frac{B}{2}\eta\mu\frac{\Gamma}{2} + 1$$

$$\sigma\upsilon\nu A + \sigma\upsilon\nu B - \sigma\upsilon\nu \Gamma = 4\sigma\upsilon\nu\frac{A}{2}\sigma\upsilon\nu\frac{B}{2}\eta\mu\frac{\Gamma}{2} - 1$$

$$\epsilon\phi A + \epsilon\phi B + \epsilon\phi \Gamma = \epsilon\phi A \epsilon\phi B \epsilon\phi \Gamma$$

$$\eta\mu 2A + \eta\mu 2B + \eta\mu 2\Gamma = 4\eta\mu A \eta\mu B \eta\mu \Gamma$$

$$\eta\mu 2A + \eta\mu 2B - \eta\mu 2\Gamma = 4\sigma\upsilon\nu A \sigma\upsilon\nu B \eta\mu \Gamma$$

$$\sigma\upsilon\nu 2A + \sigma\upsilon\nu 2B + \sigma\upsilon\nu 2\Gamma = -4\sigma\upsilon\nu A \sigma\upsilon\nu B \sigma\upsilon\nu \Gamma - 1$$

$$\sigma\upsilon\nu 2A + \sigma\upsilon\nu 2B - \sigma\upsilon\nu 2\Gamma = -4\eta\mu A \eta\mu B \sigma\upsilon\nu \Gamma + 1$$

$$\epsilon\phi\mu A + \epsilon\phi\mu B + \epsilon\phi\mu \Gamma = \epsilon\phi\mu A \epsilon\phi\mu B \epsilon\phi\mu \Gamma \quad (\mu = \acute{\alpha}\kappa\epsilon\rho\alpha\iota\omicron\varsigma)$$

$$\eta\mu \frac{A}{2} + \eta\mu \frac{B}{2} + \eta\mu \frac{\Gamma}{2} = 4\eta\mu \frac{\pi-A}{4} \eta\mu \frac{\pi-B}{4} \eta\mu \frac{\pi-\Gamma}{4} + 1$$

$$\sigma\upsilon\nu \frac{A}{2} + \sigma\upsilon\nu \frac{B}{2} + \sigma\upsilon\nu \frac{\Gamma}{2} = 4\sigma\upsilon\nu \frac{\pi-A}{4} \sigma\upsilon\nu \frac{\pi-B}{4} \sigma\upsilon\nu \frac{\pi-\Gamma}{4}$$

$$\sigma\phi \frac{A}{2} + \sigma\phi \frac{B}{2} + \sigma\phi \frac{\Gamma}{2} = \sigma\phi \frac{A}{2} \sigma\phi \frac{B}{2} \sigma\phi \frac{\Gamma}{2}$$

$$\eta\mu^2 A + \eta\mu^2 B + \eta\mu^2 \Gamma = 2\sigma\upsilon\nu A \sigma\upsilon\nu B \sigma\upsilon\nu \Gamma + 2$$

$$\eta\mu^2 A + \eta\mu^2 B - \eta\mu^2 \Gamma = 2\eta\mu A \eta\mu B \sigma\upsilon\nu \Gamma$$

$$\sigma\upsilon\nu^2 A + \sigma\upsilon\nu^2 B - \sigma\upsilon\nu^2 \Gamma = -2\eta\mu A \eta\mu B \sigma\upsilon\nu \Gamma + 1$$

$$1 - \sigma\upsilon\nu^2 A - \sigma\upsilon\nu^2 B - \sigma\upsilon\nu^2 \Gamma = 2\sigma\upsilon\nu A \sigma\upsilon\nu B \sigma\upsilon\nu \Gamma$$

Β' Σχέσεις μεταξύ τῶν πλευρῶν του α, β, γ καὶ τῶν γωνιῶν του Α, Β, Γ.

$$I. \begin{cases} A+B+\Gamma=180^\circ \\ \frac{\alpha}{\eta\mu A} = \frac{\beta}{\eta\mu B} = \frac{\gamma}{\eta\mu \Gamma} = 2R \end{cases}$$

$$II. \begin{cases} \alpha^2 = \beta^2 + \gamma^2 - 2\beta\gamma \sigma\upsilon\nu A \\ \beta^2 = \gamma^2 + \alpha^2 - 2\gamma\alpha \sigma\upsilon\nu B \\ \gamma^2 = \alpha^2 + \beta^2 - 2\alpha\beta \sigma\upsilon\nu \Gamma \end{cases} \quad III. \begin{cases} \alpha = \beta \sigma\upsilon\nu \Gamma + \gamma \sigma\upsilon\nu B \\ \beta = \gamma \sigma\upsilon\nu A + \alpha \sigma\upsilon\nu \Gamma \\ \gamma = \alpha \sigma\upsilon\nu B + \beta \sigma\upsilon\nu A \end{cases}$$

$$\alpha^2 = (\beta + \gamma)^2 - 4\beta\gamma \sigma\upsilon\nu^2 \frac{A}{2} = (\beta - \gamma)^2 + 4\beta\gamma \eta\mu^2 \frac{A}{2}$$

$$\frac{\beta + \gamma}{\alpha} = \frac{\sigma\upsilon\nu \frac{B-\Gamma}{2}}{\eta\mu \frac{A}{2}}, \quad \frac{\gamma + \alpha}{\beta} = \frac{\sigma\upsilon\nu \frac{\Gamma-A}{2}}{\eta\mu \frac{B}{2}}, \quad \frac{\alpha + \beta}{\gamma} = \frac{\sigma\upsilon\nu \frac{A-B}{2}}{\eta\mu \frac{\Gamma}{2}}$$

$$\frac{\beta - \gamma}{\alpha} = \frac{\eta\mu \frac{B-\Gamma}{2}}{\sigma\upsilon\nu \frac{A}{2}}, \quad \frac{\gamma - \alpha}{\beta} = \frac{\eta\mu \frac{\Gamma-A}{2}}{\sigma\upsilon\nu \frac{B}{2}}, \quad \frac{\alpha - \beta}{\gamma} = \frac{\eta\mu \frac{A-B}{2}}{\sigma\upsilon\nu \frac{\Gamma}{2}}$$

$$\eta\mu \frac{A}{2} = \sqrt{\frac{(\tau-\beta)(\tau-\gamma)}{\beta\gamma}}, \quad \eta\mu \frac{B}{2} = \sqrt{\frac{(\tau-\gamma)(\tau-\alpha)}{\gamma\alpha}} \text{ κλπ.}$$

$$\sigma\upsilon\nu \frac{A}{2} = \sqrt{\frac{\tau(\tau-\alpha)}{\beta\gamma}}, \quad \sigma\upsilon\nu \frac{B}{2} = \sqrt{\frac{\tau(\tau-\beta)}{\gamma\alpha}}, \quad \sigma\upsilon\nu \frac{\Gamma}{2} = \sqrt{\frac{\tau(\tau-\gamma)}{\alpha\beta}}$$

$$\epsilon\phi \frac{A}{2} = \sqrt{\frac{(\tau-\beta)(\tau-\gamma)}{\tau(\tau-\alpha)}}, \quad \epsilon\phi \frac{B}{2} = \sqrt{\frac{(\tau-\gamma)(\tau-\alpha)}{\tau(\tau-\beta)}}, \text{ κλπ.}$$

$$\epsilon\phi \frac{A-B}{2} = \frac{\alpha-\beta}{\alpha+\beta} \sigma\phi \frac{\Gamma}{2}, \quad \epsilon\phi \frac{B-\Gamma}{2} = \frac{\beta-\gamma}{\beta+\gamma} \sigma\phi \frac{A}{2}, \text{ κλπ.}$$

Γ'. "Υψη u_α, u_β, u_γ.

$$u_\alpha = \frac{2}{\alpha} \sqrt{\tau(\tau-\alpha)(\tau-\beta)(\tau-\gamma)}, \quad u_\alpha = \frac{\beta\gamma}{2R}$$

$$u_\alpha = \beta\eta\mu\Gamma = \gamma\eta\mu B$$

$$u_\alpha = \frac{\alpha\eta\mu B \eta\mu \Gamma}{\eta\mu A}, \quad u_\beta = \frac{\beta\eta\mu \Gamma \eta\mu A}{\eta\mu B}, \quad u_\gamma = \frac{\gamma\eta\mu A \eta\mu B}{\eta\mu \Gamma}$$

$$u_\alpha = \frac{2\tau \eta\mu \frac{B}{2} \eta\mu \frac{\Gamma}{2}}{\sigma\upsilon\nu \frac{A}{2}} = 2R \eta\mu B \eta\mu \Gamma = \frac{\beta\gamma \eta\mu A}{\alpha}$$

$$v_\alpha = \frac{2\rho \operatorname{cun} \frac{B}{2} \operatorname{cun} \frac{\Gamma}{2}}{\eta\mu \frac{A}{2}} = \frac{2\rho_\alpha \eta\mu \frac{B}{2} \eta\mu \frac{\Gamma}{2}}{\eta\mu \frac{A}{2}}$$

$$v_\alpha + v_\beta + v_\gamma = \frac{\beta\gamma + \gamma\alpha + \alpha\beta}{2R}$$

$$(v_\alpha + v_\beta + v_\gamma) \left(\frac{1}{v_\alpha} + \frac{1}{v_\beta} + \frac{1}{v_\gamma} \right) = (\alpha + \beta + \gamma) \left(\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} + \frac{1}{\gamma} \right)$$

Περίμετρος τριγώνου

$$2\tau = \alpha + \beta + \gamma, \quad \tau = \frac{E}{\rho} = \frac{\sqrt{\tau(\tau-\alpha)(\tau-\beta)(\tau-\gamma)}}{\rho}$$

$$\tau = \frac{\alpha \operatorname{cun} \frac{B}{2} \operatorname{cun} \frac{\Gamma}{2}}{\eta\mu \frac{A}{2}} = \frac{\beta \operatorname{cun} \frac{\Gamma}{2} \operatorname{cun} \frac{A}{2}}{\eta\mu \frac{B}{2}}, \quad \text{κλπ.}$$

Ἄκτινες $R, \rho, \rho_\alpha, \rho_\beta, \rho_\gamma$

$$R = \frac{\alpha}{2\eta\mu A} = \frac{\beta}{2\eta\mu B} = \frac{\gamma}{2\eta\mu \Gamma} = \frac{\alpha\beta\gamma}{4E} = \frac{\beta\gamma}{2v_\alpha}$$

$$R = \frac{\tau}{4\operatorname{cun} \frac{A}{2} \operatorname{cun} \frac{B}{2} \operatorname{cun} \frac{\Gamma}{2}} = \frac{\tau - \alpha}{4\eta\mu \frac{B}{2} \eta\mu \frac{\Gamma}{2} \operatorname{cun} \frac{A}{2}}$$

$$\rho = (\tau - \alpha)\epsilon\phi \frac{A}{2} = (\tau - \beta)\epsilon\phi \frac{B}{2} = (\tau - \gamma)\epsilon\phi \frac{\Gamma}{2}$$

$$\rho = \sqrt{\frac{(\tau - \alpha)(\tau - \beta)(\tau - \gamma)}{\tau}} = \frac{E}{\tau} = 4R \eta\mu \frac{A}{2} \eta\mu \frac{B}{2} \eta\mu \frac{\Gamma}{2}$$

$$\rho = \alpha \frac{\eta\mu \frac{B}{2} \eta\mu \frac{\Gamma}{2}}{\operatorname{cun} \frac{A}{2}} = \beta \frac{\eta\mu \frac{\Gamma}{2} \eta\mu \frac{A}{2}}{\operatorname{cun} \frac{B}{2}} = \gamma \frac{\eta\mu \frac{A}{2} \eta\mu \frac{B}{2}}{\operatorname{cun} \frac{\Gamma}{2}}$$

$$\rho = \frac{v_\alpha \eta\mu \frac{A}{2}}{2\operatorname{cun} \frac{B}{2} \operatorname{cun} \frac{\Gamma}{2}} = \tau \epsilon\phi \frac{A}{2} \epsilon\phi \frac{B}{2} \epsilon\phi \frac{\Gamma}{2}$$

$$\rho_\alpha = \tau \epsilon\phi \frac{A}{2} = (\tau - \beta)\sigma\phi \frac{\Gamma}{2} = (\tau - \gamma)\sigma\phi \frac{B}{2} = \frac{E}{\tau - \alpha}$$

$$\rho_\beta = (\tau - \alpha)\sigma\phi \frac{\Gamma}{2} = \tau \epsilon\phi \frac{B}{2} = (\tau - \gamma)\sigma\phi \frac{A}{2} = \frac{E}{\tau - \gamma}$$

$$\rho_\gamma = (\tau - \alpha)\sigma\phi \frac{B}{2} = (\tau - \beta)\sigma\phi \frac{A}{2} = \tau \epsilon\phi \frac{\Gamma}{2} = \frac{E}{\tau - \gamma}$$

$$\rho_\alpha = \frac{\alpha \operatorname{cun} \frac{B}{2} \operatorname{cun} \frac{\Gamma}{2}}{\operatorname{cun} \frac{A}{2}}, \quad \rho_\beta = \frac{\beta \operatorname{cun} \frac{\Gamma}{2} \operatorname{cun} \frac{A}{2}}{\operatorname{cun} \frac{B}{2}},$$

$$\rho_\alpha = \rho \sigma \phi \frac{B}{2} \sigma \phi \frac{\Gamma}{2} = \frac{\alpha}{\varepsilon \phi \frac{B}{2} + \varepsilon \phi \frac{\Gamma}{2}}$$

$$\rho_\alpha = 4R \eta \mu \frac{A}{2} \sigma \nu \nu \frac{B}{2} \sigma \nu \nu \frac{\Gamma}{2} = \frac{\upsilon_\alpha \eta \mu \frac{A}{2}}{2 \eta \mu \frac{B}{2} \eta \mu \frac{\Gamma}{2}}$$

$$R\rho = \frac{\alpha\beta\gamma}{4\tau}, \quad R\rho_\alpha = \frac{\alpha\beta\gamma}{4(\tau-\alpha)}, \quad \rho\rho_\alpha = (\tau-\beta)(\tau-\gamma)$$

$$\frac{\rho_\alpha}{\rho} = \frac{\tau}{\tau-\alpha}, \quad \frac{R}{\rho} = \frac{1}{4} \left(\frac{\rho_\alpha}{\rho} - 1 \right) \left(\frac{\rho_\beta}{\rho} - 1 \right) \left(\frac{\rho_\gamma}{\rho} - 1 \right)$$

$$\rho_\beta \rho_\gamma + \rho_\gamma \rho_\alpha + \rho_\alpha \rho_\beta = \tau^2, \quad \rho_\alpha \rho_\beta - \rho \rho_\gamma = \frac{\alpha^2 + \beta^2 - \gamma^2}{2}$$

$$\frac{1}{\rho} = \frac{1}{\upsilon_\alpha} + \frac{1}{\upsilon_\beta} + \frac{1}{\upsilon_\gamma}, \quad \frac{1}{\rho_\alpha} = \frac{1}{\upsilon_\beta} + \frac{1}{\upsilon_\gamma} - \frac{1}{\upsilon_\alpha}$$

$$\frac{1}{\rho} - \frac{1}{\rho_\alpha} = \frac{2}{\upsilon_\alpha}, \quad \frac{1}{\rho^2} + \frac{1}{\rho_\alpha^2} + \frac{1}{\rho_\beta^2} + \frac{1}{\rho_\gamma^2} = \frac{\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2}{E^2}$$

$$\rho_\alpha + \rho_\beta + \rho_\gamma = 4R + \rho = 3R + R(\sigma \nu \nu A + \sigma \nu \nu B + \sigma \nu \nu \Gamma)$$

$$\rho_\alpha + \rho = 4R \eta \mu \frac{A}{2} \sigma \nu \nu \frac{B-\Gamma}{2}, \quad \rho_\alpha - \rho = 4R \eta \mu^2 \frac{A}{2}$$

$$\rho_\alpha + \rho_\beta = 4R \sigma \nu \nu^2 \frac{\Gamma}{2}, \quad \rho_\alpha - \rho_\beta = 4R \sigma \nu \nu \frac{\Gamma}{2} \eta \mu \frac{A-B}{2}$$

$$\rho_\alpha \rho_\beta \rho_\gamma = \alpha \beta \gamma \sigma \nu \nu \frac{A}{2} \sigma \nu \nu \frac{B}{2} \sigma \nu \nu \frac{\Gamma}{2}$$

Ἐμβαδὸν E.

$$2E = \alpha \upsilon_\alpha = \beta \upsilon_\beta = \gamma \upsilon_\gamma.$$

$$E = \rho \tau = (\tau - \alpha) \rho_\alpha = (\tau - \beta) \rho_\beta = (\tau - \gamma) \rho_\gamma = R \upsilon_\alpha \eta \mu A$$

$$E = \frac{\rho_\alpha \rho_\beta \rho_\gamma}{\tau} = \alpha \frac{\rho \rho_\alpha}{\rho_\alpha - \rho} = \frac{(\alpha + \beta) \rho \rho_\gamma}{\rho + \rho_\gamma} = \alpha \frac{\rho_\beta \rho_\gamma}{\rho_\beta + \rho_\gamma}$$

$$E = \frac{(\alpha - \beta) \rho_\alpha \rho_\beta}{\rho_\alpha - \rho_\beta} = \frac{\rho \rho_\alpha (\rho_\beta + \rho_\gamma)}{\alpha} = \rho \rho_\alpha \sqrt{\frac{4R - (\rho_\alpha - \rho)}{\rho_\alpha - \rho}}$$

$$E = \sqrt{\tau(\tau - \alpha)(\tau - \beta)(\tau - \gamma)} = \sqrt{\rho \rho_\alpha \rho_\beta \rho_\gamma} = \frac{\alpha \beta \gamma}{4R}$$

$$E = \frac{1}{2} \alpha \beta \eta \mu \Gamma = \frac{\alpha^2 \eta \mu B \eta \mu \Gamma}{2 \eta \mu A} = 2R^2 \eta \mu A \eta \mu B \eta \mu \Gamma$$

$$E = \tau^2 \varepsilon \phi \frac{A}{2} \varepsilon \phi \frac{B}{2} \varepsilon \phi \frac{\Gamma}{2} = \rho^2 \sigma \phi \frac{A}{2} \sigma \phi \frac{B}{2} \sigma \phi \frac{\Gamma}{2} = \\ = \rho_\alpha^2 \sigma \phi \frac{A}{2} \varepsilon \phi \frac{B}{2} \varepsilon \phi \frac{\Gamma}{2}$$

$$E = \rho \rho_\alpha \sigma \phi \frac{A}{2} = \rho_\beta \rho_\gamma \varepsilon \phi \frac{A}{2} = R \alpha \eta \mu B \eta \mu \Gamma$$

Διότητες

$$\begin{aligned} \mu_\alpha &= \frac{1}{2} \sqrt{2(\beta^2 + \gamma^2) - \alpha^2}, & \mu_\alpha^2 + \mu_\beta^2 + \mu_\gamma^2 &= \frac{3}{4}(\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2) \\ 4\mu_\alpha^2 &= 2\beta^2 + 2\gamma^2 - \alpha^2, & 4\mu_\beta^2 &= 2\gamma^2 + 2\alpha^2 - \beta^2, \text{ κλπ.} \\ 4\mu_\alpha^2 &= \beta^2 + \gamma^2 + 2\beta\gamma \text{ συν}A, & 4\mu_\beta^2 &= \gamma^2 + \alpha^2 + 2\gamma\alpha \text{ συν}B, \text{ κλπ.} \\ \mu_\alpha^2 &= \gamma^2 + \frac{\alpha^2}{4} - \alpha\gamma \text{ συν}B = \beta^2 + \frac{\alpha^2}{4} - \alpha\beta \text{ συν}\Gamma \\ 4\mu_\alpha^2 &= \alpha^2 \frac{2\eta\mu^2 B + 2\eta\mu^2 \Gamma - \eta\mu^2 A}{\eta\mu^2 A} \\ 4\mu_\beta^2 &= \alpha^2 \frac{2\eta\mu^2 \Gamma + 2\eta\mu^2 A - \eta\mu^2 B}{\eta\mu^2 A} \\ 4\mu_\gamma^2 &= \alpha^2 \frac{2\eta\mu^2 A + 2\eta\mu^2 B - \eta\mu^2 \Gamma}{\eta\mu^2 A} \end{aligned}$$

Ἐάν ω εἶναι ἡ γωνία, τὴν ὁποίαν σχηματίζει ἡ διὰ-
μεσος μ_α μετὰ τὴν πλευρὰν $B\Gamma$, θὰ εἶναι

$$2\sigma\phi\omega = \sigma\phi B - \sigma\phi \Gamma \quad (\Gamma > B)$$

$$\eta\mu(\Gamma - B) = \frac{\sigma_\alpha \sigma\phi\omega}{R}, \quad \epsilon\phi A = \frac{4\alpha\mu_\alpha \eta\mu\omega}{4\mu_\alpha^2 - \alpha^2} = \frac{4\alpha\sigma_\alpha}{4\mu_\alpha^2 - \alpha^2}$$

Διχοτόμοι γωνιών

$$\begin{aligned} \delta_\alpha &= \frac{2}{\beta + \gamma} \sqrt{\beta\gamma(\tau - \alpha)}, & \delta_\alpha &= \frac{2\beta\gamma}{\beta + \gamma} \text{ συν} \frac{A}{2} \\ \delta_\alpha &= \frac{2R\eta\mu B \eta\mu \Gamma}{\text{συν} \frac{B - \Gamma}{2}} = \frac{\alpha\eta\mu B \eta\mu \Gamma}{\eta\mu \frac{A}{2} (\eta\mu B + \eta\mu \Gamma)} = \frac{\alpha\eta\mu B \eta\mu \Gamma}{\eta\mu (B + \Gamma) \text{συν} \frac{B - \Gamma}{2}} \\ \Delta_\alpha &= \frac{2\beta\gamma}{\beta - \gamma} \eta\mu \frac{A}{2}, & \Delta_\alpha &= \frac{\alpha\eta\mu B \eta\mu \Gamma}{\eta\mu A \eta\mu \frac{B - \Gamma}{2}} = \frac{2R \eta\mu B \eta\mu \Gamma}{\eta\mu \frac{B - \Gamma}{2}} \\ \Delta_\beta &= \frac{\beta\eta\mu \Gamma \eta\mu A}{\eta\mu B \eta\mu \frac{A - \Gamma}{2}} = \frac{\alpha\eta\mu \Gamma}{\eta\mu \frac{A - \Gamma}{2}}, & \Delta_\gamma &= \frac{\alpha\eta\mu B}{\eta\mu \frac{A - B}{2}} \\ \Delta_\alpha &= \frac{2}{|\beta - \gamma|} \sqrt{\beta\gamma(\tau - \beta)(\tau - \gamma)}, & \frac{\delta_\alpha}{\Delta_\alpha} &= \epsilon\phi \frac{B - \Gamma}{2} \end{aligned}$$

Διάφοροι ἄλλοι χρήσιμοι σχέσεις

$$\alpha = 2R\eta\mu A = \sqrt{\frac{2E \eta\mu A}{\eta\mu B \eta\mu \Gamma}}$$

$$\alpha = \frac{\tau \eta\mu \frac{A}{2}}{\text{συν} \frac{B}{2} \text{συν} \frac{\Gamma}{2}} = \frac{\rho \text{συν} \frac{A}{2}}{\eta\mu \frac{B}{2} \eta\mu \frac{\Gamma}{2}} = \frac{\rho_\alpha \text{συν} \frac{A}{2}}{\text{συν} \frac{B}{2} \text{συν} \frac{\Gamma}{2}}$$

$$\frac{\eta\mu(A - B)}{\eta\mu(A + B)} = \frac{\alpha^2 - \beta^2}{\gamma^2}, \quad \frac{\epsilon\phi A}{\epsilon\phi B} = \frac{\gamma^2 + \alpha^2 - \beta^2}{\beta^2 + \gamma^2 - \alpha^2}$$

$$\begin{aligned} \eta\mu A + \eta\mu B + \eta\mu \Gamma &= \frac{\tau}{R} \\ \text{συν}A + \text{συν}B + \text{συν}\Gamma &= 1 + \frac{\rho}{R} \end{aligned}$$

$$\varepsilon\phi \frac{A}{2} + \varepsilon\phi \frac{B}{2} + \varepsilon\phi \frac{\Gamma}{2} = \frac{4R + \rho}{\tau}$$

$$\sigma\phi \frac{A}{2} + \sigma\phi \frac{B}{2} + \sigma\phi \frac{\Gamma}{2} = \frac{\tau}{\rho}$$

$$\eta\mu A \eta\mu B \eta\mu \Gamma = \frac{\rho\tau}{2R^2} = \frac{E}{2R^2}$$

$$\sigma\upsilon\nu A \sigma\upsilon\nu B \sigma\upsilon\nu \Gamma = \frac{\tau^2 - (2R + \rho)^2}{4R^2}$$

$$\eta\mu \frac{A}{2} \eta\mu \frac{B}{2} \eta\mu \frac{\Gamma}{2} = \frac{\rho}{4R}$$

$$\varepsilon\phi \frac{A}{2} \varepsilon\phi \frac{B}{2} \varepsilon\phi \frac{\Gamma}{2} = \frac{\rho}{\tau}$$

$$\alpha\sigma\upsilon\nu A + \beta\sigma\upsilon\nu B + \gamma\sigma\upsilon\nu \Gamma = \frac{2\tau\rho}{R} = \frac{2E}{R} = 4R\eta\mu A \eta\mu B \eta\mu \Gamma$$

$$\alpha\sigma\phi A + \beta\sigma\phi B + \gamma\sigma\phi \Gamma = 2(R + \rho)$$

$$\alpha\eta\mu(B - \Gamma) + \beta\eta\mu(\Gamma - A) + \gamma\eta\mu(A - B) = 0$$

$$\alpha\sigma\upsilon\nu(B - \Gamma) + \beta\sigma\upsilon\nu(\Gamma - A) + \gamma\sigma\upsilon\nu(A - B) = \frac{4E}{R}$$

Α'. Επίλυσις ὀρθογωνίων τριγώνων

Τύποι: $\beta = \alpha\eta\mu B = \alpha\sigma\upsilon\nu \Gamma$, $\beta = \gamma\varepsilon\phi B = \gamma\sigma\phi \Gamma$

Περί- πτω- σις	Δο- θέν- τα	Τύποι δίδοντες τὰ ζητούμενα
I	α B	$\Gamma = 90^\circ - B$, $\beta = \alpha\eta\mu B$, $\gamma = \alpha\sigma\upsilon\nu B$ $E = \frac{\alpha^2 \eta\mu 2B}{4}$
II	β B	$\Gamma = 90^\circ - B$, $\alpha = \frac{\beta}{\eta\mu B}$, $\gamma = \beta\sigma\phi B$, $E = \frac{\beta^2 \sigma\phi B}{2}$
III	α β	$\eta\mu B = \sigma\upsilon\nu \Gamma = \frac{\beta}{\alpha}$, $\gamma = \alpha\eta\mu \Gamma$ $\eta \varepsilon\phi \frac{\Gamma}{2} = \sqrt{\frac{\alpha - \beta}{\alpha + \beta}}$, $\gamma = \sqrt{(\alpha - \beta)(\alpha + \beta)}$, $E = \frac{\beta}{2} \sqrt{(\alpha + \beta)(\alpha - \beta)}$
IV	β γ	$\varepsilon\phi B = \sigma\phi \Gamma = \frac{\beta}{\gamma}$, $\alpha = \frac{\beta}{\eta\mu B}$, $E = \frac{\beta\gamma}{2}$

Β'. Επίλυσις οίωδῆποτε τριγώνων

Περί- πτω- σις	Δο- θέν- τα	Τύποι δίδοντες τὰ ζητούμενα
I	α B Γ	$A = 180^\circ - (B + \Gamma)$, $\beta = \frac{\alpha\eta\mu B}{\eta\mu A}$, $\gamma = \frac{\alpha\eta\mu \Gamma}{\eta\mu A}$ $E = \frac{\beta\gamma \eta\mu A}{2} = \frac{\alpha^2 \eta\mu B \eta\mu \Gamma}{2\eta\mu A}$

Περιπτώσεις	Δοθέντα	Τύποι δίδοντες τὰ ζητούμενα
II	α β Γ	$A+B=180^\circ-\Gamma, \quad \epsilon\phi\frac{A-B}{2} = \frac{\alpha-\beta}{\alpha+\beta}\sigma\phi\frac{\Gamma}{2}$ $\gamma = \frac{\alpha\eta\mu\Gamma}{\eta\mu A} = \frac{(\alpha-\beta)\eta\mu\frac{A+B}{2}}{\eta\mu\frac{A-B}{2}} = \frac{(\alpha+\beta)\sigma\upsilon\nu\frac{A+B}{2}}{\sigma\upsilon\nu\frac{A-B}{2}}$ $E = \frac{1}{2}\alpha\beta\eta\mu\Gamma$
III	α β A	$\eta\mu B = \frac{\beta\eta\mu A}{\alpha}, \quad \Gamma = 180^\circ - (A+B)$ $\gamma = \frac{\alpha\eta\mu\Gamma}{\eta\mu A}, \quad E = \frac{1}{2}\alpha\beta\eta\mu\Gamma$ <div style="display: flex; align-items: center;"> <div style="writing-mode: vertical-rl; transform: rotate(180deg); font-size: small; margin-right: 5px;">Διερεύνησις</div> <div style="font-size: 2em; margin-right: 10px;">{</div> <div style="font-size: 2em; margin-right: 10px;">α < βημ A</div> <div style="font-size: 2em; margin-right: 10px;">α > βημ A</div> <div style="margin-left: 10px;"> $A < 90^\circ \left\{ \begin{array}{l} \alpha < \beta \dots\dots\dots 0 \text{ λύσ.} \\ \alpha > \beta \dots\dots\dots 2 \text{ λύσ.} \end{array} \right.$ $A > 90^\circ \left\{ \begin{array}{l} \alpha > \beta \dots\dots\dots 1 \text{ λύσ.} \\ \alpha < \beta \dots\dots\dots 0 \text{ λύσ.} \end{array} \right.$ </div> </div>
IV	α β γ	$2\tau = \alpha + \beta + \gamma, \quad \rho = \frac{E}{\tau} = \sqrt{\frac{(\tau-\alpha)(\tau-\beta)(\tau-\gamma)}{\tau}}$ $\epsilon\phi\frac{A}{2} = \frac{\rho}{\tau-\alpha}, \quad \epsilon\phi\frac{B}{2} = \frac{\rho}{\tau-\beta}, \quad \epsilon\phi\frac{\Gamma}{2} = \frac{\rho}{\tau-\gamma}$ $\eta\epsilon\phi\frac{A}{2} = \sqrt{\frac{(\tau-\beta)(\tau-\gamma)}{\tau(\tau-\alpha)}}$ $\epsilon\phi\frac{B}{2} = \sqrt{\frac{(\tau-\alpha)(\tau-\gamma)}{\tau(\tau-\beta)}}$ $\epsilon\phi\frac{\Gamma}{2} = \sqrt{\frac{(\tau-\alpha)(\tau-\beta)}{\tau(\tau-\gamma)}}$

Ἐγγεγραμμένον τετράπλευρον

Ἐάν $AB=\alpha, B\Gamma=\beta, \Gamma\Delta=\gamma, \Delta A=\delta, B\Delta=x, A\Gamma=y$
 καὶ ω =γωνία διαγωνίων, θὰ εἶναι

$$\epsilon\phi\frac{A}{2} = \sqrt{\frac{(\tau-\alpha)(\tau-\delta)}{(\tau-\beta)(\tau-\gamma)}}, \quad \epsilon\phi\frac{B}{2} = \sqrt{\frac{(\tau-\alpha)(\tau-\beta)}{(\tau-\gamma)(\tau-\delta)}}$$

$$x^2 = \frac{(\alpha\beta+\gamma\delta)(\alpha\gamma+\beta\delta)}{\alpha\delta+\beta\gamma}, \quad y^2 = \frac{(\alpha\gamma+\beta\delta)(\alpha\delta+\beta\gamma)}{\alpha\beta+\gamma\delta}$$

$$xy = \alpha\gamma + \beta\delta, \quad \frac{x}{y} = \frac{\alpha\beta + \gamma\delta}{\alpha\delta + \beta\gamma}, \quad \eta\mu\omega = \frac{2E}{\alpha\gamma + \beta\delta}$$

$$E = \sqrt{(\tau-\alpha)(\tau-\beta)(\tau-\gamma)(\tau-\delta)},$$

$$R = \frac{\sqrt{(\alpha\beta+\gamma\delta)(\alpha\gamma+\beta\delta)(\alpha\delta+\beta\gamma)}}{4E}$$

ΣΦΑΙΡΙΚΗ ΤΡΙΓΩΝΟΜΕΤΡΙΑ

Ἐάν παραστήσωμεν μέ α, β, γ τὰς πλευράς· τόξα ἐνὸς σφαιρικοῦ τριγώνου $ΑΒΓ$, μέ $A, B, Γ$ τὰς γωνίας του, μέ $2\tau = \alpha + \beta + \gamma$ τὴν περίμετρόν του, μέ $2E = A + B + \Gamma - \pi$ τὴν σφαιρικὴν ὑπεροχὴν, μέ R καὶ ρ τὰς σφαιρικὰς ἀκτῖνας τοῦ περιγεγραμμένου καὶ τοῦ ἐγγεγραμμένου κύκλου, θά ἔχωμεν τοὺς κάτωθι τύπους:

Θεμελιώδεις τύποι

$$\text{συν}\alpha = \text{συν}\beta \text{ συν}\gamma + \eta\mu\beta \eta\mu\gamma \text{ συν}A$$

$$\text{συν}\beta = \text{συν}\gamma \text{ συν}\alpha + \eta\mu\gamma \eta\mu\alpha \text{ συν}B$$

$$\text{συν}\gamma = \text{συν}\alpha \text{ συν}\beta + \eta\mu\alpha \eta\mu\beta \text{ συν}\Gamma$$

$$\text{συν}A = -\text{συν}B \text{ συν}\Gamma + \eta\mu B \eta\mu\Gamma \text{ συν}\alpha$$

$$\text{συν}B = -\text{συν}\Gamma \text{ συν}A + \eta\mu\Gamma \eta\mu A \text{ συν}\beta$$

$$\text{συν}\Gamma = -\text{συν}A \text{ συν}B + \eta\mu A \eta\mu B \text{ συν}\gamma$$

Σχέσεις τῶν ἡμιτόνων κλπ.

$$\frac{\eta\mu A}{\eta\mu\alpha} = \frac{\eta\mu B}{\eta\mu\beta} = \frac{\eta\mu\Gamma}{\eta\mu\gamma}$$

$$\eta\mu \frac{A}{2} = \sqrt{\frac{\eta\mu(\tau - \beta)\eta\mu(\tau - \gamma)}{\eta\mu\beta \eta\mu\gamma}} \quad \text{συν} \frac{A}{2} = \sqrt{\frac{\eta\mu\tau \eta\mu(\tau - \alpha)}{\eta\mu\beta \eta\mu\gamma}}$$

$$\eta\mu \frac{B}{2} = \sqrt{\frac{\eta\mu(\tau - \gamma)\eta\mu(\tau - \alpha)}{\eta\mu\gamma \eta\mu\alpha}} \quad \text{συν} \frac{B}{2} = \sqrt{\frac{\eta\mu\tau \eta\mu(\tau - \beta)}{\eta\mu\gamma \eta\mu\alpha}}$$

$$\eta\mu \frac{\Gamma}{2} = \sqrt{\frac{\eta\mu(\tau - \alpha)\eta\mu(\tau - \beta)}{\eta\mu\alpha \eta\mu\beta}} \quad \text{συν} \frac{\Gamma}{2} = \sqrt{\frac{\eta\mu\tau \eta\mu(\tau - \gamma)}{\eta\mu\alpha \eta\mu\beta}}$$

$$\epsilon\phi \frac{A}{2} = \sqrt{\frac{\eta\mu(\tau - \beta)\eta\mu(\tau - \gamma)}{\eta\mu\tau \eta\mu(\tau - \alpha)}}$$

$$\epsilon\phi \frac{B}{2} = \sqrt{\frac{\eta\mu(\tau - \gamma)\eta\mu(\tau - \alpha)}{\eta\mu\tau \eta\mu(\tau - \beta)}}$$

$$\epsilon\phi \frac{\Gamma}{2} = \sqrt{\frac{\eta\mu(\tau - \alpha)\eta\mu(\tau - \beta)}{\eta\mu\tau \eta\mu(\tau - \gamma)}}$$

$$\eta\mu \frac{\alpha}{2} = \sqrt{\frac{\eta\mu E \eta\mu(A - E)}{\eta\mu B \eta\mu\Gamma}}$$

$$\eta\mu \frac{\beta}{2} = \sqrt{\frac{\eta\mu E \eta\mu(B - E)}{\eta\mu\Gamma \eta\mu A}}$$

$$\eta\mu \frac{\gamma}{2} = \sqrt{\frac{\eta\mu E \eta\mu(\Gamma - E)}{\eta\mu A \eta\mu B}}$$

$$\text{συν} \frac{\alpha}{2} = \sqrt{\frac{\eta\mu(B - E)\eta\mu(\Gamma - E)}{\eta\mu B \eta\mu\Gamma}}$$

$$\text{συν} \frac{\beta}{2} = \sqrt{\frac{\eta\mu(\Gamma - E)\eta\mu(A - E)}{\eta\mu\Gamma \eta\mu A}}$$

$$\text{συν} \frac{\gamma}{2} = \sqrt{\frac{\eta\mu(A - E)\eta\mu(B - E)}{\eta\mu A \eta\mu B}}$$

$$\epsilon\phi \frac{\alpha}{2} = \sqrt{\frac{\eta\mu E \eta\mu(A - E)}{\eta\mu(B - E)\eta\mu(\Gamma - E)}}$$

$$\epsilon\phi \frac{\beta}{2} = \sqrt{\frac{\eta\mu E \eta\mu(B - E)}{\eta\mu(\Gamma - E)\eta\mu(A - E)}}$$

$$\epsilon\phi \frac{\gamma}{2} = \sqrt{\frac{\eta\mu\epsilon \eta\mu(\Gamma - \epsilon)}{\eta\mu(A - \epsilon)\eta\mu(B - \epsilon)}}$$

Τύποι τών τεσσάρων διαδοχικῶν στοιχείων

$$\begin{aligned} \sigma\phi\alpha \eta\mu\beta &= \sigma\mu\beta \sigma\mu\Gamma + \eta\mu\Gamma \sigma\phi\alpha \\ \sigma\phi\alpha \eta\mu\gamma &= \sigma\mu\gamma \sigma\mu\beta + \eta\mu\beta \sigma\phi\alpha \\ \sigma\phi\beta \eta\mu\gamma &= \sigma\mu\gamma \sigma\mu\alpha + \eta\mu\alpha \sigma\phi\beta \\ \sigma\phi\beta \eta\mu\alpha &= \sigma\mu\alpha \sigma\mu\Gamma + \eta\mu\Gamma \sigma\phi\beta \\ \sigma\phi\gamma \eta\mu\alpha &= \sigma\mu\alpha \sigma\mu\beta + \eta\mu\beta \sigma\phi\gamma \\ \sigma\phi\gamma \eta\mu\beta &= \sigma\mu\beta \sigma\mu\alpha + \eta\mu\alpha \sigma\phi\gamma \end{aligned}$$

Τύπος τῶν πέντε στοιχείων

$$\eta\mu\alpha \sigma\mu\beta = \sigma\mu\beta \eta\mu\gamma - \eta\mu\beta \sigma\mu\alpha$$

Τύποι τοῦ Delambre

$$\begin{aligned} \frac{\eta\mu \frac{A+B}{2}}{\sigma\mu\frac{\Gamma}{2}} &= \frac{\sigma\mu\frac{\alpha-\beta}{2}}{\sigma\mu\frac{\gamma}{2}} & \frac{\sigma\mu \frac{A+B}{2}}{\eta\mu \frac{\Gamma}{2}} &= \frac{\sigma\mu \frac{\alpha+\beta}{2}}{\sigma\mu \frac{\gamma}{2}} \\ \frac{\eta\mu \frac{A-B}{2}}{\sigma\mu\frac{\Gamma}{2}} &= \frac{\eta\mu \frac{\alpha-\beta}{2}}{\eta\mu \frac{\gamma}{2}} & \frac{\sigma\mu \frac{A-B}{2}}{\eta\mu \frac{\Gamma}{2}} &= \frac{\eta\mu \frac{\alpha+\beta}{2}}{\eta\mu \frac{\gamma}{2}} \end{aligned}$$

Ἀναλογίαι τοῦ Néper

$$\begin{aligned} \frac{\epsilon\phi \frac{A+B}{2}}{\sigma\phi \frac{\Gamma}{2}} &= \frac{\sigma\mu \frac{\alpha-\beta}{2}}{\sigma\mu \frac{\alpha+\beta}{2}} & \frac{\epsilon\phi \frac{\alpha+\beta}{2}}{\epsilon\phi \frac{\gamma}{2}} &= \frac{\sigma\mu \frac{A-B}{2}}{\sigma\mu \frac{A+B}{2}} \\ \frac{\epsilon\phi \frac{A-B}{2}}{\sigma\phi \frac{\Gamma}{2}} &= \frac{\eta\mu \frac{\alpha-\beta}{2}}{\eta\mu \frac{\alpha+\beta}{2}} & \frac{\epsilon\phi \frac{\alpha-\beta}{2}}{\epsilon\phi \frac{\gamma}{2}} &= \frac{\eta\mu \frac{A-B}{2}}{\eta\mu \frac{A+B}{2}} \end{aligned}$$

Ἐπίλυσις σφαιρικῶν τριγῶνων

A'. Τρίγωνα ὀρθογώνια (A=90°)

	Δοθέντα	Τύποι δίδοντες τὰ ζητούμενα
I	β γ	$\sigma\mu\alpha = \sigma\mu\beta \sigma\mu\gamma$, $\epsilon\phi\beta = \frac{\epsilon\phi\beta}{\eta\mu\gamma}$, $\epsilon\phi\Gamma = \frac{\epsilon\phi\gamma}{\eta\mu\beta}$
II	α β	$\sigma\mu\gamma = \frac{\sigma\mu\alpha}{\sigma\mu\beta}$, $\eta\mu\beta = \frac{\eta\mu\beta}{\eta\mu\alpha}$, $\sigma\mu\Gamma = \frac{\epsilon\phi\beta}{\epsilon\phi\alpha}$
III	β B	$\eta\mu\alpha = \frac{\eta\mu\beta}{\eta\mu B}$, $\eta\mu\gamma = \frac{\epsilon\phi\beta}{\epsilon\phi B}$, $\eta\mu\Gamma = \frac{\sigma\mu B}{\sigma\mu\beta}$

	Δο- θέν- τα	Τύποι δίδοντες τὰ ζητούμενα
IV	β Γ	$\epsilon\phi\alpha = \frac{\epsilon\phi\beta}{\sigma\upsilon\nu\Gamma}$, $\epsilon\phi\gamma = \eta\mu\beta \epsilon\phi\Gamma$, $\sigma\upsilon\nu B = \sigma\upsilon\nu B \eta\mu\Gamma$
V	α B	$\eta\mu\beta = \eta\mu\alpha \eta\mu B$, $\epsilon\phi\gamma = \epsilon\phi\alpha \sigma\upsilon\nu B$, $\epsilon\phi\Gamma = \frac{1}{\sigma\upsilon\nu\alpha \epsilon\phi B}$
VI	B Γ	$\sigma\upsilon\nu\alpha = \sigma\phi B \sigma\phi\Gamma$, $\sigma\upsilon\nu\beta = \frac{\sigma\upsilon\nu B}{\eta\mu\Gamma}$, $\sigma\upsilon\nu\gamma = \frac{\sigma\upsilon\nu\Gamma}{\eta\mu B}$

B'. Τρίγωνα τυχόντα

I	α β γ	Θέτομεν $\epsilon\phi\rho = \sqrt{\frac{\eta\mu(\tau-\alpha)\eta\mu(\tau-\beta)\eta\mu(\tau-\gamma)}{\eta\mu\tau}}$ $\epsilon\phi\frac{A}{2} = \frac{\epsilon\phi\rho}{\eta\mu(\tau-\alpha)}$, $\epsilon\phi\frac{B}{2} = \frac{\epsilon\phi\rho}{\eta\mu(\tau-\beta)}$, $\epsilon\phi\frac{\Gamma}{2} = \frac{\epsilon\phi\rho}{\eta\mu(\tau-\gamma)}$
II	A B Γ	Θέτομεν $\epsilon\phi R = \sqrt{\frac{\eta\mu E}{\eta\mu(A-E)\eta\mu(B-E)\eta\mu(\Gamma-E)}}$ $\epsilon\phi\frac{\alpha}{2} = \epsilon\phi R \eta\mu(A-E)$, $\epsilon\phi\frac{\beta}{2} = \epsilon\phi R \eta\mu(B-E)$ $\epsilon\phi\frac{\gamma}{2} = \epsilon\phi R \eta\mu(\Gamma-E)$
III	α β Γ	Υπολογίζομεν τὰ A και B από τούς τύπους $\epsilon\phi\frac{A+B}{2} = \frac{\sigma\upsilon\nu\frac{\alpha-\beta}{2} \cdot \sigma\phi\frac{\Gamma}{2}}{\sigma\upsilon\nu\frac{\alpha+\beta}{2}}$ $\epsilon\phi\frac{A-B}{2} = \frac{\eta\mu\frac{\alpha-\beta}{2} \cdot \sigma\phi\frac{\Gamma}{2}}{\eta\mu\frac{\alpha+\beta}{2}}$ και έπειτα τὸ γ από τὸν τύπον $\eta\mu\frac{\gamma}{2} = \frac{\eta\mu\frac{\alpha-\beta}{2} \cdot \sigma\upsilon\nu\frac{\Gamma}{2}}{\eta\mu\frac{A-B}{2}}$
IV	A B γ	Υπολογίζομεν τὰ α και β από τούς τύπους $\epsilon\phi\frac{\alpha+\beta}{2} = \frac{\sigma\upsilon\nu\frac{A-B}{2} \cdot \epsilon\phi\frac{\gamma}{2}}{\sigma\upsilon\nu\frac{A+B}{2}}$ $\epsilon\phi\frac{\alpha-\beta}{2} = \frac{\eta\mu\frac{A-B}{2} \cdot \epsilon\phi\frac{\gamma}{2}}{\eta\mu\frac{A+B}{2}}$

	Δο- θέν- τα	Τύποι, δίδοντες τὰ ζητούμενα
		καὶ ἔπειτα τὸ Γ ἀπὸ τὸν τύπον $\eta\mu \frac{\Gamma}{2} = \frac{\text{συν} \frac{A-B}{2} \cdot \eta\mu \frac{\gamma}{2}}{\eta\mu \frac{\alpha+\beta}{2}}$
V	α β A	$\eta\mu B = \frac{\eta\mu\beta \eta\mu A}{\eta\mu\alpha}, \quad \epsilon\phi \frac{\gamma}{2} = \frac{\epsilon\phi \frac{\alpha-\beta}{2} \cdot \eta\mu \frac{A+B}{2}}{\eta\mu \frac{A-B}{2}}$ $\sigma\phi \frac{\Gamma}{2} = \frac{\epsilon\phi \frac{A-B}{2} \cdot \eta\mu \frac{\alpha+\beta}{2}}{\eta\mu \frac{\alpha-\beta}{2}}$
VI	A B α	$\eta\mu\beta = \frac{\eta\mu\alpha \eta\mu B}{\eta\mu A}, \quad \epsilon\phi \frac{\gamma}{2} = \frac{\epsilon\phi \frac{\alpha-\beta}{2} \cdot \eta\mu \frac{A+B}{2}}{\eta\mu \frac{A-B}{2}}$ $\sigma\phi \frac{\Gamma}{2} = \frac{\epsilon\phi \frac{A-B}{2} \cdot \eta\mu \frac{\alpha+\beta}{2}}{\eta\mu \frac{\alpha-\beta}{2}}$

ΜΗΧΑΝΙΚΗ

Μονάδες C.G.S. Εἰς τὸ σύστημα C.G.S. μονάδες εἶναι: Τὸ **μῆκος** εἰς ἑκατοστόμετρα (cm), ἡ **μᾶζα** εἰς γραμμάρια (gr) καὶ ὁ **χρόνος** εἰς δευτερόλεπτα (sec).

Μονάδες M.K*.S. Εἰς τὸ σύστημα M.K*.S. μονάδες εἶναι: Τὸ **μῆκος** εἰς μέτρα (m), ἡ **δύναμις** εἰς χιλιόγραμμα βάρους (kgr*) καὶ ὁ **χρόνος** εἰς δευτερόλεπτα (sec).

Μονάδες M.K.S. Εἰς τὸ σύστημα M.K.S. μονάδες εἶναι: Τὸ **μῆκος** εἰς μέτρα (m), ἡ **μᾶζα** εἰς χιλιόγραμμα (kgr) καὶ ὁ χρόνος εἰς δευτερόλεπτα (sec).

Σημ. Βλέπε πίνακα σελίδος 165.

Σύνθεσις δυνάμεων. 1. Μεταξὺ δύο δυνάμεων F_1 καὶ F_2 , αἱ ὁποῖαι τέμνονται ὑπὸ γωνίαν ω καὶ τῆς συνισταμένης τῶν Σ ὑπάρχουν αἱ σχέσεις:

$$\Sigma^2 = F_1^2 + F_2^2 + 2F_1 F_2 \text{ συν} \omega$$

$$\frac{F_1}{\eta\mu(F_2, \Sigma)} = \frac{F_2}{\eta\mu(\Sigma, F_1)} = \frac{\Sigma}{\eta\mu(F_1, F_2)}$$

2. Μεταξὺ τριῶν δυνάμεων X, Y, Z , αἱ ὁποῖαι τέμνονται καθέτως, τῆς συνισταμένης τῶν Σ , ἡ ὁποῖα εἶναι ἡ διαγώνιος τοῦ παραλληλεπιπέδου τῶν δυνάμεων, ὑπάρχουν αἱ σχέσεις:

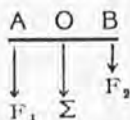
$$X = \Sigma \text{ συν} \alpha, \quad Y = \Sigma \text{ συν} \beta, \quad Z = \Sigma \text{ συν} \gamma, \quad \Sigma^2 = X^2 + Y^2 + Z^2$$

$$\text{συν}^2 \alpha + \text{συν}^2 \beta + \text{συν}^2 \gamma = 1$$

δπου α, β, γ είναι αι γωνίαι, τὰς ὁποίας σχηματίζει ἡ Σ με τὰς δυνάμεις.

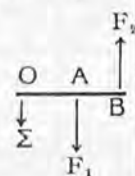
3. Μεταξὺ δύο δυνάμεων F_1 καὶ F_2 παραλλήλων καὶ ὁμορρόπων καὶ τῆς συνισταμένης τῶν Σ ὑπάρχουν αι σχέσεις:

$$\Sigma = F_1 + F_2, \quad \frac{F_1}{F_2} = \frac{OB}{OA} \quad \text{ἢ} \quad OA \cdot F_1 = OB \cdot F_2$$



4. Μεταξὺ δύο δυνάμεων F_1 καὶ F_2 παραλλήλων καὶ ἀντιρρόπων καὶ τῆς συνισταμένης τῶν Σ ὑπάρχουν αι σχέσεις:

$$\Sigma = F_1 - F_2, \quad \frac{F_1}{F_2} = \frac{OB}{OA} \quad \text{ἢ} \quad F_1 \cdot OA = F_2 \cdot OB.$$



Κέντρον βάρους σώματος. 1. Τὸ κέντρον βάρους K τῆς περιμέτρου ἑνὸς τριγώνου εἶναι τὸ κέντρον τοῦ κύκλου τοῦ ἐγγεγραμμένου εἰς τὸ τρίγωνον, τὸ ὁποῖον ἔχει κορυφὰς τοὺς πόδας τῶν διαμέσων τοῦ πρώτου τριγώνου.

2. Τὸ κέντρον βάρους K ἑνὸς τόξου AB κύκλου O κεῖται ἐπὶ τῆς ἀκτίνος τῆς καθέτου ἐπὶ τὴν χορδὴν AB καὶ ἀπέχει τοῦ κέντρου O ἀπόστασιν

$$OK = \frac{R \times \text{χορδὴν } AB}{\text{τόξον } AB}.$$

3. Τὸ κέντρον βάρους τοῦ ἔμβαδοῦ ἑνὸς τριγώνου εἶναι τὸ σημεῖον τῆς τομῆς τῶν διαμέσων του.

4. Τὸ κέντρον βάρους K τοῦ ἔμβαδοῦ ἑνὸς τραπέζιου προσδιορίζεται ἀπὸ τὰς σχέσεις

$$x + y = u \quad \text{καὶ} \quad \frac{x}{y} = \frac{B + 2\beta}{\beta + 2B},$$

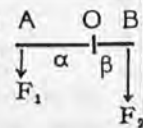
ὅπου x καὶ y εἶναι αι ἀποστάσεις τοῦ K ἀπὸ τὰς βάσεις του B καὶ β ,

5. Τὸ κέντρον βάρους K τοῦ ἔμβαδοῦ ἑνὸς κυκλικοῦ τομέως $OABO$ εὐρίσκεται ἐπὶ τῆς ἀκτίνος, τῆς καθέτου ἐπὶ τὴν χορδὴν AB καὶ ἀπέχει ἀπὸ τὸ κέντρον O ἀπόστασιν $OK = \frac{2R}{3} \times \frac{\text{χορδὴν } AB}{\text{τόξον } AB}.$

6. Τὸ κέντρον βάρους K τῆς πυραμίδος ἢ ἑνὸς κώνου εὐρίσκεται εἰς τὰ $3/4$ τῆς εὐθείας, ποὺ συνδέει τὴν κορυφὴν τῆς με τὸ κέντρον βάρους τῆς βάσεώς της.

Ἄπλατ μηχαναί. 1. Μοχλόσ. Ἐὰν α καὶ β εἶναι αι μοχλοβραχίονες τῶν δύο δυνάμεων F_1 καὶ F_2 θὰ εἶναι

$$F_1 \cdot \alpha = F_2 \cdot \beta.$$



2. Κεκλιμένον ἐπίπεδον. Ἐὰν F εἶναι ἡ δύναμις ἢ παράλληλος πρὸς τὸ κεκλιμένον ἐπίπεδον, B τὸ βᾶρος τοῦ κινητοῦ σώματος, u τὸ ὕψος, λ τὸ μῆ-

κος τοῦ ἐπιπέδου καὶ ϕ ἡ γωνία κλίσεως, θὰ εἶναι

$$\frac{F}{B} = \frac{v}{\lambda} = \eta\mu\phi.$$

3. Βαροῦλκον. Ἐὰν r = ἄκτις κυλίνδρου, R = ἄκτις τοῦ μεγάλου κύκλου (στροφάλου), F = δύναμις, B = βᾶρος πρὸς ἀνύψωσιν, θὰ εἶναι $B \cdot r = F \cdot R$.

4. Πολύσπαστον. Ἐὰν F = δύναμις, B = βᾶρος πρὸς ἀνύψωσιν καὶ v = πλήθος οχοινίων, τὰ ὁποῖα συκρατοῦν τὴν κινήτην τροχαλίαν θὰ εἶναι: $F = \frac{B}{v}$.

5. Κοχλίας. Ἐὰν h = τὸ βῆμα τοῦ κοχλίου, R = ἄκτις τῆς περιφερείας, θὰ εἶναι $\frac{F}{B} = \frac{h}{2\pi R}$.

6. Ζυγός. Ἐὰν μ = μῆκος μοχλοβραχιόνων ζυγοῦ, F_1 καὶ F_2 εἶναι τὰ φορτία εἰς τοὺς δίσκους, B = βᾶρος φάλαγγος ζυγοῦ, δ = ἀπόστασις κέντρου βάρους ζυγοῦ ἀπὸ σημείου ἐξαρτήσεως φάλαγγος, ϕ = γωνία ἐκτροπῆς δείκτου ζυγοῦ, θὰ εἶναι $\epsilon\phi\phi = \frac{F_2 - F_1}{B \cdot \delta} \cdot \mu$.

Μηχανὴ τοῦ Atwood. Ἐὰν γ = ἐπιτάχυνσις εἰς $\frac{\text{cm}}{\text{sec} \cdot \text{sec}}$, M = ἐκάστη τῶν δύο ἴσων μαζῶν εἰς γραμμάρια, m = πρόσθετος μᾶζα εἰς γραμμάρια θὰ εἶναι:

$$\gamma = \frac{mg}{2M + m}.$$

Εὐθύγραμμος καὶ ὁμαλὴ κίνησις. Ἐὰν θέσωμεν s = διάστημα εἰς (cm), v = ταχύτης εἰς (cm/sec), t = χρόνος εἰς (sec) θὰ εἶναι $s = vt$, $v = \frac{s}{t}$, $t = \frac{s}{v}$.

Εὐθύγραμμος ὁμαλῶς μεταβαλλομένη κίνησις. Ἐὰν v_0 = ἀρχικὴ ταχύτης εἰς (cm/sec), καὶ γ = ἐπιτάχυνσις θὰ εἶναι: $s = v_0 t \pm \frac{1}{2} \gamma t^2$, $v = v_0 \pm \gamma t$
(τὸ + λαμβάνεται διὰ τὴν ἐπιταχυνομένην κίνησιν καὶ τὸ - διὰ τὴν ἐπιβραδυνομένην).

Ἐὰν $v_0 = 0$, θὰ εἶναι $s = \frac{1}{2} \gamma t^2$ καὶ $v = \gamma t$.

Πτώσις σωμάτων (εἰς τὸ κενόν). Ἐὰν ἓνα σῶμα πίπτῃ ἐξ ἑνὸς ὕψους h , χωρὶς ἀρχικὴν ταχύτητα θὰ εἶναι:

$$h = \frac{gt^2}{2}, \quad v = gt = \sqrt{2gh}.$$

Ἐὰν τὸ σῶμα πίπτῃ μὲ ἀρχικὴν ταχύτητα v_0 , θὰ εἶναι: $h = \frac{1}{2} gt^2 + v_0 t$, $v = v_0 + gt$, $v^2 = v_0^2 + 2gh$.

Ἐὰν ἓνα σῶμα ἐκσφενδονίζεται πρὸς τὰ ἄνω μὲ μίαν ἀρχικὴν ταχύτητα v_0 , θὰ φθάσῃ εἰς ἓνα ὕψος h :
 $h = -\frac{gt^2}{2} + v_0 t = \frac{v_0^2}{2g}$, $t = \frac{v_0}{g}$, $v = v_0 - gt$, $v^2 = v_0^2 - 2gh$.

Ἐὰν ἓνα σῶμα πίπτῃ ὑπὸ γωνίαν ω , χωρὶς τριβὴν τὸ g ἀντικαθίσταται μὲ $g \eta\mu\omega$.

Κίνησις βλήματος (εις τό κενόν). Ένα βλήμα βάρους mg έκσφενδονίζεται με μιάν άρχικήν ταχύτητα u_0 κατά μιάν διεύθυνσιν, ή όποία σχηματίζει γωνίαν ω με τόν όρίζοντα· αί συντεταγμέναι ένός σημείου τής τροχιᾶς του εἶναι :

$$x = u_0 t \text{ συν} \omega, \quad y = u_0 t \text{ ημ} \omega - \frac{gt^2}{2}.$$

Ή τροχιά του εἶναι μιάν παραβολή :

$$y = x \text{ εφ} \omega - \frac{gx^2}{2u_0^2 \text{ συν}^2 \omega},$$

τής όποίας ή κορυφή ἔχει συντεταγμένας

$$x_1 = \frac{u_0^2 \text{ ημ} 2\omega}{2g}, \quad y_1 = \frac{u_0^2 \text{ ημ}^2 \omega}{2g}.$$

Τό βεληνεκές τής τροχιᾶς εἶναι $2x_1 = \frac{u_0^2 \text{ ημ} 2\omega}{g}$

(μέγιστον διά $\omega = 45^\circ$)· τό ύψος τής τροχιᾶς εἶναι

$y_1 = \frac{u_0^2 \text{ ημ}^2 \omega}{2g}$ (μέγιστον διά $\omega = 90^\circ$). Τό κινητόν φθάνει

εις τήν κορυφήν τής τροχιᾶς μετά χρόνον $t_1 = \frac{u_0 \text{ ημ} \omega}{g}$.

Κυκλική κίνησις. Έάν $\omega =$ γωνιακή ταχύτης, $u =$ ταχύτης, $R =$ άκτις τροχιᾶς, $T =$ περίοδος, $N =$ συχνότης, $\gamma =$ κεντρομόλος έπιτάχυνσις εἶναι

$$u = \frac{2\pi R}{T} = \omega R, \quad N = \frac{1}{T}, \quad \omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi N, \quad NT = 1,$$

$$\gamma = \frac{u^2}{R} = \omega^2 R = \frac{4\pi^2 R}{T^2} = 4\pi^2 N^2 R.$$

Άρμονική κίνησις. Έάν $x =$ άπόκλισις κινητοῦ εις χρόνον t , $\alpha =$ πλάτος τής περιοδικής κινήσεως, $\omega t =$ φάσις τής κινήσεως, $\omega =$ γωνιακή ταχύτης $= \frac{2\pi}{T} = 2\pi N$,

$T =$ περίοδος κινήσεως, $N =$ συχνότης, $u =$ ταχύτης, $\gamma =$ έπιτάχυνσις θά εἶναι :

$$x = \alpha \text{ ημ} \omega t = \alpha \text{ ημ} \frac{2\pi t}{T}, \quad u = \alpha \omega \text{ συν} \omega t = \alpha \omega \text{ συν} \frac{2\pi t}{T},$$

$$u = \omega \sqrt{\alpha^2 - x^2}, \quad \gamma = -\alpha \omega^2 \text{ ημ} \omega t.$$

Φυγόκεντρος δύναμις. Έάν $\Phi =$ φυγόκεντρος δύναμις, $\omega =$ γωνιακή ταχύτης εις άκτίνια, $m =$ μάζα εις (gr), $R =$ άκτις εις (cm), $u =$ γραμμική ταχύτης εις (cm), $T =$ περίοδος, δηλ. ό άπαιτούμενος χρόνος διά νά διαγράψη τό κινητόν όλόκληρον τήν περιφέρειαν, $N =$ συχνότης, δηλ. ό άριθμός τών περιόδων εις ένα δευτερόλεπτον, $\pi = 3,1416$, θά εἶναι :

$$\Phi = m\gamma = m\omega^2 R = \frac{mu^2}{R} = 4m\pi^2 N^2 R$$

$$u = \omega R, \quad \omega = \frac{2\pi}{T}, \quad NT = 1, \quad \omega = 2\pi N, \quad \gamma = \frac{u^2}{R}.$$

Συστήματα μονάδων (Ελήφθη από την Φυσική του Αλκ. Μάζη)

Μηχανικόν μέγεθος	Σύστημα C.G.S.		Σύστημα M.K*.S.		Σύστημα M.K.S.	
	Μονάς	Μονάς	Μονάς	Μονάς	Μονάς	Μονάς
Μήκος	1 cm	1 m	10 ² cm	1 m	10 ² cm	
Επιφάνεια	1 cm ²	1 m ²	10 ⁴ cm ²	1 m ²	10 ⁴ cm ²	
Όγκος	1 cm ³	1 m ³	10 ⁶ cm ³	1 m ³	10 ⁶ cm ³	
Χρόνος	1 sec	1 sec	—	1 sec	—	
Γωνία	1 rad	1 rad	—	1 rad	—	
Ταχύτης	1 cm/sec	1 m/sec	10 ² cm/sec	1 m/sec	10 ² cm/sec	
Γωνιακή ταχύτης	1 rad/sec	1 rad/sec	—	1 rad/sec	—	
Επιτάχυνσις	1 cm/sec ²	1 m/sec ²	10 ² cm/sec ²	1 m/sec ²	10 ² cm/sec ²	
Γωνιακή επιτάχυνσις	1 rad/sec ²	1 rad/sec ²	—	1 rad/sec ²	—	
Μάζα	1 gr	1 kg*	9,81.10 ³ gr	1 kg	10 ³ gr	
Δύναμις	1 dyn	1 H ^g *	9,81.10 ⁵ dyn	1 Newton	10 ⁵ dyn	
Συχνότης	1 Hertz	1 Hertz	—	1 Hertz	—	
Πυκνότης	1 gr/cm ³	Χρήσις ελδ. βάρους	—	1 kg/m ³	1/10 ³ gr/cm ³	
Ειδικόν βάρος	1 dyn/cm ³	1 gr*/cm ³	9,81 dyn/cm ³	1 kg/m ³	1/10 ³ gr/cm ³	
Έργον	1 erg	1 kgm	9,81.10 ⁷ erg	1 Joule	10 ⁷ erg	
Ίσχυς	1 erg/sec	1 kgm/sec	9,81.10 ⁷ erg/sec	1 Watt	10 ⁷ erg/sec	
Ροπή δυνάμεως	1 dyn.cm	1 kg*.m	9,81.10 ⁷ dyn.cm	1 Newton.m	10 ⁷ dyn.cm	
Έργον ροπής	1 dyn.cm.rad	1 kg*.m.rad	9,81.10 ⁷ dyn.cm.rad	1 Newton.m.rad	10 ⁷ dyn.cm.rad	
Ροπή αδρανείας	1 gr.cm ²	1 $\frac{kg^* \cdot m^2}{m/sec^2}$	9,81.10 ⁷ gr.cm ²	1 kg.m ²	10 ⁷ gr.cm ²	
Όρμη	1 gr.cm/sec	1 $\frac{kg^* \cdot m}{m/sec^2} \cdot sec$	9,81.10 ⁵ gr.cm/sec	1 kg.m/sec	10 ⁵ gr.cm/sec	
Πίεσις	1 dyn/cm ²	1 kg*/cm ²	9,81.10 ⁵ dyn/cm ²	1 Newton/m ²	10 dyn/cm ²	

Ειδικόν βάρος και πυκνότης.

$$\text{Ειδικόν βάρος} = \frac{\text{Βάρος}}{\text{Όγκος}}, \quad \epsilon = \frac{B}{V} \text{ (gr}^*/\text{cm}^3\text{)}$$

$$\text{Πυκνότης} = \frac{\text{μάζα}}{\text{όγκος}}, \quad d = \frac{m}{V} \text{ (gr/cm}^3\text{)}.$$

Μεταξύ τῆς πυκνότητος καὶ τοῦ ειδικοῦ βάρους ἑνὸς σώματος ὑπάρχει ἡ σχέση: $\epsilon = dg$ (d dyn/cm³)

Μεταξύ μάζης m καὶ τοῦ βάρους B ἑνὸς σώματος ὑπάρχει ἡ σχέση: $B = mg$ (g = ἔντασις βαρύτητος).

Ἐκκρεμές ἀπλοῦν. Ἐάν T = περίοδος, μ = μῆκος ἐκκρεμοῦς εἰς (cm) θὰ εἶναι $T = 2\pi \sqrt{\frac{\mu}{g}}$.

Εἰς Παρισίους τὸ μῆκος τοῦ ἐκκρεμοῦς εἰς (sec) εἶναι $\mu = 0,9939$ καὶ $g = 9,80978$. Εἰς γεωγραφικὸν πλάτος λ εἶναι

$$\mu = 0,993\,588 - 0,002\,627 \text{ συν}2\lambda.$$

$$g = 9,806\,320 - 0,025\,928 \text{ συν}2\lambda.$$

Εἰς τὸν Ἰσημερινὸν εἶναι $g = 9,78$ · εἰς τοὺς πόλους εἶναι $g = 9,83$ · εἰς ἀπόστασιν δ ἀπὸ τὸ κέντρον τῆς Γῆς ($\delta < R$) εἶναι $g' = 1,82 \delta^2$ ($1 - 0,45 \delta^2$) λαμβάνοντες τὴν R ὡς μονάδα. Εἰς γεωγραφικὸν πλάτος h εἶναι:

$$g' = g \left(1 - \frac{2h}{R} \right).$$

Μονάδες μάζης καὶ δυνάμεως. Εἰς τὸ σύστημα C.G.S μονὰς μάζης εἶναι τὸ γραμμάριον μάζης (1 gr) καὶ μονὰς δυνάμεως εἶναι ἡ **δύνη** (dyn).

1 γραμμάριον βάρους = 981 δύναι: $1 \text{ gr}^* = 981 \text{ dyn}$.

1 χιλιόγραμ. βάρους = 981 000 δύναι: $1 \text{ kg}^* = 981\,000 \text{ dyn}$.

Μεταξύ δυνάμεως F , μάζης m καὶ ἐπιταχύνσεως γ ὑπάρχει ἡ σχέση: $F = m\gamma$.

Ἔργον μιᾶς δυνάμεως. Ἐάν T = ἔργον εἰς ἔργια, F = δύναμις εἰς δύνας, s = διανυθέν διάστημα, (μετατόπισις τοῦ σώματος) εἰς (cm), θὰ εἶναι:

$$T = F s = F \cdot s \text{ σουνα.}$$

Μονάδες ἔργου εἶναι τὸ **ἔργιον** (erg), τὸ **τζάουλ** (joule) καὶ τὸ **χιλιογραμμόμετρον** (kgm).

$1 \text{ erg} = 1 \text{ dyn} \times 1 \text{ cm}$, $1 \text{ Joule} = 10^7 \text{ ergs}$.

$1 \text{ kgm} = 981\,000 \text{ dyn} \times 100 \text{ cm} = 981 \times 10^7 \text{ erg} = 9,81 \text{ joule}$.

Πρακτικαὶ μονάδες ἔργου εἶναι τὸ **βατώριον** (wh, watt - heure), τὸ **κιλοβατώριον** (kwh) καὶ ὁ **ὠριαῖος ἵππος** (cwh) $1 \text{ wh} = 3600 \text{ joule}$,

$$1 \text{ kwh} = 3600000 \text{ joule}, \quad 1 \text{ cwh} = 270\,000 \text{ kgm}.$$

Ἐνέργεια. Ἐάν $E_{\text{δυν}}$ = δυναμικὴ ἐνέργεια, εἰς ἔργια, $E_{\text{κιν}}$ = κινητικὴ ἐνέργεια, F = δύναμις εἰς δύνας, m = μᾶζα ἑνὸς σώματος B εἰς (gr), v = ταχύτης εἰς cm/sec, h = ὕψος, θὰ εἶναι:

$$E_{\text{δυν.}} = B \cdot h = m \cdot g \cdot h, \quad E_{\text{κιν.}} = F \cdot s = \frac{1}{2} m \cdot v^2 = \frac{1}{2} m \cdot 2gh.$$

$$\text{Μεταβολή κινητικής ενέργειας} = \frac{1}{2} m v^2 - \frac{1}{2} m v_0^2.$$

Έάν $v > v_0$, δηλ. εάν ή τελική ταχύτης είναι μεγαλύτερα της αρχικής, τότε **δαπανᾶται** ἔργον. Έάν $v < v_0$, τότε ἀποδίδεται ἔργον.

Ίσχύς. Ίσχύς = $\frac{\text{ἔργον}}{\text{χρόνος}}$, $P = \frac{W}{t}$.

Μονάδες ἰσχύος εἶναι τὸ wattle (w) καὶ τὸ κιλοβάτ (kw)

$$1 \text{ watt} = 1 \text{ joule/sec} = 10^7 \text{ erg/sec},$$

$$1 \text{ joule} = 1 \text{ w} \times 1 \text{ sec}, \quad 1 \text{ kw} = 1000 \text{ w}.$$

Διὰ τὴν ἰσχὸν τῶν μηχανῶν χρησιμοποιεῖται ὡς μονὰς ἰσχύος ὁ ἀτμόσππος (CV ἢ HP).

$$1 \text{ HP} = 75 \text{ kgm/sec} = 736 \text{ watt} = 0,736 \text{ kw}.$$

ᾠθησις δυνάμεως καὶ ὀρμή.

ᾠθησις δυνάμεως = δύνάμις \times χρόνος: $\Omega = F \cdot t$

ᾠρμή = μᾶζα \times ταχύτης: $J = m \cdot v$

1 μονὰς ὀρμῆς = 1 gr. cm/sec.

Νόμος μεταβολῆς τῆς ὀρμῆς: $m \cdot v = F \cdot t$

$$F \cdot t = m v - m v_0,$$

$$F = \frac{m(v - v_0)}{t}$$

ΥΔΡΟΣΤΑΤΙΚΗ

Ίσορροπία ρευστῶν. Πίεσις: Έάν F = δύνάμις ἀσκουμένη ἐπὶ ἐπιφανείας S , θὰ εἶναι:

$$\text{Πίεσις} = \frac{\text{δύναμις}}{\text{ἐπιφάνεια}} \quad \text{ἢ} \quad p = \frac{F}{S}$$

Μονάδες πίεσεως: 1 Barye = 1 dyn/cm².

1 Bar = 10⁶ barye, 1 τεχνική ἀτμόσφαιρα (1 at) = 1 kg^{*}/cm²

1 φυσική ἀτμόσφαιρα (Atm) = 1,033 kg^{*}/cm².

Υδροστατική πίεσις. Έάν p = ὑδροστατική πίεσις, ἐνὸς ὑγροῦ, h = τὸ ὕψος στήλης ὑγροῦ, ϵ = τὸ εἰδικὸν βάρος του, θὰ εἶναι: $p = h \cdot \epsilon$ gr^{*}/cm² = $h \cdot d \cdot g$ dyn/cm².

Ἡ διαφορὰ πίεσεως μεταξὺ δύο σημείων A καὶ B ἐνὸς ρευστοῦ ἐν ἰσορροπία εἶναι:

$$p_2 - p_1 = h \cdot \epsilon \text{ gr}^*/\text{cm}^2 \quad \text{ἢ} \quad p_2 - p_1 = h d g \text{ dyn/cm}^2$$

ὅπου p_1 = πίεσις εἰς A , p_2 = πίεσις εἰς B , h = κατακόρυφος ἀπόστασις τῶν A καὶ B εἰς (cm), d = πυκνότης ρευστοῦ εἰς δύνας καὶ ϵ = εἰδικὸν βάρος ρευστοῦ.

Μεταξὺ δύο δυνάμεων F, F' , αἱ ὁποῖαι ἀσκοῦν πίεσιν ἐπὶ ἐπιφανείας ὑγροῦ καὶ τῶν ἐμβαδῶν S, S' τῶν ἐπιφανειῶν αὐτῶν ὑπάρχει ἡ σχέσις $\frac{F}{F'} = \frac{S}{S'}$.

Συγκοινωνούντα δοχεία. Μεταξύ των ύψων h, h' των έλευθέρων έπιφανειών δύο έτεροπύκνων ύγρων ίσορροπούντων έντός συγκοινωνούντων δοχείων, των πυκνοτήτων των d, d' και των ειδικών βαρών των ϵ και ϵ' υπάρχουν αι σχέσεις:

$$\frac{h}{h'} = \frac{d'}{d} = \frac{\epsilon'}{\epsilon} \quad \eta \quad dh = d'h' \quad \eta \quad h\epsilon = h'\epsilon'$$

Συνθήκη ίσορροπίας πλεόντων σωμάτων είναι:

$$V \cdot d = V' \cdot d'$$

όπου V =όγκος πλεόντος σώματος και d =πυκνότης αυτού

V' =όγκος έκτοπιζομένου ύγρου και

d' =πυκνότης αυτού.

Νόμος Boyle - Mariotte.

$$p \cdot V = p' \cdot V' = \text{σταθερόν} \quad \eta \quad \frac{V}{V'} = \frac{p'}{p}$$

όπου p ή άρχική πίεσις και V ό άρχικός όγκος

p' ή τελική πίεσις και V' ό τελικός όγκος.

ΑΕΡΟΣΤΑΤΙΚΗ

Άτμοσφαιρική πίεσις. Φυσική άτμόσφαιρα:

$$1 \text{ atm} = 1,033 \text{ kg}^*/\text{cm}^2 = 76 \text{ cm Hg} = 76 \times 13,6 \times 981 =$$

$$= 1\,013\,000 \text{ dyn/cm}^2 = 1 \text{ megadyne περίπου.}$$

Τεχνική άτμόσφαιρα: $1 \text{ at} = 1 \text{ kg}^*/\text{cm}^2 = 73,5 \text{ cm Hg.}$

Μετεωρολογική μονάς πίεσεως:

$$1 \text{ Bar} = 10^6 \text{ dyn/cm}^2 = 75,006 \text{ cm Hg.}$$

Μάζα ένός λίτρου άέρος εις 0° και ύπό πίεσιν 76 cm :

$$1,29284 \text{ gr.} \quad \eta \quad \text{περίπου } 1,3 \text{ gr.}$$

Μάζα ένός άερίου εις (gr) πυκνότητος d ώς πρός τον άέρα: $m = Vd \times 0,0013 \text{ (cm}^3)$ ή $m = V \cdot d \times 1,3$ λίτρ.

$$\text{Πυκνότης ένός άερίου:} \quad d = 0,07 \left(1 - \frac{1}{135} \right) \frac{M}{2},$$

όπου M =μοριακόν βάρος (τό M ποριστάνει τό βάρος $22,4$ λιτρών αυτού του άερίου εις 0° και ύπό πίεσιν 76 cm ή $M = 29 d$.

Προσδιορισμός του ύψους (διά του βαρομέτρου).

$$\text{Τύπος του Babinut} \quad Z = 10000 \left[1 + \frac{2(\theta + \theta')}{1000} \right] \frac{H - H'}{H + H'}$$

όπου θ ή θερμοκρασία και H ή άτμοσφ. πίεσις εις τον κάτω τόπον

και θ' ή θερμοκρασία και H' ή άτμοσφ. πίεσις εις τον άνω τόπον

Τύπος του Laplace:

$$Z = 18400 (1 + 0,0026 \text{ συν}2\phi) \left(1 + 2 \frac{\theta + \theta'}{1000} \right) \log \frac{H}{H'}$$

όπου Z = κατακόρυφος απόστασις εἰς μέτρα, H καὶ H' τὰ βαρομετρικὰ ὕψη, θ καὶ θ' αἱ θερμοκρασίαι, καὶ λ τὸ γεωγραφικὸν πλάτος.

Νόμος τοῦ Dalton ἢ νόμος τῆς ἀναμειξεως ἀερίων.

$$pV = p_1V_1 + p_2V_2 + p_3V_3 + \dots \quad \text{ἢ} \quad V = V_1 \frac{p_1}{p} + V_2 \frac{p_2}{p} + \dots,$$

$$p = p_1 \frac{V_1}{V} + p_2 \frac{V_2}{V} + \dots$$

Ἄεραντλιαί. Ἡ τελικὴ πίεσις p_v , τὴν ὁποίαν ὑφίσταται ὁ ἐντὸς τοῦ κώδωνος ὑπάρχων ἀήρ, μετὰ n ἀνελκύσεις τοῦ ἐμβολέως δίδεται ὑπὸ τοῦ τύπου :

$$p_v = p_0 \left(\frac{V}{V + V'} \right)^n$$

ὅπου V = χωρητικότης τοῦ κώδωνος, V' = χωρητικότης κυλίνδρου, p_0 = ἀρχικὴ πίεσις.

Ἄεροθλιπτικαὶ μηχαναί. Ἡ τελικὴ πίεσις p_v ἀερίου ἐγκεκλεισμένου ἐντὸς κώδωνος χωρητικότητος V , μετὰ n ἀνελκύσεις καὶ καταπίεσεις τοῦ ἐμβολέως ἀεροθλιπτικῆς μηχανῆς, δίδεται ὑπὸ τοῦ τύπου :

$$p_v = p_0 + n \frac{V'}{V} p$$

ὅπου p_0 = ἀρχικὴ πίεσις, p = πίεσις ἐξωτερικοῦ ἀέρος.

ΘΕΡΜΟΤΗΣ

Θερμόμετρα. Σύγκρισις τῶν θερμομετρικῶν κλιμάκων Κελσίου (C), Ρεωμύρου (R) καὶ Φαρενάϊτ (F).

$$\frac{C}{100} = \frac{R}{80} = \frac{F-32}{180}, \quad C = \frac{5}{9}(F-32), \quad F = \frac{9}{5}C + 32$$

Διαστολὴ τῶν στερεῶν. Γραμμικὴ διαστολὴ :

$$M_\theta = M_0(1 + \lambda\theta)$$

ὅπου M_θ = μῆκος μεταλλικῆς ράβδου εἰς θερμοκρασίαν θ° ,

M_0 = μῆκος ράβδου εἰς 0° καὶ λ = συντελεστὴς γραμμικῆς διαστολῆς.

Ἐπιφανειακὴ διαστολὴ : $E_\theta = E_0(1 + \sigma\theta) = E_0(1 + 2\lambda\theta)$

ὅπου E_θ καὶ E_0 τὰ ἐμβαδὰ ἐνός στερεοῦ σώματος εἰς θερμοκρασίαν θ° καὶ 0° καὶ σ = συντελεστὴς ἐπιφανειακῆς διαστολῆς.

Κυβικὴ διαστολὴ : $V_\theta = V_0(1 + \kappa\theta) = V_0(1 + 3\lambda\theta)$

ὅπου V_θ καὶ V_0 οἱ ὄγκοι ἐνός σώματος εἰς θερμοκρασίας θ° καὶ 0° , καὶ κ = συντελεστὴς κυβικῆς διαστολῆς.

Μεταξὺ τῶν πυκνοτήτων d_θ καὶ d_0 ἐνός σώματος εἰς θερμοκρασίαν θ καὶ θ' ὑπάρχει ἡ σχέσις :

$$\frac{d_\theta}{d_0} = \frac{1 + \kappa\theta'}{1 + \kappa\theta}. \quad \text{Ἄν } \theta' = 0 \text{ τότε } d_\theta = \frac{d_0}{1 + \kappa\theta}.$$

Διαστολή τῶν ὑγρῶν. Διὰ τὴν διαστολὴν τῶν ὑγρῶν χρησιμοποιοῦμεν τὸν τύπον τῆς κυβικῆς διαστολῆς τῶν στερεῶν.

Ἄπόλυτος διαστολή = φαινομένη διαστολή + διαστολή δοχείου.

Συντελεστής τῆς ἀπολύτου διαστολῆς τοῦ ὕδραργύρου: $\frac{1}{5550} = 0,00018.$

Φαινομένη διαστολή: $\frac{1}{6480} = 0,00015.$

Ἀναγωγή τῶν βαρομετρικῶν ὑψῶν: $h_0 = h \cdot \frac{1 + \lambda\theta}{1 + \mu\theta} \cdot \frac{g}{g_0}$

ὅπου h_0 = παρατηρούμενον ὕψος, λ καὶ μ συντελεσταὶ διαστολῆς τοῦ κανόνος καὶ τοῦ ὕδραργύρου, g_0 ἔντασις βαρύτητος εἰς τὴν παραλίαν, γεωγραφικὸν πλάτος 45° .

Διαστολή τῶν ἀερίων: $V_\theta = V_0(1 + \alpha\theta)$

ὅπου V_θ = ὄγκος εἰς θερμοκρασίαν θ βαθμῶν,

V_0 = ὄγκος εἰς θερμοκρασίαν 0° , α = συντελε-

στής διαστολῆς τοῦ ἀερίου = $0,003665 = \frac{1}{273}$.

Νόμος τοῦ Mariotte ἢ νόμος τῶν τελείων ἀερίων:

$$V_0 p_0 = \frac{V \cdot p}{1 + \alpha\theta}, \quad \text{ἢ} \quad V \cdot p = \alpha V_0 p_0 \left(\frac{1}{\alpha} + \theta \right),$$

$$V \cdot p = \alpha V_0 p_0 T = RT$$

ὅπου V_0 = ὄγκος εἰς θερμοκρασίαν 0° Κελσίου, p_0 = πίεσις εἰς θερμοκρασίαν 0° , V = ὄγκος, p = πίεσις εἰς θερμοκρασίαν θ βαθμῶν, $\alpha = \frac{1}{273}$, T = ἀπόλυτος θερμο-

κρασία = $273 + \theta$, R = σταθερὰ ἀνεξάρτητος ἀπὸ τὴν φύσιν τοῦ ἀερίου = $\alpha V_0 p_0 = 8,31 \cdot 10^7$.

Μεταβολὴ τῆς πυκνότητος τῶν ἀερίων:

$$d_\theta = \frac{d_0}{1 + \alpha\theta} \cdot \frac{p}{p_0}.$$

Μᾶζα ἑνὸς ὄγκου V (λίτραι) τοῦ ἀερίου εἰς θ° , καὶ ἀτμοσφαιρικὴν πίεσιν H :

$$M_{gr} = V \times 1,293 \times \frac{H}{76} \times \frac{1}{1 + \alpha\theta}.$$

Μᾶζα ἑνὸς ὄγκου V (λίτραι) ἑνὸς ἀερίου εἰς θ° καὶ ἀτμοσφαιρικὴν πίεσιν H :

$$M_{gr} = V \times 1,293 \times d \times \frac{H}{76} \times \frac{1}{1 + \alpha\theta}$$

ὅπου d = πυκνότης τοῦ ἀερίου ὡς πρὸς τὸν ἀέρα.

Μᾶζα ἑνὸς ὄγκου V (λιτρῶν) ὑγροῦ ἀέρος, θερμοκρασίας θ , ἀτμοσφαιρικῆς πίεσεως H , καὶ τάσεως ὕδρατμῶν f :

$$M_{gr} = 1,293 \times \frac{V}{1 + \alpha\theta} \times \frac{H - \frac{3}{8}f}{76}.$$

Θερμιδομετρία. Μονάς μετρήσεως τῆς ποσότητος μιᾶς θερμότητος εἶναι ἡ θερμὶς (cal).

$$1 \text{ cal} = 0,426 \text{ kgr} \cdot \text{m} = 4,18 \text{ joules.}$$

Μεγαλύτεραι μονάδες εἶναι: χιλιοθερμὶς
(kcal) = 1000 cal = 10^3 cal

καὶ ἡ τὸννοθερμὶς (Mcal) = 1000 kcal = 10^6 cal.

Εἰδικὴ θερμότης (c) ἑνὸς σώματος εἶναι ἡ ποσότης θερμότητος, ποῦ ἀπαιτεῖται διὰ νὰ ἀνυψωθῇ ἡ θερμοκρασία 1 gr τοῦ σώματος κατὰ 1° Κελσίου.

Θερμοχωρητικότης σώματος = μᾶζα σώματος \times εἰδικὴν θερμότητα: $K = m \cdot c$.

Τὸ ποσὸν Q θερμότητος εἰς (cal), ποῦ λαμβάνει σῶμα τι, ἵνα ἡ θερμοκρασία του ὑψωθῇ ἀπὸ θ_1 εἰς θ_2 εἶναι:

$$Q = m \cdot c (\theta_2 - \theta_1)$$

ὅπου m = μᾶζα εἰς (gr) καὶ c = εἰδ. θερμότης σώματος.

Μέτροις τῆς εἰδικῆς θερμότητος. Ἡ εἰδικὴ θερμότης c ἑνὸς σώματος, διὰ τῆς μεθόδου τῆς τήξεως τοῦ πάγου εὐρίσκεται ἀπὸ τὸν τύπον $m \cdot c \theta = M \lambda$.

ὅπου m = βᾶρος σώματος, θ = ἡ θερμοκρασία του, c = ἡ εἰδικὴ θερμότης, M = τὸ βᾶρος τοῦ ὕδατος, ποῦ προέρχεται ἀπὸ τὴν τήξιν καὶ λ ἡ εἰδικὴ θερμότης τοῦ πάγου.

Διὰ τῆς μεθόδου τῶν μειγμάτων, ἡ εἰδικὴ θερμότης x εὐρίσκεται ἀπὸ τὸν τύπον

$$m \cdot x (\theta' - \Theta) = M (\Theta - \theta) + B \cdot c (\Theta - \theta)$$

ὅπου m = βᾶρος καὶ θ' ἡ θερμοκρασία τοῦ σώματος, θ = ἡ θερμοκρασία ὕδατος τοῦ θερμιδομέτρου, Θ = ἡ τελικὴ θερμοκρασία μετὰ τὴν μείξιν, B = τὸ βᾶρος τοῦ δοχείου, c = ἡ εἰδικὴ θερμότης τοῦ μετάλλου τοῦ θερμιδομέτρου, M = βᾶρος ὕδατος περιεχομένου εἰς τὸ δοχεῖον.

Μεταβολαὶ τῆς καταστάσεως τῶν σωμάτων. Ἡ θερμότης τήξεως λ ἑνὸς σώματος δίδεται ὑπὸ

$$\text{τοῦ τύπου: } \lambda = \frac{m(\theta' - \theta) - M \cdot \epsilon (\Theta - \theta')}{M}$$

ὅπου M = βᾶρος σώματος, Θ = ἡ θερμοκρασία του, m = τὸ βᾶρος τοῦ ὕδατος, θ = θερμοκρασία ὕδατος, ϵ = εἰδικὴ θερμότης σώματος καὶ θ' = τελικὴ θερμοκρασία τοῦ σώματος μετὰ τὴν ψύξιν.

Λανθάνουσα θερμότης τήξεως πάγου; 79,7 cal.

Λανθάνουσα θερμότης ἑξαερώσεως τοῦ ὕδατος εἰς 100° , 538 cal.

Σχετικὴ ὑγρασία: $\Delta = \frac{f}{F}$, ὅπου f = τάσις ὑδρατμῶν καὶ F = μέγιστη τάσις τῶν ὑδρατμῶν εἰς τὴν αὐτὴν θερμοκρασίαν.

Μηχανικὸν ἰσοδύναμον θερμότητος: $W = JQ$
ὅπου W = μηχανικὴ ἐνέργεια, Q = θερμότης, J = μηχανικὸν ἰσοδύναμον θερμότητος.

Θερμομηχαναί. Ἡ κινουῦσα δύναμις F ἐπὶ τοῦ ἐμβολέως εἶναι $F=Ps-ps$.

Ἡ ἰσχύς W τῆς μηχανῆς εἶναι $W=(P-p)s.L.n$ ὅπου P =ἡ πίεσις τοῦ εισρέοντος ἀτμοῦ, p =πίεσις τῆς ἀτμοσφαίρας, s =ἐπιφάνεια ἐμβόλου, L =μῆκος διαδρομῆς ἐμβόλου καὶ n ὁ ἀριθμὸς τῶν διαδρομῶν κατὰ δευτερόλεπτον.

Ἡ ἀπόδοσις A θερμομηχανῆς δίδεται ὑπὸ τοῦ τύπου: $A = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1}$ ὅπου Q_1 παριστάνει τὴν θερμότητα εἰς θερμίδας τοῦ εισαχθέντος ἀτμοῦ καὶ Q_2 τὴν θερμότητα εἰς θερμίδας τοῦ ἐξερχομένου ἀτμοῦ.

Ἄνυψωτικὴ δύναμις ἑνὸς ἀεροστάτου :

$$F=1,293(1-d) \cdot \frac{H}{76} \cdot \frac{V}{1+\alpha\theta} - M$$

ὅπου F =ἀνυψωτικὴ δύναμις, M =ὄλικὴ μᾶζα εἰς kg^* , V =ὄγκος εἰς m^3 , d =πυκνότης τοῦ ἀερίου.

ΑΚΟΥΣΤΙΚΗ

Ταχύτης τοῦ ἤχου εἰς τὸν ἀέρα : εἰς 0° , $v=331$ μέτρα κατὰ δευτερόλεπτον. Εἰς θ° εἶναι $v=331\sqrt{1+\alpha\theta}$, ὅπου $\alpha = \frac{1}{273}$. Εἰς 15° , $v=340$ μέτρα.

Ταχύτης τοῦ ἤχου εἰς ἓνα ἀέριον πυκνότητος d ,

$$v=331\sqrt{\frac{1+\alpha\theta}{d}}$$

Ταχύτης τοῦ ἤχου εἰς τὸ ὕδωρ: 1435 μέτρα. Εἰς τὸν χάλυβα εἶναι 5000 μέτρα περίπου.

Νόμος τῶν παλλομένων χορδῶν :

$$n = \frac{1}{2rL} \sqrt{\frac{mg}{\pi d}} = \frac{1}{2rL} \sqrt{\frac{B}{\pi d}}$$

ὅπου n =συχνότης τῶν κυμάνσεων κατὰ (sec), L =μῆκος χορδῆς, d =ἡ πυκνότης τῆς χορδῆς, $2r$ =διάμετρος χορδῆς, B =τὸ τεῖνον βάρος, m =μᾶζα τεῖνοντος βάρους.

Ὅρια τῶν ἀντιληπτῶν ἤχων: ἀπὸ 16 ἕως 40000 κυμάνσεις κατὰ δευτερόλεπτον.

Ἥχητικοὶ σωλῆνες: 1. Σωλῆνες ἀνοικτοὶ καὶ ἀπὸ τὰ δύο ἄκρα:

$$n=k \cdot \frac{v}{2L}, \quad \lambda=VT = \frac{v}{n}, \quad L=k \cdot \frac{\lambda}{2}$$

ὅπου n =συχνότης τῶν κυμάνσεων κατὰ (sec) ἑνὸς ἤχου ταχύτητος v , λ =μῆκος κύματος, T =περίοδος, L =μῆκος σωλῆνος. Ὁ θεμελιώδης ἤχος εἶναι $n = \frac{v}{2L}$.

δίδοντες εἰς τὸ k τὰς τιμὰς $2, 3, 4, \dots$ λαμβάνομεν τοὺς ἀρμονικοὺς ἤχους.

2. Σωληνες κλειστοὶ εἰς τὸ ἓνα ἄκρον:

$$n = (2k+1) \frac{v}{4L}, \quad \lambda = vT = \frac{v}{n}, \quad L = (2k+1) \frac{\lambda}{4}.$$

Ὁ θεμελιώδης ἤχος εἶναι $n = \frac{v}{4L}$.

Μουσική κλίμαξ: do re mi fa sol la si do

Ἀριθμοὶ σχετικοὶ παλμῶν $\left\{ \begin{array}{l} 1 \\ \frac{9}{8} \\ \frac{5}{4} \\ \frac{4}{3} \\ \frac{3}{2} \\ \frac{5}{3} \\ \frac{15}{8} \\ 2 \end{array} \right.$

Διαστήματα διαδοχικῶν φθόγγων $\left\{ \begin{array}{l} \frac{9}{8} \\ \frac{10}{9} \\ \frac{16}{15} \\ \frac{9}{8} \\ \frac{10}{9} \\ \frac{9}{8} \\ \frac{16}{15} \end{array} \right.$
 $\left. \begin{array}{l} T \\ T' \\ t \\ T \\ T' \\ T \\ t \end{array} \right\}$

ὅπου T = μείζων τόνος, T' = ἐλάσσων τόνος, t = ἡμιτόνιον: $\frac{81}{80}$ (κόμμα).

ΟΠΤΙΚΗ

Ταχύτης τοῦ φωτός: 300 000 χιλιόμετρα κατὰ δευτερόλεπτον. Χρόνος ἀπαιτούμενος διὰ νὰ φθάσῃ τὸ φῶς τοῦ Ἡλίου εἰς τὴν Γῆν: $8^{\pi} 18^{\delta}$.

Φωτομετρία. Ἐάν παραστήσωμεν μὲ I τὴν ἔντασιν, εἰς κηρία, μιᾶς φωτεινῆς πηγῆς, μὲ d τὴν ἀπόστασιν τῆς ἀπὸ ἓνα παραπέτασμα, μὲ I' τὴν ἔντασιν, εἰς κηρία, μιᾶς γνωστῆς φωτεινῆς πηγῆς καὶ μὲ d' τὴν ἀπόστασιν τῆς ἀπὸ τὸ παραπέτασμα, θὰ ἔχωμεν: $\frac{I}{I'} = \frac{d^2}{d'^2}$.

Σφαιρικά κάτοπτρα: Ἐάν p = ἀπόστασις ἐνὸς ἀντικειμένου A ἀπὸ τὴν κορυφὴν τοῦ κατόπτρου, p' = ἀπόστασις τοῦ εἰδώλου τοῦ E ἀπὸ τὴν κορυφὴν τοῦ κατόπτρου, R = ἀκτίς καμπυλότητος τοῦ σφαιρικοῦ κατόπτρου, f = ἐστιακὴ ἀπόστασις, θὰ εἶναι:

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{p'} = \frac{2}{R} = \frac{1}{f}, \quad \frac{E}{A} = \frac{p'}{p} = \frac{f}{p-f}$$

Σημ. Ἡ ἀκτίς R λαμβάνεται θετικὴ, ἐάν τὸ κάτοπτρον εἶναι κοῖλον, ἀρνητικὴ δέ, ἐάν τὸ κάτοπτρον εἶναι κυρτόν.

Ἡ ἀπόστασις p' εἶναι θετικὴ, ἐάν τὸ εἶδωλον εἶναι πραγματικόν, ἀρνητικὴ δέ, ἐάν τὸ εἶδωλον εἶναι φανταστικόν. Τὸ αὐτὸ ἰσχύει καὶ διὰ τὴν ἀπόστασιν p .

Ἐάν $\frac{E}{A} > 0$, εἶδωλον πραγματικόν ἀντεστραμμένον

$\frac{E}{A} < 0$, εἶδωλον ὀρθόν

Ἐάν παραστήσωμεν μὲ π καὶ π' τὰς ἀποστάσεις τῆς ἐστίας ἀπὸ τὸ ἀντικείμενον καὶ ἀπὸ τὸ εἶδωλον θὰ εἶναι: $\pi\pi' = f^2$, $\frac{E}{A} = \frac{f}{\pi} = \frac{\pi'}{f}$.

Διάθλασις τοῦ φωτός. $v = \frac{\eta\mu\pi}{\eta\mu\delta}$

ὅπου π = γωνία προσπίπτουσας, δ = γωνία διαθλάσεως, v = δείκτης διαθλάσεως.

Διὰ τὸ ὕδωρ εἶναι $v = \frac{4}{3}$, ὀρική γωνία $\eta\mu\lambda = \frac{3}{4}$,

$\lambda = 48^\circ$. Διὰ τὴν ὑάλον εἶναι $v = \frac{3}{2}$, ὀρική γωνία $\lambda = 42^\circ$.

Πρῖσμα γωνίας A. Ἐάν E = γωνία ἐκτροπῆς φωτεινῆς ἀκτίνος θὰ εἶναι: $A = \delta_1 + \delta_2$, $E = \pi_1 + \pi_2 - A$.

Διὰ τὴν ἐλαχίστην ἐκτροπὴν $E_{ελ}$ ἔχομεν:

$$\pi_1 = \pi_2 = \frac{E_{ελ} + A}{2}, \quad \delta_1 = \delta_2 = \frac{A}{2}, \quad \eta\mu\frac{E_{ελ} + A}{2} = v\eta\mu\frac{A}{2}$$

Εἰς τὴν περίπτωσιν τῶν μικρῶν γωνιῶν εἶναι:

$$\pi_1 = v\delta_1, \quad \pi_2 = v\delta_2, \quad E = (v-1)A.$$

Φακοί. Ἐάν p, p' ἀποστάσεις ἀντικειμένου A καὶ εἰδώλου E ἀπὸ φακοῦ, R, R' ἀκτῖνες καμπυλότητος φακοῦ, f = ἐστιακὴ ἀπόστασις, v = δείκτης διαθλάσεως φακοῦ, θὰ εἶναι:

$$\frac{1}{p} - \frac{1}{p'} = -(v-1)\left(\frac{1}{R} - \frac{1}{R'}\right) = \frac{1}{f}, \quad \frac{E}{A} = -\frac{p'}{p}$$

Ἐάν $\frac{E}{A} > 0$, τὸ E εἶναι πραγματικὸν καὶ ἀντεστραμμένον.

Ἐάν $\frac{E}{A} < 0$, τὸ E εἶναι ὀρθόν.

Ἐάν π, π' εἶναι αἱ ἀποστάσεις τῆς ἐστίας ἀπὸ τὸ ἀντικείμενον καὶ ἀπὸ τὸ εἶδωλον θὰ εἶναι: $\pi\pi' = -f^2$.

Ἰσχύς φακοῦ: $I = \frac{1}{f}$.

Σύστημα φακῶν ἐν ἐπαφῇ: $\frac{1}{p} - \frac{1}{p'} = \sum \frac{1}{f}$.

Σημ. Ἡ ἐστιακὴ ἀπόστασις f εἶναι **θετικὴ**, ἐάν ὁ φακὸς εἶναι συγκλίνων (ἐστία πραγματικὴ), **ἀρνητικὴ** δὲ ἐάν ὁ φακὸς εἶναι ἀποκλίνων (ἐστία φανταστικὴ).

Ἡ ἀπόστασις p εἶναι θετικὴ, ἐάν τὸ ἀντικείμενον εἶναι **φανταστικόν**. Τὸ p εἶναι θετικόν, ὅταν τὸ εἶδωλον εὑρίσκεται πρὸς τὸ μέρος τοῦ φακοῦ πρὸς τὸ ὁποῖον εὑρίσκονται καὶ αἱ προσπίπτουσαι ἀκτῖνες, ἄλλως εἶναι ἀρνητικόν.

Μικροσκόπιον. Ἐάν P = ἰσχύς μικροσκοπίου, p = ἰσχύς τοῦ προσοφθαλμίου, γ_a = γραμμικὴ μεγένθυσις ἀντικειμενικοῦ, θὰ εἶναι: $P = p\gamma_a$ διοπτρία.

Ἀστρονομικὸν τηλεσκόπιον : Μεγένθυσις : $M = \frac{F}{f}$,

ὅπου F = ἔστιακὴ ἀπόστασις ἀντικειμενικοῦ καὶ f = ἔστιακὴ ἀπόστασις προσοφθαλμίου.

ΜΑΓΝΗΤΙΣΜΟΣ

Νόμος τοῦ Coulomb. Ἐάν F = ἡ ἐλκτικὴ (μὲ ἰὸ σημεῖον +) ἢ ἀπωστικὴ (μὲ τὸ -) δύναμις εἰς δύνας, m, m' = αἱ μαγνητικαὶ μᾶζαι εἰς ἀπολύτους μονάδας, d = ἡ ἀπόστασις των εἰς (cm), θὰ εἶναι : $F = \pm \frac{mm'}{d^2}$.

Ἔντασις μαγνητικοῦ πεδίου : $H = \frac{F}{m}$

ὅπου F = δύναμις εἰς δύνας ἀσκουμένη ἐπὶ πόλου μαγνητικῆς ποσότητος m , H = ἔντασις μαγνητικοῦ πεδίου εἰς Γκάουζ.

ΗΛΕΚΤΡΙΣΜΟΣ

Πρακτικαὶ μονάδες : Μονὰς τῆς ποσότητος τοῦ ἡλεκτρισμοῦ εἶναι τὸ Κουλόμπ (c).

1 Κουλόμπ = 3×10^9 ἡλεκτροστατικαὶ μονάδες (C.G.S.)
= 10^{-1} ἡλεκτρομαγνητικαὶ μονάδες (C.G.S.)

Μονὰς τῆς τάσεως εἶναι τὸ Βόλτ.

1 Βόλτ = $\frac{1}{3 \times 10^9}$ ἡλεκτροστατικαὶ μονάδες (C.G.S.)
= 10^9 ἡλεκτρομαγνητικαὶ μονάδες (C.G.S.)

Μονὰς ἐντάσεως εἶναι τὸ Ἀμπέρ.

1 Ἀμπέρ = 3×10^{10} ἡλεκτροστατικαὶ μονάδες (C.G.S.)
= 10^{-1} ἡλεκτρομαγνητικαὶ μονάδες (C.G.S.)

Μονὰς ἀντιστάσεως εἶναι τὸ Ὠμ.

1 Ὠμ = $\frac{1}{9 \times 10^{11}}$ ἡλεκτροστατικαὶ μονάδες (C.G.S.)
= 10^9 ἡλεκτρομαγνητικαὶ μονάδες.

Μονὰς χωρητικότητος εἶναι τὸ Φαράντ.

1 Φαράντ = 9×10^{11} ἡλεκτροστατικαὶ μονάδες.
= 10^{-9} ἡλεκτρομαγνητικαὶ μονάδες.

Ἡλεκτροστατικὴ μονὰς εἶναι ἡ ποσότης τοῦ ἡλεκτρισμοῦ, τὴν ὁποῖαν πρέπει νὰ ἔχη μίση μικρὰ σφαῖρα, ἡ ὁποία τιθεμένη εἰς ἀπόστασιν 1 ἐκ. ἀπὸ μίαν ἄλλην ἴσην σφαῖραν, ἡλεκτρισμένην ὁμώνυμως, τὴν ἀπωθεῖ μὲ δύναμιν ἴσην μὲ μίαν δύνην.

Νόμος τοῦ Coulomb. Ἐάν F = ἐλκτικὴ (+) ἢ ἀπωστικὴ (-) δύναμις εἰς δύνας, m, m' = ἡλεκτρικὰ φορτία εἰς ἡλεκτροστατικὰς μονάδας, d = ἀπόστασις τῶν φορτίων, θὰ εἶναι : $F = \pm \frac{m \cdot m'}{d^2}$.

Χωρητικότης ἀγωγοῦ. Ἐάν Q = ἠλεκτρικὸν φορτίον εἰς coulomb, C = χωρητικότης ἐνὸς ἀγωγοῦ εἰς farads, V = δυναμικὸν εἰς volts θὰ εἶναι: $Q = CV$.

Ποσότης ἠλεκτρισμοῦ: $Q = It$.

Q = ποσότης ἠλεκτρισμοῦ εἰς κουλόμπ, I = ἔντασις ροῆς εἰς ἀμπέρ, t = χρόνος εἰς δευτερόλεπτα.

Νόμος τοῦ Ὠμ. Ἡ ἔντασις I εἰς ἀμπέρ, ρεύματος μεταξὺ δύο σημείων A καὶ B κυκλώματος εἶναι:

$$I = \frac{U}{R} \quad \text{ἢ} \quad U = IR.$$

ὅπου U = διαφορά δυναμικοῦ εἰς τὰ ἄκρα τοῦ ἀγωγοῦ εἰς βόλτ, R = ἀντίστασις εἰς ὦμ.

Ἡ ἔντασις I εἰς πλήρες κύκλωμα εἶναι:

$$I = \frac{E}{R+r} \quad \text{ἢ} \quad E = U + rI$$

ὅπου E = ἠλεκτρεγερτικὴ δύναμις πηγῆς εἰς βόλτ,

R = ἐξωτερικὴ ἀντίστασις, r = ἐσωτερικὴ ἀντίστασις εἰς ὦμ.

Ἀντίστασις ἀγωγοῦ: $R = \frac{\rho \cdot L}{S}$

R = ἀντίστασις εἰς ὦμ, ρ = εἰδικὴ ἀντίστασις εἰς $\Omega \text{mm}^2/\text{m}$, L = μῆκος ἀγωγοῦ εἰς μέτρα, S = τομὴ εἰς mm^2 .

Μεταβολὴ τῆς ἀντιστάσεως λόγῳ θερμοκρασίας.

$$R_2 = R_1 [1 + \alpha(\theta_2 - \theta_1)]$$

R_1 = ἀντίστασις εἰς θερμοκρασίαν θ_1 βαθμῶν Κελσίου,

R_2 = ἀντίστασις εἰς θερμοκρασίαν θ_2 βαθμῶν Κελσίου,

α = συντελεστὴς θερμοκρασίας εἰς grad^{-1} .

Ἀντιστάσεις $R_1, R_2, R_3, \dots, R_n$.

1ον. Ἐν σειρᾷ: $R = R_1 + R_2 + R_3 + \dots + R_n$

2ον. Ἐν παραλλήλῳ: $\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_n}$

3ον. Διὰ δύο μόνον ἀντιστάσεις ἐν παραλλήλῳ:

$$R = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}.$$

Ἡλεκτρικὴ ἐνέργεια ἐνὸς ἀγωγοῦ. Ἐάν T = ἠλεκτρικὴ ἐνέργεια εἰς joules, C = χωρητικότης εἰς farads,

V = τάσις εἰς volts, θὰ εἶναι: $T = \frac{1}{2} C \cdot V^2$

Ἔργον ἐνὸς κυκλώματος (ρεῦμα συνεχές): $W = UIt$
ὅπου W = ἔργον εἰς τζάουλ, t = χρόνος εἰς sec, U = τάσις εἰς τὰ ἄκρα τοῦ κυκλώματος εἰς βόλτ, I = ἔντασις ροῆς εἰς ἀμπέρ.

Ἐνέργεια ἐνὸς ρεύματος μεταξὺ δύο σημείων A καὶ B ἐνὸς ἀγωγοῦ. Ἐάν T = ἐνέργεια εἰς joules, E = διαφορά δυναμικοῦ, εἰς volts, μεταξὺ A καὶ B ,

Q = ἡλεκτρικὴ ποσότης εἰς coulombs διαρρέουσα τὸ σὺρμα, I = ἔντασις εἰς ampères, t = διάρκεια τοῦ ρεύματος εἰς sec, R = ἀντίστασις εἰς ohms, θὰ εἶναι :

$$T = E \cdot Q, \quad T = E \cdot I \cdot t, \quad T = R \cdot I^2 \cdot t$$

Ἐκπεπομένη θερμότης : $Q = 0,24 RI^2t$
 ὅπου Q = ποσότης θερμότητος εἰς μικρὰς θερμίδας,
 R = ἀντίστασις εἰς ὤμ, I = ἔντασις ρεύματος εἰς ἀμπέρ.

Ἴσχύς ἑνὸς κυκλώματος (ρεῦμα συνεχές) : $P = U \cdot I$
 ὅπου P = ἰσχύς εἰς βάττ, U = τάσις εἰς τὰ ἄκρα τοῦ κυκλώματος εἰς βόλτ, I = ἔντασις ρεύματος εἰς ἀμπέρ.

Μεταξὺ τάσεως U , ἐντάσεως I , ἀντιστάσεως R καὶ ἰσχύος P ὑπάρχουν αἱ σχέσεις :

$$U = I \cdot R = \frac{P}{I} = \sqrt{P \cdot R}, \quad I = \frac{U}{R} = \frac{P}{U} = \sqrt{\frac{P}{R}}$$

$$R = \frac{U}{I} = \frac{U^2}{P} = \frac{P}{I^2}, \quad P = U \cdot I = I \cdot R^2 = \frac{U^2}{R}$$

Σύνδεσις στοιχείων : 1. Ἐάν συνδέσωμεν ἐν σειρᾷ ἢ κατὰ τάσιν n στοιχεῖα, ἡ ἔντασις I θὰ εἶναι $I = \frac{ne}{nr + R}$,
 e = ἡλεκτρεγερτικὴ δύναμις ἑνὸς στοιχείου, R = ἔξωτερικὴ ἀντίστασις καὶ r = ἔσωτερικὴ ἀντίστασις ἑνὸς στοιχείου.

2. Ἐάν συνδέσωμεν n στοιχεῖα κατὰ ποσότητα ἢ ἐν παραλλήλῳ ἡ ἔντασις I θὰ εἶναι $I = \frac{ne}{r + nR}$.

3. Ἐάν σχηματίσωμεν m σειρὰς ἐκ n στοιχείων ἐν παραλλήλῳ καὶ συνδέσωμεν τὰς m σειρὰς κατὰ τάσιν, ἡ ἔντασις θὰ εἶναι $I = \frac{ne}{\frac{nr}{m} + R} = \frac{m \cdot ne}{nr + mR}$.

Τὸ μέγιστον τῆς ἐντάσεως εἶναι ὅταν :

$$\frac{nr}{m} = R \quad \text{ἢ} \quad nr = mR.$$

Νόμος τοῦ Joule : $W = i^2rt = JQ$

W = ἡλεκτρικὴ ἐνέργεια, t = χρόνος εἰς sec, Q = ἐκλυόμενον ποσὸν θερμότητος εἰς cal, J = μηχανικὸν ἰσοδύναμον τῆς μικρᾶς calorie : 4,18 joules.

$$Q = \frac{1}{J} i^2rt = \frac{1}{4,18} i^2rt = 0,24 i^2rt.$$

Ἡλεκτρόλυσις : 96600 Κουλόμπ ἐλευθερώνουν 1 gr. ὕδρογόνου (H), 108 gr ἀργύρου (Ag), 31,5 gr χαλκοῦ (Cu) καὶ γενικῶς $\frac{A}{v}$ γραμμάρια, ὅπου A = τὸ ἀτομικὸν βάρος καὶ v = τὸ σθένος τοῦ στοιχείου.

1 Κουλόμπ ἐλευθερώνει 0,000 010 38 gr. H (ἢ 0,1115

cm³), 0,001 118 gr. Ag κατά δευτερόλεπτον κλπ.

1 ὦμ εἶναι ἡ ἀντίστασις μιᾶς στήλης 106,3 cm ὑδραργύρου τομῆς 1 mm² εἰς θερμοκρασίαν 0°C.

Ἐάν $m = \mu\alpha\zeta\alpha$ ἀποτιθεμένων ἰόντων εἰς gr, $i = \acute{\epsilon}\nu\tau\alpha\sigma\iota\varsigma$ ρεύματος εἰς ἀμπέρ, $t = \chi\rho\acute{o}\nu\omicron\varsigma$ εἰς δευτερόλεπτα, $a = \acute{\eta}\lambda\epsilon\kappa\tau\rho\chi\eta\mu\iota\kappa\acute{o}\nu$ ἰσοδύναμον εἰς gr/Cb θὰ εἶναι $m = a i t$.

Πυκνωταί. Χωρητικότης ἐπιπέδου πυκνωτοῦ :

$$C = k \cdot \frac{S}{4\pi e} = 0,885 \times 10^{-6} \cdot \frac{k \cdot S}{e}$$

$C = \chi\omega\rho\eta\tau\iota\kappa\acute{o}\tau\eta\varsigma$ εἰς farads, $k = \delta\iota\eta\lambda\epsilon\kappa\tau\rho\iota\kappa\acute{\eta}$ σταθερά, $S = \acute{\epsilon}\mu\beta\alpha\delta\acute{o}\nu$ ἐκάστης πλακῶς εἰς cm², $e = \acute{\alpha}\pi\acute{o}\sigma\tau\alpha\sigma\iota\varsigma$ ὀπλισμῶν εἰς cm.

Πυκνωταί $C_1, C_2, C_3, \dots, C_n$ ἐν σειρᾷ :

Ἡ ὅλική χωρητικότης δίδεται ὑπὸ τοῦ τύπου

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \dots + \frac{1}{C_n}$$

Πυκνωταί $C_1, C_2, C_3, \dots, C_n$ ἐν παραλλήλῳ :

Ἐν ὅλική χωρητικότης : $C = C_1 + C_2 + \dots + C_n$.

Ἡλεκτρικαὶ στήλαι :

Daniel (SO⁴H², SO⁴Cu), ἠλεκτρεγερτικὴ δύναμις 1,07 βόлт.

Bunsen (SO⁴H², NO³H), ἠλεκτρεγερτικὴ δύναμις 1,87 βόлт.

Grenet (SO⁴H², Cr²O⁷K²), ἠλεκτρεγερτικὴ δύναμις 2 βόлт.

Leclanché (NH⁴Cl, MnO²), ἠλεκτρεγερτικὴ δύναμις 1,46 βόлт.

Latimer Clark (SO⁴Zn, SO⁴Hg²), ἠλεκτρεγερτικὴ δύναμις 1,443 βόлт.

Συσσωρευταί : Ἡλεκτρ. ἰσχύς = 2 βόлт. χωρητικότης = 36000 κουλόμπ, ἐνέργεια = 72000 joules περίπου κατὰ kg.

Μαγνητικὸν πεδίων πηνίου : $H = \frac{0,2\pi nI}{r}$

ὅπου $H = \acute{\epsilon}\nu\tau\alpha\sigma\iota\varsigma$ μαγνητικοῦ πεδίου εἰς γκάους, $n = \sigma\upsilon\nu\omicron\lambda\iota\kappa\acute{o}\varsigma$ ἀριθμὸς σπειρῶν, $I = \acute{\epsilon}\nu\tau\alpha\sigma\iota\varsigma$ ροῆς εἰς ἀμπέρ, $r = \acute{\alpha}\kappa\tau\iota\varsigma$ πηνίου εἰς cm.

*Ἐντασις τοῦ μαγνητικοῦ πεδίου εἰς ἐπίμηκες (σωληνοειδές) πηνίον : $H = 0,4\pi n_1 I = 1,25 n_1 I$

ὅπου $n_1 = \acute{\alpha}\rho\iota\theta\mu\acute{o}\varsigma$ σπειρῶν κατὰ cm.

Μαγνητικὴ ἐπαγωγή : $B = \mu H$

ὅπου $B = \mu\alpha\gamma\eta\eta\tau\iota\kappa\acute{\eta}$ ἐπαγωγή εἰς γκάους, $H = \acute{\epsilon}\nu\tau\alpha\sigma\iota\varsigma$ μαγνητικοῦ πεδίου εἰς γκάους, $\mu = \sigma\upsilon\nu\tau\epsilon\lambda\epsilon\sigma\tau\acute{\eta}\varsigma$ μαγνητικῆς διαπερατότητος ὑλικοῦ εὐρισκομένου ἐντὸς μαγνητικοῦ πεδίου.

Μαγνητική ροή : $\Phi = HS\mu = 1,25 n, IS\mu$
 όπου Φ =μαγνητική ροή εἰς γκάους cm^2 , S =ἐπιφάνεια εἰς cm^2 πηνίου, μ =συντελεστής μαγνητικῆς διαπερατότητος.

Αὐτεπαγωγή πηνίου μετὰ σιδηροῦ πυρῆνος :

$$L = 1,25 \cdot \frac{n^2 \mu S}{10^9 \lambda}$$

ὅπου L = αὐτεπαγωγή πηνίου εἰς ἀνρῦ, n =ἀριθμὸς σπειρῶν, μ =συντελεστής μαγνητικῆς διαπερατότητος, S =διατομή πυρῆνος εἰς cm^2 , λ =μῆκος μαγνητικοῦ κυκλώματος εἰς cm .

Σχέσεις μεταξὺ μαγνητικῆς ροῆς καὶ αὐτεπαγωγῆς :

$$\Phi = 10^9 \cdot L \cdot I$$

ὅπου Φ =μαγνητικὴ ροή εἰς μάξγουελ, L =αὐτεπαγωγή εἰς ἀνρῦ, I =ἔντασις ρεύματος εἰς ἀμπέρ.

Ἔργον : $T = \frac{I \cdot \Phi}{10^8}$ joules

Φ =μεταβολὴ ροῆς.

Ἡλεκτρεγερτικὴ δύναμις ἐπαγωγῆς :

$$e = 10^{-8} \times \frac{\Phi}{t} \text{ βόλτ}$$

ὅπου t =διάρκεια τῆς μεταβολῆς εἰς sec .

Μηχανὴ τοῦ Gramme : $e = n \cdot N \cdot \Phi \cdot 10^{-8}$

e =ἠλεκτρεγερτικὴ δύναμις εἰς βόλτ, n =ἀριθμὸς τῶν σπειρῶν τοῦ ἐπαγωγίμου, N =ἀριθμὸς τῶν στροφῶν κατὰ sec τοῦ ρεύματος ἐπαγωγῆς.

Ἐνεργὸς ἔντασις καὶ ἐνεργὸς ἠλεκτρεγερτικὴ δύναμις ἐναλλασσομένου ρεύματος. Ἐὰν I_μ = μεγίστη ἔντασις εἰς ampères, E_μ = μεγίστη ἠλεκτρεγερτικὴ δύναμις εἰς volts, I = ἐνεργὸς ἠλεκτρεγερτικὴ δύναμις

θα εἶναι :

$$I = \frac{I_\mu}{\sqrt{2}}, \quad E = \frac{E_\mu}{\sqrt{2}}.$$

Τύποι σχετικοὶ μετὰ τὸ ἐναλλασσόμενον ρεῦμα, ὅταν δὲν ὑπάρχη πηνίον αὐτεπαγωγῆς, οὔτε συμπυκνωτῆς :

$$I = \frac{E}{R}, \quad P = E \cdot I.$$

ΚΟΣΜΟΓΡΑΦΙΑ

Γεωγραφικὸν πλάτος Ἀθηνῶν : $37^\circ 58' 15,5''$ Β.

Γεωγραφικὸν μῆκος Ἀθηνῶν : $1^\circ 34' 52,2$ Δ.

Γῆ : Μέγας ἡμιάξων Γῆς : $\alpha = 6\,378\,249$ μέτρα,

Μικρὸς ἡμιάξων Γῆς : $\beta = 6,356\,515$ μέτρα.

Πλάτυνσις : $\frac{\alpha - \beta}{\alpha} = \frac{1}{293}$ περίπου. Πυκνότης : 5,5.

Ἐάν ὑποθέσωμεν ὅτι ἡ Γῆ εἶναι σφαιρική θὰ εἶναι :
 ἄκτις $R=6367$ χιλιόμετρα. Μῆκος τόξου $1^\circ=111,11$ χιλιόμετρα. Μῆκος τόξου $1'$ ἢ ναυτικὸν μίλλιον= $1851,85$ μέτρα. Μῆκος τόξου $\frac{1}{2}$ τοῦ δευτερολέπτου (κόμβος ἢ $\frac{1}{120}$ μιλλίου)= $15,43$ μέτρα.

Ἀστρικὸν ἔτος : 365 ἡμ. $6^{\omega} 9^{\pi} 9,5^{\delta}$ μέσαι ἡλιακαὶ ἡμέραι ἢ $365,25636$ ἡμέραι.

Τροπικὸν ἔτος : 365 ἡμ. $5^{\omega} 48^{\pi} 45,98^{\delta}$ μέσαι ἡλιακαὶ ἡμέραι ἢ $365,24 219 879$ ἡμέραι.

Ἥλιος : Μέση φαινομένη διάμετρος : $32' 2'', 36$.

Μέση ἀπόστασις Ἡλίου ἀπὸ τὴν Γῆν : 23439 γήϊναι ἰσημεριναὶ ἄκτινες ἢ $149 501 000$ χιλιόμετρα.

Ἄκτις = 109 γήϊναι ἰσημεριναὶ ἄκτινες.

Ὅριζοντία παράλλαξις : $8'', 80$.

Λόξωσις τῆς ἐκλειπτικῆς : $23^\circ 27'$.

Περιστροφή τοῦ Ἡλίου περὶ τὸν ἑαυτὸν : 25 ἡμ. $4^{\omega} 29^{\pi}$.

Μέση ἡμερησία φαινομένη κίνησις : $59' 8''$.

Πυκνότης : $1,4$ (ὡς πρὸς τὴν Γῆν : $0,25$).

Μᾶζα : $333 432$ φορές μεγαλυτέρα τῆς μάζης τῆς Γῆς.

Ὅγκος : $1 301 200$ φορές μεγαλύτερος τοῦ ὄγκου Γῆς.

Βαρύτης εἰς τὴν ἐπιφάνειαν : $27,6$.

Γωνιώδης ταχύτης τοῦ Ἡλίου ἐπὶ τῆς ἐκλειπτικῆς εἰς 1 ἡμέραν :

Μεγίστη : $1^\circ 1' 10''$ (1ην Ἰανουαρίου).

Ἐλαχίστη : $57' 11''$ (30 Ἰουνίου).

Σελήνη : Μέση φαινομένη διάμετρος : $31' 7'', 20$.

Μέση ἀπόστασις ἀπὸ τὴν Γῆν : $60,3$ γήϊναι ἰσημεριναὶ ἄκτινες ἢ $384 395$ χιλιόμετρα.

Ἄκτις : $0,272$ τῆς γῆινης ἄκτινος, ἢ 1737 χιλιόμετρα.

Ἀπόκλισις τῆς σεληνιακῆς τροχιάς : $5^\circ 8' 43''$.

Μέση ὀριζοντία παράλλαξις : $57' 2'', 7$.

Περιστροφή τῆς Σελήνης περὶ τὸν ἑαυτὸν τῆς :

27 ἡμ. $7^{\omega} 43^{\pi} 11^{\delta}$.

Ἀστρική περιφορὰ Σελήνης : 27 ἡμ. $7^{\omega} 43^{\pi} 11^{\delta}$.

Συνοδική περιφορὰ Σελήνης ἢ σεληνιακὴ περίοδος μεταξύ δύο νομηνιῶν : 29 ἡμ. $12^{\omega} 44^{\pi} 2^{\delta}, 9$.

(235 σεληνιακαὶ περίοδοι= 19 τροπικὰ ἔτη).

Μέση φαινομένη ἡμερησία κίνησις : $13^\circ 10' 35''$.

Πυκνότης : $3,33$ ($0,606$ ὡς πρὸς τὴν Γῆν).

Μᾶζα : $\frac{1}{81}$ τῆς μάζης τῆς Γῆς.

Ὅγκος : $\frac{1}{50}$ τοῦ ὄγκου τῆς Γῆς.

Βαρύτης εἰς τὴν ἐπιφάνειαν : $0,17$.

Χρονική διάρκεια τῶν ἐποχῶν :

Ἑαρ : 92 ἡμ. 21^ω

Φθινόπωρον : 89 ἡμ. 19^ω

Θέρους : 93 ἡμ. 14^ω

Χειμῶν : 89 ἡμ. 00^ω

Κύρια στοιχεῖα τῶν πλανητῶν

Πλανῆται	Ἀριθμὸς δορυφόρων	Ἀπόστασις ἀπὸ Ἡλίου	Διάρκεια περιτροπῆς	Διάρκεια περιφορῆς	Διάμετρος	Ὅγκος	Μάζα	Πυκνότης	Βαρύτης εἰς ἰσημερινόν
Ἑρμῆς . .	—	0,39	88 ἡμ. ;	88 ἡμ.	0,37	0,05	0,06	1,17	0,41
Ἀφροδίτη	—	0,72	225 ἡμ. ;	225 ἡμ.	0,97	0,90	0,82	0,91	0,88
Γῆ . . .	1	1	23 ^ω 56π	1 ἔτος	1	1	1	1	1
Ἄρης . .	2	1,52	24 ^ω 37π	1,9 ἔτ.	0,54	0,16	0,11	0,69	0,37
Ζεὺς . .	9	5,20	9 ^ω 56π	11,9 ἔτ.	11,14	1295	318	0,25	2,53
Κρόνος .	10	9,55	10 ^ω 14π	29,5 ἔτ.	9,4	745	95	0,13	1,06
Οὐρανός	4	19,22	;	84 ἔτη	4	63	14	0,23	0,92
Ποσειδῶν	1	30,11	;	164,8 >	4,3	78	17	0,22	0,95

ΑΝΑΛΥΣΙΣ

Παράγωγοι καὶ διαφορικά

Α'. Παράγωγοι καὶ διαφορικά ἀπλῶν συναρτήσεων.

Συναρτήσεις	Παράγωγοι	Διαφορικά
$y = ax + \beta$	$y' = a$	$dy = a dx$
$y = ax^2$	$y' = 2ax$	$dy = 2ax dx$
$y = x^\mu$	$y' = \mu x^{\mu-1}$	$dy = \mu x^{\mu-1} dx$
$y = \frac{1}{x}$	$y' = -\frac{1}{x^2}$	$dy = -\frac{dx}{x^2}$
$y = \sqrt{x}$	$y' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$	$dy = \frac{dx}{2\sqrt{x}}$
$y = \sqrt[\mu]{x}$	$y' = \frac{1}{\mu} x^{\frac{1}{\mu}-1}$	$dy = \frac{1}{\mu} x^{\frac{1}{\mu}-1} dx$
$y = e^x$	$y' = e^x$	$dy = e^x dx$
$y = a^x$	$y' = a^x L_a$	$dy = a^x L_a dx$
$y = \log_a x$	$y' = \frac{1}{x} \log_a e \quad \eta$	$dy = \frac{\log_a e}{x} dx \quad \eta$
	$y' = \frac{1}{x L_a}$	$dy = \frac{dx}{x L_a}$
$y = L_a x$	$y' = \frac{1}{x}$	$dy = \frac{dx}{x}$
$y = \eta \mu x$	$y' = \sigma \eta \mu x$	$dy = \sigma \eta \mu x dx$
$y = \sigma \eta \mu x$	$y' = -\eta \mu x$	$dy = -\eta \mu x dx$

Συναρτήσεις	Παράγωγοι	Διαφορικά
$y = \epsilon\phi x$	$y' = \frac{1}{\sigma\upsilon\nu^2 x}$ ἢ $y' = 1 + \epsilon\phi^2 x$	$dy = \frac{dx}{\sigma\upsilon\nu^2 x}$ ἢ $dy = (1 + \epsilon\phi^2 x) dx$
$y = \sigma\phi x$	$y' = -\frac{1}{\eta\mu^2 x}$	$dy = -\frac{dx}{\eta\mu^2 x}$
$y = \tau\epsilon\mu x$	$y' = \frac{\eta\mu x}{\sigma\upsilon\nu^2 x}$	$dy = \frac{\eta\mu x}{\sigma\upsilon\nu^2 x} dx$
$y = \sigma\tau\epsilon\mu x$	$y' = -\frac{\sigma\upsilon\nu x}{\eta\mu^2 x}$	$dy = -\frac{\sigma\upsilon\nu x}{\eta\mu^2 x} dx$
$y = \tau\omicron\xi.\eta\mu x$	$y' = \frac{1}{\pm\sqrt{1-x^2}}$ (ση- μείον τοῦ σινυ)	$dy = \frac{dx}{\pm\sqrt{1-x^2}}$ (ση- μείον τοῦ σινυ)
$y = \tau\omicron\xi.\sigma\upsilon\nu x$	$y' = \frac{1}{\pm\sqrt{1-x^2}}$ (ση- μείον τοῦ -ημ)	$dy = \frac{dx}{\pm\sqrt{1-x^2}}$ (ση- μείον τοῦ -ημ)
$y = \tau\omicron\xi.\epsilon\phi x$	$y' = \frac{1}{1+x^2}$	$dy = \frac{dx}{1+x^2}$
$y = \tau\omicron\xi.\sigma\phi x$	$y' = -\frac{1}{1+x^2}$	$dy = -\frac{dx}{1+x^2}$
$y = \tau\omicron\xi.\tau\epsilon\mu x$	$y' = \frac{1}{x\sqrt{x^2-1}}$	$dy = \frac{dx}{x\sqrt{x^2-1}}$
$y = \tau\omicron\xi.\sigma\tau\epsilon\mu x$	$y' = -\frac{1}{x\sqrt{x^2-1}}$	$dy = -\frac{dx}{x\sqrt{x^2-1}}$

Β' Παράγωγοι καὶ διαφορικά τῶν συναρτήσεων
 u, v, w τῆς αὐτῆς μεταβλητῆς x .

Συναρτήσεις	Παράγωγοι	Διαφορικά
$y = u + v - w$	$y' = u' + v' - w'$	$dy = du + dv - dw$
$y = uv$	$y' = uv' + vu'$	$dy = u dv + v du$
$y = u w$	$y' = u w' + w u' + u v w'$	$dy = u w du +$ $+ u w dv + u v dw$
$y = \frac{u}{v}$	$y' = \frac{vu' - uv'}{v^2}$	$dy = \frac{v du - u dv}{v^2}$
$y = u^\mu$	$y' = \mu u^{\mu-1} u'$	$dy = \mu u^{\mu-1} du$
$y = u^v$	$y' = u' u^{v-1} +$ $+ v u^v L u$	$dy = u v^{v-1} du +$ $+ u^v L u dv$

Παράγωγοι τῶν ἀντιστρόφων συναρτήσεων.

Ἐὰν ἀπὸ τὸ $y = f(x)$ λάβωμεν $x = \varphi(y)$

θὰ εἶναι $f'(x) \times \varphi'(y) = 1$.

Παράγωγοι καὶ διαφορικά τῶν συναρτήσεων συναρτήσεων.

$y = f(u), \quad u = \varphi(v), \quad v = \psi(w), \quad w = \sigma(x)$

$y'_x = f'(u) \cdot \varphi'(v) \cdot \psi'(w) \cdot \sigma'(x), \quad dy = f'(u) du.$

Ἀναπτύγματα σειρῶν. Τύπος τοῦ Taylor :

$$f(x+h) = f(h) + \frac{f'(h)}{1} x + \frac{f''(h)}{1.2} x^2 + \frac{f'''(h)}{1.2.3} x^3 + \dots$$

Τύπος τοῦ Mac Laurin :

$$f(x) = f(0) + \frac{f'(0)}{1} x + \frac{f''(0)}{1.2} x^2 + \frac{f'''(0)}{1.2.3} x^3 + \dots$$

$$e = 0\epsilon \left(1 + \frac{1}{\nu}\right)^\nu = 1 + \frac{1}{1} + \frac{1}{1.2} + \frac{1}{1.2.3} + \dots = 2,71828.$$

$$e^x = 1 + \frac{x}{1} + \frac{x^2}{1.2} + \frac{x^3}{1.2.3} + \dots$$

$$\frac{1}{1+x} = 1 - x + x^2 - x^3 + \dots$$

$$\frac{1}{1-x} = 1 + x + x^2 + x^3 + \dots$$

$$\log(1+x) = M\left(x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4} + \dots\right)$$

$$\log(1-x) = -M\left(x + \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} + \frac{x^4}{4} + \dots\right)$$

} |x| < 1

$$\eta\mu x = \frac{x}{1} - \frac{x^3}{1.2.3} + \frac{x^5}{1.2.3.4.5} - \dots$$

$$\sigma\upsilon\nu x = -\frac{x^2}{1.2} + \frac{x^4}{1.2.3.4} - \dots$$

$$\tau\omicron\xi, \epsilon\phi x = \frac{x}{1} - \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} - \dots$$

Ὁλοκληρώματα

$$\int f'(x) dx = f(x) + C.$$

$$\int_a^\beta f'(x) dx = f(\beta) - f(a)$$

$$\int f'(u) du = f(u) + C$$

(u = συνάρτησις τῆς x)

$$\int x^\mu dx = \frac{x^{\mu+1}}{\mu+1}, \quad (\mu+1 \neq 0)$$

$$\int \frac{dx}{x} = Lx$$

$$\int \frac{dx}{x^2+1} = \tau\omicron\xi, \epsilon\phi x,$$

$$\int \frac{dx}{x^2+a^2} = \frac{1}{a} \tau\omicron\xi, \epsilon\phi \frac{x}{a}$$

$$\int \frac{dx}{x^2-1} = \frac{1}{2} L \frac{x-1}{x+1},$$

$$\int \frac{dx}{x^2-a^2} = \frac{1}{2a} L \frac{x-a}{x+a}$$

$$\beta^2 - 4\alpha\gamma > 0, \int \frac{dx}{\alpha x^2 + \beta x + \gamma} = \frac{1}{\sqrt{\beta^2 - 4\alpha\gamma}} L \frac{2\alpha x + \beta - \sqrt{\beta^2 - 4\alpha\gamma}}{2\alpha x + \beta + \sqrt{\beta^2 - 4\alpha\gamma}}$$

$$\beta^2 - 4\alpha\gamma < 0, \int \frac{dx}{\alpha x^2 + \beta x + \gamma} = \frac{2}{\sqrt{4\alpha\gamma - \beta^2}} \tau\omicron\xi, \epsilon\phi \frac{2\alpha x + \beta}{\sqrt{4\alpha\gamma - \beta^2}}$$

$$\beta^2 - 4\alpha\gamma = 0, \int \frac{dx}{\alpha x^2 + \beta x + \gamma} = -\frac{2}{2\alpha x + \beta}$$

$$\int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} = \tau\omicron\xi, \eta\mu x,$$

$$\int \frac{dx}{\sqrt{a^2-x^2}} = \tau\omicron\xi, \eta\mu \frac{x}{a}$$

$$\int \frac{dx}{\sqrt{x^2+a^2}} = L(x + \sqrt{x^2+a^2}), \quad \int e^x dx = e^x, \quad \int a^x dx = \frac{a^x}{L a}$$

$$\int Lx dx = x(Lx-1), \quad \int \log_a x dx = x(\log_a x - \log_a e)$$

$$\int \sigma\upsilon\nu x dx = \eta\mu x, \quad \int \eta\mu x dx = -\sigma\upsilon\nu x, \quad \int \epsilon\phi x dx = -L \sigma\upsilon\nu x$$

$$\int \sigma\phi x dx = L \eta\mu x,$$

$$\int \frac{dx}{\sigma\upsilon\nu^2 x} = \epsilon\phi x$$

$$\int \frac{dx}{\eta\mu^2 x} = -\sigma\phi x,$$

$$\int \frac{dx}{\eta\mu x} = L \epsilon\phi \frac{x}{2}$$

ΧΗΜΕΙΑ

Πίναξ τῶν ἀτομικῶν βαρῶν τῶν στοιχείων
τῆς διεθνoῦς ἐνώσεως Χημείας 1953

Στοιχείον	Σύμβολον	Ἀτομικὸς ἀριθμὸς	Ἀτομικὸν βῆρος 0=16	Στοιχείον	Σύμβολον	Ἀτομικὸς ἀριθμὸς	Ἀτομικὸν βῆρος 0=16
Ἄζωτον . . .	N	7	14,008	Μαγνήσιον .	Mg	12	24,32
Ἀκτίνιον . .	Ac	89	227	Μολυβδαίνιον	Mo	42	95,95
Ἀμερίκιον .	Am	95	243	Μόλυβδος .	Pb	82	207,21
Ἀνθραξ . . .	C	6	12,011	Νάτριον . . .	Na	11	22,991
Ἀντιμόνιον .	Sb	51	121,76	Νέον	Ne	10	20,183
Ἀργίλλιον .	Al	13	26,980	Νεοδύμιον .	Nd	60	144,27
Ἀργὸν	A	18	39,444	Νεπτούνιον .	Np	93	[273]
Ἀργυρος . . .	Ag	47	107,880	Νικέλιον . . .	Ni	28	58,69
Ἀρσενικὸν .	As	33	74,91	Νιόβιον . . .	Nb	41	92,91
Ἀσβέστιον .	Ca	20	40,08	Ξένον	Xe	54	131,3
Ἀστατον . . .	At	85	210	Ὀλμιοῦν . . .	Ho	67	164,94
Ἀφνιον . . .	Hf	72	178,6	Ὄξυγόνον . .	O	8	16
Βανάδιον . .	V	23	50,95	Ὄσμιον	Os	76	190,2
Βάριον . . .	Ba	56	137,36	Ὀυράνιον . .	U	92	238,07
Βερκέλιον .	Bk	97	245	Παλλάδιον .	Pd	46	106,7
Βηρύλλιον .	Be	4	9,013	Πολώνιον . .	Po	84	210
Βισμούθιον	Bi	83	209	Πλουτώνιον	Pu	94	[242]
Βολφράμιον	W	74	183,92	Πρασινοδύμιον	Pr	59	140,920
Βόριον . . .	B	5	10,82	Προμήθιον .	Pm	61	[145]
Βρώμιον . . .	Br	35	79,916	Πρωτακτίνιον.	Pa	91	231
Γαδολίνιον .	Gd	64	156,9	Πυρίτιον . .	Si	14	28,09
Γάλλιον . . .	Ga	31	69,720	Ράδιον	Ra	88	226,05
Γερμάνιον .	Ge	32	72,6	Ραδόνιον . .	Rn	86	222
Δημήτριον .	Ce	58	140,13	Ρήνιον	Re	75	186,31
Δυσπρόσιον .	Dy	66	162,46	Ρόδιον	Rh	45	102,91
Ἐρβιον . . .	Er	68	167,2	Ρουβίδιον . .	Rb	37	85,48
Εὐρώπιον . .	Eu	63	152	Ρουθήνιον . .	Ru	44	101,1
Ζιρκόνιον . .	Zr	40	91,22	Σαμάριον . .	Sm	62	150,43
Ἡλιον	He	2	4,003	Σελήνιον . . .	Se	34	78,96
Θάλιον . . .	Tl	81	204,39	Σίδηρος . . .	Fe	26	55,85
Θεῖον	S	16	32,066	Σκάνδιον . .	Sc	21	44,96
Θόριον . . .	Th	90	232,050	Στρόντιον . .	Sr	38	87,63
Θούλιον . . .	Tm	69	168,940	Ταντάλιον . .	Ta	73	180,95
Ἰνδιον	In	49	114,760	Τελλούριον .	Te	52	127,610
Ἰρίδιον . . .	Ir	77	192,2	Τέρβιον . . .	Tb	65	158,93
Ἰώδιον	I	53	126,910	Τεχνητίον . .	Tc	43	[99]
Κάδμιον . . .	Cd	48	112,410	Τιτάνιον . . .	Ti	22	47,9
Καίσιον . . .	Cs	55	132,91	Υδράργυρος	Hg	80	200,61
Κάλιον . . .	K	19	39,1	Υδρογόνον . .	H	1	1,008
Καλιφόρνιον	Cf	98	[246]	Υπτέρβιον . .	Yb	70	173,04
Κασσίτερος .	Sn	50	118,70	Υττριον	Y	39	88,92
Κιούριον . .	Cm	96	243	Φθόριον . . .	F	9	19
Κοβάλτιον . .	Co	27	58,94	Φράγκιον . .	Fr	87	[223]
Κρυπτόν . .	Kr	36	83,80	Φωσφόρος . .	P	15	30,975
Λανθάνιον .	La	57	138,92	Χαλκός	Cu	29	63,54
Λευκόχρυσος	Pt	78	195,23	Χλώριον . . .	Cl	17	35,457
Λίθιον	Li	3	6,94	Χρυσός	Au	79	197
Λουτίτιον . .	Lu	71	174,99	Χρώμιον . . .	Cr	24	52,01
Μαγγάνιον .	Mn	25	54,94	Ψευδάργυρος	Zn	30	65,38

Βαθμός τήξεως μετάλλων και ἀμετάλλων τινῶν εἰς βαθμούς Κελσίου.

Όνομα	Βαθμός τήξεως	Όνομα	Βαθμός τήξεως
Ἀλουμίνιον	660,0	Λευκοσίδηρος . . .	1755,0
Ἀμμωνία	-78	Λίθιον	186,0
Ἀνθραξ (γραφίτης)	3500,0	Μαγνήσιον	651,0
Ἀντιμόνιον	630,5	Μόλυβδος	327,5
Ἀργυρος	960,5	Μολυβδένιον . . .	2625,0
Ἀσβέστιον	810,0	Μαγγάνιον	1260,0
Βάριον	850,0	Νάτριον	97,5
Βανάδιον	1710,0	Νικέλιον	1452,0
Βόριον	2300,0	Πιρίτιον	1420,0
Βολφράμιον	3370,0	Ρόδιον	1955,0
Βισμούθιον	271,0	Σίδηρος	1535,0
Βηρύλλιον	1350,0	Ταντάλιον	1850,0
Γάλλιον	29,75	Υδράργυρος	-38,9
Ίριδιον	2350,0	Φώσφορος	44,10
Ίώδιον	113,5	Χαλκός	1083,0
Θεῖον (ρομβικόν)	112,8	Χρυσός	1063,0
Καίσιον	+26,0	Χρῶμιον	1615,0
Κάλιον	62,3	Ψευδάργυρος . . .	419,24
Κασσίτερος	231,85		
Κάδμιον	320,9		
Κοβάλτιον	1480,0		

Τὰ κοινώτερα στοιχεῖα.

Όνομα	Σύμβολον	Ατομικὸς ἀριθμὸς		Ἡλεκτρόνια κατὰ στιβάδας	Σθένος
		Ἀτομικὸν ἀριθμὸς	Ἀτομικὸν βάρος		
Ἀζωτον	N	7	14	. 2)5	3, 5
Ἀνθραξ	C	6	12	. 2)4	4 (2)
Ἀργίλλιον	Al	13	27	. 2)8)3	3
Ἀργυρος	Ag	47	108	. 2)8)18)18)1	1
Ἀσβέστιον	Ca	20	40	. 2)8)8)2	2
Θεῖον	S	16	32	. 2)8)6	2, 4, 6
Κάλιον	K	19	39	. 2)8)8)1	1
Μαγνήσιον	Mg	12	24	. 2)8)2	2
Νάτριον	Na	11	23	. 2)8)1	1
Ὁξυγόνον	O	8	16	. 2)6	2
Σίδηρος	Fe	26	56	. 2)8)14)2	2, 3
Υδράργυρος	Hg	80	200	. 2)8)18)32)18)2	1, 2
Υδρογόνον	H	1	1	. 1	1
Φωσφόρος	P	15	31	. 2)8)5	3, 5
Χαλκός	Cu	29	63,6	. 2)8)18)1	1, 2
Χλώριον	Cl	17	35,5	. 2)8)7	1(3,5,7)
Ψευδάργυρος	Zn	30	65	. 2)8)18)2	2

Σταθερά κοινών αερίων.

Όνομα	Χημικός τύπος	Βαθμὸς πυκνότητος	Βαθμὸς τήξεως C°	Βαθμὸς ζέσεως C°	Διαλυτότης εἰς ψυχρὸν ὕδωρ	Πυκνότης γραμ./λίτρα
Ἄζωτον	N ₂	99,8	-209,9	-195,8	ο δ.	1,25
Ἄζωτου ὑποξειδίου	N ₂ O	98	-102,4	-89,4	μ.δ.	1,98
Αἰθάνιον	C ₂ H ₆	95	-171,4	-89,5	ο δ.	1,35
Αἰθυλένιον	C ₂ H ₄	98	-169	-102,7	ο δ.	1,26
Αἰθυλοχλωρίδιον	C ₂ H ₅ Cl	99,5	-141,6	14,0	ο δ.	δρυσὸν 0,93gr/ml
Ἀμμωνία	NH ₃	99	-77,7	-33,4	π.δ.	0,77
Ἀργόν	A	99	-189,2	-185,7	ο δ.	1,78
Βουτάνιον (κανονικόν)	C ₄ H ₁₀	99	-135	-0,5	ο δ.	2,60
Διοξειδίον ἄνθρακος	CO ₂	99	-56,5	-78,2	ο δ.	1,97
> φείου	SO ₂	99,5	-72,7	-10,1	μ.δ.	2,93
Ἡλίον	He	98	-272,2	-268,9	ο δ.	0,18
Ἰσοβουτάνιον	C ₄ H ₁₀	98	-145	-10,2	ο δ.	2,61
Μεθάνιον	CH ₄	92 ἢ 99	-184	-161,5	ο δ.	0,72
Μονοξειδίον ἄνθρακος	CO	99,5	-207	-192	ο δ.	1,25
Ὄξυγονον	O ₂	99,9	-218,4	-183,0	ο δ.	1,43
Προπάνιον	C ₃ H ₈	99,9	-189,9	-44,5	ο δ.	2,01
Υδρογονόνιον	H ₂	99,8	-258,9	-252,7	ο δ.	0,09
Υδροσθειον	H ₂ S	99,9	-83	-60,2	μ.δ.	1,54
Υδροχλωρίον	HCl	97,5	-112	-83,7	π.δ.	1,64
Φωσγένιον	COCl ₂	99,5	-104	8,3	άποσυντίθεται	δρυσὸν 1,39gr/ml
Χλώριον	Cl ₂	99,5	-101,6	-34,6	μ.δ.	3,22

ο δ.=δύλιον διαλυτόν, μ.δ.=μετρώως διαλυτόν, π.δ.=πολύ διαλυτόν.

Τιμὴ ΡΗ διὰ N/10 διαλυμάτων τινῶν.

Όνομα	Χημικοὶ τύποι	P.H.
Ἀνθρακικόν Νάτριον	Na ₂ CO ₃	11,3
Βόραξ	Na ₂ B ₄ O ₇	9,2
Βορικόν ὄξύ	H ₃ BO ₃	5,1
Γαλακτικόν ὄξύ	H.C ₃ H ₅ O ₃	2,4
Ὁξ. ἄνθρακικόν Νάτριον	NaHCO ₃	8,4
Θεικόν ὄξύ	H ₂ SO ₄	1,2
Καυστική ἀμμωνία	NH ₄ OH	11,1
Κιτρικόν ὄξύ	H ₃ C ₆ H ₅ O ₇	2,3
Ὁξινον Φωσφορικόν Νάτριον	Na ₂ HPO ₄	9,0
> τριον	H ₂ C ₂ H ₄ O ₆	2,2
Τρυγικόν ὄξύ	NaOH	13,0
Υδροξειδίον τοῦ Νατρίου	HCl	1,0
Υδροχλωρικόν ὄξύ	Na ₃ PO ₄	12,0
Φωσφορικόν Νάτριον	H ₃ PG ₄	1,8

Σημειώσεις :