

C. E. FERGUSON
Καθηγητὸς Οικονομικῆς
εἰς τὸ Πανεπιστήμιον Τέξας Α. & Μ.

ΜΙΚΡΟΟΙΚΟΝΟΜΙΚΗ ΘΕΩΡΙΑ

ΜΕΤΑΦΡΑΣΙΣ

Δ. ΖΑΧΑΡΙΑΔΟΥ - ΣΟΥΡΑ
Ε ΖΕΡΒΟΥΔΑΚΗ

ΕΚΔΟΣΕΙΣ ΠΑΠΑΖΗΣΗ — ΦΕΙΔΙΟΥ 16 — ΑΘΗΝΑΙ

C. E. FERROSON
Editorial Director
at the University of Michigan

MILPOKONOMIKH GEPYA

NETAPAZIA
A ZAKHANYA - MOTA
E ZHODYAKH

Copyright : Richard D. Irwin, Inc.

YAKHSA -- SI YOHINO -- OYHIOY IS -- AOHNAI
YKAOZIE HAHAKZH -- OYHIOY IS -- AOHNAI

Πίναξ Περιεχομένων

Πρόλογος μεταφραστῶν	IX
Πρόλογος	XI
Εἰσαγωγή : Πεδίον καὶ Μεθοδολογία τῆς Οἰκονομικῆς Ἐπιστήμης	1
<p>Πεδίον τῆς οἰκονομικῆς ἐπιστήμης. Στόχοι καὶ σκοποί. Ἡ σχέσις τῆς Οἰκονομικῆς πρὸς τὰς λοιπὰς κοινωνικὰς ἐπιστήμας. Μεθοδολογία. Ἀνάλυσις ὑποδειγμάτων. Ἀκράϊος ἀπριωρισμός. Ἀκράϊος ἐμπειρισμός. Ὁ λογικὸς θετικισμός.</p>	
ΜΕΡΟΣ I. ΘΕΩΡΙΑ ΤΗΣ ΣΥΜΠΕΡΙΦΟΡΑΣ ΤΟΥ ΚΑΤΑΝΑΛΩΤΟΥ ΚΑΙ ΤΗΣ ΖΗΤΗΣΕΩΣ	9
1. Ἡ θεωρία τῆς χρησιμότητος καὶ τῆς προτιμήσεως : μία ἱστορικὴ προσέγγιξις	11
<p>Εἰσαγωγή. Πλήρης γνῶσις. Ἡ συνάρτησις προτιμήσεων. Χρησιμότητις καὶ προτιμήσεις. Ἡ ἀρχικὴ προσέγγιξις. Ἡ δευτέρα φάσις. Ὁ Pareto: τὸ τελικὸν βῆμα. Περίληψις. Χαρακτηριστικὰ τῶν καμπυλῶν ἀδιαφορίας. Ὁριακὸς λόγος ὑποκαταστάσεως. Συμπέρασμα.</p>	
2. Σύγχρονος θεωρία τῆς καταναλωτικῆς συμπεριφορᾶς	32
<p>Εἰσαγωγή. Μεγιστοποιήσις τῆς ἱκανοποιήσεως. Περιορισμένον χρηματικὸν εἰσόδημα. Μετακίνησις τῆς γραμμῆς τῶν καταναλωτικῶν δυνατοτήτων. Ἡ ἰσορροπία τοῦ καταναλωτοῦ. Τὸ σχετικὸν τμήμα τοῦ χώρου τῶν ἀγαθῶν. Μεγιστοποιήσις τῆς ἱκανοποιήσεως με δεδόμενον χρηματικὸν εἰσόδημα. Μεταβολαὶ τοῦ χρηματικοῦ εἰσοδήματος. Ἡ καμπύλη εἰσοδήματος - καταναλώσεως. Αἱ καμπύλαι Engel. Μεταβολαὶ τῆς τιμῆς. Ἡ καμπύλη τιμῆς - καταναλώσεως. Ἡ καμπύλη ζητήσεως. Ἡ ἐλαστικότης τῆς ζητήσεως. Ἐλαστικότης τῆς ζητήσεως καὶ καμπύλη τιμῆς - καταναλώσεως. Συμπέρασμα.</p>	
3. Εἰδικὰ θέματα καταναλωτικῆς ζητήσεως	57
<p>Εἰσαγωγή. Ἀποτελέσματα ὑποκαταστάσεως καὶ εἰσοδήματος. Τὸ ἀπὸτέλεσμα ὑποκαταστάσεως εἰς τὴν περίπτωσιν</p>	

ένος κανονικού αγαθού. Τὸ ἀποτέλεσμα εισοδήματος εἰς τὴν περίπτωσιν ἐνὸς κανονικοῦ αγαθοῦ. Κανονικά αγαθά. Κατώτερα αγαθά καὶ παράδοξον τοῦ Giffen. Ἀποτελέσματα εισοδήματος καὶ ὑποκαταστάσεις δι' ἓνα κατώτερον αγαθόν. Ἡ φύσις τῶν κατωτέρων αγαθῶν. Συμπληρωματικότης καὶ ὑποκατάστασις. Ταξινόμησις μετὰ βάσιν τὰς σταυροειδεῖς ἐλαστικότητος. Ταξινόμησις μετὰ βάσιν τὰς συναρτήσεις προτιμήσεως. Ὑποκατάστασις, συμπληρωματικότης καὶ τὰ ἀποτελέσματα μιᾶς μεταβολῆς εἰς τὴν σχετικὴν τιμὴν. Μία ἐφαρμογὴ τῆς ἀναλύσεως τῶν καμπυλῶν ἀδιαφορίας: Ἡ οἰκονομικὴ θεωρία τῶν ἀριθμοδεικτῶν. Ἀντλησις πληροφοριῶν ἀπὸ τὸν χάρτην τῶν γραμμῶν καταναλωτικῶν δυνατοτήτων. Οἱ ἀριθμοδεῖκται ὡς δεῖκται τῶν μεταβολῶν τῆς εὐμερίας ἐνὸς ἀτόμου.

4. Τὰ χαρακτηριστικά τῆς ἀγοραίας ζητήσεως 88
- Εἰσαγωγή. Ἀπὸ τὴν ἀτομικὴν εἰς τὴν ἀγοραίαν ζήτησιν. Οἱ προσδιοριστικοὶ παράγοντες τῆς ζητήσεως. Ἡ εὐρεσις τῆς ἀγοραίας ζητήσεως. Ἡ ἐλαστικότης τῆς ζητήσεως. Ἡ ἐλαστικότης τῆς ζητήσεως ὡς πρὸς τὴν τιμὴν. Ὁ συντελεστὴς τῆς ἐλαστικότητος ὡς πρὸς τὴν τιμὴν. Γραφικὴ μέτρησις τῆς στιγμικῆς ἐλαστικότητος. Προσδιοριστικοὶ παράγοντες τῆς ἐλαστικότητος ὡς πρὸς τὴν τιμὴν. Σταυροειδῆς ἐλαστικότης τῆς ζητήσεως ὡς πρὸς τὴν τιμὴν. Εἰσοδηματικὴ ἐλαστικότης τῆς ζητήσεως. Τὸ ὀριακὸν ἔσοδον. Ὑπολογισμὸς τοῦ ὀριακοῦ ἔσοδου. Προσδιορισμὸς τοῦ ὀριακοῦ ἔσοδου εἰς ἓνα σημεῖον μιᾶς γραμμικῆς καμπύλης ζητήσεως. Εὐρεσις τῆς καμπύλης ὀριακοῦ ἔσοδου ὅταν ἡ ζήτησις εἴναι γραμμικὴ. Εὐρεσις τῆς καμπύλης τοῦ ὀριακοῦ ἔσοδου μιᾶς μὴ γραμμικῆς καμπύλης ζητήσεως. Ζήτησις, ἔσοδα καὶ ἐλαστικότης. Ἐλαστικότης καὶ συνολικά ἔσοδα. Ἐλαστικότης καὶ ὀριακὸν ἔσοδον. Ἡ καμπύλη ζητήσεως τῆς ἐπιχειρήσεως εἰς πλήρη ἀνταγωνισμόν.
- Προκεχωρημένη βιβλιογραφία, Μέρος I 126
- ΜΕΡΟΣ II. ΘΕΩΡΙΑ ΤΗΣ ΠΑΡΑΓΩΓΗΣ ΚΑΙ ΤΟΥ ΚΟΣΤΟΥΣ 129
5. Παραγωγή μετὰ μιαν μεταβλητὴν εἰσροήν 131
- Εἰσαγωγή. Σταθεραὶ καὶ μεταβληταὶ εἰσροαί, ἡ βραχυχρόνιος καὶ ἡ μακροχρόνιος περίοδος. Σταθεραὶ καὶ μεταβληταὶ ἀναλογίαι. Ἡ συνάρτησις παραγωγῆς. Συνολικὸν προϊόν ἢ συνολικὴ παραγωγή. Μέσον καὶ ὀριακὸν προϊόν. Ὁ νόμος τῶν φθίνουσῶν ὀριακῶν φυσικῶν ἀποδόσεων. Αἱ καμπύλαι παραγωγῆς, ὅταν χρησιμοποιῶνται διάφοροι ποσότητες τῆς σταθερᾶς εἰσροῆς. Αἱ φάσεις τῆς παραγωγῆς. Γεωμετρικὴ εὐρεσις τῶν καμπυλῶν μέσου προϊόντος. Γεωμετρικὴ εὐρεσις τῶν καμπυλῶν ὀριακοῦ προϊόντος. Συνολικόν, μέσον καὶ ὀριακὸν προϊόν. Αἱ τρεῖς φάσεις τῆς παραγωγῆς. Ἡ συμμετρία τῶν φάσεων τῆς παραγωγῆς. Γραμμικὸς ὁμογενεῖς συναρτήσεις παραγωγῆς. Ἡ ἔννοια τῆς «γραμ-

μικῆς ὁμογενείας». Αἱ καμπύλαι παραγωγῆς. Αἱ ἐλαστικότητες τῆς παραγωγῆς καὶ ὁ συντελεστὴς τῆς συναρτήσεως. Συμπέρασμα.

6. Παραγωγή καὶ ἄρισται ἀναλογίαι τῶν εἰσροῶν: Δύο μεταβληταὶ εἰσροαὶ 172

Εἰσαγωγή. Ὁ πίναξ παραγωγῆς. Ἡ ὑποκατάστασις τῶν εἰσροῶν. Ἡ ἐπιφάνεια παραγωγῆς. Ἡ ἐπιφάνεια παραγωγῆς διὰ μίαν «ἀσυνεχῆ» περίπτωσιν. Ἡ ἐπιφάνεια παραγωγῆς εἰς μίαν συνεχῆ περίπτωσιν. Καμπύλαι ἴσης παραγωγῆς. Συναρτήσεις παραγωγῆς σταθερῶν ἀναλογιῶν. Ἡ ὑποκατάστασις τῶν εἰσροῶν. Ὁ ὀριακὸς λόγος τεχνικῆς ὑποκαταστάσεως. Ὁ φθίνων ὀριακὸς λόγος τεχνικῆς ὑποκαταστάσεως. Ἡ οἰκονομικῶς ἀποδοτικὴ φάσις τῆς παραγωγῆς. Ὁ ἄριστος συνδυασμὸς τῶν παραγωγικῶν πόρων. Αἱ τιμαὶ τῶν εἰσροῶν καὶ ἡ γραμμὴ ἴσου κόστους. Μεγιστοποιήσις τοῦ προϊόντος μετὰ δεδομένον κόστος. Ἐλαχιστοποιήσις τοῦ κόστους μετὰ δεδομένον τὸ πρὸς παραγωγὴν προϊόν. Ἡ γραμμὴ ἐπεκτάσεως. Αἱ γραμμαὶ ἴσης κλίσεως. Μεταβολὴ τοῦ προϊόντος καὶ ἡ γραμμὴ ἐπεκτάσεως. Μεταβολαὶ τῶν τιμῶν τῶν εἰσροῶν. Τὰ ἀποτελέσματα ὑποκαταστάσεως καὶ προϊόντος. «Κατώτεροι» παραγωγικοὶ συντελεσταὶ καὶ τὸ ἀποτέλεσμα προϊόντος. Ἀναλογίαι μεταξὺ τῆς συμπεριφορᾶς τοῦ καταναλωτοῦ καὶ τῆς συμπεριφορᾶς τοῦ παραγωγοῦ. Συμπέρασμα.

7. Θεωρία τοῦ κόστους 216

Εἰσαγωγή. Κοινωνικὸν κόστος παραγωγῆς. Ἰδιωτικὸν κόστος παραγωγῆς. Ἡ βραχυχρόνιος καὶ ἡ μακροχρόνιος περίοδος. Ἡ θεωρία τοῦ κόστους βραχυχρονίως. Συνολικὸν βραχυχρόνιον κόστος. Μέσον καὶ ὀριακὸν κόστος. Γεωμετρικαὶ ιδιότητες τῶν καμπυλῶν μέσου καὶ ὀριακοῦ κόστους. Καμπύλαι βραχυχρονίου κόστους. Μακροχρόνιος θεωρία τοῦ κόστους. Ἡ βραχυχρόνιος καὶ ἡ μακροχρόνιος περίοδος. Καμπύλη μακροχρονίου μέσου κόστους. Μακροχρόνιον ὀριακὸν κόστος. Μακροχρόνιον κόστος καὶ συνάρτησις παραγωγῆς. Γραμμὴ ἐπεκτάσεως καὶ καμπύλη «περιβλημα». Σχέσις μεταξὺ βραχυχρονίου μέσου κόστους καὶ μακροχρονίου μέσου κόστους. Σχέσις μεταξὺ βραχυχρονίου ὀριακοῦ κόστους καὶ μακροχρονίου ὀριακοῦ κόστους. Ἐλαστικότης κόστους καὶ συντελεστὴς τῆς συναρτήσεως. Μορφή τῆς καμπύλης μακροχρονίου μέσου κόστους. Οἰκονομία κλίμακος. Ἀρνητικαὶ οἰκονομίαι κλίμακος. Συμπέρασμα.

Προκεχωρημένη μελέτη, Μέρος II 256

ΠΡΟΛΟΓΟΣ ΜΕΤΑΦΡΑΣΤΩΝ

Τὸ ἀνὰ χεῖρας βιβλίον τοῦ καθηγητοῦ *C. E. Ferguson* ἔχει διεθνῶς καταστῆ, ἀπὸ τῆς πρώτης του ἤδη ἐκδόσεως, ἐν ἑκ τῶν πλέον ἐνδεδειγμένων ἐγχειριδίων διὰ τὴν Νεοκλασσικὴν Θεωρίαν τῆς Ἀξίας καὶ τῆς Διανομῆς. Ἡ μετάφρασίς του σκοπὸν ἔχει τὴν πλήρωσιν τοῦ ἀπὸ μακροῦ ὑπάρχοντος κενοῦ εἰς τὴν ἑλληνικὴν βιβλιογραφίαν ἐπὶ τῆς Μικροοικονομικῆς Ἀναλύσεως. Τὸ κενὸν τοῦτο γίνεται ἀντιληπτὸν κατὰ τὰ τελευταῖα ἰδίως ἔτη, ὅτε ἤρχισε μία σοβαρὰ καὶ ἐντατικὴ ἐνασχόλησις μὲ τὰς ἐξειδικευμένας οικονομικὰς σπουδὰς εἰς τὰς Ἑλληνικὰς Ἀνωτάτας Σχολὰς.

Οἱ μεταφρασταὶ δὲν δύνανται νὰ ἰσχυρισθοῦν ὅτι ἀντιμετώπισαν σοβαρὰ μεταφραστικὰ προβλήματα κατὰ τὴν ἀπόδοσιν τοῦ κειμένου εἰς τὴν ἑλληνικὴν. Θὰ πρέπει μόνον νὰ σημειωθῆ ὅτι εἰς πολλὰ σημεῖα τοῦ κειμένου καὶ τῶν ὑποσημειώσεων προετιμήθη ἀπὸ τὴν καλλιέπειαν ἢ ἐπακριβῆς ἀπόδοσις ὄχι μόνον τοῦ νοήματος τοῦ κειμένου ἀλλὰ καὶ τῆς συγκεκριμένης «τεχνικῆς» τοῦ συγγραφέως του. Οἱ μεταφρασταὶ πιστεύουν ὅτι ἡ τοιαύτη ἐπιλογή των ἦτο ἀπαραίτητος δι' ἐν «τεχνικὸν» οἰκονομικὸν βιβλίον ὡς ἡ «Μικροοικονομικὴ Θεωρία».

Τέλος, εἰς περιπτώσεις ἀγγλικῶν οἰκονομικῶν ὄρων οἱ ὅποιοι δὲν ἔχουν μέχρι σήμερον χρησιμοποιηθῆ ὅτε εἰς ἑλληνικὰ βιβλία μικροοικονομικῆς αὐτε (ἐξ ὧσων γνωρίζουν) εἰς τὰς ἀπὸ καθέδρας παραδόσεις τῶν καθηγητῶν τῶν οἰκονομικῶν μαθημάτων, οἱ μεταφρασταὶ προετίμησαν τὴν κατὰ λέξιν μετάφρασιν τῶν ὄρων αὐτῶν μὲ τὴν ἐλπίδα ὅτι εἰς μίαν μελλοντικὴν ἀναθεωρημένην ἐκδοσιν τοῦ ἔργου εἰς τὴν Ἑλληνικὴν θὰ ὑπάρχη ἤδη καθιερωμένη ἑλληνικὴ ἀπόδοσις των.

ΔΗΜ. ΖΑΧΑΡΙΑΔΗΣ - ΣΟΥΡΑΣ
ΕΜΜ. ΖΕΡΒΟΥΔΑΚΗΣ

Πρόλογος

Ὁ πρόλογος τῆς πρώτης ἐκδόσεως ἤρχιζεν ὡς ἐξῆς : «Τὸ παρὸν εἶναι ἐγχειρίδιον ἀναφέρεται εἰς τὰ πλέον συζητούμενα θέματα τῆς οἰκονομικῆς φιλολογίας. Συμβατικὰ θέματα ἀναπτύσσονται κατὰ συμβατικὸν τρόπον, καὶ δὲν ὑπάρχει ἀληθῆς καινοτομία». Τὰ ἀνωτέρω ἰσχύουν καὶ διὰ τὴν ἀναθεωρημένην ἔκδοσιν. Τὸ παρὸν εἶναι ἓνα ἐγχειρίδιον ἐπὶ τῆς νεοκλασσικῆς θεωρίας τῆς τιμῆς, τὸ ὁποῖον ἔχει γραφῆ καὶ προορίζεται νὰ χρησιμοποιηθῆ κυρίως ὑπὸ προπτυχιακῶν σπουδαστῶν. Τοῦτο ἦτο ἀναγκαῖον, διότι ἄλλως δὲν θὰ εἶχε πιθανότητος μεγάλων πωλήσεων εἰς τὴν ἀγοράν, πράγμα τὸ ὁποῖον ἐπέτυχεν ἡ πρώτη ἔκδοσις καὶ εἶμαι εὐγνώμων διὰ τοῦτο.

Ἐφ' ὅσον οἱ πάντες γνωρίζουν ὅτι ὁ βασικὸς λόγος διὰ μίαν ἀναθεωρημένην ἔκδοσιν εἶναι ἡ ἐξουδετέρωσις τῆς ἀγορᾶς τῶν μεταχειρισμένων βιβλίων, θὰ ἦτο ἄσκοπον νὰ τὸ ἀρνηθῶ. Παρὰ ταῦτα, ἂν καὶ ἀνέλαβον τὴν ἀναθεωρησιν τῆς ἐκδόσεως ὡς *homo oeconomicus*, προσεπάθησα νὰ ἐργασθῶ ὡς *homo academicus*. Ὑπὸ τὴν πρώτην ιδιότητα, ἐλπίζω ὅτι ἔχω διαφοροποιήσει τὸ προϊόν· ὑπὸ τὴν δευτέραν, ἐλπίζω ὅτι τὸ ἔχω ἐπίσης βελτιώσει.

Χάριν ὅσων γνωρίζουν τὴν πρώτην ἔκδοσιν, παραθέτω τὰς βασικὰς μεταβολὰς τῆς ἀναθεωρημένης ἐκδόσεως. Θὰ ἐπεθύμουν νὰ τονίσω ὅτι αὐταὶ εἶναι μόνον αἱ β α σ ι κ αὶ μεταβολαί· ὅλαι αἱ σελίδες ἔχουν ὑποστῆ κάποια ἀναθεώρησιν.

Γενικαὶ μεταβολαί : (α) Προβλήματα καὶ θεωρητικαὶ ἀσκήσεις προστεθήσαν εἰς τὸ τέλος κάθε κεφαλαίου (πλὴν τοῦ Κεφαλαίου 15). εἶμαι ὑπόχρεως εἰς ἀρκετοὺς συναδέλφους μου τοῦ Πολιτειακοῦ Πανεπιστημίου Michigan οἱ ὁποῖοι συνέβαλον εἰς τὴν διάτνπωσιν αὐτῶν τῶν ἀσκήσεων (β) αἱ μαθηματικαὶ ὑποσημειώσεις ἔχουν ἐπεκταθῆ οὐσιωδῶς· καὶ (γ) εἰς ἀπάντησιν πλῆθους ἐπιστολῶν ἐκ μέρους ἀναγνωστῶν, ηὐξήθη τὸ μέγεθος τῶν περισσοτέρων σχεδιαγραμμάτων καὶ κατεβλήθη πᾶσα προσπάθεια ὥστε τὰ σχεδιαγράμματα καὶ αἱ ἐπεξηγήσεις των νὰ κείνται πλησίον.

Μέρος I. (α) Τὸ «παλαιὸν» Κεφάλαιον 4 ἐπὶ τῶν ἐφαρμογῶν τῆς ἀναλύσεως τῶν καμπυλῶν ἀδιαφορίας παρελήφθη· τὸ τμήμα ἐπὶ τῆς οἰκονομικῆς θεωρίας τῶν ἀριθμοδεικτῶν μετεφέρθη εἰς τὸ Κεφάλαιον 3· (β) ἡ σημασία τῶν

γραμμικῶς ὁμογενῶν συναρτήσεων χρησιμότητος ἀνελύθη εἰς τὸ κε μείον μὲ τὴν βοήθειαν ἀπλῆς ἀλγέβρας.

Μέρος II. Τοῦτο περιέχει τὰς περισσοτέρας μεταβολάς. Μεταξὺ αὐτῶν εἶναι καὶ αἱ ἀκόλουθοι : (α) Αἱ ἔννοιαι τῆς ἐλαστικότητος ὑποκαταστάσεως καὶ τῆς μὴ οὐδετέρας τεχνολογικῆς προόδου μετεφέρθησαν εἰς τὸ Μέρος IV περὶ διανομῆς καὶ σχετικῆς συμμετοχῆς τῶν συντελεστῶν παραγωγῆς. (β) Μεταξὺ τῶν νέων ἐννοιῶν αἱ ὁποῖαι εἰσῆχθησαν, εἶναι ἡ ἐλαστικότητος παραγωγῆς ὡς πρὸς μίαν εἰσροὴν καὶ ὁ συντελεστὴς τῆς συναρτήσεως, ὁ ὁποῖος εἶναι τὸ ἄθροισμα τῶν ἐλαστικότητων παραγωγῆς καὶ δεικνύει τὰς ἀποδόσεις κλίμακος. (γ) Εἰσῆχθησαν αἱ ἔννοιαι τῶν ἐλαστικότητων τοῦ (μακροχρονίου) συνολικοῦ καὶ μέσου κόστους, ἐδόθη ἡ σχέσις αὐτῶν πρὸς τὸν συντελεστὴν τῆς συναρτήσεως καὶ οὕτω, μὲ σταθεράς τιμὰς εἰσροῶν, πρὸς τὰς ἀποδόσεις κλίμακος. (δ) Εἰσῆχθη ἡ ἔννοια τῆς γραμμῆς ἐπεκτάσεως καὶ εὐρέθῃ ἐξ αὐτῆς ἡ καμπύλη τοῦ μακροχρονίου μέσου κόστους· δεικνύεται κατόπιν διατὶ ἀκριβῶς κάθε καμπύλη τοῦ βραχυχρονίου μέσου κόστους πρέπει νὰ ἐφάπτεται τῆς καμπύλης τοῦ μακροχρονίου μέσου συνολικοῦ κόστους εἰς ἓνα, καὶ μόνον ἓνα, σημεῖον.

Τὸ Μέρος III τῆς πρώτης ἐκδόσεως δὲν μετεβλήθη οὐσιωδῶς πλὴν τῆς προσθήκης μαθηματικῶν ὑποσημειώσεων. Παρὰ ταῦτα, προστετέθη ἓνα κεφάλαιον ἐπὶ τοῦ γραμμικοῦ προγραμματισμοῦ, τὸ ὁποῖον δίδει ἔμφασιν εἰς τὴν διαδικασίαν λήψεως ἀποφάσεων ὑπὸ κυβερνητικῶν ἀξιοματούχων καὶ ἐπιχειρηματιῶν. Θὰ ἐξετίμων ἰδιαιτέρως τὴν διατύπωσιν παρατηρήσεων ἐπὶ τοῦ νέου αὐτοῦ κεφαλαίου.

Τὸ Μέρος IV ἐπεξετάθη οὐσιωδῶς, ἐν πρώτοις διὰ νὰ ἐρευνηθῇ τὴν νεοκλασσικὴν θεωρίαν τῶν σχετικῶν συμμετοχῶν τῶν συντελεστῶν παραγωγῆς καί, δεύτερον, διὰ νὰ παράσχῃ μίαν πλήρη ἀνάλυσιν τῆς παραγωγῆς ζητήσεως τῶν συντελεστῶν παραγωγῆς. Εἰσῆχθη ἡ ἔννοια τοῦ «κατωτέρου συντελεστοῦ», καὶ ἐπεχειρήθη νὰ ἐξηγηθῇ λεκτικῶς διατὶ τὸ παράδοξον τοῦ Giffen δὲν εἶναι δυνατόν νὰ ὑπάρξῃ εἰς τὰς συναρτήσεις ζητήσεως συντελεστῶν παραγωγῆς. Διὰ τοῦτο περιελήφθη εἰδικὸν τμήμα περὶ τῶν κινδύνων, οἱ ὁποῖοι ἀπορρέουν ἐκ τῆς διατυπώσεως ἀναλογιῶν μεταξὺ τῶν θεωριῶν συμπεριφορᾶς τοῦ καταναλωτοῦ καὶ τοῦ παραγωγοῦ.

Τέλος εἰς τὸ Μέρος V ἐγένοντο μικρᾶς σημασίας μόνον μεταβολαί.

Ἐπέφερον ἀνωτέρω ὅτι τὸ βιβλίον αὐτὸ ἔχει βασικῶς γραφῇ καὶ προσορίζεται νὰ χρησιμοποιηθῇ ὑπὸ προπτυχιακῶν σπουδαστῶν. Παρὰ ταῦτα, πιστεύω ὅτι τὸ βιβλίον θὰ εἶναι πολὺ χρήσιμον καὶ διὰ τοὺς μεταπτυχιακοὺς φοιτητάς, ὡς ὁδηγὸς διὰ τὰς ἐπαναλήψεις τῆς ὕλης των. Ἀλλὰ καὶ δι' ἄλλους τρεῖς λόγους τὸ βιβλίον αὐτὸ θὰ ἀποδειχθῇ χρήσιμον εἰς τοὺς φοιτητάς τῆς κατηγορίας αὐτῆς. Πρῶτον, αἱ μαθηματικαὶ ὑποσημειώσεις, αἱ ὁποῖαι εἰς τὴν παρούσαν ἐκδοσιν εἶναι πληρέστεραι, δύνανται νὰ χρησιμοποιηθοῦν ὑπὸ τῶν

φοιτητῶν οἱ ὅποιοι διαθέτουν μαθηματικὴν ἐμπειρίαν. Δεύτερον, εἰς τὸ τέλος ἐκάστον μείζονος μέρους τοῦ βιβλίου ὑπάρχει βιβλιογραφία, ἡ ὁποία ἔχει εἰδικῶς ἐπιλεγῆ διὰ φοιτητὰς ποὺ εὐρίσκονται εἰς τὴν ἀρχὴν τῶν μεταπτυχιακῶν σπουδῶν των. Αἱ βιβλιογραφίαι αὐταί, αἱ ὁποῖαι ταξινομοῦνται κατὰ θέμα, περιέχουν τὰ περισσότερα καὶ ὀλιγώτερα «ἀναγκαῖα» κείμενα, τὰ ὁποῖα ἐχρησιμοποιεῖσθαι εἰς τὰ μαθήματά μου ἐπὶ τῆς μικροοικονομικῆς θεωρίας εἰς τὰ Πανεπιστήμια Duke, Michigan State καὶ Texas A. and M.

Τρίτον καὶ σπουδαιότερον, ἐξ ἀπόψεως ὠφελείας τῶν μεταπτυχιακῶν σπουδαστῶν, τὸ βιβλίον περιέχει ὑπὸ μορφήν παραρτήματος ἓνα περιεκτικὸν κατάλογον ἐρωτήσεων ἐπὶ τῆς μικροοικονομικῆς θεωρίας διὰ μεταπτυχιακοῦς σπουδαστὰς. Θὰ πρέπει νὰ δοθῆ ἔμφασις εἰς τὰς δύο τελευταίας λέξεις διότι πράγματι πρόκειται περὶ ἐρωτήσεων μεταπτυχιακοῦ ἐπιπέδου. Ἐκτὸς καὶ ὁ σπουδαστής, ὁ ὅποιος γνωρίζει πλήρως τὸ βιβλίον αὐτό, δὲν εἶναι ἐπαρκῶς κατηρτισμένος δι' αὐτὰς τὰς ἐρωτήσεις.

Θὰ ἐπεθύμουν νὰ ἦμην ὁ συγγραφεὺς τοῦ παραρτήματος, ἐπειδὴ οἰοσθῆποτε καθηγητῆς θὰ ἠσθάνετο ὑπερηφάνειαν διὰ τὴν διατύπωσιν τοιούτων ἐρευνητικῶν, ἀπαιτητικῶν καὶ διεισδυτικῶν ἐρωτήσεων. Οἱ περισσότεροι οικονομολόγοι, ποὺ θὰ διαβάσουν τὸ παράρτημα, θὰ δύνανται εὐκόλως νὰ μαντεύσουν τὸν συγγραφέα. Ὅμως, χάριν τῆς ἱστορίας, ἀναφέρω ὅτι αἱ ἐρωτήσεις διευτυπώθησαν ὑπὸ τοῦ Καθηγητοῦ Fritz Machlup προκειμένου νὰ χρησιμοποιηθοῦν ἐν συνδυασμῶν πρὸς μίαν σειρὰν μαθημάτων μικροοικονομικῆς θεωρίας διαρκείας δύο ἑξαμήνων εἰς τὸ Πανεπιστήμιον Johns Hopkins. Ἐπιθυμῶ νὰ ἐκφράσω τὴν βαθεῖαν ἐκτίμησίν μου πρὸς τὸν καθηγητὴν Machlup, διότι ἐπέτρεψε τὴν χρησιμοποίησιν αὐτῶν τῶν ἐρωτήσεων εἰς τὴν πρώτην, ὡς καὶ εἰς τὴν ἀναθεωρημένην ἔκδοσιν τοῦ βιβλίου.

Κατὰ τὴν διάρκειαν τῶν τριῶν ἐτῶν ἀπὸ τῆς πρώτης ἐκδόσεως ἔλαβον ἓνα πολὺν μεγάλον ἀριθμὸν ἐπιστολῶν, αἱ ὁποῖαι ἀνεφέροντο εἰς ἀτελῶς κατασκευασμένα σχεδιαγράμματα, τυπογραφικὰ σφάλματα, σφάλματα οὐσίας καὶ σκοτεινὰ σημεῖα. Τοιαῦται ἐπιστολαὶ βοηθοῦν μεγάλως ἓνα συγγραφέα. Ἐκτιμῶ τὰς ληφθεῖσας ἐπιστολάς καὶ προτρέπω τοὺς ἀναγνώστας τῆς ἀναθεωρημένης ἐκδόσεως νὰ ἀλληλογραφήσουν μετ' ἐμοῦ ἐπὶ παντός θέματος, τὸ ὁποῖον θὰ προκύψῃ. Ἡ ἔλλειψις χώρου μὲ ἐμποδίζει νὰ ἀναφέρω ὄλους ἐκείνους μὲ τοὺς ὁποίους εἶχον ἀλληλογραφίαν. Ὅμως θὰ ἐπεθύμουν νὰ ἐκφράσω τὴν εὐγνωμοσύνην μου διὰ τὸν μεγάλον ἀριθμὸν ἐπιστολῶν ἐκ μέρους προπτυχιακῶν φοιτητῶν. Τοῦτο δεικνύει, ὅχι μόνον ὅτι ὑπάρχουν πολλοὶ σοβαροὶ καὶ νοήμονες φοιτηταὶ εἰς τὴν χώραν, ἀλλὰ καὶ ὅτι καθοδηγοῦνται ὑπὸ μερικῶν ἀρίστων καθηγητῶν. Αὐτὸ φυσικὰ ἔχει τὴν μεγαλυτέραν σημασίαν.

Ὡς ἔχω ἤδη ἀναφέρει, ἓνας μεγάλος ἀριθμὸς συναδέλφων διευτύπησε χρη-

σίμους παρατηρήσεις, αἱ ὁποῖαι ἐνεσωματώθησαν εἰς τὴν ἀναθεωρημένην ἔκδοσιν. Δὲν δύναμαι νὰ ἀναφέρω ὄλους, ἀλλὰ θὰ ἦτο ἀμέλεια ἐὰν δὲν ἀνεγνώριζον τὴν συνεχῆ βοήθειαν ἐκ μέρους τοῦ καθηγητοῦ Lloyd Valentine τοῦ Πανεπιστημίου τοῦ Cincinnati. Χωρὶς τὴν ἀνεκτίμητον βοήθειάν του, ἡ πρώτη ἔκδοσις τοῦ παρόντος βιβλίου θὰ ἦτο καὶ ἡ τελευταία.

Τέλος, ἀκολουθῶν τὸ ἔθιμον καὶ χωρὶς μεγάλην προθυμίαν, ἀναλαμβάνω τὴν εὐθύνην διὰ τὰ σφάλματα τὰ ὁποῖα ἀναποφεύκτως παραμένουν. Θὰ ὑποβάλω, ὅμως, τὴν ἰδέαν εἰς τὸν ἀναγνώστην ὅτι ἡ «τελειότης» εἶναι ἓνα μὴ ρεαλιστικὸν πρότυπον διὰ τὴν ἐκτίμησιν τόσοσιν τῆς λειτουργίας τῶν πραγματικῶν ἀγορῶν, ὅσων καὶ τοῦ περιεχομένου τῶν ἐγχειριδίων.

College Station, Texas
Ἰανουάριος 1969

C.E.F.

ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Πεδίον καὶ Μεθοδολογία τῆς Οἰκονομικῆς Ἐπιπέτης

1.1. ΠΕΔΙΟΝ ΤΗΣ ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΗΣ ΕΠΙΣΤΗΜΗΣ

Κατὰ τὰ τελευταῖα ἑκατὸν ἢ καὶ περισσότερα ἔτη, ἡ οἰκονομικὴ ἐπιπέτη κατέστη ἕνας σαφῶς ὀρισμένος κλάδος τῶν κοινωνικῶν ἐπιστημῶν. Ἐνῶ ἀρκεταὶ συναφεῖς ἐπιστῆμαι ἀναφέρονται εἰς τὴν κοινωνικὴν δραστηριότητα ἢ ὁποῖα κυριαρχεῖται ὑπὸ τῆς σχέσεως μέσου - σκοποῦ, ἢ συγκεκριμένη σχέσις, ἢ ὁποῖα ἀναφέρεται ἀποκλειστικῶς εἰς τὴν οἰκονομικὴν ἐπιπέτην, δύναται νὰ ἐκτεθῆ μὲ κάποιαν ἀκρίβειαν. Ὡς ἀναφέρουν τὰ πλεῖστα βιβλία περὶ «Ἀρχῶν τῆς Οἰκονομικῆς», αὕτη ἀσχολεῖται μὲ τὴν μελέτην τῆς οἰκονομικῆς κατανομῆς τῶν ἐν στενότητι φυσικῶν καὶ ἀνθρωπίνων πόρων μεταξύ ἀνταγωνιστικῶν σκοπῶν — κατανομῆς, ἢ ὁποῖα ἐπιτυγχάνει μίαν συμπεφωνημένην ἀριστοποιητικὴν ἢ μεγιστοποιητικὴν ἐπιδιώξιν. Ἡ περιοχὴ τῆς μελέτης προσδιορίζεται ἀπὸ τὴν παραδοχὴν ὅτι τὰ μέσα συνίστανται ἐξ ἀνθρωπίνων καὶ φυσικῶν πόρων καὶ ὅτι οἱ στόχοι εἶναι οἰκονομικὰ ἀγαθὰ ἢ οἰκονομικὰ ἐπιδιώξεις.

1.1.a.— Στόχοι καὶ σκοποὶ

Εἶναι χρήσιμον νὰ διακρίνωμεν μεταξύ στόχων καὶ σκοπῶν. Ἡ συνδυασμένη διαδικασία τῆς παραγωγῆς καὶ τῆς ἀνταλλαγῆς χαρακτηρίζεται ἀπὸ τὸ ὅτι ἕνα σύνολον πόρων διανεμημένων μεταξύ τῶν ἀτόμων μετασχηματίζεται εἰς ἕνα σύνολον οἰκονομικῶν ἀγαθῶν, τὰ ὁποῖα διανέμονται μεταξύ τῶν μετεχόντων συντελεστῶν. Αἱ δύο διανομαὶ δὲν εἶναι, φυσικὰ, ἀναγκαίως ὅμοιαι. Ἄς ὀρίσωμεν αὐτὰ ταῦτα τὰ οἰκονομικὰ ἀγαθὰ ὡς στόχους. Τότε ἡ λέξις σκοπὸς δύναται νὰ χρησιμοποιηθῆ διὰ τὴν περιγραφὴν τῶν θεμελιωδῶν κινήτρων τῶν διαφόρων οἰκονομικῶν συντελεστῶν. Οἱ οἰκονομολόγοι π.χ. συχνὰ ὑποθέτουν ὅτι οἱ καταναλωταὶ προσπαθοῦν νὰ μεγιστοποιήσουν τὴν ἱκανοποίησίν των καὶ ὅτι οἱ ἐπιχειρηματῆαι προσ-

παθούν να μεγιστοποιήσουν τό κέρδος των. Ούτως ὀριζόμενοι, οί σκοποί τῶν οἰκονομικῶν συντελεστῶν παρέχουν εἰς τοὺς οἰκονομολόγους μίαν βάσιν ἀναφορᾶς, ἡ ὁποία ἐπιτρέπει τὴν συστηματικὴν ἀνάλυσιν τῆς ἀτομικῆς οἰκονομικῆς συμπεριφορᾶς. Ἡ συμπεριφορὰ ἐνός συντελεστοῦ ἐναντι ἐνός ἄλλου πιθανόν νά εἶναι, ὑπό μίαν ἔννοιαν, ἀνταγωνιστική. Ἀλλά, ὑπό μίαν εὐρύτεραν ἔννοιαν ἡ παραγωγή τῶν οἰκονομικῶν ἀγαθῶν καὶ ὑπηρεσιῶν ὀφείλεται ἐν τελευταία ἀναλύσει εἰς τὴν ἀμοιβαίαν συνεργασίαν συντελεστῶν μὲ συγκρουομένους σκοπούς.

Μετά τὴν ἀνακάλυψιν τῶν ἀρχῶν τῆς μικροοικονομικῆς συμπεριφορᾶς, ἡ προσοχή μας δύναται νά συγκεντρωθῆ εἰς ἓν μακροοικονομικὸν πρόβλημα τὸ ὁποῖον ἀπησχόλησε τὴν οἰκονομικὴν ἀπὸ τὴν σύλληψιν τῆς ὡς ἐπιστήμης. Πράγματι θά ἠδυνάμεθα νά εἴπωμεν, ὅτι ἡ προσπάθεια ἐπιλύσεως αὐτοῦ τοῦ προβλήματος ὠδήγησεν εἰς τὴν δημιουργίαν τῆς οἰκονομικῆς ἐπιστήμης. Τὸ πρόβλημα δύναται νά τεθῆ ὑπὸ μορφήν ἐρωτήσεως : ἡ ἀνεξάρτητος μεγιστοποιητικὴ συμπεριφορὰ ἐκάστου συντελεστοῦ θά ὠδηγήσῃ τελικῶς εἰς μίαν κοινωνικὴν ὀργάνωσιν, ἡ ὁποία ὑπὸ μίαν ἀρκετὰ κανονιστικὴν ἔννοιαν, μεγιστοποιεῖ τὴν εὐημερίαν τῆς κοινωνίας ὡς συνόλου ; Ὁ Adam Smith ἐπρότεινε μίαν ἀπάντησιν εἰς τὸ ἐρώτημα αὐτό, ὅταν παρουσίασε τὸ δόγμα τῆς «ἀοράτου χειρὸς». Συμφώνως πρὸς τὸν Smith, κάθε ἄτομον, ἀφοσιωμένον εἰς τὴν ἐπιδιώξιν τοῦ ἀρίστου συμφέροντός του, ὀδηγεῖται ἀναποφεύκτως, ὑπὸ μιᾶς ἀοράτου χειρὸς, εἰς μίαν δραστηριότητα, ἡ ὁποία ὀφελεῖ τὴν κοινωνίαν ὡς σύνολον. Αὐτὸ εἶναι ἓνα εὐχάριστον καὶ αἰσιόδοξον δόγμα. Ἀμφισβητεῖται, ὅμως, ὀλονὲν καὶ περισσότερον, καθὼς τὸ κοινωνικὸν καὶ βιομηχανικὸν περιβάλλον ὑπόκειται εἰς μεγάλας μεταβολάς. Ἐὰν ὅλοι οἱ οἰκονομικὲς συντελεσταὶ δροῦν ἀτομικῶς καὶ ἔχουν μικρὸν μέγεθος ἐν σχέσει πρὸς τὸ σύνολον τῆς οἰκονομικῆς κοινωνίας, εἴτε ἡ «ἀοράτος χεὶρ» τοῦ Smith, εἴτε ἓνας ἠλεκτρονικὸς ὑπολογιστὴς θά ἐξεύρουν μίαν ἀρίστην ὀργάνωσιν τῆς οἰκονομικῆς δραστηριότητος. Ἐνῶ, ἀντιθέτως, ἐὰν δὲν δροῦν ὅλοι οἱ συντελεσταὶ ἀτομικῶς, γεννᾶται τὸ ἐρώτημα, ἐὰν θά ἐπιτευχθῆ αὐτὸ τὸ ἄριστον. Ἡ, οἱ πολὺ μεγάλοι συντελεσταὶ θά ἐξασφαλίσουν διὰ τῆς δραστηριότητός των κέρδη, τὰ ὁποία ὅμως θά ἀντισταθμίζονται ὑπὸ ζημιῶν ἐκ μέρους τῶν μικροτέρων μονάδων ; Αἱ ἀπαντήσεις εἰς αὐτὰ τὰ ἐρωτήματα δὲν εἶναι καθόλου σαφεῖς. Εἶναι, ὅμως, πολὺ σημαντικά, τόσον ἀπὸ τὴν ἄποψιν τῆς θεωρίας ὅσον καὶ ἀπὸ τὴν ἄποψιν τῆς πολιτικῆς.

Ἐὰν καὶ αὐτὸ τὸ βιβλίον κυρίως ἀναφέρεται εἰς τὴν ἀνάλυσιν τῆς μικροοικονομικῆς συμπεριφορᾶς, δὲν πρέπει νά χάσωμεν τὴν ἐπαφήν μας μὲ τὸ κύριον πρόβλημα, δηλ. τὴν κοινωνικὴν εὐημερίαν. Πρὸς τὸν σκοπὸν αὐτὸν θά ἐκτιμήσωμεν ὅλας τὰς ὀψεις τῆς ἀτομικῆς συμπεριφορᾶς ὡς ὅρους

κοινωνικής εϋημερίας καί θά κλείσωμεν με̄ ένα κεφάλαιον ἀφιερωμένον εἰς τήν οικονομικήν τῆς εϋημερίας.

1.1.b.— Ἡ σχέσης τῆς Οἰκονομικῆς πρὸς τὰς λοιπὰς κοινωνικάς ἐπιστήμας¹

Ὑπὸ εὐρεΐαν ἔννοϊαν, ἡ κοινωνικὴ ἐπιστῆμη ἀσχολεῖται με̄ τὴν μελέτην τοῦ συνόλου τῆς κοινωνικῆς συμπεριφορᾶς τοῦ ἀνθρώπου. Ὅμως αὐτὸ τὸ σύνολον, εἶναι τόσον μεγάλο εἰς ἔκτασιν, ὥστε οὐδεὶς λόγιος δύναται μετὰ πεποιθήσεως νὰ ἐλπίζῃ ὅτι θά γνωρίσῃ εἰς βάθος κάθε ὄσιν τῆς τοιαύτης συμπεριφορᾶς. Ὡς ἔδειξεν ὁ Smith ἀπὸ μακροῦ χρόνου, ἡ κατανομή τῆς ἐργασίας τείνει νὰ αὐξήσῃ τὴν συνολικὴν φυσικὴν παραγωγὴν ὁμοίως ἡ κατανομή τῆς ἀκαδημαϊκῆς ἐργασίας τείνει νὰ βελτιώσῃ τὴν ἐκ μέρους μας κατανόησιν τῆς κοινωνικῆς συμπεριφορᾶς τοῦ ἀνθρώπου. Ἀλλὰ ἡ διαίρεσις ἑνὸς κοινωνικοῦ συνόλου εἰς τμήματα δὲν ἐπιτυγχάνεται τόσον εὐκόλως, ὅσον ἡ κατανομή τῶν ἔργων κατὰ μῆκος μιᾶς «γραμμῆς προϊόντων» οὔτε αἱ διαχωριστικαὶ γραμμαὶ παραμένουν ἀμετακίνητοι. Τὰ διάφορα πεδία μελέτης ἀλληλοσχετίζονται, καὶ μόνον δι' αὐθαιρέτων ἀποφάσεων εἶναι δυνατόν τὸ περιεχόμενον τῆς κοινωνικῆς ἐπιστῆμης νὰ κατανεμηθῇ μεταξὺ τῶν διαφόρων εἰδικοτήτων.

Ἐν ὄψει τούτου, ὁ Spengler γράφει ὅτι «... ἐφ' ὅσον τὰ διάφορα τμήματα τῶν κοινωνικῶν σπουδῶν ἀμοιβαίως ἀλληλοσυσχετίζονται, ἡ ὑφ' ἑνὸς εἰδικευμένου ἐπιστήμονος πλήρης γνῶσις τῶν τύπων συμπεριφορᾶς, οἱ ὅποιοι ἀνήκουν εἰς τὴν κοινωνικὴν ἐπιστῆμην του, ἐπηρεάζεται ἀπὸ τὴν ἐκ μέρους του κατανόησιν τῶν συναφῶν τύπων συμπεριφορᾶς, οἱ ὅποιοι ἀποτελοῦν ἀντικείμενον ἄλλων κοινωνικῶν ἐπιστημῶν».² Ὅμως αὐτὴ ἡ κατανόησις δυσχεραίνεται, εἰς ὄρισμένον βαθμόν, ὑπὸ αὐτῆς ταύτης τῆς διαδικασίας τῆς εἰδικεύσεως. Ἐν πρώτοις, «... σπουδαῖοι τρόποι συλλογικῆς συμπεριφορᾶς δὲν ἔχουν τύχει σημαντικῆς ἀναλύσεως, ἐπειδὴ οὐδεμία ἄορατος χεὶρ συνेतόνησε τὰς δραστηριότητας τῶν διαφόρων εἰδικῶν καὶ ἐξησφάλισε τὴν ἀνάλυσιν ὅλων τῶν σημαντικῶν τύπων τῆς διαπροσωπικῆς συμπεριφορᾶς». Δεύτερον, «... αἱ πρόοδοι ἐντὸς τῶν πεδίων εἰδικεύσεως ἔχουν συχνὰ ἐξασθενήσει καὶ ἐνίοτε σχεδὸν καταστρέψει τὴν μεταξὺ τῶν πεδίων ἐπικοινωνίαν. Αὐτὴ ἡ συγκριτικῶς ὁμοιογενὴς γλῶσσα, αὐτοῦ τὸ ὅποιον κατὰ τὸ παρελθὸν ὀνομάζετο κοινωνικὴ ἐπιστῆμη, ἔχει

1. Διὰ μίαν πλήρη ἀνάπτυξιν, βλ. J. J. Spengler, «Generalists versus Specialists in Social Science: An Economist's View», American Political Science Review, Τόμος XLIV (1950), σελ. 358 - 79.

2. ἐνθ. ἀν., σελ. 359.

παραχωρήσει τὴν θέσιν τῆς εἰς μίαν Βαβέλ ἐπιστημονικῶν ὁρολογιῶν». ³

Συνεπῶς, διὰ τὴν ἐπιτευχθῆ μίαν εὐρυτέραν γενικὴν κατανόησιν τῆς κοινωνικῆς συμπεριφορᾶς, εἶναι ἀναγκαῖα μία συνεργασία μεταξὺ τῶν διαφόρων πεδίων ἐιδικεύσεως διὰ τὴν μελέτην ὠρισμένων προβλημάτων, τὰ ὅποια ἐκτείνονται πέραν τῶν ὁρίων ἑνὸς ἐιδικοῦ πεδίου, καὶ ἐπὶ πλέον, εἶναι ἀναγκαῖα ἢ διαμόρφωσις μιᾶς συγκριτικῶς ὁμοιομόρφου γλωσσικῆς βάσεως. Μέσῳ ἐνισχύσεων ἐκ μέρους ἰδρυμάτων καὶ μελετῶν χρηματοδοτουμένων ὑπὸ Πανεπιστημίων, ἔχει ἐπιτευχθῆ κάποια πρόοδος πρὸς τὴν κατεύθυνσιν τῆς μεγαλυτέρας συνεργασίας μεταξὺ τῶν ἐιδικῶν. Αὐτὸ πάλιν ἔχει διευκολυνθῆ ὑπὸ τῆς προσφάτου εἰσαγωγῆς μιᾶς νέας γλώσσης, ἢ ὅποια ἐπιτρέπει τὴν ἐπικοινωνίαν μεταξὺ τῶν ἐιδικῶν μὲ ἀκρίβειαν καὶ σαφήνειαν. Εἰδικώτερον ἢ χρησιμοποίησις τῶν μαθηματικῶν, ἢ γλώσσα των καὶ ἡ λογικὴ των ἐβελτίωσε, περισσότερο ἀπὸ ποτὲ ἄλλοτε, τὴν μεταξὺ τῶν πεδίων κατανόησιν καὶ συνεργασίαν⁴.

1.2. ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑ

Ἐκαστον ἄτομον, τὸ ὅποῖον παρατηρεῖ τὸν πραγματικὸν κόσμον τῶν οἰκονομικῶν φαινομένων, τίθεται πρὸ ἑνὸς ὄγκου δεδομένων, τὰ ὅποια, τοῦλάχιστον ἐκ πρώτης ὄψεως, στεροῦν-αι ἐννοίας. Διὰ τὴν ἀνακαλύψωμεν μίαν τάξιν εἰς τὸ τέλος αὐτὸ τῶν γεγονότων καὶ διὰ τὴν ταξινομήσωμεν αὐτὰ κατὰ ἕνα συστηματικὸν τρόπον, εἶναι ἀναγκαῖον τὴν ἀναπτύξωμεν θεωρίας, αἱ ὅποια θὰ ἐρμηνεύουν τὰς διαφόρους ὄψεις τῆς ἀνθρωπίνης συμπεριφορᾶς, ὥστε τὴν ἐξηγήσωμεν οὕτω τὰ ἄλλως στερούμενα ἐννοίας δεδομένα.

Δι' ἀφαιρέσεως ἐκ τοῦ πραγματικοῦ κόσμου, εἶναι δυνατόν τὴν ἐπιτύχωμεν ἕνα ἐπίπεδον ἀπλότητος, εἰς τὸ ὅποῖον ἡ ἀνθρωπίνη δραστηριότης εἶναι δυνατόν τὴν ἀναλυθῆ. Ἄλλὰ κατὰ τὴν διαδικασίαν τῆς ἀφαιρέσεως ὁ ἀναλυτὴς θὰ πρέπει τὴν διατηρήσῃ τὰ οὐσιώδη χαρακτηριστικὰ τοῦ προβλήματος τοῦ πραγματικοῦ κόσμου, μὲ τὸ ὅποῖον ἀσχολεῖται. Δηλαδή, ἡ ἀπλοποίησις εἶναι ἀναγκαῖα ἄλλα ταυτοχρόνως μία θεωρία πρέπει τὴν συλλάβῃ τὴν οὐσίαν τοῦ θεμελιώδους οἰκονομικοῦ προβλήματος τὸ ὅποῖον πρόκειται τὴν ἐπιλύσῃ.

3. ἐνθ. ἀν., σελ. 360.

4. Ὡς παραδείγματα, ἴδε Paul Lazerfeld (ed), «Mathematical Thinking in the Social Sciences» (Glencoe : Free Press, 1954), καὶ Herbert Simon, «Mathematical Models of Man» (New York : John Wiley & Sons, Inc., 1957).

1.2.a— 'Ανάλυσις ὑποδειγμάτων

Διὰ τὸν λόγον αὐτὸν, εἶναι οὐσιῶδες, προτοῦ ἀσχοληθῶμεν μὲ τὴν μελέτην τῶν εἰδικῶν οἰκονομικῶν ὑποδειγμάτων, νὰ μελετήσωμεν τὴν χρησιμοποίησιν τῆς ἀναλύσεως ὑποδειγμάτων ἐν γένει. Εἶναι χρήσιμον νὰ ἐργασθῶμεν μὲ τὴν βοήθειαν τοῦ ἀκολουθοῦ διαγράμματος⁵.

Ὁ πραγματικὸς κόσμος συνήθως χρησιμεύει, τοῦλάχιστον δοκιμαστικῶς, ὡς σημεῖον ἐκκινήσεως. Ἐνα συγκεκριμένον πρόβλημα, ἢ ἀπλῶς ἢ ἐπιθυμία τῆς κατανοήσεως, μᾶς παρακινεῖ νὰ μετακινηθῶμεν ἀπὸ τὸν περίπλοκον κόσμον τῆς πραγματικότητος εἰς τὴν περιοχὴν τῆς λογικῆς ἀπλότητος. Μέσῳ τῆς θεωρητικῆς ἀφαιρέσεως, περιορίζομεν τὸ περίπλοκον τοῦ πραγματικοῦ κόσμου εἰς τὸν ἀναγκαῖον διὰ τὴν ἀνάλυσιν βαθμόν. Ἐκ τῆς θεωρητικῆς ἀφαιρέσεως προκύπτει ἓνα λογικὸν ὑπόδειγμα, τὸ ὁποῖον ὑποτίθεται ὅτι ἐξηγεῖ τὰ παρατηρούμενα φαινόμενα. Διὰ λογικῶν συλλογισμῶν (τ.ἔ. δι' ἀπαγωγῆς) φθάνομεν εἰς λογικὰ συμπεράσματα. Ταῦτα, ὅμως, πρέπει νὰ μετασχηματισθοῦν, μέσῳ τῆς θεωρητικῆς ἐρμηνείας, ὡς συμπεράσματα περὶ τοῦ πραγματικοῦ κόσμου.



Ἄν δώσωμεν μίαν περίληψιν μέχρι τοῦ σημείου αὐτοῦ. Ὁ οἰκονομολόγος, ἐκκινῶν ἀπὸ ἓνα τμῆμα τοῦ πραγματικοῦ κόσμου, προχωρεῖ διὰ τῆς χρησιμοποίησεως καθαρῶς θεωρητικῶν μέσων καὶ καταλήγει εἰς συμπεράσματα περὶ τοῦ πραγματικοῦ κόσμου. Τὸ πρῶτον τοῦ βήμα συνεπάγεται ἀφαιρέσιν ἐκ τοῦ πραγματικοῦ κόσμου εἰς ἓνα ἀπλοποιημένον λογικὸν ὑπόδειγμα. Τὸ δεύτερον βήμα ἀπαιτεῖ τὴν χρησιμοποίησιν λογικῶν συλλογισμῶν καὶ καταλήγει εἰς ἓνα ἀφηρημένον συμπέρασμα. Τὸ τελικὸν τοῦ βήμα ἀποτελεῖ ἐπιστροφὴν εἰς τὸν πραγματικὸν κόσμον μέσῳ μιᾶς

5. Τροποποιηθὲν ἐξ ἑνὸς διαγράμματος περιεχομένου εἰς C. H. C o o m b s, H o w a r d R a i f f a, καὶ R. M. T h r a l l (eds), «Mathematical Models und Measurement Theory», Decision Processes (New York : John Wiley & Sons, Inc., 1954), σελ. 22.

ἐρμηνείας, ἐκ τῆς ὁποίας προκύπτουν συμπεράσματα περὶ τοῦ συγκεκριμένου καὶ αἰσθητοῦ κόσμου τῆς φυσικῆς πραγματικότητος.

Τὸ αὐτὸ ἀποτέλεσμα δύναται καθ' ὑπόθεσιν νὰ ἐπιτευχθῆ διὰ μιᾶς ἄλλης μεθόδου, τὴν ὁποίαν ὀνομάζομεν στατιστικὴν μέθοδον πρὸς διάκρισιν ἐκ τῆς ἀπαγωγικῆς μεθόδου, ἡ ὁποία ἀνεπτύχθη προηγουμένως. Πάλιν ἐκκινούμεν ἐκ τοῦ πραγματικοῦ κόσμου καί, μέσῳ πειραματικῆς ἀφαιρέσεως, φθάνομεν εἰς ἓνα πειραματικὸν σχεδιασμόν. Δυνάμεθα δηλαδή, διὰ μιᾶς ἀπλουστευτικῆς διαδικασίας, νὰ σχεδιάσωμεν ἓνα στατιστικὸν ὑπόδειγμα, χρήσιμον διὰ τὴν ἀνάλυσιν τοῦ πραγματικοῦ κόσμου. Εἰς τὴν περίπτωσιν αὐτήν, ὅμως, χρησιμοποιούμεν παρατηρήσεις ἐκ πειραματικῆς διαδικασίας καὶ ὄχι θεωρήματα ἐκ λογικῆς ἀπαγωγῆς. Αἱ παρατηρήσεις αὐταί, κατόπιν καταλλήλου στατιστικῆς ἐρμηνείας, προσφέρουν συμπεράσματα ἀφορῶντα τὸν πραγματικὸν κόσμον.

*Αν καὶ ὑπάρχη κάποια διαφωνία περὶ τῶν σχετικῶν πλεονεκτημάτων τῶν δύο μεθόδων, ἡ ἐπικρατεστέρα σήμερον ἀντίληψις εἶναι ὅτι εἶναι συμπληρωματικά. Ἡ ἀπαγωγικὴ καὶ ἡ στατιστικὴ μέθοδος εἶναι ἀλληλοβοηθούμενα μᾶλλον, παρά πλήρως διαζευκτικά ὄργανα ἀναλύσεως. Ἐπειδὴ ὅμως ἡ ἐπαγγελματικὴ γνώμη περὶ τῆς μεθοδολογίας παρουσιάζει διαφοράς, εἰς τὸ παρὸν κεφάλαιον ἐπιχειρεῖται σύντομος ἀνάπτυξις τριῶν θέσεων, αἵτινες συχνὰ ὑποστηρίζονται⁶.

1.2.b.— Ἄκρατος ἀπριορισμός

Εἰς τὴν μίαν ὁμάδα ἀνήκουν οἱ θεωρητικοί, οἱ ὅποιοι πιστεύουν ὅτι μόνον τὸ δεξιὸν τμήμα τοῦ σχεδιαγράμματος εἶναι ἐφαρμόσιμον. Ἡ ἄποψις αὕτη, γνωστὴ ἀπὸ τὴν ἐποχὴν τοῦ John Stuart Mill, ἔχει συγχρόνους ὑποστηρικτὰς ὡς ὁ Mises⁷, ὁ Robbins⁸ καὶ ὁ Knight⁹, οἱ ὅποιοι πιστεύουν ὅτι ἡ οἰκονομικὴ θεωρία δὲν εἶναι δυνατόν νὰ ἐπαληθευθῆ ἢ ἀπορριφθῆ διὰ καθαρῶς ἐμπειρικοῦς λόγους. Πράγματι, νομίζουν ὅτι «... ἡ οἰκονομικὴ

6. Τὸ ὑπόλοιπον τμήμα τοῦ κεφαλαίου βασίζεται εἰς Fritz Machlup, «The Problem of Verification in Economics», Southern Economic Journal, Τόμος XXII (1955), σελ. 1-21.

7. Ludwig von Mises, Human Action (New Haven, Conn.: Yale University Press, 1959).

8. Lionel Robbins, An Essay on the Nature and Significance of Economic Science (2nd ed., London: Macmillan & Co. Ltd., 1935).

9. Frank H. Knight, «The Limitation of Scientific Method in Economics»^{*} εἰς R. G. Turgwell (ed.), The Trend of Economics (New York Grofts, 1930). Ἀνατυπωθὲν εἰς The Ethics of Competition (New York: Harper, 1935).

ἐπιστήμη εἶναι σύστημα *a priori* ἀληθειῶν, προῖον καθαρῶς λογικῆς ἔνα σύστημα καθαρῶς ἀπαγωγῆς ἐξ ἑνός συνόλου παραδοχῶν»¹⁰.

Μία ἐκ τῶν σαφεστέρων ἐξηγήσεων τῆς θέσεως ἢ ὅποια ὑποστηρίζεται ὑπ' αὐτῶν τῶν συγγραφέων, εὐρίσκεται εἰς τὸν ὑπὸ τοῦ Mises διδόμενον ὀρισμὸν τοῦ «praxelologist» ἢ, ὡς ὁ Machlup καλεῖ τοῦτον, τοῦ «ἀκραίου ἀπριοριστοῦ».

Συμφώνως πρὸς τὸν Mises, ὁ praxelologist πιστεύει ὅτι (α) αἱ θεμελιώδεις ἀρχαὶ καὶ τὰ θεμελιώδη ἀξιώματα τῆς οἰκονομικῆς εἶναι ἀπολύτως ἀληθῆ· (β) ὅτι τὰ θεωρήματα καὶ τὰ συμπεράσματα τὰ ὅποια προκύπτουν ἐξ αὐτῶν τῶν ἀξιωμάτων διὰ τῶν κανόνων τῆς λογικῆς εἶναι, ἐπομένως, ἀπολύτως ἀληθῆ· (γ) ὅτι, συνεπῶς, δὲν ὑπάρχει ἀνάγκη ἐμπειρικοῦ ἐλέγχου οὔτε τῶν ἀξιωμάτων οὔτε τῶν θεωρημάτων, καὶ (δ) ὅτι τὰ προκύπτοντα θεωρήματα δὲν εἶναι δυνατόν νὰ ἐλεγχθοῦν, ἀκόμη καὶ ἂν εἶναι τοῦτο ἐπιθυμητόν. Οὕτως, ὁ «ἀκράϊος ἀπριοριστῆς» βασιζέται ἐπὶ τῆς ἐνδοσκοπήσεως καὶ τῆς λογικῆς προκειμένου νὰ ἀναπτύξῃ τὸ σύνολον τῶν οἰκονομικῶν ἀρχῶν.

1.2.c.— Ἄκραϊος ἐμπειρισμὸς

Εἰς τὸν ἀντίθετον πόλον εὐρίσκεται μία ὁμάς, τῆς ὁποίας ἡγεῖται ὁ T. W. Hutchinson¹¹, καὶ τῆς ὁποίας τὰ μέλη καλοῦνται ὑπὸ τοῦ Machlup «ἀκραῖοι ἐμπειρισταί». Κατὰ βάσιν, αὕτῃ ἡ ὁμάς «. . . . δὲν ἀναγνωρίζει τὴν χρησιμοποίησιν εἰς οἰονδήποτε ἐπίπεδον ἀναλύσεως προτάσεων, αἰτινες δὲν δύνανται νὰ ὑποστοῦν ἀνεξάρτητον ἐπαλήθευσιν»¹². Ἐντὶ τῆς ἐκκινήσεως ἐξ ἑνός συστήματος ἀξιωμάτων, οἱ ἀκραῖοι ἐμπειρισταί προτιμοῦν νὰ ἐκκινῶν ἀπὸ ὅ,τι αὐτοὶ ὀνομάζουν γεγονότα. Ἡ ἐκκίνησις ἐκ τῶν γεγονότων θυσιάζει φυσικὰ αὐτὴν ἀκριβῶς τὴν ἀπλότητα, ἢ ὅποια ἐπιζητεῖται. Ἡ τοιαύτη προσέγγισις συνεπάγεται ἀμέσως τὴν ἀντιμετώπισιν τῶν προβλημάτων πού γεννᾷ τὸ περίπλοκον τοῦ πραγματικοῦ κόσμου καὶ στερεῖται αὐτοῦ τοῦ μοναδικοῦ ὄργανου — τῆς ἀναλύσεως ὑποδείγματος — τὸ ὅποιον καθιστᾷ δυνατὴν τὴν παράκαμψιν τῶν ἄνευ σημασίας γεγονότων καὶ τὴν κατάληξιν εἰς γενικά, τρόπον τινά, συμπεράσματα.

1.2.d.— Ὁ Λογικὸς θετικισμὸς

Ἡ τελευταία μεθοδολογικὴ θέσις ἀποκαλεῖται «λογικὸς θετικισμὸς». Ἐχει ἐκτεθῆ σαφῶς ὑπὸ τοῦ Briggman¹³ καὶ διαφόρων «πρακτικῶν φιλο-

10. Machlup, *op. cit.*, σελ. 5.

11. T. W. Hutchinson. *The Significance and Basic Postulates of Economic Theory* (London: Macmillan & Co. Ltd., 1938).

12. Machlup, *op. cit.*, σελ. 7.

13. Briggman, *The Logic of Modern Physics* (New York: The Macmillan Co., 1927).

σόφων¹⁴, και τυγχάνει εύρειας αποδοχής μεταξύ τών συγχρόνων οικονομολόγων¹⁵. Οί θετικοί οικονομολόγοι συμφωνοῦν ὅτι τὰ βασικά ἀξιώματα ἢ ὑποθέσεις τῆς θεωρίας δὲν ὑπόκεινται εἰς ἀνεξάρτητον ἐμπειρικὴν ἐπαλήθευσιν. Συγχρόνως, θεωροῦν ὅτι εἶναι δυνατόν, ὅσον καὶ ἐπιθυμητόν, νὰ ἐλέγξουν τὰ ἀντλούμενα θεωρήματα καί, κατ' αὐτὸν τὸν τρόπον, νὰ ἐλέγξουν τὸ σύστημα τῶν ἀξιομάτων, ἐπὶ τῶν ὁποίων βασίζεται ἡ οικονομικὴ θεωρία.

Διὰ νὰ ἀνακεφαλαιώσωμεν, οἱ ἀπριορισταὶ πιστεύουν, ὅτι οὐδεμία ὄψις τῆς οικονομικῆς θεωρίας εἶναι δυνατόν νὰ ὑποστῇ ἐμπειρικὸν ἔλεγχον. ἐνῶ οἱ ἐμπειριστοὶ νομίζουσιν ὅτι κάθε ὄψις τῆς θεωρίας δύναται καὶ πρέπει νὰ ἀποδειχθῇ ἐμπειρικῶς εἰς κάθε στάδιον τῆς ἀναλύσεως. Οἱ θετικοὶ οικονομολόγοι ὑποστηρίζουν μίαν μέσσην ἄποψιν. Ὑποστηρίζουν, ὅτι τὰ συμπεράσματα (ἢ θεωρήματα) ἐνὸς ὑποδείγματος θὰ πρέπει νὰ ὑποβληθοῦν εἰς ἔλεγχον. Ἐὰν αὐτὰ τὰ συμπεράσματα εὔρεθοῦν εἰς ἐπαρκῶς στενὴν ἀντιστοιχίαν μὲ τὴν πραγματικότητα, αἱ βασικαὶ ὑποθέσεις ἐπὶ τῶν ὁποίων στηρίζεται τὸ ὑπόδειγμα κρίνονται ἀποδεκταί. Κατὰ συνέπειαν, οἱ θετικοὶ οικονομολόγοι δίδουσιν ἔμφασιν εἰς τὴν δυνατότητα προβλέψεως τὴν ὁποίαν ἐνέχει ἓνα ὑπόδειγμα : ἐὰν αἱ προβλέψεις, αἱ ὁποῖαι ἀντλοῦνται ἐξ ἐνὸς ὑποδείγματος ἀποδειχθοῦν «καλλίτεροι» τῶν ἀντιστοίχων προβλέψεων, αἵτινες ἀντλοῦνται ἐξ ἐνὸς ἄλλου ὑποδείγματος, τὸ πρῶτον ἐπιλέγεται δοκιμαστικῶς ὡς προτιμητέον. Ἐὰν ἀκολούθως διατυπωθῇ μία θεωρία, ἡ ὁποία ἐξηγεῖ περισσότερα ἐκ τῶν συναφῶν γεγονότων καὶ συμφωνεῖ περισσότερον πρὸς τὴν πραγματικότητα, αὐτὴ ἢ νέα θεωρία κρίνεται ἀνωτέρα τῆς προγενεστέρως ἀποδεκτῆς. Ἐν πάσῃ περιπτώσει ὁ ἔλεγχος εἶναι πραγματικῆς φύσεως : προτιμᾶται ἐκείνη ἢ θεωρία ἡ ὁποία καλλίτερον ἐξηγεῖ τὰ ὑπὸ παρατήρησιν φαινόμενα τῆς οικονομικῆς ζωῆς.

ΠΡΟΤΕΙΝΟΜΕΝΗ ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

1. Friedman, Milton. «The Methodology of Positive Economics», Essays in Positive Economics, σελ. 1 - 43. Chicago : University of Chicago Press, 1953.
2. Machlup, Fritz. «The Problem of Verification in Economics», Southern Economic Journal, Τόμος XXII (1955), σελ. 1 - 21.

14. Ἴδε ἐπὶ παραδείγματι, Anatol Rapoport, Operational Philosophy (New York : Harpers, 1954).

15. Ἐπὶ παραδείγματι, P. A. Samuelson, Foundation of Economic Analysis (Cambridge, Mass.: Harvard University Press, 1957). Milton Friedman, «The Methodology of Positive Economics», Essays in Positive Economics (Chicago : University of Chicago Press, 1953). σελ. 3 - 43· καὶ Machlup, op. cit.

ΜΕΡΟΣ Ι

Θεωρία τῆς Συμπεριφορᾶς τοῦ Καταναλωτοῦ καὶ τῆς Ζητήσεως

Ἐπάρχουν τρία σύνολα οἰκονομικῶν μονάδων : οἱ καταναλωταί, οἱ ἐπιχειρηματῆαι καὶ οἱ ἰδιοκτῆται παραγωγικῶν πόρων. Οἱ ἰδιοκτῆται τῶν παραγωγικῶν πόρων προσφέρουν τὰς εἰσροάς, αἰτινες χρησιμοποιοῦνται διὰ τὴν παραγωγὴν οἰουδήποτε συνόλου ἀγαθῶν, τὸ ὅποιον θὰ ὑπηγόρευον αἱ δυνάμεις τῆς ἀγορᾶς. Οἱ ἰδιοκτῆται τῶν παραγωγικῶν πόρων, ὡς ἀντάλλαγμα τῆς χρησιμοποίησεως αὐτῶν εἰσπράττουν χρηματικὸν εἰσόδημα. Τὸ χρηματικὸν τοῦτο εἰσόδημα, ἐν συνεχείᾳ, ἐπιτρέπει εἰς αὐτοὺς νὰ ἐνεργήσουν ὡς καταναλωταί.

Οἱ ἐπιχειρηματῆαι ὀργανώνουν τὴν παραγωγὴν καὶ, τελικῶς, προσδιορίζουν τὴν προσφορὰν ἀγαθῶν καὶ ὑπηρεσιῶν εἰς τὴν ἐλευθέραν ἀγοράν. Ὅσοι ἐκ τούτων ὀργανώνουν ἀποδοτικῶς τὴν παραγωγὴν καὶ προβλέπουν ἐπιτυχῶς τὰς ἐπιθυμίας τῶν καταναλωτῶν, ἀμείβονται διὰ χρηματικοῦ εἰσοδήματος ὑπὸ μορφήν κέρδους. Οὕτω καθίστανται ἐπίσης ἱκανοὶ νὰ εἰσέλθουν εἰς τὴν ἀγοράν ὡς καταναλωταί.

Ἐνδεδεικμένα ἄτομα κερδίζουν χρηματικὸν εἰσόδημα διὰ τῆς πωλήσεως ἢ τῆς χρησιμοποίησεως παραγωγικῶν πόρων. Ἄλλοι κερδίζουν εἰσόδημα διὰ τῆς χρησιμοποίησεως τοῦ εἰδικοῦ παραγωγικοῦ πόρου των (ἐπιχειρηματικῆς ἱκανότητος) διὰ τὴν ὀργάνωσιν τῆς παραγωγῆς. Ὅλοι οἱ ἄνθρωποι, οἱ ὅποιοι κερδίζουν χρηματικὸν εἰσόδημα, ἀνήκουν εἰς τὸ σύνολον τῶν οἰκονομικῶν μονάδων, αἱ ὅποιαι καλοῦνται καταναλωταί. Ἄλλὰ δὲν ἀνήκουν μόνον αὐτοὶ εἰς τὴν ὁμάδα τῶν καταναλωτῶν. Τὰ μέλη τῆς οἰκογενείας, τὰ ὅποια ἐξαρτῶνται ἀπὸ ἕνα εἰσοδηματίαν, συμμετέχουν εἰς τὰς ἀποφάσεις περὶ τοῦ προϋπολογισμοῦ τοῦ οἴκοκυριοῦ καὶ, ἐπομένως, εἶναι καταναλωταί. Ἄνθρωποι, οἱ ὅποιοι δὲν εἶναι εἰς θέσιν νὰ κερδίζουν χρηματικὸν εἰσόδημα,

ἀλλὰ λαμβάνουν χρήματα ὑπὸ τὴν μορφήν μεταβιβαστικῆς πληρωμῆς, ἀνήκουν ἐπίσης εἰς τὴν κατηγορίαν τῶν καταναλωτῶν.

Διὰ τοὺς σκοποὺς τῆς ἀναλύσεως, ἡ πηγὴ τοῦ χρηματικοῦ εἰσοδήματος εἶναι ἄνευ σημασίας. Μόνον τὸ γεγονός ὅτι τὰ χρήματα εἰσπράττονται ὑπὸ τῶν οἰκοκυριῶν καὶ δαπανῶνται ἐπὶ καταναλωτικῶν ἀγαθῶν ἔχει σημασίαν. Κάθε οἰκοκυριὸν ἀποφασίζει πῶς θὰ κατανεῖμη τὸ χρηματικόν του εἰσόδημα μεταξὺ τοῦ μεγάλου πλήθους τῶν διαθεσίμων καταναλωτικῶν ἀγαθῶν. Μὲ ἄλλας λέξεις, τὸ οἰκοκυριὸν προσδιορίζει τὴν ζήτησίν του διὰ κάθε ἀγαθὸν (ἂν καὶ διὰ πολλὰ ἀγαθὰ δυνατόν νὰ εἶναι μηδὲν ἢ ζητουμένη ποσότης εἰς πᾶσαν τιμὴν). Τὸ σύνολον αὐτῶν τῶν ἐπὶ τῆς ζητήσεως ἀποφάσεων συνιστᾷ τὴν ἀγοραίαν ζήτησιν, διὰ τῆς ὁποίας ἡ κοινωνία ἐκφράζει τὸν παρ' αὐτῆς ἐπιθυμητὸν τρόπον κατανομῆς τῶν παραγωγικῶν πόρων τῆς.

Ὁ βασικὸς σκοπὸς τοῦ Μέρους I εἶναι ἡ ἀναζήτησις τῆς διαδικασίας διὰ τῆς ὁποίας σχηματίζεται ἡ ἀγοραία ζήτησις — ἡ εὔρεσις, μὲ ἄλλας λέξεις, τῶν βασικῶν προσδιοριστικῶν παραγόντων τῆς ἀγοραίας ζητήσεως. Τὸ Μέρος II ἀφιερῶται εἰς τὴν ἀνάλυσιν τῆς φυσικῆς παραγωγῆς καὶ τοῦ προσδιορισμοῦ τῶν συνθηκῶν κόστους, τὰς ὁποίας ἀντιμετωπίζει ὁ ἐπιχειρηματίας. Εἰς τὸ Μέρος III ἡ ζήτησις καὶ τὸ κόστος συνδυάζονται, ἀναλύεται ἡ ὑπερπεριφορὰ διαφόρων κατηγοριῶν παραγωγῶν καὶ μελετᾶται ὁ προσδιορισμὸς τῶν ἀγοραίων πόρων. Εἰς τὸ Μέρος IV προχωροῦμεν πέραν τῆς ζητήσεως καὶ προσφορᾶς ἀγαθῶν καὶ προσδιορίζομεν τὰς τιμὰς τὰς ὁποίας εἰσπράττουν οἱ ἰδιοκτῆται παραγωγικῶν πόρων διὰ τὴν χρησιμοποίησιν τούτων εἰς τὴν παραγωγικὴν διαδικασίαν. Τέλος εἰς τὸ Μέρος V ἀναλύεται ἡ γενικὴ εὐημερία μιᾶς οἰκονομικῆς κοινωνίας. Ἀρχίζομεν μὲ διάφορα δεδομένα : τὰς ἐπιθυμίας τῶν καταναλωτῶν, ὡς αὐταὶ ἐκφράζονται ὑπὸ τῆς ἀγοραίας ζητήσεως, τὴν δεξαμενὴν τῶν διαθεσίμων εἰς τὴν κοινωνίαν παραγωγικῶν πόρων, καὶ τὰς τεχνολογικὰς συνθήκας παραγωγῆς. Μὲ αὐτὰ τὰ δεδομένα, ἐπιδιώκεται ὁ προσδιορισμὸς τῶν συνθηκῶν αἱ ὁποῖαι πρέπει νὰ ὑφίστανται — δηλαδὴ ποίαν μορφήν οἰκονομικῆς ὀργανώσεως πρέπει νὰ ἔχη μία κοινωνία — διὰ νὰ κατανέμονται οἱ παραγωγικοὶ πόροι κατὰ τοιοῦτον τρόπον ὥστε νὰ μεγιστοποιητῆ ἡ οἰκονομικὴ εὐημερία τῶν μελῶν τῆς κοινωνίας.

Η ΘΕΩΡΙΑ ΤΗΣ ΧΡΗΣΙΜΟΤΗΤΟΣ ΚΑΙ ΤΗΣ ΠΡΟΤΙΜΗΣΕΩΣ: ΜΙΑ ΙΣΤΟΡΙΚΗ ΠΡΟΣΕΓΓΙΣΙΣ

1.1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Ἐκαστον ἄτομον ἢ οἰκοκυριὸν ἔχει μίαν περίπου ἀκριβῆ ἀντίληψιν περὶ τοῦ ὕψους τοῦ χρηματικοῦ του εἰσοδήματος κατὰ τὴν διάρκειαν μιᾶς εὐλόγου περιόδου προγραμματισμοῦ, π.χ. ἐνὸς ἔτους. Ἐχει ἐπίσης κάποια ἀντίληψιν — ἴσως οὐχὶ ἀκριβῶς ὀρισμένην — περὶ τῶν ἀγαθῶν καὶ ὑπηρεσιῶν, τὰ ὅποια προτίθεται νὰ ἀγοράσῃ. Τὸ ἔργον ἐκάστου οἰκοκυριοῦ συνίσταται εἰς τὴν δαπάνην τοῦ περιορισμένου χρηματικοῦ εἰσοδήματος αὐτοῦ κατὰ τοιοῦτον τρόπον, ὥστε νὰ μεγιστοποιήσῃ τὴν οἰκονομικὴν του εὐημερίαν. Οὐδὲν ἄτομον ἢ οἰκοκυριόν, βεβαίως, ἐπιτυγχάνει ἀπολύτως εἰς τὸ ἔργον του. Ἐν μέρει αὐτὴ ἡ ἀποτυχία θὰ πρέπει νὰ ἀποδοθῇ εἰς τὴν ἐλλειψιν ἀκριβῶν πληροφοριῶν ἀλλὰ ὑπάρχουν καὶ ἄλλοι λόγοι, ὡς ἐπὶ παραδείγματι ἡ ἐξ ἐνστίκτου ἀγορὰ ἐνὸς ἀγαθοῦ. Ὅμως, ἐν πάσῃ περιπτώσει, ἡ κατὰ τὸ μᾶλλον ἢ ἥττον ἐνσυνείδητος προσπάθεια μεγιστοποιήσεως τῆς ἱκανοποιήσεως ἐξ ἐνὸς περιορισμένου χρηματικοῦ εἰσοδήματος προσδιορίζει τὴν ἀτομικὴν ζήτησιν δι' ἀγαθὰ καὶ ὑπηρεσίας.

Διὰ νὰ ἀναλύσωμεν τὸν σχηματισμὸν τῆς καταναλωτικῆς ζητήσεως ἀκριβέστερον, χρησιμοποιοῦμεν μερικὰς ἀπλουστευτικὰς ὑποθέσεις. αἱ ὅποια δὲν διαστρέφουν τὰς κρισίμους ὀψεις τῆς οἰκονομικῆς πραγματικότητος.

1.1.a.— Πλήρης γνῶσις

Ἐν πρώτοις, ὑποθέτομεν ὅτι ἕκαστος καταναλωτῆς ἢ οἰκογενειακὴ μονὰς ἔχει πλήρη γνῶσιν ὄλων τῶν πραγμάτων, τὰ ὅποια ἀναφέρονται εἰς τὰς καταναλωτικὰς του ἀποφάσεις. Ἐνας καταναλωτῆς γνωρίζει ὅλα τὰ ἀγαθὰ καὶ τὰς ὑπηρεσίας, τὰ ὅποια εἶναι διαθέσιμα εἰς τὴν ἀγοράν· γνωρίζει ἀκριβῶς τὴν τεχνικὴν ἱκανότητα ἐκάστου ἀγαθοῦ καὶ ὑπηρεσίας νὰ ἱκανοποιῇ μίαν ἀνάγκην. Ἐπὶ πλεόν, γνωρίζει τὴν ἀκριβῆ τιμὴν ἐκάστου ἀγαθοῦ

καὶ ὑπηρεσίας, καὶ γνωρίζει εἰσέτι ὅτι αἱ τιμαὶ αὐταὶ δὲν θὰ μεταβληθοῦν ἐκ τῶν ἐνεργειῶν του εἰς τὴν ἀγορᾶν. Τέλος, ὁ καταναλωτὴς γνωρίζει, ἀκριβῶς, ποῖον θὰ εἶναι τὸ χρηματικόν του εἰσόδημα κατὰ τὴν διάρκειαν τῆς περιόδου προγραμματισμοῦ.

Εἰς τὴν πραγματικότητα, αἱ ἄνωτέρω ὑποθέσεις εἶναι ὑπὲρ τὸ δέον περιοριστικά, ὅσον ἀφορᾷ τὴν θεωρίαν τῆς ζητήσεως. Διὰ νὰ ἐξαγάγωμεν τὰς συναρτήσεις ζητήσεως καὶ τὰς καμπύλας ἀδιαφορίας (βλ. κατωτέρω), ἀρκεῖ νὰ ὑποθέσωμεν ὅτι : (α) ὁ καταναλωτὴς γνωρίζει τὴν ὑπαρξιν μερικῶν ἀγαθῶν καὶ ὑπηρεσιῶν· (β) παρουσιάζει ὀρισμένας ἀντιδράσεις ἐν σχέσει πρὸς αὐτὰ, π.χ. προτιμᾷ ὀρισμένα ἀγαθὰ ἐναντι ἄλλων· καὶ (γ) διαθέτει ἓνα χρηματικόν εἰσόδημα τοιοῦτον, ὥστε νὰ καταστήσῃ αἰσθητὰς αὐτὰς τὰς ἀντιδράσεις του εἰς τὴν ἀγορᾶν. Πράγματι αἱ περισσότερον αὐστηραὶ ὑποθέσεις, αἵτινες περιέχονται εἰς τὴν προηγουμένην παράγραφον, εἶναι ἀναγκαῖαι μόνον ὅταν φθάσωμεν εἰς τὴν θεωρίαν τῆς Οἰκονομικῆς τῆς Εὐημερίας (εἰς τὸ τέλος τοῦ βιβλίου). Ἀλλὰ ἐφ' ὅσον ἡ ἐκτίμησις τῆς οἰκονομικῆς εὐημερίας, ἡ ὁποία προκύπτει ἐκ τῶν ἀνταγωνιστικῶν ἀγορῶν, εἶναι τὸ κεντρικόν ἔργον τῆς μικροοικονομικῆς θεωρίας, αἱ πλέον περιοριστικά ὑποθέσεις εἰσάγονται εἰς τὸ σημεῖον αὐτό.

1.1.b.— Ἡ συνάρτησις προτιμήσεων

Μία καταναλωτικὴ μονάς — εἴτε ἓνα ἄτομον εἴτε ἓνα οἰκοκυριόν — ἀντλεῖ ἱκανοποίησιν ἢ χρησιμότητα ἐξ ἐκάστου ἀγαθοῦ ἢ ὑπηρεσίας, ἅτινα καταναλίσκονται κατὰ τὴν διάρκειαν μιᾶς δεδομένης χρονικῆς περιόδου. Διὰ νὰ ἐπιτύχῃ τὸν ἀντικειμενικόν της σκοπον — τὴν μεγιστοποίησιν τῆς ἱκανοποιήσεως ἢ χρησιμότητός της μὲ δεδομένον ἐπίπεδον χρηματικοῦ εἰσοδήματος — ἡ καταναλωτικὴ μονάς πρέπει νὰ εἶναι εἰς θέσιν νὰ ἱεραρχήσῃ τοὺς διαφόρους συνδυασμοὺς ἀγαθῶν. Δηλαδή, ὁ καταναλωτὴς πρέπει νὰ εἶναι εἰς θέσιν νὰ συγκρίνῃ διαζευκτικοὺς συνδυασμοὺς ἀγαθῶν καὶ νὰ προσδιορίζῃ τὴν σειρὰν προτιμήσεώς του μεταξὺ αὐτῶν.

Πρὸς τοῦτο ὑποθέτομεν, ὅτι ἐκάστη καταναλωτικὴ μονάς ἔχει μίαν συνάρτησιν προτιμήσεων ἢ ὁποία ὀρίζεται ὑπὸ τῶν ἀκολουθῶν χαρακτηριστικῶν :

- i. Ἡ συνάρτησις προτιμήσεων καθιερώνει μίαν «ἱεράρχησιν» διὰ κάθε δυνατόν συνδυασμὸν ἀγαθῶν.
- ii. Διὰ κάθε δύο συνδυασμοὺς Α καὶ Β, ἡ συνάρτησις προτιμήσεων δεικνύει, ὅτι ὁ Α προτιμᾶται τοῦ Β, ὅτι ὁ Β προτιμᾶται τοῦ Α, ἢ ὅτι ὁ καταναλωτὴς εἶναι ἀδίαφορος μεταξὺ αὐτῶν τῶν δύο ἐναλλακτικῶν δυνατοτήτων. Προσέτι, ἐὰν ὁ Α προτιμᾶται τοῦ Β, ὁ Β δὲν

- είναι δυνατόν να προτιμᾶται τοῦ Α καὶ ἐὰν ὁ Α εἶναι ἀδιάφορος ἢ ἰσοδύναμος τοῦ Β, ὁ Β εἶναι ἀδιάφορος τοῦ Α.
- iii. Ἐστω τρεῖς τυχαῖοι συνδυασμοὶ Α, Β καὶ C. Ἐὰν ὁ Α προτιμᾶται τοῦ Β, καὶ ὁ Β προτιμᾶται τοῦ C, ὁ Α πρέπει νὰ προτιμᾶται τοῦ C. Ὁμοίως, ἐὰν ὁ Α εἶναι ἀδιάφορος τοῦ Β καὶ ὁ Β εἶναι ἀδιάφορος τοῦ C, ὁ Α πρέπει νὰ εἶναι ἀδιάφορος τοῦ C.
- iv. Ἐνας μεγαλύτερος συνδυασμὸς πάντοτε προτιμᾶται ἐνὸς μικροτέρου. Ἐνας συνδυασμὸς εἶναι μεγαλύτερος ἐνὸς ἄλλου, ἐὰν περιέχῃ τὰς ἰδίας μονάδας ἐξ ἐκάστου ἀγαθοῦ καὶ περισσοτέρας μονάδας ἐξ ἐνὸς τοῦλάχιστον ἀγαθοῦ.

Ἐν περιλήψει, ἡ συνάρτησις προτιμήσεων χαρακτηρίζεται ἀπὸ δύο σχέσεις : τὴν προτίμησιν καὶ τὴν ἀδιαφορίαν. Ὄταν δύο ἢ περισσότεροι συνδυασμοὶ συγκρίνονται, ἡ συνάρτησις προτιμήσεων δεικνύει τὴν θέσιν εἰς τὴν κλίμακα τῶν προτιμήσεων (δύο συνδυασμοί, οἱ ὅποιοι εἶναι ἀδιάφοροι, ἔχουν τὴν αὐτὴν θέσιν)¹. Ὅσον μεγαλύτερος εἶναι ὁ συνδυασμὸς, τόσο ὑψηλότερα εἶναι ἡ θέσις του εἰς τὴν κλίμακα τῶν προτιμήσεων. Ἐνα παράδειγμα θὰ βοηθήσῃ εἰς τὴν ἐξήγησιν.

Ἄς ὑποθεθῇ ὅτι ὑπάρχουν μόνον δύο ἀγαθὰ τὸ Χ καὶ τὸ Υ. Ἐνα τμήμα τῆς συναρτήσεως προτιμήσεων δεικνύεται εἰς τὸν Πίνακα 1.1.1 καὶ ἀπεικονίζεται εἰς τὸ Σχῆμα 1.1.1. Ὁ συνδυασμὸς Α σαφῶς προτιμᾶται ὄλων τῶν ἄλλων συνδυασμῶν (βάσει τοῦ iv), ἐφ' ὅσον περιέχει περισσοτέρας μονάδας καὶ ἐκ τῶν δύο ἀγαθῶν. Ὁ συνδυασμὸς Β, ἐπίσης εἶναι σαφῶς κατώτερος τοῦ Α ἀφοῦ περιέχει τὴν αὐτὴν ποσότητα ἐκ τοῦ Υ καὶ μικροτέραν ἐκ τοῦ Χ. Οἱ συνδυασμοὶ C καὶ D εἶναι, ἐξ ὑποθέσεως, ἀδιάφοροι ὡς πρὸς τὸν Β. Ὁ καταναλωτὴς εἶναι πρόθυμος νὰ λάβῃ μικροτέραν ποσότητα ἐκ τοῦ Υ,

1. Μαθηματικῶς δυνάμεθα νὰ γράψωμεν τὴν συνάρτησιν προτιμήσεων ὡς $\Phi = \Phi(x_1, x_2, \dots, x_n)$ ὅπου x_i δεικνύει τὴν ποσότητα τοῦ i ἀγαθοῦ. Οἰονδήποτε, καὶ ἐπομένως πᾶν, σύνολον ποσοτήτων ὀρίζει ἓνα συνδυασμὸν καὶ μίαν τιμὴν τοῦ Φ . Ἐπὶ παραδείγματι, τὸ σύνολον τῶν ποσοτήτων x_1^a ὀρίζει

$$\Phi^a = \Phi(x_1^a, x_2^a, \dots, x_n^a),$$

ἢ τὸν συνδυασμὸν Α. Τὰ χαρακτηριστικά, τὰ ὅποια ἀνεφέρθησαν ἀνωτέρω, ἀπαιτοῦν ὅτι Φ καθορίζει μίαν πλήρη ἱεράρχησιν τῶν συνδυασμῶν εἰς τὸν χώρον τῶν ἀγαθῶν. Ἡ συνάρτησις προτιμήσεων δεικνύει δύο μορφὰς σχέσεων : τὴν προτίμησιν καὶ τὴν ἀδιαφορίαν. Ἡ σχέση ἀδιαφορίας (I) εἶναι αὐτοπαθής, συμμετρική, καὶ μεταβατική. Οὕτω διὰ τρεῖς τυχαίους συνδυασμοὺς τὰ ἀκόλουθα πρέπει νὰ ἰσχύουν : ΑΙΑ· ἐὰν ΑΙΒ, τότε ΒΙΑ· ἐὰν ΑΙΒ καὶ ΒΙC, τότε ΑΙC. Ἡ σχέση προτιμήσεως εἶναι ἀντισυμμετρική καὶ μεταβατική. Διὰ τρεῖς τυχαίους συνδυασμοὺς, ΑΡΒ ὑποδηλοῖ ὅτι ὁ Β δὲν ΡΑ· ΑΡΒ καὶ ΒΡC ὑποδηλοῦν ὅτι ΑΡC. Τέλος ἡ συνθήκη (iv) εἶναι μία ὑπόθεσις περὶ τοῦ ἀκρόεστου. Αὐτὸ ὑποδηλοῖ ὅτι ἡ Φ δὲν κατέχει ἓν μέγιστον σημεῖον.

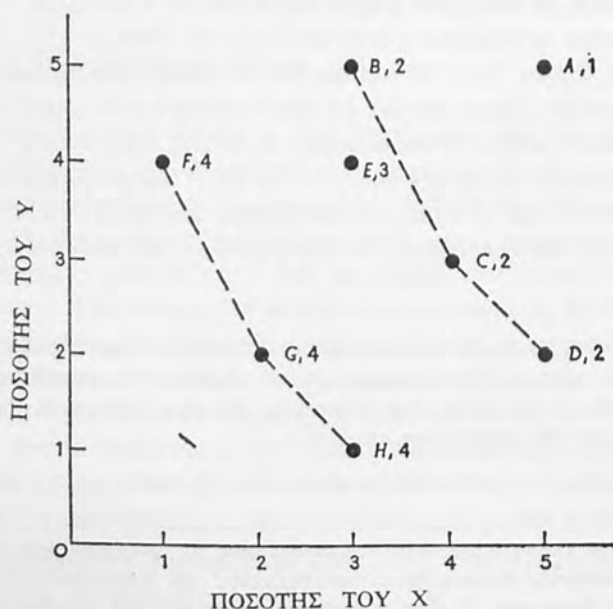
ΠΙΝΑΞ 1.1.1

ΙΕΡΑΡΧΗΣΙΣ ΤΩΝ ΣΥΝΔΥΑΣΜΩΝ ΑΓΑΘΩΝ

Συνδυασμός	Ποσότης του X	Ποσότης του Y	Ίεράρχησις
A	5	5	1
B	3	5	2
C	4	3	2
D	5	2	2
E	3	4	3
F	1	4	4
G	2	2	4
H	3	1	4

ΣΧΗΜΑ 1.1.1

ΙΕΡΑΡΧΗΣΙΣ ΤΩΝ ΣΥΝΔΥΑΣΜΩΝ ΤΟΥ ΠΙΝΑΚΟΣ 1.1.1



ἐὰν λάβῃ ὡς ἀντάλλαγμα μεγαλύτεραν ἐκ τοῦ X. Ὁ συνδυασμὸς Β, ὅμως, πρέπει νὰ προτιμᾶται τοῦ Ε, διότι ὁ τελευταῖος περιέχει μικροτέραν ποσότητα ἐκ τοῦ Y καὶ τὴν ἴδιαν ἐκ τοῦ X. Ὁμοίως, ὁ Ε πρέπει νὰ προτιμᾶται

τοῦ F, ἐπειδὴ ὁ τελευταῖος ἔχει μικροτέραν ποσότητα ἐκ τοῦ X καὶ τὴν ἰδίαν ἐκ τοῦ Y. Τέλος οἱ G καὶ H εἶναι ἀδιάφοροι ὡς πρὸς τὸν F, καὶ ὁ καταναλωτὴς εἶναι πρόθυμος νὰ ὑποκαταστήσῃ X εἰς Y εἰς τὸ καταναλωτικόν του πρότυπον.

Αἱ ἀναγκαῖαι συνθῆκαι διὰ τὴν ἀνάλυσιν τῆς καταναλωτικῆς συμπεριφορᾶς δύνανται νὰ ἐκτεθοῦν ὑπὸ τὴν ἀκόλουθον περιληπτικὴν μορφήν :

ΥΠΟΘΕΣΕΙΣ : α) Ἐκαστος καταναλωτὴς ἔχει ἀκριβῆ καὶ πλήρη γνῶσιν ὄλων τῶν πληροφοριῶν αἱ ὁποῖαι σχετίζονται πρὸς τὰς καταναλωτικὰς του ἀποφάσεις — γνῶσιν τῶν διαθέσιμων ἀγαθῶν καὶ ὑπηρεσιῶν καὶ τῆς τεχνικῆς των ἰκανότητος νὰ ἱκανοποιῶν τὰς ἀνάγκας του, τῶν ἀγοραίων τιμῶν, καὶ τοῦ χρηματικοῦ του εἰσοδήματος.

β) Ἐκαστος καταναλωτὴς ἔχει μίαν συνάρτησιν προτιμήσεων, ἣ ὁποία (i) καθιερώνει μίαν ἱεράρχησιν μεταξὺ ὄλων τῶν συνδυασμῶν, (ii) διὰ συγκρίσεις μεταξὺ δύο συνδυασμῶν, δεικνύει ὅτι ὁ A προτιμᾶται τοῦ B, ὅτι ὁ B προτιμᾶται τοῦ A, ἢ ὅτι εἶναι ἀδιάφοροι, (iii) διὰ συγκρίσεις μεταξὺ τριῶν ἢ περισσοτέρων συνδυασμῶν, δεικνύει ἐάν ὁ A προτιμᾶται (εἶναι ἀδιάφορος) τοῦ B καὶ ὁ B προτιμᾶται (εἶναι ἀδιάφορος) τοῦ C, ὁ A πρέπει νὰ προτιμᾶται (εἶναι ἀδιάφορος) τοῦ C, (iv) ἀναφέρει, ὅτι ἕνας μεγαλύτερος συνδυασμὸς πάντοτε προτιμᾶται ἐνὸς μικροτέρου.

ΣΗΜΕΙΩΣΙΣ : Λύσατε τὸ εἰς τὸ τέλος τοῦ κεφαλαίου πρόβλημα τώρα.

1.2. ΧΡΗΣΙΜΟΤΗΣ ΚΑΙ ΠΡΟΤΙΜΗΣΕΙΣ

Οἱ οικονομολόγοι ὀρίζουν τὴν «χρησιμότητα» ὡς ἐκείνην τὴν ιδιότητα, ἣ ὁποία καθιστᾷ ἕνα ἀγαθὸν ἐπιθυμητόν. Τοῦτο βεβαίως εἶναι λίαν ὑποκειμενικὸν φαινόμενον, ἐπειδὴ ἡ φυσιολογικὴ καὶ ψυχολογικὴ συγκρότησις ἐκάστου ἀτόμου εἶναι διάφορος ἐκείνης ἐνὸς ἄλλου. Παρὰ ταῦτα, ἐάν ἀνεξήτει τις ἕνα μοναδικὸν κριτήριον διὰ νὰ διακρίνῃ τὴν σύγχρονον μικροοικονομικὴν θεωρίαν ἀπὸ τὴν πρόδρομον κλασσικὴν, θὰ κατέληγε πιθανόν εἰς τὸ συμπέρασμα ὅτι τοῦτο θὰ πρέπει νὰ ἀναζητηθῇ εἰς τὴν εἰσαγωγὴν τῆς ὑποκειμενικῆς θεωρίας τῆς ἀξίας εἰς τὴν οἰκονομικὴν ἐπιστήμην.

Ἱστορικῶς, ἡ διαδικασία ἦτο μία μακρὰ τοιαύτη. Ἡ ἀνάπτυξις τοῦ θέματος κατωτέρω θὰ θεμελιώσῃ τὴν σύγχρονον θεωρίαν τῆς καταναλωτικῆς συμπεριφορᾶς διὰ τῆς σκιαγραφήσεως μερικῶν ἐκ τῶν πνευματικῶν προδρομῶν τῆς.

1.2.a.— Ἡ ἀρχικὴ προσέγγισις

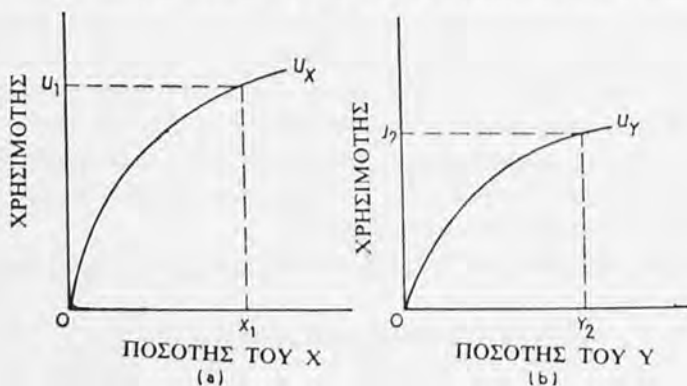
Ἡ σύγχρονος θεωρία τῆς ζητήσεως βασιζέται ἐπὶ μιᾶς ψυχολογικῆς προσεγγίσεως τῆς ἀναλύσεως τῆς οἰκονομικῆς συμπεριφορᾶς. Τὰ πρῶτα

βήματα πρὸς τὴν κατεύθυνσιν αὐτὴν ἦσαν ἡδονιστικά, βασιζόμενα ἐπὶ τῆς ἐννοίας τῆς ὑποκειμενικῆς χρησιμότητος. Εἰς τὴν ἀρχικὴν προσέγγισιν — ἀποδιδόμενην εἰς τοὺς Gossen (1854), Jevons (1871) καὶ Walras (1874) — ἡ χρησιμότης ἐθεωρεῖτο μία μετρήσιμος ιδιότης παντὸς ἀγαθοῦ. Περαιτέρω ὑπετίθητο, ὅτι ἡ χρησιμότης εἶναι μία ἀθροισιμος ιδιότης².

Πᾶν ἀγαθὸν ἢ ὑπηρεσία καταναλισκόμενα ὑπὸ ἐνὸς οἰκοκυριοῦ παρέχουν χρησιμότητα καὶ ὅσον μεγαλύτερον εἶναι τὸ ἐπίπεδον τῆς καταναλώσεως, τόσον μεγαλύτερα εἶναι ἡ συνολικὴ χρησιμότης ἐκ τοῦ ἀγαθοῦ αὐτοῦ.

ΣΧΗΜΑ 1.2.1

ΣΥΝΑΡΤΗΣΙΣ ΧΡΗΣΙΜΟΤΗΤΟΣ ΟΤΑΝ ΑΙ ΧΡΗΣΙΜΟΤΗΤΕΣ ΕΙΝΑΙ ΑΝΕΞΑΡΤΗΤΟΙ



Οἱ παλαιοὶ αὐτοὶ οἰκονομολόγοι ἀπλῶς ὑπέθετον ὅτι ἡ χρησιμότης εἶναι — ἀπολύτως — μετρήσιμος καὶ ὅτι ἡ χρησιμότης ἢ ὁποῖα ἀντλείται ἐξ ἐνὸς ἀγαθοῦ δὲν ἐπηρεάζεται ἀπὸ τὸ ἐπίπεδον τῆς καταναλώσεως ἐνὸς ἄλλου. Ἐπὶ παραδείγματι, ἓνα τεμάχιον ἄρτου ἡμερησίως παρέχει μίαν μετρήσιμον χρησιμότητα, ἴσην μὲ 5 μονάδας χρησιμότητος. Δύο τεμάχια ἄρτου ἡμερησίως παρέχουν 9 μονάδας χρησιμότητος, τρία τεμάχια 11 μονάδας χρησιμότητος κ.λπ. Πρὸς τούτοις, ἡ χρησιμότης ἐκ τοῦ τυροῦ ἐθεωρεῖτο ἀνεξάρτητος τῆς καταναλισκομένης ποσότητος ἄρτου. Οὕτως ἓνα τεμάχιον τυροῦ παρέχει 20 μονάδας χρησιμότητος, δύο τεμάχια 37 μονά-

2. Ὁ Alfred Marshall (1890) ἐπίσης τοποθετεῖται συνήθως εἰς αὐτὴν τὴν ομάδα τῶν οἰκονομολόγων. Εἰς τὰς «Ἀρχάς» του ὁ Marshall ὑπέθεσε πράγματι ὅτι αἱ χρησιμότητες εἶναι ἀνεξάρτητοι καὶ ἀθροισμοί. Ὅμως, δὲν εἶναι σαφές, ἐὰν ὁ Marshall ἐπίστευεν πράγματι εἰς αὐτό, ἢ ἐὰν ἐθεώρει τοῦτο μίαν προσέγγισιν εἰς τὴν πραγματικότητα διὰ μικρὰς μεταβολάς.

δας χρησιμότητος, τρία τεμάχια 50 μονάδας χρησιμότητος κ.λπ. Ἡ συνολικὴ χρησιμότης ἐκ τῆς καταναλώσεως δύο τεμαχίων ἄρτου καὶ δύο τεμαχίων τυροῦ θὰ εἶναι, συνεπῶς, 46 μονάδες χρησιμότητος.³

Ἡ προσέγγισις αὐτὴ ἀπεικονίζεται εἰς τὸ Σχῆμα 1.2.1. Ὑποθέτομεν ὅτι ὑπάρχουν δύο ἀγαθὰ, τὸ Χ καὶ τὸ Υ. Τὰ τμήματα α καὶ β δεικνύουν ὑποθετικὰς συναρτήσεις χρησιμότητος δι' ἓνα άτομον. Ἡ καμπύλη OU_X εἰς τὸ τμήμα α δεικνύει τὸ ἐπίπεδον χρησιμότητος, τὸ ὁποῖον ἀντιστοιχεῖ εἰς ἕκαστον ἐπίπεδον καταναλώσεως τοῦ Χ. Οὕτως, εἰάν OX_1 μονάδες τοῦ Χ καταναλίσκωνται ἐντὸς μιᾶς χρονικῆς περιόδου, ἡ ἀντλούμενη χρησιμότης εἶναι OU_1 μονάδες χρησιμότητος. Ὅμοίως ἡ OU_Y εἶναι ἡ συνάρτησις ἢ ὁποῖα δίδει τὴν σχέσιν τῆς χρησιμότητος καὶ τῆς καταναλώσεως τοῦ Υ. Ἐάν OY_2 μονάδες καταναλίσκωνται κατὰ τὴν διάρκειαν τῆς περιόδου, ἡ χρησιμότης εἶναι OU_2 . Ἐπομένως ἡ συνολικὴ χρησιμότης εἶναι τὸ μετρήσιμον μέγεθος:

$$U = OU_1 + OU_2$$

Ὑπάρχουν δύο θεμελιώδεις ἀντιρρήσεις εἰς αὐτὴν τὴν προσέγγισιν τῆς θεωρίας τῆς καταναλωτικῆς συμπεριφορᾶς. Πρῶτον, εἶναι ἀμφίβολον εἰς ἢ ἐντασις τῆς ἱκανοποιήσεως (χρησιμότητος) δύναται νὰ μετρηθῇ ἀπολύτως — δηλαδὴ νὰ μετρηθῇ δι' ἀριθμῶν ὡς 25, 56,5 κ.ο.κ. Δεύτερον, ἀκόμη καὶ ἂν εἶναι μετρήσιμος, τὸ «ἀνεξάρτητον» καὶ τὸ «ἄθροισιμον» τῆς χρησιμότητος εἶναι σαφῶς μία ἀβάσιμος ὑπόθεσις. Ἡ χρησιμότης ἢ ἱκανοποιήσις, τὴν ὁποῖαν ἀντλεῖ ἓνα πρόσωπον ἐκ τῆς καταναλώσεως φιλέττου σχετίζεται πρὸς τὴν ὑπ' αὐτοῦ κατανάλωσιν ψητοῦ κρέατος ἢ χρησιμότης τῶν σφαιρῶν τέννις θὰ πρέπει ἐν μέρει νὰ ἐξαρτᾶται ἀπὸ τὴν ποσότητα τῶν ρακετῶν τέννις.

1.2.b.— Ἡ δευτέρα φάσις

Ἡ δευτέρα ἀντίρρησις εἰς τὴν ἀρχικὴν διατύπωσιν τῆς ὑποκειμενικῆς θεωρίας τῆς ἀξίας ἐξέλιπεν ταχέως. Ὁ Edgeworth (1881), ὁ Antonelli (1886), ὁ Irving Fisher (1892) καὶ ἄλλοι ἀντελήφθησαν ὅτι ἡ θεωρία τῆς χρησιμότητος οὐδόλως ἐξηρτᾶτο ἀπὸ τὴν ὑπόθεσιν τῆς ἀθροισιμότητος. Οὕτως οἱ

3. Ὑποθέσατε ὅτι U παριστᾷ τὴν χρησιμότητα καὶ $1, 2, \dots, n$ τὰ ἀγαθὰ, τὰ ὁποῖα καταναλίσκονται εἰς ποσότητας x_1, x_2, \dots, x_n . $U_1(x_1)$ εἶναι ἡ χρησιμότης ἢ ὁποῖα ἀντλεῖται ἐκ τοῦ ἀγαθοῦ, καὶ ἡ συνολικὴ χρησιμότης, συμφώνως πρὸς τὴν παλαιὰν αὐτὴν προσέγγισιν, ἐδίδετο ἀπλῶς ὑπὸ τῆς σχέσεως:

$$U = U_1(x_1) + U_2(x_2) + \dots + U_n(x_n).$$

συγγραφείς αυτοί υπέθεσαν ότι η χρησιμότης είναι μία «μετρήσιμος» ιδιότης, ή όποία είναι γενικώς μη άθροίσιμος. Η συνολική χρησιμότης εξαρτάται από τας ποσότητας εκάστου καταναλισκόμενου αγαθοῦ κατά μίαν χρονικήν περίοδον, αλλά δέν είναι άπλως τό «άθροισμα» τών ανεξαρτήτων χρησιμότητων, αί όποίαι άντλοῦνται κεχωρισμένως ἐξ εκάστου αγαθοῦ⁴.

Ἄντι νά κατασκευάσωμεν μίαν συνάρτησιν χρησιμότητος δι' ἕκαστον αγαθόν, θά πρέπει νά κατασκευάσωμεν μίαν ἐπιφάνειαν χρησιμότητος, ήτις θά διδῆ τήν σχέσιν μεταξύ τοῦ ἐπιπέδου τῆς χρησιμότητος καί τών ἐπιπέδων καταναλώσεως ὄλων τών αγαθῶν συγχρόνως. Εἰς τό Σχήμα 1.1.2 ἀπεικονίζεται μία ἐπιφάνεια χρησιμότητος, ἐνθα τά αγαθά X καί Y. Ἡ ἐπιφάνεια χρησιμότητος εἶναι ἡ OXZY. Οὕτως, ἐάν OX₁ μονάδες τοῦ X καί OY₁ μονάδες τοῦ Y καταναλίσκονται εἰς μίαν χρονικήν περίοδον, ἡ χρησιμότης εἶναι τό μετρήσιμον μέγεθος PP'. Ὁμοίως, ἐάν OX₂ καί OY₂ καταναλίσκονται εἰς μίαν χρονικήν περίοδον, ἡ συνολική χρησιμότης εἶναι QQ'.

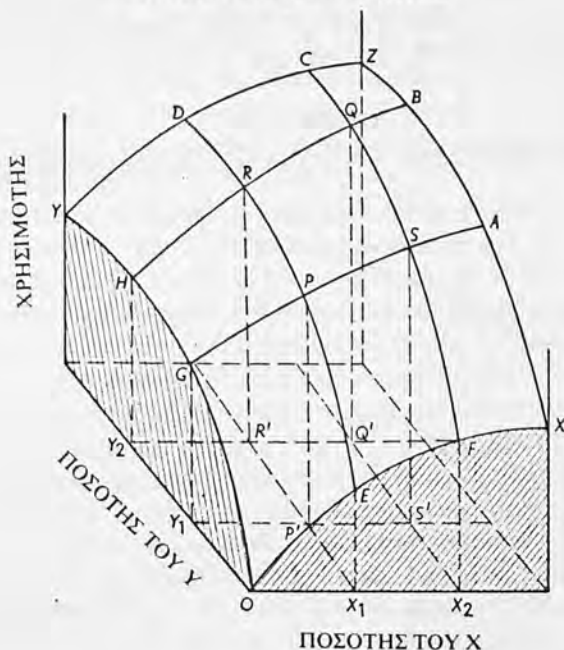
Ἐάν ὑποθεθῆ ότι ἡ κατανάλωσις τοῦ X εἶναι σταθερά εἰς τό ἐπίπεδον OX₁. Τότε ἡ καμπύλη EPRD δεικνύει τήν συνολικήν χρησιμότητα ἡ όποία ἀντιστοιχεῖ εἰς OX₁ μονάδας τοῦ X καί μεταβαλλομένης ποσότητος τοῦ Y. Ἐάν ἡ κατανάλωσις εἶναι OY₁, ἡ χρησιμότης εἶναι PP'· ἐάν ἡ κατανάλωσις εἶναι OY₂ (>OY₁), ἡ χρησιμότης εἶναι RR' (>PP') κ.λπ. Κατά παρόμοιον τρόπον, ἐάν ἡ κατανάλωσις τοῦ X παραμένῃ σταθερά εἰς OX₂ μονάδας κατά χρονικήν περίοδον, ἡ καμπύλη FSQC δίδει τήν σχέσιν μεταξύ τῆς συνολικῆς χρησιμότητος καί τοῦ ἐπιπέδου τῆς καταναλώσεως τοῦ Y. Ἡ ἰδία ἀνάλυσις δύναται νά ἐφαρμοσθῆ εἰς τήν περίπτωση σταθεροῦ ἐπιπέδου καταναλώσεως τοῦ Y καί μεταβαλλομένης ποσότητος καταναλώσεως τοῦ X. Ἐάν ἡ κατανάλωσις τοῦ Y εἶναι σταθερά εἰς OY₁ μονάδας ἡ συνολική χρησιμότης εἶναι PP' ὅταν καταναλίσκονται OX₁ μονάδες τοῦ X κατά χρονικήν περίοδον, SS' (>PP') ὅταν τό ἐπίπεδον τῆς καταναλώσεως εἶναι OX₂ (>OX₁), κ.λπ. Οὕτως, ἡ καμπύλη GPSA δεικνύει τό ὕψος τῆς συνολικῆς χρησιμότητος τό όποῖον ἀντιστοιχεῖ εἰς OY₁ μονάδας τοῦ Y καί μεταβαλλομένης ποσότητος τοῦ X. Ὁμοίως, ἡ καμπύλη HRQB δεικνύει τό αὐτό, ὅταν ἡ κατανάλωσις τοῦ Y εἶναι σταθερά εἰς OY₂ μονάδας κατά χρονικήν περίοδον.

Ἡ προσέγγισις τών Edgeworth, Antonelli καί Fisher κατενίκησε μίαν σοβαράν ἀντίρρησιν εἰς τήν ἀρχικήν μορφήν τῆς ὑποκειμενικῆς θεωρίας τῆς ἀξίας, τ. ἔ. ὅτι αἱ χρησιμότητες εἶναι ανεξάρτητοι καί άθροίσιμοι. Ἐν

4. Συμφώνως πρὸς τόν συμβολισμόν τῆς ὑποσημείωσης 3,

$$U = U(x_1, x_2, \dots, x_n)$$

ΣΧΗΜΑ 1.2.2
ΕΠΙΦΑΝΕΙΑ ΧΡΗΣΙΜΟΤΗΤΟΣ



τούτοις, και εις αυτην την κατα τινα τροπον νεωτεραν μορφην η θεωρια της καταναλωτικης συμπεριφορας βασίζεται επι της αμφισβητησιμου υποθεσεως της απολυτου μετρησεως της χρησιμότητος.

1.2.c.— 'Ο Pareto: τὸ τελικὸν βήμα

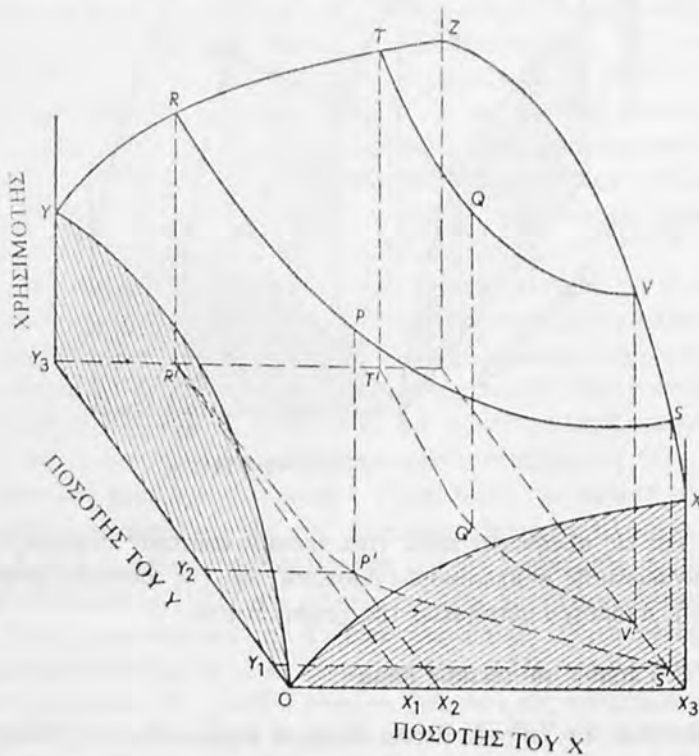
Ἡ ἐργασία τοῦ Vilfredo Pareto ἔθεσε τὰ θεμέλια διὰ τὴν ἐξάλειψιν τῆς τελευταίας ἀντιρρήσεως, ἂν και ὁ ἴδιος ὁ Pareto δὲν ἐξεμεταλλεύθη τὴν ἀνακάλυψίν του. Ἡ βασικὴ προσέγγισις τοῦ Pareto εἶναι τυπικῶς ἡ ἴδια μὲ ἐκείνην τῶν Edgeworth, Antonelli καὶ Fisher, ἧτις ἀπεικονίζεται ὡς τὸ Σχ. 1.2.2. Ὑπάρχει μόνον μία ἀλλαγὴ εἰς τὴν ἐρμηνείαν· ἀλλὰ εἶναι αὕτη πολὺ σημαντικὴ, διότι ἐπέτρεψεν εἰς τοὺς νεωτέρους συγγραφεῖς νὰ ἀναπτύξουν τὴν θεωρίαν τῆς καταναλωτικῆς συμπεριφορᾶς χωρὶς νὰ καταφεύγουν εἰς τὴν ὑπόθεσιν ὅτι ἡ χρησιμότης εἶναι ἀπολύτως μετρήσιμος⁵.

5. Αὕτη ἡ πρότασις δὲν σημαίνει, ὅτι ἡ χρησιμότης δὲν εἶναι ἀπολύτως μετρήσιμος. Τὸ ἐρώτημα ἐὰν εἶναι ἢ ὄχι οὐδέποτε ἀπηντήθη ἰκανοποιητικῶς. Ὅμως, χρησιμοποιοῦντες τὰ ἀποτελέσματα τοῦ Pareto, δὲν εἶναι πλέον ἀναγκαῖον νὰ ὑποθέσωμεν τὸ ἀπο-

Ἡ συμβολή τοῦ Pareto δύναται νὰ ἐξηγηθῇ τῇ βοήθειᾳ τοῦ Σχήματος 1.2.3. Δίδονται δύο ἀγαθά, τὸ X καὶ τὸ Y, καὶ ἡ ἐπιφάνεια τῆς συνολικῆς χρησιμότητος εἶναι ἡ ἐπιφάνεια OXZY, ὅπως ἀκριβῶς καὶ εἰς τὸ Σχ. 1.2.2. Ἐὰν καταναλισκῶνται OX_1 μονάδες τοῦ X καὶ OY_3 μονάδες τοῦ Y κατὰ

ΣΧΗΜΑ 1.2.3

ΕΠΙΦΑΝΕΙΑ ΧΡΗΣΙΜΟΤΗΤΟΣ ΜΕ ΓΡΑΜΜΑΣ ΣΤΑΘΕΡΑΣ ΧΡΗΣΙΜΟΤΗΤΟΣ



χρονικὴν περίοδον, ἡ συνολικὴ χρησιμότης εἶναι RR' . Ἐὰν ἡ κατανάλωσις τοῦ X εἶναι μεγαλύτερα — ἐπὶ παραδείγματι εἰς τὸ ἐπίπεδον OX_2 — ἐνῶ ἡ κατανάλωσις τοῦ Y παραμένει ἀμετάβλητος — τὸ ἐπίπεδον τῆς χρησιμότητος εἶναι μεγαλύτερον. Ἄλλ' οὐσιώδες χαρακτηριστικὸν τῆς θεωρίας τῆς

λύτως μετρήσιμον τῆς χρησιμότητος. Συμφώνως πρὸς τὸν νόμον τῆς Φειδοῦς — συχνὰ ἀποκαλούμενον Occam's Razor — ἐὰν δύο θεωρίαι ἔχουν τὴν αὐτὴν προβληματικὴν ικανότητα, προτιμᾶται ἐκείνη ἐκ τῶν δύο ἢ ὅποια ἔχει τὰς ὀλιγωτέρας ὑποθέσεις. Οὕτως ἀπαλλασσόμεθα ἐκ τῆς ὑποθέσεως τοῦ ἀπολύτως μετρήσιμου τῆς χρησιμότητος, καὶ μελετῶμεν τὴν τακτικὴν θεωρίαν τῆς καταναλωτικῆς συμπεριφορᾶς.

χρησιμότητας είναι ὅτι ἓνα ἀγαθὸν δύναται νὰ ὑποκατασταθῆ εἰς ἄλλο εἰς τὴν κατανάλωσιν κατὰ τοιοῦτον τρόπον, ὥστε νὰ ἀφήνῃ τὸ ἐπίπεδον τῆς συνολικῆς χρησιμότητος ἀμετάβλητον. Ἐπὶ παραδείγματι, X_1 , X_2 μονάδες τοῦ X δύναται νὰ ὑποκατασταθοῦν εἰς Y_2 , Y_3 μονάδας τοῦ Y χωρὶς νὰ μεταβληθῆ ἡ συνολικὴ χρησιμότης. Ἐάν τὰ ἐπίπεδα τῆς καταναλώσεως εἶναι OX_2 μονάδες τοῦ X καὶ OY_2 μονάδες τοῦ Y , ἡ συνολικὴ χρησιμότης εἶναι $PP' = RR'$. Ὁμοίως, OX_3 μονάδες τοῦ X καὶ OY_1 μονάδες τοῦ Y δίδουν συνολικὴν χρησιμότητα $SS' = PP' = RR'$.

Μὲ ἄλλας λέξεις, δυνάμεθα νὰ «τάμωμεν» τὴν ἐπιφάνειαν χρησιμότητος εἰς τὸ ἐπίπεδον $RR' = PP' = SS'$ καὶ νὰ προσδιορίσωμεν ὄλους τοὺς συνδυασμοὺς τῶν X καὶ Y , οἱ ὅποιοι δίδουν τὸ σταθερὸν αὐτὸ ἐπίπεδον χρησιμότητος. Αὐτοὶ οἱ συνδυασμοὶ δεικνύονται διὰ τῆς διακεκομμένης γραμμῆς $R'P'S'$ εἰς τὸ ἐπίπεδον $X - Y$. Ἐφ' ὅσον κάθε συνδυασμὸς τῶν X καὶ Y ἐπὶ τῆς καμπύλης $R'P'S'$ δίδει τὸ αὐτὸ ἐπίπεδον χρησιμότητος, ὁ καταναλωτὴς παραμένει ἀδιάφορος ὡς πρὸς τὸ ποῖον συγκεκριμένον συνδυασμὸν θὰ καταναλώσῃ. Κατὰ παρόμοιον τρόπον, ὅλοι οἱ συνδυασμοὶ τῶν X καὶ Y ἐπὶ τῆς διακεκομμένης καμπύλης $T'Q'V'$ παρέχουν τὴν αὐτὴν συνολικὴν χρησιμότητα ($TT' = QQ' = VV'$). Ὁ καταναλωτὴς οὕτω παραμένει ἀδιόφορος ὡς πρὸς τὸ ποῖον συγκεκριμένον συνδυασμὸν καταναλίσκει. Ἀλλὰ ὁ καταναλωτὴς δὲν θὰ ἦτο ἀδιάφορος μεταξύ ἑνὸς συνδυασμοῦ, ὁ ὁποῖος κεῖται ἐπὶ τῆς καμπύλης $R'P'S'$ καὶ ἑνὸς συνδυασμοῦ κειμένου ἐπὶ τῆς $T'Q'V'$. Κάθε συνδυασμὸς ἐπὶ τῆς $T'Q'V'$ προτιμᾶται παντὸς συνδυασμοῦ ἐπὶ τῆς $R'P'S'$, ἐπειδὴ ὁ τελευταῖος παρέχει ὑψηλότερον ἐπίπεδον συνολικῆς χρησιμότητος (ἐπὶ παραδείγματι $TT' > RR'$).

Καμπύλαι ὡς αἱ $R'P'S'$ καὶ $T'Q'V'$ καλοῦνται «καμπύλαι ἀδιαφορίας».

ΟΡΙΣΜΟΣ: Καμπύλη ἀδιαφορίας εἶναι ὁ (γεωμετρικὸς) τόπος τῶν σημείων — ἢ συνδυασμῶν ἀγαθῶν — ἕκαστον τῶν ὁποίων παρέχει τὸ αὐτὸ ἐπίπεδον συνολικῆς χρησιμότητος, ἢ ἔναντι τῶν ὁποίων ὁ καταναλωτὴς εἶναι ἀδιάφορος.

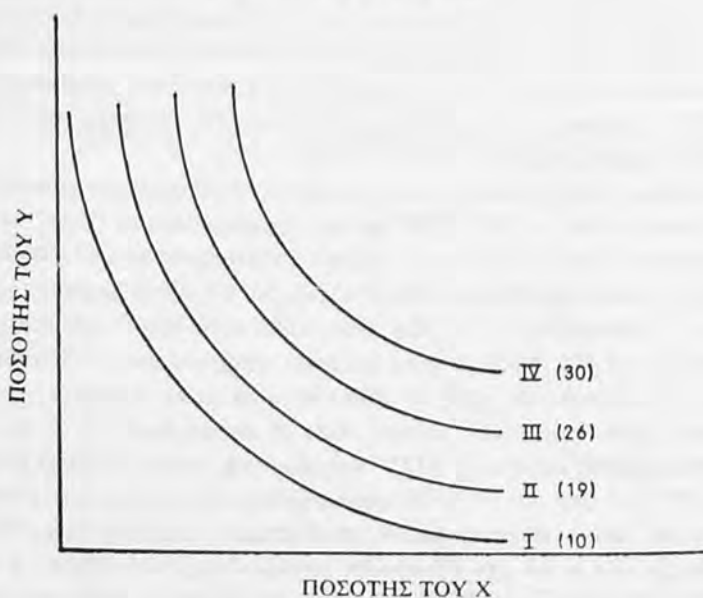
Ἐνα μερικὸν σύνολον καμπυλῶν ἀδιαφορίας δεικνύεται εἰς τὸ Σχῆμα 1.2.4. ⁶ Διαγράμματα, ὡς αὐτὰ, καλοῦνται *χάρται ἀδιαφορίας*.

6. Χρησιμοποιώντας τὴν συνάρτησιν χρησιμότητος τῆς παραγράφου 4, μία καμπύλη ἀδιαφορίας δίδεται ὑπὸ τῆς ἐξίσωσως:

$$U(x_1, x_2, \dots, x_n) = c,$$

ὅπου $c =$ σταθερά. Δυνάμεθα νὰ δημιουργήσωμεν ἓνα χάρτην ἀδιαφορίας δίδοντας εἰς c ἄσιν δυνατὴν τιμὴν.

ΣΧΗΜΑ 1.2.4
ΚΑΜΠΥΛΑΙ ΑΔΙΑΦΟΡΙΑΣ



Ἡ καμπύλη I εἰς τὸ Σχ. 1.2.4 θὰ ἠδύνατο νὰ ἀντιπροσωπεύῃ ὅλους τοὺς συνδυασμοὺς οἱ ὁποῖοι παρέχουν 10 μονάδας χρησιμότητος εἰς ὄρισμένον πρόσωπον. Ὅμοίως αἱ καμπύλαι II, III καὶ IV ἀντιπροσωπεύουν ὅλους τοὺς συνδυασμοὺς, οἱ ὁποῖοι παρέχουν 19, 26, καὶ 30 μονάδας χρησιμότητος ἀντιστοίχως. Ἐν προκειμένῳ, ἡ σημαντικὴ συμβολὴ τοῦ Pareto συνίσταται εἰς τὸ ὅτι ἀντελήφθη ὅτι οἱ εἰδικοὶ ἀριθμοὶ οἱ χρησιμοποιούμενοι πρὸς μέτρησιν τῆς χρησιμότητος, ἡ ὁποία ἀντιστοιχεῖ εἰς τὰς καμπύλας ἀδιαφορίας I, II, III καὶ IV, στεροῦνται σημασίας — οἱ ἀριθμοὶ θὰ ἠδύνατο νὰ εἶναι 10, 19, 26, καὶ 30, ἢ 100, 190, 270 καὶ 340, ἢ οἷονδήποτε ἄλλο σύνολον ἀριθμῶν, οἱ ὁποῖοι βαίνουν ἀξζόντες. Τὸ βασικὸν σημεῖον εἶναι ὅτι εἰς τὴν θεωρίαν τῆς καταναλωτικῆς συμπεριφορᾶς μόνον ἡ μορφή τοῦ χάρτου ἀδιαφορίας ἔχει σημασίαν — ἡ ἐπιφάνεια χρησιμότητος, ἐκ τῆς ὁποίας λαμβάνεται, δὲν μᾶς ἐνδιαφέρει. Ὁ χάρτης ἀδιαφορίας δύναται νὰ ὀρισθῇ ἐπὶ τῇ βάσει τῆς ψυχολογίας καὶ τῆς συμπεριφορᾶς ἄνευ χρησιμοποίησεως τῆς ἐννοίας τῆς μετρησίμου χρησιμότητος. Αἱ καμπύλαι ἀδιαφορίας καὶ ἡ ἔννοια τῆς προτιμήσεως εἶναι πᾶν ὅ,τι ἀπαιτεῖται — ὅλοι οἱ συνδυασμοὶ οἱ ὁποῖοι κείνται ἐπὶ τῆς αὐτῆς καμπύλης ἀδιαφορίας εἶναι ἰσοδύναμοι ὅλοι οἱ συνδυασμοὶ οἱ ὁποῖοι κείνται ἐπὶ μιᾶς ὑψηλοτέρας καμπύλης ἀδιαφορίας προτιμῶνται.

ΣΧΕΣΕΙΣ : "Ένας καταναλωτής θεωρεί πάντας τούς συνδυασμούς αγαθών τούς παρέχοντας τὸ αὐτὸ ἐπίπεδον χρησιμότητος ὡς ἰσοδυνάμους. Ὁ γεωμετρικὸς τόπος τῶν τοιούτων συνδυασμῶν καλεῖται καμπύλη ἀδιαφορίας, ἐπειδὴ ὁ καταναλωτής εἶναι ἀδιάφορος ὡς πρὸς τὸν συγκεκριμένον συνδυασμὸν τὸν ὁποῖον καταναλίσκει. Ὅσον ὑψηλότερον ἢ περισσότερον πρὸς τὰ δεξιὰ φθάνει μία καμπύλη ἀδιαφορίας, τόσον μεγαλύτερον εἶναι τὸ ἀντίστοιχον ἐπίπεδον χρησιμότητος (νά συγκριθοῦν αἱ καμπύλαι R'P'S' καὶ T'Q'V' εἰς τὸ Σχῆμα 1.2.3). Ἐπομένως, ὅσον ὑψηλότερα εἶναι μία καμπύλη ἀδιαφορίας, τόσον περισσότερον προτιμᾶται κάθε συνδυασμός, ὁ ὁποῖος κεῖται ἐπὶ τῆς καμπύλης.

1.2.d.— Περίληψις

"Ἐχομεν τώρα περάσει ἀπὸ τὴν ἀρχικὴν ἔννοιαν τῆς μετρησίμου, ἀθροισίμου χρησιμότητος καὶ τῆς ἀντιστοίχου ἐπιφανείας χρησιμότητος εἰς τὴν ἔννοιαν τῆς προτιμήσεως καὶ ἀδιαφορίας, ὡς αὕτη ὀρίζεται ὑπὸ τοῦ χάρτου ἀδιαφορίας. Ἡ οὐσιώδης διαφορά μεταξὺ τῶν δύο ἐνοιῶν εὐρίσκεται εἰς τὴν φύσιν τῆς χρησιμοποιουμένης κλίμακος μετρήσεως. Εἰς τὰς παλαιότερας προ-εγγίσεις, ἡ χρησιμότης ὑπέτιθετο ἀπολύτως μετρήσιμος εἰς μονάδας χρησιμότητος. Ἡ συμβολὴ τοῦ Pareto ἦτο νὰ δείξῃ ὅτι μόνον τ α κ τ ι κ ῆ μέτρησις ἀπαιτεῖται.

Τὸ ἀπόλυτον μέτρον τῆς χρησιμότητος τὸ ἀντιστοιχοῦν εἰς κάθε καμπύλην ἀδιαφορίας δὲν ἐνδιαφέρει. Ἀπαιτεῖται μόνον ἡ διὰ τῶν καμπυλῶν ἀδιαφορίας ἱεράρχησις τῶν συνδυασμῶν ἐπὶ τῇ βάσει τῆς προτιμήσεως. Οὕτω εἰς τὸ Σχ. 1.2.4, οἱ συνδυασμοὶ οἱ κείμενοι ἐπὶ τῆς IV εἶναι οἱ περισσότερον προτιμωμένοι· ὅλοι οἱ συνδυασμοὶ ἐπὶ τῆς III προτιμῶνται ἐκεῖνων, οἱ ὅποιοι κεῖνται ἐπὶ τῆς II καὶ I καὶ εἶναι ὀλιγώτερον ἐπιθυμητοὶ ἐκεῖνων, οἱ ὅποιοι κεῖνται ἐπὶ τῆς IV, κ.ο.κ. Διὰ νὰ ἐπαναλάβωμεν, ἡ ἀπόλυτος μέτρησις δὲν εἶναι ἀναγκαία. Ἡ τακτικὴ μέτρησις — ἱεράρχησις τῶν συνδυασμῶν ὡς πρώτου, δευτέρου, τρίτου κ.λπ. — εἶναι ἐπαρκής.

1.3. ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΤΙΚΑ ΤΩΝ ΚΑΜΠΥΛΩΝ ΑΔΙΑΦΟΡΙΑΣ

Αἱ καμπύλαι ἀδιαφορίας ἔχουν τέσσαρα χαρακτηριστικά, τὰ ὅποια εἶναι σημαντικὰ διὰ τὴν ἀνάπτυξιν τῆς συγχρόνου θεωρίας τῆς καταναλωτικῆς συμπεριφορᾶς εἰς τὸ Κεφάλαιον 2. Ἡ πρώτη ιδιότης πρέπει νὰ ἀποδοθῇ εἰς τὴν δυνατότητα ἀποκαταστάσεως τῶν αγαθῶν ἐν τῇ καταναλώσει. Ἡ δευτέρα ιδιότης εἶναι πράγματι μία ὑποτιθεμένη τοιαύτη· ἡ τρίτη εἶναι μία λογικὴ ἀναγκαιότης· καὶ ἡ τετάρτη ἐπιτάσσεται ὑπὸ τῆς συνθήκης (ἀναπτυσσομένης εἰς τὸ Κεφ. 2) καθ' ἣν ὁ καταναλωτής πρέπει νὰ συμπερι-

φέρεται κατά τοιοῦτον τρόπον ὥστε νά μεγιστοποιῆ τήν χρησιμότητα ἐξ ἑνός δεδομένου χρηματικοῦ εἰσοδήματος.

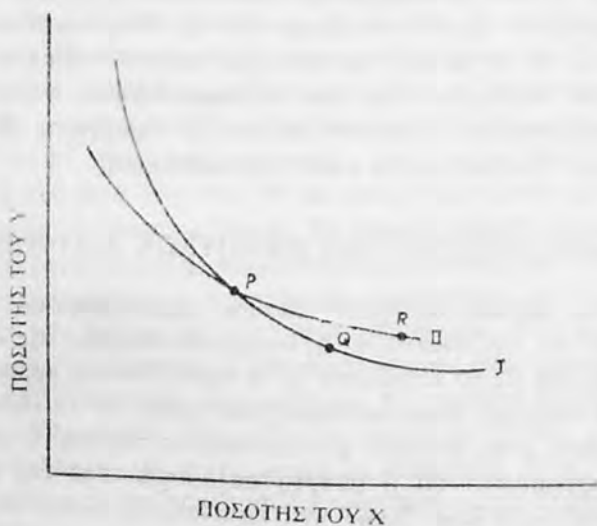
Χάριν ἀπλουστεύσεως, ἄς ὑποθεθῆ ὅτι ὑπάρχουν μόνον δύο ἀγαθά, τὸ Χ καὶ τὸ Υ. Τὸ ἐπίπεδον Χ - Υ καλεῖται *χῶρος τῶν ἀγαθῶν*. Τὸ πρῶτον χαρακτηριστικὸν εἶναι ὅτι αἱ καμπύλαι ἀδιαφορίας εἶναι ἀρνητικῆς κλίσεως. Ἡ ἀρνητικὴ κλίσις ἀντικατοπτρίζει τὴν ὑπόθεσιν ὅτι ἕνα ἀγαθὸν δύναται νά ὑποκατασταθῆ εἰς ἕνα ἄλλο κατὰ τοιοῦτον τρόπον ὥστε νά ἐξασφαλίζῃ εἰς τὸν καταναλωτὴν τὸ αὐτὸ ἐπίπεδον ἱκανοποιήσεως.

Ἡ δευτέρα ιδιότης προκύπτει ἀπὸ τὴν ἀκόλουθον ὑπόθεσιν : μία καμπύλη ἀδιαφορίας διέρχεται ἀπὸ κάθε σημείου τοῦ χώρου τῶν ἀγαθῶν (commodity space). Εἰς τὴν γλῶσσαν τῶν μαθηματικῶν, αἱ καμπύλαι ἀδιαφορίας εἶναι πανταχοῦ πυκναί. Ἐπὶ παραδείγματι, σύρονται δύο τυχαῖαι καμπύλαι ἀδιαφορίας. Ἐνας ἄπειρος ἀριθμὸς καμπυλῶν ἀδιαφορίας κεῖται μεταξύ αὐτῶν τῶν δύο, αἱ ὁποῖαι ἐσημειώθησαν. Αὐτὴ ἡ ιδιότης ὁμοιάζει πρὸς μίαν ιδιότητα τῶν ρητῶν ἀριθμῶν : ὑπάρχει ἄπειρος ἀριθμὸς ρητῶν ἀριθμῶν μεταξύ τοῦ 1/99 καὶ τοῦ 1/100 (ἢ οἰουδήποτε ἄλλου ζεύγους ρητῶν ἀριθμῶν).

Τρίτον, αἱ καμπύλαι ἀδιαφορίας οὐδέποτε τέμνονται. Αὐτὴ ἡ ιδιότης εἶναι μία λογικὴ ἀναγκαιότης, ὡς ἀπεικονίζεται εἰς τὸ Σχ. 1.3.1. Εἰς τὸ σχεδιάγραμμα αἱ καμπύλαι I καὶ II εἶναι καμπύλαι ἀδιαφορίας καὶ τὰ σημεῖα P, Q καὶ R ἀντιπροσωπεύουν τρεῖς διαφορετικοὺς συνδυασμοὺς. Ὁ R πρέπει

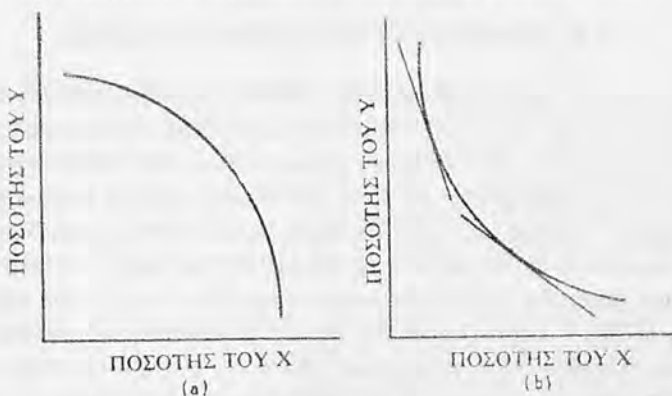
ΣΧΗΜΑ 1.3.1

ΑΙ ΚΑΜΠΥΛΑΙ ΑΔΙΑΦΟΡΙΑΣ ΔΕΝ ΤΕΜΝΟΝΤΑΙ



ΣΧΗΜΑ 1.3.2.

ΑΙ ΚΑΜΠΥΛΑΙ ΑΔΙΑΦΟΡΙΑΣ ΕΙΝΑΙ ΚΟΙΛΑΙ ΕΚ ΤΩΝ ΑΝΩ



σαφώς να προτιμάται του Q, επειδή περιέχει μεγαλύτεραν ποσότητα εξ άμφοτέρων των αγαθών (χαρακτηριστικόν iv εις τὸ τμήμα 1.1.b άνωτέρω). Ὁ R καὶ ὁ P εἶναι ἰσοδύναμοι, ἐπειδὴ κείνται ἐπὶ τῆς αὐτῆς καμπύλης ἀδιαφορίας. Κατὰ παρόμοιον τρόπον, οἱ συνδυασμοὶ P καὶ Q εἶναι ἀδιάφοροι. Βάσει τοῦ χαρακτηριστικοῦ iii (τμήμα 1.1.b) ἡ ἀδιαφορία εἶναι μία μεταβατική σχέση — δηλαδή, ἐὰν ὁ A εἶναι ἀδιάφορος τοῦ B καὶ ὁ B εἶναι ἀδιάφορος τοῦ C, ὁ A πρέπει νὰ εἶναι ἀδιάφορος τοῦ C. Εἰς τὴν παρούσαν περίπτωσιν, ὁ R εἶναι ἀδιάφορος τοῦ P καὶ ὁ P εἶναι ἀδιάφορος τοῦ Q, ἐπομένως ὁ R πρέπει νὰ εἶναι ἀδιάφορος τοῦ Q. Ἀλλά, ὡς ἐδείχθη προηγουμένως, ὁ R προτιμάται τοῦ Q ἐπειδὴ περιέχει μεγαλύτεραν ποσότητα εξ άμφοτέρων των αγαθών. Ἐπομένως ἡ περίπτωση τῶν τεμνομένων καμπυλῶν ἀδιαφορίας εἶναι λογικῶς ἀδύνατος.

Ἡ τετάρτη ιδιότης ἀπαιτεῖται πρὸς τὸν σκοπὸν ὅπως ὁ καταναλωτῆς μεγιστοποιῇ τὴν ἱκανοποίησιν μὲ δεδομένην δαπάνην χρηματικῶν εἰσοδήματος⁷. Ἡ ιδιότης εἶναι ὅτι αἱ καμπύλαι εἶναι κοίλαι ἐκ τῶν άνω — δηλαδή μία καμπύλη ἀδιαφορίας πρέπει νὰ κείται ὑπὲρ τὴν ἐφαπτομένην της εἰς κάθε σημεῖον, ὡς ἀπεικονίζεται εἰς τὸ τμήμα b, Σχ. 1.3.2. Τοῦτο ὑπονοεῖ ὅτι αἱ καμπύλαι ἀδιαφορίας δὲν εἶναι δυνατόν νὰ ἔχουν τὴν μορφήν τῆς καμπύλης τοῦ Σχ. 1.3.2.a.

ΙΔΙΟΤΗΤΕΣ : Αἱ καμπύλαι ἀδιαφορίας ἔχουν τὰ ἀκόλουθα χαρακτηριστικά : (α) αἱ καμπύλαι ἀδιαφορίας εἶναι ἀρνητικῆς κλίσεως, (β) μία καμπύλη ἀδιαφορίας διέρχεται ἀπὸ κάθε σημεῖον τοῦ χώρου τῶν αγαθών.

7. Ἡ πρότασις αὕτη ἀποδεικνύεται εἰς τὴν ὑποσημείωσιν 4 τοῦ Κεφαλαίου 2.

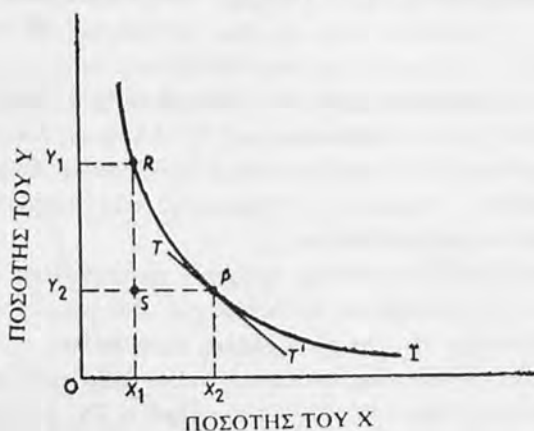
(γ) αί καμπύλαι ἀδιαφορίας οὐδέποτε τέμνονται, καί (δ) αί καμπύλαι ἀδιαφορίας εἶναι κοίλαι ἐκ τῶν ἄνω.

1.4. ΟΡΙΑΚΟΣ ΛΟΓΟΣ ΥΠΟΚΑΤΑΣΤΑΣΕΩΣ

Ὡς ἐτονίσθη προηγουμένως, ἓνα οὐσιῶδες χαρακτηριστικὸν τῆς ὑποκειμενικῆς θεωρίας τῆς ἀξίας εἶναι ὅτι διαφορετικοὶ συνδυασμοὶ ἀγαθῶν δυνατόν νά δίδουν τὸ αὐτὸ ἐπίπεδον χρησιμότητος. Μὲ ἄλλας λέξεις, ὁ καταναλωτῆς εἶναι ἀδιάφορος ὡς πρὸς τὸν συγκεκριμένον συνδυασμὸν τὸν ὁποῖον ἀποκτᾷ. Ἐπομένως, κατὰ τὰς ὑπαγορεύσεις τῶν ἀγοραίων τιμῶν, ἓνα ἀγαθὸν δύναται νά ὑποκατασταθῆ εἰς ἕτερον εἰς τὴν ὀρθὴν ποσότητα, ὥστε τὸ ἐπίπεδον εὐημερίας τοῦ καταναλωτοῦ νά παραμένῃ τὸ αὐτό. Θά παραμείνῃ, μὲ ἄλλας λέξεις, ὁ καταναλωτῆς ἐπὶ τῆς αὐτῆς καμπύλης ἀδιαφορίας. Εἶναι ἰδιαίτερον ἐνδιαφέρον νά γνωρίζωμεν τὸν λόγον εἰς τὸν ὁποῖον ὁ καταναλωτῆς εἶναι πρόθυμος νά ὑποκαταστήσῃ ἓνα ἀγαθὸν εἰς ἕτερον εἰς τὸ καταναλωτικὸν του πρότυπον.

ΣΧΗΜΑ 1.4.1

Ο ΟΡΙΑΚΟΣ ΛΟΓΟΣ ΥΠΟΚΑΤΑΣΤΑΣΕΩΣ



Θεωρήσατε τὸ Σχ. 1.4.1. Μία καμπύλη ἀδιαφορίας δίδεται ὑπὸ τῆς καμπύλης I. Ὁ καταναλωτῆς εἶναι ἀδιάφορος μεταξύ τοῦ συνδυασμοῦ R, περιέχοντος OX_1 μονάδας τοῦ X καὶ OY_1 μονάδας τοῦ Y, καὶ τοῦ συνδυασμοῦ P περιέχοντος $OX_2 > OX_1$ μονάδας τοῦ X καὶ $OY_2 < OY_1$ μονάδας τοῦ Y. Ὁ καταναλωτῆς εἶναι πρόθυμος νά ὑποκαταστήσῃ X_1 X_2 μονάδας τοῦ X

εις Y_1 , Y_2 μονάδας του Y . Ὁ λόγος εις τὸν ὅποιον εἶναι πρόθυμος νὰ υποκαταστήσῃ X εις Y , συνεπῶς, εἶναι :

$$\frac{OY_1 - OY_2}{OX_2 - OX_1} = \frac{RS}{SP}.$$

Αὐτὸς ὁ λόγος μετρεῖ τὸν μέσον ἀριθμὸν μονάδων τοῦ Y , τὸν ὅποιον ὁ καταναλωτὴς εἶναι πρόθυμος νὰ ἐγκαταλείψῃ διὰ νὰ ἀποκτήσῃ μίαν προσθετον μονάδα τοῦ X (εἰς τὸ ὑπὸ θεώρησιν διάστημα μεταξύ τῶν δύο συνδυασμῶν). Κατ' ἄλλην διατύπωσιν, ὁ λόγος μετρεῖ τὴν ποσότητα τοῦ Y ἢ ὅποια πρέπει νὰ θυσιασθῇ κατὰ ἀποκτωμένην μονάδα τοῦ X , προκειμένου ὁ καταναλωτὴς νὰ παραμείνῃ εἰς τὸ αὐτὸ ἀκριβῶς ἐπίπεδον ἱκανοποιήσεως.

Ὁ λόγος τῆς ὑποκαταστάσεως δίδεται ὑπὸ τοῦ προαναφερθέντος λόγου. Ἀλλὰ καθὼς τὸ σημεῖον R κινεῖται κατὰ μῆκος τῆς καμπύλης I πρὸς τὸ σημεῖον P , ὁ λόγος RS/SP , προσεγγίζει ὀλονὲν καὶ περισσότερο τὴν κλίσιν τῆς ἐφαπτομένης TT' εἰς τὸ σημεῖον P . Εἰς τὸ ὄριον, διὰ πολὺ μικρὰς μετακινήσεις εἰς τὴν περιοχὴν τοῦ P , ἡ κλίσις τῆς καμπύλης I ἢ τῆς ἐφαπτομένης τῆς εἰς τὸ σημεῖον P , καλεῖται ὀριακὸς λόγος ὑποκαταστάσεως τοῦ X εἰς Y .

ΟΡΙΣΜΟΣ : Ὁ ὀριακὸς λόγος ὑποκαταστάσεως τοῦ X εἰς Y μετρεῖ τὸν ἀριθμὸν τῶν μονάδων τοῦ Y αἱ ὅποιαι πρέπει νὰ θυσιασθοῦν κατὰ ἀποκτωμένην μονάδα τοῦ X οὕτως ὥστε νὰ διατηρηθῇ σταθερὸν τὸ ἐπίπεδον ἱκανοποιήσεως. Ὁ ὀριακὸς Λόγος Ὑποκαταστάσεως δίδεται ἀπὸ τὸ ἀρνητικὸν τῆς κλίσεως μιᾶς καμπύλης ἀδιαφορίας εἰς ἓνα σημεῖον. Ὁρίζεται μόνον διὰ μεταβολὰς κατὰ μῆκος μιᾶς καμπύλης ἀδιαφορίας, καὶ οὐδέποτε διὰ μετακινήσεις μεταξύ καμπυλῶν⁸.

8. Ἐστὼ ἡ συνάρτησις χρησιμότητος $U(x, y)$, οὕτως ὥστε μία καμπύλη ἀδιαφορίας δίδεται ὑπὸ τῆς $U(x, y) = c$, ὅπου $c =$ μία σταθερά. Λαμβάνοντες τὴν ὀλικὴν παράγωγον, ἔχομεν :

$$\frac{\partial U}{\partial x} dx + \frac{\partial U}{\partial y} dy = 0.$$

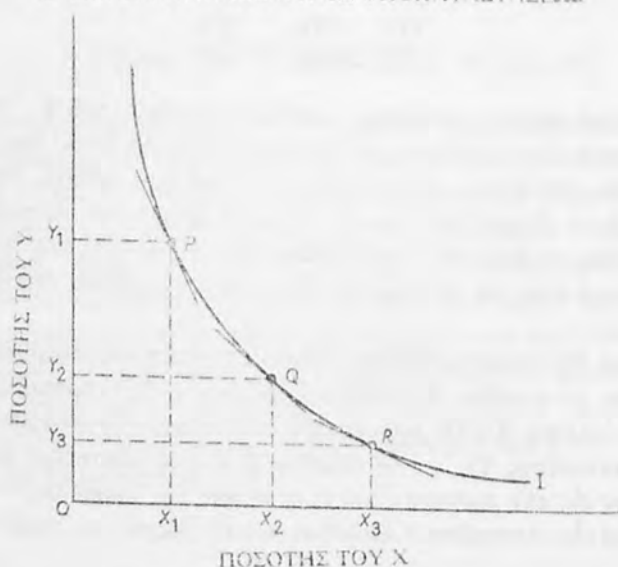
Λύοντες διὰ dy/dx , τὴν κλίσιν τῆς καμπύλης ἀδιαφορίας, εὐρίσκομεν ὅτι :

$$-\frac{dy}{dx} = \frac{\partial U}{\partial x} \text{ ὡς } y = \frac{\partial U}{\partial y}$$

Κατὰ παλαιότεραν ὀρολογίαν, τὸ $\frac{\partial U}{\partial x}$ ἐκαλεῖτο ὀριακὴ χρησιμότης τοῦ x καὶ τὸ $\frac{\partial U}{\partial y}$ ὀριακὴ χρησιμότης τοῦ y . Οὕτω ὁ ὀριακὸς λόγος ὑποκαταστάσεως τοῦ x εἰς y εἶναι ὁ λόγος τῶν ὀριακῶν χρησιμότητων τοῦ x καὶ y .

ΣΧΗΜΑ 1.4.2

Ο ΦΘΙΝΩΝ ΟΡΙΑΚΟΣ ΛΟΓΟΣ ΥΠΟΚΑΤΑΣΤΑΣΕΩΣ



Ἡ ἀνάγκη ὅπως αἱ καμπύλαι ἀδιαφορίας εἶναι κοίλαι ἐκ τῶν ἄνω ὑπονοεῖ ὅτι ὁ ὀριακὸς λόγος ὑποκατάστασεως τοῦ X εἰς Y φθίνει καθὼς X ὑποκαθίσταται εἰς Y κατὰ μῆκος μιᾶς καμπύλης ἀδιαφορίας. Αὐτὸ ἀπεικονίζεται εἰς τὸ Σχ. 1.4.2.

Ἡ καμπύλη I εἶναι καμπύλη ἀδιαφορίας καὶ οἱ P, Q καὶ R εἶναι τρεῖς συνδυασμοὶ κείμενοι ἐπὶ αὐτῆς τῆς καμπύλης. Ὁ ὀριζώντιος ἄξων μετρεῖται οὕτως ὥστε $OX_1 = X_1X_2 = X_2X_3$. Θεωρήσατε πρῶτον τὴν μετακίνησιν ἀπὸ τὸ P εἰς τὸ Q. Ἐὰν τὸ P εἶναι πολὺ πλησίον τοῦ Q, ἢ ἡ ποσότης $X_1 X_2$ εἶναι πολὺ μικρά, ὁ ὀριακὸς λόγος ὑποκατάστασεως τοῦ X εἰς Y εἰς τὸ Q εἶναι :

$$\frac{OY_1 - OY_2}{OX_2 - OX_1} = \frac{Y_1 Y_2}{X_1 X_2}$$

Ὁμοίως διὰ μίαν μετακίνησιν ἀπὸ τὸ Q εἰς τὸ R, ὁ ὀριακὸς λόγος ὑποκατάστασεως εἰς τὸ R εἶναι :

$$\frac{OY_2 - OY_3}{OX_3 - OX_2} = \frac{Y_2 Y_3}{X_2 X_3}$$

Ἐκ κατασκευῆς $X_1 X_2 = X_2 X_3$ ἀλλὰ λίαν προφανῶς, $Y_1 Y_2 > Y_2 Y_3$. Ἐπομένως ὁ ὀριακὸς λόγος ὑποκατάστασεως εἶναι μικρότερος εἰς τὸ R παρὰ

εις τό Q. Αυτό επίσης δεικνύεται από τας φθινούσας κλίσεις τών έφαπτομένων εις τὰ σημεία P, Q και R.

ΑΡΧΗ: Καθώς X υποκαθίσταται εις Y, ώστε να παραμένη ο καταναλωτής επί της αὐτῆς καμπύλης ἀδιαφορίας, ὁ ὀριακὸς λόγος ὑποκαταστάσεως τοῦ X εις Y μειοῦται.

1.5. ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑ

Ίστορικῶς, οἱ οικονομολόγοι ἔχουν στριφῆ ἀπὸ μίαν θεωρίαν χρησιμότητος εις μίαν θεωρίαν προτιμήσεως διὰ νὰ ἐξηγήσουν τὴν καταναλωτικὴν συμπεριφορὰν καὶ ζήτησιν. Ἐντὶ τῆς χρησιμοποίησεως μιᾶς ὀλοκλήρου ἐπιφανείας χρησιμότητος, μόνον αἱ καμπύλαι ἀδιαφορίας εἶναι ἀναγκαῖαι. Αὐταὶ αἱ καμπύλαι εἶναι ἀρνητικῆς κλίσεως, διέρχονται ἀπὸ κάθε σημεῖον εις τὸν χῶρον τῶν ἀγαθῶν (consumption space), οὐδέποτε τέμνονται, καὶ εἶναι κοῖλαι ἐκ τῶν ἄνω. Ἡ τελευταία ιδιότης ὑπονοεῖ ὅτι ὁ ὀριακὸς λόγος ὑποκαταστάσεως τοῦ X εις τὸ Y μειοῦται, καθὼς X υποκαθίσταται εις Y, οὕτως ὥστε νὰ διατηρῆται τὸ αὐτὸ ἐπίπεδον ἱκανοποιήσεως.

Αὐταὶ αἱ ἔννοιαι καὶ αἱ σχέσεις χρησιμοποιοῦνται εις τὸ Κεφάλαιον 2 διὰ τὴν ἀνάπτυξιν τῆς συγχρόνου θεωρίας τῆς καταναλωτικῆς συμπεριφορᾶς καὶ τὸν προσδιορισμὸν τῶν ἀτομικῶν καμπυλῶν ζήτησεως⁹.

9. Μία εἰδικὴ κατηγορία συναρτήσεων προτιμήσεων, συχνὰ χρησιμοποιουμένων ὑπὸ τῶν θεωρητικῶν λόγῳ τῆς μαθηματικῆς ἀπλότητός των, εἶναι αἱ ὁμογενεῖς συναρτήσεις Iου βαθμοῦ. Λόγῳ τῶν εἰδικῶν χαρακτηριστικῶν των, αἱ συναρτήσεις αὐταὶ θὰ τῶν συντόμου ἀναλύσεως.

Ἐστω ὅτι ἡ συνάρτησις προτιμήσεων δίδεται ὑπὸ τῆς

$$U = U(x_1, x_2, \dots, x_n), \quad (1.9.1)$$

ὅπου x_i εἶναι ἡ ποσότης τοῦ i καταναλισκομένου ἀγαθοῦ. Ἐστω ὅτι ὄλα τὰ καταναλισκόμενα ἀγαθὰ ἀξάνονται (ἢ μειοῦνται) κατὰ τὴν ἀναλογίαν λ . Ἐάν ἡ (1.9.1) εἶναι ὁμογενεῖς Iου βαθμοῦ, ἔχομεν:

$$U(\lambda x_1, \lambda x_2, \dots, \lambda x_n) \equiv \lambda U(x_1, x_2, \dots, x_n). \quad (1.9.2)$$

Ἐπομένως, ἐάν ὄλα τὰ ἀγαθὰ ἀξάνονται (ἢ μειοῦνται) κατὰ τὴν αὐτὴν ἀναλογίαν, ἡ χρησιμότης ἀξάνει (ἢ μειοῦται) κατὰ τὴν ἰδίαν ἀναλογίαν. Κάθε ἀγαθὸν κεχωρισμένος ἔχει φθινούσαν ὀριακὴν χρησιμότητα· ἀλλὰ ἀναλογικαὶ ἀυξήσεις ὄλων τῶν καταναλισκομένων ἀγαθῶν ὀδηγοῦν εις σταθεράς (οὐχί φθινούσας) ἀυξήσεις τῆς χρησιμότητος.

Δεύτερον, αἱ μερικαὶ παράγωγοι τῶν ὁμογενῶν συναρτήσεων Iου βαθμοῦ εἶναι ὁμογενεῖς μηδενικοῦ βαθμοῦ. Δηλαδή,

$$\frac{\partial U(x_1, x_2, \dots, x_n)}{\partial x_i} = U_i \left(\frac{x_1}{x_i}, \frac{x_2}{x_i}, \dots, \frac{x_n}{x_i} \right) \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad (1.9.3)$$

ΠΡΟΒΛΗΜΑ

Υπάρχουν τρία αγαθά X, Y και Z. Ο πίναξ περιέχει ένα κατάλογον συνδυασμών αποτελουμένων εκ διαφόρων συνδυασμών τών τριών αυτών αγαθών. Προσδιορίσατε τήν Ιεράρχησιν τών συνδυασμών (εις αυτό τὸ πρόβλημα δὲν ὑπάρχουν συνδυασμοὶ μεταξὺ τών ὁποίων εἶναι ἀδιάφορος ὁ καταναλωτής).

Συνδυασμός	Ποσότης τοῦ X	Ποσότης τοῦ Y	Ποσ. τοῦ Z	Ίεράρχησις
A	86	88	77	
B	86	87	76	
C	100	90	80	
D	79	80	69	
E	85	87	76	
F	79	79	68	
G	95	89	79	
H	80	80	70	
I	79	79	69	
J	86	87	77	

ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ

1. Ποῖον ρόλον παίζουν αἱ καμπύλαι ἀδιαφορίας εἰς τήν οἰκονομικήν θεωρίαν καὶ ποίας οἰκονομικὰς ἀρχὰς ἀπεικονίζουν. Ὑπὸ ποίαν ἔννοίαν αὐτὸ τὸ ὄργανον ἀναλύσεως δεικνύει τὸ βασικὸν οἰκονομικὸν πρόβλημα τῆς συσχετίσεως σπανίων πόρων πρὸς ἐναλλακτικὸς σκοποὺς;
2. Ἐξηγήσατε τήν ἀκόλουθον πρότασιν : ἡ ἀπόστασις μεταξὺ δύο καμπυλῶν ἀδιαφορίας

Αἱ ὀριακαὶ χρησιμότητες εἶναι ἀνεξάρτητοι τοῦ ἀπολύτου ἐπιπέδου καταναλώσεως ἐκάστου ἀγαθοῦ· ἐξαρτῶνται μόνον ἀπὸ τὸν λόγον εἰς τὸν ὁποῖον καταναλίσκονται ὅλα τὰ ἀγαθὰ. Ἐπὶ παραδείγματι, ἡ ὀριακὴ χρησιμότης ἐκάστου ἀγαθοῦ παραμένει ἀμετάβλητος, ὅταν ἡ κατανάλωσις ὄλων τῶν ἀγαθῶν διπλασιάζεται ἢ μειοῦται εἰς τὸ ἡμισυ.

Τέλος, ἐφ' ὅσον ὁ ὀριακὸς λόγος ὑποκαταστάσεως μεταξὺ δύο ἀγαθῶν εἶναι ὁ λόγος τῶν ὀριακῶν χρησιμότητων τῶν τοῦτο σημαίνει ὅτι καὶ ὁ ὀριακὸς λόγος ὑποκαταστάσεως εἶναι ὁμογενὴς μηδενικοῦ βαθμοῦ καὶ ἐπομένως ἔχει τὰ αὐτὰ χαρακτηριστικὰ ὡς καὶ αἱ συναρτήσεσι ὀριακῆς χρησιμότητος. Οὕτως ἐπὶ παραδείγματι, ἐάν αἱ σχετικαὶ τιμαὶ παραμένουν σταθεραὶ, ὁ λόγος εἰς τὸν ὁποῖον καταναλίσκονται ὅλα τὰ ἀγαθὰ δὲν μεταβάλλεται ὅταν τὸ εἰσόδημα διπλασιάζεται ἢ μειοῦται εἰς τὸ ἡμισυ (αὐτὸ τὸ σημεῖον δύναται νὰ κατανοηθῇ μόνον μετὰ τήν μελέτην τοῦ Κεφαλαίου 2).

Ὁ ἐνδιαφερόμενος σπουδαστής αἰεὶ εὕρη τὰς χαρακτηριστικὰς ιδιότητας τῶν ἀκλούθων συναρτήσεων διὰ δύο ἀγαθὰ :

$$U = Ax_1^a x_2^{1-a}, \quad (0 < a < 1) \quad (1.9.4)$$

$$U = a [bx_1^{-c} + (1-b)x_2^{-c}]^{-1/c} \quad (c < -1) \quad (1.9.5)$$

ὅπου A, a, b, καὶ c εἶναι σταθεραὶ.

είναι άνευ σημασίας· σημασίαν έχει μόνον, ποία κείται ύψηλότερον και ποία χαμηλότερον.

3. Υποθέσατε ότι υπάρχουν δύο άγαθά έκαστον τών όποιών, πέραν ενός συγκεκριμένου επιπέδου καταναλώσεως, προκαλεί μείωσιν τής συνολικής χρησιμότητας. Ποιον θά είναι τό σχήμα μιās χαρακτηριστικής καμπύλης άδιαφορίας και ποία ή μορφή τής επιφανείας χρησιμότητας;

ΠΡΟΤΕΙΝΟΜΕΝΗ ΜΕΛΕΤΗ

1. Hicks, John R. Value and Capital, σελ. 1 - 25, 2nd ed. Oxford : Oxford University Press., 1946.
2. Marshall, Alfred. Principles of Economics, Βιβλίον III, Κεφάλαια V - VI, σελ. 117 - 137.
3. Stigler, George J. «The Development of Utility Theory, I», Journal of Political Economy, Τόμος LVIII (Αύγουστος 1950), σελ. 307 - 24.
4. Henderson, James M. και Quandt, Richard E. Microeconomic Theory : A Mathematical Approach, Κεφ. 2, σελ. 6 - 12, New York : McGraw - Hill Book Co., Inc., 1958 (άπαιτούνται στοιχειώδη μαθηματικά).
5. Samuelson, Paul A., Foundation of Economic Analysis, Κεφ. V, σελ. 90 - 96. Cambridge, Mass. : Harvard University Press, 1947 (άπαιτούνται προκεχωρημένα μαθηματικά).

ΣΥΓΧΡΟΝΟΣ ΘΕΩΡΙΑ ΤΗΣ ΚΑΤΑΝΑΛΩΤΙΚΗΣ ΣΥΜΠΕΡΙΦΟΡΑΣ

2.1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Ὁ Pareto δὲν ἐξεμεταλλεύθη τὰς οὐσιώδεις ἀνακαλύψεις του, ὡς ἤδη ἀνεφέρθη. Τὸ ἔργον τῆς ἀναπτύξεως τῆς συγχρόνου θεωρίας τῆς καταναλωτικῆς συμπεριφορᾶς ἐμελλε νὰ πραγματοποιηθῆ ὑπὸ τῶν Slutsky (1915), Hicks καὶ Allen (1934), Hotteling (1935) καὶ Hicks (1939).

2.1.a.— Μεγιστοποιήσις τῆς ἱκανοποιήσεως

Ἡ θεμελιώδης ὑπόθεσις ἐπὶ τῆς ὁποίας οἰκοδομεῖται ἡ θεωρία τῆς καταναλωτικῆς συμπεριφορᾶς καὶ τῆς ζητήσεως εἶναι ἡ ἑξῆς : Ὁ καταναλωτὴς προσπαθεῖ νὰ κατανεῖμῃ τὸ περιορισμένον χρηματικόν του εἰσόδημα μεταξὺ τῶν διαθέσιμων ἀγαθῶν καὶ ὑπηρεσιῶν κατὰ τοιοῦτον τρόπον, ὥστε νὰ μεγιστοποιῇ τὴν ἱκανοποίησίν του. Ἐν συντομίᾳ, ὁ καταναλωτὴς ρυθμίζει τὰς ἀγορὰς του οὕτως ὥστε νὰ μεγιστοποιῇ τὴν ἱκανοποίησίν του μὲ τὸ περιορισμένον χρηματικόν του εἰσόδημα. Ἐπὶ τῇ βάσει αὐτῆς τῆς ὑποθέσεως καὶ τῶν ἰδιοτήτων τῶν καμπυλῶν ἀδιαφορίας (αἱ ὁποῖαι ἀνεπτύχθησαν εἰς τὸ Κεφάλαιον 1), αἱ ἀτομικαὶ καμπύλαι ζητήσεως δύνανται εὐκόλως νὰ προσδιορισθοῦν. Εἰς τὸ ἔργον τοῦτο ἀφιεροῦται τὸ παρὸν κεφάλαιον.

2.1.b.— Περιορισμένον χρηματικόν εἰσόδημα

Ἐὰν κάθε καταναλωτὴς εἶχε ἓνα ἀπεριόριστον χρηματικόν εἰσόδημα — μὲ ἄλλας λέξεις, ἐὰν ὑπῆρχεν μία ἀπεριόριστος δεξαμενὴ πόρων — δὲν θὰ ὑπῆρχον προβλήματα «οἰκονομίας», οὔτε θὰ ὑπῆρχε ἡ οἰκονομικὴ ἐπιστήμη. Ἄλλ' ἐφ' ὅσον αὐτὴ ἡ οὐτοπία δὲν ὑφίσταται, ἀκόμη καὶ διὰ τὰ πλουσιώτερα μέλη τῆς κοινωνίας μας, οἱ ἄνθρωποι εἶναι ἠναγκασμένοι νὰ καθορίζουν τὴν συμπεριφορὰν των ὑπὸ τὴν συνθήκην τῶν περιορισμένων οἰκονομικῶν πόρων. Διὰ τὴν θεωρίαν τῆς καταναλωτικῆς συμπεριφορᾶς,

τοῦτο σημαίνει ὅτι εἰς κάθε καταναλωτὴν ὑπάρχει ἓνα μέγιστον ποσὸν τὸ ὁποῖον δύναται νὰ δαπανήσῃ κατὰ χρονικὴν περίοδον. Τὸ πρόβλημα τοῦ καταναλωτοῦ εἶναι νὰ δαπανήσῃ αὐτὸ τὸ ποσὸν κατὰ τὸν τρόπον, ὃ ὁποῖος τοῦ προσφέρει τὴν μεγίστην ἱκανοποίησιν.

Συνεχίζομεν νὰ ὑποθέτωμεν ὅτι ὑπάρχουν μόνον δύο ἀγαθὰ, τὸ X καὶ τὸ Y, ἀγοραζόμενα εἰς τὰς ποσότητες x καὶ y. Κάθε μεμονωμένος καταναλωτὴς ἀντιμετωπίζει τὰς ὑπὸ τῆς ἀγορᾶς προσδιοριζόμενας τιμὰς p_x καὶ p_y τῶν X καὶ Y, ἀντιστοίχως. Τέλος, ὃ περι οὐ ὁ λόγος καταναλωτῆς ἔχει ἓνα γνωστὸν καὶ σταθερὸν χρηματικὸν εἰσόδημα διὰ τὴν ὑπὸ θεωρήσιν περίοδον. Οὕτω τὸ μέγιστον ποσὸν, τὸ ὁποῖον δύναται νὰ δαπανήσῃ, κατὰ χρονικὴν περίοδον, εἶναι M, καὶ αὐτὸ τὸ ποσὸν δύναται νὰ δαπανηθῇ μόνον ἐπὶ τῶν ἀγαθῶν X καὶ Y.¹ Συνεπῶς τὸ δαπανώμενον ποσὸν ἐπὶ τοῦ X ($x p_x$) σὺν τὸ δαπανώμενον ποσὸν ἐπὶ τοῦ Y ($y p_y$) δὲν πρέπει νὰ ὑπερβαῖν τὸ δεδομένον χρηματικὸν εἰσόδημα M. Ἀλγεβρικῶς,

$$M \geq x p_x + y p_y \quad (2.1.1)$$

Ἡ ἔκφρασις εἶναι μία ἀνισότης, ἡ ὁποία δύναται νὰ παρασταθῇ γραφικῶς εἰς τὸν χώρον τῶν ἀγαθῶν (commodity space), ἐφ' ὅσον ἔχει μόνον δύο μεταβλητὰς X καὶ Y. Πρῶτον, θεωρήσατε αὐτὴν τὴν ἔκφρασιν ὑπὸ τὴν μορφήν τῆς ἰσότητος :

$$M = x p_x + y p_y \quad (2.1.2)$$

Αὕτη εἶναι ἡ ἐξίσωσις μιᾶς εὐθείας γραμμῆς. Λύοντες ὡς πρὸς τὸ y — ἀφοῦ τὸ y παριστᾶται ἐπὶ τοῦ κατακορύφου ἄξονος — λαμβάνομεν :

$$y = \frac{1}{p_y} M - \frac{p_x}{p_y} x \quad (2.1.3)$$

Ἡ ἐξίσωσις (2.1.3) παριστᾶται εἰς τὸ Σχ. 2.1.1. Ὁ πρῶτος ὄρος εἰς τὸ δεξιὸν σκέλος τῆς ἐξισώσεως 2.1.3, $\frac{1}{p_y} M$, δεικνύει τὴν ποσότητα τοῦ Y ἡ ὁποία

1. Εἰς πλεόν προκεχωρημένας προσεγγίσεις, ἡ ἀποταμίευσις δύναται νὰ θεωρηθῇ ὡς ἓν ἐκ τῶν πολλῶν ἀγαθῶν καὶ ὑπηρεσιῶν, τὰ ὁποῖα εἶναι διαθέσιμα εἰς τὸν καταναλωτὴν. Ἡ γραφικὴ προσέγγισις μᾶς περιορίζει εἰς δύο διαστάσεις διὰ τοῦτο ἀγνοοῦμεν τὴν ἀποταμίευσιν. Αὐτὸ δ' ἐν σημαίνει ὅτι ἡ θεωρία τῆς καταναλωτικῆς συμπεριφορᾶς ἀποκλείει τὴν ἀποταμίευσιν — ἀναλόγως τῶν προτιμήσεών του ἓνας καταναλωτῆς εἶναι δυνατόν νὰ ἀποταμιεύῃ πολὺ, ὀλίγον ἢ οὐδὲν. Ὅμοιος, ἡ δαπάνη εἶναι πράγματι δυνατόν νὰ εἶναι μεγαλύτερα τοῦ εἰσοδήματος εἰς μίαν δεδομένην περίοδον, ἐὰν ὁ ἄτομος ἐδανείσθῃ ἢ ἐχρηματοδοτήσῃ τὴν δαπάνην ἀπὸ περιουσιακὰ στοιχεῖα κτηθέντα εἰς τὸ παρελθόν. Τὸ ὑπ' ὄψιν «M» διὰ μίαν περίοδον εἶναι ἡ συνολικὴ ποσότης χρήματος, ἡ ὁποία δαπανᾶται κατὰ τὴν διάρκειαν τῆς περιόδου.

δύναται να αγορασθῆ, ἐὰν τὸ X δὲν ἀγοράζεται καθόλου. Αὐτὸ ἀντιπροσωπεύεται ἀπὸ τὴν ἀπόστασιν OA εἰς τὸ Σχ. 2.1.1· οὕτως ὁ ὅρος $\frac{1}{P_y} M$ εἶναι τὸ σημεῖον ὅπου ἡ ἐξίσωσις τέμνει τὸν κατακόρυφον ἄξονα.

Ὁ δεῦτερος ὅρος εἰς τὸ δεξιὸν σκέλος τῆς ἐξίσωσως 2.1.3, δηλ. ὁ ὅρος $-\frac{P_x}{P_y}$, εἶναι ἡ κλίσις τῆς γραμμῆς. Συνεπῶς, ἡ κλίσις τῆς γραμμῆς εἶναι τὸ ἀρνητικὸν τοῦ λόγου τῶν τιμῶν. Διὰ νὰ γίνῃ ἀντιληπτόν, θεωρήσατε τὴν ποσότητα τοῦ X , ἡ ὁποία δύναται νὰ αγορασθῆ, ἐὰν δὲν ἀγοράζεται τὸ Y . Αὕτη ἡ ποσότης εἶναι $\frac{1}{P_x} M$, δεικνυομένη ὑπὸ τῆς ἀποστάσεως OB εἰς τὸ Σχ. 2.1.1. Ἀφοῦ ἡ γραμμὴ προφανῶς ἔχει ἀρνητικὴν κλίσιν, ἡ κλίσις τῆς δίδεται ὑπὸ τῆς σχέσεως²:

$$-\frac{OA}{OB} = -\frac{\frac{1}{P_y} M}{\frac{1}{P_x} M} = -\frac{P_x}{P_y}.$$

Ἡ γραμμὴ εἰς τὸ Σχ. 2.1.1 καλεῖται γραμμὴ τῶν καταναλωτικῶν δυνατοτήτων.

ΟΡΙΣΜΟΣ : Γραμμὴ τῶν καταναλωτικῶν δυνατοτήτων εἶναι ὁ γεωμετρικὸς τόπος τῶν συνδυασμῶν ἀγαθῶν, οἱ ὁποῖοι δύνανται νὰ αγοραστοῦν ὅταν δαπανᾶται ὁλόκληρον τὸ χρηματικὸν εἰσόδημα. Ἡ κλίσις τῆς εἶναι τὸ ἀρνητικὸν τοῦ λόγου τῶν τιμῶν.

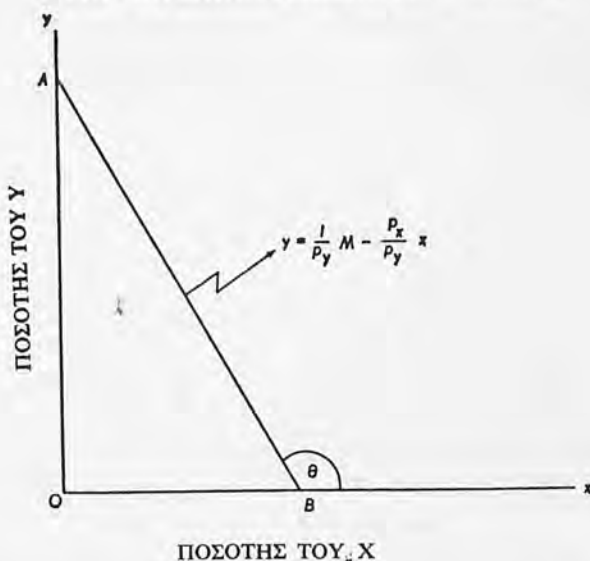
Ἡ γραμμὴ τῶν καταναλωτικῶν δυνατοτήτων εἶναι γραφικὴ ἀπεικόνισις τῆς ἐξίσωσως 2.1.3, ἀλλὰ οὐχὶ καὶ τῆς ἀμισότητος τῆς ἐκφράσεως 2.1.1. Ἡ τελευταία περιλαμβάνει τὴν γραμμὴν τῶν καταναλωτικῶν δυνατοτήτων ἀλλ' ἐπιπροσθέτως περιλαμβάνει ὅλους τοὺς συνδυασμοὺς, τῶν ὁποίων τὸ συνολικὸν κόστος εἶναι μικρότερον τοῦ M . Ἡ ἀνισότης 2.1.1 δεικνύεται γραφικῶς εἰς τὸ Σχ. 2.1.2 ὑπὸ τῆς τριγωνικῆς ἐσκιασμένης ἐπιφανείας — ὁλοκλήρου τῆς ἐπιφανείας τῆς περικλειομένης ὑπὸ τῆς γραμμῆς τῶν καταναλωτικῶν δυνατοτήτων καὶ τῶν δύο ἄξόνων. Αὕτη ἡ ἐπιφάνεια καλεῖται **χῶρος τῶν καταναλωτικῶν δυνατοτήτων**³.

2. Ἡ κλίσις εἶναι $\tan \theta = -\tan (180 - \theta) = -OA/OB$, κ.λπ.

3. Μαθηματικῶς εἶναι ὀρθότερον νὰ εἰπῶμεν, ὅτι ὁ χῶρος τῶν καταναλωτικῶν δυνατοτήτων ὀρίζεται ὑπὸ τῶν ἀκολούθων τριῶν ἀνισοτήτων :

$$\begin{aligned} M &\geq x p_x + y p_y, \\ x &\geq 0, \\ y &\geq 0. \end{aligned}$$

ΣΧΗΜΑ 2.1.1
Η ΓΡΑΜΜΗ ΚΑΤΑΝΑΛΩΤΙΚΩΝ ΔΥΝΑΤΟΤΗΤΩΝ



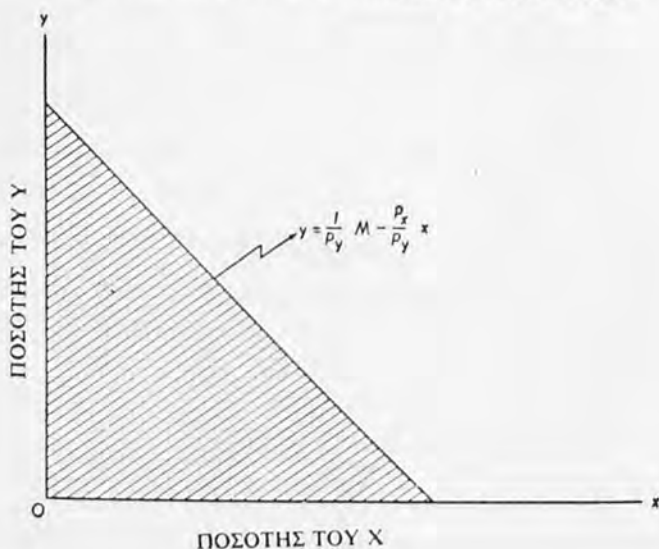
ΟΡΙΣΜΟΣ : Ὁ χώρος τῶν καταναλωτικῶν δυνατοτήτων εἶναι τὸ σύνολον ὄλων τῶν συνδυασμῶν ἀγαθῶν, οἱ ὅποιοι δύνανται νὰ ἀγοραθοῦν διὰ τῆς δαπάνης ἑνὸς τμήματος ἢ ὀλοκλήρου τοῦ δεδομένου χρηματικοῦ εἰσοδήματος. Ὁ χώρος τῶν καταναλωτικῶν δυνατοτήτων εἶναι ὑποσύνολον τοῦ χώρου τῶν ἀγαθῶν.

2.1.c.— Μετακινήσεις τῆς γραμμῆς τῶν καταναλωτικῶν δυνατοτήτων

Ἐνα σημαντικὸν τμῆμα τῆς ἀκολουθοῦσης ἀναλύσεως ἀσχολεῖται μὲ συγκριτικὰς στατικὰς μεταβολὰς τῶν ἀγοραζομένων ποσοτήτων, αἱ ὁποῖαι προκύπτουν ἐκ μεταβολῶν τῶν τιμῶν ἢ τοῦ χρηματικοῦ εἰσοδήματος. Αἱ τελευταῖαι μεταβολαὶ παριστῶνται γραφικῶς διὰ μετακινήσεων τῆς καμπύλης καταναλωτικῶν δυνατοτήτων.

Πρῶτον, θεωρήσατε μίαν αὐξήσιν τοῦ χρηματικοῦ εἰσοδήματος ἀπὸ M εἰς $M^* > M$, ἐνῶ αἱ τιμαὶ τῶν ἀγαθῶν παραμένουν ἀμετάβλητοι. Ὁ καταναλωτὴς δύνανται νὰ ἀγοράσῃ μεγαλύτεραν ποσότητα — μεγαλύτεραν ποσότητα ἐκ τοῦ X , μεγαλύτεραν ποσότητα ἐκ τοῦ Y , ἢ μεγαλύτεραν ποσότητα ἐκ τῶν δύο. Ἡ μεγίστη ἀγοραζομένη ποσότης τοῦ Y αὐξάνει ἀπὸ $\frac{1}{P_y} M$ εἰς $\frac{1}{P_y} M^*$, ἢ ἀπὸ OA εἰς OA' εἰς τὸ Σχ. 2.1.3. Ὁμοίως, ἢ

ΣΧΗΜΑ 2.1.2
Ο ΧΩΡΟΣ ΤΩΝ ΚΑΤΑΝΑΛΩΤΙΚΩΝ ΔΥΝΑΤΟΤΗΤΩΝ

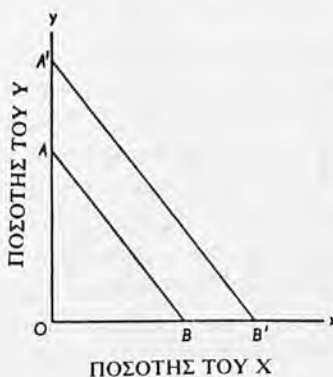


μεγίστη αγοράζομένη ποσότης του X αυξάνει από $\frac{1}{p_x} M$ εις $\frac{1}{p_x} M^*$, ή από OB εις OB' . Έφ' όσον αι τιμαί παραμένουν σταθεραί, ή κλίσις τής γραμμής τών καταναλωτικών δυνατοτήτων δέν μεταβάλλεται. Ούτω μία αύξησις του χρηματικού εισοδήματος, με τιμάς άμεταβλήτους, δεικνύεται γραφικώς διά τής μετακινήσεως τής γραμμής τών καταναλωτικών δυνατοτήτων πρός τά άνω και δεξιά. Έφ' όσον ή κλίσις δέν μεταβάλλεται, ή μετατόπισις θά ήδύνατο νά κληθῆ «παράλληλος» μετακίνησις. Ευνόητον είναι ότι μία μείωσις του χρηματικού εισοδήματος δεικνύεται διά μιᾶς παραλλήλου μετακινήσεως τής γραμμής τών καταναλωτικών δυνατοτήτων πρός τήν κατεύθυνσιν τής άρχῆς τών άξόνων.

Τό Σχ. 2.1.4 δεικνύει τί συμβαίνει εις τήν γραμμὴν τών καταναλωτικῶν δυνατοτήτων, όταν ή τιμὴ του X αυξάνη, τής χρηματικῆς τιμῆς του Y καί του χρηματικῶν εισοδήματος παραμενοντων άμεταβλήτων. Ὑποθέσατε, ότι ή τιμὴ του X αυξάνει από p_x εις p_x^* . Έφ' όσον τὰ p_y καί M παραμένουν άμετάβλητα, τὸ σημεῖον όπου ή γραμμὴ τών καταναλωτικῶν δυνατοτήτων τέμνει τὸν κατακόρυφον άξονα δέν μεταβάλλεται — παραμένει OA . Ἄλλὰ ή κλίσις τής γραμμῆς, τὸ άρνητικὸν του λόγου τῶν τιμῶν μεταβάλλεται από $-\frac{p_x}{p_y}$ εις $-\frac{p_x^*}{p_y}$. Ἀφοῦ $p_x^* > p_x$, $-\frac{p_x^*}{p_y} < -\frac{p_x}{p_y}$. Με άλλας λέξεις ή κλί-

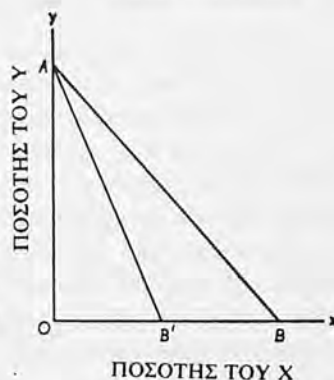
ΣΧΗΜΑ 2.1.3

ΓΡΑΜΜΑΙ ΤΩΝ ΚΑΤΑΝΑΛΩΤΙΚΩΝ ΔΥΝΑΤΟΤΗΤΩΝ ΟΤΑΝ ΑΥΞΑΝΗ ΤΟ ΧΡΗΜΑΤΙΚΟΝ ΕΙΣΟΔΗΜΑ, ΤΩΝ ΤΙΜΩΝ ΔΙΑΤΗΡΟΥΜΕΝΩΝ ΑΜΕΤΑΒΛΗΤΩΝ



ΣΧΗΜΑ 2.1.4

ΓΡΑΜΜΑΙ ΤΩΝ ΚΑΤΑΝΑΛΩΤΙΚΩΝ ΔΥΝΑΤΟΤΗΤΩΝ ΟΤΑΝ ΑΥΞΑΝΗ Η ΤΙΜΗ ΤΟΥ Χ, ΤΗΣ ΤΙΜΗΣ ΤΟΥ Υ ΚΑΙ ΤΟΥ ΧΡΗΜΑΤΙΚΟΥ ΕΙΣΟΔΗΜΑΤΟΣ ΠΑΡΑΜΕΝΟΝΤΩΝ ΑΜΕΤΑΒΛΗΤΩΝ



σις τῆς γραμμῆς τῶν καταναλωτικῶν δυνατοτήτων καθίσταται περισσότερο κατακόρυφος.

Ἡ μεταβολὴ τῆς τιμῆς δύναται νὰ ἐξηγηθῆ καὶ κατὰ τὸν ἀκόλουθον ἐναλλακτικὸν τρόπον. Εἰς τὴν ἀρχικὴν τιμὴν p_x , ἡ μεγίστη ἀγοραζομένη ποσότης τοῦ Χ εἶναι $\frac{1}{p_x} M$, ἢ ἡ ἀπόστασις ΟΒ. Ὄταν ἡ τιμὴ μεταβάλλεται

εἰς p_x^* , ἡ μεγίστη ἀγοραζομένη ποσότης τοῦ Χ εἶναι $\frac{1}{p_x^*} M$, ἢ ἡ ἀπόστασις

ΟΒ'. Οὕτω μία αὐξήσις τῆς τιμῆς τοῦ Χ δεικνύεται διὰ τῆς περιστροφῆς τῆς γραμμῆς τῶν καταναλωτικῶν δυνατοτήτων μετὰ τὴν φοράν τῶν δεικτῶν ἐνὸς ὠρολογίου περὶ τὸ σημεῖον ὅπου ἡ γραμμὴ τέμνει τὸν κατακόρυφον ἄξονα. Μία μείωσις τῆς τιμῆς τοῦ Χ παρουσιάζεται διὰ μιᾶς μετακινήσεως μετὰ τὴν ἀντίθετον ἐκείνης τῶν δεικτῶν ἐνὸς ὠρολογίου. Πρὶν δώσωμεν μίαν περίληψιν αὐτῶν τῶν σχέσεων, εἶναι ἴσως ὑποβοηθητικὸν νὰ ἀναφέρωμεν τὸ προφανές καὶ νὰ τονίσωμεν ὅτι αἱ σχετικαὶ τιμαὶ εἶναι κρίσιμοι. Ἐὰν τὸ χρηματικὸν εἰσόδημα παραμένῃ σταθερὸν καὶ αἱ ὀνομαστικαὶ τιμαὶ ἀμφοτέρων τῶν ἀγαθῶν μεταβάλλονται ἀναλογικῶς, αἱ σχετικαὶ τιμαὶ δὲν μεταβάλλονται· ἡ μεταβολὴ εἰς αὐτὴν τὴν περίπτωσιν εἶναι ἰσοδύναμος πρὸς μίαν αὐξήσιν τοῦ εἰσοδήματος (ἐὰν αἱ τιμαὶ μειωθοῦν) ἢ μίαν μείωσιν τοῦ εἰσοδήματος (ἐὰν αἱ τιμαὶ αὐξηθοῦν). Ὅμοιως ὑποθέσατε ὅτι τὸ χρηματικὸν εἰσόδημα καὶ ἡ ὀνομαστικὴ τιμὴ τοῦ Υ παραμένουν σταθερά. Μία

αύξησης εις τὴν ὀνομαστικὴν τιμὴν τοῦ X εἶναι ἰσοδύναμος πρὸς μείωσιν τῆς σχετικῆς τιμῆς τοῦ Y , καὶ ἀντιστρόφως. Ὡς θὰ ἴδωμεν ἀκολούθως, δεδομένου τοῦ χρηματικοῦ εἰσοδήματος, μόνον αἱ σχετικαὶ τιμαὶ λαμβάνονται ὑπ' ὄψιν εἰς τὴν διαδικασίαν λήψεως ἀποφάσεως τοῦ καταναλωτοῦ. Ἐπομένως, ὁ σπουδαστὴς θὰ πρέπει νὰ δώσῃ ἰδιαιτέραν προσοχὴν εἰς τὴν σχέσιν μεταξὺ ὀνομαστικοῦ χρηματικοῦ εἰσοδήματος, πραγματικοῦ χρηματικοῦ εἰσοδήματος, ὀνομαστικῶν τιμῶν καὶ σχετικῶν τιμῶν.

ΣΧΕΣΕΙΣ : (i) Μία αὐξησης τοῦ χρηματικοῦ εἰσοδήματος, ἐνῶ αἱ τιμαὶ παραμένουν ἀμετάβλητοι, δεικνύεται διὰ μιᾶς παραλλήλου μετατοπίσεως τῆς γραμμῆς καταναλωτικῶν δυνατοτήτων — μακρὰν τῆς ἀρχῆς τῶν ἀξόνων καὶ πρὸς τὰ δεξιὰ διὰ μίαν αὐξησης τοῦ χρηματικοῦ εἰσοδήματος καὶ πρὸς τὴν κατεύθυνσιν τῆς ἀρχῆς τῶν ἀξόνων διὰ μίαν μείωσιν τοῦ χρηματικοῦ εἰσοδήματος. (ii) Μία μεταβολὴ τῆς τιμῆς τοῦ X , τῆς τιμῆς τοῦ Y καὶ τοῦ χρηματικοῦ εἰσοδήματος διατηρουμένων σταθερῶν, δεικνύεται διὰ μιᾶς περιστροφῆς τῆς γραμμῆς τῶν καταναλωτικῶν δυνατοτήτων περὶ τὸ σημεῖον ὅπου αὐτὴ τέμνει τὸν κατακόρυφον ἄξονα — πρὸς τὰ ἀριστερὰ διὰ μίαν αὐξησης τῆς τιμῆς, πρὸς τὰ δεξιὰ διὰ μίαν μείωσιν τῆς τιμῆς.

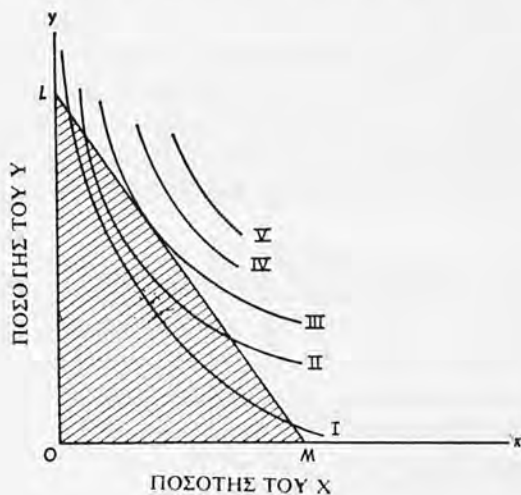
2.2. Η ΙΣΟΡΡΟΠΙΑ ΤΟΥ ΚΑΤΑΝΑΛΩΤΟΥ

Ὅλοι οἱ συνδυασμοὶ τῶν ἀγαθῶν εἰς τὸν χῶρον τῶν ἀγαθῶν εἶναι διαθέσιμοι εἰς τὸν καταναλωτὴν, ὑπὸ τὴν ἔννοιαν ὅτι θὰ ἦ τὸ δυνατόν νὰ τοὺς ἀγοράσῃ, ἐὰν ἦ δυνατό. Ὁ χάρτης ἀδιαφορίας τοῦ καταναλωτοῦ προσδιορίζει μίαν ἱεράρχησιν ὄλων αὐτῶν τῶν συνδυασμῶν. Ὁ χῶρος τῶν καταναλωτικῶν δυνατοτήτων τοῦ καταναλωτοῦ προσδιορίζεται ἀπὸ τὸ σταθερὸν χρηματικόν του εἰσόδημα· δεικνύει τοὺς συνδυασμοὺς τοὺς ὁποῖους δύναται νὰ ἀγοράσῃ. Ἡ θεμελιώδης ὑπόθεσίς μας, ὅτι κάθε καταναλωτὴς προσπαθεῖ νὰ μεγιστοποιήσῃ τὴν ἱκανοποίησιν ἐξ ἐνός δεδομένου χρηματικοῦ εἰσοδήματος, ἀπλῶς σημαίνει ὅτι ὁ καταναλωτὴς πρέπει νὰ ἐπιλέξῃ τὸν πλέον προτιμώμενον συνδυασμὸν ἀγαθῶν ἐξ ἐκείνων οἱ ὁποῖοι περιέχονται εἰς τὸν χῶρον τῶν καταναλωτικῶν του δυνατοτήτων.

2.2.α.— Τὸ σχετικὸν τμήμα τοῦ χώρου τῶν ἀγαθῶν

Γραφικῶς, τὸ πρόβλημα τοῦ καταναλωτοῦ ἀπεικονίζεται εἰς τὸ Σχ. 2.2.1. Ὁλόκληρον τὸ ἐπίπεδον $x - y$ εἶναι ὁ χῶρος τῶν ἀγαθῶν ὁ χάρτης ἀδιαφορίας τοῦ καταναλωτοῦ, ἀντιπροσωπευόμενος ὑπὸ πέντε καμπυλῶν ἀδιαφορίας εἰς τὸ σχῆμα, δεικνύει τὰς προτιμήσεις του μεταξὺ ὄλων τῶν συνδυασμῶν εἰς αὐτὸν τὸν χῶρον. Ὁμοίως, ὁ χῶρος τῶν καταναλωτικῶν

ΣΧΗΜΑ 2.2.1
Ο ΧΩΡΟΣ ΤΩΝ ΚΑΤΑΝΑΛΩΤΙΚΩΝ ΔΥΝΑΤΟΤΗΤΩΝ
ΚΑΙ Ο ΧΑΡΤΗΣ ΑΔΙΑΦΟΡΙΑΣ



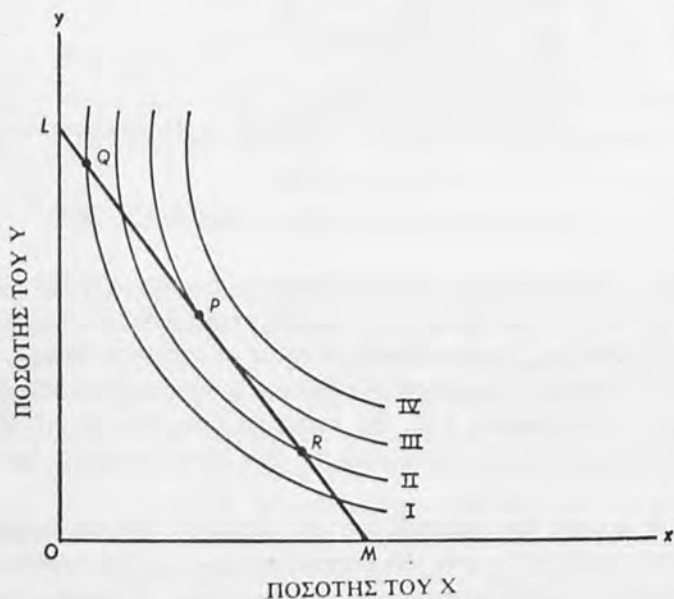
δυνατοτήτων — ή γραμμή LM και ή έσκιασμένη επιφάνεια ή περικλειομένη υπό τής LM και τών δύο άξόνων — δεικνύει τούς έφικτούς συνδυασμούς, εκείνους τούς όποιους ό καταναλωτής δύναται νά αγοράση. Σαφώς, ό καταναλωτής δέν δύναται νά αγοράση οίονδήποτε συνδυασμόν κείμενον υπέρνω και δεξιά τής γραμμής LM. Θα προετίμα ένα τοιοϋτον συνδυασμόν, εάν ήτο έφικτός· αλλά τό εισόδημά του δέν είναι επαρκές διά νά τόν πληρώση.

Οϋτως ή έκλογή του περιορίζεται εις εκείνους τούς συνδυασμούς οί όποιοι κείνται έντός του χώρου τών καταναλωτικών του δυνατοτήτων. Άλλά πάλιν δυνάμεθα νά εξαλείψωμεν τούς περισσοτέρους έξ αυτών. Συγκεκριμένως, οϋδέν σημετον εις τό έσωτερικόν του χώρου τών καταναλωτικών δυνατοτήτων — κάτωθεν τής γραμμής τών καταναλωτικών δυνατοτήτων LM — δύναται νά προσφέρη τήν μεγίστην ίκανοποίησιν έπειδή, κινούμενοι μακράν τής άρχής τών άξόνων και πρός τήν γραμμήν τών καταναλωτικών δυνατοτήτων, δυνάμεθα νά φθάσωμεν ύψηλοτέρας καμπύλας άδιαφορίας. Έπομένως τό μόνον τμήμα του χώρου τών καταναλωτικών δυνατοτήτων, τό όποιον είναι σχετικόν εις τήν άπόφασιν του καταναλωτοϋ είναι ή γραμμή τών καταναλωτικών του δυνατοτήτων.

2.2.b.— Μειστοποίησης τῆς ἱκανοποίησεως με δεδομένον χρηματικὸ εἰσόδημα

Ὁ τρόπος, καθ' ὃν ὁ καταναλωτῆς, με περιορισμένον χρηματικὸν εἰσόδημα, μειστοποιεῖ τὴν ἱκανοποίησίν του, ἀπεικονίζεται εἰς τὸ Σχ. 2.2.2. Ἡ γραμμὴ τῶν καταναλωτικῶν δυνατοτήτων εἶναι ἡ LM καὶ αἱ καμπύλαι I, II, III, καὶ IV εἶναι ἓνα τμήμα τοῦ χάρτου ἀδιαφορίας τοῦ ἀτόμου. Ὡς ἤδη παρατηρήθη, ὁ καταναλωτῆς δὲν δύναται νὰ ἐπιτύχη μίαν θέσιν ἐπὶ οἰασδῆποτε καμπύλης ἀδιαφορίας, ὡς τῆς IV, ἢ ὁποία κεῖται ἐξ ὀλοκλήρου πέραν τῆς γραμμῆς τῶν καταναλωτικῶν δυνατοτήτων.

ΣΧΗΜΑ 2.2.2
ΙΣΟΡΡΟΠΙΑ ΤΟΥ ΚΑΤΑΝΑΛΩΤΟΥ



Τρεῖς ἐκ τοῦ ἀπείρου ἀριθμοῦ τῶν ἐφικτῶν συνδυασμῶν ἐπὶ τῆς LM ἀντιπροσωπεύονται ὑπὸ τῶν σημείων P, Q καὶ R. Ἐκαστον ἐξ αὐτῶν, ὡς καὶ πᾶν ἄλλο σημεῖον ἐπὶ τῆς γραμμῆς τῶν καταναλωτικῶν δυνατοτήτων, εἶναι ἐφικτὸν μετὰ τὸ περιορισμένον χρηματικὸν εἰσόδημα τοῦ καταναλωτοῦ.

Ἐπιθέσασθε ὅτι ὁ καταναλωτῆς εὐρίσκειτο εἰς τὸ σημεῖον Q. Ἄνευ πειραματισμοῦ, δὲν δύναται νὰ εἶναι βέβαιος περὶ τοῦ ἂν τὸ Q ἀντιπροσωπεύει τὴν ἀρίστην δι' αὐτὸν θέσιν. Οὕτως ἄς ὑποθέσωμεν ὅτι (πειραματιζό-

μενος) μετακινείται πρὸς συνδυασμούς ἀκριβῶς πρὸς τὰ ἀριστερά καὶ πρὸς τὰ δεξιὰ τοῦ Q. Ὄταν μετακινήται ἐκ τοῦ Q πρὸς τὰ ἀριστερά, τὸ ἐπίπεδον ἱκανοποιήσεως κατέρχεται εἰς κάποιαν καμπύλην ἀδιαφορίας κάτω τῆς I, ἐνῶ ὅταν τοῦτο συμβαίνει πρὸς τὰ δεξιὰ, τὸ ἐν λόγῳ ἐπίπεδον ἀνέρχεται εἰς ὑψηλότεραν καμπύλην ἀδιαφορίας· καὶ ὁ συνεχῆς πειραματισμὸς θὰ τὸν ὠθήσῃ νὰ κινηθῇ τοῦλάχιστον μέχρι τοῦ P, ἐπειδὴ πᾶσα διαδοχικὴ κίνησις πρὸς τὰ δεξιὰ φέρει τὸν καταναλωτὴν εἰς ὑψηλότεραν καμπύλην ἀδιαφορίας. Ἐὰν συνέχιζεν ὁμοίως τὸν πειραματισμὸν, κινούμενος πρὸς τὰ δεξιὰ τοῦ P, ὁ καταναλωτὴς θὰ εὐρίσκετο εἰς μίαν χαμηλότεραν καμπύλην ἀδιαφορίας, μὲ χαμηλότερον ἐπίπεδον ἱκανοποιήσεως. Θὰ ἐπέστρεφε ἐπομένως εἰς τὸ σημεῖον P.

Ὅμοίως, ἐὰν ὁ καταναλωτὴς εὐρίσκετο εἰς ἓνα σημεῖον ὡς τὸ R, ὁ πειραματισμὸς θὰ τὸν ὠθοῦσε νὰ ὑποκαταστήσῃ Y εἰς X, μετακινούμενος οὕτω πρὸς τὴν κατεύθυνσιν τοῦ P. Δὲν θὰ παύσῃ μετακινούμενος πρὸ τοῦ P, διότι πᾶσα διαδοχικὴ ὑποκατάστασις τοῦ Y εἰς X φέρει τὸν καταναλωτὴν εἰς ὑψηλότεραν καμπύλην ἀδιαφορίας. Ἐπομένως ἡ θέσις τῆς μεγίστης ἱκανοποιήσεως — ἢ τὸ σημεῖον τῆς ἰσορροπίας τοῦ καταναλωτοῦ — ἐπιτυγχάνεται εἰς τὸ P, ὅπου μία καμπύλη ἀδιαφορίας εἶναι ἀκριβῶς ἐφαπτομένη τῆς γραμμῆς τῶν καταναλωτικῶν δυνατοτήτων.

Ὡς εἶναι γνωστὸν ἐκ τῶν προηγουμένων, ἡ κλίσις τῆς γραμμῆς τῶν καταναλωτικῶν δυνατοτήτων δίδεται ἀπὸ τὸ ἀρνητικὸν τοῦ λόγου τῶν τιμῶν, ἢ (παραβλέποντες τὸ πρόσημον) τὸν λόγον τῆς τιμῆς τοῦ X πρὸς τὴν τιμὴν τοῦ Y. Ὅμοίως ἡ κλίσις μιᾶς καμπύλης ἀδιαφορίας εἰς τυχὸν σημεῖον καλεῖται ὀριακὸς λόγος ὑποκαταστάσεως τοῦ X εἰς Y. Ἐπομένως τὸ σημεῖον τῆς ἰσορροπίας τοῦ καταναλωτοῦ ὀρίζεται ὑπὸ τῆς συνθήκης ὅτι ὁ ὀριακὸς λόγος ὑποκαταστάσεως ἰσοῦται πρὸς τὸν λόγον τῶν τιμῶν.

Ἡ ἔρμηνεῖα αὐτῆς τῆς προτάσεως εἶναι εὐχερής. Ὁ ὀριακὸς λόγος ὑποκαταστάσεως δεικνύει τὸν λόγον εἰς τὸν ὅποιον ὁ καταναλωτὴς εἶναι πρόθυμος νὰ ὑποκαταστήσῃ X εἰς Y. Ὁ λόγος τῶν τιμῶν δεικνύει τὸν λόγον εἰς τὸν ὅποιον δύναται νὰ ὑποκαταστήσῃ X εἰς Y. Ἐὰν οἱ δύο λόγοι δὲν εἶναι ἴσοι, εἶναι δυνατόν νὰ μεταβάλωμεν τὸν συνδυασμὸν τῶν ἀγοραζομένων X καὶ Y, οὕτως ὥστε νὰ ἐπιτύχωμεν ἓνα ὑψηλότερον ἐπίπεδον ἱκανοποιήσεως. Ἐπὶ παραδείγματι, ὑποθέσατε ὅτι ὁ ὀριακὸς λόγος ὑποκαταστάσεως εἶναι 2 — πρᾶγμα ποῦ σημαίνει ὅτι ὁ καταναλωτὴς εἶναι πρόθυμος νὰ θυσιάσῃ δύο μονάδας τοῦ Y διὰ νὰ ἀποκτήσῃ μίαν μονάδα τοῦ X. Ὑποθέσατε ὅτι ὁ λόγος τῶν τιμῶν εἶναι 1, πρᾶγμα ποῦ σημαίνει ὅτι μία μονάδα τοῦ Y δύναται νὰ ἀνταλλαγῇ μὲ μίαν μονάδα τοῦ X. Προφανῶς, ὁ καταναλωτὴς θὰ βελτιώσῃ τὴν θέσιν του ὑποκαθιστῶν Y εἰς X, ἀφοῦ, ἐνῶ εἶναι πρόθυμος νὰ δώσῃ 2 μονάδας Y διὰ μίαν μονάδα X, πρέπει νὰ δώσῃ μόνον μίαν μονάδα Y διὰ μίαν μονάδα τοῦ X εἰς τὴν ἀγοράν.

Γενικεύοντες, εάν ο όριακός λόγος υποκαταστάσεως και ο λόγος τών τιμών δέν είναι ἴσοι, κάποια ανταλλαγή δύναται νά λάβη χώραν, ἢ όποία θά ώθήσῃ τόν καταναλωτήν εἰς ἕνα ὑψηλότερον ἐπίπεδον ἱκανοποιήσεως.

ΑΡΧΗ : Τό σημεῖον τῆς ἰσορροπίας τοῦ καταναλωτοῦ — ἢ ἡ μεγιστοποίησης τῆς ἱκανοποιήσεώς του μέ περιορισμένον χρηματικόν εἰσόδημα — ὀρίζεται ὑπό τῆς συνθήκης, ὅτι ο ὀριακός λόγος υποκαταστάσεως τοῦ X εἰς Y ἴσοῦται μέ τόν λόγον τῆς τιμῆς τοῦ X πρὸς τήν τιμήν τοῦ Y.⁴

4. Ἐστω ὅτι ὑπάρχουν δύο ἀγαθά X καί Y μέ δεδομένας ἀγοραίας τιμᾶς p_x καί p_y . Ὁ καταναλωτής ἔχει ἕνα δεδομένον χρηματικόν εἰσόδημα (M) καί καταναλίσκει τὰ δύο ἀγαθά εἰς ποσότητας x καί y . Ἡ συνάρτησις προτιμήσεώς του δίδεται ὑπό τῆς

$$U = U(x, y). \quad (2.4.1)$$

Αἱ καταναλωτικά του δυνατότητες δίδονται ὑπό τῆς

$$M = xp_x + yp_y. \quad (2.4.2)$$

Ἡ μεγιστοποίησης τῆς (2.4.1) μέ τόν περιορισμόν (2.4.2) δύναται νά ἐπιτευχθῇ μέ τήν μέθοδον τοῦ Lagrange. Κατασκευάσατε τήν συνάρτησιν :

$$L = U(x, y) - \lambda(xp_x + yp_y - M), \quad (2.4.3)$$

ὅπου λ εἶναι ὁ πολλαπλασιαστής τοῦ Lagrange. Αἱ πρωτοβάθμιοι συνθήκαι ἀπαιτοῦν, ὅπως ἀμφότερα αἱ μερικά παράγωγοι ἴσοῦνται πρὸς τὸ μηδέν.

$$\frac{\partial L}{\partial x} = \frac{\partial U}{\partial x} - \lambda p_x = 0, \quad (2.4.4)$$

$$\frac{\partial L}{\partial y} = \frac{\partial U}{\partial y} - \lambda p_y = 0.$$

Μεταφέροντες τόν δεύτερον ὄρον εἰς τὸ δεξιὸν μέλος ἐκάστης ἐξίσωσσεως καί διαιροῦντες τήν πρώτην ἐξίσωσιν διὰ τῆς δευτέρας, λαμβάνομεν :

$$\frac{\frac{\partial U}{\partial x}}{\frac{\partial U}{\partial y}} = \frac{p_x}{p_y} \quad (2.4.5)$$

Ὡς ἐδείχθη εἰς τήν ὑποσημείωσιν 8 τοῦ Κεφαλαίου I, ἡ ἔκφρασις τοῦ ἀριστεροῦ μέλους τῆς (2.4.5) εἶναι ὁ ὀριακός λόγος υποκαταστάσεως. Οὕτω λαμβάνομεν τήν συνθήκην, ἢ ὅποια ἀναφέρεται εἰς τὸ κείμενον.

Αἱ δευτεροβάθμιοι συνθήκαι διὰ τήν ἐπίτευξιν μεγίστου ἀπαιτοῦν, ὅπως

$$\frac{d^2U}{dx^2} = \frac{\partial^2U}{\partial x^2} + 2 \frac{\partial^2U}{\partial x \partial y} \left(-\frac{p_x}{p_y}\right) + \frac{\partial^2U}{\partial y^2} \left(-\frac{p_x}{p_y}\right)^2 < 0. \quad (2.4.6)$$

Πολλαπλασιάζοντες τήν (2.4.6) μέ p_y^2 , (θετικὸν ἀριθμόν), λαμβάνομεν :

$$\frac{\partial^2U}{\partial x^2} p_y^2 - 2 \frac{\partial^2U}{\partial x \partial y} p_x p_y + \frac{\partial^2U}{\partial y^2} p_x^2 < 0. \quad (2.4.7)$$

2.3. ΜΕΤΑΒΟΛΑΙ ΤΟΥ ΧΡΗΜΑΤΙΚΟΥ ΕΙΣΟΔΗΜΑΤΟΣ

Μεταβολαί τοῦ χρηματικοῦ εἰσοδήματος, τῶν τιμῶν διατηρουμένων ἀμεταβλήτων, συνήθως προκαλοῦν ἀντιστοίχους μεταβολὰς τῶν ἀγοραζομένων ποσοτήτων τῶν ἀγαθῶν. Συγκεκριμένως, εἰς τὴν περίπτωσιν τῶν «κανονικῶν ἀγαθῶν» μία αὐξήσις τοῦ χρηματικοῦ εἰσοδήματος ὀδηγεῖ εἰς αὐξήσιν τῆς καταναλώσεως καὶ μία μείωσις τοῦ χρηματικοῦ εἰσοδήματος εἰς μείωσιν τῆς καταναλώσεως. Εἶναι ἐνδιαφέρον νὰ ἀναλύσωμεν τὰς ἐπιδράσεις τῶν μεταβολῶν τοῦ εἰσοδήματος ἐπὶ τῆς καταναλώσεως. Πρὸς τὸν σκοπὸν αὐτόν, θὰ διατηρήσωμεν τὰς ὀνομαστικὰς τιμὰς σταθερὰς οὕτως ὥστε νὰ παρατηρήσωμεν τὰς ἐπιδράσεις τῶν μεταβολῶν μόνον τοῦ εἰσοδήματος.⁵

2.3.a.— Ἡ καμπύλη εἰσοδήματος - καταναλώσεως

Ὡς ἐξηγήθη ἀνωτέρω εἰς τὸ τμήμα 2.1.c, μία αὐξήσις τοῦ χρηματικοῦ εἰσοδήματος μετακινεῖ τὴν γραμμὴν τῶν καταναλωτικῶν δυνατοτήτων πρὸς τὰ ἄνω καὶ δεξιὰ, καὶ ἡ κίνησις εἶναι μία παράλληλος μετατόπισις

Τὸ μέγιστον ἐπιτυγχάνεται ὅταν, πλὴν τῆς (2.4.4.), ἰσχύει καὶ ἡ (2.4.7).

Ἡ κλίσις μιᾶς καμπύλης ἀδιαφορίας εἰς ἓνα σημεῖον, ὡς ἐδείχθη εἰς τὴν ὑποσημείωσιν 8 τοῦ Κεφ. 1, εἶναι dy/dx . Ἐὰν τὴν παραγωγίσωμεν, λαμβάνομεν :

$$\frac{d^2y}{dx^2} = -\frac{1}{\left(\frac{\partial U}{\partial y}\right)^3} \left[\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} \left(\frac{\partial U}{\partial y}\right)^2 - 2 \frac{\partial^2 U}{\partial x \partial y} \left(\frac{\partial U}{\partial x}\right) \left(\frac{\partial U}{\partial y}\right) + \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} \left(\frac{\partial U}{\partial x}\right)^2 \right]. \quad (2.4.8)$$

*Υποκαθιστώντες τὴν

$$\frac{\partial U}{\partial x} = \frac{p_x}{p_y} \frac{\partial U}{\partial y} \quad [\text{ἐκ τῆς (2.4.5)}] \quad (2.4.9)$$

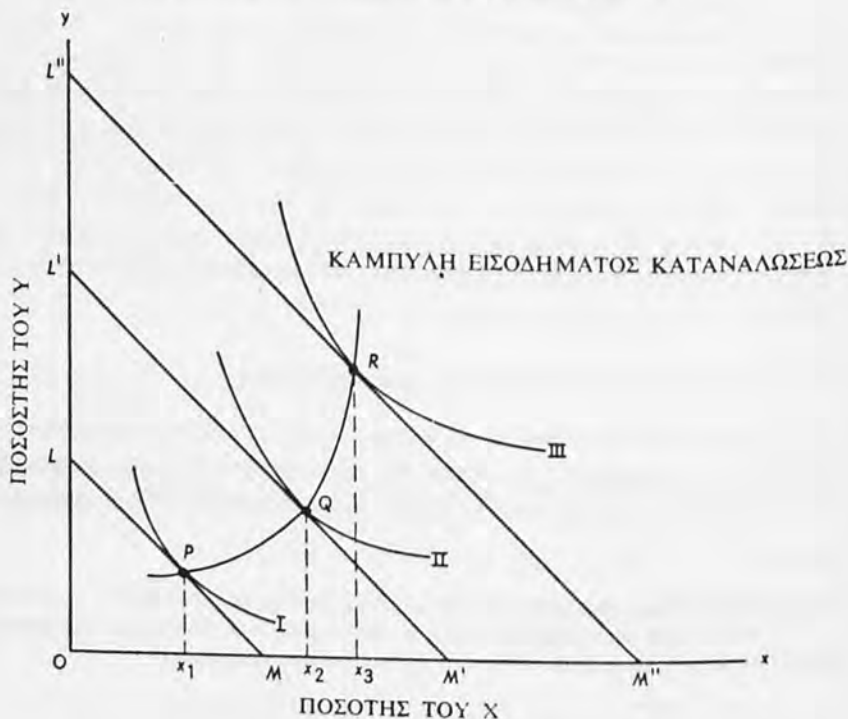
εἰς τὴν (2.4.8), λαμβάνομεν :

$$\frac{d^2y}{dx^2} = -\frac{1}{\frac{\partial U}{\partial y} p_y^2} \left[\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} p_y^2 - 2 \frac{\partial^2 U}{\partial x \partial y} p_x p_y + \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} p_x^2 \right]. \quad (2.4.10)$$

Ἡ ἀνισότης (2.4.7) ἐξασφαλίζει, ὅτι ὁ ἐντὸς ἀγκυλῶν ὄρος εἰς τὸ δεξιὸν μέλος τῆς (2.4.10) εἶναι ἀρνητικὸς. Ἐπομένως τὸ d^2y/dx^2 εἶναι θετικόν, ὅπερ ὑποδηλοῖ ὅτι, διὰ νὰ ἐπιτευχθῆ ἓνα σταθερὸν μέγιστον, αἱ καμπύλαι ἀδιαφορίας πρέπει νὰ εἶναι κοίλαι ἐκ τῶν ἄνω.

5. Ὑποθέτομεν πάντοτε ὅτι τὸ ἀγαθὸν εἶναι «κανονικόν». Τὰ «κατώτερα» ἀγαθὰ ἀναλύονται εἰς τὸ Κεφάλαιον 3.

ΣΧΗΜΑ 2.3.1
 Η ΚΑΜΠΥΛΗ ΕΙΣΟΔΗΜΑΤΟΣ ΚΑΤΑΝΑΛΩΣΕΩΣ



έπειδή αί όνομαστικάί τιμαί ύποτίθενται σταθεραί. Είς τό Σχ. 2.3.1, ό λόγος τών τιμών δίδεται ύπό τής κλίσεως τής LM, τής άρχικής γραμμής τών καταναλωτικών δυνατοτήτων, και παραμένει σταθερός.

Μέ χρηματικόν εισόδημα, ώς τό δεδομένον ύπό τής LM, ό καταναλωτής ίσορροπεί είς τό σημείον Ρ επί τής καμπύλης άδιαφορίας I, καταναλίσκων Ox_1 μονάδας του X. 'Υποθέσατε τώρα ότι τό χρηματικόν εισόδημα ύψούται είς τό επίπεδον τό όποϊον δίδεται ύπό τής L'M'. 'Ο καταναλωτής μετακινείται είς μίαν νέαν ίσορροπίαν είς τό σημείον Q επί τής καμπύλης άδιαφορίας II. Προφανώς έχει βελτιώσει την θέσην του. Βελτιώνει επίσης την θέσην του, όταν τό χρηματικόν εισόδημα μετακινηται είς τό επίπεδον τό άντιστοιχούν είς την γραμμήν L''M''. 'Η νέα ίσορροπία είναι είς τό σημείον R επί τής καμπύλης άδιαφορίας III.

Καθώς μεταβάλλεται τό εισόδημα, μεταβάλλεται επίσης και τό σημείον ίσορροπίας του καταναλωτού. 'Η γραμμή, ή όποία συνδέει τά διαδοχικά σημεία ίσορροπίας, καλείται καμπύλη εισοδήματος - καταναλώσεως. Αυτή

ή καμπύλη δεικνύει τούς συνδυασμούς ισορροπίας τών αγοραζομένων X και Y εις διάφορα επίπεδα χρηματικού εισοδήματος, τών ονομαστικῶν τιμῶν διατηρουμένων ἀμεταβλήτων.

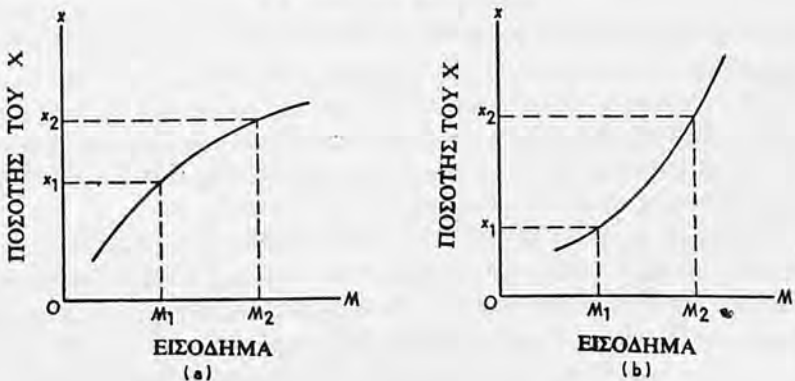
ΟΡΙΣΜΟΣ : Ἡ καμπύλη εισοδήματος - καταναλώσεως εἶναι ὁ γεωμετρικός τόπος τῶν συνδυασμῶν ισορροπίας, οἱ ὅποιοι προκύπτουν ἀπὸ διάφορα επίπεδα χρηματικού εισοδήματος καὶ σταθερὰς χρηματικῆς τιμᾶς. Ἡ καμπύλη εισοδήματος - καταναλώσεως ἔχει θετικὴν κλίσιν καθ' ὅλον τὸ μήκος της, ὅταν ἀμφότερα τὰ ἀγαθὰ εἶναι «κανονικά».

2.3.b.— Αἱ καμπύλαι Engel

Ἐκ τῆς καμπύλης εισοδήματος - καταναλώσεως δυνάμεθα νὰ ἐξαγάγωμεν τὴν καμπύλην Engel διὰ κάθε ἀγαθόν.

ΟΡΙΣΜΟΣ : Καμπύλη Engel εἶναι συνάρτησις δίδουσα τὴν σχέσιν μεταξὺ αγοραζομένης ποσότητος ισορροπίας ἐνὸς ἀγαθοῦ καὶ τοῦ ἐπιπέδου τοῦ χρηματικοῦ εισοδήματος. Ἡ ὀνομασία της ἐλήφθη ἀπὸ τὸν Christian Lorenz Ernst Engel, Γερμανὸν στατιστικολόγον τοῦ 19ου αἰῶνος.

ΣΧΗΜΑ 2.3.2
ΚΑΜΠΥΛΑΙ ENGEL



Αἱ καμπύλαι Engel ἔχουν μεγάλην σημασίαν δι' ἐφαρμοσμένας μελέτας οἰκονομικῆς εὐημερίας καὶ διὰ τὴν ἀνάλυσιν προτύπων οἰκογενειακῆς δαπάνης.

Καμπύλαι Engel, σχετίζουσαι τὴν κατανάλωσιν τοῦ ἀγαθοῦ X πρὸς τὸ εισόδημα, ἔχουν κατασκευασθῆ εἰς τὸ Σχ. 2.3.2. Οὔτε τὸ τμήμα α οὔτε τὸ τμήμα β τοῦ Σχ. 2.3.2 βασίζεται ἀμέσως ἐπὶ τῆς καμπύλης εισοδήματος - καταναλώσεως τοῦ Σχ. 2.3.1, ἀλλὰ ἡ διαδικασία τῆς ἐξαγωγῆς μιᾶς καμπύλης

Engel εκ μιάς καμπύλης εισοδήματος - καταναλώσεως θά πρέπει νά ἔχη ἤδη καταστή σαφές.

Εἰς τὸ ἀρχικὸν σημεῖον ἰσορροπίας P τοῦ Σχ. 2.3.1, τὸ χρηματικὸν εἰσόδημα εἶναι $p_x \cdot OM$ (ἢ $p_y \cdot OL$). Ὄταν τὸ εἰσόδημα εἶναι $p_x \cdot OM$, τότε ἀγοράζονται Ox_1 μονάδες ἐκ τοῦ X. Αὐτὸ τὸ σημεῖον τῆς καμπύλης εἰσοδήματος - καταναλώσεως δύναται νά ἀπεικονισθῇ ἐπὶ ἐνὸς σχεδιαγράμματος, ὡς τὸ τμήμα a, Σχ. 2.3.2. Ὄταν ἡ γραμμὴ τῶν καταναλωτικῶν δυνατοτήτων μετακινηθῇ ἀπὸ τὴν θέσιν LM εἰς τὴν θέσιν L'M' (Σχῆμα 2.3.1), τὸ χρηματικὸν εἰσόδημα αὐξάνει εἰς $p_x \cdot OM'$ καὶ ἡ κατανάλωσις εἰς Ox_2 μονάδας. Αὐτὸ τὸ σημεῖον ἐπὶ τῆς καμπύλης εἰσοδήματος - καταναλώσεως παριστᾶται δι' ἐνὸς ἄλλου σημείου ἐπὶ τοῦ σχεδιαγράμματος τῆς καμπύλης Engel. Ἐπαναλαμβάνοντες αὐτὴν τὴν διαδικασίαν δι' ὅλα τὰ ἐπίπεδα τοῦ χρηματικοῦ εἰσοδήματος, λαμβάνομεν μίαν σειρὰν σημείων ἐπὶ ἐνὸς σχεδιαγράμματος ὡς ἐκεῖνου τοῦ τμήματος a, Σχ. 2.3.2. Ἐάν συνδέσωμεν αὐτὰ τὰ σημεῖα διὰ μιάς γραμμῆς, σχηματίζομεν μίαν καμπύλην Engel.

Εἰς τὰ τμήματα a καὶ b, τοῦ Σχ. 2.3.2 δεκνύονται δύο διαφορετικοὶ τύποι καμπυλῶν Engel. Εἰς τὸ τμήμα a, ἡ καμπύλη Engel κλίνει πρὸς τὰ ἄνω μᾶλλον ἐλαφρῶς, ὅπερ σημαίνει ὅτι μεταβολαὶ τοῦ χρηματικοῦ εἰσοδήματος δὲν ἀσκοῦν οὐσιώδη ἐπίδρασιν ἐπὶ τῆς καταναλώσεως. Μία καμπύλη Engel αὐτῆς τῆς μορφῆς δεικνύει ὅτι τὸ ἀγαθὸν ἀγοράζεται ὅταν τὸ εἰσόδημα εἶναι χαμηλόν, ἀλλὰ ἡ ἀγοραζομένη ποσότης τοῦ ἀγαθοῦ αὐτοῦ ὀλίγον αὐξάνει αὐξανομένου τοῦ εἰσοδήματος. Ἐάν θεωρήσωμεν τὰ «τρόφιμα» ὡς ἓνα τῶν ἀγαθῶν, ἡ καμπύλη Engel τῶν «τροφίμων» θά ὁμοίαιζε πρὸς τὴν καμπύλην τοῦ τμήματος a, ἂν καὶ ἡ καμπύλη Engel τοῦ «φιλέττου», ὡς ἐνὸς μεμονωμένου ἀγαθοῦ, πιθανώτατα ὄχι. Ἐν περιλήψει, μία καμπύλη Engel, ἢ ὁποία εἶναι κοίλη ἐκ τῶν κάτω, ἀφορᾷ ἓνα ἀγαθὸν τοῦ ὁποίου ἡ εἰσοδηματικὴ ἐλαστικότης ζητήσεως εἶναι χαμηλὴ (ἀλλὰ θετικὴ).

Ἐξ ἄλλου, τὸ φιλέττον καὶ ἄλλοι τύποι ἀγαθῶν ἔχουν καμπύλας Engel αἱ ὁποῖαι ὁμοιάζουν πρὸς τὴν καμπύλην τοῦ τμήματος b. Ἡ σχετικῶς ἀπότομος πρὸς τὰ ἄνω κλίσις δεικνύει, ὅτι ἡ ἀγοραζομένη ποσότης αὐξάνεται οὐσιωδῶς αὐξανομένου τοῦ εἰσοδήματος. Μία τοιαύτη καμπύλη ἀφορᾷ ἀγαθὰ, τῶν ὁποίων ἡ εἰσοδηματικὴ ἐλαστικότης τῆς ζητήσεως εἶναι μεγάλη.^{6,7}

6. Ὁ σπουδαστὴς δύναται, ἐάν ἐπιθυμῇ, νά συσχετίσῃ τὰ «ἀγαθὰ πρώτης ἀνάγκης» καὶ τὰ «ἀγαθὰ πολυτελείας» μὲ ἀγαθὰ, τῶν ὁποίων αἱ καμπύλαι Engel ὁμοιάζουν πρὸς ἐκεῖνας τῶν τμημάτων (a) καὶ (b) τοῦ Σχ. 2.3.2, ἀντιστοίχως. Μὲ ἄλλας λέξεις, τὰ «ἀγαθὰ πρώτης ἀνάγκης» ἔχουν χαμηλὰς εἰσοδηματικὰς ἐλαστικότητας, ἐνῶ τὰ «ἀγαθὰ πολυτελείας» ἔχουν σχετικῶς ὑψηλὰς εἰσοδηματικὰς ἐλαστικότητας. Σημειωτέον, ἐν τούτοις, ὅτι τοιαῦτα συσχετίσεις στεροῦνται ἀκρίβειας καὶ ἐξαρτῶνται εἰς μὲγαν βαθμὸν ἐκ τῶν συγκεκριμένων ὀρισμῶν τῶν ὑπ' ὄψιν ἀγαθῶν.

7. Ἡ σχέσις μεταξύ τῆς κυρτότητος μιάς καμπύλης Engel καὶ τῆς εἰσοδηματικῆς ἐλα-

Ἐν περιλήψει, ἡ σχέσις μεταξύ καμπυλῶν Engel καὶ εἰσοδηματικῆς ἐλαστικότητος τῆς ζητήσεως δύναται νὰ ἐκτεθῆ ὡς ἀκολούθως :

ΣΧΕΣΕΙΣ : Αἱ καμπύλαι Engel εἶναι κοίλαι ἐκ τῶν ἄνω, εὐθείαι, ἢ κοίλαι ἐκ τῶν κάτω, ὅταν ἡ εἰσοδηματικὴ ἐλαστικότης τῆς ζητήσεως εἶναι μεγαλυτέρα τῆς μονάδος, ἰσοῦται πρὸς τὴν μονάδα, ἢ εἶναι μικροτέρα τῆς μονάδος ἀντιστοίχως.

στικότητος τῆς ζητήσεως δύναται εὐκόλως νὰ δεიχθῆ μαθηματικῶς. Ἐξ ὀρισμοῦ, ἡ εἰσοδηματικὴ ἐλαστικότης εἶναι :

$$\eta_m = \frac{dx}{dM} \frac{M}{x} \quad (2.7.1)$$

Ἐὰν ὑποθέσωμεν ὅτι αὐτὴ ἡ ἐκφρασις εἶναι ἴση πρὸς μίαν σταθερὰν b , ἔχομεν :

$$\frac{dx}{dM} \frac{M}{x} = b, \quad (2.7.2)$$

ἢ

$$\frac{dx}{x} = b \frac{dM}{M} \quad (2.7.3)$$

Ἐὰν ὀλοκληρώσωμεν αὐτὴν τὴν πρωτοβάθμιον διαφορικὴν ἐξίσωσιν, λαμβάνομεν :

$$\ln x = b \ln M + \ln c \quad (2.7.4)$$

ὅπου c εἶναι μία αἰθάρητος σταθερὰ καὶ \ln δεικνύει τοὺς λογαρίθμους μετὰ βάσιν e . Οὕτως ἐκ τῆς (2.7.4), ἡ καμπύλη Engel εἶναι :

$$x = cM^b, \quad (2.7.5)$$

τῆς ὁποίας ἡ κλίσις εἶναι :

$$\frac{dx}{dM} = cbM^{b-1}, \quad (2.7.6)$$

καὶ τῆς ὁποίας ἡ κυρτότης δίδεται ὑπὸ τῆς :

$$\frac{d^2x}{dM^2} = cb(b-1)M^{b-2}. \quad (2.7.7)$$

Εἰς τὴν εἰδικὴν περίπτωσιν τῆς μοναδιαίας εἰσοδηματικῆς ἐλαστικότητος ($b = 1$), ἡ καμπύλη Engel εἶναι μία εὐθεῖα γραμμὴ ἔχουσα τὴν ἀρχὴν τῆς εἰς τὴν ἀρχὴν τῶν ἀξόνων. Ὅταν ἡ εἰσοδηματικὴ ἐλαστικότης δὲν εἶναι μοναδιαία, ἢ (2.7.7) δεικνύει ὅτι ἡ καμπύλη Engel εἶναι κοίλη ἐκ τῶν ἄνω ἢ ἐκ τῶν κάτω, ἀναλόγως ἐὰν $b \geq 1$, δηλαδὴ ἀναλόγως ἐὰν ἡ ζήτησις εἶναι ἐλαστικὴ ἢ ἀνελαστικὴ ὡς πρὸς τὸ εἰσόδημα.

2.4. ΜΕΤΑΒΟΛΑΙ ΤΗΣ ΤΙΜΗΣ

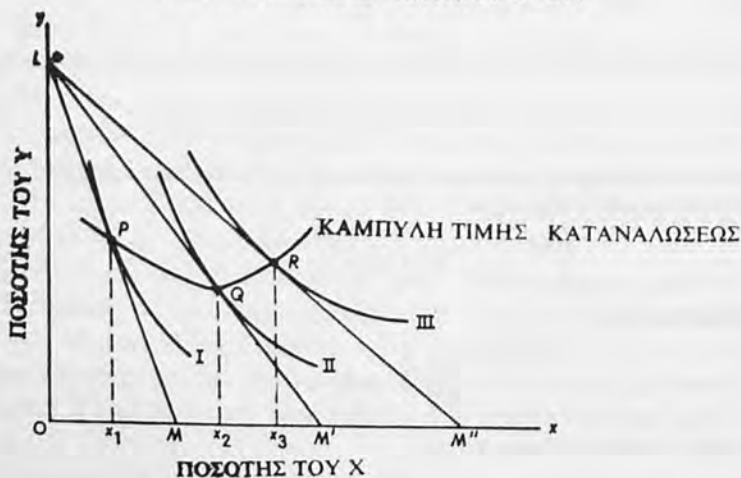
Ἡ μεταβολή τῆς ἀγοραζομένης ποσότητας, κατόπιν μιᾶς μεταβολῆς τῆς τιμῆς, εἶναι ἴσως ἀκόμη σπουδαιότερα ἀπὸ τὴν μεταβολὴν τῆς ἀγοραζομένης ποσότητας, ἥτις ὀφείλεται εἰς μεταβολὰς τοῦ χρηματικοῦ εἰσοδήματος. Εἰς αὐτὸ τὸ τμῆμα τοῦ κεφαλαίου, θὰ ὑποθέσωμεν ὅτι τὸ ὀνομαστικὸν χρηματικὸν εἰσόδημα καὶ ἡ ὀνομαστικὴ τιμὴ τοῦ Y παραμένουν σταθερά, ἐνῶ ἡ ὀνομαστικὴ τιμὴ τοῦ X πίπτει. Οὕτω καθιστάμεθα ἱκανοὶ νὰ ἀναλύσωμεν τὸ ἀποτέλεσμα τῆς τιμῆς ἐπὶ τῆς ἀγοραζομένης ποσότητας, χωρὶς νὰ θεωρῶμεν συγχρόνως τὸ ἀποτέλεσμα μεταβολῶν τοῦ ὀνομαστικοῦ χρηματικοῦ εἰσοδήματος.⁸

2.4.a. — Ἡ καμπύλη τιμῆς - καταναλώσεως

Εἰς τὸ Σχῆμα 2.4.1, ἡ τιμὴ τοῦ X πίπτει ἀπὸ τὸ ἐπίπεδον, τὸ ὁποῖον δεικνύεται ὑπὸ τῆς κλίσεως τῆς ἀρχικῆς γραμμῆς καταναλωτικῶν δυνατοτήτων LM , εἰς τὸ ἐπίπεδον τὸ ὁποῖον δεικνύεται ὑπὸ τῆς κλίσεως τῆς LM'

ΣΧΗΜΑ 2.4.1

ΚΑΜΠΥΛΗ ΤΙΜΗΣ - ΚΑΤΑΝΑΛΩΣΕΩΣ



8.

8. Ὁ σπουδαστὴς θὰ πρέπει νὰ ἀντιληφθῆ ὅτι, ἐὰν ἡ ὀνομαστικὴ τιμὴ τοῦ y καὶ τὸ ὀνομαστικὸν χρηματικὸν εἰσόδημα παραμένουν σταθερά, ἐνῶ ἡ ὀνομαστικὴ τιμὴ τοῦ x πίπτει, ἡ πραγματικὴ τιμὴ τοῦ y ὑψοῦται, ἡ πραγματικὴ τιμὴ τοῦ x πίπτει, καὶ τὸ πραγματικὸν χρηματικὸν εἰσόδημα αὐξάνει. Ἡ ἀνάλυσίς μας ἀναφέρεται σχεδὸν ἀποκλειστικῶς εἰς τὰς ὀνομαστικὰς τιμὰς καὶ τὸ ὀνομαστικὸν εἰσόδημα.

καὶ κατόπιν εἰς τὸ ἐπίπεδον τὸ ὅποιον ἐκφράζεται ὑπὸ τῆς κλίσεως τῆς LM'' .

Μὲ τὴν ἀρχικὴν καμπύλην καταναλωτικῶν δυνατοτήτων LM , ὁ καταναλωτὴς ἐπιτυγχάνει ἰσορροπίαν εἰς τὸ σημεῖον P ἐπὶ τῆς καμπύλης ἀδιαφορίας I . Ὄταν ἡ τιμὴ τοῦ X πίπτῃ, ἡ γραμμὴ τῶν καταναλωτικῶν δυνατοτήτων παριστᾶται διὰ τῆς LM' , καὶ τὸ νέον σημεῖον ἰσορροπίας ἐπιτυγχάνεται εἰς τὸ σημεῖον Q ἐπὶ τῆς καμπύλης ἀδιαφορίας II . Τέλος, ὅταν ἡ τιμὴ πίπτῃ ἐκ νέου, ἡ νέα ἰσορροπία ἐπιτυγχάνεται εἰς τὸ σημεῖον R ἐπὶ τῆς καμπύλης ἀδιαφορίας III καὶ τῆς γραμμῆς καταναλωτικῶν δυνατοτήτων LM'' . Ἡ γραμμὴ ἡ ὅποια συνδέει αὐτὰ τὰ διαδοχικὰ σημεῖα ἰσορροπίας καλεῖται καμπύλη τιμῆς - καταναλώσεως.

ΟΡΙΣΜΟΣ : Καμπύλη τιμῆς - καταναλώσεως εἶναι ὁ γεωμετρικὸς τόπος τῶν συνδυασμῶν ἰσορροπίας, οἱ ὅποιοι προκύπτουν ἀπὸ μεταβολὰς εἰς τὸν λόγον τῶν τιμῶν, τοῦ ὀνομαστικοῦ χρηματικοῦ εἰσοδήματος παραμένοντος ἀμεταβλήτου. Τίποτε δὲν δύναται νὰ λεχθῇ ἐκ τῶν προτέρων περὶ τῆς κλίσεως τῆς καμπύλης τιμῆς - καταναλώσεως.

2.4.b.— Ἡ καμπύλη ζητήσεως

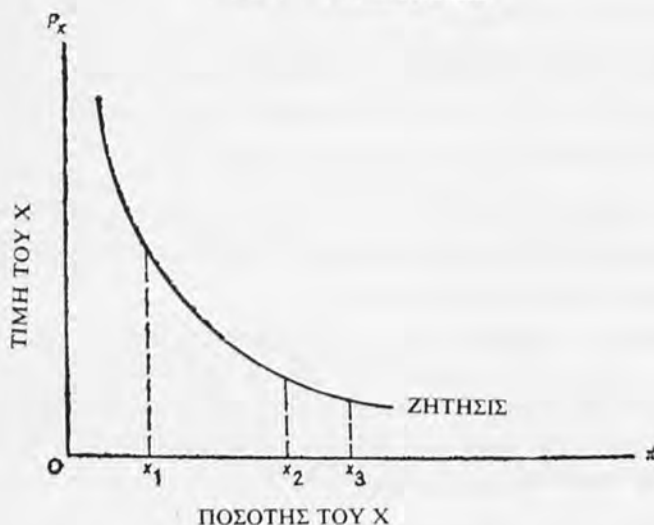
Ἡ καμπύλη ἀτομικῆς ζητήσεως ἐνὸς ἀγαθοῦ δύναται νὰ ἐξαχθῇ ἐκ τῆς καμπύλης τιμῆς - καταναλώσεως, ὡς καὶ μία καμπύλη Engel δύναται νὰ ἐξαχθῇ ἀπὸ μίαν καμπύλην εἰσοδήματος - καταναλώσεως.

ΟΡΙΣΜΟΣ : Ἡ καμπύλη ζητήσεως ἐνὸς ὀρισμένου ἀγαθοῦ συσχετίζει τὰς ἀγοραζόμενας ποσότητας ἰσορροπίας πρὸς τὴν ἀγοραίαν τιμὴν τοῦ ἀγαθοῦ, τοῦ ὀνομαστικοῦ χρηματικοῦ εἰσοδήματος καὶ τῶν ὀνομαστικῶν τιμῶν τῶν ἄλλων ἀγαθῶν παραμενόντων ἀμεταβλήτων.

Ὄταν ἡ τιμὴ τοῦ X δίδεται ὑπὸ τῆς κλίσεως τῆς LM εἰς τὸ Σχῆμα 2.4.1, τότε ἀγοράζονται Ox_1 μονάδες τοῦ X . Αὐτὸ τὸ σημεῖον τῆς καμπύλης τιμῆς - καταναλώσεως συνιστᾷ ἓνα σημεῖον ἐπὶ τοῦ σχεδιαγράμματος τοῦ Σχήματος 2.4.2. Ὄμοίως, ὅταν ἡ τιμὴ τοῦ X πίπτῃ εἰς τὸ ἐπίπεδον, τὸ ὅποιον δεικνύεται ὑπὸ τῆς κλίσεως τῆς LM' , ἡ ἀγοραζομένη ποσότης αὐξάνει εἰς Ox_2 . Αὐτὸ τὸ σημεῖον τῆς καμπύλης τιμῆς - καταναλώσεως δύναται νὰ παρασταθῇ δι' ἐνὸς σημείου εἰς τὸ Σχῆμα 2.4.2. Παριστῶντες πάντα τὰ οὕτω λαμβανόμενα σημεῖα καὶ συνδέοντες, αὐτὰ διὰ μιᾶς γραμμῆς, λαμβάνομεν τὴν καμπύλην ζητήσεως τοῦ καταναλωτοῦ, ὡς δεικνύεται εἰς τὸ Σχῆμα 2.4.2. Τὸ σχῆμα τῆς ἐκφράζει μίαν σπουδαίαν ἀρχήν, ἣτις καλεῖται Νόμος τῆς Ζητήσεως.

ΑΡΧΗ : Ἡ ζητούμενη ποσότης μεταβάλλεται ἀντιστρόφως πρὸς τὴν τιμὴν, ὅταν τὸ ὀνομαστικὸν χρηματικὸν εἰσόδημα καὶ αἱ ὀνομαστικαὶ τιμαὶ τῶν ἄλλων ἀγαθῶν παραμένουν ἀμετάβλητα.

ΣΧΗΜΑ 2.4.2
Η ΚΑΜΠΥΛΗ ΖΗΤΗΣΕΩΣ



2.4.c.— 'Η ελαστικότητα τῆς ζήτησεως

'Η ελαστικότητα τῆς ζήτησεως εἶναι μία σπουδαία καὶ γνωστὴ ἤδη εἰς τοὺς ἀναγνώστας ἔννοια.

ΟΡΙΣΜΟΣ : 'Ελαστικότητα τῆς ζήτησεως εἶναι ἡ σχετικὴ εὐαισθησία τῆς ζητουμένης ποσότητος εἰς μεταβολὰς τῆς τιμῆς. Εἶναι δυνατὸν ἐπίσης νὰ προσδιορισθῇ ἀπὸ τὰς μεταβολὰς τῆς τιμῆς καὶ τοῦ χρηματικοῦ εἰσοδήματος, τὸ ὁποῖον δαπανᾶται ἐπὶ ἐνὸς ἀγαθοῦ.

Εἰς αὐτὸ τὸ σημεῖον εἶναι ἴσως χρήσιμον νὰ ἐπαναλάβωμεν τὴν σχέσιν μεταξὺ ἐλαστικότητος τῆς ζήτησεως ὡς πρὸς τὴν τιμὴν καὶ μεταβολῶν εἰς τὴν συνολικὴν δαπάνην τοῦ περι οὗ ὁ λόγος ἀγαθοῦ. 'Εν πρώτοις ὑποθέσατε, ὅτι ἡ τιμὴ τοῦ Χ μειοῦται κατὰ 1%. 'Η ζήτησις τοῦ Χ χαρακτηρίζεται ὡς ἐλαστικὴ, μοναδιαίας ἐλαστικότητος, ἢ ἀνελαστικὴ, ἐὰν ἡ ζητουμένη ποσότης τοῦ Χ αὐξάνη κατὰ περισσότερο τοῦ 1%, κατὰ 1%, ἢ κατὰ ὀλιγώτερον τοῦ 1%.

Κατόπιν, ὑπενθυμίζεται ὅτι ἡ συνολικὴ δαπάνη ἐπὶ ἐνὸς ἀγαθοῦ εἶναι τὸ γινόμενον τῆς τιμῆς κατὰ μονάδα ἐπὶ τὸ πλῆθος τῶν ἀγοραζομένων μονάδων. Οὕτω, εἰς μίαν δεδομένην ἀρχικὴν τιμὴν καὶ ἀγοραζομένην ποσότητα ἀντιστοιχεῖ μία μοναδικὴ ἀρχικὴ συνολικὴ δαπάνη. 'Υποθέσατε, τώρα, ὅτι ἡ τιμὴ πίπτει κατὰ 1%. 'Εὰν ἡ ζήτησις εἶναι ἐλαστικὴ, ἡ ζητουμένη ποσότης αὐξάνει κατὰ περισσότερο τοῦ 1%. Οὕτω, ἡ συνολικὴ δαπάνη πρέπει

νά αυξάνη, όταν μειούται ή τιμή και ή ζήτησις είναι ελαστική. Βάσει του ίδιου συλλογισμού εύρισκομεν (α) ότι ή συνολική δαπάνη παραμένει σταθερά, όταν πίπτη ή τιμή και ή ελαστικότητα είναι μοναδιαία και (β) ότι ή συνολική δαπάνη μειούται, όταν πίπτη ή τιμή και ή ζήτησις είναι άνελαστική.

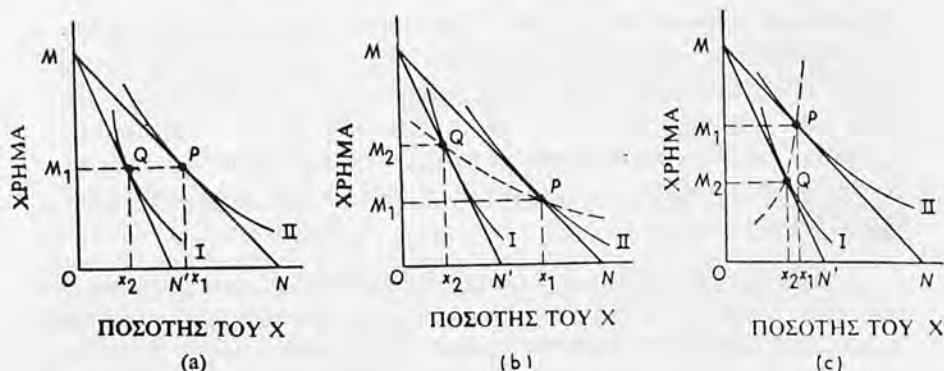
ΑΣΚΗΣΙΣ : Ὑποθέσατε ὅτι ή τιμή τοῦ X αὐξάνει, καί δέν μειούται ὡς ὑπετέθη ἀνωτέρω. Ἐπί τῆ βάσει ἑνός ἀναλόγου συλλογισμοῦ, δείξατε ὅτι ή ζήτησις εἶναι ελαστική, εἶναι μοναδιαίας ελαστικότητος, ἢ εἶναι άνελαστική, ἐάν ή συνολική δαπάνη μειούται, παραμένη σταθερά ἢ αὐξάνη.

2.4.d.— Ἐλαστικότης τῆς ζήτησεως καί καμπύλη τιμῆς - καταναλώσεως

Ἡ ελαστικότης τῆς ζήτησεως δύναται νά προσδιορισθῆ εὐκόλως ἐκ τῆς κλίσεως τῆς καμπύλης τιμῆς - καταναλώσεως. Θεωρήσατε τὸ τμήμα α τοῦ Σχήματος 2.4.3. Ὑποθέσατε ὅτι τὸ Y παριστᾷ «πάντα τὰ λοιπὰ ἀγαθὰ», ἢ ὅ,τι συνήθως ὀνομάζεται «χρῆμα Hicks - Marshall». Τοῦτο μετρεῖται

ΣΧΗΜΑ 2.4.3

ΚΑΜΠΥΛΑΙ ΤΙΜΩΝ ΚΑΤΑΝΑΛΩΣΕΩΣ ΚΑΙ Η ΕΛΑΣΤΙΚΟΤΗΣ ΤΗΣ ΖΗΤΗΣΕΩΣ



ἐπί τοῦ κατακορύφου ἄξονος ὡς «χρῆμα», τοῦ ὁποίου ή τιμή ἰσοῦται πρὸς τὴν μονάδα. Ἡ ἀρχική γραμμὴ καταναλωτικῶν δυνατοτήτων εἶναι MN, καί ή κλίσις τῆς εἶναι ή τιμὴ τοῦ X $\left(\frac{p_x}{1} = p_x\right)$.

Ἡ ἀρχική ἰσορροπία πραγματοποιεῖται εἰς τὸ σημεῖον P ἐπί τῆς καμπύλης ἀδιαφορίας Π. Εἰς αὐτὸ τὸ σημεῖον ἀγοράζονται $Ox_1 = M_1P$ μονάδες τοῦ X καὶ OM_1 μονάδες τοῦ «χρήματος». Ἡ κλίσις τῆς γραμμῆς MN εἶναι

(τὸ ἀρνητικὸν τοῦ) $\frac{MM_1}{M_1P}$, ὥστε ἡ τιμὴ τοῦ X εἶναι $\frac{MM_1}{M_1P}$. Τὸ συνολικὸν

ποσόν, ὅπερ δαπανᾶται ἐπὶ τοῦ X, εἶναι συνεπῶς $M_1P \left(\frac{MM_1}{M_1P} \right) = MM_1$.

Ὅταν ἡ τιμὴ τοῦ X ὑψοῦται εἰς τὸ ἐπίπεδον τὸ ὁποῖον δίδεται ὑπὸ τῆς κλίσεως τῆς MN', ἡ ἀγοραζομένη ποσότης τοῦ X μειοῦται εἰς OM_1 , τὸ ποσόν τοῦ ἀγοραζομένου «χρήματος» παραμένει σταθερὸν εἰς OM_1 , καὶ τὸ ποσόν ὅπερ δαπανᾶται ἐπὶ τοῦ X, παραμένει ἀμετάβλητον. Ἡ τιμὴ αὐξάνει εἰς $\frac{MM_1}{M_1Q}$, ἡ ἀγοραζομένη ποσότης μειοῦται εἰς M_1Q , καὶ ἡ συνολικὴ δαπάνη

ἐπὶ τοῦ X εἶναι $M_1Q \left(\frac{MM_1}{M_1Q} \right) = MM_1$. Ἡ ἀναλογικὴ αὐξησης τῆς τιμῆς τοῦ

X ἀντισταθμίζεται ἀκριβῶς ἀπὸ τὴν ἀναλογικὴν μείωσιν τῆς ἀγοραζομένης ποσότητος τοῦ X. Ἐπομένως, ἡ ἐλαστικότης τῆς ζητήσεως εἶναι μοναδιαία εἰς αὐτὸ τὸ εὐρὸς τιμῶν. Καὶ προσέξατε : ἡ καμπύλη τιμῆς - καταναλώσεως εἶναι QP. Οὕτως ὅταν ἡ καμπύλη τιμῆς - καταναλώσεως εἶναι ὀριζοντία, ἡ ἐλαστικότης ζητήσεως τοῦ X ὡς πρὸς τὴν τιμὴν εἶναι μοναδιαία.

Εἰς τὸ τμήμα b, τοῦ Σχήματος 2.4.3, ἡ αὐξησης τῆς τιμῆς τοῦ X (ἀπὸ τὴν διδομένην ὑπὸ τῆς κλίσεως MN εἰς τὴν διδομένην ὑπὸ τῆς κλίσεως MN') συνοδεύεται ὑπὸ μείωσεως τῆς δαπάνης ἐπὶ τοῦ X ἀπὸ MM_1 εἰς MM_2 . Ἡ ἀναλογικὴ αὐξησης τῆς τιμῆς τοῦ X ὑπεραντισταθμίζεται ἀπὸ τὴν ἀναλογικὴν μείωσιν τῆς ζητουμένης ποσότητος. Ἡ ζήτησις εἶναι ἐπομένως ἐλαστικὴ. Ἡ καμπύλη τιμῆς - καταναλώσεως εἶναι QP· συνεπῶς, ὅταν ἡ καμπύλη τιμῆς καταναλώσεως ἔχει ἀρνητικὴν κλίσιν, ἡ ζήτησις εἶναι ἐλαστικὴ.

Βάσει τοῦ ἰδίου συλλογισμοῦ, τὸ τμήμα c τοῦ Σχήματος 2.4.3 ἀπεικονίζει τὴν καμπύλην τιμῆς - καταναλώσεως, ὅταν ἡ ζήτησις εἶναι ἀνελαστικὴ. Οὕτως ἔχομεν :

ΣΧΕΣΕΙΣ : Ἡ ζήτησις ἔχει μοναδιαίαν ἐλαστικότητα ὡς πρὸς τὴν τιμὴν, εἶναι ἐλαστικὴ ὡς πρὸς τὴν τιμὴν, ἢ εἶναι ἀνελαστικὴ ὡς πρὸς τὴν τιμὴν, ἀναλόγως ἐὰν ἡ καμπύλη τιμῆς - καταναλώσεως εἶναι ὀριζοντία, ἀρνητικῶς κεκλιμένη, ἢ θετικῶς κεκλιμένη. Οὕτως ἡ καμπύλη τιμῆς - καταναλώσεως τοῦ Σχήματος 2.4.1 ἀπεικονίζει τὴν ζήτησιν ἐνὸς ἀγαθοῦ, ἢ ὁποῖα ἀρχικῶς (εἰς ὑψηλοτέρας τιμὰς) εἶναι ἐλαστικὴ, εἰς ἓνα σημεῖον καθίσταται μοναδιαία, καὶ πέραν αὐτοῦ ἀνελαστικὴ.

2.5. ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑ

Αἱ βασικαὶ ἀρχαὶ τῆς καταναλωτικῆς συμπεριφορᾶς καὶ τῆς ἀτομικῆς ζητήσεως ἔχουν ἤδη ἀναπτυχθῆ. Εἰς τὸ ἐπόμενον κεφάλαιον ἀναλύονται

διάφορα σημαντικά, αλλά βοηθητικά, θέματα διά της χρησιμοποιήσεως τών ὀργάνων ἀναλύσεως τὰ ὁποῖα εἰσήχθησαν εἰς τὰ Κεφάλαια 1 καὶ 2. Ἐξηγεῖται πληρέστερον τὸ θεμελιώδες συμπέρασμα τοῦ παρόντος κεφαλαίου, καὶ ἐπισημαίνεται μία εἰδικὴ ἐξαιρέσις, ἀλλὰ παραμένει πάντοτε θεμελιώδες τὸ κατωτέρω συμπέρασμα : ἐάν οἱ ἐπὶ μέρους καταναλωταὶ συμπεριφέρονται κατὰ τρόπον ὥστε νὰ μεγιστοποιοῦν τὴν ἐκ τοῦ περιορισμένου χρηματικοῦ εἰσοδήματός των ἱκανοποίησιν, αἱ ζητούμενα ὑπὸ τῶν ἐπὶ μέρους καταναλωτῶν ποσότητες θὰ μεταβάλλωνται ἀντιστρόφως πρὸς τὴν τιμὴν.⁹

9. Ἡ ἐξήγησις ἐνὸς σημαντικοῦ χαρακτηριστικοῦ τῶν συναρτήσεων καταναλωτικῆς ζητήσεως πρέπει νὰ περιορισθῇ εἰς μίαν ὑποσημείωσιν, ἐπειδὴ ἡ ἀνάλυσις εἶναι κατ' ἀνάγκην μαθηματικὴ. Ἐν ἀρχῇ δίδεται περίληψις τῶν κυρίων σημείων διὰ τὸν ἀναγνώστην, ὁ ὁποῖος δὲν εἶναι ἡσκημένος εἰς τὰ μαθηματικά.

ΣΧΕΣΕΙΣ : (i) Ἡ ζητούμενη ποσότης παραμένει ἀμετάβλητος ὅταν λαμβάνουν χώραν ἀναλογικαὶ μεταβολαὶ ὄλων τῶν τιμῶν καὶ τοῦ εἰσοδήματος· (ii) τὸ ἄθροισμα ὄλων τῶν σταυροειδῶν ἐλαστικότητων ζητήσεως ὡς πρὸς τὴν τιμὴν καὶ τῆς εἰσοδηματικῆς ἐλαστικότητος ἰσοῦται πρὸς τὴν ἐλαστικότητα ζητήσεως ἐνὸς ἀγαθοῦ ὡς πρὸς τὴν ἰδίαν αὐτοῦ τιμὴν.

Ὑπὸ γενικωτέραν μορφήν, ἡ ζήτησις τοῦ καταναλωτοῦ δύναται νὰ γραφῇ ὡς συνάρτησις ὄλων τῶν τιμῶν καὶ τοῦ χρηματικοῦ εἰσοδήματος. Χωρὶς νὰ παραβλάπεται ἡ γενικότης τῶν συμπερασμάτων, δυνάμεθα νὰ θεωρήσωμεν τὸ ἀγαθὸν 1 εἰς ἓνα κόσμον ἐξ n ἀγαθῶν. Ἡ συνάρτησις ζητήσεως τοῦ δύναται νὰ γραφῇ ὡς ἐξῆς :

$$q_1 = f(p_1, p_2, \dots, p_n, M) \quad (2.9.1)$$

Διὰ νὰ ἐξαλείψωμεν τὸ ἐνδεχόμενον τῆς «ψευδαισθήσεως τοῦ χρήματος» ἢ τοῦ «χρηματικοῦ πέπλου» ἀπαιτεῖται ὅπως ἡ ζητούμενη ποσότης παραμένῃ ἀμετάβλητος ὅταν μεταβάλλωνται ἀναλογικῶς ὅλα αἱ τιμαὶ καὶ τὸ χρηματικὸν εἰσόδημα. Οὕτως ἐπὶ παραδείγματι, ὁ διπλασιασμός ἢ ἡ εἰς τὸ ἡμισυ μείωσις ὄλων τῶν τιμῶν καὶ τοῦ εἰσοδήματος δὲν ἐπηρεάζει τὴν ζητούμενην ποσότητα.

Ἐστὼ ὅτι ὁ συντελεστὴς τῆς ἀναλογικῆς μεταβολῆς εἶναι λ . Μαθηματικῶς, ἡ ιδιότης τῆς μὴ μεταβλητότητος ἀπαιτεῖ ὅπως

$$f(p_1, p_2, \dots, p_n, M) = f(\lambda p_1, \lambda p_2, \dots, \lambda p_n, \lambda M) = \lambda^0 q_1 = q_1 \quad (2.9.2)$$

Ἐκ μαθηματικοῦ ὀρισμοῦ μία συνάρτησις ἱκανοποιούσα τὴν σχέσιν (2.9.2) εἶναι ὁμογενῆς μηδενικοῦ βαθμοῦ. Ἐπομένως, αἱ συναρτήσεσις ζητήσεως εἶναι ὁμογενεῖς μηδενικοῦ βαθμοῦ ὡς πρὸς ὅλας τὰς τιμὰς καὶ τὸ χρηματικὸν εἰσόδημα.

Βάσει τοῦ θεωρήματος τοῦ Euler, ἡ ὁμογένεια μηδενικοῦ βαθμοῦ ὑποδηλοῖ, ὅτι :

$$\sum_{i=1}^n \frac{\partial q_1}{\partial p_i} p_i + \frac{\partial q_1}{\partial M} M \equiv 0 \quad (2.9.3)$$

ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ

- Μία από τās βασικās υποθέσεις, επί τών οποίων θεμελιούται ή θεωρία τής καταναλωτικής συμπεριφορās, αναφέρει ότι αι αξήσεις τής χρησιμότητος τείνουν νά μειούνται, καθώς ή κατανάλωσις ενός αγαθοῦ αξάνει. (α) Ἐάν θεωρήτε τοῦτο ὀρθόν, δείξατε ποῖον ρόλον παίζει ή υπόθεσις εἰς τήν ανάπτυξιν τής θεωρίας καί εἰς τὰ συμπεράσματά της. (β) Ἐάν θεωρήτε τοῦτο ἐσφαλμένον, δείξατε ὅτι τὰ κύρια συμπεράσματα τής θεωρίας τής καταναλωτικής συμπεριφορās δύνανται νά ἐξαχθοῦν καί ἄνευ τής υποθέσεως ταύτης.
- Τόσον ή προσέγγισις διὰ τής ὀριακῆς χρησιμότητος, ὅσον καί ή προσέγγισις διὰ τών καμπυλῶν ἀδιαφορίας δίδουν τό αὐτό σημεῖον ἰσορροπίας δι' ἓνα ὀρθολογικόν καταναλωτήν. Συγκρίνατε τήν ἐξήγησιν τής ἰσορροπίας ὑπό τών δύο προσεγγίσεων καί συζητήσατε τό σχετικόν πλεονέκτημα τών δύο προσεγγίσεων.
- Σχολιάσατε τās ἀκολουθοῦς δύο προτάσεις : (α) αι καταναλωτικαί προ-

Δυνάμεθα νά διαιρέσωμεν κάθε ὄρον τής (2.9.3) διὰ q_1 , χωρίς νά βλάψωμεν τήν ταυτότητα, καί νά λάβωμεν

$$\sum_{i=1}^n \frac{\partial q_1}{\partial p_i} \frac{p_i}{q_1} + \frac{\partial q_1}{\partial M} \frac{M}{q_1} = 0. \quad (2.9.4)$$

Εἰσάγομεν τώρα τοὺς ἀκολουθοῦς συμβατικούς ὀρισμούς :

$$\begin{aligned} -\eta_{11} &= \frac{\partial q_1}{\partial p_1} \frac{p_1}{q_1} = \text{ἄμεσος ἔλαστικότης ζητήσεως ὡς πρὸς τήν τιμὴν,} \\ \eta_{ii} &= \frac{\partial q_1}{\partial p_i} \frac{p_i}{q_1} \text{ διὰ } i \neq 1 = \text{σταυροειδῆς ἔλαστικότης ζητήσεως ὡς} \\ &\quad \text{πρὸς τήν τιμὴν,} \\ \eta_{1M} &= \frac{\partial q_1}{\partial M} \frac{M}{q_1} = \text{εἰσοδηματικὴ ἔλαστικότης ζητήσεως.} \end{aligned} \quad (2.9.5)$$

Ἐποκαθιστῶντες τήν (2.9.5) εἰς τήν (2.9.4), λαμβάνομεν :

$$\sum_{i=2}^n \eta_{ii} + \eta_{1M} = \eta_{11}. \quad (2.9.6)$$

Οὕτως, ή ἄμεσος ἔλαστικότης ζητήσεως ὡς πρὸς τήν τιμὴν εἶναι ἴση πρὸς τό ἄθροισμα ὄλων τών σταυροειδῶν ἔλαστικότητων ζητήσεως ὡς πρὸς τήν τιμὴν καί τής εἰσοδηματικῆς ἔλαστικότητος.

τιμήσεις μετρούνται υπό τῶν σχετικῶν τιμῶν, (β) αἱ καταναλωτικαὶ προτιμήσεις εἶναι ἀνεξάρτητοι τῶν σχετικῶν τιμῶν.

4. Ἐνας φοιτητὴς προσπαθεῖ νὰ προπαρασκευασθῇ διὰ τὰς τελικὰς ἐξετάσεις του. Τοῦ ἀπομένουν ὅμως μόνον ἕξ ὥραι μελέτης. Ἐπιδιώξῃς του εἶναι νὰ ἐξασφαλίσῃ ὅσον τὸ δυνατόν ὑψηλοτέραν μέσιν βαθμολογίαν εἰς τρία μαθήματα : τὰ οἰκονομικά, τὰ μαθηματικά καὶ τὴν στατιστικὴν. Θὰ πρέπει νὰ ἀποφασίσῃ πῶς θὰ κατανεῖμῃ τὸν χρόνον του μεταξὺ τῶν τριῶν μαθημάτων. Συμφώνως πρὸς τὰς ἐκτιμήσεις του, ὁ βαθμὸς του εἰς κάθε μάθημα θὰ ἐξαρτηθῇ ἀπὸ τὸν χρόνον τὸν ὁποῖον θ' ἀφιερῶσῃ εἰς αὐτό, ὡς ἐμφαίνεται εἰς τὸν ἀκόλουθον πίνακα.

Οἰκονομικά		Μαθηματικά		Στατιστικὴ	
Ὑραι μελέτης	Βαθμὸς	Ὑραι μελέτης	Βαθμὸς	Ὑραι μελέτης	Βαθμὸς
0	20	0	40	0	80
1	45	1	52	1	90
2	65	2	62	2	95
3	75	3	71	3	97
4	83	4	78	4	98
5	90	5	83	5	99
6	92	6	86	6	99

Πῶς πρέπει νὰ κατανεῖμῃ ὁ φοιτητὴς τὸν χρόνον του ; Πῶς εὑρετε τὴν ἀπάντησιν ;

- i. Ὑποθέσατε ὅτι ὑπάρχουν μόνον δύο ἀγαθὰ καὶ ὅτι ὁ χάρτης ἀδιαφορίας ἐνὸς καταναλωτοῦ εἶναι τοιοῦτος, ὥστε ἡ κλίσις τῶν καμπυλῶν ἀδιαφορίας εἶναι παντοῦ ἴση πρὸς $-\left(\frac{y}{x}\right)$, ὅπου y εἶναι ἡ ποσότης τοῦ ἀγαθοῦ Y (μετρουμένη ἐπὶ τοῦ κατακορύφου ἄξονος) καὶ x ἡ ποσότης τοῦ ἀγαθοῦ X (μετρουμένη ἐπὶ τοῦ ὀριζοντίου ἄξονος).

(α) Δείξατε ὅτι ἡ ζήτησις διὰ X εἶναι ἀνεξάρτητος τῆς τιμῆς τοῦ Y , καὶ ὅτι ἡ ἐλαστικότης τῆς ζητήσεως διὰ X ὡς πρὸς τὴν τιμὴν του εἶναι μοναδιαία. (Προσοχὴ : ἐξισοῦντες τὸν ὀριακὸν λόγον ὑποκαταστάσεως πρὸς τὸν λόγον τῶν τιμῶν λαμβάνομεν $\left(\frac{p_x}{p_y}\right) = \left(\frac{y}{x}\right)$, ἢ $x p_x = y p_y$. Ἐφ' ὅσον $x p_x + y p_y = M$, ὅπου M εἶναι τὸ δεδομένον σταθερὸν χρηματικὸν εἰσόδημα, ἔχομεν $x p_x = \frac{1}{2} M$. Οὕτω, ἡ καμπύλη ζητήσεως εἶναι $x = \left(\frac{1}{2 p_x}\right) M$. Συνεχίσατε ἀπὸ τοῦ σημείου αὐτοῦ).

(β) Ἐξηγήσατε ἐπακριβῶς τὴν ἔννοιαν τοῦ ὄρου «ὀριακὸς λόγος ὑποκαταστάσεως». Ποία εἶναι ἡ τιμὴ τοῦ ὀριακοῦ λόγου ὑποκαταστάσεως εἰς τὸ σημεῖον ἰσορροπίας διὰ τὸν καταναλωτὴν τοῦτον, δοθέντος ὅτι ἡ τιμὴ τοῦ X εἶναι \$ 1, ἡ τιμὴ τοῦ Y \$ 3, καὶ τὸ εἰσόδημα τοῦ καταναλωτοῦ εἶναι \$ 120 ;

ΠΡΟΤΕΙΝΟΜΕΝΗ ΜΕΛΕΤΗ

1. Hicks, John R., Value and Capital, σελ. 26 - 30, 2nd ed. Oxford : Oxford University Press, 1946.
2. Henderson, James M. and Quandt, Richard E., Microeconomic Theory : A Mathematical Approach σελ. 12 - 24. New York : McGraw - Hill Book Co., Inc., 1958 (ἀπαιτοῦνται στοιχειώδη μαθηματικά).
3. Samuelson, Paul A., Foundations of Economic Analysis, σελ. 96 - 100. Cambridge, Mass. : Harvard University Press, 1947 (ἀπαιτοῦνται ἀνώτερα μαθηματικά).

ΕΙΔΙΚΑ ΘΕΜΑΤΑ ΚΑΤΑΝΑΛΩΤΙΚΗΣ ΖΗΤΗΣΕΩΣ

3.1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Εἰς τὸ Κεφάλαιον 2 ἀνεπτύχθη ἡ θεωρία τῆς συμπεριφορᾶς τοῦ καταναλωτοῦ καὶ ἐδείχθη ὅτι ἡ καμπύλη ζητήσεως ἑνὸς καταναλωτοῦ κανονικῶς κλίνει πρὸς τὰ κάτω καὶ δεξιὰ — ὅτι ἡ ζητούμενη ποσότης μεταβάλλεται ἀντιστρόφως πρὸς τὴν τιμὴν. Εἰς τὸ παρὸν κεφάλαιον ἐκτίθεται μία λεπτομερεστέρα ἀνάλυσις τῆς καταναλωτικῆς ζητήσεως καὶ τῆς ἀγοραίας ζητήσεως διὰ σχετιζόμενα ἀγαθὰ.

3.2. ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΥΠΟΚΑΤΑΣΤΑΣΕΩΣ ΚΑΙ ΕΙΣΟΔΗΜΑΤΟΣ

Ἡ μεταβολὴ τῆς ὀνομαστικῆς τιμῆς ἑνὸς ἀγαθοῦ ἀσκεῖ δύο ἐπιδράσεις ἐπὶ τῆς ζητούμενης ποσότητος. Πρῶτον, μεταβαλλομένης τῆς σχετικῆς τιμῆς μεταβάλλονται οἱ ὅροι εἰς τοὺς ὁποίους ὁ καταναλωτὴς δύναται ν' ἀνταλλάξῃ τὸ ἓνα ἀγαθὸν διὰ τοῦ ἄλλου. Αὕτη μόνη ἡ μεταβολὴ τῆς σχετικῆς τιμῆς προκαλεῖ τὸ ἀποτέλεσμα ὑποκατάστασης. Δεύτερον, μία μεταβολὴ τῆς ὀνομαστικῆς τιμῆς ἑνὸς ἀγαθοῦ (τοῦ ὀνομαστικοῦ εἰσοδήματος παραμένοντος ἀμεταβλήτου) προκαλεῖ μεταβολὴν τοῦ πραγματικοῦ εἰσοδήματος, ἢ τοῦ μεγέθους τῶν ἀγαθῶν καὶ ὑπηρεσιῶν, τὰ ὁποῖα δύναται νὰ ἀγοράσῃ ὁ καταναλωτής. Ἐὰν ἡ ὀνομαστικὴ τιμὴ ἑνὸς ἀγαθοῦ ὑποστῇ πτώσιν, ἐνῶ ὅλοι αἱ λοιπαὶ ὀνομαστικαὶ τιμαὶ παραμένουν ἀμετάβλητοι, τὸ πραγματικὸν εἰσόδημα τοῦ καταναλωτοῦ αὐξάνει, ἐπεὶ δύναται νὰ ἀγοράσῃ μεγαλύτεραν ποσότητα, εἴτε ἐκ τοῦ ἀγαθοῦ, τοῦ ὁποίου ἐμειώθη ἡ τιμὴ, εἴτε ἐκ τῶν λοιπῶν ἀγαθῶν. Μὲ ἄλλας λέξεις, τὸ ἐπίπεδον ἱκανοποιήσεώς του θὰ ὑψωθῇ. Αὕτη ἡ μεταβολὴ τοῦ ἐπιπέδου τοῦ πραγματικοῦ εἰσοδήματος ἴσως προκαλέσῃ — τοῦτου ἔξαρτώμενου ἐκ τοῦ χάρτου ἀδιαφορίας του — μεταβολὴν εἰς τὸ πρότυπον καταναλώσεώς του. Ἐν πάσῃ περιπτώσει, ἡ μεταβολὴ τοῦ πραγματικοῦ

είσοδηματος προκαλεί ένα εισοδηματικόν ἀποτέλεσμα ἐπὶ τῆς ζητουμένης ποσότητος.

3.2.a.— Τὸ ἀποτέλεσμα ὑποκαταστάσεως εἰς τὴν περίπτωσιν ἑνὸς κανονικοῦ ἀγαθοῦ

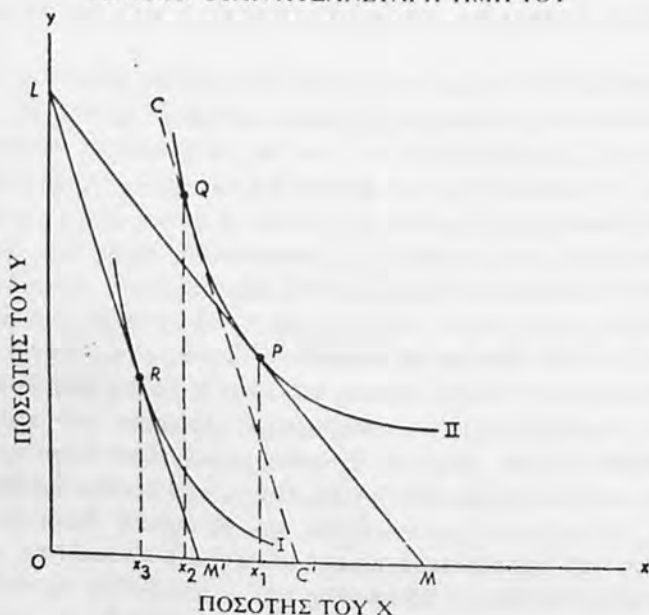
Ὅταν ἡ τιμὴ ἑνὸς ἀγαθοῦ μεταβάλλεται, τῶν τιμῶν τῶν ἄλλων ἀγαθῶν καὶ τοῦ χρηματικοῦ εἰσοδήματος παραμενοντῶν ἀμεταβλήτων, ὁ καταναλωτὴς μετακινεῖται ἀπὸ ἕνα σημεῖον ἰσορροπίας εἰς ἄλλο. Ὑπὸ κανονικὰς συνθήκας, ἐάν ἡ τιμὴ ἑνὸς ἀγαθοῦ πέσῃ, μεγαλυτέρα ποσότης αὐτοῦ ἀγοράζεται· ἐάν ἡ τιμὴ ὑψωθῇ, ὀλιγώτεροι μονάδες ἀγοράζονται. Ἡ συνολικὴ μεταβολὴ τῆς ζητουμένης ποσότητος ἀπὸ τὴν μίαν θέσιν ἰσορροπίας εἰς τὴν ἄλλην ἀναφέρεται ὡς συνολικὸν ἀποτέλεσμα.

ΟΡΙΣΜΟΣ : Τὸ συνολικὸν ἀποτέλεσμα ἐκ μιᾶς μεταβολῆς τῆς τιμῆς εἶναι ἡ συνολικὴ μεταβολὴ τῆς ζητουμένης ποσότητος καθὼς ὁ καταναλωτὴς μετακινεῖται ἀπὸ μίαν θέσιν ἰσορροπίας εἰς ἄλλην.

Τὸ συνολικὸν ἀποτέλεσμα ἐκ μιᾶς μεταβολῆς τῆς τιμῆς ἀπεικονίζεται εἰς τὸ Σχῆμα 3.2.1. Ὁ ἀρχικὸς λόγος τιμῶν δεικνύεται ὑπὸ τῆς κλίσεως τῆς

ΣΧΗΜΑ 3.2.1

ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΥΠΟΚΑΤΑΣΤΑΣΕΩΣ ΚΑΙ ΕΙΣΟΔΗΜΑΤΟΣ ΔΙ' ΕΝ ΚΑΝΟΝΙΚΟΝ ΑΓΑΘΟΝ ΟΤΑΝ ΑΥΞΑΝΕΤΑΙ Η ΤΙΜΗ ΤΟΥ



γραμμής καταναλωτικών δυνατοτήτων LM. Ὁ καταναλωτής ἐπιτυγχάνει ἰσορροπίαν εἰς τὸ σημεῖον P ἐπὶ τῆς καμπύλης ἀδιαφορίας II, ἀγοράζων Ox_1 μονάδας τοῦ X. Ὄταν ἡ τιμὴ τοῦ X ὑψοῦται, ὡς δεικνύεται διὰ τῆς μετακινήσεως τῆς γραμμῆς τῶν καταναλωτικῶν δυνατοτήτων ἀπὸ LM εἰς LM', ὁ καταναλωτής μετακινεῖται εἰς μίαν νέαν θέσιν ἰσορροπίας εἰς τὸ R ἐπὶ τῆς καμπύλης ἀδιαφορίας I. Εἰς τὸ σημεῖον αὐτὸ ἀγοράζει Ox_3 μονάδας τοῦ X. Τὸ συνολικὸν ἀποτέλεσμα ἐκ μιᾶς μεταβολῆς τῆς τιμῆς δεικνύεται διὰ τῆς μετακινήσεως ἀπὸ τὸ σημεῖον P εἰς τὸ σημεῖον R, ἢ διὰ τῆς μείωσης τῆς ζητουμένης ποσότητος ἀπὸ Ox_1 εἰς Ox_3 . Μὲ ἄλλας λέξεις, τὸ συνολικὸν ἀποτέλεσμα εἶναι $Ox_1 - Ox_3 = x_1x_3$. Τοῦτο καλεῖται ἀρνητικὸν συνολικὸν ἀποτέλεσμα ἐπειδὴ ἡ ζητουμένη ποσότης μειοῦται κατὰ x_1x_3 μονάδας.

συνολικὸν ἀποτέλεσμα ἐκ μιᾶς μεταβολῆς τῆς τιμῆς, ὅμως, δύναται νὰ ἀναλυθῇ εἰς δύο, τὸ ἀποτέλεσμα ὑποκαταστάσεως καὶ τὸ εἰσοδηματικὸν ἀποτέλεσμα. Πρῶτον, ὡς ἐξετάσωμεν τὸ ἀποτέλεσμα ὑποκαταστάσεως.

Θεωρήσατε τὸ Σχῆμα 3.2.1. Ὄταν ἡ τιμὴ τοῦ X ὑψοῦται, ὁ καταναλωτής ὑφίσταται μίαν μείωσιν τοῦ πραγματικοῦ του εἰσοδήματος, ὡς δεικνύεται ἀπὸ τὴν μετακίνησιν ἐκ τῆς καμπύλης ἀδιαφορίας II εἰς τὴν καμπύλην ἀδιαφορίας I. Ὑποθέσατε ὅτι, ταυτοχρόνως πρὸς τὴν ὑψωσιν τῆς τιμῆς, ὁ καταναλωτής λαμβάνει ἓνα (πρόσθετον) ποσὸν χρηματικοῦ εἰσοδήματος τοσοῦτον, ὥστε νὰ ἀντισταθμίση ἀκριβῶς τὴν μείωσιν τοῦ πραγματικοῦ του εἰσοδήματος, τὴν ὁποῖαν ἄλλως θὰ ὑφίστατο. Δηλαδή, λαμβάνει μίαν ἀντισταθμιστικὴν πληρωμὴν, διὰ τῆς ὁποίας καθίσταται δυνατόν νὰ παραμείνῃ ἐπὶ τῆς καμπύλης ἀδιαφορίας II ὑπὸ τὸ καθεστῶς τῆς νέας τιμῆς.

Γραφικῶς, αὐτὴ ἡ ἀντιστάθμισις δεικνύεται διὰ τῆς κατασκευῆς μιᾶς φανταστικῆς γραμμῆς καταναλωτικῶν δυνατοτήτων, ἣτις εἶναι ἐφαπτομένη εἰς τὴν ἀρχικὴν καμπύλην ἀδιαφορίας, ἀλλὰ τῆς ὁποίας ἡ κλίσις ἀντιστοιχεῖ εἰς τὸν νεὸν λόγον τιμῶν. Ἡ διακεκομμένη γραμμὴ CC' τοῦ Σχῆματος 3.2.1 εἶναι ἡ φανταστικὴ γραμμὴ καταναλωτικῶν δυνατοτήτων εἰς αὐτὸ τὸ παράδειγμα — εἶναι ἐφαπτομένη τῆς ἀρχικῆς καμπύλης ἀδιαφορίας II εἰς τὸ σημεῖον Q' ἀλλὰ εἶναι παράλληλος πρὸς τὴν νέαν γραμμὴν καταναλωτικῶν δυνατοτήτων, LM', ἀντανακλῶσα οὕτω τὸν νέον λόγον τιμῶν.

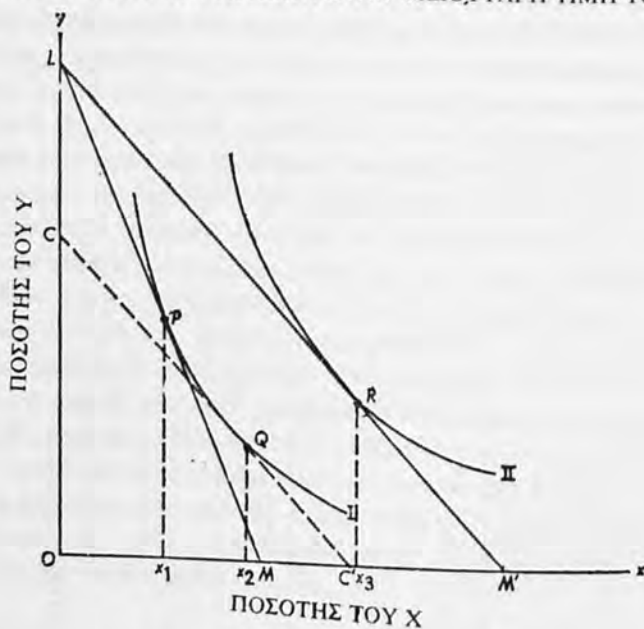
Τὸ ἀποτέλεσμα ὑποκαταστάσεως παρουσιάζεται διὰ τῆς μετακινήσεως ἀπὸ τὴν ἀρχικὴν θέσιν ἰσορροπίας, εἰς τὸ σημεῖον P, εἰς τὴν θέσιν φανταστικῆς ἰσορροπίας, εἰς τὸ σημεῖον Q, τὸ ὁποῖον κεῖται ἐπὶ τῆς αὐτῆς καμπύλης ἀδιαφορίας. Εἰς ποσοτικούς ὅρους, τὸ ἀποτέλεσμα ὑποκαταστάσεως εἶναι ἡ μείωσις τῆς ζητουμένης ποσότητος ἀπὸ Ox_1 εἰς Ox_2 , ἢ κατὰ x_1x_2 μονάδας.

ΟΡΙΣΜΟΣ : 'Αποτέλεσμα ύποκαταστάσεως είναι ή μεταβολή τής ζητουμένης ποσότητας, ή όποια προκύπτει έκ μιᾶς μεταβολῆς τής σχετικής τιμῆς, άφοῦ προηγουμένως άντισταθμίσωμεν τήν μεταβολήν τοῦ πραγματικοῦ εισοδήματος. Μὲ άλλας λέξεις, αποτέλεσμα ύποκαταστάσεως είναι ή μεταβολή τής ζητουμένης ποσότητας, ή όποια προκύπτει έκ μιᾶς μεταβολῆς τής τιμῆς, όταν αὐτή περιορίζεται εἰς μίαν μετὰκίνησην κατά μήκος τής άρχικῆς καμπύλης άδιαφορίας, διατηρουμένου οὔτω τοῦ πραγματικοῦ εισοδήματος σταθεροῦ.

Τό αποτέλεσμα ύποκαταστάσεως εἰς τήν περίπτωσην μειώσεως τής τιμῆς άπεικονίζεται εἰς τό Σχήμα 3.2.2. Ἡ άρχική ίσορροπία έπιτυγχάνεται εἰς τό σημεῖον P ἐπὶ τής καμπύλης άδιαφορίας I, όπου ο λόγος τῶν τιμῶν δεικνύεται από τήν άρχικήν γραμμὴν καταναλωτικῶν δυνατοτήτων LM.

ΣΧΗΜΑ 3.2.2

ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΥΠΟΚΑΤΑΣΤΑΣΕΩΣ ΚΑΙ ΕΙΣΟΔΗΜΑΤΟΣ ΔΙ' ΕΝ ΚΑΝΟΝΙΚΟΝ ΑΓΑΘΟΝ ΟΤΑΝ ΜΕΙΟΥΤΑΙ Η ΤΙΜΗ ΤΟΥ



Υποθέσατε, ότι ή τμή τοῦ Χ πίπτει, ως δεικνύεται ὑπό τής κλίσεως τής νέας γραμμῆς καταναλωτικῶν δυνατοτήτων LM'. Ἐν άπουσία άντισταθμιστικῆς πληρωμῆς, ο καταναλωτής θά ἐξασφαλίση αύξησιν τοῦ πραγματικοῦ του εισοδήματος, έπιτυγχάνων ίσορροπίαν ἐπὶ τής καμπύλης άδιαφορίας II. Εἰς τήν περίπτωσην αὐτήν, άντισταθμίζεται ή αύξησις τοῦ πραγματικοῦ

είσοδηματος, εάν υποθεθῆ ὅτι μειοῦται τὸ χρηματικὸν εἰσόδημα ἀκριβῶς τόσον ὥστε νὰ διατηρηθῆ σταθερὸν τὸ πραγματικὸν εἰσόδημα εἰς τὸν νέον λόγον τιμῶν. Γραφικῶς, τοῦτο ἀπεικονίζεται διὰ τῆς διακεκομμένης γραμμῆς CC'

Ὅταν μόνον ἡ τιμὴ μεταβάλλεται, ἐνῶ τὸ πραγματικὸν εἰσόδημα παραμένει σταθερὸν, ὁ καταναλωτὴς μετακινεῖται ἀπὸ τὴν ἀρχικὴν ἰσορροπίαν, εἰς τὸ σημεῖον P , εἰς τὴν φανταστικὴν ἰσορροπίαν εἰς τὸ σημεῖον Q . Ἡ κίνησις ἀπὸ τὸ P εἰς τὸ Q κατὰ μῆκος τῆς ἀρχικῆς καμπύλης ἀδιαφορίας ἀντιπροσωπεύει τὸ ἀποτέλεσμα ὑποκαταστάσεως. Εἰς ὄρους ποσοτήτων, εἶναι ἡ αὔξισις τῆς ζητουμένης ποσότητος ἀπὸ Ox_1 εἰς Ox_2 .

Συγκρίνοντας τὰς περιπτώσεις τῶν Σχημάτων 3.2.1 καὶ 3.2.2, βλέπομεν ἀμέσως ὅτι τὸ ἀποτέλεσμα ὑποκαταστάσεως εἶναι πάντοτε ἀρνητικὸν — μία αὔξισις τῆς τιμῆς τοῦ X , τοῦ πραγματικοῦ εἰσοδήματος παραμένοντος σταθεροῦ, ὀδηγεῖ εἰς ὑποκατάστασιν τοῦ Y εἰς X , ἐνῶ μία πῶσις τῆς τιμῆς τοῦ X , ὑπὸ τὰς ἰδίας περιστάσεις, προκαλεῖ ὑποκατάστασιν τοῦ X εἰς Y . Κατὰ διάφορον διατύπωσιν, διὰ μετακινήσεις κατὰ μῆκος μιᾶς καμπύλης ἀδιαφορίας, ἡ ζητουμένη ποσότης μεταβάλλεται πάντοτε ἀντιστρόφως πρὸς τὴν τιμὴν.

3.2.b. — Τὸ ἀποτέλεσμα εἰσοδήματος εἰς τὴν περίπτωσιν ἐνὸς κανονικοῦ ἀγαθοῦ

Διὰ νὰ προσδιορίσωμεν τὸ ἀποτέλεσμα ὑποκαταστάσεως, περιοριζόμεθα εἰς κινήσεις κατὰ μῆκος τῆς ἀρχικῆς καμπύλης ἀδιαφορίας. Ὅμως, τὸ συνολικὸν ἀποτέλεσμα ἐκ μιᾶς μεταβολῆς τῆς τιμῆς, ὅταν τὸ χρηματικὸν εἰσόδημα καὶ αἱ τιμαὶ τῶν λοιπῶν ἀγαθῶν παραμένουν ἀμετάβλητα, συνίσταται πάντοτε εἰς τὴν μετακίνησιν ἀπὸ μίαν καμπύλην ἀδιαφορίας εἰς ἄλλην, ἢ εἰς μεταβολὴν τοῦ πραγματικοῦ εἰσοδήματος.

ΟΡΙΣΜΟΣ : Εἰσοδηματικὸν ἀποτέλεσμα εἶναι ἡ μεταβολὴ τῆς ζητουμένης ποσότητος, ἡ ὁποία προκύπτει ἀποκλειστικῶς ἐκ τῆς μεταβολῆς τοῦ πραγματικοῦ εἰσοδήματος, ὄλων τῶν τιμῶν καὶ τοῦ χρηματικοῦ εἰσοδήματος παραμενόντων σταθερῶν.

Θεωρήσατε τὸ Σχῆμα 3.2.1. Ὅταν ἡ τιμὴ τοῦ X ὑψοῦται, ὡς δεικνύεται διὰ τῆς μετακινήσεως τῆς γραμμῆς τῶν καταναλωτικῶν δυνατοτήτων ἀπὸ LM εἰς LM' , ὁ καταναλωτὴς ἐπιτυγχάνει ἐκ νέου ἰσορροπίαν ἐπὶ τῆς καμπύλης ἀδιαφορίας I . Ἡ κίνησις ἀπὸ τὸ σημεῖον P εἰς τὸ σημεῖον Q κατὰ μῆκος τῆς καμπύλης ἀδιαφορίας II ἀντιπροσωπεύει τὸ ἀποτέλεσμα ὑποκαταστάσεως. Ὑποθέσατε ὅτι τὸ πραγματικὸν εἰσόδημα τοῦ καταναλωτοῦ, τοῦ ὁποίου τὸ μέγεθος ἐδίδετο ἀπὸ τὴν φανταστικὴν γραμμὴν τῶν καταναλωτικῶν δυνατοτήτων CC' , μειοῦται. Ἡ κίνησις ἀπὸ τὴν φανταστικὴν θέσιν ἰσορ-

ροπίας Q, ἐπὶ τῆς καμπύλης ἀδιαφορίας Π, εἰς τὴν πραγματικὴν θέσιν ἰσοροπίας R, ἐπὶ τῆς καμπύλης ἀδιαφορίας I, δεικνύει τὸ εἰσοδηματικὸν ἀποτέλεσμα. Ἐφ' ὅσον αἱ CC' καὶ LM' εἶναι παράλληλοι, ἡ κίνησις δὲν συνεπάγεται μεταβολὴν τῶν σχετικῶν τιμῶν.

Τὸ πραγματικὸν εἰσόδημα μειοῦται λόγῳ ὑψώσεως τῆς τιμῆς τοῦ X. Ἡ μείωσις τῆς ζητουμένης ποσότητος ἀπὸ Ox_2 εἰς Ox_3 ὀφείλεται ἀποκλειστικῶς εἰς τὴν μείωσιν τοῦ πραγματικοῦ εἰσοδήματος, ἀφοῦ ἡ μεταβολὴ τῆς σχετικῆς τιμῆς ἔχει ἤδη ληφθῆ ὑπ' ὄψιν διὰ τοῦ ἀποτελέσματος ὑποκαταστάσεως.

Παρομοίως, εἰς τὸ Σχῆμα 3.2.2, ἡ μείωσις τῆς τιμῆς τοῦ X ὀδηγεῖ εἰς αὐξήσιν τοῦ πραγματικοῦ εἰσοδήματος. Τὸ ἀποτέλεσμα ὑποκαταστάσεως ἀναφέρεται εἰς τὴν κίνησιν ἀπὸ τοῦ σημείου P εἰς τὸ σημεῖον Q, ἐνῶ τὸ εἰσοδηματικὸν ἀποτέλεσμα εἰς τὴν κίνησιν ἀπὸ τοῦ σημείου Q εἰς τὸ σημεῖον R. Τὸ πραγματικὸν εἰσόδημα αὐξάνει λόγῳ μείωσεως τῆς τιμῆς, καὶ ἡ ζητουμένη ποσότης αὐξάνει ἀπὸ Ox_2 εἰς Ox_3 , ἀποκλειστικῶς λόγῳ τῆς αὐξήσεως τοῦ πραγματικοῦ εἰσοδήματος.

Ἐξ ἀμφοτέρων τῶν σχημάτων δυνάμεθα νὰ ἴδωμεν ὅτι τὸ συνολικὸν ἀποτέλεσμα ἐκ μιᾶς μεταβολῆς τῆς τιμῆς εἶναι τὸ ἄθροισμα τοῦ ἀποτελέσματος ὑποκαταστάσεως καὶ τοῦ εἰσοδηματικοῦ ἀποτελέσματος. Εἰς τὸ Σχῆμα 3.2.1, τὸ συνολικὸν ἀποτέλεσμα ἐκ τῆς αὐξήσεως τῆς τιμῆς τοῦ X εἶναι ἡ μείωσις τῆς ζητουμένης ποσότητος ἀπὸ Ox_1 εἰς Ox_3 . Ἡ κίνησις ἀπὸ Ox_1 εἰς Ox_2 ὀφείλεται εἰς τὸ ἀποτέλεσμα ὑποκαταστάσεως καὶ ἡ κίνησις ἀπὸ Ox_2 εἰς Ox_3 εἰς τὸ εἰσοδηματικὸν ἀποτέλεσμα. Ὁ αὐτὸς συλλογισμὸς ἐφαρμόζεται, mutatis mutandis, διὰ τὸ συνολικὸν ἀποτέλεσμα τὸ ὁποῖον δεικνύεται εἰς τὸ Σχῆμα 3.2.2.

3.2.c.— Κανονικὰ ἀγαθὰ

Ἡ ἀνάλυσις μέχρι τοῦδε εἰς τὸ παρὸν κεφάλαιον περιωρίσθη εἰς τὴν περίπτωσιν τῶν «κανονικῶν» ἀγαθῶν, ἀλλ' ὀρισμὸς τοῦ «κανονικοῦ» ἀγαθοῦ δὲν ἔχει δοθῆ εἰσέτι. Ἦδη διαθέτομεν τὰ ὄργανα ἀναλύσεως τὰ ὁποῖα εἶναι ἀναγκαῖα διὰ τὸν ὀρισμὸν.

Παρατηρήσατε εἰς τὸ Σχῆμα 3.2.1 ὅτι, ὅταν ἡ τιμὴ ἐνός ἀγαθοῦ ὑψοῦται, τὸ πραγματικὸν εἰσόδημα μειοῦται καὶ τὸ εἰσοδηματικὸν ἀποτέλεσμα προκαλεῖ μείωσιν τῆς ζητουμένης ποσότητος. Ἐξ ἄλλου, εἰς τὸ Σχῆμα 3.2.2, ἡ μείωσις τῆς τιμῆς ὀδηγεῖ εἰς αὐξήσιν τοῦ πραγματικοῦ εἰσοδήματος καὶ εἰς αὐξήσιν τῆς ἀγοραζομένης ποσότητος ὀφειλομένην εἰς τὸ εἰσοδηματικὸν ἀποτέλεσμα. Καὶ εἰς τὰς δύο αὐτὰς περιπτώσεις, τὸ εἰσοδηματικὸν ἀποτέλεσμα εἶναι θετικόν: ἡ αὐξήσις τοῦ πραγματικοῦ εἰσοδήματος ὀδηγεῖ εἰς αὐξήσιν τῆς ζητουμένης ποσότητος καὶ ἀντιστρόφως.

ΟΡΙΣΜΟΣ : Κανονικόν αγαθόν είναι τὸ αγαθόν, τοῦ ὁποίου τὸ εισοδηματικὸν ἀποτέλεσμα εἶναι θετικόν.

ΑΡΧΗ : Ἐνα θετικὸν εισοδηματικὸν ἀποτέλεσμα ἐνισχύει τὸ ἀρνητικὸν ἀποτέλεσμα ὑποκαταστάσεως. Οὕτως εἰς τὴν περίπτωσιν ἑνὸς κανονικοῦ αγαθοῦ, ἡ ζητούμενη ποσότης μεταβάλλεται πάντοτε ἀντιστρόφως πρὸς τὴν τιμὴν. Ὁ νόμος τῆς ζητήσεως ἰσχύει δι' ὅλα τὰ κανονικά αγαθά.

Τὸ συμπέρασμα αὐτοῦ τοῦ τμήματος δύναται νὰ παρουσιασθῆ περιληπτικῶς ὡς ἀκολούθως :¹

1. Μαθηματικῶς τὰ ἀποτελέσματα ὑποκαταστάσεως καὶ εισοδήματος δύναται νὰ ἐξηγηθοῦν συνοπτικῶς. Θεωρήσατε ἕνα καταναλωτὴν, ὁ ὁποῖος δύναται νὰ ἐπιλέξῃ τὰς ποσότητας x_1, x_2, \dots, x_n τῶν n αγαθῶν εἰς τὰς σταθερὰς τιμὰς p_1, p_2, \dots, p_n . Ἐστω ὅτι τὸ χρηματικὸν τοῦ εισόδημα εἶναι

$$M = \sum_{j=1}^n p_j x_j, \quad (3.1.1)$$

καὶ ἔστω ὅτι

$$u = u(x_1, x_2, \dots, x_n) \quad (3.1.2)$$

εἶναι εἰς τακτικὸς δείκτης προτιμήσεων διὰ τὸν ἑν λόγω καταναλωτὴν.

Μεγιστοποιοῦντες τὴν (3.1.2) ὥστε νὰ ἰκανοποιῆται ὁ γραμμικὸς περιορισμὸς (3.1.1), λαμβάνομεν τὰς n ἐξισώσεις :

$$u_i = \lambda p_i, (i = 1, 2, \dots, n) \quad (3.1.3)$$

ὅπου $u_i = \partial u / \partial x_i$ καὶ λ εἶναι ὁ πολλαπλασιαστής τοῦ Lagrange. Αἱ ἐξισώσεις (3.1.3) καὶ (3.1.1) ὁμοῦ παρέχουν ἕν σύστημα $n + 1$ ἐξισώσεων πρὸς λύσιν ὡς πρὸς τοὺς $n + 1$ ἀγνώστους x_1, x_2, \dots, x_n , καὶ λ .

Διὰ σταθεράν ἰσορροπίαν εἶναι ἀναγκαῖον καὶ ἐπαρκὲς ὅπως τὰ στοιχεῖα τῆς

$$[U] = \begin{bmatrix} 0 & u_i \\ u_j & u_{ij} \end{bmatrix} \quad (i, j = 1, 2, \dots, n) \quad (3.1.4)$$

ἀντιστοιχοῦν εἰς μίαν τετραγωνικὴν μορφήν, ἡ ὁποία εἶναι ἀρνητικῶς ὄρισμένη ὑπὸ περιορισμόν. Πρὸς τοῦτο δὲ ἀπαιτεῖται ὅπως τὰ πρόσημα τῶν διαδοχικῶν κυρίων ἑλασσῶν ἐναλλάσσονται.

Τὸ ἀποτέλεσμα ἐκ μιᾶς μεταβολῆς τοῦ χρηματικοῦ εισοδήματος ἐπὶ τῶν ζητούμενων ποσοτήτων δύναται νὰ προσδιορισθῆ, ἐάν λάβωμεν τὰς μερικὰς παραγώγους τῶν (3.1.3) καὶ (3.1.1) ἐν σχέσει πρὸς τὸ M (ὄλων τῶν τιμῶν θεωρουμένων σταθερῶν) καὶ λύσωμεν τὸ προκύπτον σύστημα ἐξισώσεων κατὰ τὸν κανόνα τοῦ Cramer. Κατ' αὐτὸν τὸν τρόπον λαμβάνομεν :

$$\frac{\partial x_i}{\partial M} = \frac{\lambda U_i}{U}, \quad (3.1.5)$$

ΣΧΕΣΕΙΣ : Τò συνολικόν άποτέλεσμα έκ μιås μεταβολής τής τιμής δύναται νά αναλυθῆ εἰς τò άποτέλεσμα ύποκαταστάσεως καί εἰς τò άποτέλεσμα εἰσοδήματος. Άποτέλεσμα ύποκαταστάσεως εἶναι ἡ μεταβολή τής ζητουμένης ποσότητας, ἡ όποία όφείλεται άποκλειστικώς εἰς τήν μεταβολήν τοῦ λόγου τῶν τιμῶν. Τò άποτέλεσμα ύποκαταστάσεως εἶναι πάντοτε άρνητικόν. Εἰσοδηματικόν άποτέλεσμα εἶναι ἡ μεταβολή τής ζητουμένης ποσότητας, ἡ όποία όφείλεται άποκλειστικώς εἰς μίαν μεταβολήν τοῦ πραγματικοῦ εἰσοδήματος. Διά κανονικά άγαθά, τò εἰσοδηματικόν άποτέλεσμα εἶναι θετικόν. Ένα θετικόν εἰσοδηματικόν άποτέλεσμα έντισχύει τò άρνητικόν άποτέλεσμα ύποκαταστάσεως. Οὕτω, διά κανονικά άγαθά, ἡ καμπύλη ζητήσεως πάντοτε κλίνει πρὸς τὰ κάτω καί δεξιά.

3.3 ΚΑΤΩΤΕΡΑ ΑΓΑΘΑ

Τὰ «κανονικά» άγαθά ώνομάσθησαν οὕτω, έπειδὴ εἰς ὄλας σχεδόν τὰς περιπτώσεις τò εἰσοδηματικόν άποτέλεσμα εἶναι θετικόν — αὐτὴ εἶναι ἡ «κανονική» κατάστασις. Εἰς ὄρισμένας άσυνήθεις περιπτώσεις, ὅμως,

ὅπου U_i εἶναι ὁ συμπάργων τής u_i εἰς τήν $[U]$ καί U εἶναι ἡ ὀρίζουσα τής $[U]$.

Τò άποτέλεσμα έκ μιås μεταβολής τής τιμής ἐπὶ τῶν ζητουμένων ποσοτήτων εὐρίσκεται ἐάν λάβωμεν τὰς μερικές παραγώγους ἐν σχέσει πρὸς (ἐπὶ παραδείγματι) τὸ p_i καί λύσωμεν ἐπὶ τῆ βάσει τοῦ κανόνος τοῦ Gramer. Οὕτω λαμβάνομεν :

$$\frac{\partial x_i}{\partial p_i} = \frac{\lambda x_i U_i + \lambda U_{ii}}{U}, \quad (3.1.6)$$

ὅπου U_{ii} εἶναι ὁ συμπάργων τής u_{ii} εἰς τήν $[U]$. Ὑποκαθιστώντες τήν (3.5.1) εἰς τήν (3.1.6), λαμβάνομεν ὅ,τι συχνά καλεῖται θεμελιώδης ἐξίσωσις τής θεωρίας τής ἀξίας :

$$\frac{\partial x_i}{\partial p_i} = -x_i \frac{\partial x_i}{\partial M} + \frac{\lambda U_{ii}}{U}. \quad (3.1.7)$$

Συνολικόν άποτέλεσμα = άποτέλεσμα εἰσοδήματος + άποτέλεσμα ύποκαταστάσεως.

Διά κανονικά άγαθά, $\partial x_i / \partial M > 0$. Περαιτέρω, ἐφ' ὅσον αἱ διαδοχικαί κύριαι ἐλάσσονες τής $[U]$ πρέπει νά ἔχουν ἐναλλασσόμενα πρόσημα, $U_{ii}/U < 0$. Ἐπομένως διά τὰ κανονικά άγαθά ἔχομεν ἀναγκαίως :

$$\frac{\partial x_i}{\partial p_i} = -x_i \frac{\partial x_i}{\partial M} + \frac{\lambda U_{ii}}{U} < 0 \quad (3.1.8)$$

Τò συνολικόν άποτέλεσμα, $\frac{\partial x_i}{\partial p_i}$, δύναται νά εἶναι θετικόν μόνον ὅταν $\frac{\partial x_i}{\partial M} < 0$ καί

$$\left| x_i \frac{\partial x_i}{\partial M} \right| > \left| \frac{\lambda U_{ii}}{U} \right|. \quad (3.1.9)$$

Ἐάν ἰσχύη ἡ συνθήκη (3.1.9), τότε ἔχομεν τήν περίπτωσιν τοῦ παραδόξου τοῦ Giffen, ἡ ὅποια ἀναπτύσσεται εἰς τὸ Τμήμα 3.3.

τὸ εἰσοδηματικὸν ἀποτέλεσμα ἴσως προκαλέσῃ μίαν στροφὴν ἀπὸ τὴν μαργαρίνην εἰς τὸ βούτυρον, ἀπὸ τὰ συντηρημένα εἰς τὰ φρέσκα λαχανικά. Οὕτω μία αὐξήσις τοῦ πραγματικοῦ εἰσοδήματος εἶναι δυνατόν νὰ ὀδηγήσῃ εἰς μείωσιν τῆς καταναλώσεως ὀρισμένων ἀγαθῶν. Τὰ ἀγαθὰ αὐτὰ καλοῦνται κατώτερα.

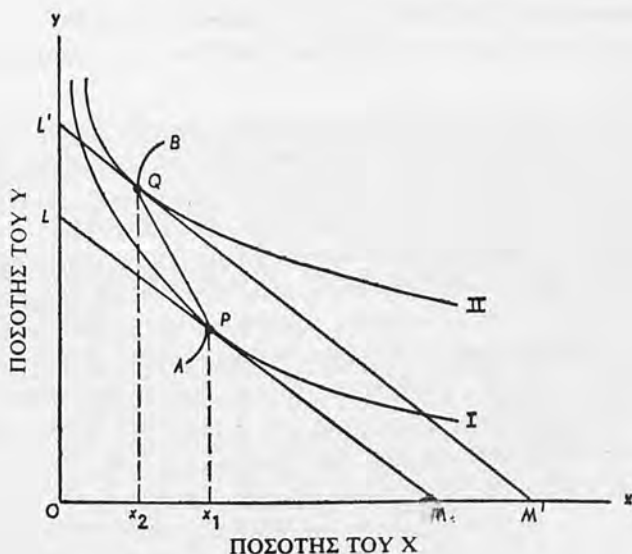
ΟΡΙΣΜΟΣ : Κατώτερον ἀγαθὸν εἶναι τὸ ἀγαθὸν τοῦ ὁποίου τὸ εἰσοδηματικὸν ἀποτέλεσμα εἶναι ἀρνητικόν.

3.3.a. — Κατώτερα ἀγαθὰ καὶ παράδοξον τοῦ Giffen

Ἡ αὐξήσις τοῦ πραγματικοῦ εἰσοδήματος εἶναι δυνατόν νὰ ὀφείλεται εἴτε εἰς αὐξήσιν τοῦ χρηματικοῦ εἰσοδήματος, ἐνῶ αἱ τιμαὶ τῶν ἀγαθῶν

ΣΧΗΜΑ 3.3.1

ΑΠΕΙΚΟΝΙΣΙΣ ΕΝΟΣ ΚΑΤΩΤΕΡΟΥ ΑΓΑΘΟΥ



παραμένουν ἀμετάβλητοι, εἴτε εἰς μείωσιν τῶν τιμῶν, τοῦ χρηματικοῦ εἰσοδήματος παραμένοντος ἀμεταβλήτου. Τὸ σχῆμα 3.3.1 δεικνύει μίαν αὐξήσιν τοῦ εἰσοδήματος ἀπὸ τὸ ἐπίπεδον ὅπερ δίδεται ὑπὸ τῆς γραμμῆς τῶν καταναλωτικῶν δυνατοτήτων LM, εἰς τὸ ἐπίπεδον τὸ ὁποῖον δίδεται ὑπὸ τῆς γραμμῆς L'M'. Αἱ δύο γραμμαὶ καταναλωτικῶν δυνατοτήτων εἶναι παράλληλοι. ὅπερ σημαίνει ὅτι ἡ σχετικὴ τιμὴ παρέμεινεν ἀμετάβλητος. Τὸ πραγματι-

κόν εισόδημα αυξάνει από LM εις L'M' είτε λόγω αύξήσεως του χρηματικού εισοδήματος, είτε λόγω ίσης ποσοστιαίας μειώσεως άμφοτέρων τών τιμών.

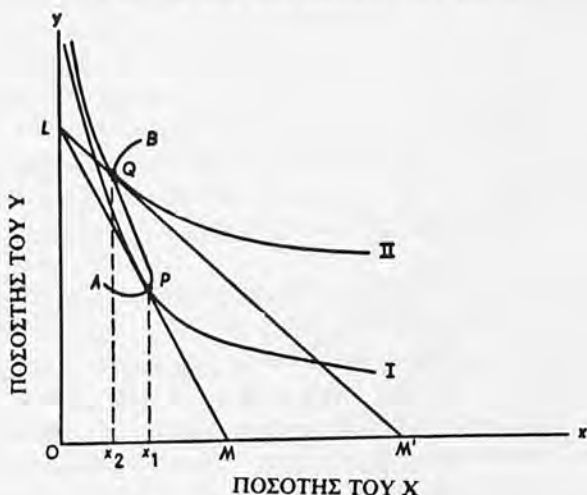
Ός εκ τής μεταβολής, ή θέσις Ισορροπίας του καταναλωτού μετακινείται από τό σημείον Ρ επί τής καμπύλης άδιαφορίας I εις τό σημείον Q επί τής καμπύλης άδιαφορίας II. Λόγω τής αύξήσεως του πραγματικού εισοδήματος, με σταθεράς σχετικάς τιμάς, ή ζητούμενη ποσότης του αγαθού X μειούται από Ox_1 εις Ox_2 . Η καμπύλη τιμής καταναλώσεως, δι' αυτό τό εύρος τιμών του πραγματικού εισοδήματος, ύψούται, προς τά άνω και άριστερά, εκ του σημείου Ρ εις τό σημείον Q' και όλόκληρος ή καμπύλη εισοδήματος - καταναλώσεως ίσως όμοιάζει προς τήν καμπύλην APQB.

Τό Σχήμα 3.3.1 άπεικονίζει ένα χάρτην άδιαφορίας, εις τόν όποιον τό αγαθόν X είναι κατώτερον. Τό εισοδηματικόν άποτέλεσμα είναι άρνητικόν, τ. έ. μία αύξησις του πραγματικού εισοδήματος, με σταθερόν λόγον τιμών, όδηγει εις μειώσιν τής ζητουμένης ποσότητος. Όμοίως, εάν ή LM' θεωρηθ ή ως τό άρχικόν επίπεδον εισοδήματος, ή LM αντιπροσωπεύει χαμηλότερον πραγματικόν εισόδημα. Εις τήν περίπτωσιν αυτήν, ή μείωσις του πραγματικού εισοδήματος θά όδηγήση εις αύξησιν τής ζητουμένης ποσότητος του X.

Γενικώς, τό άποτέλεσμα ύποκαταστάσεως εκ μιās μεταβολής τής τιμής είναι άρκούντως μεγάλο ώστε ν' άντισταθμίση ένα άρνητικόν άποτέλεσμα εισοδήματος. Άλλ' εις μίαν περίπτωσιν, καλουμένην παράδοξον του Giffen, τό εισοδηματικόν άποτέλεσμα είναι τόσον Ισχυρόν, ώστε νά υπεραντισταθμίση τό άποτέλεσμα ύποκαταστάσεως. Ούτω, μία μείωσις τής τιμής όδηγει εις μειώσιν τής ζητουμένης ποσότητος και μία αύξησις τής τιμής προκαλεί αύξησιν τής ζητουμένης ποσότητος. Τό Σχήμα 3.3.2 είναι μία άπεικόνισις του παραδόξου του Giffen. Η άρχική τιμή του X δίδεται υπό τής κλίσεως τής LM. "Ας ύποθέσωμεν ότι τό χρηματικόν εισόδημα και ή τιμή του Y παραμένουν σταθερά, και ότι ή τιμή του X πίπτει εις τό επίπεδον, τό όποιον δεικνύεται υπό τής κλίσεως τής LM'. Η θέσις Ισορροπίας του καταναλωτού μετακινείται εκ του σημείου Ρ επί τής καμπύλης άδιαφορίας I εις τό σημείον Q επί τής καμπύλης άδιαφορίας II. Εις τό εύρος αυτό, ή καμπύλη τιμής - καταναλώσεως είναι PQ, ένω δι' όλόκληρον τό εύρος θά όμοιάζε Ισως προς τήν καμπύλην APQB. Εις τήν περίπτωσιν του παραδόξου του Giffen, ή καμπύλη τιμής - καταναλώσεως κλίνει προς τά άνω και άριστερά δι' ένα ώρισμένον εύρος.

ΟΡΙΣΜΟΣ : Τό παράδοξον του Giffen άναφέρεται εις ένα αγαθόν, του όποιου ή ζητούμενη ποσότης μεταβάλλεται προς τήν αυτήν κατεύθυνσιν με τάς τιμάς. Διά νά άνήκη ένα αγαθόν εις τήν κατηγορίαν αυτήν πρέπει νά

ΣΧΗΜΑ 3.3.2
ΑΠΕΙΚΟΝΙΣΙΣ ΤΟΥ ΠΑΡΑΔΟΞΟΥ ΤΟΥ GIFFEN



είναι κατώτερον· αλλά τὸ παράδοξον τοῦ Giffen δὲν παρουσιάζεται εἰς ὅλα τὰ κατώτερα ἀγαθὰ. Ἡ κατηγορία τῶν ἀγαθῶν, διὰ τὰ ὁποῖα ἰσχύει τὸ παράδοξον τοῦ Giffen, ἀποτελεῖ τὴν μόνην ἐξαίρεσιν εἰς τὸν νόμον τῆς ζητήσεως.

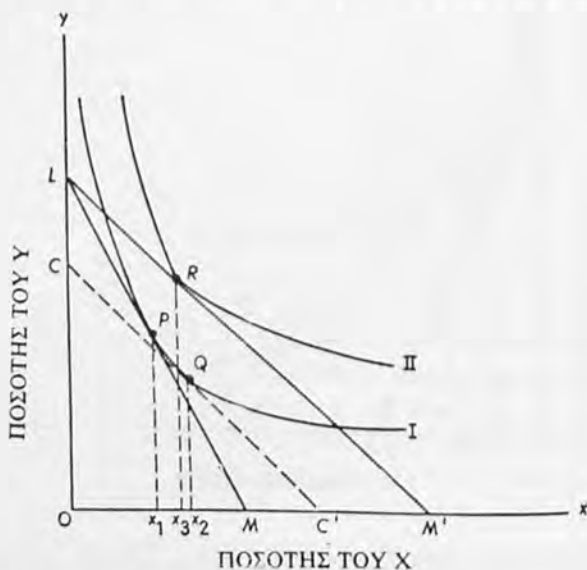
3.3.b. — Ἀποτελέσματα εἰσοδήματος καὶ ὑποκαταστάσεως δι' ἓνα κατώτερον ἀγαθόν

Αἱ σχέσεις, αἱ ὁποῖαι ἔχουν περιγραφῆ εἰς τὸ τμήμα 3.3.a, δεικνύονται καλλίτερον, ἐὰν διαχωρίσωμεν τὸ συνολικὸν ἀποτέλεσμα εἰς τὰ συστατικὰ του μέρη. Τὸ Σχῆμα 3.3.3 ἀποτελεῖ μίαν ἀπεικόνισιν τῶν ἀποτελεσμάτων εἰσοδήματος καὶ ὑποκαταστάσεως δι' ἓνα κατώτερον ἀγαθόν, τὸ ὁποῖον δὲν ὑπόκειται εἰς τὸ παράδοξον τοῦ Giffen.

Εἰς τὸ Σχῆμα 3.3.3, ἡ LM εἶναι ἡ ἀρχικὴ γραμμὴ καταναλωτικῶν δυνατοτήτων. Ἡ τιμὴ τοῦ X πίπτει οὕτως ὥστε ἡ γραμμὴ τῶν καταναλωτικῶν δυνατοτήτων γίνεται LM'. Ἡ θέσις ἰσορροπίας μεταβάλλεται ἀπὸ τὸ σημεῖον P ἐπὶ τῆς καμπύλης ἀδιαφορίας I εἰς τὸ σημεῖον R ἐπὶ τῆς καμπύλης ἀδιαφορίας II. Ὡς ἐκ τῆς μεταβολῆς, ἡ ζητούμενη ποσότης τοῦ X ἀυξάνεται ἀπὸ Ox_1 εἰς Ox_3 . Ἡ περίπτωσις αὕτη, ἂν καὶ ἀναφέρεται εἰς κατώτερον ἀγαθόν, δὲν παραβιάζει τὸν νόμον τῆς ζητήσεως — τὸ ἀποτέλεσμα ὑποκαταστάσεως ὑπεραντισταθμίζει τὸ ἀρνητικὸν εἰσοδηματικὸν ἀποτέλεσμα.

ΣΧΗΜΑ 3.3.3

ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΕΙΣΟΔΗΜΑΤΟΣ ΚΑΙ ΥΠΟΚΑΤΑΣΤΑΣΕΩΣ ΔΙ' ΕΝ ΚΑΤΩΤΕΡΟΝ ΑΓΑΘΟΝ ΜΗ ΥΠΟΚΕΙΜΕΝΟΝ ΕΙΣ ΤΟ ΠΑΡΑΔΟΞΟΝ ΤΟΥ GIFFEN



Διὰ νὰ δεῖξωμεν διαγραμματικῶς τὰ ἀνωτέρω, κατασκευάζομεν τὴν φανταστικὴν γραμμὴν τῶν καταναλωτικῶν δυνατοτήτων CC' , ἡ ὁποία δεικνύει τὸ παλαιὸν ἐπίπεδον πραγματικοῦ εἰσοδήματος καὶ τὸν νέον λόγον τιμῶν. Ἡ μετακίνησις ἐκ τοῦ σημείου P εἰς τὸ σημεῖον Q — ἢ ἡ αὐξήσις τῆς ζητουμένης ποσότητος ἀπὸ Ox_1 εἰς Ox_2 — εἶναι τὸ ἀποτέλεσμα ὑποκατάστασεως. Εἶναι ἐντόνωσ ἀρνητικόν, διότι ἡ πτώσις τῆς τιμῆς προεκάλεσε σημαντικὴν αὐξήσιν τῆς ζητουμένης ποσότητος, τοῦ πραγματικοῦ εἰσοδήματος παραμένοντος σταθεροῦ. Τὸ εἰσοδηματικὸν ἀποτέλεσμα ἐπίσης εἶναι ἀρνητικόν, ὡς δεικνύεται ὑπὸ τῆς μετακινήσεως ἐκ τοῦ Q εἰς τὸ R , ἢ ὑπὸ τῆς μειώσεως τῆς ζητουμένης ποσότητος ἀπὸ Ox_2 εἰς Ox_3 .

Ἐνταῦθα ἔχομεν μίαν περίπτωσιν, ὅπου τὸ (πάντοτε ἀρνητικόν) ἀποτέλεσμα ὑποκατάστασεως ἀντισταθμίζεται ἐν μέρει ὑπὸ τοῦ ἀρνητικοῦ εἰσοδηματικοῦ ἀποτελέσματος. Ἀλλὰ τὸ ἀρνητικὸν εἰσοδηματικὸν ἀποτέλεσμα δὲν εἶναι τόσοσιν ἰσχυρόν, ὥστε νὰ μεταβάλλεται ἡ ποσότης πρὸς τὴν αὐτὴν κατεύθυνσιν μὲ τὴν τιμὴν. Ὁ νόμος τῆς ζητήσεως ἰσχύει, ἀλλὰ ἡ ζήτησις εἶναι πολὺ ἀνελαστικὴ εἰς τὸ εὖρος αὐτὸ (ὡς δεικνύεται ὑπὸ τῆς κατακορύφου πρὸς τὰ ἄνω κλίσεως τῆς καμπύλης τιμῆς - καταναλώσεως διὰ τὸ εὖρος μεταξὺ τῶν σημείων P καὶ R).

Ὁ νόμος τῆς ζητήσεως παραβιάζεται μόνον εἰς τὴν περίπτωσιν τοῦ

παραδόξου του Giffen, ως απεικονίζεται εις τὸ Σχήμα 3.3.4. Ἡ ἀρχικὴ θέσις τῆς ἰσορροπίας εἶναι τὸ σημεῖον P, ὅπου ἡ γραμμὴ τῶν καταναλωτικῶν δυνατοτήτων LM εἶναι ἐφαπτομένη τῆς καμπύλης ἀδιαφορίας I. Ἡ τιμὴ τοῦ X πίπτει εἰς τὸ ἐπίπεδον τὸ ὁποῖον δίδεται ὑπὸ τῆς κλίσεως τῆς LM' καὶ ἡ νέα ἰσορροπία τελικῶς ἐπιτυγχάνεται εἰς τὸ σημεῖον R ἐπὶ τῆς καμπύλης ἀδιαφορίας II. Ἐν πρώτοις, κατασκευάσατε τὴν φανταστικὴν γραμμὴν καταναλωτικῶν δυνατοτήτων CC', ἡ ὁποία δεικνύει τὸ παλαιὸν ἐπίπεδον πραγματικοῦ εἰσοδήματος καὶ τὸν νέον λόγον τιμῶν. Τὸ ἀποτέλεσμα ὑποκατάστασεως ἀντιπροσωπεύεται ὑπὸ τῆς μετακινήσεως ἐκ τοῦ P εἰς τὸ Q κατὰ μῆκος τῆς καμπύλης ἀδιαφορίας I, ἢ διὰ τῆς αὐξήσεως τῆς ζητουμένης ποσότητος ἀπὸ Ox_1 εἰς Ox_2 .

Τὸ εἰσοδηματικὸν ἀποτέλεσμα ἀντιπροσωπεύεται ὑπὸ τῆς μετακινήσεως ἐκ τοῦ σημείου Q ἐπὶ τῆς καμπύλης ἀδιαφορίας I εἰς τὸ σημεῖον R ἐπὶ τῆς καμπύλης ἀδιαφορίας II, ἢ διὰ τῆς μειώσεως τῆς ζητουμένης ποσότητος ἀπὸ Ox_2 εἰς Ox_3 . Ἐὰν ἀθροίσωμεν ὁμοῦ τὰ ἀρνητικὰ ἀποτελέσματα ὑποκατάστασεως καὶ εἰσοδήματος, τὸ συνολικὸν ἀποτέλεσμα ἐκ τῆς μειώσεως τῆς τιμῆς εἶναι ἡ μείωσις τῆς ζητουμένης ποσότητος ἀπὸ Ox_2 εἰς Ox_3 . Δι' ἓνα ἀγαθὸν ὡς αὐτό, ὁ νόμος τῆς ζητήσεως δὲν ἰσχύει.²

3.3.c.— Ἡ φύσις τῶν κατωτέρων ἀγαθῶν

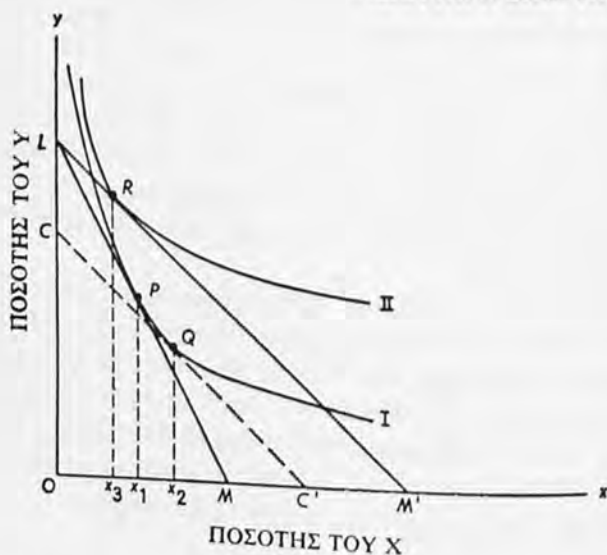
Ἐὰν ἓνα ἀγαθὸν εἶναι κατώτερον ἢ ὄχι, τοῦτο εἶναι ἄσχετον πρὸς τὸ συνολικὸν ἀποτέλεσμα ἐκ μιᾶς μεταβολῆς τῆς τιμῆς. Τὰ κατώτερα ἀγαθὰ εἶναι ἀποκλειστικῶς εἰσοδηματικὸν φαινόμενον. Τὸ παράδοξον τοῦ Giffen, ἐξ ἄλλου, ἀναφέρεται μόνον εἰς ὄρισμένα κατώτερα ἀγαθὰ, διὰ τὰ ὁποῖα δὲν ἰσχύει ὁ νόμος τῆς ζητήσεως.

Ἐπὶ παραδείγματι, ἡ ἐλαιομαργαρίνη εἶναι ἴσως κατώτερον ἀγαθόν, ἀλλὰ ἀσφαλῶς δὲν ὑπόκειται εἰς τὸ παράδοξον τοῦ Giffen. Ὡς ἔχομεν ἴδει

2. Εἰς αὐτὸ τὸ βιβλίον, καὶ σχεδὸν εἰς πᾶσαν ἄλλην περίπτωσιν, ἡ ζήτησις καὶ ὁ νόμος τῆς ζητήσεως ὀρίζονται εἰς ὄρους σταθεροῦ ὀνομαστικοῦ χρηματικοῦ εἰσοδήματος. Ὄντω τὸ πραγματικὸν εἰσόδημα μεταβάλλεται, καθὼς κινούμεθα κατὰ μῆκος μιᾶς καμπύλης ζητήσεως; τὸ παράδοξον τοῦ Giffen εἶναι δυνατόν νὰ παρατηρηθῇ, καὶ ὁ νόμος τῆς ζητήσεως δὲν ἰσχύει πάντοτε. Δι' ὄρισμένας χρήσεις ὁμοῦ, εἶναι σκόπιμον νὰ κατασκευάσωμεν μίαν καμπύλην ζητήσεως βασιζομένην εἰς τὸ σταθερὸν πραγματικὸν εἰσόδημα (καί, ἐπομένως, εἰς μεταβαλλόμενον ὀνομαστικὸν χρηματικὸν εἰσόδημα). Τοιαῦται καμπύλαι ζητήσεως καλοῦνται καμπύλαι ζητήσεως με' ἀντιστάθμισιν ὡς πρὸς τὸ εἰσόδημα. Τὸ «εἰσοδηματικὸν ἀποτέλεσμα», πράγματι, ἀφαιρεῖται καὶ ἀπομένει μόνον τὸ ἀποτέλεσμα ὑποκατάστασεως. Τοιαῦται καμπύλαι ζητήσεως κλίνουν πάντοτε πρὸς τὰ κάτω καὶ δεξιὰ, ἀσχετῶς τῆς κατηγορίας τοῦ ἀγαθοῦ. Διὰ μίαν πλήρη ἀνάλυσιν τῶν καμπυλῶν ζητήσεως με' ἀντιστάθμισιν ὡς πρὸς τὸ εἰσόδημα, ἴδε Milton Friedman, «The Marshallian Demand Curve», Journal of Political Economy, Τόμος LVII (1949) σελ. 463 - 95.

ΣΧΗΜΑ 3.3.4

ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΕΙΣΟΔΗΜΑΤΟΣ ΚΑΙ ΥΠΟΚΑΤΑΣΤΑΣΕΩΣ
ΔΙ' ΕΝ ΑΓΑΘΟΝ GIFFEN ΟΤΑΝ ΜΕΙΟΥΤΑΙ Η ΤΙΜΗ ΤΟΥ



προηγουμένως μία μείωσις τῆς τιμῆς τῆς ἐλαιομαργαρίνης ὀδηγεῖ εἰς ὑποκατάστασιν ἐλαιομαργαρίνης εἰς βούτυρον. Ὅμως ἡ αὐξησις τοῦ πραγματικοῦ εἰσοδήματος τῆς οἰκογενείας ἴσως προκαλέσῃ στροφὴν τῆς καταναλωτικῆς μονάδος ἀπὸ τὴν ἐλαιομαργαρίνην εἰς τὸ βούτυρον. Ἀλλὰ εἰς αὐτὴν τὴν περίπτωσιν, τὸ εἰσοδηματικὸν ἀποτέλεσμα δὲν εἶναι ἀρκετὰ ἰσχυρὸν, ὥστε ν' ἀντισταθμίση τὸ ἀποτέλεσμα ὑποκαταστάσεως.

Κατὰ πᾶσαν πιθανότητα δι' ἐλάχιστα οἰκοκυριά εἰς τὰς Ἠνωμένας Πολιτείας ἢ τὰς λοιπὰς ἀνεπτυγμένας χώρας ἰσχύει τὸ παράδοξον τοῦ Giffen. Τὸ ἀρνητικὸν εἰσοδηματικὸν ἀποτέλεσμα δὲν εἶναι ἀρκετὸν διὰ τὴν περίπτωσιν αὐτὴν — τὸ ἀγαθὸν πρέπει ἐπίσης νὰ κατέχη πολὺ σημαντικὴν ἔξοχον εἰς τὸν συνολικὸν οἰκογενειακὸν προϋπολογισμόν. Κλασσικὸν παράδειγμα εἶναι τὰ γεωμήλα κατὰ τὸν 19ον αἰῶνα εἰς τὴν Ἴρλανδίαν. Ὁ συνήθης Ἴρλανδὸς χωρικός ἦτο, ὡς ἐλέγετο, τόσον πτωχός, ὥστε ἐδαπάνα δόκκληρον σχεδὸν τὸ χρηματικὸν τοῦ εἰσοδήματός διὰ τὰ εὐθηνότερα μέσα συντηρήσεως, τὰ γεωμήλα.

Ἐποθέσατε τώρα, ὅτι ἡ τιμὴ τῶν γεωμήλων πίπτει. Διὰ μικροτέρας δαπάνης ἐπὶ τῶν γεωμήλων δύναται νὰ ἀγορασθῇ ὁ αὐτὸς ἀριθμὸς θερμίδων, οὕτως ὥστε τμῆμα τοῦ εἰσοδήματος καθίσταται διαθέσιμον διὰ λαχανικὰ καὶ ἴσως κρέας. Ἀλλ' αὐτὰ τὰ ἀγαθὰ ἐπίσης περιέχουν θερμίδας, οὕτως ὥστε ἡ κατανάλωσις γεωμήλων δύναται εἰς τὴν πραγματικότητα νὰ μειωθῇ.

Ούτω παρατηρείται τὸ παράδοξον τοῦ Giffen — ἡ μείωσις τῆς τιμῆς ὀδηγεῖ εἰς μείωσιν τῆς ζητουμένης ποσότητος.

Τὸ παράδοξον τοῦ Giffen εἶναι μία bona fide ἐξαιρέσις τοῦ νόμου τῆς ζητήσεως. Ὅμως, εἰς τὴν μορφήν τῆς κοινωνίας μετὰ τὴν ὁποίαν ἀσχολούμεθα τὸ παράδοξον τοῦ Giffen εἶναι σπάνιον φαινόμενον. Συμβαίνει εἰς ἐλαχίστας καταναλωτικὰς μονάδας καί, εἰς αὐτὰς τὰς καταναλωτικὰς μονάδας, δι' ἐλάχιστα ἀγαθὰ. Οὕτως ὅταν ὄλαι αἱ ἀτομικαὶ καμπύλαι ζητήσεως ἀθροίζονται διὰ νὰ ληφθοῦν αἱ ἀγοραῖαι καμπύλαι ζητήσεως, εἶναι ἀσφαλῆς ἡ ὑπόθεσις ὅτι ἡ ἀγοραία ζητουμένη ποσότης μεταβάλλεται ἀντιστρόφως πρὸς τὴν τιμὴν δι' ὅλα τὰ ἀγαθὰ.

3.4. ΣΥΜΠΛΗΡΩΜΑΤΙΚΟΤΗΣ ΚΑΙ ΥΠΟΚΑΤΑΣΤΑΣΙΣ

Ὅταν κατασκευάζωμεν τὴν καμπύλην ζητήσεως ἑνὸς ἀτόμου, αἱ προτιμήσεις του, τὸ χρηματικόν του εἰσόδημα καὶ αἱ ὀνομαστικαὶ τιμαὶ τῶν σχετιζομένων ἀγαθῶν θεωροῦνται σταθερά. Ὡς ἐκ τούτου ἡ καμπύλη ζητήσεως δεικνύει τὴν σχέσιν μεταξὺ τῆς ὀνομαστικῆς τιμῆς τοῦ ἀγαθοῦ καὶ τῆς ζητουμένης ποσότητος αὐτοῦ, ὄλων τῶν ἄλλων ἐπιδράσεων ἐπὶ τῆς ζητήσεως θεωρουμένων σταθερῶν (ἤτοι περιλαμβανομένων εἰς τὴν ὑπόθεσιν, *ceteris paribus*).

Ἡ συνάρτησις ζητήσεως μερικῆς ἰσορροπίας εἶναι πολὺ χρήσιμος εἰς ὠρισμένας περιπτώσεις καὶ ὀλιγώτερον χρήσιμος εἰς ἑτέρας. Ἐνίοτε ἀπαιτεῖται μία ἀντιμετώπισις τοῦ προβλήματος ἐξ ἐπόψεως γενικῆς ἰσορροπίας. Ὅσον ἀφορᾷ τὴν καμπύλην ζητήσεως ἐν προκειμένῳ, τοῦτο σημαίνει ὅτι θὰ πρέπει νὰ ἄρῳμεν μίαν ἢ περισσοτέρας ἀπὸ τὰς ὑποθέσεις *ceteris paribus*.

Πλέον συγκεκριμένως, ἂν θεωρήσωμεν ὅτι αἱ ὀνομαστικαὶ τιμαὶ τῶν σχετιζομένων ἀγαθῶν μεταβάλλονται, θὰ ὑπάρξουν ὠρισμένοι ἐπιδράσεις ἐπὶ τῆς ζητουμένης ποσότητος τοῦ ὑπ' ὄψιν ἀγαθοῦ. Διὰ τῆς ἐξετάσεως αὐτῶν τῶν ἐπιδράσεων καθίσταται δυνατὴ ἡ ταξινόμησις διαφόρων ζευγῶν ἀγαθῶν εἰς ὑποκατάστατα ἢ συμπληρωματικά. Ἱστορικῶς, ἡ πρώτη μέθοδος ταξινομήσεως ἐβασίσθη ἐπὶ τοῦ *συνολικοῦ ἀποτελέσματος*, τὸ ὁποῖον μία μεταβολὴ τῆς τιμῆς τοῦ ἀγαθοῦ *Y* ἔχει ἐπὶ τῆς ζητουμένης ποσότητος τοῦ ἀγαθοῦ *X*. Μετὰ τὴν δημοσίευσιν τοῦ ἔργου *Value and Capital* τοῦ Hicks, κατέστη ἀντιληπτὸν ὅτι δύναται νὰ γίνῃ μία πλέον ἀκριβῆς ταξινόμησις μετὰ τὴν ἀνάλυσιν μόνον τοῦ *ἀποτελέσματος ὑποκατάστασεως*. Ἐν τούτοις, παρὰ τὸ ὅτι ἡ δευτέρα μέθοδος εἶναι περισσότερο ἀκριβῆς, αὕτη εἶναι πολὺ περισσότερο δύσχρηστος ἐπὶ ἐμπειρικοῦ πεδίου. Οὕτω, εἰς πρακτικὰ προβλήματα, χρησιμοποιεῖται συνήθως ἡ παλαιότερα καὶ ὀλιγώτερον ἀκριβῆς μέθοδος. Διὰ τὸν λόγον αὐτόν, θὰ ἐξετασθοῦν καὶ αἱ δύο μέθοδοι εἰς τὸ τμήμα αὐτό.

3.4.a.— Ταξινόμησης με βάση τὰς σταυροειδείς ελαστικότητας

Ἐάν θεωρηθῆ ὅτι ὅλαι αἱ τιμαὶ μεταβάλλονται, ἡ ζητούμενη ποσότης τοῦ X ἐξαρτᾶται ὄχι μόνον ἀπὸ τὴν ἰδίαν αὐτοῦ τιμὴν ἀλλὰ ἐπίσης καὶ ἀπὸ τὰς τιμὰς τῶν σχετιζομένων ἀγαθῶν. Ἐντὶ τῆς καμπύλης ζητήσεως θὰ ὑφίσταται μία ἐπιφάνεια ζητήσεως ὡς ἡ εἰκονιζομένη εἰς τὰ Σχήματα 3.4.1. καὶ 3.4.2.

Διὰ τὴν εὐχέρειαν τῆς διαγραμματικῆς παρουσιάσεως, ὑποθέσατε ὅτι τὸ ἀγαθὸν X συνδέεται μὲ ἓνα μόνον ἄλλο ἀγαθόν, τὸ Y. Μαθηματικῶς ἡ συνάρτησις ζητήσεως δὲν θὰ δύναται πλέον νὰ γράφεται $q = h(p)$, ἀλλὰ θὰ πρέπει νὰ γράφεται $q_x = f(p_x, p_y)$, ὅπου τὰ q καὶ p συμβολίζουν ποσότητα καὶ τιμὴν καὶ οἱ δεῖκται τὸ ὑπ' ὄψιν ἀγαθόν.

Ἡ ελαστικότης τῆς ζητήσεως ὡς πρὸς τὴν τιμὴν θὰ εἶναι :

$$\eta_{xx} = - \left(\frac{\Delta q_x}{q_x} : \frac{\Delta p_x}{p_x} \right),$$

ὅπου τὸ Δ συμβολίζει τὴν μεταβολὴν. Μὲ ἄλλας λέξεις, ἡ ελαστικότης τῆς ζητήσεως τοῦ ἀγαθοῦ X ὡς πρὸς τὴν τιμὴν του εἶναι ἡ ποσοστιαία μεταβολὴ τῆς ζητούμενης ποσότητος τοῦ ἀγαθοῦ X ἢ προκύπτουσα ἀπὸ μία δεδομένη ποσοστιαίαν μεταβολὴν τῆς τιμῆς τοῦ X. Ὁ τύπος τῆς ελαστικότητος δύναται νὰ ἐφαρμόζεται ἀνεξαρτήτως τοῦ ἂν ἡ συνάρτησις ζητήσεως ἔχη τὴν μορφήν τῆς πρώτης ἢ τῆς δευτέρας ἐξισώσεως. Ὅταν ὁμως εἰσέρχεται εἰς τὴν συνάρτησιν τῆς ζητήσεως καὶ ἡ τιμὴ ἐνὸς σχετιζομένου ἀγαθοῦ, καθίσταται δυνατὸν νὰ ὀρίσωμεν καὶ τὴν σταυροειδῆ ελαστικότητα τῆς ζητήσεως ὡς πρὸς τὴν τιμὴν :

$$\eta_{xy} = \frac{\Delta q_x}{q_x} : \frac{\Delta p_y}{p_y}.$$

Ἡ σταυροειδὴς ελαστικότης τῆς ζητήσεως ὡς πρὸς τὴν τιμὴν εἶναι ἡ ποσοστιαία μεταβολὴ τῆς ζητούμενης ποσότητος τοῦ X, ἢ ὁποία προκύπτει ἀπὸ μίαν δεδομένην ποσοστιαίαν μεταβολὴν τῆς τιμῆς τοῦ σχετιζομένου ἀγαθοῦ Y.

Κατὰ τὴν ταξινόμησιν τὴν βασιζομένην ἐπὶ τῆς σταυροειδοῦς ελαστικότητος, τὰ ἀγαθὰ X καὶ Y εἶναι ὑποκατάστατα ἢ συμπληρωματικὰ ἀναλόγως πρὸς τὸ ἂν ἡ σταυροειδὴς ελαστικότης εἶναι θετικὴ ἢ ἀρνητικὴ. Θεωρήσατε τὰ ἀκόλουθα συνήθη παραδείγματα. Μία αὐξήσις τῆς τιμῆς τοῦ χοίρειου κρέατος, μὲ ἀμετάβλητον τὴν τιμὴν τοῦ βοείου κρέατος, θὰ τείνῃ νὰ αὐξήσῃ τὴν ζητούμενην ποσότητα βοείου κρέατος· ἡ η_{xy} εἶναι θετικὴ καὶ ἐπομένως τὸ βόειον καὶ τὸ χοίρειον κρέας καλοῦνται ὑποκατάστατα. Ἐξ

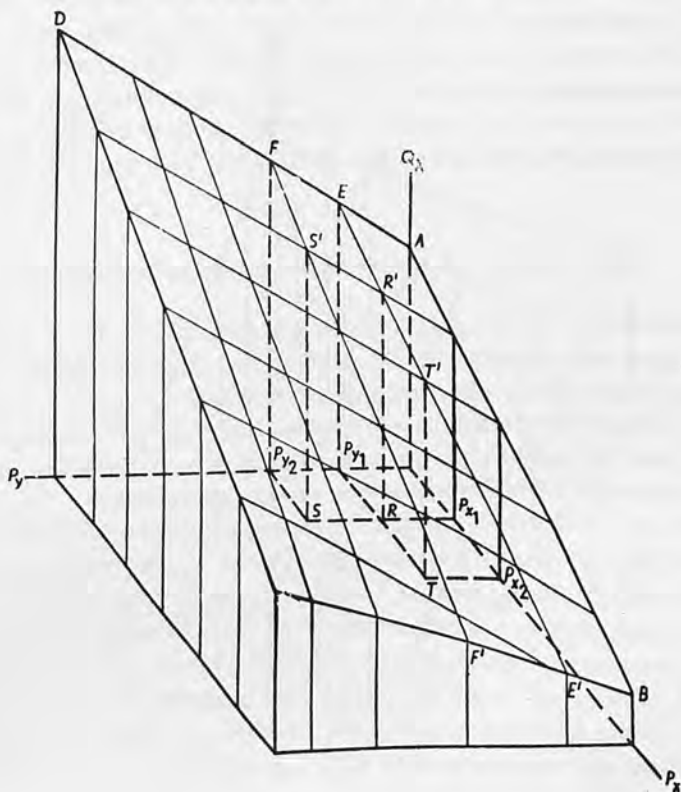
άλλου μία αύξησης της τιμής του τζιν θα τείνη να μειώσει την ζητούμενη ποσότητα βερμούτ (με σταθερά την τιμήν του βερμούτ). Έν προκειμένω ή η_{xy} είναι αρνητική και επομένως το τζιν και το βερμούτ καλούνται συμπληρωματικά αγαθά.

Είς τα Σχήματα 3.4.1. και 3.4.2 απεικονίζονται γραμμικαί επιφάνειαι ζητήσεως διά την περίπτωσιν υπάρξεως δύο αγαθών. Κάθε σχήμα φέρει την ζητούμενη ποσότητα του X επί του καθέτου άξονος, ενώ αί τιμαί του X και του Y απεικονίζονται επί των όριζοντιών άξόνων. Είς άμφότερα τά σχήματα τὸ επίπεδον ABCD είναι ή επιφάνεια της ζητήσεως.

Τὸ Σχῆμα 3.4.1 απεικονίζει μίαν γραμμικὴν επιφάνειαν ζητήσεως διά την περίπτωσιν ὅπου τὰ αγαθά X και Y είναι ὑποκατάστατα διά τὸ συγκεκριμένον εὔρος τιμών. Έν πρώτοις, παρατηροῦμεν ὅτι ὁ νόμος της ζητήσεως

ΣΧΗΜΑ 3.4.1

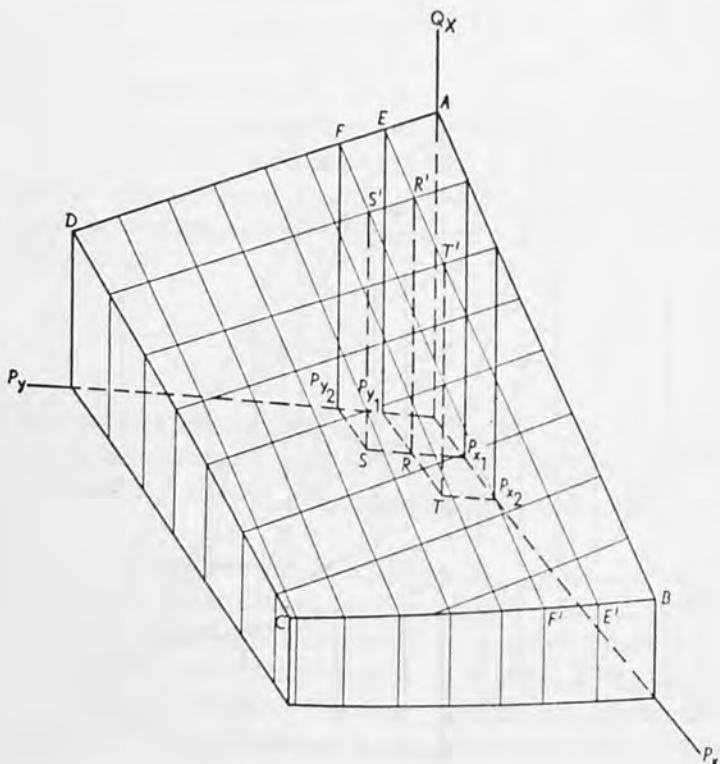
Η ΕΠΙΦΑΝΕΙΑ ΖΗΤΗΣΕΩΣ ΤΟΥ ΑΓΑΘΟΥ X
ΟΤΑΝ ΤΑ X ΚΑΙ Y ΕΙΝΑΙ ΥΠΟΚΑΤΑΣΤΑΤΑ



ισχύει : όταν ή τιμή του X αυξάνεται ή ζητούμενη ποσότης αυτού μειούται. Ούτως, αν ή τιμή του Y είναι σταθερά εις τό Op_{y1} , μία αύξησις τής τιμής του X από Op_{x1} εις Op_{x2} συνεπάγεται πτώσιν τής ζητούμενης ποσότητος αυτού από RR' εις TT' . Θεωρήσατε τώρα τήν τιμήν του X σταθεράν εις τό Op_{x1} . Όταν ή τιμή του Y ανέλθη από Op_{y1} εις Op_{y2} , ή ζητούμενη ποσότης του X αυξάνεται από RR' εις SS' — μία ύψωσις τής τιμής του αγαθοῦ Y ἐπιφέρει αύξησιν τής ζητούμενης ποσότητος του αγαθοῦ X , ἄλλως μία αύξησις τής τιμής του Y με τ α τ ο π ί ζ ε ι τήν καμπύλην ζητήσεως, εις τό ἐπίπεδον $Q_x - P_x$, από τήν θέσιν EE' εις τήν θέσιν FF' . Ἄρα ὁ συντελεστής η_{xy} είναι θετικός και τὰ ἀγαθὰ χαρακτηρίζονται ὑποκατάστατα.

Τὸ Σχῆμα 3.4.2 δεικνύει τήν ἀντίθετον σχέσιν διά τό συγκεκριμένον εὔρος τιμῶν : Και πάλιν παρατηροῦμεν, ἐν πρώτοις, ὅτι ισχύει ὁ νόμος τής ζητήσεως. Μὲ σταθεράν τήν τιμήν του Y εις Op_{y1} , μία ύψωσις τής τιμής

ΣΧΗΜΑ 3.4.2
 Η ΕΠΙΦΑΝΕΙΑ ΖΗΤΗΣΕΩΣ ΤΟΥ ΑΓΑΘΟΥ X
 ΟΤΑΝ ΤΑ X ΚΑΙ Y ΕΙΝΑΙ ΣΥΜΠΛΗΡΩΜΑΤΙΚΑ



τοῦ X ἀπὸ Op_{x_1} εἰς Op_{x_2} συνεπάγεται μείωσιν τῆς ζητουμένης ποσότητος ἀπὸ RR' εἰς TT' . Θεωρήσατε ὁμως σταθεράν τὴν τιμὴν τοῦ X εἰς Op_{x_1} . Μία αὐξησης τῆς τιμῆς τοῦ Y ἀπὸ Op_{y_1} εἰς Op_{y_2} προκαλεῖ μείωσιν τῆς ζητουμένης ποσότητος τοῦ X ἀπὸ RR' εἰς SS' . Ἄρα ὁ συντελεστής τῆς σταυροειδοῦς ἐλαστικότητος εἶναι ἀρνητικός καὶ τὰ ἀγαθὰ χαρακτηρίζονται **συμπληρωματικά**.

Ἡ χρησιμοποίησις τῆς σταυροειδοῦς ἐλαστικότητος ὡς κριτηρίου διὰ τὴν ταξινομήσιν τῶν ἀγαθῶν συγκεντρώνει τὴν προσοχὴν εἰς τὴν μεταβολὴν τῆς ζητουμένης ποσότητος ἑνὸς ἀγαθοῦ τὴν προκύπτουσαν ἐκ τῆς μεταβολῆς τῆς τιμῆς ἑνὸς ἄλλου, χωρὶς νὰ ἀντισταθμίξῃ τὴν μεταβολὴν τοῦ ἐπιπέδου τοῦ πραγματικοῦ εἰσοδήματος. Συνεπῶς, κριτήριον τῆς ταξινομήσεως εἶναι τὸ **συνολικὸν ἀποτέλεσμα** τῆς τιμῆς. Ἐπὶ ἐμπειρικοῦ πεδίου αὕτη εἶναι ἡ μόνη δυνατὴ μέθοδος ταξινομήσεως τῶν ἀγαθῶν, διότι αἱ ἀγοραῖαι συναρτήσεις ζητήσεως δύναται νὰ ὑπολογισθοῦν ἐν ἀντιθέσει πρὸς τὰς ἀτομικὰς συναρτήσεις προτιμήσεως αἱ ὁποῖαι (ἀπὸ τὰ ὑπάρχοντα δεδομένα) δὲν δύναται νὰ ὑπολογισθοῦν.

Ἐπὶ πλέον, εἰς τὴν πρᾶξιν ἐνδιαφερόμεθα συνήθως διὰ τὰς σχέσεις μεταξὺ τῶν ἀγαθῶν εἰς τὴν ἀγορὰν μᾶλλον παρὰ ἐν ἀναφορᾷ πρὸς τὸν μεμονωμένον καταναλωτὴν. Οὕτως, ἡ ταξινομήσις τῶν σχέσεων τῶν ἀγαθῶν βάσει τῆς σταυροειδοῦς ἐλαστικότητος εἶναι ἡ πλέον χρησιμοποιουμένη εἰς τὰς ἐφηρμοσμένας ἐρεῦνας. Πράγματι, ἀκόμη καὶ εἰς ἀποφάσεις τοῦ Ἄνωτάτου Δικαστηρίου ἔχει γίνῃ λόγος διὰ σταυροειδεῖς ἐλαστικότητος τῆς ἀγορᾶς.

3.4.b.— Ταξινομήσις μετὰ βάσιν τὰς συναρτήσεις προτιμήσεως

Παρὰ ταῦτα, ἂν ἀναφερόμεθα μόνον εἰς ἕνα ἄτομον, τὰ ἀγαθὰ δύναται νὰ ταξινομηθοῦν μετὰ μεγάλην ἀκρίβειαν εἰς ὑποκατάστατα καὶ συμπληρωματικά, βάσει τῆς συναρτήσεως τῶν προτιμήσεων. Ἐπὶ παραδείγματι, μία πολὺ μεγάλη μείωσις τῆς τιμῆς τοῦ βοείου κρέατος πιθανὸν νὰ ἐπιφέρῃ μίαν σημαντικὴν αὐξήσιν εἰς τὴν κατανάλωσιν καὶ τοῦ βοείου καὶ τοῦ χοιρείου κρέατος. Εἰς τὴν περίπτωσιν αὕτην τὸ εἰσοδηματικὸν ἀποτέλεσμα τῆς μεταβολῆς τῆς τιμῆς πιθανὸν νὰ ὑπεραντισταθμίξῃ τὸ κανονικῶς πρὸς τὴν ἀντίθετον κατεύθυνσιν δρῶν ἀποτέλεσμα ὑποκαταστάσεως τῆς αὐξήσεως τῆς σχετικῆς τιμῆς τοῦ χοιρείου κρέατος. Ἡ σταυροειδὴς ἐλαστικότης θὰ ἐξηκολούθει βεβαίως νὰ εἶναι ἀρνητικὴ καὶ πιθανὸν νὰ προεκάλεῖ τὸν χαρακτηρισμὸν τοῦ βοείου καὶ χοιρείου κρέατος ὡς συμπληρωματικῶν ἀγαθῶν. Τοῦτο ὁμως δὲν θὰ ἦτο ἀπολύτως ἀκριβές, διότι τὸ ἀποτέλεσμα ὀφείλεται εἰς τὴν πολὺ μεγάλην μεταβολὴν τοῦ πραγματικοῦ εἰσοδήματος.

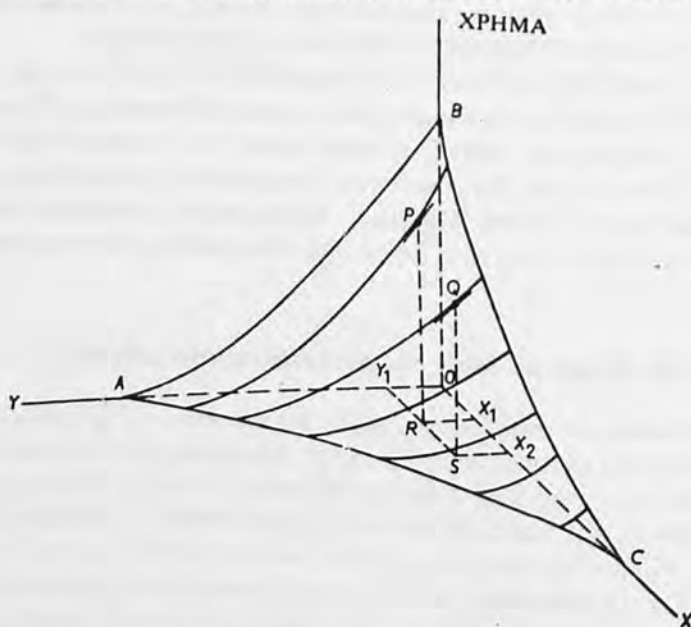
Ὡς ἀνελύθη εἰς τὸ Τμήμα 3.2, ὅταν ὑπάρχουν μόνον δύο ἀγαθὰ τὸ ἀπο-

τέλεσμα υποκατάστασεως είναι πάντοτε ἀρνητικόν. Μὲ ἄλλας λέξεις, ἂν ὑπῆρχον μόνον δύο ἀγαθὰ ταῦτα ἀναγκαίως θὰ ἦσαν ὑποκατάστατα. Ἡ συμπληρωματικότης ὑπεισέρχεται εἰς τὴν ἀνάλυσιν μόνον ὅταν ὑπάρχουν περισσότερα τῶν δύο ἀγαθὰ. Θεωρήσατε ὅτι ὑπάρχουν τρία ἀγαθὰ, τὸ X, τὸ Y καὶ τὸ συχνὰ καλούμενον «χρῆμα κατὰ Hicks καὶ Marshall» (= ὅλα τὰ ἄλλα ἀγαθὰ ὁμοῦ). Ὁ Hicks ὀρίζει τὰς σχέσεις υποκατάστασεως καὶ συμπληρωματικότητος κατὰ τὸν ἀκόλουθον τρόπον :

ΟΡΙΣΜΟΣ : Τὸ Y εἶναι ὑποκατάστατον τοῦ X, ἂν ὁ ὀριακὸς λόγος υποκατάστασεως τοῦ Y εἰς τὸ χρῆμα μειοῦται ὅταν τὸ X ὑποκαθίσταται εἰς τὸ χρῆμα κατὰ τοιοῦτον τρόπον, ὥστε ἡ χρησιμότης τοῦ καταναλωτοῦ νὰ μὴ μεταβάλλεται. Τὸ Y εἶναι συμπληρωματικὸν τοῦ X, ἂν ὁ ὀριακὸς λόγος

ΣΧΗΜΑ 3.4.3

Η ΕΠΙΦΑΝΕΙΑ ΑΔΙΑΦΟΡΙΑΣ ΟΤΑΝ ΤΑ Χ ΚΑΙ Υ ΕΙΝΑΙ ΥΠΟΚΑΤΑΣΤΑΤΑ ΑΓΑΘΑ



ὑποκατάστασεως τοῦ Y εἰς τὸ χρῆμα αὐξάνεται ὅταν τὸ X ὑποκαθίσταται εἰς τὸ χρῆμα κατὰ τοιοῦτον τρόπον, ὥστε ἡ χρησιμότης τοῦ καταναλωτοῦ νὰ μὴ μεταβάλλεται.

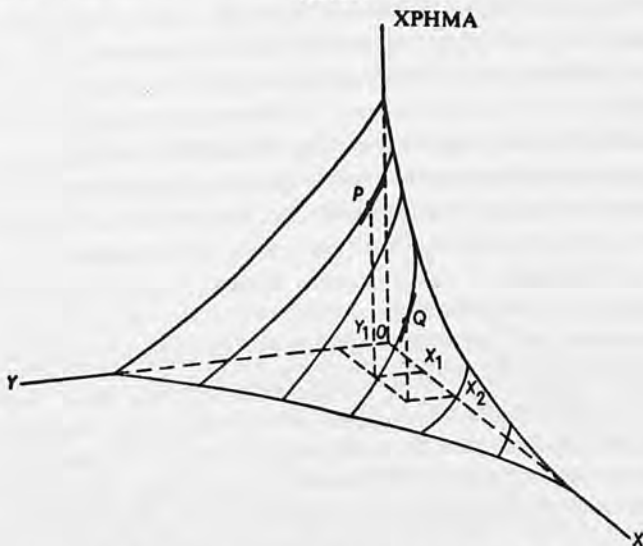
Ὁ «περιορισμὸς» τοῦ ἀνωτέρω ὀρισμοῦ («ὥστε ἡ χρησιμότης νὰ μὴ μεταβάλλεται») μᾶς «περιορίζει» εἰς κινήσεις κατὰ μῆκος τῆς ἰδίας ἐπιφανείας ἀδιαφορίας — ἐφ' ὅσον ὁ ὀρισμὸς ἀπαιτεῖ τρία ἀγαθὰ, εἶναι ἀδύνατον νὰ εἰκονογραφήσωμεν τὴν σχέσιν μὲ τὰς καμπύλας ἀδιαφο-

ρίας τῶν δύο διαστάσεων. Εἰς τὰ Σχήματα 3.4.3 καὶ 3.4.4 ἀπεικονίζονται ἐπιφανειαὶ ἀδιαφορίας δι' ἀγαθὰ ὑποκατάστατα καὶ συμπληρωματικὰ ἀντιστοίχως.

Ἐξετάσατε, ἐν πρώτοις, τὸ Σχῆμα 3.4.3. Ἡ ABC εἶναι μία ἐπιφανειαὶ ἀδιαφορίας. Ὁ καταναλωτὴς εἶναι ἀδιάφορος μεταξὺ ὄλων τῶν συνδυασμῶν X, Y καὶ χρήματος οἵτινες παριστῶνται δι' ἐκάστου σημείου τῆς ἐπιφανείας. Ἐπὶ παραδείγματι, οὗτος εἶναι ἀδιάφορος μεταξὺ τοῦ συνδυασμοῦ OX_1 μονάδες X, OY_1 μονάδες Y καὶ RP μονάδες χρήματος καὶ τοῦ συνδυασμοῦ OX_2 μονάδες X, OY_2 μονάδες Y καὶ SQ μονάδες χρήματος. Ἐστω ὅτι ὁ καταναλωτὴς εὐρίσκειται εἰς τὸ σημεῖον P τῆς ἐπιφανείας. Ἡ κλίσις τῆς εἰς τὸ σημεῖον τοῦτο ἐφαπτομένης εἶναι ὁ ὀριακὸς λόγος ὑποκατάστασεως τοῦ Y εἰς τὸ χρήμα. Ἐστω τώρα ὅτι ὁ καταναλωτὴς ὑποκαθι-

ΣΧΗΜΑ 3.4.4

Η ΕΠΙΦΑΝΕΙΑ ΑΔΙΑΦΟΡΙΑΣ ΟΤΑΝ ΤΑ Χ ΚΑΙ Υ ΕΙΝΑΙ ΣΥΜΠΛΗΡΩΜΑΤΙΚΑ ΑΓΑΘΑ



στῆ X εἰς χρήμα εἰς τρόπον ὥστε νὰ παραμείνῃ ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας — αὐξάνει τὴν κατανάλωσιν τοῦ X ἀπὸ OX_1 εἰς OX_2 καὶ περιορίζει τὸ χρήμα ἀπὸ RP εἰς SQ. Ὁ ὀριακὸς λόγος ὑποκατάστασεως τοῦ Y εἰς τὸ χρήμα εἰς τὸ σημεῖον Q δίδεται ἀπὸ τὴν κλίσιν τῆς εἰς τὸ σημεῖον τοῦτο ἐφαπτομένης. Δεδομένου ὅτι ἡ κλίσις εἰς τὸ Q εἶναι μικροτέρα ἀπὸ τὴν κλίσιν εἰς τὸ P, τὰ ἀγαθὰ X καὶ Y εἶναι ὑποκατάστατα — ὅταν τὸ X ὑποκαθίσταται εἰς τὸ χρήμα, εἰς τρόπον ὥστε τὸ πραγματικὸν εἰσόδημα νὰ παραμείνῃ ἀμετάβλητον, ὁ ὀριακὸς λόγος ὑποκατάστασεως τοῦ Y εἰς τὸ χρήμα μειοῦται.

Ἡ ἔννοια τοῦ ὀρισμοῦ τοῦ Hicks δύναται νὰ ἐξηγηθῆ εἰς δύο στάδια. Ἡ ἀρχικὴ ἰσορροπία εὑρίσκεται εἰς τὸ σημεῖον P τῆς ἐπιφανείας ἀδιαφορίας ABC. Ἐστω τώρα ὅτι ἡ τιμὴ τοῦ X εἰς ὄρους χρήματος πίπτει (ἢ τιμὴ τοῦ χρήματος εἶναι μονάς) καὶ ἔστω ὅτι μειοῦμεν τὸ πραγματικὸν εἰσόδημα τοῦ καταναλωτοῦ εἰς τρόπον ὥστε οὗτος νὰ περιορισθῆ εἰς τὴν ἀρχικὴν ἐπιφανείαν ἀδιαφορίας. Ὁ καταναλωτὴς ὑποκαθιστᾷ X εἰς χρήμα, ὅταν ἡ τιμὴ τοῦ X πίπτει, κινούμενος εἰς μίαν π ρ ο σ ω ρ ι ν ῆ ν ἰσορροπίαν ἐπὶ τοῦ σημείου Q. Ἀλλὰ εἰς τὸ σημεῖον Q ὁ ὀριακὸς λόγος ὑποκαταστάσεως τοῦ Y εἰς τὸ χρήμα ἔχει μειωθῆ. Ἀφοῦ ἡ τιμὴ τοῦ Y δὲν ἔχει μεταβληθῆ, τὸ Q δὲν ἀποτελεῖ τὸ τελικὸν σημεῖον ἰσορροπίας, διότι ὁ ὀριακὸς λόγος ὑποκαταστάσεως τοῦ Y εἰς τὸ χρήμα δὲν ἰσοῦται πρὸς τὸν λόγον τῆς τιμῆς τοῦ Y πρὸς τὴν τιμὴν τοῦ χρήματος. Διὰ νὰ φθάσῃ εἰς τὴν τελικὴν ἰσορροπίαν, ὁ καταναλωτὴς πρέπει νὰ περικύψῃ τὴν κατανάλωσιν τοῦ Y (νὰ ὑποκαταστήσῃ X ἢ χρήμα εἰς Y) μέχρις ὅτου ὁ ὀριακὸς λόγος ὑποκαταστάσεως τοῦ Y εἰς τὸ χρήμα ἀξήθη εἰς τὸ ἐπίπεδον τοῦ ἀμεταβλήτου λόγου τιμῶν.

Μία ἐντελῶς ἀνάλογος ἐξήγησις ἰσχύει διὰ τὸ σχῆμα 3.4.4. Ὄταν τὸ X ὑποκαθίσταται εἰς τὸ χρήμα, μετακινουμένου τοῦ καταναλωτοῦ ἀπὸ τὸ P εἰς τὸ Q, ὁ ὀριακὸς λόγος ὑποκαταστάσεως τοῦ Y εἰς τὸ χρήμα αὐξάνει. Τὰ δύο ἀγαθὰ εἶναι συμπληρωματικά. Ἐφ' ὅσον ἡ ὀνομαστικὴ τιμὴ τοῦ Y δὲν μετεβλήθη (ὁ λόγος τιμῶν Y καὶ χρήματος εἶναι σταθερὸς) καὶ ἐφ' ὅσον ὁ ὀριακὸς λόγος ὑποκαταστάσεως τοῦ Y εἰς τὸ χρήμα ἠξήθη, ὁ καταναλωτὴς θὰ πρέπει νὰ ἀξήσῃ τὴν κατανάλωσιν τοῦ Y διὰ νὰ εὑρεθῆ εἰς τὴν τελικὴν θέσιν τῆς ἰσορροπίας. Οὗτος θὰ πρέπει νὰ ὑποκαθιστᾷ Y εἰς χρήμα, μέχρις ὅτου ὁ ὀριακὸς λόγος ὑποκαταστάσεως μειωθῆ εἰς τὸ ἐπίπεδον τοῦ ἀμεταβλήτου λόγου τῶν τιμῶν.

Γενικεύοντες καὶ κατὰ τινὰ τρόπον ἀπλουστεύοντες, λέγομεν ὅτι τὰ ἀγαθὰ X καὶ Y εἶναι ὑποκατάστατα ὅταν, (μετὰ τὴν ἀντισταθμιστικὴν καταβολὴν διὰ τὴν μεταβολὴν τοῦ πραγματικοῦ εἰσοδήματος ἣτις ἐπῆλθε ἀπὸ τὴν μεταβολὴν τῆς ὀνομαστικῆς τιμῆς τοῦ X), μία μείωσις τῆς τιμῆς τοῦ X συνεπάγεται μείωσιν τῆς καταναλισκομένης ποσότητος τοῦ Y. Ὁμοίως τὰ δύο ἀγαθὰ εἶναι συμπληρωματικά ὅταν (μετὰ τὴν εἰσοδηματικὴν ἀντιστάθμισιν) μία μείωσις τῆς τιμῆς τοῦ X συνεπάγεται αὐξήσιν τῆς καταναλισκομένης ποσότητος τοῦ Y.

3.5. ΥΠΟΚΑΤΑΣΤΑΣΙΣ, ΣΥΜΠΛΗΡΩΜΑΤΙΚΟΤΗΣ ΚΑΙ ΤΑ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΜΙΑΣ ΜΕΤΑΒΟΛΗΣ ΕΙΣ ΤΗΝ ΣΧΕΤΙΚΗΝ ΤΙΜΗΝ

Χρησιμοποιούντες τοὺς ὀρισμοὺς τῆς ὑποκαταστάσεως καὶ τῆς συμπληρωματικότητος δυνάμεθα νὰ συνοψίσωμεν τὸ σύνολον τῶν ἐπὶ τῆς ἀγορᾶς ἀποτελεσμάτων μιᾶς μεταβολῆς τῆς σχετικῆς τιμῆς ἐνὸς ἀγαθοῦ.

Θὰ ἀναλύσωμεν ταῦτα ἀπὸ τῆς πλευρᾶς ἑνὸς συγκεκριμένου ἀγαθοῦ X. Συγκεκριμένως, ἔστω ὅτι ἡ τιμὴ τοῦ X μειοῦται ἐνῶ τὸ χρηματικὸν εἰσόδημα καὶ ὄλαι αἱ ἄλλαι τιμαὶ παραμένουν σταθερά.³ Ἡ μεταβολὴ αὕτη τῆς τιμῆς ἐπηρεάζει τὴν ζήτησιν τοῦ X καὶ τὰς ζητήσεις ὄλων τῶν ἄλλων ἀγαθῶν μέσω τοῦ εἰσοδηματικοῦ ἀποτελέσματος καὶ τοῦ ἀποτελέσματος ὑποκαταστάσεως.

Ἐν πρώτοις, θεωρήσατε τὴν ἀγορὰν διὰ τὸ ἀγαθὸν X. Τὸ ἀποτέλεσμα ὑποκαταστάσεως θὰ πρέπει νὰ ἀυξήσῃ τὴν ζητουμένην ποσότητα· ἐπίσης θὰ τὴν ἀυξήσῃ καὶ τὸ εἰσοδηματικὸν ἀποτέλεσμα, ἐκτὸς ἂν τὸ X εἶναι κατώτερον ἀγαθόν. Ἐν τούτοις, μόνον ἂν τὸ X ὑπόκειται εἰς τὸ παράδοξον τοῦ Giffen ἢ ζητουμένη ποσότης θὰ μεταβληθῇ πρὸς τὴν αὐτὴν κατεύθυνσιν, πρὸς τὴν ὁποίαν μετεβλήθῃ ἡ τιμὴ. Κατόπιν, θεωρήσατε τὴν ἀγορὰν διὰ τὸ καλούμενον «χρῆμα Hicks καὶ Marshall», ἥτοι ὄλων ὁμοῦ τῶν ἄλλων ἀγαθῶν. Τὸ ἀποτέλεσμα ὑποκαταστάσεως θὰ ἐπιφέρῃ πάντοτε μείωσιν τῆς ζήτησεως (δηλαδή, ἂν ὄλα τὰ ἀγαθὰ διαιρεθοῦν εἰς δύο ὁμάδας, αἱ ὁμάδες πρέπει νὰ εἶναι ὑποκατάστατοι). Τὸ εἰσοδηματικὸν ἀποτέλεσμα, εἰς τὴν πραγματικότητα, σχεδὸν πάντοτε θὰ ἀυξάνῃ τὴν ζήτησιν. Οὕτως, ὡς ἀποτέλεσμα τῆς μείωσεως τῆς τιμῆς τοῦ X, ἡ ζήτησις ὁμοῦ δι' ὄλα τὰ ἄλλα ἀγαθὰ δύνανται εἶτε ν' ἀυξηθῇ εἶτε νὰ μειωθῇ.

Ἡ μεταβολὴ τῆς ζήτησεως τοῦ καλουμένου «χρήματος Hicks καὶ Marshall» κατ' οὐσίαν ἐξαρτᾶται ἀπὸ τὴν ἐλαστικότητα τῆς ζήτησεως τοῦ X (βλ. Σχῆμα 2.4.3). Ὑπενθυμίζεται ὅτι, ἐξ ὑποθέσεως, τὸ χρηματικὸν εἰσόδημα

3. Ὁ σκοπὸς ἑνὸς ἐγχειριδίου εἶναι, βεβαίως, ἡ σαφὴς ἐρμηνεία καὶ ὄχι ἡ σύγχυσις. Ἐν τούτοις, παρὰ τὸ ὅτι πιθανὸν νὰ ὑπάρξῃ κάποια περιπλοκὴ, θὰ πρέπει ἴσως νὰ θέσωμεν μίαν «σκοτεινὴν» ἐρώτησιν: ἂν τὰ πρότυπα προτιμήσεων καὶ τὰ ὀνομαστικὰ εἰσοδήματα εἶναι σταθερά, πῶς εἶναι δυνατόν ἡ τιμὴ ἑνὸς μόνο ἀγαθοῦ ν' ἀυξηθῇ ἢ νὰ μειωθῇ; Ἡ μεταβολὴ τῆς τιμῆς θὰ πρέπει νὰ προέρχεται ἀπὸ μίαν μεταβολὴν τῆς προσφορᾶς τοῦ ἀγαθοῦ, ἥτις μετὰ τὴν σειρὰν τῆς, θὰ πρέπει νὰ προέρχεται ἀπὸ μίαν μεταβολὴν τῆς προσφορᾶς τῶν παραγωγικῶν πόρων. Ἐν προκειμένῳ, οἱ παραγωγικοὶ πόροι δύνανται γενικῶς νὰ ταξινομηθοῦν εἰς γενικοὺς παραγωγικοὺς πόρους — ἐκείνους οἱ ὁποῖοι χρησιμοποιοῦνται εἰς τὴν παραγωγὴν δύο ἢ περισσοτέρων ἀγαθῶν — καὶ εἰς παραγωγικοὺς πόρους εἰδικούς δι' ἕνα ἀγαθόν — ἐκείνους οἱ ὁποῖοι χρησιμοποιοῦνται ἀποκλειστικῶς εἰς τὴν παραγωγὴν ἑνὸς ἀγαθοῦ. Χωρὶς νὰ προχωρήσωμεν εἰς λεπτομερείας δυνάμεθα νὰ εἰπώμεν ὅτι δύνανται νὰ μεταβληθῇ μία μόνον τιμὴ ὅταν, καὶ μόνον ὅταν, τὸ ἐν προκειμένῳ ἀγαθὸν παράγεται ἀποκλειστικῶς μετὰ παραγωγικοὺς πόρους εἰδικούς διὰ τὸ ἀγαθόν τοῦτο. Εἰς οἰανδήποτε ἄλλην περίπτωσιν, μία μεταβολὴ τῆς προσφορᾶς ἑνὸς παραγωγικοῦ πόρου χρησιμοποιουμένου εἰς τὴν παραγωγὴν τοῦ ἀγαθοῦ X θὰ πρέπει τελικῶς νὰ ἐπηρεάσῃ καὶ τὴν προσφορὰν ἄλλου ἢ ἄλλων ἀγαθῶν, ἄρα καὶ τὴν τιμὴν ἄλλου ἢ ἄλλων ἀγαθῶν. Διὰ λεπτομερεστέραν ἀνάλυσιν τοῦ σημείου τούτου παραπέμπομεν εἰς Leland Yeager «Methodenstreit over Demand Curves», *Journal of Political Economy*, Τόμ. LXVIII (1960), σελ. 53 - 64.

καί ὄλαι αἱ τιμαί, πλὴν τῆς τιμῆς τοῦ X, εἶναι σταθερά. Ἐάν ἡ ζήτησις τοῦ X εἶναι ἀνελαστική, ἡ μείωσις τῆς τιμῆς τοῦ X θὰ ἐπιφέρει μίαν ἀναλογικῶς μικροτέραν αὐξησιν τῆς ἀγοραζομένης ποσότητος τοῦ X. Ἐὰν μικρότερον ποσὸν δαπανᾶται ἐπὶ τοῦ X καί, συνεπῶς, μεγαλύτερον ποσὸν δαπανᾶται ἐπὶ τοῦ καλουμένου «χρήματος Hicks καὶ Marshall». Μὲ σταθεράς τιμάς, τοῦτο σημαίνει ὅτι ἡ ζήτησις ὄλων ὁμοῦ τῶν ἄλλων ἀγαθῶν αὐξάνεται. Ἡ ἴδια ἀνάλυσις χρησιμοποιεῖται εἰς τὴν περίπτωσιν ὅπου ἡ ἀγοραία ζήτησις τοῦ X εἶναι μοναδιαίας ἐλαστικότητος ἢ ἐλαστική. Ἐπομένως ἂν ἡ τιμὴ τοῦ X μειωθῇ, ἡ ζήτησις τοῦ καλουμένου «χρήματος Hicks καὶ Marshall» θ' αὐξηθῇ ἢ θὰ μειωθῇ ἀναλόγως πρὸς τὸ ἂν ἡ ζήτησις τοῦ X εἶναι ἀνελαστική ἢ ἐλαστική. Ἐξ ἄλλου ἂν ἡ τιμὴ τοῦ X αὐξηθῇ, ἡ ζήτησις τοῦ καλουμένου «χρήματος Hicks καὶ Marshall» θὰ μειωθῇ ἢ θ' αὐξηθῇ ἀναλόγως πρὸς τὸ ἂν ἡ ζήτησις τοῦ X εἶναι ἀνελαστική ἢ ἐλαστική.

Τέλος, θεωρήσατε τὴν ἀγορὰν τοῦ συγκεκριμένου ἀγαθοῦ Y. Ἐάν ἡ τιμὴ τοῦ X μειωθῇ, τὸ ἀποτέλεσμα ὑποκαταστάσεως θὰ ἐπιφέρει μείωσιν τῆς ζήτησεως τοῦ Y ἐκτὸς ἂν τὰ X καὶ Y εἶναι συμπληρωματικὰ ἀγαθὰ. Τὸ εἰσοδηματικὸν ἀποτέλεσμα, ἐξ ἀντιθέτου, θὰ ἐπιφέρει αὐξησιν τῆς ζήτησεως τοῦ Y ἐκτὸς ἂν τὸ Y εἶναι κατώτερον ἀγαθόν. Ἡ συνολικὴ μεταβολὴ δύναται νὰ λάβῃ οἰανδήποτε κατεύθυνσιν.

Οὕτω, τέσσαρες περιπτώσεις δύναται νὰ ἀπομονωθοῦν :

i) Ἐάν τὸ Y εἶναι ἐντόνως συμπληρωματικὸν τοῦ X, τὸ ἀποτέλεσμα ὑποκαταστάσεως θὰ εἶναι πιθανώτατα ἄρκετὰ μεγάλο, ὥστε νὰ ὑπεραντισταθμίζῃ τὸ εἰσοδηματικὸν ἀποτέλεσμα ἐν περιπτώσει ὅπου τὸ Y εἶναι κατώτερον ἀγαθόν. Εἰς αὐτὴν τὴν περίπτωσιν εἴμεθα σχεδὸν βέβαιοι ὅτι ἡ ζήτησις τοῦ Y θ' αὐξηθῇ. ii) Ἐάν τὰ X καὶ Y εἶναι ἀσθενῶς συμπληρωματικά, ἡ ζήτησις τοῦ Y ἀσφαλῶς θ' αὐξηθῇ ἂν τὸ Y εἶναι κανονικὸν ἀγαθόν. Ἐάν ὅμως τὸ Y εἶναι κατώτερον ἀγαθόν πιθανὸν νὰ κυριαρχήσῃ τὸ εἰσοδηματικὸν ἀποτέλεσμα. Εἰς τὴν περίπτωσιν αὐτὴν ἡ ζήτησις τοῦ Y θὰ μειωθῇ. iii) Ἐάν τὰ X καὶ Y εἶναι ἀσθενῶς ὑποκατάστατα, τὸ εἰσοδηματικὸν ἀποτέλεσμα καὶ τὸ ἀποτέλεσμα ὑποκαταστάσεως γενικῶς δροῦν πρὸς ἀντιθέτους κατευθύνσεις. Εἰς τὴν περίπτωσιν αὐτὴν οὐδὲν δύναται νὰ λεχθῇ μετὰ βεβαιότητος. Ἐν τούτοις, ἂν τὸ Y εἶναι κατώτερον ἀγαθόν, ἡ ζήτησις τοῦ ἀσφαλῶς θὰ μειωθῇ. iv) Ἐάν τὰ X καὶ Y εἶναι ἰσχυρῶς ὑποκατάστατα, θὰ κυριαρχήσῃ τὸ ἀποτέλεσμα ὑποκαταστάσεως. Ἡ ζήτησις τοῦ Y θὰ μειωθῇ καὶ θὰ μειωθῇ ἀκόμη περισσότερο ἂν τὸ Y εἶναι κατώτερον ἀγαθόν.

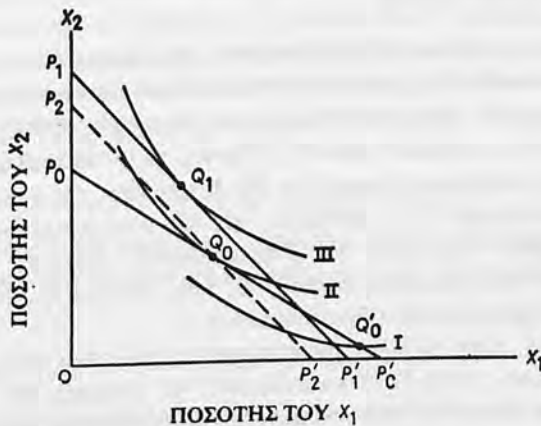
ΑΣΚΗΣΙΣ : Ἐπαναλάβετε τὴν ὅλην ἀνάλυσιν τῆς παραγράφου αὐτῆς ὑποθέτοντες αὐξησιν τῆς τιμῆς τοῦ X.

3.6. ΜΙΑ ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΤΗΣ ΑΝΑΛΥΣΕΩΣ ΤΩΝ ΚΑΜΠΥΛΩΝ ΑΔΙΑΦΟΡΙΑΣ: Η ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΗ ΘΕΩΡΙΑ ΤΩΝ ΑΡΙΘΜΟΔΕΙΚΤΩΝ

Μία ενδιαφέρουσα εφαρμογή τής ανάλυσεως τών καμπυλών αδιαφορίας δύναται νά γίνη εις τò πεδίο τών αριθμοδεικτῶν. Χάριν άπλουστεύσεως θά περιορισθώμεν εις ένα καταναλωτήν ó οποίος αγοράζει δύο αγαθά, τò X_1 καί τò X_2 , εις δύο διαφορετικές χρονικές περιόδους, τήν περίοδον μηδέν καί τήν περίοδον ένα. Εις τήν περίοδον μηδέν οὗτος αγοράζει x_1^0 μονάδας τοῦ X_1 εις τιμήν p_1^0 καί x_2^0 τοῦ X_2 εις τιμήν p_2^0 . Ὅμοίως εις τήν περίοδον ένα αγοράζει x_1^1 καί x_2^1 ἀπό τὰ X_1 καί X_2 εις τιμὰς p_1^1 καί p_2^1 ἀντιστοίχως. Τò οὐσιώδες πρόβλημα τών αριθμοδεικτῶν εἶναι τò ἐξής: ἐβελτιώθη ἢ ἐχειροτέρευσε τò ἐπίπεδον διαβιώσεως τοῦ καταναλωτοῦ κατὰ τήν περίοδον ένα ἐν σχέσει πρὸς τήν περίοδον μηδέν;

Διὰ νά δώσωμεν ἀκριβές περιεχόμενον εις τήν σύγκρισιν τών ἐπιπέδων διαβιώσεως, εἶναι ἀναγκαῖον νά ὑποθέσωμεν ὅτι αἱ προτιμήσεις τοῦ

ΣΧΗΜΑ 3.6.1
Η ΘΕΩΡΙΑ ΤΩΝ ΑΡΙΘΜΟΔΕΙΚΤΩΝ



καταναλωτοῦ (ἢ χάρτης προτιμήσεων) δέν μεταβάλλονται κατὰ τήν διάρκειαν τῆς ὑπ' ὄψιν χρονικῆς περιόδου. Μὲ αὐτὴν τήν ὑπόθεσιν δυνάμεθα νά ἀρυσθώμεν ὀρισμένες πληροφορίες ἀπὸ τήν ἀνάλυσιν τών καμπυλών αδιαφορίας.

Εἰς τò Σχῆμα 3.6.1 παρουσιάζεται διὰ τών καμπυλών I, II καί III μέρος τοῦ χάρτου αδιαφορίας τοῦ καταναλωτοῦ. Εἰς τήν ἀρχικὴν περίοδον, ἢ ὁποία καλεῖται «περίοδος βάσεως», τò χρηματικὸν εἰσόδημα τοῦ κατανα-

λωτοῦ καὶ αἱ τιμαὶ p_1^0 καὶ p_2^0 δίδουν τὴν γραμμὴν καταναλωτικῶν δυνατοτήτων P_0P_0' . Ὁ καταναλωτὴς ἰσορροπεῖ εἰς τὸ σημεῖον Q_0 τῆς II. Εἰς τὴν περίοδον ἓνα αἱ τιμαὶ μεταβάλλονται, εἰς τρόπον ὥστε ἡ γραμμὴ καταναλωτικῶν δυνατοτήτων γίνεται P_1P_1' (ἡ τιμὴ τοῦ X_2 μειοῦται καὶ τοῦ X_1 αὐξάνεται). Ὁ καταναλωτὴς μετακινεῖται εἰς ἓνα νέον σημεῖον ἰσορροπίας, τὸ Q_1 τῆς καμπύλης ἀδιαφορίας III. Ἄν ὁ χάρτης τῶν καμπυλῶν ἀδιαφορίας εἶναι πράγματι γνωστός, γίνεται ἀμέσως ἀντιληπτὸν ὅτι ὁ καταναλωτὴς ἀπολαμβάνει μίαν αὐξήσιν τοῦ πραγματικοῦ του εἰσοδήματος διότι ἔχει μετακινηθῆ ἐπὶ ὑψηλοτέρας καμπύλης ἀδιαφορίας.

Ἐν τούτοις, ὡς συνήθως συμβαίνει, αἱ καμπύλαι ἀδιαφορίας δὲν εἶναι γνωσταί. Συνήθως ὅ,τι δυνάμεθα νὰ παρατηρήσωμεν εἶναι αἱ γραμμαὶ τῶν καταναλωτικῶν δυνατοτήτων καὶ τὰ σημεῖα καταναλώσεως Q_0 καὶ Q_1 μᾶλλον, παρά τὰ πλήρη στοιχεῖα τοῦ σχήματος 3.6.1. Οὕτως ὑποθέσατε ὅτι αἱ καμπύλαι I, II, καὶ III δὲν εἶναι γνωσταί. Ἄνευ τῆς συγκεκριμένης γνώσεως τῶν καμπυλῶν ἀδιαφορίας⁴, τί δύναται νὰ λεχθῆ διὰ τὴν μεταβολὴν τοῦ πραγματικοῦ εἰσοδήματος τοῦ καταναλωτοῦ; Μὴ ὑπαρχούσης τοιαύτης συγκεκριμένης γνώσεως, δυνάμεθα νὰ προχωρήσωμεν ὡς ἑξῆς:

3.6.a.— Ἄντλησις πληροφοριῶν ἀπὸ τὸν χάρτην τῶν γραμμῶν καταναλωτικῶν δυνατοτήτων

Ἐν πρώτοις, τὸ σημεῖον Q_0 προτιμᾶται οἰοῦν ἄλλοι σημεῖοι κειμένου ἐπὶ ἢ κάτωθεν τῆς γραμμῆς καταναλωτικῶν δυνατοτήτων P_0P_0' διότι, ἐνῶ ἦσαν ἐφικτοὶ ὅλοι οἱ συνδυασμοὶ τῆς περιοχῆς OP_0P_0' , ὁ Q_0 ἦτο ὁ συνδυασμὸς ὅστις πράγματι ἐπελέγη. Ὁμοίως τὸ Q_1 θὰ πρέπει νὰ προτιμᾶται οἰοῦν ἄλλοι συνδυασμοὶ κειμένου ἐπὶ ἢ κάτωθεν τῆς γραμμῆς καταναλωτικῶν δυνατοτήτων P_1P_1' . Δεύτερον, εἰς τὴν συγκεκριμένην αὐτὴν περιπτῶσιν δυνάμεθα νὰ εἰπώμεν ὅτι ὁ καταναλωτὴς ἀσφαλῶς ἀπολαμβάνει μίαν βελτίωσιν τοῦ ἐπιπέδου διαβιώσεώς του, διότι τὸ Q_0 κεῖται κάτωθεν τῆς γραμμῆς καταναλωτικῶν δυνατοτήτων P_1P_1' .

Ἐν τούτοις, αὐτὸ τὸ εἶδος συμπεράσματος δὲν εἶναι πάντοτε δυνατόν. Ἐπὶ παραδείγματι, πιθανὸν ὁ καταναλωτὴς νὰ ἠγόραζε τὸν συνδυασμὸν Q_0' κατὰ τὴν περίοδον 0.⁵ Ὁ συνδυασμὸς Q_0' εὐρίσκεται δεξιὰ τῆς γραμμῆς καταναλωτικῶν δυνατοτήτων P_1P_1' . Οὕτως, οὐδὲν συμπέρασμα εἶναι δυνατόν ἐξαχθῆ. Παρὰ ταῦτα, δυνάμεθα νὰ ἀρυσθῶμεν μερικᾶς εἰσέτι πληροφορίας.

4. Ἐκτός ἂν γνωρίζωμεν ὅτι, ἂν ὁ καταναλωτὴς πράγματι ἰσορροπῆ, τὰ Q_0 καὶ Q_1 κείνται, ἕκαστον, ἐπὶ κἀποίας καμπύλης ἀδιαφορίας.

5. Ἄν εἶναι γνωστός ὁ χάρτης ἀδιαφορίας, οὗτος δὲν θὰ εἶναι συνδυασμὸς ἰσορροπίας ἢ ἄριστος συνδυασμὸς.

Ἡ συνολικὴ δαπάνη ἐπὶ τῶν ἀγαθῶν κατὰ τὴν περίοδον ἓνα ἦτο $p_1^1 x_1^1 + p_2^1 x_2^1$, ἐνῶ ἡ συνολικὴ δαπάνη ἐπὶ τῶν ἀγαθῶν κατὰ τὴν περίοδον μηδὲν ἦτο $p_1^0 x_1^0 + p_2^0 x_2^0$. Ἐξ ἄλλου, ὁ συνδυασμὸς Q_0 ἠγοράσθη κατὰ τὴν περίοδον μηδὲν εἰς τὰς τιμὰς τὰς ἐπικρατούσας κατὰ τὴν περίοδον ἐκείνην καὶ ὁ συνδυασμὸς Q_1 ἠγοράσθη κατὰ τὴν περίοδον ἓνα εἰς τὰς τιμὰς τῆς περιόδου ἓνα. Ἄν πράγματι προετιμᾶτο ὁ Q_0 τοῦ Q_1 (ὕπενθυμιζομεν ὅτι ὁ Q_1 ἠγοράσθη πράγματι κατὰ τὴν περίοδον ἓνα), θὰ ἦτο ἀδύνατον διὰ τὸν καταναλωτὴν νὰ ἀγοράσῃ τὸν συνδυασμὸν Q_0 εἰς τὰς τιμὰς τὰς ἐπικρατούσας κατὰ τὴν περίοδον ἓνα. Μὲ ἄλλας λέξεις, ἂν ὁ Q_0 προετιμᾶτο τοῦ Q_1 καὶ ἂν ὁ Q_0 ἦτο ἐφικτὸς εἰς τὰς τιμὰς τῆς περιόδου ἓνα, θὰ ἠγοράζετο ἀντὶ τοῦ Q_1 . Οὕτω, τὸ συνολικὸν κόστος τοῦ συνδυασμοῦ Q_0 εἰς τιμὰς τῆς περιόδου ἓνα, ἐν προκειμένῳ, θὰ πρέπει νὰ ὑπερβαίῃ τὸ κόστος τοῦ Q_1 εἰς τιμὰς τῆς περιόδου ἓνα. Δηλαδή ἂν ὁ Q_0 προετιμᾶτο τοῦ Q_1 θὰ ἔπρεπε νὰ ἰσχύσει τὸ ἐξῆς :

$$p_1^1 x_1^0 + p_2^1 x_2^0 > p_1^1 x_1^1 + p_2^1 x_2^1 .$$

Ἄναστρέφοντες τὴν επιχειρηματολογίαν, διὰ νὰ ἐξετάσωμεν τὴν περίοδον ἓνα (τὸ «δεδομένον ἔτος»), ὁ Q_1 θὰ προετιμᾶτο τοῦ Q_0 , μόνον ἐὰν θὰ ἦτο δυνατὴ ἡ ἀγορὰ τῶν ποσοτήτων τοῦ ἔτους βάσεως εἰς τὰς τιμὰς τοῦ δοθέντος ἔτους (τὸ Q_1 πράγματι ἠγοράσθη, ἄρα ὁ καταναλωτὴς ἀπεφάσισε νὰ μὴν ἀγοράσῃ τὸ Q_0). Μὲ ἄλλας λέξεις, τὸ κόστος τοῦ συνδυασμοῦ Q_0 εἰς τιμὰς τοῦ ἔτους ἓνα θὰ πρέπει νὰ εἶναι μικρότερον τοῦ κόστους τοῦ συνδυασμοῦ Q_1 εἰς τιμὰς τοῦ ἔτους ἓνα. Ἄρα, ὁ Q_1 θὰ προετιμᾶτο τοῦ Q_0 ὅταν, καὶ μόνον ὅταν :

$$p_1^1 x_1^1 + p_2^1 x_2^1 > p_1^1 x_1^0 + p_2^1 x_2^0 .$$

Ἐὰν ἡ σχέσις αὕτη γραφῆ ὡς ἄθροισμα καὶ παραλειφθοῦν οἱ δείκται, τὸ ἄτομον θὰ ἔχη περισσοτέραν ὠφέλειαν κατὰ τὴν περίοδον ἓνα, μόνον ὅταν :

$$\Sigma p^1 x^1 > \Sigma p^1 x^0 . \quad (3.6.1)$$

Μὲ τὸν ἴδιον συλλογισμόν, ὁ Q_0 θὰ προετιμᾶτο τοῦ Q_1 , μόνον ἂν θὰ ἦτο δυνατὴ ἡ ἀγορὰ τῶν ποσοτήτων τοῦ ἔτους ἓνα εἰς τὰς τιμὰς τοῦ ἔτους μηδὲν (βάσεως). Δηλαδή : ὁ καταναλωτὴς ἠγόρασε τὸν συνδυασμὸν Q_0 κατὰ τὴν περίοδον μηδὲν ἂν ἠδύνατο νὰ ἀγοράσῃ τὸν συνδυασμὸν Q_1 εἰς τὰς τιμὰς τοῦ ἔτους μηδὲν ἀλλὰ δὲν ἐπραξε τοῦτο, θὰ πρέπει νὰ προετίμησε τὸν Q_0 τοῦ Q_1 . Ἄρα ὁ καταναλωτὴς δύναται νὰ ἔχη ὑψηλότερον ἐπίπεδον διαβιώσεως κατὰ τὴν περίοδον μηδὲν ἐν συγκρίσει πρὸς τὴν περίοδον ἓνα, μόνον ὅταν :

$$\Sigma p^0 x^0 > \Sigma p^0 x^1 . \quad (3.6.2)$$

Αί δύο αὐταί ἀνισότητες δύνανται νά δειχθοῦν γραφικῶς ἂν καί μόνον ἡ πρώτη [ἡ ἀνισότης (3.6.1)] δεικνύεται εἰς τὸ σχῆμα. Ἡ κλίσις τῆς γραμμῆς καταναλωτικῶν δυνατοτήτων P_1P_1' δεικνύει τὰς τιμὰς τῆς περιόδου ἕνα. Τὸ κόστος τῶν ποσοτήτων τῆς περιόδου μηδὲν εἰς τὰς τιμὰς τῆς περιόδου ἕνα θὰ εἶναι μικρότερον τῆς πραγματικῆς δαπάνης τῆς περιόδου ἕνα, ἂν ὁ Q_0 κεῖται ἐπὶ μιᾶς εὐθείας παραλλήλου καὶ κάτωθι τῆς P_1P_1' . Ἀφοῦ εἰς τὸ σχῆμα 3.6.1 ὁ Q_0 κεῖται ἐπὶ τῆς εὐθείας P_2P_2' ἣτις εἶναι παράλληλος τῆς P_1P_1' καὶ κεῖται πλησιέστερον πρὸς τὴν ἀρχὴν τῶν ἀξόνων, ἡ ἀνισότης (3.6.1) πράγματι ἱκανοποιεῖται.

Ὡς ἀνεφέρθη προηγουμένως εἰς τὴν προκειμένην περίπτωσιν ὁ Q_1 σαφῶς προτιμᾶται τοῦ Q_0 . Εἰς ἄλλας περιπτώσεις τοῦτο δὲν δύναται νά προσδιορισθῇ τόσον εὐκόλως.

3.6.b. — Οἱ ἀριθμοδείκται ὡς δεικται τῶν μεταβολῶν τῆς εὐημερίας ἑνὸς ἀτόμου

Δυνάμεθα νά συνεχίσωμεν τὴν ἀνάλυσιν μὲ τὴν εἰσαγωγὴν τριῶν ἀριθμοδεικτῶν. Ὁ πρῶτος ἐξ αὐτῶν μετρεῖ τὴν μεταβολὴν τοῦ εἰσοδήματος τοῦ καταναλωτοῦ ἀπὸ τὴν περίοδον βάσεως (0) εἰς τὴν «δοθείσαν» περίοδον (1). Δεδομένου ὅτι ὑποθέτομεν ἰσότητα εἰσοδήματος καὶ δαπάνης, τὰ εἰσοδήματα τῆς περιόδου βάσεως καὶ τῆς δοθείσης περιόδου εἶναι Σp^0x^0 καὶ Σp^1x^1 ἀντιστοιχῶς. Συνεπῶς ὁ δείκτης τῆς μεταβολῆς τοῦ εἰσοδήματος εἶναι :

$$E = \frac{\Sigma p^1x^1}{\Sigma p^0x^0}. \quad (3.6.3)$$

Ὁ ἐπόμενος ἀριθμοδείκτης ποῦ εἰσάγεται καλεῖται δείκτης τοῦ *L a s p r e y g e*. Ὁ ἀριθμοδείκτης αὐτὸς μετρεῖ τὸ κόστος, ἐν σχέσει πρὸς τὴν περίοδον βάσεως, τῆς ἀγορᾶς τῶν ποσοτήτων τῆς περιόδου βάσεως εἰς τὰς τιμὰς τῆς δοθείσης περιόδου. Δεδομένου ὅτι τὸ κόστος τῶν ποσοτήτων τῆς περιόδου βάσεως εἰς τὰς τιμὰς τῆς δοθείσης περιόδου εἶναι Σp^1x^0 , ὁ δείκτης τοῦ *L a s p r e y g e* εἶναι :

$$L = \frac{\Sigma p^1x^0}{\Sigma p^0x^0}. \quad (3.6.4)$$

Τέλος, ὁ δείκτης τοῦ *P a a s c h e* μετρεῖ τὸ κόστος ἀγορᾶς τῶν ποσοτήτων τῆς δοθείσης περιόδου εἰς τὰς τιμὰς τῆς δοθείσης περιόδου, ἐν σχέσει πρὸς τὸ κόστος τῶν εἰς τὰς τιμὰς τῆς περιόδου βάσεως. Δεδομένου ὅτι τὸ κόστος τῶν ποσοτήτων τῆς δοθείσης περιόδου εἰς τὰς τιμὰς τῆς περιόδου βάσεως εἶναι Σp^0x^1 , ὁ δείκτης τοῦ *P a a s c h e* εἶναι :

$$P = \frac{\Sigma p^1 x^1}{\Sigma p^0 x^1} \quad (3.6.5)$$

Ὡς συνεπάγεται ἐκ τῆς σχέσεως (3.6.1), τὸ ἄτομον ἔχει μεγαλύτεραν ὠφέλειαν κατὰ τὴν περίοδον ἕνα ὅταν $\Sigma p^1 x^1 > \Sigma p^1 x^0$. Διαιροῦντες ἀμφοτέρω τὰ μέλη τῆς ἀνισότητος αὐτῆς διὰ τοῦ $\Sigma p^0 x^0$ ἔχομεν :

$$\frac{\Sigma p^1 x^1}{\Sigma p^0 x^0} > \frac{\Sigma p^1 x^0}{\Sigma p^0 x^0}, \quad (3.6.6)$$

$$\text{ἢ} \quad E > L. \quad (3.6.7)$$

Ὁμοίως, ὡς συνάγεται ἐκ τῆς σχέσεως (3.6.2), τὸ ἄτομον ἔχει ὑψηλότερον ἐπίπεδον διαβίωσης κατὰ τὴν περίοδον βάσεως, ἂν $\Sigma p^0 x^0 > \Sigma p^0 x^1$. Διαιροῦντες ἀμφοτέρω τὰ μέλη τῆς ἀνισότητος ταύτης διὰ τοῦ $\Sigma p^1 x^1$, ἔχομεν :

$$\frac{\Sigma p^0 x^0}{\Sigma p^1 x^1} > \frac{\Sigma p^0 x^1}{\Sigma p^1 x^1}, \quad (3.6.8)$$

$$\text{ἢ} \quad \frac{1}{E} > \frac{1}{P}, \quad (3.6.9)$$

$$\text{ἢ} \quad E < P. \quad (3.6.10)$$

Βάσει τῆς ἀναλύσεως αὐτῆς καὶ εἰδικῶς τῶν ἀνισοτήτων (3.6.7) καὶ (3.6.10) ὑπάρχουν τέσσαρες δυνατότητες :

1. Τὸ E εἶναι μεγαλύτερον τόσον τοῦ P ὅσον καὶ τοῦ L : βάσει τῆς σχέσεως (3.6.7) τὸ ἐπίπεδον διαβίωσης τοῦ ἀτόμου βελτιοῦται ἀπὸ τοῦ ἔτους μηδὲν εἰς τὸ ἔτος ἕνα. Βάσει τῆς (3.6.10) τὸ ἐπίπεδον διαβίωσός του δὲν μειοῦται. Ἄρα τὸ ἄτομον εἶναι εἰς καλλιτέραν θέσιν κατὰ τὸ ἔτος ἕνα.

2. Τὸ E εἶναι μικρότερον τόσον τοῦ P ὅσον καὶ τοῦ L : βάσει τῆς σχέσεως (3.6.10) τὸ ἄτομον εὐρίσκετο εἰς καλλιτέραν θέσιν κατὰ τὴν περίοδον βάσεως. Βάσει τῆς (3.6.7) δὲν ἦτο εἰς καλλιτέραν θέσιν κατὰ τὴν δοθεῖσαν περίοδον. Λαμβάνομεν καὶ πάλιν μίαν σαφῆ ἀπάντησιν : ἡ εὐημερία τοῦ ἀτόμου μειοῦται ἀπὸ τὸ ἔτος μηδὲν εἰς τὸ ἔτος ἕνα.

3. $L > E > P$. Εἰς τὴν περίπτωσιν αὐτὴν οὐδεμία τῶν σχέσεων (3.6.7) καὶ (3.6.10) ἱκανοποιεῖται. Ἡ $L > E$ σημαίνει ὅτι ὁ καταναλωτὴς δὲν εὐρίσκεται εἰς ὑψηλότερον ἐπίπεδον διαβίωσης κατὰ τὸ ἔτος ἕνα. Ἀλλὰ ἡ $E > P$ σημαίνει ὅτι τὸ ἄτομον δὲν ἦτο εἰς καλλιτέραν θέσιν κατὰ τὸ ἔτος μηδέν. Ἄρα, οὐδὲν συμπέρασμα δύναται νὰ ἐξαχθῇ.

4. $P > E > L$: Ἡ περίπτωσης αὕτη, μολονότι δυνατή, χαρακτηρίζεται ἀπό ἀσυνέπειαν. Βάσει τῆς σχέσεως (3.6.10), ἡ $P > E$ σημαίνει ὅτι ὁ καταναλωτής ἦτο εἰς καλλιτέραν θέσιν κατὰ τὸ ἔτος μηδέν. Ἀλλά ἡ $E > L$ σημαίνει, βάσει τῆς (3.6.7), ὅτι οὗτος ἦτο εἰς καλλιτέραν θέσιν κατὰ τὸ ἔτος ἓνα. Ἡ εὐημερία τοῦ ἀτόμου ἔχει συγχρόνως ἀυξηθῆ καὶ μειωθῆ! Μία τοιαύτη ἀντίφασις πιθανόν νὰ ὀφείλεται εἰς μεταβολὴν τῶν «προτύπων προτιμήσεως» τοῦ ἀτόμου. Ἐν πάσῃ περιπτώσει, τοῦτο ἐμποδίζει οἰανδήποτε ἔρευναν ἐπὶ τῆς μεταβολῆς τῆς εὐημερίας τοῦ ἀτόμου.

Ἐν περιλήψει : εἶναι, εἰς ὀρισμένας περιπτώσεις, δυνατόν νὰ προσδιορίσωμεν κατὰ πόσον ἡ εὐημερία ἑνὸς ἀτόμου ηὔξηθη ἢ ἐμειώθη, διὰ τῆς συγκρίσεως ἀριθμοδεικτῶν. Εἰς ἄλλας περιπτώσεις, ἐν τούτοις, τὰ ἀποτελέσματα εἴτε δὲν εἶναι πειστικά εἴτε εἶναι ἀντιφατικά. Εἰς τὰς περιπτώσεις αὐτὰς ἡ θεωρία τῶν ἀριθμοδεικτῶν κατ' οὐδὲν δύναται νὰ συμβάλῃ εἰς τὴν ἀνάλυσιν τῶν μεταβολῶν τῆς εὐημερίας ἑνὸς ἀτόμου.

ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ

- Χρησιμοποιοῦντες ἓνα χάρτην ἀδιαφορίας, κατασκευάσατε τὴν καμπύλην ζητήσεως ἑνὸς καταναλωτοῦ δι' ἓνα κανονικὸν καὶ δι' ἓνα κατώτερον ἀγαθόν.
- Ἐξηγήσατε τὸ εἰσοδηματικὸν ἀποτέλεσμα μιᾶς μεταβολῆς τῆς τιμῆς καὶ συνδέσατέ το ἐπακριβῶς μετὰ τὴν εἰσοδηματικὴν ἐλαστικότητα ζητήσεως.
- Ἀπαντήσατε «ὀρθόν», «ἐσφαλμένον» ἢ «ἀβέβαιον» καὶ δικαιολογήσατε τὴν ἀπάντησίν σας :
 - Ἄν δύο ἀγαθὰ εἶναι ὑποκατάστατα εἰς τὴν κατανάλωσιν, μία πτώσις τῆς τιμῆς τοῦ ἑνὸς θὰ ἐπιφέρῃ πτώσιν τῆς τιμῆς τοῦ ἑτέρου. Ἐχει σημασίαν, ἐὰν ἡ ἀρχικὴ πτώσις τῆς τιμῆς προῆλθε ἀπὸ μεταβολὴν τῆς ζητήσεως ἢ μεταβολὴν τῆς προσφορᾶς ;
 - Ἄν δύο ἀγαθὰ εἶναι συμπληρωματικά εἰς τὴν κατανάλωσιν, μία πτώσις τῆς τιμῆς τοῦ ἑνὸς θὰ ἐπιφέρῃ αὐξήσιν τῆς τιμῆς τοῦ ἑτέρου. Ἐχει σημασίαν ἐὰν ἡ ἀρχικὴ πτώσις τῆς τιμῆς προῆλθε ἀπὸ μεταβολὴν τῆς ζητήσεως ἢ μεταβολὴν τῆς προσφορᾶς ;
 - Μία μετατόπισις τῆς ζητήσεως πετρελαίου δὲν θὰ ἐπηρεάσῃ τὴν τιμὴν τῆς βενζίνης.
- Κατὰ τὸ ἔτος ἓνα, τὸ εἰσόδημά σας εἶναι \$ 2.000. Τὸ ἔτος δύο εἶναι \$ 4.000. Τὰ ἀγαθὰ τὰ ὅποια ἠγοράσατε κατὰ τὸ ἔτος ἓνα ἀντὶ \$ 2.000, στοιχίζουσιν ἀκριβῶς \$ 4.000 κατὰ τὸ ἔτος δύο. (i) Εὐρίσκεσθε εἰς καλλι-

τέραν θέσιν κατὰ τὸ ἔτος δύο. (ii) Δὲν εἶναι δυνατόν νὰ εἴσθε εἰς χειροτέραν θέσιν κατὰ τὸ ἔτος δύο. Ἐπιλέξατε τὴν κατάλληλον ἀπάντησιν.
 ε) Δὲν εἶναι δυνατόν ὅλα τὰ καταναλισκόμενα ἀγαθὰ νὰ εἶναι κατώτερα ἀγαθὰ.

ΠΡΟΤΕΙΝΟΜΕΝΗ ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

1. Ferguson, C. E., «Substitution Effect in Value Theory : A Pedagogical Note», Southern Economic Journal, Τόμος XXVI (1960), σελ. 310 - 14.
2. Georgescu — Roegen, Nicholas, «A Diagrammatic Analysis of Complementarity», Southern Economic Journal, Τόμος XIX (1952), σελ. 1 - 20.
3. Hicks, J. R. «Value and Capital», σελ. 42 - 52 2α ἔκδοσις, Oxford : Oxford University Press, 1964.
4. Henderson, James M. καὶ Quandt, Richard E. «Microeconomic Theory» σελ. 24 - 30. New York : McGraw - Hill Book Co., Inc., 1958 [στοιχειώδη μαθηματικά ἀναγκαῖα].
5. Samuelson, Paul A. «Foundations of Economic Analysis» σελ. 100 - 107, Cambridge, Mass. : Harvard University Press, 1947 [ἀπαιτοῦνται προκεχωρημένα μαθηματικά].
6. Staehle, H. «A Development of the Economic Theory of Price Index Numbres», Review of Economic Studies, Τόμος II (1935), σελ. 163 - 188 [ἀπαιτοῦνται στοιχειώδη μαθηματικά].

4.1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Ἡ ἀνάλυσις τοῦ Μέρους I ἔχει ἀποδείξει ὅτι αἱ ἀτομικαὶ καμπύλαι ζητήσεως κλίνουν πρὸς τὰ κάτω καὶ δεξιὰ — ὅτι δηλ., ἡ ζητούμενη ποσότης μεταβάλλεται ἀντιστρόφως πρὸς τὴν τιμὴν. Ἡ μόνη ἐξαίρεσις ἦτο μία πράγματι ἀσήμαντος τοιαύτη, τὸ παράδοξον τοῦ Giffen. Ἀλλὰ καὶ ἂν ἀκόμη μερικὰ ἄτομα εὐρίσκωνται εἰς μίαν τοιαύτην κατάστασιν ὥστε νὰ ἔχη ἐπ' αὐτῶν ἐφαρμογὴν τὸ παράδοξον τοῦ Giffen, εἶναι ἀμφίβολον ἂν ἡ ἀγοραία καμπύλη ζητήσεως θὰ δεικνύη τὰς ἰδίας ιδιότητας. Τὸ τελευταῖον τοῦτο κεφάλαιον τοῦ Μέρους I μᾶς μεταφέρει ἀπὸ τὴν ἀτομικὴν εἰς τὴν ἀγοραίαν καμπύλην ζητήσεως — ἀπὸ τὴν ζήτησιν ἑνὸς ἀτόμου δι' ἓνα συγκεκριμένον ἀγαθὸν εἰς τὴν ζήτησιν πάντων τῶν καταναλωτῶν διὰ τὸ ἀγαθὸν τοῦτο. Μετὰ τὴν ἐξαγωγήν τῆς συναρτήσεως τῆς ἀγοραίας ζητήσεως θὰ συνεχίσωμεν μὲ τὴν περιγραφὴν πολλῶν ἐκ τῶν χαρακτηριστικῶν τῆς, μέσφ ἐννοιῶν ὡς τὸ ὀριακὸν ἔσοδον, ἡ ἐλαστικότης τῆς ζητήσεως τοῦ ἀγαθοῦ ὡς πρὸς τὴν τιμὴν του, ἡ σταυροειδῆς ἐλαστικότης καὶ ἡ εἰσοδηματικὴ ἐλαστικότης.

4.2. ΑΠΟ ΤΗΝ ΑΤΟΜΙΚΗΝ ΕΙΣ ΤΗΝ ΑΓΟΡΑΙΑΝ ΖΗΤΗΣΙΝ

Ἡ συνάρτησις τῆς ζητήσεως ἑνὸς ἀτόμου δι' ἓνα συγκεκριμένον ἀγαθὸν εὐρίσκεται διὰ τῆς διαδικασίας τῆς μεγιστοποιήσεως τῆς ἱκανοποιήσεως μὲ ἓνα δεδομένον ἐπίπεδον χρηματικοῦ εἰσοδήματος. Ἡ διαδικασία αὕτη περιεγράφη εἰς τὸ Κεφάλαιον 2. Ἀπὸ τὴν ἐπιχειρηματολογίαν ἐκείνην εἶναι προφανές ὅτι ἡ συνάρτησις προτιμήσεων τοῦ ἀτόμου διαδραματίζει σημαντικὸν ρόλον εἰς τὸν προσδιορισμὸν τῆς ζητήσεως του διὰ κάθε συγκεκριμένον ἀγαθόν. Ὅμως αὕτη (ἡ συνάρτησις προτιμήσεων) δὲν ἀποτελεῖ τὸν μόνον παράγοντα. Πράγματι ὑπάρχουν τέσσαρες σπουδαῖοι προσδιοριστικοὶ παράγοντες τῆς ζητούμενης ποσότητος.

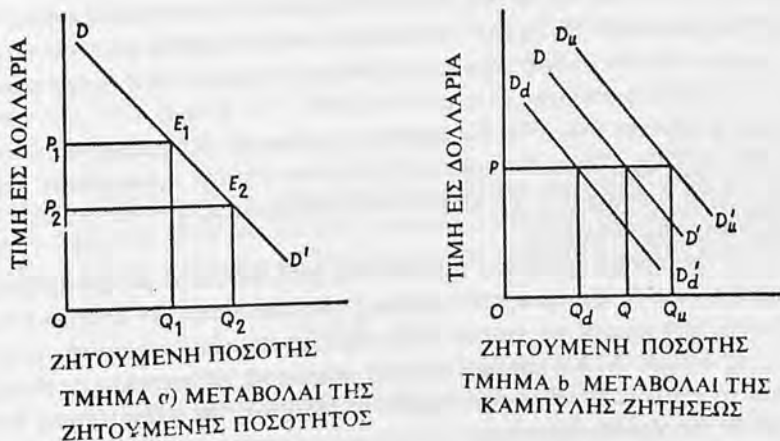
4.2.a. — Οί προσδιοριστικοί παράγοντες τής ζήτησεως

Ὁ ἓνας ἐκ τῶν τεσσάρων προσδιοριστικῶν παραγόντων τῆς ἀτομικῆς ζήτησεως προσδιορίζει τὴν ζητούμενην ποσότητα μὲ δεδομένην τὴν θέσιν τῆς καμπύλης ζήτησεως, ἐνῶ οἱ ἄλλοι προσδιορίζουν αὐτὴν ταύτην τὴν θέσιν τῆς καμπύλης ζήτησεως.

Ὁ πρῶτος, καὶ εἰς πλείστας περιπτώσεις ὁ πλέον σημαντικὸς προσδιοριστικὸς παράγων, εἶναι ἡ τιμὴ τοῦ ἀγαθοῦ.

Συμφώνως πρὸς τὸν νόμον τῆς ζήτησεως, ἡ ζητούμενη ποσότης μεταβάλλεται ἀντιστρόφως πρὸς τὴν τιμὴν. Ἄλλος τρόπος ἐκφράσεως αὐτῆς τῆς ἀρχῆς εἶναι ἡ διατύπωσις ὅτι ἡ καμπύλη ζήτησεως ἔχει ἀρνητικὴν κλίσιν. Καὶ κατὰ μίαν ἀκόμη διαφορετικὴν ἐκφρασίαν, μεταβολαὶ εἰς τὴν ὄνο-

ΣΧΗΜΑ 4.2.1



μαστικὴν τιμὴν προκαλοῦν μετατοπίσεις κατὰ μῆκος μιᾶς δεδομένης καμπύλης ζήτησεως ἐπὶ τῆς ὁποίας αὐταὶ ἀντιπροσωπεύουν τὰς ἀντιθέτους μεταβολὰς τῶν ζητούμενων ποσοτήτων.

Αὐτὴ ἡ πολὺ γνωστὴ πρότασις ἀπεικονίζεται εἰς τὸ τμήμα α τοῦ Σχήματος 4.2.1. Ὡς γίνεται πάλιν ὁρατόν, ἡ τιμὴ τοποθετεῖται ἐπὶ τοῦ καθέτου ἄξονος καὶ ἡ ζητούμενη ποσότης ἐπὶ τοῦ ὀριζοντίου ἄξονος¹. Ὄταν ἡ τιμὴ μειοῦται ἀπὸ OP_1 εἰς OP_2 , ἡ ζητούμενη ποσότης αὐξάνεται ἀπὸ OQ_1 εἰς OQ_2 .

1. Ὁ τρόπος οὗτος σχεδιάσεως εἶναι ἀκριβῶς ὁ ἀντίστροφος τῆς κοινῶς ἀποδεκτῆς μαθηματικῆς διαδικασίας ὅπου ἡ ἀνεξάρτητος μεταβλητὴ τίθεται ἐπὶ τοῦ ὀριζοντίου ἄξονος.

Ἡ μεταβολὴ αὐτὴ ἀντιπροσωπεύει μίαν κίνησιν κατὰ μῆκος τῆς δεδομένης καμπύλης ζητήσεως DD' ἀπὸ τὸ E_1 εἰς τὸ E_2 . Τονίζομεν καὶ πάλιν, μεταβολαὶ τῆς τιμῆς ἑνὸς ἀγαθοῦ ὀδηγοῦν εἰς μεταβολὰς τῆς ζήτησιν τοῦ ἑτέρου ποσότητος, τῆς καμπύλης ζητήσεως παραμενουσῆς ἀμεταβλήτου.

Οἱ λοιποὶ παράγοντες προσδιορίζουν τὸ ὕψος ἢ θέσιν τῆς καμπύλης ζητήσεως. Τὸ χρηματικὸν εἰσόδημα ἀποτελεῖ ἓνα ἐκ τῶν πλέον σημαντικῶν παραγόντων. Δι' ὅλους σχεδὸν τοὺς καταναλωτὰς καὶ δι' ὅλα σχεδὸν τὰ ἀγαθὰ, ὅσον μεγαλύτερον εἶναι τὸ χρηματικὸν εἰσόδημα τόσον μεγαλύτερα εἶναι ἡ ζήτησις (δηλ. τόσον ὑψηλότερον καὶ περισσότερον πρὸς τὰ δεξιὰ κεῖται ἡ καμπύλη ζητήσεως)². Θεωρήσατε τὸ τμήμα b τοῦ Σχήματος 4.2.1. Ἡ DD' εἶναι ἡ ἀρχικὴ καμπύλη ζητήσεως. Ἐστω ὅτι τὸ χρηματικὸν εἰσόδημα αὐξάνεται. Ἡ «ζήτησις» θὰ αὐξηθῇ ἐπίσης, μετατοπίζουσα τὴν καμπύλην ζητήσεως πρὸς τὰ ἔξω καὶ δεξιὰ, εἰς μίαν θέσιν ὡς ἡ $D_u D_u'$. Ἄν ἐξ ἄλλου, τὸ χρηματικὸν εἰσόδημα ἐμειοῦτο ἐν σχέσει πρὸς τὸ ἀρχικὸν τοῦ ἐπίπεδον ἡ ζήτησις θὰ ἐμειοῦτο, ἤτοι θὰ μετετοπίζετο πρὸς τὰ κάτω καὶ ἀριστερά. Ἡ $D_d D_d'$ παρουσιάζει μίαν τοιαύτην μετατόπισιν.

Σημειωτέον ὅτι ὅταν ἡ ζήτησις αὐξηθῇ καὶ ἡ τιμὴ παραμένει ἀμετάβλητος, ἡ ζητούμενη ποσότης ἐπίσης θὰ αὐξηθῇ. Ἄν ἡ τιμὴ εἶναι OP καὶ ἡ ζήτησις αὐξάνεται ἀπὸ DD' εἰς $D_u D_u'$, ἡ ζητούμενη ποσότης αὐξάνεται ἀπὸ OQ εἰς OQ_u . Ὅμως ὁ σημαντικὸς παράγων εἰς τὴν προκειμένην περίπτωσιν εἶναι ἡ μεταβολὴ τοῦ χρηματικοῦ εἰσοδήματος, ἥτις ὀδηγεῖ εἰς τὴν μετατόπισιν τῆς ζητήσεως.

Ὁ τρίτος προσδιοριστικὸς παράγων τῆς ζητήσεως εἶναι αἱ προτιμήσεις. Αἱ προτιμήσεις (ἢ πρότυπα προτιμήσεως) τῶν περισσοτέρων ἀτόμων μεταβάλλονται ἀπὸ καιροῦ εἰς καιρόν. Μία αὐξησις, εἰς τὴν ἔντασιν τῆς ἐπιθυμίας ἑνὸς ἀτόμου δι' ἓνα ἀγαθόν, εὐλόγως ὀδηγεῖ εἰς αὐξήσιν τῆς ζητήσεώς του διὰ τὸ ἀγαθόν. Τὸ ἀντίθετον συμβαίνει, βεβαίως, ἂν ἡ προτιμῆσις ἑνὸς ἀτόμου δι' ἓνα ἀγαθόν ἐξασθενῇ.

Τέλος, αἱ τιμαὶ τῶν σχετιζομένων ἀγαθῶν προσδιορίζουν ἐπίσης τὸ ἐπίπεδον τῆς ζητήσεως διὰ τὸ ἐν λόγῳ ἀγαθόν. Εἰς τὸ Κεφάλαιον 3 ἀνελύθησαν αἱ ἔννοιαι τῆς ὑποκαταστάσεως καὶ τῆς συμπληρωματικότητος. Χρησιμοποιουμένης τῆς διὰ τῆς συναρτήσεως ζητήσεως προσεγγίσεως, δύο ἀγαθὰ ὀρίζονται ὡς ὑποκατάστατα ἂν μία αὐξησις τῆς τιμῆς τοῦ ἑνὸς ὀδηγῇ εἰς αὐξήσιν τῆς καταναλώσεως τοῦ ἑτέρου. Ὑποθέσατε ὅτι τὸ τμήμα b τοῦ Σχήματος 4.2.1 ἀναφέρεται εἰς τὴν ζήτησιν βοείου κρέατος. Διὰ μίαν δεδομένην τιμὴν τοῦ χοιρείου κρέατος, ἡ ἀρχικὴ ζήτησις εἶναι DD' . Ἄν ἡ τιμὴ τοῦ χοιρείου κρέατος αὐξηθῇ, ἡ ζήτησις βοείου κρέατος θὰ αὐξηθῇ

2. Ὁρισμέναι ἐξαιρέσεις ἀναφέρονται εἰς τὸ τμήμα 4.3 κατωτέρω.

εις $D_u D_u'$. Ἐάν ἡ τιμὴ τοῦ βοείου κρέατος παραμείνῃ ἀμετάβλητος (εις OP), ἡ ζητούμενη ποσότης βοείου κρέατος αὐξάνεται ἀπὸ OQ εἰς OQ_u . Ὅμοίως ἂν ἡ τιμὴ τοῦ χοιρείου κρέατος μειωθῇ, ἡ ζήτησις βοείου κρέατος θὰ μειωθῇ εἰς $D_d D_d'$ καὶ ἡ ζητούμενη ποσότης θὰ μειωθῇ εἰς OQ_d .

Ἡ ἀντίθετος σχέσις ἰσχύει διὰ τὰ συμπληρωματικὰ ἀγαθὰ. Ἐστω ὅτι τὸ τμήμα b παρουσιάζει τώρα τὴν ζήτησιν δι' ἐγγραφὴν εἰς λέσχας γκόλφ. Ἐν συμπληρωματικὸν ἀγαθὸν εἶναι ἓνα μάθημα γκόλφ. Ἐάν ἡ τιμὴ διὰ τὴν ἐγγραφὴν τινος ὡς μέλους μιᾶς λέσχης γκόλφ αὐξηθῇ, ὀλιγώτερα ἄτομα θὰ ἐγγραφοῦν εἰς τὴν λέσχην καὶ ὀλιγώτερα ἄτομα θὰ παίζουν γκόλφ. Συνεπῶς ἡ ζήτησις δι' ἐγγραφὴν εἰς τὰς ἐν λόγω λέσχας θὰ μειωθῇ. Ἐν τούτοις ἂν τὸ κόστος μαθημάτων γκόλφ μειωθῇ, ἡ ζήτησις δι' ἐγγραφὴν εἰς τὰς λέσχας του εἶναι πιθανὸν νὰ αὐξηθῇ.

Οἱ τέσσαρες οὔτοι παράγοντες — τιμὴ, εἰσόδημα, προτιμήσεις καὶ τιμαὶ τῶν σχετιζομένων ἀγαθῶν — συμπεροσδιορίζουν τὸ ἐπίπεδον τῆς ζητήσεως καὶ τὴν ζητούμενην ποσότητα ἐκάστου ἀγαθοῦ ἀπὸ ἑκαστοῦ ἄτομον. Τὸ ἐπόμενον βῆμα εἶναι ν' ἀθροίσωμεν τὰς ἀτομικὰς ζητήσεις διὰ νὰ λάβωμεν τὴν ἀγοραίαν ζήτησιν ἐκάστου ἀγαθοῦ.

4.2.b. — Ἡ εὕρεσις τῆς ἀγοραίας ζητήσεως

Ἡ ἀγοραία ζήτησις δι' ἓνα ὀρισμένον ἀγαθὸν δὲν εἶναι τίποτε ἄλλο παρὰ ἡ ὀριζοντία «ἄθροισις» τῶν ἀτομικῶν ζητήσεων τῶν καταναλωτῶν. Μὲ ἄλλας λέξεις, ἡ ζητούμενη εἰς τὴν ἀγορὰν ποσότης εἰς ἐκάστην τιμὴν

ΠΙΝΑΞ 4.2.1

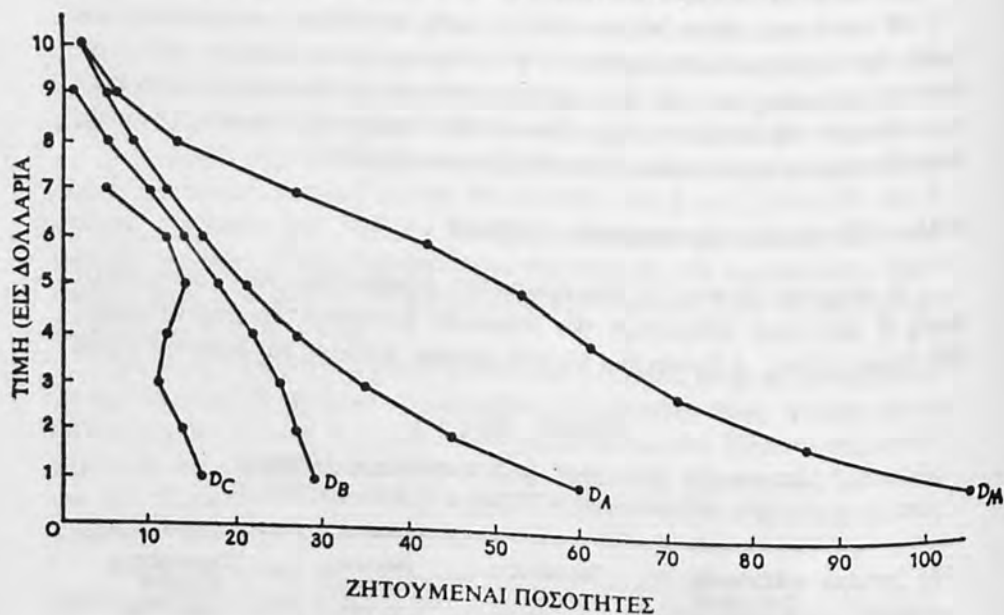
ΑΤΟΜΙΚΑΙ ΖΗΤΗΣΕΙΣ ΚΑΙ ΣΥΝΟΛΙΚΗ ΖΗΤΗΣΙΣ Εἰς μίαν ἀγορὰν τριῶν καταναλωτῶν

Τιμὴ	Ποσότης ζητούμενη ὑπὸ τοῦ Α	Ποσότης ζητούμενη ὑπὸ τοῦ Β	Ποσότης ζητούμενη ὑπὸ τοῦ C	Ζητούμενη ἀγοραία ποσότης
		0	0	2
10	2	1	0	6
9	5	5	0	13
8	8	10	5	27
7	12	14	12	42
6	16	18	14	53
5	21	22	12	61
4	27	25	11	71
3	35	27	14	86
2	45	29	16	105
1	40			

είναι τὸ ἄθροισμα ὄλων τῶν ζητουμένων ποσοτήτων ἀπὸ τὰ ἐπὶ μέρους ἄτομα εἰς ἐκάστην τιμὴν.

Ὁ Πίναξ 4.2.1 καὶ τὸ σχετικὸν πρὸς τοῦτον Σχῆμα 4.2.2, παρέχουν μίαν ἀπεικόνισιν τοῦ ἀνωτέρω, εἰς τὴν περίπτωσιν ὅπου τρεῖς καταναλωταὶ εὐρίσκονται εἰς τὴν ἀγοράν. Ἐπὶ πλέον δεικνύουν ὅτι, μολονότι διὰ τὴν ζήτησιν τοῦ καταναλωτοῦ C ἰσχύει τὸ παράδοξον τοῦ Giffen, ἡ ἐξαγομένη ἀγοραία καμπύλη ζητήσεως εἶναι σύμφωνος πρὸς τὸν νόμον τῆς ζητήσεως.

ΣΧΗΜΑ 4.2.2
ΑΠΟ ΤΗΝ ΑΤΟΜΙΚΗΝ ΕΙΣ ΤΗΝ ΑΓΟΡΑΙΑΝ ΖΗΤΗΣΙΝ



Συνήθως εἰς κάθε ἀγοράν εὐρίσκεται μεγάλος ἀριθμὸς καταναλωτῶν καὶ δὲν εἶναι πιθανὸν οὗτοι νὰ ἔχουν ἀτομικὰς ζητήσεις, αἱ ὅποια νὰ διαφέρουν τόσον εὐρέως ὅσον ἐκεῖναι τοῦ Σχήματος 4.2.2. Οὕτω, διὰ νὰ παρουσιασθῇ ἢ πλέον συνήθης περίπτωσις, ὑποθέσατε μίαν ἀγοράν ὅπου ὑπάρχουν 75.000 καταναλωταὶ μὲ ταυτοσήμες ἀτομικὰς ζητήσεις. Ὁ Πίναξ 4.2.2 δεικνύει τὴν ζήτησιν ἑνὸς καταναλωτοῦ καὶ τὴν συνολικὴν ἀγοραίαν ζήτησιν. Ὁμοίως τὸ τμήμα α, τοῦ Σχήματος 4.2.3, δεικνύει τὸ σχῆμα τῆς ἀτομικῆς καμπύλης ζητήσεως καὶ τὸ τμήμα β τὸ σχῆμα τῆς ἀντιστοίχου ἀγοραίας ζητήσεως.

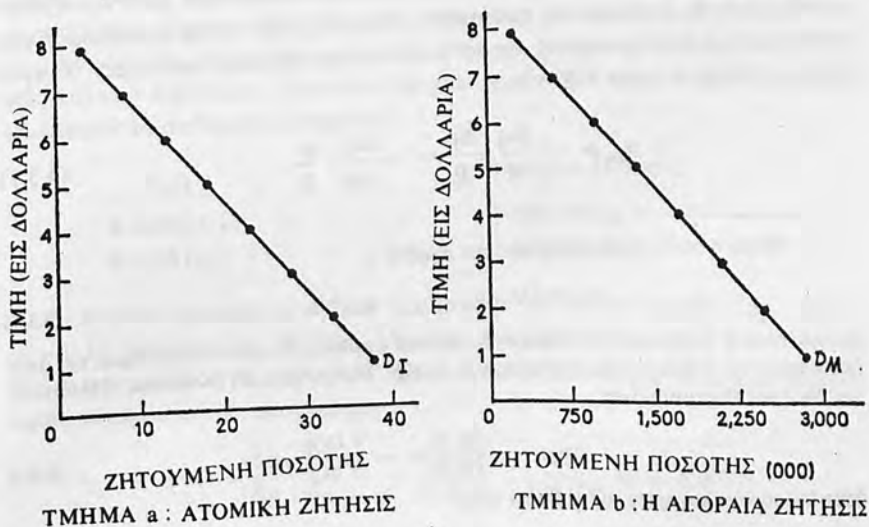
ΠΙΝΑΞ 4.2.2
ΑΤΟΜΙΚΗ ΚΑΙ ΑΓΟΡΑΙΑ ΖΗΤΗΣΙΣ ΕΙΣ ΜΙΑΝ ΜΕΓΑΛΗΝ ΑΓΟΡΑΝ

Τιμή	Ποσότης ζητούμενη από ένα τυπικόν καταναλωτήν	Ζητούμενη ἀγοραία ποσότης
8	3	255.000
7	8	600.000
6	13	975.000
5	18	1.350.000
4	23	1.725.000
3	28	2.100.000
2	33	2.475.000
1	38	2.850.000

Τὰ συμπεράσματα τοῦ τμήματος τούτου δύνανται νὰ διατυπωθοῦν περιληπτικῶς ὡς ἑξῆς :

ΣΧΕΣΙΣ : Ἡ ἀγοραία ζήτησις εἶναι ἡ ὀριζοντία ἄθροισις τῶν ἀτομικῶν ζητήσεων ὄλων τῶν καταναλωτῶν τῆς ἀγορᾶς. Συνεπῶς, εἰς ἐκάστην τιμὴν, ἡ ζητούμενη ἀγοραία ποσότης εἶναι τὸ ἄθροισμα ὄλων τῶν εἰς τὴν τιμὴν αὐτὴν ἀτομικῶς ζητουμένων ποσοτήτων. Παρὰ τὸ ὅτι μερικοὶ καταναλω-

ΣΧΗΜΑ 4.2.3
ΑΘΡΟΙΣΙΣ ΑΤΟΜΙΚΩΝ ΖΗΤΗΣΕΩΝ



ται πιθανόν να έχουν ζητήσεις υποκειμένες εις τὸ παράδοξον τοῦ Giffen διὰ ὠρισμένα ἀγαθὰ, αἱ κανονικαὶ ζητήσεις τῶν ἄλλων καταναλωτῶν συνήθως θὰ ὑπεραντισταθμίζουσι τὸ ἀποτέλεσμα Giffen. Συνεπῶς αἱ ἀγοραῖαι καμπύλαι ζητήσεως θὰ κλίνουν, κατὰ κανόνα, πρὸς τὰ κάτω καὶ δεξιά.

4.3. Η ΕΛΑΣΤΙΚΟΤΗΣ ΤΗΣ ΖΗΤΗΣΕΩΣ

Ἡ ἔννοια καὶ ὁ ὑπολογισμὸς τῶν ἐλαστικότητων τῆς ζητήσεως εἶναι ἤδη πολὺ γνωστά· πράγματι, εἰς τὸ Κεφάλαιον 3 ἡ μέτρησις τῆς σταυροειδοῦς ἐλαστικότητος ὡς πρὸς τὴν τιμὴν ἀνελύθη διεξοδικῶς. Ἐν τούτοις αἱ διάφοροι ἐλαστικότητες τῆς ζητήσεως εἶναι τόσον σημαντικαὶ — καὶ ἐπὶ τοῦ θεωρητικοῦ καὶ ἐπὶ τοῦ ἐμπειρικοῦ πεδίου — ὥστε ἐξετάζονται ἅπασαι εἰς τὸ παρὸν τμήμα.

4.3.a. — Ἡ ἐλαστικότης τῆς ζητήσεως ὡς πρὸς τὴν τιμὴν

Ἡ ἐλαστικότης τῆς ζητήσεως ὡς πρὸς τὴν τιμὴν ὀρίζεται ὡς ἡ σχετικὴ «εὐαισθησία» τῆς ζητουμένης ποσότητος εἰς τὰς μεταβολὰς τῆς τιμῆς· ἢ, ἄλλως, ὡς ἡ ποσοστιαία μεταβολὴ τῆς ζητουμένης ποσότητος ἢ προκύπτουσα ἐκ μιᾶς κατὰ 1% μεταβολῆς τῆς τιμῆς. Ὁ συντελεστὴς τῆς ἐλαστικότητος ὡς πρὸς τὴν τιμὴν συμβολίζεται συνήθως μὲ τὸ ἑλληνικὸν μικρὸν ἦτα (η) : ὅταν ὑπάρχη κίνδυνος ἀσαφείας, ἡ ἐλαστικότης ὡς πρὸς τὴν τιμὴν συμβολίζεται διὰ τοῦ η_{xx} .

Ἐφ' ὅσον ἡ ζητούμενη ποσότης καὶ ἡ τιμὴ μεταβάλλονται ἀντιστρόφως, μία θετικὴ μεταβολὴ τῆς τιμῆς θὰ συνοδεύεται ἀπὸ μίαν ἀρνητικὴν μεταβολὴν τῆς ζητουμένης ποσότητος. Συνεπῶς, διὰ νὰ καταστήσωμεν τὸν συντελεστὴν ἐλαστικότητος ὡς πρὸς τὴν τιμὴν θετικόν, εἰσάγομεν τὸ πρόσημον «πλὴν» εἰς τὸν τύπον³:

$$\eta_{xx} = - \frac{\Delta q}{q} \cdot \frac{\Delta p}{p} = - \frac{\Delta q}{\Delta p} \cdot \frac{p}{q} \quad (4.3.1)$$

3. Ἐστω ἡ συνάρτησις ζητήσεως τοῦ ἀγαθοῦ i

$$q_i = f(p_1, p_2, \dots, p_n, M), \quad (4.3.1)$$

ὅπου q_i εἶναι ἡ ζητούμενη ποσότης, p_i ἡ τιμὴ τοῦ ἀγαθοῦ i , M εἶναι τὸ εἰσόδημα, καὶ ὅπου ὑποθέτομεν ὅτι ὑπάρχουν εἰς τὸ σύστημα n ἀγαθὰ. Ἐξ ὀρισμοῦ, ὡς ἐκ τούτου, ἡ ἐλαστικότης ὡς πρὸς τὴν τιμὴν εἶναι :

$$\eta_{ii} = - \frac{\partial q_i}{\partial p_i} \frac{p_i}{q_i} = - \frac{\partial \ln q_i}{\partial \ln p_i} \quad (4.3.2)$$

ὅπου \ln δεικνύει λογαριθμὸς μὲ βάσιν τὸ e .

Ἡ ἐξίσωσις (4.3.1) δίδει τὸν τύπον ὑπολογισμοῦ τῆς καλουμένης «στιγμικῆς» ἐλαστικότητος τῆς ζητήσεως ὡς πρὸς τὴν τιμὴν. Τοῦτο σημαίνει ὅτι ὁ οὕτως ὑπολογιζόμενος συντελεστὴς ἰσχύει διὰ πολὺ μικρὰς μεταβολὰς μόνον.

Ἐπὶ παραδείγματι, ὑποθέσατε ὅτι ἔχομεν τὴν ἀκόλουθον πληροφορίαν :

Τιμὴ	Ζητούμενη Ποσότης
\$ 29,001 (p_1)	2.999 (q_1)
\$ 29,000 (p_2)	3.000 (q_2)

Προφανῶς, $\Delta p = - \$ 0,001$ καὶ $\Delta q = + 1$. Εἰς τὸν τύπον τῆς στιγμικῆς ἐλαστικότητος πρέπει ἐπίσης νὰ χρησιμοποιηθοῦν τὰ p καὶ q ἀλλὰ προκύπτει τὸ πρόβλημα : θὰ πρέπει νὰ χρησιμοποιηθοῦν τὰ p_1 καὶ q_1 ἢ τὰ p_2 καὶ q_2 ; Διὰ πολὺ μικρὰς μεταβολὰς, ὡς αἱ παρούσαι, τοῦτο εἶναι ἄνευ σημασίας — οἱ-ἀδήποτε δύνανται νὰ χρησιμοποιηθοῦν· ὁ ἀνωτέρω τύπος τῆς ἐλαστικότητος δύνανται νὰ εφαρμοσθῇ. Τοῦτο εὐκόλως δύνανται νὰ δειχθῇ ἐκ τῶν ἀκολουθῶν ὑπολογισμῶν :

$$\eta = - \frac{\Delta q}{\Delta p} \cdot \frac{p_1}{q_1} = - \frac{+ 1}{- 0,001} \cdot \frac{29,001}{2,999} = + 9,70357$$

$$\eta = - \frac{\Delta q}{\Delta p} \cdot \frac{p_2}{q_2} = - \frac{+ 1}{- 0,001} \cdot \frac{29,000}{3,000} = + 9,66667.$$

Ἡ διαφορὰ μεταξὺ τῶν δύο ὑπολογισθεισῶν ἐλαστικότητων εἶναι πολὺ μικρά : μόνον 0,03690 ἐπὶ ἐνὸς μεγέθους ὑπερβαίνοντος τὸ 9. Εἰς τοιαύτας περιπτώσεις, ἡ στιγμικὴ ἐλαστικότης ἀποτελεῖ τὸ κατάλληλον μέτρον.

Εἰς πολλὰς περιπτώσεις ὅμως, αἱ παρατηρούμεναι μεταβολαὶ τῆς τιμῆς καὶ τῆς ποσότητος εἶναι πολὺ μεγαλύτεραι. Ἐπὶ παραδείγματι, πιθανὸν νὰ ἔχομεν τὰ ἀκόλουθα δεδομένα :

Τιμὴ	Ζητούμενη Ποσότης
\$ 0,60 (p_1)	400.000 (q_1)
\$ 0,50 (p_2)	800.000 (q_2)

Καὶ πάλιν αἱ «μεταβολαὶ» δὲν προκαλοῦν οὐδεμίαν ἀμφιβολίαν : $\Delta p = - 0,10$ καὶ $\Delta q = + 400.000$. Ἄς ὑπολογίσωμεν τώρα τὸν συντελεστὴν τῆς ἐλαστικότητος ὡς πρὸς τὴν τιμὴν. Χρησιμοποιοῦντες τὰ ἀρχικὰ μεγέθη τιμῆς καὶ ποσότητος, εὐρίσκομεν :

$$\eta = - \frac{\Delta q}{\Delta p} \cdot \frac{p_1}{q_1} = - \frac{400.000}{- 0,10} \cdot \frac{0,60}{400.000} = + 6,00.$$

Όταν, εν τούτοις, χρησιμοποιούνται τα νέα μεγέθη τιμής και ποσότητας, ο συντελεστής της ελαστικότητας είναι πολύ διαφορετικός, ήτοι :

$$\eta = - \frac{\Delta q}{\Delta p} \cdot \frac{p_2}{q_2} = - \frac{400.000}{-0,10} \cdot \frac{0,50}{800.000} = + 2,50.$$

Είς την προκειμένη περίπτωση οι δύο υπολογισμοί δέν δίδουν ίκανοποιητικώς ὅμοια ἀποτελέσματα. Ἡ ἐλαστικότης πρέπει συνεπῶς νά υπολογισθῆ ὡς πρὸς ἓνα τόξον μᾶλλον τῆς καμπύλης ζητήσεως παρά ὡς πρὸς ἓνα σημεῖον τῆς καμπύλης. Πρὸς τοῦτο χρησιμοποιεῖται ὁ ἀριθμητικὸς μέσος τῶν δύο τιμῶν καὶ ὁ ἀριθμητικὸς μέσος τῶν δύο ποσοτήτων. Ἄρα ὁ τύπος τῆς «τοξοειδοῦς» ἐλαστικότητος τῆς ζητήσεως ὡς πρὸς τὴν τιμὴν θά εἶναι :

$$\eta = - \frac{\Delta q}{\Delta p} \cdot \frac{\left(\frac{p_2 + p_1}{2}\right)}{\left(\frac{q_2 + q_1}{2}\right)} = - \frac{\Delta q}{\Delta p} \cdot \frac{(p_2 + p_1)}{(q_2 + q_1)} \quad (4.3.2)$$

Ἐφαρμόζοντες τὸν τύπον (4.3.2) εἰς τὰ ἀνωτέρω λαμβάνομεν διὰ τὸ τόξον τῆς καμπύλης ζητήσεως, τὸ ὁποῖον ὀρίζεται ἀπὸ τὰς ἀνωτέρω παρατηρήσεις, μίαν «μέσην» ἐλαστικότητα ὡς πρὸς τὴν τιμὴν, τὴν

$$\eta = - \frac{400.000}{-0,10} \cdot \frac{1,10}{1.200.000} = + 3,6667.$$

Ὁ οὕτως ἐξαχθεὶς συντελεστής ἀποτελεῖ μίαν πολὺ ἀκριβεστέραν ἐκτίμησιν τῆς ἐλαστικότητος ὡς πρὸς τὴν τιμὴν εἰς τὸ πρόβλημα τοῦτο⁴.

4. Ὁ ὅρος «τοξοειδῆς ἐλαστικότης», παρά τὴν ἀποδοχὴν του, εἶναι ἴσως ὀλίγον ἀπατηλός. Ὑποθέσατε ὅτι ἡ καμπύλη ζητήσεως παριστᾶται ὑπὸ τῆς DD' εἰς τὴν εἰκόνα τῆς ὑποσημειώσεως. Ἐπιθυμοῦμεν νὰ υπολογίσωμεν τὴν ἐλαστικότητα ὡς πρὸς τὴν τιμὴν τὴν σχετικὴν μετὰ τὴν μετάβασιν ἀπὸ τὸ σημεῖον A εἰς τὸ σημεῖον B, ἥτοι κατὰ μῆκος τοῦ ἀληθοῦς τόξου AB. Ὁ τύπος τῆς τοξοειδοῦς ἐλαστικότητος, ὁ ὁποῖος δίδεται ἀπὸ τὴν ἐξίσωσιν (4.3.2), μετρεῖ εἰς τὴν πραγματικότητα τὴν τοξοειδῆ ἐλαστικότητα ὡς πρὸς ἓνα πολὺ εἰδικὸν τόξον ὄπερ ἑνώνει τὰ A καὶ B, δηλαδὴ τὴν διακεκομμένην γραμμὴν AB. Ἰδανικῶς θὰ ἐπιθυμοῦσαμεν νὰ μετρήσωμεν τὴν ἐλαστικότητα κατὰ μῆκος τοῦ ἀληθοῦς τόξου (τῆς καμπύλης ζητήσεως ἀπὸ τὸ A εἰς τὸ B). Ὅμως ἡ καμπύλη ζητήσεως δὲν εἶναι συνήθως γνωστὴ, παρά μόνον τὰ δύο σημεῖα αὐτῆς A καὶ B· ἀλλὰ καὶ ἂν ἀκόμη ἦτο γνωστὴ, ἢ κατάλληλος στάθμισις τῶν δύο συνδυασμῶν τιμῆς-ποσότητος πιθανόν νὰ ἦτο πολὺ δύσκολος. Συνεπῶς, προσεγγίζομεν τὴν ἀληθῆ τοξοειδῆ ἐλαστικότητα ἀπὸ τὸ A εἰς τὸ B

4.3.b. — 'Ο συντελεστής τῆς ἐλαστικότητας ὡς πρὸς τὴν τιμὴν

Ἡ ζήτησις χαρακτηρίζεται ἐλαστικὴ ὡς πρὸς τὴν τιμὴν, μοναδιαίας ἐλαστικότητας ὡς πρὸς τὴν τιμὴν, ἢ ἀνελαστικὴ ὡς πρὸς τὴν τιμὴν, ἀναλόγως πρὸς τὸ μέγεθος τοῦ η . Ἄν $\eta > 1$, λέγομεν ὅτι ἡ ζήτησις εἶναι ἐλαστικὴ — μία δεδομένη ποσοστιαία μεταβολὴ τῆς τιμῆς ἐπιφέρει μεγαλύτεραν ποσοστιαίαν μεταβολὴν εἰς τὴν ζητούμενην ποσότητα. Συνεπῶς μικραὶ μεταβολαὶ τῆς τιμῆς θὰ ἐπιφέρουν πολὺ περισσότερον σημαντικὰς μεταβολὰς τῆς ζητουμένης ποσότητας.

Ὅταν $\eta = 1$, ἡ ζήτησις ἔχει μοναδιαίαν ἐλαστικότητα, ὅπερ σημαίνει ὅτι αἱ ποσοστιαῖαι μεταβολαὶ τῆς τιμῆς καὶ τῆς ζητουμένης ποσότητας εἶναι ἀκριβῶς αἱ αὐταί. Τέλος, ἂν $\eta < 1$, ἡ ζήτησις εἶναι ἀνελαστικὴ. Μία δεδομένη ποσοστιαία μεταβολὴ τῆς τιμῆς ἐπιφέρει μίαν μικροτέραν ποσοστιαίαν μεταβολὴν εἰς τὴν ζητούμενην ποσότητα.

4.3.c. — Γραφικὴ μέτρησις τῆς στιγμικῆς ἐλαστικότητας

Διὰ μίαν ἀκριβῆ μέτρησιν, εἶναι συχνὰ ἀναγκαῖος ὁ τύπος τῆς τοξοειδοῦς ἐλαστικότητας. Ἐν τούτοις, μία κατὰ προσέγγισιν γνῶσις τῆς ἐλαστικότητας δύναται νὰ ἐξαχθῆ ἀπλῶς ἐκ μιᾶς ὀπτικῆς θεωρήσεως τῆς καμπύλης ζητήσεως. Ἄν ἡ καμπύλη ζητήσεως εἶναι γνωστὴ, ὁ συντελεστής τῆς ἐλαστικότητας δύναται νὰ ὑπολογισθῆ γραφικῶς ἢ μαθηματικῶς. Ἡ κατανόησις τῆς μεθόδου τοῦ γραφικοῦ ὑπολογισμοῦ ἐπιτρέπει τὴν ἐκτίμησιν τῆς ἐλαστικότητος δι' ἀπλῆς παρατηρήσεως.

Θεωρήσατε τὸ Σχῆμα 4.3.1. Ἡ καμπύλη ζητήσεως εἶναι ἡ DD' καὶ τὸ πρόβλημα εἶναι νὰ μετρηθῆ ἡ ἐλαστικότης τῆς ζητήσεως ὡς πρὸς τὴν τιμὴν εἰς τὸ σημεῖον E (ὅπου ἡ τιμὴ εἶναι OP_1 καὶ ἡ ζητούμενη ποσότης OQ_1). Ἐν πρώτοις, σύρατε τὴν εὐθεΐαν CEF , εἰς τρόπον ὥστε νὰ ἐφάπτεται τῆς DD' εἰς τὸ σημεῖον E . Ἐστω μία πῶσις τῆς τιμῆς ἀπὸ OP_1 εἰς OP_2 . Ἡ ζητούμενη ποσότης αὐξάνεται ἀπὸ OQ_1 εἰς OQ_2 . Μέσῳ μιᾶς «γραμμικῆς προσεγγίσεως», ἂν τὸ P_2 εὐρίσκεται πολὺ πλησίον τοῦ P_1 , τὸ Q_2 θὰ τείνη

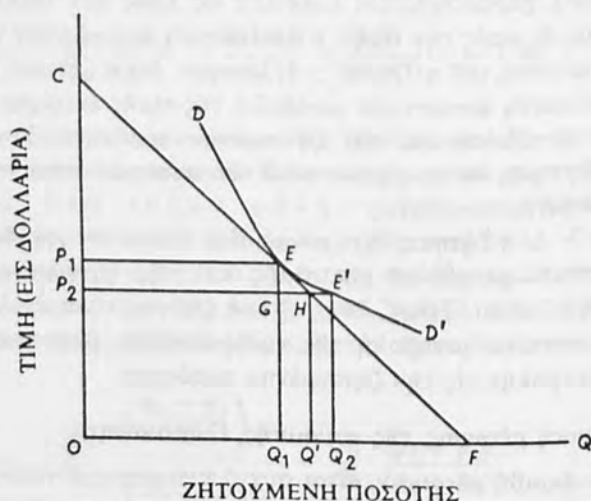
διὰ τῆς τοξοειδοῦς ἐλαστικότητος κατὰ μήκος μιᾶς εὐθείας γραμμῆς ἀπὸ τὸ A εἰς τὸ B . Εἶναι προφανές ὅτι ὅσον μεγαλύτερα εἶναι ἡ κυρτότης τῆς καμπύλης ζητήσεως ἀπὸ τὸ A



εἰς τὸ B , τόσοις περισσότεροις ἑλλειπῆς θὰ εἶναι ἡ γραμμικὴ προσέγγισις ἡ δεδομένη ὑπὸ τοῦ τύπου (4.3.2).

ΣΧΗΜΑ 4.3.1

ΓΕΩΜΕΤΡΙΚΟΣ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΤΗΣ ΣΤΙΓΜΙΚΗΣ ΕΛΑΣΤΙΚΟΤΗΤΟΣ



πρός τὸ Q' . Δηλαδή διὰ μίαν μικρὰν μεταβολήν, δι' ἣν ἡ στιγμικὴ ἐλαστικότης ἀποτελεῖ τὸ κατάλληλον μέτρον, τὸ Q' θὰ εἶναι πολὺ πλησίον τοῦ Q_2 καὶ θὰ δύναται νὰ χρησιμοποιηθῇ ἀντὶ τοῦ Q_2 εἰς τοὺς ὑπολογισμοὺς.

Θεωρήσατε τώρα τὸν τύπον τῆς στιγμικῆς ἐλαστικότητος :

$$\eta = - \frac{\Delta q}{q} : \frac{\Delta p}{p}$$

Ἐκ τοῦ σχήματος ἔχομεν : $\Delta q = Q_1 Q'$ καὶ $q = OQ_1$. Ὀμοίως $\Delta p = P_1 P_2$ καὶ $p = OP_1$. Ἄρα

$$\eta = \frac{Q_1 Q'}{OQ_1} : \frac{P_1 P_2}{OP_1} = \frac{Q_1 Q'}{P_1 P_2} \cdot \frac{OP_1}{OQ_1}$$

Ἐκ τοῦ σχήματος εὐκόλως παρατηρεῖται ὅτι

$$\frac{Q_1 Q'}{P_1 P_2} = \frac{GH}{EG}$$

Ἐπὶ πλέον, τὰ EGH καὶ $EQ_1 F$ εἶναι ὅμοια ὀρθογώνια τρίγωνα ἀφοῦ ἔχουν ἴσας τὰς ἀντιστοίχους γωνίας.

Άρα,

$$\frac{GH}{EG} = \frac{Q_1 F}{EQ_1} = \frac{Q_1 F}{OP_1}$$

Συνεπώς,

$$\eta = \frac{Q_1 F}{OP_1} \cdot \frac{OP_1}{OQ_1} = \frac{Q_1 F}{OQ_1}$$

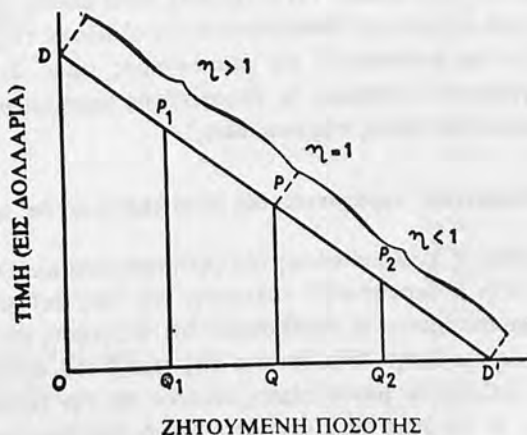
Αλλά $\frac{Q_1 F}{OQ_1} = \frac{EF}{EC}$, εις τρόπον ὥστε, γραφικῶς, ὁ συντελεστής τῆς ἐλαστικότητος ὡς πρὸς τὴν τιμὴν εἰς τὸ σημεῖον E εἶναι κατὰ προσέγγισιν :

$$\eta = \frac{EF}{EC} \quad (4.3.3)$$

Ἡ μέτρησις τῆς σχετικῆς ἐλαστικότητος διὰ τοῦ τύπου (4.3.3) εἶναι μία ἀκριβῆς μέτρησις ἂν ἡ ζήτησις εἶναι γραμμικὴ καὶ μία ἀρίστη προσέγγι-

ΣΧΗΜΑ 4.3.2

ΤΙΜΑΙ ΤΗΣ ΕΛΑΣΤΙΚΟΤΗΤΟΣ ΤΗΣ ΖΗΤΗΣΕΩΣ ΟΤΑΝ Η ΚΑΜΠΥΛΗ ΖΗΤΗΣΕΩΣ ΕΙΝΑΙ ΕΥΘΥΓΡΑΜΜΟΣ



σις) ἂν ἡ ζήτησις εἶναι μὴ γραμμικὴ καὶ ἡ μεταβολὴ τῆς τιμῆς εἶναι μικρά.

Χρησιμοποιοῦντες τὸν τύπον (4.3.3) εἶναι εὐκόλον νὰ προσδιορίσωμεν τὰς τιμὰς τὰς ὁποίας λαμβάνει ἡ ἐλαστικότης τῆς ζήτησεως κατὰ μήκος μᾶς εὐθύγραμμου «καμπύλης» ζήτησεως. Εἰς τὸ Σχῆμα 4.3.2, ἡ DD' εἶναι ἡ εὐθύγραμμος «καμπύλη» ζήτησεως. Ἐν πρώτοις, ἐκ τοῦ τύπου (4.3.3) παρατηρεῖται ὅτι ἡ ζήτησις ἔχει μοναδιαίαν ἐλαστικότητα ὅταν $EF = EC$.

Συνεπώς όρίζομεν επί τής DD' σημείον P τοιοῦτον ὥστε $DP = PD'$. Εἰς τὸ σημείον τοῦτο ἡ ζήτησις ἔχει μοναδιαίαν ἐλαστικότητα ὡς πρὸς τὴν τιμὴν, ἥτοι $\eta = 1$. Κατόπιν, λαμβάνομεν ἓνα οἰονδήποτε σημείον ἀριστερὰ τοῦ P , ὡς τὸ P_1 . Εἰς τὸ P_1 , $\eta = \left(\frac{P_1 D'}{DP_1}\right) > 1$. Ἄρα, διὰ μίαν εὐθύγραμμον «καμπύλην» ζητήσεως, ὁ συντελεστὴς τῆς ἐλαστικότητος ὡς πρὸς τὴν τιμὴν εἶναι μεγαλύτερος τῆς μονάδος δι' οἰονδήποτε σημείον κείμενον πρὸς τὰ ἀριστερὰ τοῦ κεντρικοῦ σημείου τῆς καμπύλης ζητήσεως. Ἡ ζήτησις εἶναι ἐλαστικὴ εἰς τὴν περιοχὴν αὐτήν. Τέλος, δι' οἰονδήποτε σημείον δεξιὰ τοῦ P , ἔστω τὸ P_2 , ὁ συντελεστὴς τῆς ἐλαστικότητος ὡς πρὸς τὴν τιμὴν εἶναι $\eta = \left(\frac{P_2 D'}{DP_2}\right) < 1$. Εἰς τὴν περιοχὴν αὐτήν, ἡ ζήτησις εἶναι ἀνελαστικὴ.

Τὰ συμπεράσματα αὐτὰ δύνανται νὰ τεθοῦν περιληπτικῶς ὡς ἐξῆς :

ΣΧΕΣΕΙΣ : Δοθέντος οἰονδήποτε σημείου E ἐπὶ μιᾶς καμπύλης ζητήσεως, σύρατε εὐθεῖαν ἐφαπτομένην τῆς καμπύλης εἰς τὸ E . Καλέσατε τὴν εὐθεῖαν αὐτήν CEF . Ὁ συντελεστὴς τῆς ἐλαστικότητος ὡς πρὸς τὴν τιμὴν θὰ εἶναι κατὰ προσέγγισιν EF/EC . Ἄν ἡ καμπύλη ζητήσεως εἶναι εὐθύγραμμος, τὸ μέτρον τοῦτο εἶναι ἀπολύτως ἀκριβές. Ἐπὶ πλέον εἰς πᾶσαν εὐθύγραμμον συνάρτησιν ζητήσεως : (α) ἡ ζήτησις εἶναι ἐλαστικὴ εἰς ὑψηλοτέρας τιμὰς, (β) ἔχει μοναδιαίαν ἐλαστικότητα εἰς τὸ μέσον τῆς καμπύλης ζητήσεως καὶ (γ) εἶναι ἀνελαστικὴ εἰς χαμηλοτέρας τιμὰς. Συνεπῶς εἰς περιπτώσιν εὐθυγράμμου ζητήσεως, ἡ ἐλαστικότης μειοῦται καθὼς κινούμεθα πρὸς τὰ κάτω κατὰ μῆκος τῆς καμπύλης⁵.

4.3.d.— Προσδιοριστικοὶ παράγοντες τῆς ἐλαστικότητος ὡς πρὸς τὴν τιμὴν

Ἡ ἐλαστικότης ἢ ἀνελαστικότης τῆς ζητήσεως ἔχει μεγάλην σημασίαν, ἰδιαιτέρως διὰ τὴν κυβερνητικὴν πολιτικὴν εἰς τὰς ἐπὶ μέρους ἀγορὰς ἀγαθῶν. Ἐπὶ παραδείγματι, ἂς ὑποθέσωμεν ὅτι ἡ ζήτησις σίτου εἶναι πολὺ ἐλαστικὴ ὡς πρὸς τὴν τιμὴν. Μία ὑψωσις τῆς τιμῆς τοῦ σίτου θὰ ἐπέφερε, συνεπῶς, μίαν ἀναλογικῶς μεγαλύτεραν μείωσιν εἰς τὴν ζητουμένην ποσότητα. Ἐπομένως ὁ ἀγρότης θὰ εἰσέπραττε ὀλιγώτερα συνολικὰ ἔσοδα ἀπὸ τὴν πώλησιν τοῦ σίτου του. Ἄς ὑποθέσωμεν τώρα ὅτι ἡ κυβέρνησις ὀρίζει μίαν κατωτάτην τιμὴν σίτου μεγαλύτεραν τῆς ἀγοραίας τιμῆς ἰσορροπίας.

5. Ἡ τελευταία πρότασις ἰσχύει δι' ὄλας σχεδὸν τὰς καμπύλας ζητήσεως, μολονότι δύνανται νὰ ὑπάρξουν ἐξαιρέσεις. Διὰ μίαν ἀνάλυσιν τῆς ἀσυνήθους περιπτώσεως βλ. C. E. Ferguson, «A Note on Elasticity», Southern Economic Journal, Τόμ. XXVI (1960), σελ. 239 - 40.

Αί πωλήσεις σίτου θά ἐμειοῦντο καθὼς ἐπίσης καὶ τὰ εἰσοδήματα τῶν ἀγροτῶν, ἐκτὸς ἂν ἡ ἐνίσχυσις τῆς τιμῆς συναδεύετο ἀπὸ μίαν ἐγγύησιν ὡς πρὸς τὸ ἐλάχιστον ἐπίπεδον πωλήσεων.

Τοῦτο εἶναι ἓνα μόνον παράδειγμα· ἓνα τεράστιον βιβλίον θά ἠδύνατο νὰ γραφῆ μετὰ παρόμοια παραδείγματα. Ἡ σπουδαιότης τῆς ἐλαστικότητος ὡς πρὸς τὴν τιμὴν διὰ τὰ μέτρα πολιτικῆς ἔχει ὀδηγήσει εἰς πολλὰς στατιστικὰς ἐρεῦνας ἀποσκοπούσας εἰς τὴν ἐκτίμησιν τῶν ἀριθμητικῶν τιμῶν τῆς ἐλαστικότητος ὡς πρὸς τὴν τιμὴν. Ὁ Πίναξ 4.3.1 παρουσιάζει μερικὰς ἀπὸ αὐτὰς τὰς ἐκτιμήσεις.

ΠΙΝΑΞ 4.3.1.

ΕΛΑΣΤΙΚΟΤΗΤΕΣ ΖΗΤΗΣΕΩΣ ΩΣ ΠΡΟΣ ΤΗΝ ΤΙΜΗΝ ΕΚΤΙΜΗΘΕΙΣΑΙ ΔΙΑ ΣΥΓΚΕΚΡΙΜΕΝΑ ΑΓΑΘΑ

Ἄγαθόν	Συντελεστής ἐλαστικότητος	Πηγή
Ἄγροτικά προϊόντα εἰς ἐπίπεδον ἀγρ. ἐκμετ. :		
Ἄραβόσιτος	0,77	Schultz
Βάμβαξ	0,51	»
Σανὸς (ζωοτροφαι)	0,78	»
Σῖτος	0,03	»
Γεώμηλα	0,68	»
Βρώμη	0,54	»
Κριθὴ	0,17	»
Σίκαλις	1,50	»
Τρόφιμα :		
Βόειον κρέας	0,50	Wold
Χοίρειον κρέας	0,45	»
Βούτυρον	0,70	»
Γάλα	0,31	»
Ἄτερα ἀγαθὰ πλὴν τροφίμων :		
Μάλλινα ἐνδύματα	1,32	Ferguson
Ἐπιπλα	3,04	Stone
Ἀερομεταφοραὶ	1,10	Frisch

ΠΗΓΑΙ: Henry Schultz: *The Theory and Measurement of Demand* (Chicago: University of Chicago Press, 1938), Herman Wold: *Demand Analysis* (New York: John Wiley and Sons, Inc., 1953), C. E. Ferguson καὶ Metodey Polasek: *The Elasticity of Import Demand for Raw Apparel Wool in the United States* (*Econometrica*, Τόμος XXX, 1962, σελ. 670-699), Richard Stone καὶ D. A. Rowe: *The Durability of Consumers' Durable Goods* (*Econometrica*, Τόμος XXVIII, 1960, σελ. 407-416), Ragnar Frisch: *A Complete Scheme for Computing all Direct Cross Demand Elasticities in a Model with Many Sectors* (*Econometrica*, Τόμος XXVII, 1959, σελ. 177-196).

Ὡς προκύπτει ἐκ τοῦ πίνακος, αἱ ἐλαστικότητες ὡς πρὸς τὴν τιμὴν κυμαίνονται ἐντὸς εὐρέων ὁρίων. Δύο βασικοὶ παράγοντες προσδιορίζουν τὴν ἐλαστικότητα : ἡ ὑπαρξίς ὑποκαταστάτων ἀγαθῶν καὶ ὁ ἀριθμὸς τῶν χρήσεων εἰς τὰς ὁποίας δύναται νὰ χρησιμοποιηθῆ ἓνα ἀγαθόν. Οἱ παράγοντες οὗτοι ἐρμηνεύουν ἀρκούντως τὰς κυμάνσεις αἱ ὁποῖαι παρατηροῦνται εἰς τὸν Πίνακα 4.3.1.

Ὅσον περισσότερα καὶ καλλίτερα εἶναι τὰ ὑποκατάστατα ἐνὸς συγκριμένου ἀγαθοῦ, τόσον μεγαλύτερα θὰ εἴναι νὰ εἶναι ἡ ἐλαστικότης τοῦ ὡς πρὸς τὴν τιμὴν. Ἀγαθὰ μὲ ὀλίγα καὶ ἀσθενῆ ὑποκατάστατα — σίτος καὶ ἄλλας ἐπὶ παραδείγματι — θὰ ἔχουν πάντοτε χαμηλὰς ἐλαστικότητας ὡς πρὸς τὴν τιμὴν. Ἀγαθὰ μὲ πολλὰ ὑποκατάστατα — π.χ. τὸ ἔριον τὸ ὁποῖον δύναται νὰ ὑποκαταστήσουν ὁ βάμβαξ καὶ αἱ συνθετικαὶ ἴναι — θὰ ἔχουν ὑψηλοτέρας ἐλαστικότητας.

Ὅμοιως, ὅσον μεγαλύτερος εἶναι ὁ ἀριθμὸς τῶν δυνατῶν χρήσεων ἐνὸς ἀγαθοῦ, τόσον μεγαλύτερα εἶναι ἡ ἐλαστικότης τοῦ ὡς πρὸς τὴν τιμὴν. Οὕτως, ἀγαθὸν ὡς τὸ ἔριον — ὅπερ δύναται νὰ χρησιμοποιηθῆ διὰ τὴν παραγωγὴν ἐνδυμάτων, ταπετσαρίας, ταπήτων, ὑφασμάτων κ.λπ. — θὰ ἔχη ὑψηλοτέραν ἐλαστικότητα ὡς πρὸς τὴν τιμὴν ἐν συγκρίσει πρὸς ἓνα ἀγαθὸν μὲ μίαν μόνον ἢ ὀλίγας χρήσεις — τὸ βούτυρον π.χ.

4.3.e.— Σταυροειδῆς ἐλαστικότης τῆς ζητήσεως ὡς πρὸς τὴν τιμὴν

Ἡ μέτρησις τῆς σταυροειδοῦς ἐλαστικότητος τῆς ζητήσεως ὡς πρὸς τὴν τιμὴν ἀνελύθη ἐν συνδυασμῷ πρὸς τὸν ὁρισμὸν τῶν ὑποκαταστάτων καὶ συμπληρωματικῶν ἀγαθῶν (Κεφάλαιον 3, Τμῆμα 4.a). Ἡ ἀνάλυσις ἐπαναλαμβάνεται ἐν περιλήψει ἐνταῦθα. Ἡ καμπύλη ζητήσεως, ὡς ἐλέχθη προηγουμένως, δεικνύει τὴν σχέσιν μεταξὺ τιμῆς καὶ ζητουμένης ποσότητος, μὲ τὴν ὑπόθεσιν ὅτι τὸ χρηματικὸν εἰσόδημα, αἱ προτιμήσεις καὶ αἱ ὀνομαστικαὶ τιμαὶ τῶν σχετιζομένων ἀγαθῶν παραμένουν ἀμετάβλητα.

Εἰς ὀρισμένας περιπτώσεις, ἐν τούτοις, τὰ σχετιζόμενα ἀγαθὰ ἔχουν τόσην σημασίαν ὥστε νὰ πρέπει νὰ θεωρήσωμεν μίαν ἐπιφανείαν ζητήσεως μᾶλλον, παρὰ μίαν καμπύλην ζητήσεως — δηλαδή θὰ πρέπει νὰ γενικευθῇ ἡ ἀνάλυσις, εἰς τρόπον ὥστε νὰ περιλαμβάνη καὶ τὰς μεταβολὰς τῶν ὀνομαστικῶν τιμῶν τῶν σχετιζομένων ἀγαθῶν.

Θεωρήσατε, ἐπὶ παραδείγματι, μίαν περίπτωσιν ὅπου τὸ ἀγαθὸν X σχετίζεται μὲ ἓνα μόνον ἄλλο, τὸ ἀγαθὸν Y. Οὕτως ἡ ζητουμένη ποσότης τοῦ X εἶναι συνάρτησις τῶν τιμῶν τοῦ X καὶ τοῦ Y :

$$q_x = f(p_x, p_y) . \quad (4.3.4)$$

Χρησιμοποιοῦντες τὴν συνάρτησιν ζητήσεως τῆς ἐξισώσεως (4.3.4) ὁ

συντελεστής της σταυροειδούς ελαστικότητας ως προς την τιμήν ορίζεται⁶ :

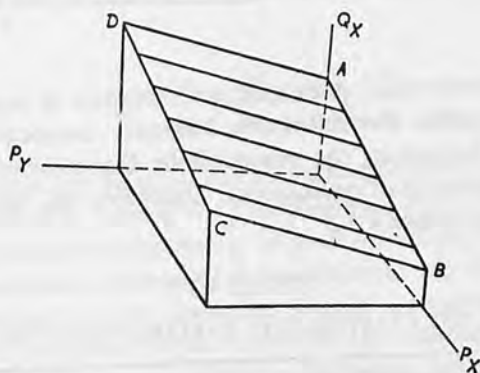
$$\eta_{xy} = \frac{\Delta q_x}{q_x} : \frac{\Delta p_y}{p_y} = \frac{\Delta q_x p_y}{\Delta p_y q_x} \quad (4.3.5)$$

Συμφώνως προς τόν τύπον (4.3.5), ό συντελεστής της σταυροειδούς ελαστικότητας ως προς την τιμήν είναι ή ποσοστιαία μεταβολή της αγοραζομένης ποσότητας του X, ή όποια προκύπτει από μίαν 1% μεταβολήν της τιμής του Y. Ύπενθυμίζεται ότι τά αγαθά δύναται νά ταξινομηθούν εις ύποκατάστατα ή συμπληρωματικά αναλόγως προς τό $\eta_{xy} \leq 0$.

Εις τά Σχήματα 4.3.3. και 4.3.4 παρουσιάζονται γραμμικαί επιφάνειαι ζητήσεως αί όποιαί δεικνύουν τάς δύο αυτάς περιπτώσεις δι' ώρισμένα διαστήματα τιμών.

ΣΧΗΜΑ 4.3.3

ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΕΠΙΦΑΝΕΙΑ ΖΗΤΗΣΕΩΣ ΟΤΑΝ ΤΑ Χ ΚΑΙ Υ ΕΙΝΑΙ ΥΠΟΚΑΤΑΣΤΑΤΑ ($\eta_{xy} > 0$)



Αί αλληλοσυσχετίσεις της ζητήσεως έχουν καλυφθή από μερικάς στατιστικάς έρεύναι. Ό Schultz έμέτρησε την σταυροειδή ελαστικότητα διά πολλά άγροτικά προϊόντα και εύρε σχέσεις τόσον ύποκαταστάσεως όσον

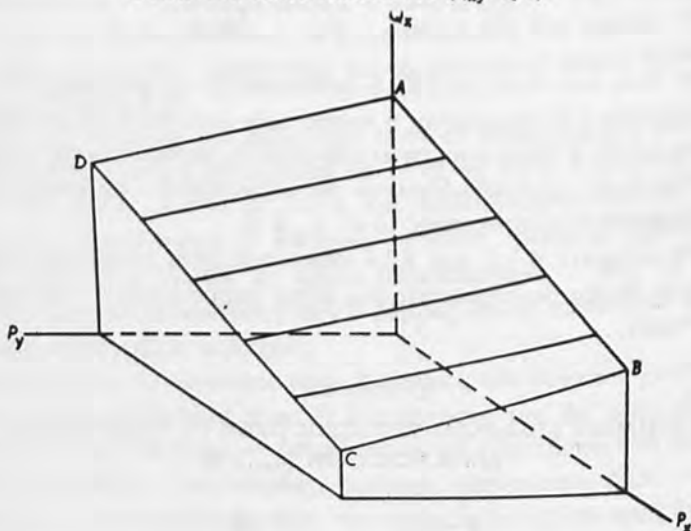
6. Ός και εις την ύποσημείωσιν 3, έστω ότι ή συνάρτησις της ζητήσεως είναι :

$$q_i = f(p_1, p_2, \dots, p_n, M) \quad (4.6.1)$$

Τότε, ή σταυροειδής ελαστικότης της ζητήσεως ως προς την τιμήν διά δύο αγαθά i και j είναι :

$$\eta_{ij} = \frac{\partial q_i}{\partial p_j} \cdot \frac{p_j}{q_i} \quad (i \neq j, i, j = 1, 2, \dots, n) \quad (4.6.2)$$

ΣΧΗΜΑ 4.3.4
 ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΕΠΙΦΑΝΕΙΑ ΖΗΤΗΣΕΩΣ ΟΤΑΝ ΤΑ Χ ΚΑΙ y
 ΕΙΝΑΙ ΣΥΜΠΛΗΡΩΜΑΤΙΚΑ ($\eta_{xy} < 0$)



καί συμπληρωματικότητας.⁷ Δυστυχώς, δὲν ἐξέφρασε τὰ συμπεράσματά του εἰς ὄρους σταυροειδῶν ἐλαστικότητων. Διάφοροι συγγραφεῖς, ἐν τούτοις, ἔχουν παράσχει ἐκτιμήσεις τῆς σταυροειδοῦς ἐλαστικότητος ὡς πρὸς τὴν τιμὴν. Μερικοὶ ἐνδεικτικοὶ συντελεσταί, ληφθέντες ἀπὸ τὸν Wold, παρουσιάζονται εἰς τὸν Πίνακα 4.3.2.

ΠΙΝΑΞ 4.3.2
 ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΑΙ ΤΗΣ ΣΤΑΥΡΟΕΙΔΟΥΣ ΕΛΑΣΤΙΚΟΤΗΤΟΣ ΤΗΣ ΖΗΤΗΣΕΩΣ

Ἄγαθόν	Σταυροειδῆς ἐλαστικότης ὡς πρὸς τὴν τιμὴν διὰ τὸ	Συντελεστής τῆς σταυροειδοῦς ἐλαστικότητος ὡς πρὸς τὴν τιμὴν
Βόειον κρέας	Χοίρειον κρέας	+ 0,28
Χοίρειον κρέας	Βόειον κρέας	+ 0,14
Βούτυρον	Μαργαρίνη	+ 0,67
Μαργαρίνη	Βούτυρον	+ 0,81
Ἄλευρον	Ὅλοι αἱ ζωοτροφαί	+ 0,56

ΠΗΓΗ: Herman Wold: Demand Analysis (New York, John Wiley and Sons, Inc., 1953).

7. Henry Schultz, «The Theory and Measurement of Demand» Chicago: University of Chicago Press, 1938).

“Ολοι αἱ ὑπολογισθεῖσαι σχέσεις παρουσιάζουν τὰ ἀγαθὰ ὡς ὑποκατάστα. Ἐνίοτε τὰ ἀγαθὰ εἶναι πολὺ ἀνταγωνιστικά (βούτυρον καὶ μαργαρίνη), ἐνῶ εἰς ἄλλας περιπτώσεις ἡ σχέσις εἶναι σχετικῶς ἀσθενεστέρα.

4.3.f.— Εἰσοδηματικὴ ἐλαστικότης τῆς ζητήσεως

Ἡ ζήτησις ὀρισμένων ἀγαθῶν εἶναι πολὺ εὐαίσθητος εἰς τὰς μεταβολὰς τοῦ ὀνομαστικοῦ καὶ τοῦ πραγματικοῦ εἰσοδήματος. Εἶναι ἐπομένως σκόπιμον νὰ ἐγκαταλείψωμεν τὴν ὑπόθεσιν ὅτι τὸ χρηματικὸν εἰσόδημα παραμένει σταθερόν. Εἰς τὴν ἀπλουστέραν περίπτωσιν, ἡ συνάρτησις τῆς ζητήσεως δύναται νὰ γραφῆ ὡς :

$$q = f(p, M), \quad (4.3.6)$$

ὅπου M εἶναι τὸ χρηματικὸν εἰσόδημα. Χρησιμοποιούμενων τῶν ἐννοιῶν τῆς ἐλαστικότητος αἵτινες ἤδη ἀνεπτύχθησαν, ἡ εἰσοδηματικὴ ἐλαστικότης τῆς ζητήσεως εἶναι ἡ ποσοστιαία μεταβολὴ τῆς ζητουμένης ποσότητος ἢ προκύπτουσα ἀπὸ μίαν κατὰ 1% μεταβολὴν τοῦ χρηματικοῦ εἰσοδήματος. Εἰς σύμβολα :⁸

$$\eta_M = \frac{\Delta q}{q} : \frac{\Delta M}{M} = \frac{\Delta q}{\Delta M} \cdot \frac{M}{q}. \quad (4.3.7)$$

Ἡ ἐξίωσις (4.3.6) δίδει μίαν ἐπιφάνειαν ζητήσεως ἐκ τῆς ὁποίας δύναται νὰ ὑπολογισθῆ ὁ τύπος τῆς ἐλαστικότητος (4.3.7). Ἀντιπροσωπευτικαὶ γραμμικαὶ ἐπιφάνειαι ζητήσεως ἀντιστοιχοῦσαι εἰς θετικὴν καὶ ἀρνητικὴν εἰσοδηματικὴν ἐλαστικότητα ἐμφανίζονται εἰς τὰ Σχήματα (4.3.5) καὶ (4.3.6) ἀντιστοίχως, δι’ ὀρισμένα ἐπίπεδα χρηματικοῦ εἰσοδήματος.

Ὄρισμένοι συγγραφεῖς ἔχουν προτείνει τὴν διάκρισιν τῶν ἀγαθῶν εἰς «ἀγαθὰ πρώτης ἀνάγκης» καὶ «ἀγαθὰ πολυτελείας» ἐπὶ τῆ βάσει τῆς εἰσοδηματικῆς ἐλαστικότητος. Ἄν ἡ εἰσοδηματικὴ ἐλαστικότης εἶναι πολὺ χαμηλὴ (συγκεκριμένως μικροτέρα τῆς μονάδος) ἡ ζητούμενη ποσότης δὲν ἐπηρεάζεται πολὺ ἀπὸ μεταβολὰς τοῦ εἰσοδήματος. Ἡ κατανάλωσις παραμένει περίπου ἢ αὐτὴ ἀνεξαρτήτως τοῦ ἐπιπέδου τοῦ εἰσοδήματος.

8. Ὡς καὶ εἰς τὴν ὑποσημείωσιν 3, ἔστω ὅτι ἡ συνάρτησις τῆς ζητήσεως εἶναι :

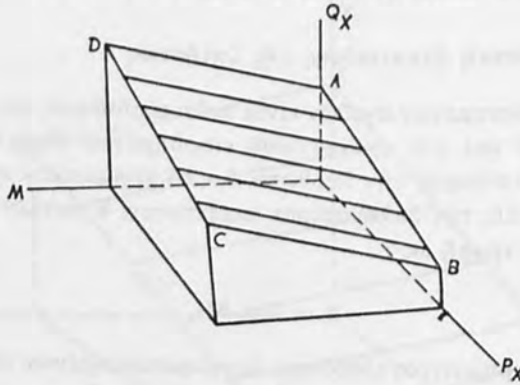
$$q_i = f(p_1, p_2, \dots, p_n, M). \quad (4.8.1)$$

Τότε, ἡ εἰσοδηματικὴ ἐλαστικότης τῆς ζητήσεως διὰ τὸ ἀγαθὸν i εἶναι :

$$\eta_{iM} = \frac{\partial q_i}{\partial M} \cdot \frac{M}{q_i} \quad (i = 1, 2, \dots, n). \quad (4.8.2)$$

ΣΧΗΜΑ 4.3.5

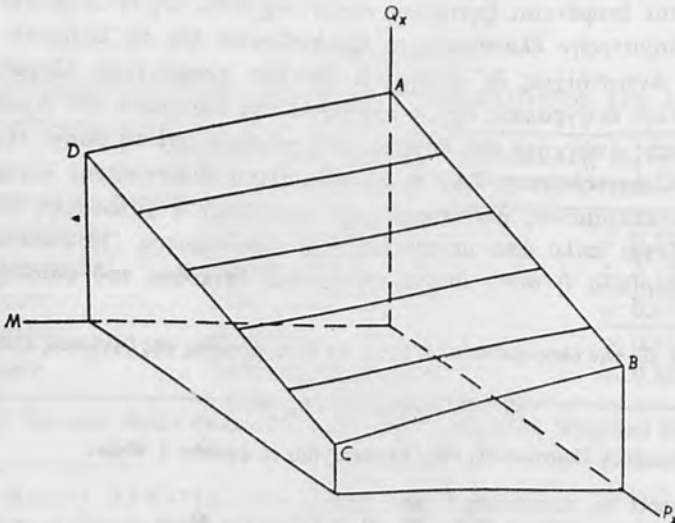
ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΕΠΙΦΑΝΕΙΑ ΖΗΤΗΣΕΩΣ ΕΝΟΣ ΑΓΑΘΟΥ ΜΕ ΘΕΤΙΚΗΝ
ΕΙΣΟΔΗΜΑΤΙΚΗΝ ΕΛΑΣΤΙΚΟΤΗΤΑ



Τούτο δεικνύει ότι τὸ ἐν λόγῳ ἀγαθὸν εἶναι «πρώτης ἀνάγκης». Ἀντιθέτως, μία εἰσοδηματικὴ ἐλαστικότης μεγαλύτερα τῆς μονάδος δεικνύει ὅτι τὸ ἀγαθὸν κατὰ τὸ μᾶλλον ἢ ἥττον εἶναι «πολυτελείας». Πράγματι ὀρισμένοι ἐμπειρικοὶ «νόμοι τῆς καταναλώσεως» διετυπώθησαν κατὰ τὸν 19ον αἰῶνα ὑπὸ τοῦ Γερμανοῦ στατιστικολόγου Christian Lorenz Ernst Engel.

ΣΧΗΜΑ 4.3.6

ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΕΠΙΦΑΝΕΙΑ ΖΗΤΗΣΕΩΣ ΕΝΟΣ ΑΓΑΘΟΥ ΜΕ ΑΡΝΗΤΙΚΗΝ
ΕΙΣΟΔΗΜΑΤΙΚΗΝ ΕΛΑΣΤΙΚΟΤΗΤΑ



Κατά τόν Engel ἡ εισοδηματικὴ ἐλαστικότης τῆς ζήτησεως διὰ τρόφιμα εἶναι πολὺ χαμηλὴ· διὰ τὰ εἶδη ἐνδύσεως καὶ τὰς οἰκίας εἶναι περίπου μοναδιαία, ἐνῶ ἡ ἀναψυχή, ἡ ἱατρικὴ περίθαλψις καὶ ἄλλα «πολυτελῆ» ἀγαθὰ ἔχουν εισοδηματικὰς ἐλαστικότητας μεγαλύτερας τῆς μονάδος. Συνεπῶς, συμφώνως πρὸς τόν Engel, τὸ ποσοστὸν εισοδήματος τὸ δαπανώμενον ὑπὸ μιᾶς οἰκογενείας ἢ ἐνὸς ἔθνους διὰ τρόφιμα ἀποτελεῖ ἓνα πολὺ καλὸν δείκτην τῆς εὐημερίας — ὅσον πτωχότερα εἶναι μία οἰκογένεια ἢ ἐν ἔθνος, τόσον μεγαλύτερον θὰ εἶναι τὸ ποσοστὸν τῆς δαπάνης ὅπερ διοχετεύεται διὰ τρόφιμα.

Ἡ τελευταία αὕτη γενίκευσις εἶναι κάπως αὐθαίρετος· ἐν τούτοις παρέχει πράγματι ἐν «χονδροειδῆς» μέτρον τῆς εὐημερίας. Παρὰ ταῦτα μερικαὶ ἀπὸ τὰς συγκεκριμένας προτάσεις τοῦ Engel ἐν σχέσει πρὸς τὴν εισοδηματικὴν ἐλαστικότητα δὲν ἰσχύουν πλέον, καὶ τοῦτο δύναται νὰ ἐξαχθῆ ἀπὸ τὰς εισοδηματικὰς ἐλαστικότητας, αἱ ὁποῖαι ἐμφανίζονται εἰς τὸν Πίνακα 4.3.3. Ἡ μαργαρίνη καὶ τὸ ἄλευρον σίτου ἔχουν ἀρνητικὰς εισοδηματικὰς

ΠΙΝΑΞ 4.3.3

ΕΙΣΟΔΗΜΑΤΙΚΗ ΕΛΑΣΤΙΚΟΤΗΣ ΤΗΣ ΖΗΤΗΣΕΩΣ
ΔΙΑ ΣΥΓΚΕΚΡΙΜΕΝΑ ΑΓΑΘΑ

Ἄγαθόν	*Εκτιμηθεῖσα εισοδ. ἐλαστ. ζήτησεως	Πηγή
	0,07	Wold
Γάλα καὶ κρέμα	0,56	»
Κρέμα μόνον	0,42	»
Βούτυρον	— 0,20	»
Μαργαρίνη	0,34	»
Τυρὸς	0,37	»
Ῥά	0,35	»
Κρέας	— 0,36	»
Ἄλευρον	0,70	»
Φροῦτα καὶ καρποὶ	1,00	»
Οἶνοπνευματώδη	1,02	»
Καπνὸς	1,48	»
Κατανάλωσις ἐστιατορίων	0,38	Leser
Στέγασις	2,01	»
Ἐνδύσις	2,90	»
Διαρκῆ ἀγαθὰ καταναλωτοῦ	1,54	»
Οἰκιακὰ ἀγαθὰ		

ΠΗΓΑΙ: Herman Wold: Demand Analysis (New York: John Wiley & Sons, Inc., 1953), C. E. V. Leser: Commodity Group Expenditure Functions for the United Kingdom, 1948-1957, (Econometrica, Τόμος XXIX, 1961, σελ. 24-32).

ελαστικότητας, ὅπερ σημαίνει ὅτι ἡ κατανάλωσις τῶν ἀγαθῶν τούτων μειοῦται καθὼς τὸ εἰσόδημα τῆς οἰκογενείας αὐξάνει. Τοῦτο ὑποδηλοῖ ὅτι ταῦτα εἶναι κατώτερα ἀγαθὰ, ἀφοῦ τὰ τελευταῖα ἀναγνωρίζονται ἀπὸ τὸ ἀρνητικὸν εἰσοδηματικὸν ἀποτέλεσμα ἐκ μιᾶς μεταβολῆς τῆς τιμῆς.

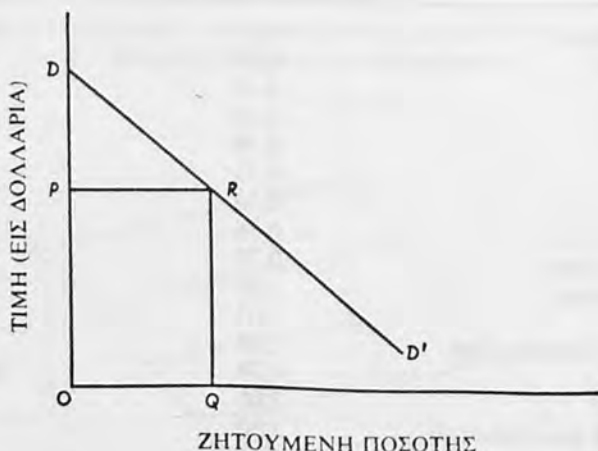
4.4. ΤΟ ΟΡΙΑΚΟΝ ΕΣΟΔΟΝ

Ἐχοντες ἀναλύσει τὴν ἔννοιαν τῆς ἀγοραίας ζητήσεως καὶ τῆς ἐλαστικότητος ὡς πρὸς τὴν τιμὴν, τῆς σταυροειδοῦς ἐλαστικότητος καὶ τῆς εἰσοδηματικῆς ἐλαστικότητος αὐτῆς, δυνάμεθα νὰ προχωρήσωμεν εἰς μίαν πολὺ συγγενῆ ἔννοιαν : τὸ ὀριακὸν ἔσοδον.

Ἡ ἀγοραία καμπύλη ζητήσεως δεικνύει, δι' ἐκάστην συγκεκριμένην τιμὴν, τὴν ποσότητα τοῦ ἀγαθοῦ τὴν ὁποίαν λαμβάνουν οἱ ἀγορασταί. Ἐπὶ παραδειγματι, θεωρήσατε τὸ Σχῆμα 4.4.1. Εἰς τὴν τιμὴν OP κατὰ μονάδα, OQ μονάδες ζητοῦνται καὶ πωλοῦνται. Ἀπὸ τὴν πλευρὰν τῶν πωλητῶν $OP \times OQ$, ἡ τιμὴ ἐπὶ ποσότητα, εἶναι τὰ συνολικὰ ἔσοδα ἢ ὅποια εἰσπράττονται ὅταν ἡ τιμὴ εἶναι OP κατὰ μονάδα. Ἐπομένως, τὰ συνολικὰ ἔσοδα εἶναι τὸ ἔμβαδὸν τοῦ ὀρθογωνίου $OPRQ$ τοῦ σχήματος 4.4.1.

ΣΧΗΜΑ 4.4.1

Ἡ ΜΕΤΡΗΣΙΣ ΤΩΝ ΣΥΝΟΛΙΚΩΝ ΕΣΟΔΩΝ



Μεγαλυτέρας ἴσως σημασίας ἀπὸ τὰ συνολικὰ ἔσοδα εἶναι ἡ μεταβολὴ τῶν συνολικῶν ἐσόδων ἢ ὀφειλομένη εἰς τὴν ἄνοδον ἢ πτώσιν τῶν πωλήσεων. Εἰς τὴν ὀρολογίαν τῶν Οἰκονομικῶν, αὕτη καλεῖται ὀριακὸν ἔσοδον.

ΟΡΙΣΜΟΣ : Τὸ ὀριακὸν ἔσοδον εἶναι ἡ μεταβολὴ εἰς τὰ συνολικὰ ἔσοδα ἢ προκύπτουσα ἀπὸ τὴν μεταβολὴν τοῦ προϊόντος κατὰ μίαν μονάδα.⁹

4.4.a.— Ὑπολογισμὸς τοῦ ὀριακοῦ ἐσόδου

Ἐξετάσατε προσεκτικῶς τὸν ὀρισμὸν τοῦ ὀριακοῦ ἐσόδου (MR) — «ἡ μεταβολὴ τῶν συνολικῶν ἐσόδων (TR) ἢ ὁποῖα προκύπτει ἀπὸ τὴν κατὰ μίαν μονάδα μεταβολὴν τοῦ προϊόντος». Διὰ τὴν πρώτην πωλουμένην μὴν μονάδα, τὸ συνολικόν, τὸ μέσον καὶ τὸ ὀριακὸν ἔσοδον εἶναι ἴσα· διὰ πωλουμένην ποσότητα μιᾶς μονάδος ἕκαστον εἶναι ἀκριβῶς ἴσον πρὸς τὴν τιμὴν. Διὰ νὰ ἀυξηθοῦν αἱ πωλήσεις εἰς δύο μονάδας, ἡ τιμὴ πρέπει νὰ μειωθῇ. Τὸ ὀριακὸν ἔσοδον ἀπὸ τὴν δευτέραν μονάδα εἶναι ἴσον πρὸς τὰ συνολικὰ ἔσοδα ἀπὸ τὴν πώλησιν τῶν δύο μονάδων μὲ ἴσον τὰ συνολικὰ ἔσοδα ἀπὸ τὴν πώλησιν μιᾶς μονάδος. Ἐπομένως, ἀφοῦ $MR = TR$ διὰ μίαν μονάδα, TR διὰ δύο μονάδας = MR διὰ μίαν μονάδα + MR διὰ τὰς δύο μονάδας.¹⁰ Τοῦτο ἐμφαίνεται ἀπὸ τὰ ὑποθετικὰ δεδομένα τὰ ὁποῖα παρουσιάζονται εἰς τὸν Πίνακα 4.4.1 καὶ ἀπεικονίζονται εἰς τὸ Σχῆμα 4.4.2.¹¹

9. Ἐστω ὅτι ἡ συνάρτησις τῆς ζητήσεως, ὑπὸ ἀντίστροφον μορφήν, εἶναι $p = F(q)$. Τὰ συνολικὰ ἔσοδα εἶναι pq καὶ τὸ ὀριακὸν ἔσοδον (MR) εἶναι :

$$MR = \frac{d(pq)}{dq} = \frac{dqF(q)}{dq} = F(q) + qF'(q) = p + q \frac{dp}{dq}$$

Φυσικὰ, ἐφ' ὅσον ἰσχύει ὁ νόμος τῆς ζητήσεως, $F'(q) = (dp/dq) < 0$. Ἄρα $p > MR$ ὅταν ἡ καμπύλη ζητήσεως ἔχει ἀρνητικὴν κλίσιν. Ἄν ἡ καμπύλη ζητήσεως εἶναι μία ὀριζοντία γραμμὴ, $dp/dq = 0$ καὶ $p = MR$.

10. Ἀφοῦ $MR = \frac{d(TR)}{dq}$, ἔπεται ὅτι διὰ πωλήσεις ἔστω q μονάδων

$$TR_q = \int_0^q (MR) dq$$

11. Τὸ σχῆμα 4.4.2 περιέχει μίαν μικρὰν ἀνακρίβειαν, ἥτις πιθανὸν νὰ ἐνοχλήσῃ τὸν μαθηματικῶς ἐμπειρον σπουδαστήν. Τὸ παράδειγμα ἐπὶ τοῦ ὁποίου τὸ σχῆμα βασίζεται περιλαμβάνει ἀσυνεχῆ δεδομένα. Ἡ καμπύλη TR λαμβάνεται διὰ τῆς τοποθετήσεως τῶν σημείων καὶ ἐνώσεως τούτων μὲ εὐθύγραμμα τμήματα. Αἱ καμπύλαι D καὶ MR λαμβάνονται κατὰ τὸν ἴδιον τρόπον. Ἀλλὰ ἐνταῦθα ὑπεισέρχεται ἡ «ἀσυνέπεια». Δι' ὁιονδήποτε διάστημα τιμῶν εἰς τὸ ὁποῖον τὰ συνολικὰ ἔσοδα εἶναι γραμμικά, τὸ ὀριακὸν ἔσοδον εἶναι σταθερόν. Ἀλλὰ ὅταν τὸ ὀριακὸν ἔσοδον εἶναι σταθερόν, πρέπει καὶ ἡ συνάρτησις τῆς ζητήσεως νὰ εἶναι σταθερά. Διὰ νὰ εἴμεθα ἀκριβέστεροι, θὰ ἔπρεπε νὰ σύρωμεν τὰς καμπύλας D καὶ MR ὡς «κλιμακωτὰς» συναρτήσεις μᾶλλον παρά ὡς συνεχεῖς συναρτήσεις μὲ συνεχεῖς πρώτας παραγώγους. Ἐν τούτοις, τὸ παράδειγμα εἶναι ἀπλῶς ἐνδεικτικόν. Εἶναι δὲ προτιμότερον νὰ ἐμφανίσωμεν μίαν περισσότερον γενικὴν περίπτωσιν.

ΠΙΝΑΞ 4.4.1

ΖΗΤΗΣΙΣ, ΣΥΝΟΛΙΚΑ ΕΣΟΔΑ ΚΑΙ ΟΡΙΑΚΑ ΕΣΟΔΑ

Τιμή	Ποσότης	Συνολ. Έσοδα	Όριακά Έσοδα	Άθροισμα MR
11	0	0	—	—
10	1	10	10	10
9	2	18	8	18
8	3	24	6	24
7	4	28	4	28
6	5	30	2	30
5	6	30	0	30
4	7	28	— 2	28
3	8	24	— 4	24
2	9	18	— 6	18
1	10	10	— 8	10

Αί πρώται δύο στήλαι του πίνακος τούτου περιλαμβάνουν τὰ μεγέθη τιμῆς καὶ ποσότητος ὑπὸ τῶν ὁποίων ὀρίζεται ἡ καμπύλη ζητήσεως D τοῦ Σχήματος 4.4.2. Ἡ τρίτη στήλη δεικνύει τὰ συνολικὰ ἔσοδα, τὸ γινόμενον τῶν ἀντιστοιχῶν μεγεθῶν εἰς τὰς στήλας ἓνα καὶ δύο. Τὰ στοιχεῖα τῆς στήλης ταύτης δίδουν τὴν καμπύλην TR τῆς εἰκόνας. Ἡ τετάρτη στήλη περιλαμβάνει τὰ μεγέθη τοῦ ὀριακοῦ ἐσόδου, ὑπολογισθέντα, συμφώνως πρὸς τὸν ὀρισμὸν, ὡς ἑξῆς :

$$MR_1 = \Delta TR_1 = TR_1 - TR_0,$$

$$MR_2 = \Delta TR_2 = TR_2 - TR_1,$$

$$\dots$$

$$\dots$$

$$MR_{10} = \Delta TR_{10} = TR_{10} - TR_9.$$

Ἡ τελευταία στήλη ἀποτελεῖ ἓνα «ἐλεγκτικὸν ὑπολογισμὸν» διὰ τὴν δειχθῆ ὅτι τὸ ἄθροισμα τῶν μεγεθῶν τοῦ ὀριακοῦ ἐσόδου ἰσοῦται πρὸς τὰ συνολικὰ ἔσοδα. Χρησιμοποιοῦντες τὸν ἀνωτέρω συμβολισμὸν :

$$TR_1 = MR_1$$

$$TR_2 = MR_1 + MR_2$$

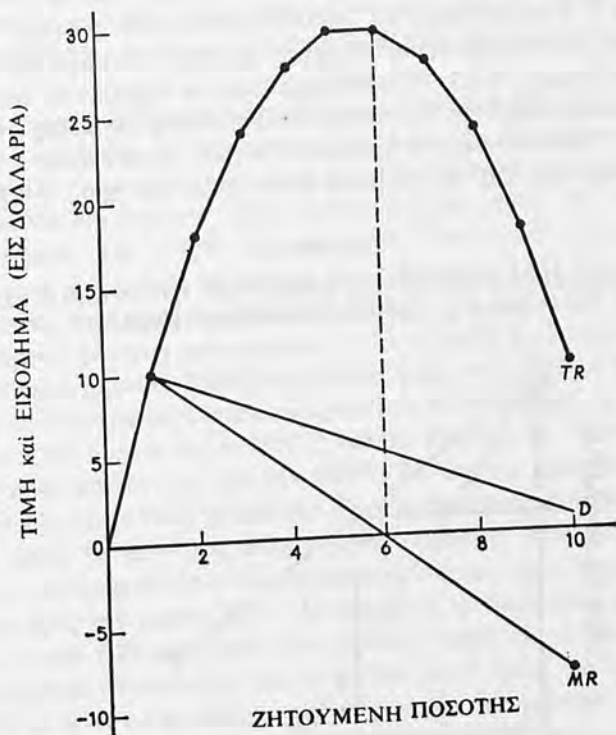
$$\dots$$

$$\dots$$

$$TR_{10} = MR_1 + MR_2 + \dots + MR_{10}.$$

ΣΧΗΜΑ 4.4.2

ΔΙΑΓΡΑΜΜΑΤΙΚΗ ΑΠΕΙΚΟΝΙΣΙΣ ΤΩΝ ΔΕΔΟΜΕΝΩΝ ΤΟΥ ΠΙΝΑΚΟΣ 4.4.1.



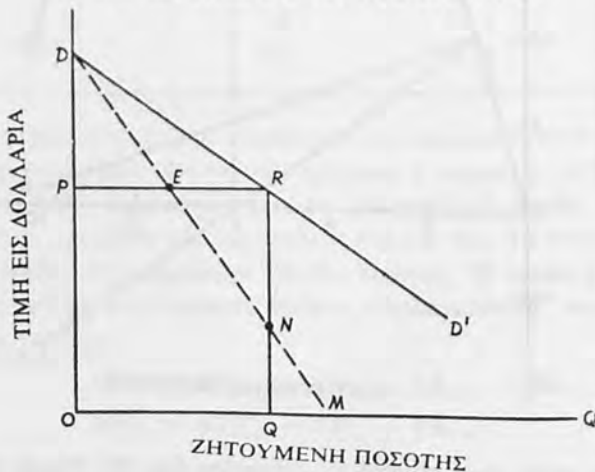
Ἡ σχέσηις αὐτὴ εἶναι οὐσιώδους σημασίας διὰ τὴν ἐπομένην παράγραφον. Τὰ μεγέθη τοῦ ὀριακοῦ ἐσόδου ἔχουν σχεδιασθῆ εἰς τὸ Σχῆμα 4.4.2 διὰ τῆς καμπύλης τῆς ἐπιγραφομένης MR . Ἡ καμπύλη αὐτὴ ἔχει δύο πολὺ σημαντικὰς ιδιότητες. Πρῶτον, ἐν ἀρχῇ τὸ ὀριακὸν ἔσοδον ἰσοῦται πρὸς τὴν ζήτησιν ἢ ἄλλως τὰ μέσα ἔσοδα. Εἰς τὸ συγκεκριμένον τοῦτο παράδειγμα $D = MR$ εἰς τὴν ποσότητα μιᾶς μονάδος καὶ τὴν τιμὴν \$ 10. Εἰς τὴν περιπτῶσιν μιᾶς συνεχοῦς συναρτήσεως ἢ ἰσότης μέσων ἐσόδων καὶ ὀριακῶν ἐσόδων πραγματοποιεῖται πολὺ πλησίον τοῦ καθέτου ἄξονος. Δεύτερον, $MR = 0$ ὅταν τὰ συνολικὰ ἔσοδα εὐρίσκονται εἰς τὴν μεγίστην τιμὴν των. Ὅταν τὸ ὀριακὸν ἔσοδον εἶναι θετικόν, τὰ συνολικὰ ἔσοδα αὐξάνονται καὶ ὅταν τὸ ὀριακὸν ἔσοδον εἶναι ἀρνητικόν, τὰ συνολικὰ ἔσοδα μειοῦνται. Εὐλόγως, ὅταν ἡ ἀύξησις τῶν συνολικῶν ἐσόδων εἶναι 0, ἢ TR πρέπει νὰ εὐρίσκεται εἰς τὸ μέγιστον αὐτῆς σημεῖον.

4.4.b.— Προσδιορισμός του όριακού εσόδου εις ένα σημείον μιᾶς γραμμικῆς καμπύλης ζήτησεως.¹²

Όταν ἡ καμπύλη ζήτησεως δίδεται ὑπὸ μορφήν πίνακος, ὡς εἰς τὸν Πίνακα 4.4.1, ὁ ὑπολογισμὸς τοῦ ὀριακοῦ ἐσόδου εἶναι εὐκόλος. Ὑποθέσατε, ὅμως, ὅτι δίδεται μόνον, μία γραμμικὴ καμπύλη ζήτησεως, ὡς ἡ καμπύλη DD' τοῦ Σχήματος 4.4.3. Τὸ πρόβλημα εἶναι νὰ εὗρωμεν τὸ ὀριακὸν ἔσοδον ὅπερ ἀντιστοιχεῖ εἰς ἕνα τυχαῖον (καὶ συνεπῶς εἰς κάθε) σημείον τῆς καμπύλης. Ὑποθέσατε ὅτι ἡ τιμὴ εἶναι OP , εἰς τρόπον ὥστε ἡ ζητούμενη ποσότης εἶναι OQ καὶ τὰ συνολικὰ ἔσοδα εἶναι ἴσα πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν

ΣΧΗΜΑ 4.4.3

Η ΕΥΡΕΣΙΣ ΕΝΟΣ ΣΗΜΕΙΟΥ ΤΗΣ ΚΑΜΠΥΛΗΣ ΤΟΥ ΟΡΙΑΚΟΥ ΕΣΟΔΟΥ
ΟΤΑΝ Η ΖΗΤΗΣΙΣ ΕΙΝΑΙ ΕΥΘΥΓΡΑΜΜΟΣ



12. Ὡς χρησιμοποιεῖται εἰς τὸ Τμήμα τοῦτο ἡ μέθοδος προσδιορισμοῦ τοῦ ὀριακοῦ ἐσόδου εἰς ἕνα σημείον, βασίζεται εἰς τὸ γεγονός ὅτι ἡ συνάρτησις τοῦ ὀριακοῦ ἐσόδου εἶναι γραμμικὴ, ὅταν καὶ ἡ συνάρτησις τῆς ζήτησεως εἶναι γραμμικὴ. Διὰ νὰ δειχθῇ ἡ σχέσις αὕτη, ἔστω ὅτι ἡ συνάρτησις τῆς ζήτησεως, ὑπὸ ἀντίστροφον μορφήν, εἶναι :

$$p = a - bq, \quad (4.12.1)$$

ὅπου τὰ a καὶ b εἶναι θετικαὶ σταθεραί. Τὰ συνολικὰ ἔσοδα ἐπομένως εἶναι :

$$TR = pq = aq - bq^2, \quad (4.12.2)$$

ἄρα τὸ ὀριακὸν ἔσοδον εἶναι :

$$MR = \frac{d(pq)}{dq} = a - 2bq. \quad (4.12.3)$$

του ὀρθογωνίου OPRQ. Ἐπί πλέον, ἐκ τῆς παραγράφου 4.4.a γνωρίζομεν ὅτι τὰ συνολικά ἔσοδα τὰ ἀντιστοιχοῦντα εἰς ἐκάστην ποσότητα εἶναι τὸ ἄθροισμα τῶν ὀριακῶν ἐσόδων μέχρι καὶ τοῦ ὀριακοῦ ἐσόδου διὰ τὴν ἐν λόγῳ ποσότητα. Γραφικῶς, τοῦτο σημαίνει ὅτι τὰ συνολικά ἔσοδα ἰσοῦνται πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν τὴν εὐρισκομένην κάτωθι τῆς καμπύλης τοῦ ὀριακοῦ ἐσόδου.

*Ἄν ἤδη ἦτο γνωστὴ ἡ καμπύλη τοῦ ὀριακοῦ ἐσόδου DM εἰς τὸ Σχῆμα 4.4.3, τὰ συνολικά ἔσοδα θὰ ἦσαν ἐπίσης ἴσα πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν ODNQ. Πρὸς τὸ παρὸν ἡ καμπύλη αὕτη δὲν εἶναι γνωστὴ. Τὸ πρόβλημά μας εἶναι νὰ ὀρίσωμεν τὸ ὀριακὸν ἔσοδον (QN) τὸ ἀντιστοιχοῦν πρὸς τὴν ποσότητα OQ καὶ τὴν τιμὴν $OP = QR$. Τὸ μόνον τὸ ὅποιον ἐπὶ τοῦ παρόντος γνωρίζομεν εἶναι ὅτι πρέπει νὰ ὑπάρχη ἓνα ἔμβαδὸν ODNQ ἴσον πρὸς τὰ συνολικά ἔσοδα, ἤτοι πρὸς τὸ ἔμβαδὸν OPRQ. Τὸ πρόβλημά μας εἶναι νὰ καθορίσωμεν τὴν θέσιν τοῦ σημείου N. *Ἄν εὐρεθῇ τὸ κατάλληλον N, γνωρίζομεν ὅτι τὸ ἔμβαδὸν ODNQ θὰ ἰσοῦται πρὸς τὸ ἔμβαδὸν OPRQ.

Τὰ δύο αὐτὰ γεωμετρικά σχήματα ἔχουν ἓνα κοινὸν τμήμα, τὸ OPENQ, τὸ τρίγωνον ERN ἀνήκει εἰς τὸ OPRQ ἐνῶ τὸ EPD εἰς τὸ ODNQ. Ἄφου τὸ OPENQ εἶναι κοινὸν, τὸ ἔμβαδὸν OPRQ θὰ ἰσοῦται πρὸς τὸ ἔμβαδὸν ODNQ ὅταν, καὶ μόνον ὅταν, τὸ ἔμβαδὸν ERN ἰσοῦται πρὸς τὸ ἔμβαδὸν EDP.

Μέχρι τοῦδε ἔχομεν τρεῖς πληροφορίας. Πρῶτον, ἀφου αἱ ἀπέναντι γωνίαι αἱ σχηματιζόμεναι ἀπὸ δύο τεμνομένης εὐθείας εἶναι ἴσαι, ἡ γωνία DEP ἰσοῦται πρὸς τὴν γωνίαν REN. Δεύτερον, τὰ τρίγωνα εἶναι ὀρθογώνια (δηλαδὴ αἱ γωνίαι DPE καὶ ERN εἶναι ὀρθαί). Ἄφου εἰς τὰ δύο τρίγωνα αἱ δύο γωνίαι εἶναι ἀντιστοίχως ἴσαι θὰ πρέπει καὶ ἡ τρίτη γωνία τοῦ ἐνὸς νὰ εἶναι ἴση πρὸς τὴν ἀντίστοιχον τοῦ ἐτέρου. Τὰ δύο τρίγωνα, συνεπῶς, εἶναι ὅμοια. Τέλος γνωρίζομεν ὅτι ἂν κατασκευασθοῦν καταλλήλως τὰ δύο τρίγωνα θὰ ἔχουν ἴσα ἔμβαδά. Ἄλλὰ ὅμοια τρίγωνα μὲ τὸ αὐτὸ ἔμβαδὸν ταυτίζονται εἰς τρόπον ὥστε αἱ ἀντίστοιχοι πλευραὶ νὰ εἶναι ἴσαι. Ἄρα: $PE = ER$ καὶ $DP = RN$.

*Ἐχομεν ἐπομένως ἐπινοήσει μίαν μέθοδον εὐρέσεως τοῦ ὀριακοῦ ἐσόδου τὸ ὅποιον ἀντιστοιχεῖ εἰς ἓνα σημεῖον τῆς καμπύλης ζητήσεως. Ὑποθέσατε ὅτι τὸ ἐν λόγῳ σημεῖον εἶναι τὸ R. Ἐκ τοῦ R φέρατε μίαν κάθετον RQ πρὸς τὸν ἄξονα τῶν ποσοτήτων καὶ μίαν κάθετον RP πρὸς τὸν ἄξονα τῶν τιμῶν. Ἐπὶ τῆς καθέτου RQ μετρήσατε ἐν τμήμα RN ἴσον πρὸς τὸ DP. Ὅταν

*Ἡ ἐξίσωσις (4.12.3) εἶναι ἀσφαλῶς μία γραμμικὴ συνάρτησις. Ἐπί πλέον, συγκρίνοντες τὰς ἐξισώσεις (4.12.1) καὶ (4.12.3), παρατηροῦμεν ὅτι ὅταν ἡ συνάρτησις τῆς ζητήσεως εἶναι γραμμικὴ, ἡ συνάρτησις τοῦ ὀριακοῦ ἐσόδου α) εἶναι γραμμικὴ, β) ἔχει τὴν αὐτὴν σταθερὰν διὰ $q = 0$ καὶ γ) ἔχει κλίσιν διπλασίαν τῆς κλίσεως τῆς συναρτήσεως ζητήσεως.

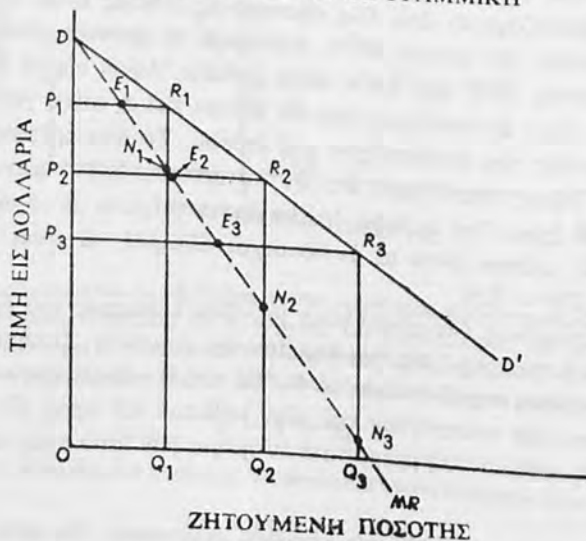
γίνη τοῦτο, τὸ τμήμα NQ εἶναι τὸ ὀριακὸν ἔσοδον τὸ ἀντιστοιχοῦν εἰς προ-
τὸν QQ μονάδων.

Μία ἑτέρα μέθοδος, ἣτις εἶναι ἐξ ἴσου ὀρθή ἀλλὰ δὲν ἀκολουθεῖ ἐπακρι-
βῶς τὴν λογικὴν τῆς εὐρέσεως τοῦ σημείου N , εἶναι ἡ ἐξῆς : ἐκ τοῦ σημείου
 R φέρατε καθέτους RP καὶ RQ εἰς ἀμφοτέρους τοὺς ἀξονας. Εὑρετε τὸ μέσον
 E τῆς εὐθείας RP . Σύρατε μίαν εὐθεῖαν ἐκ τοῦ D πρὸς τὸ E καὶ προεκτείνετε
τὴν εὐθεῖαν αὐτὴν μέχρις οὗτου τμήση τὴν RQ . Τὸ σημεῖον τομῆς εἶναι τὸ N ,
ὄπερ καὶ ζητεῖται.

4.4.c. — Εὐρέσεις τῆς καμπύλης ὀριακοῦ ἐσόδου ὅταν ἡ ζήτησις εἶναι γραμμικὴ

Ἡ μέθοδος τῆς παραγράφου 4.4.b. δύναται νὰ ἐφαρμοσθῇ εἰς πολλὰ
σημεῖα (δύο εἶναι ἀρκετὰ) μιᾶς γραμμικῆς καμπύλης ζήτησεως διὰ νὰ δώσῃ
τὴν ἀντίστοιχον καμπύλην τοῦ ὀριακοῦ ἐσόδου. Ἡ διαδικασία δεικνύεται
εἰς τὸ Σχῆμα 4.4.4.

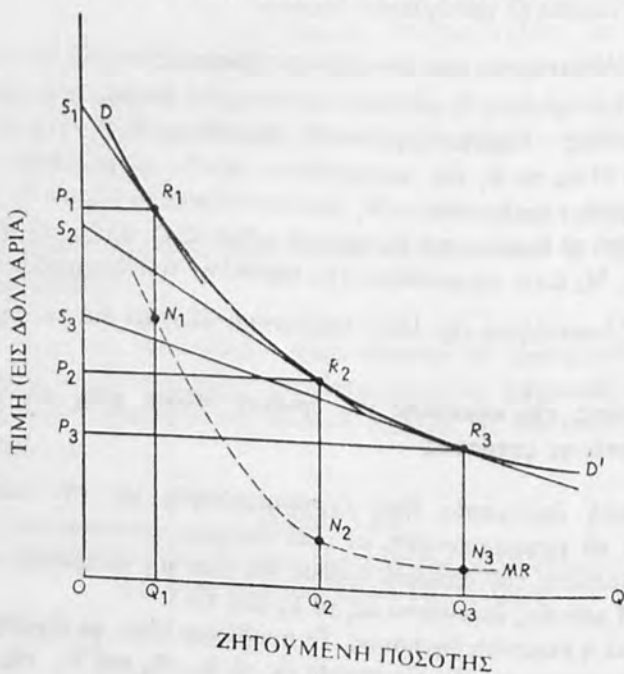
ΣΧΗΜΑ 4.4.4
Ἡ ΕΥΡΕΣΙΣ ΤΗΣ ΚΑΜΠΥΛΗΣ ΤΟΥ ΟΡΙΑΚΟΥ ΕΣΟΔΟΥ
ΟΤΑΝ Ἡ ΖΗΤΗΣΙΣ ΕΙΝΑΙ ΓΡΑΜΜΙΚΗ



Ἐστω ἡ δεδομένη καμπύλη ζήτησεως DD' . Λάβετε ἐν σημείον R_1
καὶ φέρατε καθέτους (R_1P_1 καὶ R_1Q_1) πρὸς τοὺς ἀξονας. Ἐπὶ τῆς εὐθείας
 R_1Q_1 μετρήσατε μίαν ἀπόστασιν $R_1N_1 = DP_1$. Τὸ τμήμα N_1Q_1 εἶναι τὸ ὀρι-

ΣΧΗΜΑ 4.4.5

Η ΕΥΡΕΣΙΣ ΤΗΣ ΚΑΜΠΥΛΗΣ ΤΟΥ ΟΡΙΑΚΟΥ ΕΣΟΔΟΥ
ΟΤΑΝ Η ΖΗΤΗΣΙΣ ΕΙΝΑΙ ΜΗ ΓΡΑΜΜΙΚΗ



Ένοδντες όλα τὰ οὕτω προκύπτοντα σημεῖα — καὶ διὰ νὰ ἐπιτευχθῇ ἀκρίβεια πρέπει νὰ ὑπάρχουν πολλὰ τοιαῦτα σημεῖα — εὐρίσκομεν τὴν καμπύλην τοῦ ὀριακοῦ ἐσόδου τὴν ἀντιστοιχοῦσαν πρὸς τὴν δοθεῖσαν μὴ γραμμικὴν καμπύλην ζήτησεως.

4.5. ΖΗΤΗΣΙΣ, ΕΣΟΔΑ ΚΑΙ ΕΛΑΣΤΙΚΟΤΗΣ

Μετὰ τὴν μελέτην τῶν τμημάτων 4.3. καὶ 4.4 θὰ πρέπει νὰ ἔχη γίνῃ ἀντιληπτὴ ἡ στενὴ σχέσηις μεταξὺ τῆς ἐλαστικότητος τῆς ζήτησεως ὡς πρὸς τὴν τιμὴν καὶ τῆς συναρτήσεως τῶν ἐσόδων. Δύο εἶδη σχέσεων ἀναπτύσσονται εἰς τὸ τμήμα αὐτὸ.

4.5.a. — Ἐλαστικότης καὶ συνολικὰ ἔσοδα

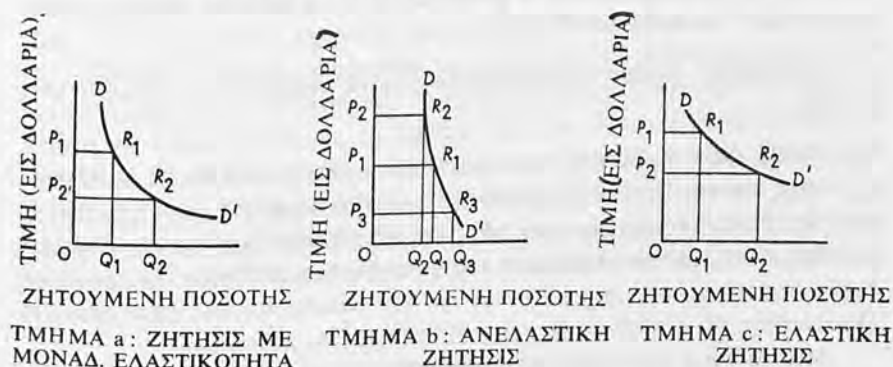
Ἄν ἡ ζήτησις εἶναι ἐλαστικὴ κατὰ μῆκος ἑνὸς τόξου τῆς καμπύλης ζήτησεως — δηλαδὴ, ἂν ὁ συντελεστὴς τῆς ἐλαστικότητος ὡς πρὸς τὴν τι-

μην είναι μεγαλύτερος της μονάδος — μία πτώσις τῆς τιμῆς θὰ ἐπιφέρῃ μίαν ἀναλογικῶς μεγαλύτεραν ἄνοδον τῶν ζητουμένων ποσοτήτων καὶ μία ἄνοδος τῆς τιμῆς θὰ ἐπιφέρῃ μίαν ἀναλογικῶς μεγαλύτεραν πτώσιν τῶν ζητουμένων ποσοτήτων. Τώρα, ἐφ' ὅσον «τιμὴ ἐπὶ ποσότης» δίδει τὰ συνολικὰ ἔσοδα, εὐκόλως συνάγεται ὅτι ἂν ἡ ζήτησις εἶναι ἐλαστικὴ, μία πτώσις τῆς τιμῆς θὰ αὐξήσῃ τὰ συνολικὰ ἔσοδα, διότι ἡ αὐξήσις τῆς ζητουμένης ποσότητος εἶναι ἀναλογικῶς μεγαλύτερα τῆς μειώσεως τῆς τιμῆς, ἐνῶ μία αὐξήσις τῆς τιμῆς θὰ μειώσῃ τὰ συνολικὰ ἔσοδα, διότι ἡ μείωσις τῆς ζητουμένης ποσότητος εἶναι ἀναλογικῶς μεγαλύτερα τῆς αὐξήσεως τῆς τιμῆς.

Τοῦτο εἰκονογραφεῖται εἰς τὸ τμήμα c, τοῦ Σχήματος 4.5.1. DD' εἶναι ἡ

ΣΧΗΜΑ 4.5.1

ΖΗΤΗΣΙΣ, ΣΥΝΟΛΙΚΑ ἘΣΟΔΑ ΚΑΙ ΕΛΑΣΤΙΚΟΤΗΣ



καμπύλη ζητήσεως· OP_1 καὶ OQ_1 εἶναι ἡ ἀρχικὴ θέσις. Ἐστω ὅτι ἡ τιμὴ πίπτει εἰς τὸ OP_2 , εἰς τρόπον ὥστε ἡ ζητουμένη ποσότης ν' ἀνέλθῃ εἰς τὸ OQ_2 . Εὐκόλως παρατηρεῖται ὅτι ἡ ζήτησις εἶναι ἐλαστικὴ διότι :

$$\frac{P_1 P_2}{OP_1} < \frac{Q_1 Q_2}{OQ_1}$$

Ἐπιπλέον, τὰ συνολικὰ ἔσοδα προφανῶς αὐξάνονται, ἀπὸ τὸ ἔμβადόν $OP_1 R_1 Q_1$ εἰς τὸ ἔμβადόν $OP_2 R_2 Q_2$. Ἀντιστρόφως διὰ μίαν αὐξήσιν τῆς τιμῆς ἀπὸ OP_2 εἰς OP_1 , τὰ συνολικὰ ἔσοδα μειοῦνται καθὼς ἡ τιμὴ αὐξάνεται.

Ἄν, ἐξ ἄλλου, ἡ ζήτησις εἶναι ἀνελαστικὴ, τὰ ἀποτελέσματα θὰ εἶναι ἀκριβῶς τὰ ἀντίθετα. Μία αὐξήσις τῆς τιμῆς προκαλεῖ μίαν ἀναλογικῶς μικροτέραν μείωσιν τῆς ζητουμένης ποσότητος καὶ μία πτώσις τῆς τιμῆς προκαλεῖ μίαν ἀναλογικῶς μικροτέραν αὐξήσιν τῆς ζητουμένης ποσότητος. Ἄρα, ἂν ἡ ζήτησις εἶναι ἀνελαστικὴ κατὰ μῆκος ἑνὸς τόξου τῆς καμ-

πύλης ζητήσεως, μία αύξησις τῆς τιμῆς θά προκαλέσῃ αύξησιν τῶν συνολικῶν ἐσοδῶν διότι ἡ ζητουμένη ποσότης θά μειωθῇ ἀναλογικῶς ὀλιγότερον τῆς αύξήσεως τῆς τιμῆς· μία πτώσις τῆς τιμῆς θά προκαλέσῃ μείωσιν τῶν συνολικῶν ἐσοδῶν διότι ἡ ζητουμένη ποσότης θά αύξηθῇ ἀναλογικῶς ὀλιγότερον τῆς μειώσεως τῆς τιμῆς.

Ταῦτα εἰκονογραφοῦνται εἰς τὸ τμήμα b, τοῦ σχήματος 4.5.1. DD' εἶναι ἡ καμπύλη ζητήσεως καὶ ἡ ἀρχικὴ θέσις εἶναι OP₁ καὶ OQ₁. Ἀπὸ τὴν θέσιν ταύτην, ἔστω ὅτι ἡ τιμὴ αύξάνεται εἰς OP₂. Ἡ ζήτησις εἶναι σαφῶς ἀνελαστικὴ διότι :

$$\frac{P_1 P_2}{OP_1} > \frac{Q_1 Q_2}{OQ_1}$$

Ὅμοίως, τὰ συνολικὰ ἔσοδα αύξάνονται διότι τὸ ἔμβαδὸν OP₂R₂Q₂ εἶναι μεγαλύτερον τοῦ ἔμβαδοῦ OP₁R₁Q₁.

ΑΣΚΗΣΙΣ : Δεῖξατε τὰ ἀποτελέσματα μιᾶς πτώσεως τῆς τιμῆς ἀπὸ OP₁ εἰς OP₃.

Τέλος, ὅταν ἡ ζήτησις ἔχει μοναδιαίαν ἐλαστικότητα, αἱ μεταβολαὶ τῆς τιμῆς καὶ τῆς ζητουμένης ποσότητος εἶναι ἀναλογικῶς αἱ αὐταί, ἀπολύτως. Μὲ ἄλλας λέξεις, μία κατὰ 10% αύξησις (μείωσις) τῆς τιμῆς ἐπιφέρει μίαν κατὰ 10% μείωσιν (αύξησιν) τῆς ζητουμένης ποσότητος. Τὰ συνολικὰ ἔσοδα, ἐπομένως, δὲν ἐπηρεάζονται ἐκ τῶν μεταβολῶν τῆς τιμῆς ὅταν ἡ ἐλαστικότης τῆς ζητήσεως ὡς πρὸς τὴν τιμὴν εἶναι μοναδιαία.

Μία τοιαύτη περίπτωσις ἀπεικονίζεται εἰς τὸ τμήμα a, Σχῆμα 4.5.1. Ἡ καμπύλη ζητήσεως DD' εἶναι οὕτω κατεσκευασμένη ὥστε τὸ ἔμβαδὸν OP₁R₁Q₁ νὰ ἰσοῦται πρὸς τὸ ἔμβαδὸν OP₂R₂Q₂. Ἐπὶ πλέον, ὅλα τὰ ἄλλα ἔμβαδὰ τὰ οὕτω κατεσκευασμένα εἶναι τὰ αὐτὰ — κατὰ τὴν μαθηματικὴν ὀρολογίαν, ἡ καμπύλη ζητήσεως εἶναι μία ὁ ρ θ ο γ ῶ ν ι ο ς ὑ π ε ρ β ο λ ῆ.

Περιληπτικῶς τὰ συμπεράσματα τοῦ τμήματος τούτου δύνανται νὰ διατυπωθοῦν ὡς ἑξῆς :

ΣΧΕΣΕΙΣ : Ὅταν ἡ ζήτησις ἔχει μοναδιαίαν ἐλαστικότητα, τὰ συνολικὰ ἔσοδα δὲν ἐπηρεάζονται ἀπὸ μεταβολὰς τῆς τιμῆς. Ἄν ἡ ζήτησις εἶναι ἐλαστικὴ, τὰ συνολικὰ ἔσοδα μεταβάλλονται ἀντιστρόφως πρὸς τὴν τιμὴν· ἂν ἡ ζήτησις εἶναι ἀνελαστικὴ, τὰ συνολικὰ ἔσοδα μεταβάλλονται ἀναλόγως πρὸς τὴν τιμὴν.

Αἱ σχέσεις αὗται δίδονται κατὰ πλέον συγκεκριμένον τρόπον εἰς τὸν Πίνακα 4.5.1.

ΠΙΝΑΞ 4.5.1

ΣΧΕΣΕΙΣ ΜΕΤΑΞΥ ΕΛΑΣΤΙΚΟΤΗΤΟΣ ΩΣ ΠΡΟΣ ΤΗΝ ΤΙΜΗΝ
ΚΑΙ ΣΥΝΟΛΙΚΩΝ ΕΣΟΔΩΝ

	Έλαστική ζήτησις	Ζήτησις μοναδιαίας ελαστικότητας	Άελαστική ζήτησις
Αυξήσεις τής τιμής	TR μειούται	Ούδεμία μεταβολή τών TR	TR αυξάνεται
Μειώσεις τής τιμής	TR αυξάνεται	Ούδεμία μεταβολή τών TR	TR μειούται

4.5.b. — Έλαστικότης καὶ ὀριακὸν ἔσοδον

Ἐφ' ὅσον ἡ ἐλαστικότης συνδέεται μὲ τὰ συνολικά ἔσοδα, αὕτη κατ' ἀνάγκην συνδέεται καὶ μὲ τὸ ὀριακὸν ἔσοδον. Ἡ ἀκριβὴς σχέσις προκύπτει ἀπὸ τὴν σύγκρισιν τοῦ Σχήματος 4.4.2 καὶ τοῦ Πίνακος 4.5.1.

Ἐπαναλαμβάνομεν τὸ οὐσιῶδες περιεχόμενον τοῦ Σχήματος 4.4.2: ὅταν τὰ συνολικά ἔσοδα αυξάνωνται, τὸ ὀριακὸν ἔσοδον εἶναι θετικόν· ὅταν τὰ συνολικά ἔσοδα μειοῦνται, τὸ ὀριακὸν ἔσοδον εἶναι ἀρνητικόν· ὅταν τὰ συνολικά ἔσοδα εἶναι σταθερά, τὸ ὀριακὸν ἔσοδον εἶναι μηδέν. Παρατηρεῖται ὅτι τὸ ὀριακὸν ἔσοδον εἶναι μηδέν, ὅταν τὰ συνολικά ἔσοδα ἔχουν τὴν μεγίστην τιμὴν των. Ἐπὶ τῇ βάσει αὐτῶν τῶν σχέσεων δυνάμεθα νὰ κατασκευάσωμεν τὸν Πίνακα 4.5.2, ὁ ὁποῖος ἔχει μεγάλην ὁμοιότητα πρὸς τὸν Πίνακα 4.5.1.

ΠΙΝΑΞ 4.5.2

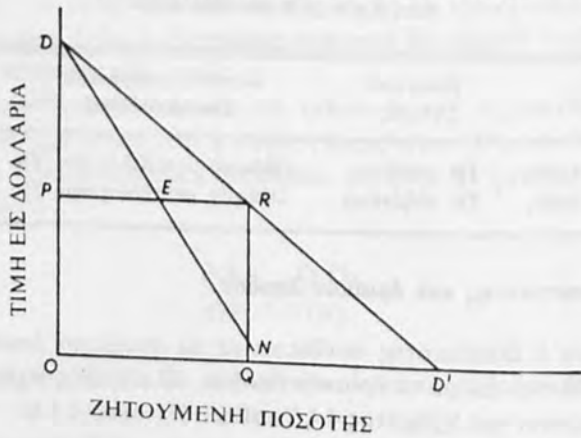
ΣΧΕΣΙΣ ΜΕΤΑΞΥ ΟΡΙΑΚΟΥ ΕΣΟΔΟΥ ΚΑΙ ΕΛΑΣΤΙΚΟΤΗΤΟΣ ΖΗΤΗΣΕΩΣ
ΩΣ ΠΡΟΣ ΤΗΝ ΤΙΜΗΝ

Όριακὸν ἔσοδον θετικόν	Όριακὸν ἔσοδον μηδέν	Όριακὸν ἔσοδον ἀρνητικόν
Έλαστική ζήτησις	Ζήτησις μοναδιαίας ελαστικότητας	Άελαστική ζήτησις

Μία περισσότερον ἀκριβὴς σχέσις μεταξύ τιμῆς ὀριακοῦ ἔσοδου καὶ συντελεστοῦ τῆς ἐλαστικότητος ὡς πρὸς τὴν τιμὴν δύναται νὰ ἐξαχθῆ ἐκ τοῦ Σχήματος 4.5.2. Ἐστω ἡ γραμμικὴ καμπύλη ζήτησεως DD'. Αὕτη χρησιμοποιοῦται ἀπλῶς χάριν εὐκολίας, διότι ὁ τύπος ὅστις θ' ἀναπτυχθῆ ἰσχύει

ΣΧΗΜΑ 4.5.2

ΣΧΕΣΙΣ ΜΕΤΑΞΥ ΤΙΜΗΣ, ΟΡΙΑΚΟΥ ΕΣΟΔΟΥ ΚΑΙ ΕΛΑΣΤΙΚΟΤΗΤΟΣ
ΤΗΣ ΖΗΤΗΣΕΩΣ ΩΣ ΠΡΟΣ ΤΗΝ ΤΙΜΗΝ



καί διά μή γραμμικάς καμπύλας ζητήσεως. Ἐστω τὸ σημεῖον R ἐπὶ τῆς DD', ἀντιστοιχοῦν εἰς τιμὴν $OP = QR$ καὶ ζητούμενην ποσότητα $OQ = PR$. Τὸ NQ εἶναι τὸ ὀριακὸν ἔσοδον τὸ ἀντιστοιχοῦν εἰς τὸ σημεῖον R διότι, ἐκ κατασκευῆς, $RN = DP$. Ἐπὶ πλέον, βάσει τῆς εἰς τὸ Τμήμα 4.3 ἀναπτυχθείσης μεθόδου, εἰς τὸ σημεῖον R ὁ συντελεστὴς τῆς ἐλαστικότητος ὡς πρὸς τὴν τιμὴν (η) εἶναι RD'/DR .

Κατὰ πρῶτον παρατηροῦμεν ὅτι :

$$NQ = RQ - RN, \quad (4.5.1)$$

Ἐφ' ὅσον $\frac{DP}{PR} = \frac{RQ}{QD'}$ καὶ $RN = DP$,

$$\text{ἔπεται ὅτι } RN = PR \left(\frac{RQ}{QD'} \right) = RQ \left(\frac{PR}{QD'} \right). \quad (4.5.2)$$

Θέτοντες τὴν ἐξίσωσιν (4.5.2) εἰς τὴν ἐξίσωσιν (4.5.1),

$$\begin{aligned} NQ &= RQ - RN \\ &= RQ - RQ \left(\frac{PR}{QD'} \right) \end{aligned} \quad (4.5.3)$$

$$= RQ \left[1 - \frac{PR}{QD'} \right].$$

Ἐν συνεχείᾳ παρατηροῦμεν ὅτι :

$$\frac{PR}{QD'} = \frac{OQ}{QD'} = \frac{DR}{RD'} = \frac{1}{\eta}. \quad (4.5.4)$$

Τέλος, θέτοντες τὴν ἐξίσωσιν (4.5.4) εἰς τὴν ἐξίσωσιν (4.5.3), λαμβάνομεν :

$$NQ = RQ \left[1 - \frac{1}{\eta} \right]. \quad (4.5.5)$$

Ἐποὶς NQ εἶναι τὸ ὀριακὸν ἔσοδον (MR) καὶ RQ εἶναι ἡ τιμὴ (p), ἡ ἐξίσωσις (4.5.5) δύναται νὰ γραφῆ οὕτως, ὥστε νὰ ἐκφράζη τὴν σχέσιν μεταξὺ ὀριακοῦ ἔσοδου, τιμῆς καὶ συντελεστοῦ τῆς ἐλαστικότητος ὡς πρὸς τὴν τιμὴν :¹³

$$MR = p \left(1 - \frac{1}{\eta} \right). \quad (4.5.6)$$

4.5.c. — Ἡ καμπύλη ζητήσεως τῆς ἐπιχειρήσεως εἰς πλήρη ἀνταγωνισμόν

Ὅλαι αἱ μέχρι τοῦδε ἀναπτυχθεῖσαι σχέσεις δύνανται νὰ χρησιμοποιηθοῦν διὰ τὴν περιγραφὴν τῆς καμπύλης ζητήσεως τὴν ὁποίαν ἀντιμετωπίζει εἰς μεμονωμένους παραγωγὸς εἰς μίαν πλήρως ἀνταγωνιστικὴν ἀγοράν.

13. Ἐστω ὅτι ἡ συνάρτησις τῆς ζητήσεως, ὑπὸ ἀντίστροφον μορφήν, εἶναι :

$$p = F(q), \quad F'(q) = \frac{dp}{dq} < 0. \quad (4.13.1)$$

Ἄρα τὰ συνολικὰ ἔσοδα εἶναι :

$$TR = p \cdot q = F(q) \cdot q \quad (4.13.2)$$

καὶ τὸ ὀριακὸν ἔσοδον :

$$MR = \frac{d[qF(q)]}{dq} = F(q) + qF'(q) = p + q \cdot \frac{dp}{dq}. \quad (4.13.3)$$

Ἐξάγομεν ἀπὸ τὸ δεξιὸν μέλος τῆς (4.13.3) τὸ p ὡς κοινὸν παράγοντα, ὁπότε :

$$MR = p \left(1 + \frac{q}{p} \frac{dp}{dq} \right). \quad (4.13.4)$$

Ἐξ ὀρισμοῦ

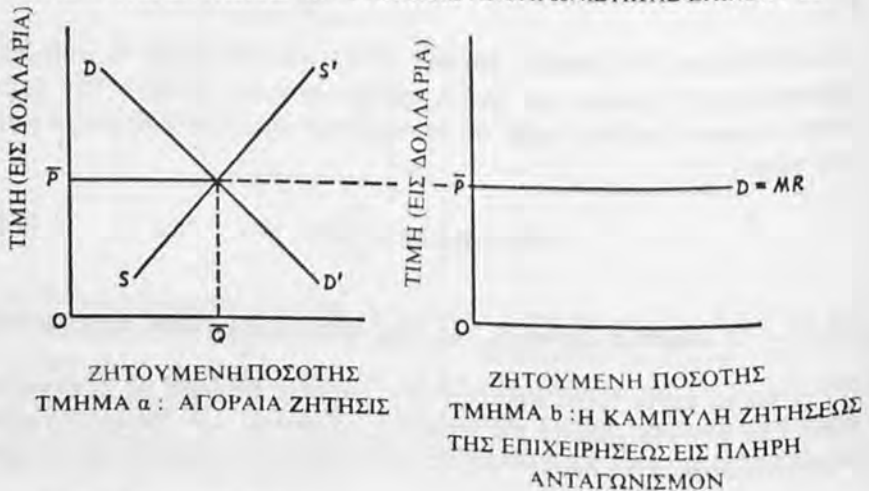
$$\eta = - \frac{dq}{dp} \cdot \frac{p}{q}. \quad (4.13.5)$$

Θέτοντες τὴν ἐξίσωσιν (4.13.5) εἰς τὴν ἐξίσωσιν (4.13.4) λαμβάνομεν τὴν εἰς τὴν ἐξίσωσιν (4.5.6) τοῦ κειμένου ἔκφρασιν τοῦ ὀριακοῦ ἔσοδου.

Το τμήμα α (Σχήμα 4.5.3) παρουσιάζει την ισορροπία μιας αγοράς εις την οποίαν υπάρχει μέγας αριθμός πωλητών του αυτού περίπου μεγέθους. Ἡ DD' καὶ ἡ SS' εἶναι αἱ καμπύλαι ἀγοραίας ζήτησεως καὶ ἀγοραίας προσφορᾶς. Ἡ τομὴ των προσδιορίζει τὴν τιμὴν ἰσορροπίας OP καὶ τὴν ζητούμενην ποσότητα ἰσορροπίας OQ .

ΣΧΗΜΑ 4.5.3

ΕΥΡΕΣΙΣ ΤΗΣ ΖΗΤΗΣΕΩΣ ΜΙΑΣ ΠΛΗΡΩΣ ΑΝΤΑΓΩΝΙΣΤΙΚΗΣ ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΕΩΣ



Διὰ νὰ καταστῆ πλέον συγκεκριμένη ἡ περίπτωση, ἔστω ὅτι ὑπάρχουν εἰς τὴν ἀγορὰν 25.000 πωληταὶ (π.χ. παραγωγοὶ σίτου) τοῦ ἰδίου περίπου μεγέθους. Ἄν οἰοσδήποτε πωλητὴς ἀυξήσῃ τὸ προϊόν του καὶ τὰς πωλήσεις του κατὰ 100 τοῖς ἑκατόν, αἱ συνολικαὶ πωλήσεις τῆς ἀγορᾶς θὰ ἀυξηθοῦν μόνον κατὰ τὸ $1/250$ τοῦ 1 τοῖς ἑκατόν. Μία τοιαύτη μεταβολὴ εἶναι, γραφικῶς καὶ οἰκονομικῶς, τόσο μικρὰ ὥστε προκαλεῖ μίαν ἐντελῶς ἀσήμαντον μεταβολὴν τῆς τιμῆς. Συνεπῶς, ἕκαστος μεμονωμένος πωλητὴς εἶναι πεπεισμένος ὅτι μεταβολαὶ εἰς τὸ προϊόν καὶ τὰς πωλήσεις του θὰ ἔχουν ἀνεπαίσθητον ἐπίδρασιν ἐπὶ τῆς ἀγοραίας τιμῆς. Ἀπὸ κοινοῦ ἐνέργειαι ἐνὸς μεγάλου ἀριθμοῦ πωλητῶν δύνανται νὰ ἐπηρεάσουν τὴν ἀγοραίαν τιμὴν ἀλλὰ ἕνας πωλητὴς ὀρθῶν μεμονωμένως δὲν δύναται. Ὁ μεμονωμένος πωλητὴς συνεπῶς εὐλόγως ὑποθέτει ὅτι ἡ καμπύλη ζήτησεως τὴν ὁποίαν οὗτος ἀντιμετωπίζει εἶναι μία ὀριζοντία γραμμὴ εἰς τὸ ἐπίπεδον τιμῆς τὸ ὅποion καθορίζεται ἀπὸ τὴν ἰσορροπίαν τῆς ζήτησεως καὶ τῆς προσφορᾶς εἰς τὴν ἀγορὰν.

Ἡ καμπύλη ζήτησεως δι' ἕνα παραγωγὸν ὑπὸ συνθήκας πλήρους ἀνταγωνισμοῦ δεικνύεται εἰς τὸ τμήμα β, Σχήμα 4.5.3. Τὸ σχῆμα τῆς καμπύλης

δεικνύει ότι ο παραγωγός είναι πεπεισμένος ότι μεταβολαί εις τόν ὄγκον τοῦ προϊόντος του δὲν θὰ ἔχουν αἰσθητὴν ἐπίδρασιν ἐπὶ τῆς ἀγοραίας τιμῆς. Καὶ ἂν ὁ παραγωγός δρᾷ πράγματι εἰς πλήρως ἀνταγωνιστικὴν ἀγοράν, ἢ πεποιθῆσιν του δικαιολογεῖται ἐπαρκῶς. Μία μεταβολὴ εἰς τὸ ἐπίπεδον τῶν πωλήσεων του θὰ μεταβάλῃ τὰ συνολικά του ἔσοδα ἀλλὰ δὲν θὰ ἐπηρεάσῃ τὴν ἀγοραίαν τιμὴν. Ἐπομένως, ὁ παραγωγός εἰς μίαν πλήρως ἀνταγωνιστικὴν ἀγοράν δὲν χρειάζεται νὰ μειώσῃ τὴν τιμὴν του διὰ νὰ αὐξήσῃ τὸ ἐπίπεδον τῶν πωλήσεων του. Οἷσοσδήποτε ἀριθμὸς μονάδων δύναται νὰ πωληθῇ εἰς τὴν ἀγοραίαν τιμὴν ἰσορροπίας. Ἄν καθώριζε ὑψηλοτέραν τιμὴν οὐδὲν θὰ ἐπώλει. Μία χαμηλοτέρα τιμὴ θὰ ἐπέφερε μίαν ἄλογον ἀπώλειαν ἐσόδων. Οὗτος, συνεπῶς, θέτει τὴν ἀγοραίαν τιμὴν δι' οἰανδήποτε ποσότητα τὴν ὁποίαν ἐπιθυμῆι νὰ παράγῃ καὶ νὰ πωλῇ.

Ἐφ' ὅσον ἡ τιμὴ παραμένει σταθερά, ἐκάστη πρόσθετος πωλουμένη μονὰς αὐξάνει τὰ συνολικά ἔσοδα κατὰ τὴν (σταθεράν) τιμὴν αὐτῆς. Εἰς τὴν εἰδικὴν ταύτην περίπτωσιν, συνεπῶς, ἡ καμπύλη ζητήσεως καὶ ἡ καμπύλη τοῦ ὀριακοῦ ἐσόδου, δι' ἓνα παραγωγὸν εἰς μίαν πλήρως ἀνταγωνιστικὴν ἀγοράν, συμπίπτουν. Διὰ τὸν λόγον αὐτόν, ἡ καμπύλη τοῦ τμήματος b ἐπιγράφεται $D = MR$.

Ὅταν ἡ καμπύλη ζητήσεως εἶναι ὀριζοντία, ἡ ζήτησις καλεῖται πλήρως ἐλαστικὴ, ὅπερ σημαίνει ὅτι ὁ συντελεστὴς τῆς ἐλαστικότητος ὡς πρὸς τὴν τιμὴν αὐξάνεται ἀπεριορίστως καθὼς ἡ ποσοστιαία μεταβολὴ τῆς τιμῆς καθίσταται ὁλονὲν μικροτέρα. Ἄς λάβωμεν ἓνα ἀριθμητικὸν παράδειγμα. Ὑποθέσατε ὅτι ἡ τιμὴ ἰσορροπίας εἰς τὴν ἀγοράν εἶναι \$ 5 καὶ ὅτι ἓνας συγκεκριμένους παραγωγὸς πωλεῖ 1000 μονάδας εἰς τὴν τιμὴν αὐτὴν. Ἄν ηῦξανε τὴν τιμὴν του εἰς \$ 5,01, αἱ πωλήσεις του θὰ ἐπιπτον εἰς τὸ μηδέν. Οὕτω :

$$\frac{\Delta q}{q} = \frac{-1000}{1000} \text{ καὶ } \frac{\Delta p}{p} = \frac{1}{500}.$$

Ὁ συντελεστὴς τῆς ἐλαστικότητος ὡς πρὸς τὴν τιμὴν θὰ ἦτο :

$$\eta = - \frac{\Delta q}{q} : \frac{\Delta p}{p} = 1 : \frac{1}{500} = 500.$$

Ἄν ηῦξανε τὴν τιμὴν εἰς \$ 5,001 μόνον, αἱ πωλήσεις του θὰ ἐπιπτον ἐπίσης εἰς τὸ μηδέν καὶ τὸ η θὰ ἦτο 5.000. Ἄρα γενικεύοντες λέγομεν ὅτι, διὰ ἀπεριορίστως μικρὰς μεταβολὰς τῆς τιμῆς, ὁ συντελεστὴς τῆς ἐλαστικότητος πρὸς τὴν τιμὴν τείνει πρὸς τὸ ἄπειρον ὑπὸ συνθήκας πλήρους ἀνταγωνισμοῦ.

Τὰ συμπεράσματα τοῦ τμήματος τούτου δύνανται νὰ διατυπωθοῦν περιληπτικῶς ὡς ἑξῆς :

ΣΧΕΣΕΙΣ : Ἡ ζήτησις δι' ἓνα παραγωγὸν εἰς πλήρως ἀνταγωνιστικὴν ἀγορὰν εἶναι ὀριζοντία γραμμὴ εἰς τὸ ἐπίπεδον τῆς ἀγοραίας τιμῆς ἰσορροπίας. Αἱ ἀποφάσεις τοῦ πωλητοῦ διὰ τὸ μέγεθος τοῦ προϊόντος του δὲν ἐπηρεάζουν τὴν ἀγοραίαν τιμὴν. Εἰς τὴν περίπτωσιν ταύτην αἱ καμπύλαι ζήτησεως καὶ ὀριακοῦ ἐσόδου συμπίπτουν. Ἡ ζήτησις εἶναι πλήρως ἐλαστικὴ καὶ ὁ συντελεστὴς τῆς ἐλαστικότητος ὡς πρὸς τὴν τιμὴν τείνει πρὸς τὸ ἄπειρον.

ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

1. Ὁ ἀκόλουθος πίναξ περιέχει ὑποθετικὰ δεδομένα ἀναφερόμενα εἰς ἓνα καταναλωτήν. Ὑπολογίσατε ὅλους τοὺς σημαντικοὺς συντελεστὰς ἐλαστικότητος (τιμῆς, σταυροειδοῦς, εἰσοδηματικῆς). Ὑπενθυμίζεται ὅτι τὸ εἰσόδημα πρέπει νὰ εἶναι σταθερὸν ὅταν ὑπολογίζονται αἱ ἐλαστικότητες ὡς πρὸς τὴν τιμὴν καὶ αἱ τιμαὶ πρέπει νὰ εἶναι σταθεραὶ ὅταν ὑπολογίζεται ἡ εἰσοδηματικὴ ἐλαστικότητα.

Περίοδος	Τιμὴ τοῦ X	Ἀγοραζομένη ποσότης X	Εἰσόδημα	Τιμὴ τοῦ Y
1	\$ 1,00	100		
2	1,01	95	\$ 5.000	\$ 0,50
3	1,01	100	5.000	0,50
4	1,01	105	5.500	0,51
5	1,00	100	5.500	0,52
6	1,00	100	5.500	0,50
7	1,00	105	5.500	0,51
8	1,02	100	5.000	0,51
9	1,02	105	5.500	0,51
10	1,03	95	5.500	0,50
11	1,03	90	5.500	0,50
12	1,03	100	6.500	0,51
		105	7.000	0,51

2. Ὁ ἀκόλουθος πίναξ παρουσιάζει ὑποθετικὰ δεδομένα ἀναφερόμενα εἰς μίαν ἀγοραίαν ζήτησιν. Ὑπολογίσατε τὸ ὀριακὸν ἔσοδον καὶ τὴν ἐλαστικότητα τῆς ζήτησεως ὡς πρὸς τὴν τιμὴν. Κατασκευάσατε τὰς καμπύλας ζήτησεως, συνολικῶν ἐσόδων καὶ ὀριακῶν ἐσόδων.

Τιμή	Ζητούμενη Ποσότητα	Συνολικά Έσοδα	Όριακόν Έσοδον	Συντελεστής ελαστικότητας ως προς την τιμήν
\$70,00	1			
50,00	2			
40,00	3			
35,00	4			
30,00	5			
26,67	6			
23,33	7			
20,00	8			
17,50	9			
15,00	10			
12,50	11			
10,00	12			

ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ

1. Άπαντήσατε «δρθόν», «εσφαλμένον», ή «άβέβαιον» καί αίτιολογήσατε την άπάντησίν σας :
 - α) Άν ή είσοδηματική ελαστικότητα ένός άγαθού είναι μεγαλύτερα τής μονάδος, ή σχετική τιμή του άγαθού αυτού θά αύξηθ ή όταν τó πραγματικόν κατά κεφαλήν είσόδημα αύξηθ ή, δηλαδή ή τιμή του άγαθού θά αύξηθ ή έν σχέσει προς τás τιμάς των άγαθών τά όποία έχουν είσοδηματικήν ελαστικότητα μικροτέραν τής μονάδος.
 - β) Άν ή χρησιμότης κάθε άγαθού είναι άνεξάρτητος των καταναλισκομένων ποσοτήτων όλων των άλλων άγαθών, όλα τά άγαθά πρέπει νά έχουν θετικές είσοδηματικές ελαστικότητας (δηλαδή πρέπει νά είναι κανονικά άγαθά).
 - γ) Άν αί συνολικά καταναλωτικά δαπάναι είναι αί αύται πρό και μετά την έπιβολήν ένός φόρου, τότε ένας φόρος καταναλώσεως έπιβαλλόμενος επί ένός καταναλωτικού άγαθού με ελαστικήν ζήτησιν θά έπιφέρει αύξησιν τής καταναλωτικής δαπάνης διά τά άλλα καταναλωτικά άγαθά, ένώ ένας φόρος καταναλώσεως έπιβαλλόμενος επί ένός άγαθού με ελαστικήν ζήτησιν θά έπιφέρει μείωσιν τής καταναλωτικής δαπάνης διά τά άλλα άγαθά.
2. Τό άκόλουθον δημοσίευμα έλήφθη από την «Έπιθεώρησιν τής Wall Street» τής 30ής Μαρτίου 1966 : «Συνταξιούχος σιδηροδρομικός από την Atlanta παραπονείται ότι δέν δύναται πλέον νά έπισκέπτεται την ταβέρνα τής γειτονιάς του έξι φορές την έβδομάδα. Άπό τότε πού ή τιμή τής μύρας πού προτιμά άνήλθε από 25 εις 30 σέντς τó ποτήρι, έπισκέπτεται την ταβέρνα μόνον πέντε φορές την έβδομάδα». Υποθέτοντες ότι τó έν λόγω άτομον καταναλίσκει τó αυτό ποσόν μύρας εις κάθε του έπισκεψιν πρό και μετά την μεταβολήν τής τιμής, ύπολογίσατε την ελαστικότητα τής ζητήσεως του διά την μύραν ή όποία διατίθεται εις αυτήν την ταβέρνα.

ΠΡΟΤΕΙΝΟΜΕΝΗ ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

1. Marshall, Alfred : «Principles of Economics», σελ. 92 - 113. 8η έκδοσις, New York : The Macmillan Co., 1920
2. Robinson, Joan : «The Economics of Imperfect Competition» σελ. 29 - 40, London : Macmillan and Co. Ltd., 1933.

Προκεχωρημένη βιβλιογραφία, Μέρος Ι

Ι. ΘΕΩΡΙΑ ΤΗΣ ΚΑΤΑΝΑΛΩΤΙΚΗΣ ΣΥΜΠΕΡΙΦΟΡΑΣ, ΓΕΝΙΚΑ

1. Georgescu-Roegen, Nicholas: «The Pure Theory of Consumer Behavior», *Quarterly Journal of Economics*, Τόμος L (1935 - 36), σελ. 545 - 593.
2. Hicks, John R.: «Value and Capital», σελ. 11 - 41, 305 - 311, 2α έκδοσις, Oxford: Clarendon Press, 1946.
3. Hotelling, Harold: «Edgeworth's Taxation Paradox and the Nature of Demand and Supply Functions», *Journal of Political Economy*, Τόμος XL (1932), σελ. 577 - 616.
4. Hotelling, Harold: «Demand Functions with Limited Budgets», *Econometrica*, Τόμος III (1935), σελ. 66 - 78.
5. Samuelson, Paul A.: «Foundations of Economic Analysis», σελ. 90 - 117. Cambridge, Mass.: Harvard University Press, 1947.
6. Schultz, Henry: «The Theory and Measurements of Demand», σελ. 5 - 58, Chicago: University of Chicago Press, 1938.
7. Wold, Herman O. A. και Jureen, Lars: «Demand Analysis», σελ. 81 - 139. New York: John Wiley & Sons, Inc., 1953.

ΙΙ. ΣΥΜΠΛΗΡΩΜΑΤΙΚΟΤΗΣ ΚΑΙ ΣΧΕΤΙΚΑ ΑΓΑΘΑ

1. Ferguson, C. E.: «Substitution Effect in Value Theory: A Pedagogical Note» *Southern Economic Journal*, Τόμος XXVI (1960), σελ. 310 - 314.
2. Georgescu-Roegen, Nicholas: «A Diagrammatic Analysis of Complementarity», *Southern Economic Journal*, Τόμος XIX (1952), σελ. 1 - 20.
3. Hicks, John R.: «Value and Capital», σελ. 42 - 52, 311 - 314. 2α έκδοσις, Oxford: Clarendon Press, 1946.
4. Ichimura, S.: «A Critical Note on the Definition Related Goods», *Review of Economic Studies*, Τόμος XVIII (1950 - 51), σελ. 179 - 183.
5. Morishima, M.: «A Note on Definition of Related Goods», *Review of Economic Studies*, Τόμος XXIII (1955 - 56), σελ. 132 - 134.
6. Samuelson, Paul A.: «Foundations of Economic Analysis», σελ. 183 - 189. Cambridge, Mass.: Harvard University Press, 1947.
7. Schultz, Henry: «The Theory and Measurement of Demand», σελ. 569 - 585, 607 - 628. Chicago: University of Chicago Press, 1938.

III. ΕΙΔΙΚΑ ΘΕΜΑΤΑ ΕΙΣ ΤΗΝ ΘΕΩΡΙΑΝ ΤΗΣ ΖΗΤΗΣΕΩΣ

A. Καμπύλαι ζήτησεως με αντιστάθμισιν ως προς τὸ εισόδημα

1. Bailey, Martin J. «The Marshallian Demand Curve», *Journal of Political Economy*, Τόμ. LXII (1954), σελ. 255 - 261.
2. Friedman, Milton: «The Marshallian Demand Curve», *Journal of Political Economy*, Τόμος LVII (1949), σελ. 463 - 495.
3. Knight, Frank H. «Realism and Relevance in the Theory of Demand», *Journal of Political Economy*, Τόμος LII (1944), σελ. 289 - 318.
4. Yeager, Leland B.: «Methodenstreit over Demand Curves», *Journal of Political Economy*, Τόμος LXVIII (1960), σελ. 53 - 64.

B. Ἀποκαλυφθεῖσα χρησιμότης καὶ ἀριθμοδείκται

1. Frish, Ragnar: «Annual Survey of General Economic Theory: The Problem of Index Numbers», *Econometrica*, Τόμος IV (1936), σελ. 1 - 38.
2. Georgescu-Roegen, Nicholas: «Choice and Revealed Preference», *Southern Economic Journal*, Τόμος XXI (1954), σελ. 119 - 130.
3. Hicks, John R. «A Revision of Demand Theory». Oxford: Clarendon Press, 1956.
4. Houthakker, H. S. «Revealed Preference and the Utility Function», *Economica*, N. S. XVII (1950), σελ. 159 - 174.
5. Samuelson, Paul A.: «A Note on the Pure Theory of Consumer Behavior», *Economica*, N.S. V (1938), σελ. 61 - 71.
6. Samuelson, Paul A.: «Foundations of Economic Analysis», σελ. 144 - 163, Cambridge, Mass.: Harvard University Press, 1947.
7. Staehle, Hans: «A Development of the Economic Theory of Index Numbers», *Review of Economic Studies*, Τόμος II (1935), σελ. 163 - 188.

Γ. Ἡ εἰς ἀπολύτους ὄρους χρησιμότητος ἀνάλυσις τῆς ἐπιλογῆς ὑπὸ ἀβεβαιότητα

1. Alchian, A.A.: «The Meaning of Utility Measurement», *American Economic Review*, Τόμος XLII (1953), σελ. 26 - 50.
2. Baumol, W. J. «The Neumann - Morgenstern Utility Index — An Ordinalist View», *Journal of Political Economy*, Τόμος LIX (1951) σελ. 61 - 66.
3. Baumol, W. J. «The Cardinal Utility which Is Ordinal», *Economic Journal*, Τόμος LXVII (1958), σελ. 665 - 672.
4. Ferguson, C. E.: «An Essay on Cardinal Utility», *Southern Economic Journal*, Τόμος XXV (1958), σελ. 11 - 23.
5. Friedman, Milton καὶ Savage, L. J.: «The Utility Analysis of Choices Involving Risk», *Journal of Political Economy*, Τόμος LVI (1948), σελ. 279 - 304.
6. Friedman, Milton καὶ Savage, L. J.: «The Expected - Utility Hypothesis

- and the Measurability of Utility», *Journal Political Economy*, Τόμος LX (1952), σελ. 463 - 474.
7. Georgescu-Roegen, Nicholas. «Choice, Expectations and Measurability», *Quarterly Journal of Economics*, Τόμος LXVIII (1954), σελ. 503 - 534.
 8. Markowitz, Harry: «The Utility of Wealth», *Journal of Political Economy*, Τόμος LX (1952), σελ. 151 - 158.
 9. Ozga, S. A.: «Measurable Utility and Probability — A Simplified Rendering», *Economic Journal*, Τόμος LXVI (1956), σελ. 419 - 430.
 10. Strotz, Robert H.: «Cardinal Utility», *American Economic Review, Papers and Proceedings*, Τόμος XLII (1953), σελ. 384 - 397.
 11. Von Neumann, John και Morgenstern, Oskar.: «Theory of Games and Economic Behavior», σελ. 15 - 31, 617 - 632. Princeton, N. J.: Princeton University Press, 1944.

IV. Η ΙΣΟΡΡΟΠΙΑ ΤΗΣ ΑΓΟΡΑΣ

1. Henderson, James και Quandt, Richard: «Microeconomic Theory: A Mathematical Approach», σελ. 109 - 113, 146 - 153, New York: McGraw - Hill Book Co., Inc., 1958.
2. Hicks, John R.: «Value and Capital», σελ. 62 - 77, 245 - 282, 315 - 319, 333 - 337. 2α Έκδοσις. Oxford: Clarendon Press, 1946.
3. Kuenne, Robert E.: «Hicks Concept of Perfect Stability in Multiple Exchange», *Quarterly Journal of Economics*, Τόμος LXXII (1959), σελ. 309 - 315.
4. Metzler, Lloyd A.: «Stability of Multiple Markets: The Hicks Conditions», *Econometrica*, Τόμος XIII (1945), σελ. 277 - 292.
5. Samuelson, Paul A. «Foundations of Economic Analysis», σελ. 17 - 19, 260 - 265, 269 - 276. Cambridge, Mass.: Harvard University Press, 1947.

ΜΕΡΟΣ ΙΙ

Θεωρία τῆς παραγωγῆς καὶ τοῦ κόστους

Εἰς παλαιότερα ἐγχειρίδια ἡ παραγωγή συμβατικῶς ὠρίζετο ὡς «ἡ δημιουργία χρησιμότητος», ὅπου «χρησιμότης» ἐσήμαινε «τὴν ἰκανότητα ἐνὸς ἀγαθοῦ ἢ μιᾶς ὑπηρεσίας νὰ ἰκανοποιῇ μίαν ἀνθρωπίνην ἀνάγκην». Ἐκ τῆς ἀπόψεως αὐτῆς ὁ ὀρισμὸς αὐτὸς εἶναι πολὺ εὐρὺς διὰ νὰ ἔχῃ ἕνα συγκεκριμένον περιεχόμενον. Ἐκ τῆς ἄλλου μέρους, ἐν τούτοις, ὁ ὀρισμὸς αὐτὸς σαφῶς ὑπογραμμίζει ὅτι «ἡ παραγωγή» περιλαμβάνει ἕνα εὐρὺ σύνολον δραστηριοτήτων καὶ ὄχι μόνον τὴν ἐπεξεργασίαν ὑλικῶν ἀγαθῶν. Ἡ παροχὴ νομικῶν συμβουλῶν, ἡ συγγραφὴ ἐνὸς βιβλίου, ἡ προβολὴ κινηματογραφικῶν ταινιῶν, ἡ παροχὴ τραπεζικῶν ὑπηρεσιῶν, πάντα ταῦτα ἀποτελοῦν παραδείγματα «παραγωγῆς». Εἶναι, βεβαίως, μᾶλλον δύσκολον νὰ τελοῦν παραδείγματα «παραγωγῆς». Εἶναι, βεβαίως, μᾶλλον δύσκολον νὰ ἐξειδικεύσωμεν τὰς εἰσοδὰς αἱ ὁποῖαι χρησιμοποιοῦνται εἰς τὴν παραγωγὴν τοῦ προϊόντος τῶν ἀνωτέρω χαρακτηριστικῶν περιπτώσεων. Ἐν τούτοις, ὅλοι σχεδὸν θὰ συμφωνοῦν ὅτι διὰ τὴν παροχὴν αὐτῶν τῶν ὑπηρεσιῶν ἀπαιτοῦνται ὀρισμέναι τεχνικαὶ καὶ πνευματικαὶ ἰκανότητες.

Οὕτως, ἐνῶ «ἡ παραγωγή» ὑπὸ εὐρείαν ἐννοίαν ἀναφέρεται εἰς τὴν δημιουργίαν οἰουδήποτε ἀγαθοῦ ἢ ὑπηρεσίας ποῦ ἀγοράζουσιν οἱ ἄνθρωποι, ἡ ἐννοία τῆς παραγωγῆς γίνεται περισσότερο σαφὴς ὅταν ἀναφερόμεθα μόνον εἰς ἀγαθὰ. Εἰς τὴν περίπτωσιν αὐτὴν εἶναι εὐχερεστερά ἡ ἐξειδίκευσις τῶν εἰσοδῶν καὶ ἡ ἀναγνώρισις τῆς ποσότητος καὶ τῆς ποιότητος τοῦ προϊόντος. Ἡ παραγωγή, π.χ. ἐνὸς μπουσέλ σίτου ἀπαιτεῖ, πέραν τῆς καταλλήλου θερμοκρασίας καὶ βροχοπτώσεως, ὀρισμένην ἔκτασιν καλλιεργησίμου ἐδάφους, ὀρισμένην ποσότητα σπόρων καὶ λιπάσματος, τὴν χρησιμοποίησιν ἀγροτικῶν μηχανημάτων (ὡς τὸ ἄροτρον καὶ αἱ θριπτικαὶ μηχαναὶ) καὶ ἀνθρωπίνην ἐργασίαν.

Ἐκ τῆς ἀκόμῃ καὶ εἰς τὴν σημερινὴν ἐποχὴν τοῦ αὐτοματισμοῦ, κάθε παρα-

γωγική διαδικασία απαιτεί την χρησιμοποίησιν ἀνθρωπίνων πόρων, ἀλλὰ καὶ ἄλλων, συνήθως, εἰσροῶν. Συγκεκριμένως, ἡ παραγωγή ἀπαιτεῖ, συνήθως, διαφόρους τύπους κεφαλαιουχικοῦ ἐξοπλισμοῦ (μηχανάς, ἐργαλεῖα, μεταφορικά μέσα, κτίρια) καὶ πρώτας ἢ ἐνδιάμεσους ὕλας. Ἡ θεωρία τῆς παραγωγῆς περιλαμβάνει τὴν ἀνάλυσιν τοῦ πῶς ὁ ἐπιχειρηματίας — με δεδομένας τὰς «τεχνολογικὰς συνθήκας» ἢ «τεχνολογίαν» — συνδυάζει διαφόρους εἰσροὰς διὰ νὰ παραγάγῃ ἓνα συγκεκριμένον προϊόν κατὰ ἓνα οικονομικῶς ἀποδοτικόν τρόπον.

Ἐπειδὴ ἡ ἔννοια τῆς παραγωγῆς εἶναι σαφεστέρα ὅταν ἀναφέρεται εἰς ἀγαθὰ μᾶλλον παρὰ εἰς ὑπηρεσίας, ἡ ἀνάλυσις μας θὰ περιορισθῇ εἰς τὴν παραγωγήν ἀγροτικῶν καὶ βιομηχανικῶν προϊόντων. Παρὰ ταῦτα, ὁ σπουδαστής θὰ πρέπει νὰ γνωρίζῃ ὅτι τὰ προβλήματα τῆς κατανομῆς τῶν παραγωγικῶν πόρων εἰς τὸν κλάδον τῶν ὑπηρεσιῶν καὶ τὸν κρατικόν μηχανισμόν δὲν εἶναι ὀλιγώτερον σημαντικά ἐπειδὴ δὲν τυγχάνουν ἐξίσου διεξοδικῆς ἀναλύσεως εἰς τὸ παρὸν κείμενον. Εἰς τὴν πραγματικότητα ἡ σπουδαιότης τῶν ὑπηρεσιῶν ἔναντι τῶν ἀγαθῶν βαίνει ἀξαναομένη καθὼς ὁ πληθυσμὸς συγκεντροῦται ὅλον ἐν καὶ περισσότερον εἰς τὰς κάτω τῶν 20 καὶ ἄνω τῶν 65 ὁμάδας ἡλικιῶν. Αἱ «ἀρχαὶ τῆς παραγωγῆς», τὰς ὁποίας θὰ μελετήσωμεν, ἔχουν ἐφαρμογὴν τόσον εἰς τὴν παραγωγήν ὑπηρεσιῶν ὅσον καὶ εἰς τὴν παραγωγήν ἀγαθῶν, μολονότι ἡ ἐφαρμογὴ τῶν εἰς τὴν πρώτην περίπτωσιν εἶναι ἴσως περισσότερον δύσκολος.

Τὸ αὐτὸ ἰσχύει καὶ διὰ τὴν θεωρίαν τοῦ κόστους. Εἶναι εὐκολώτερον νὰ μελετήσωμεν μίαν βιομηχανικὴν ἐπιχείρησιν ἢ ὁποία ἀσχολεῖται μετὰ τὴν παραγωγήν ἑνὸς συγκεκριμένου ἀγαθοῦ. Ἀκόμη καὶ ἐδῶ ἡ ἀνάλυσις τοῦ κόστους καὶ ὁ καθορισμὸς τῆς τιμῆς παρουσιάζουν δυσχερείας — ἀλλὰ ὀπωσδήποτε ὄχι τόσας ὅσας ἔχει ἡ ἐξέτασις τῶν εἰς τὸν κλάδον τῶν ὑπηρεσιῶν καὶ τοῦ κρατικοῦ μηχανισμοῦ. Οὕτως, ἡ ἀνάλυσις μας θὰ περιορισθῇ εἰς τοὺς παραγωγοὺς ἀγαθῶν.

Ἡ θεωρία τοῦ κόστους περιλαμβάνει τὴν ἀνάλυσιν τῶν ἐξόδων τῆς παραγωγῆς — πῶς καθορίζεται τὸ κόστος ἀπὸ τὴν γνῶσιν τῆς συναρτήσεως παραγωγῆς, τὰ ἀποτελέσματα τῶν φθινουσῶν ἀποδόσεων, τὸ κόστος εἰς τὴν βραχυχρόνιον καὶ τὴν μακροχρόνιον περίοδον, τὰς «τέσσαρας καμπύλας κόστους» κ.ο.κ. Ἀλλὰ ἡ πλέον σημαντικὴ συμβολὴ τῆς θεωρίας τοῦ κόστους ἔγκειται τὸ ὅτι θέτει τὰς βάσεις διὰ τὴν μελέτην τοῦ καθορισμοῦ τῆς τιμῆς τῶν ἐπιχειρήσεων, θέμα τὸ ὁποῖον ἀναπτύσσεται εἰς τὸ Μέρος III.

Κεφάλαιον

5

ΠΑΡΑΓΩΓΗ ΜΕ ΜΙΑΝ ΜΕΤΑΒΛΗΤΗΝ ΕΙΣΡΟΗΝ

5.1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Αί παραγωγικαί διαδικασίαι απαιτοῦν συνήθως μίαν εὐρεΐαν ποικιλίαν εισροῶν. Αὗται δὲν εἶναι τόσον ἀπλαῖ ὡς «ἡ ἐργασία», «τὸ κεφάλαιον» καὶ «αἱ πρῶται ὕλαι». Πολλοί, ποιοτικῶς διάφοροι, τύποι ἐξ ἐκάστης εισροῆς χρησιμοποιοῦνται συνήθως διὰ τὴν παραγωγὴν ἐνὸς ἀγαθοῦ. Διὰ τὴν σαφήνειαν τῆς ἀναλύσεως, τὸ κεφάλαιον τοῦτο εἰσάγει μερικὰς ἀπλουστευτικὰς ὑποθέσεις, σκοπὸς τῶν ὁποίων εἶναι νὰ ἀποφύγωμεν τὸ πολὺπλοκὸν τῆς ἐνασχολήσεως μὲ ἑκατοντάδας διαφορετικῶν εισροῶν. Κατ' αὐτὸν τὸν τρόπον ἡ προσοχὴ μας δύναται νὰ συγκεντρωθῇ ἐπὶ τῶν θεμελιωδῶν ἀρχῶν τῆς παραγωγῆς.

Πλέον συγκεκριμένως, ὑποθέτομεν ὅτι ὑπάρχει μία μόνον μεταβλητὴ εἰσροή. Εἰς τὴν περαιτέρω ἀνάλυσιν ἡ μεταβλητὴ αὕτη εἰσροὴ θὰ καλεῖται συνήθως «ἐργασία», παρὰ τὸ ὅτι οἰαδῆποτε ἄλλη εἰσροὴ θὰ ἠδύνατο ὡσαύτως νὰ χρησιμοποιηθῇ. Ἐτέρου ὑποθέτομεν ὅτι αὕτη ἡ μεταβλητὴ εἰσροὴ δύναται νὰ συνδυάζεται, εἰς διαφόρους ἀναλογίας, μὲ μίαν σταθερὰν εἰσροὴν διὰ τὴν παραγωγὴν διαφόρων ποσοτήτων προϊόντος. Ἡ σταθερὰ εἰσροὴ θὰ καλεῖται «ἔδαφος». Οὕτως, ἡ ἀνάλυσις μας θὰ ἀναφέρεται βασικῶς εἰς ἓνα συγκεκριμένον παράδειγμα παραγωγῆς: τὸ ἀγροτικὸν προϊόν.

Τέλος, σημειώσατε ὅτι κατ' οὐσίαν τρεῖς ὑποθέσεις ἐνσωματοῦνται εἰς τὰς δύο ἀνωτέρω τεθείσας προτάσεις: α) ὑπάρχει μία μόνον μεταβλητὴ εἰσροή, β) ὑπάρχει μία μόνον σταθερὰ εἰσροὴ καὶ γ) αἱ εἰσροαὶ δύναται νὰ συνδυάζονται εἰς διαφόρους ἀναλογίας διὰ νὰ παραχθῇ τὸ συγκεκριμένον ἀγαθόν.

5.1.a. — Σταθεραὶ καὶ μεταβληταὶ εἰσροαί, ἡ βραχυχρόνιος καὶ ἡ μακροχρόνιος περίοδος

Κατὰ τὴν ἀνάλυσιν τῆς (φυσικῆς) παραγωγικῆς διαδικασίας καὶ τοῦ στενωῶς σχετιζομένου με αὐτὴν κόστους παραγωγῆς, εἶναι χρήσιμος ἡ εἰσαγωγή μιᾶς ἀναλυτικῆς διακρίσεως: τῆς ταξινομήσεως τῶν εἰσροῶν εἰς σταθεράς καὶ μεταβλητάς τοιαύτας. Κατὰ ταῦτα, μία σταθερὰ εἰσροὴ ὀρίζεται ὡς ἡ εἰσροὴ τῆς ὁποίας ἡ ποσότης δὲν δύναται εὐκόλως νὰ μεταβληθῆ, ὅταν αἱ συνθηκαὶ τῆς ἀγορᾶς ὑποδεικνύουν ὅτι εἶναι ἐπιθυμητὴ μία ἄμεσος μεταβολὴ τοῦ προϊόντος. Βεβαίως, οὐδεμία εἰσροὴ δύναται ποτὲ νὰ εἶναι ἀπολύτως σταθερὰ, ὅσον βραχεῖα καὶ ἂν εἶναι ἡ χρονικὴ περίοδος ποῦ ἐξετάζομεν. Ἀλλὰ συχνά, διὰ λόγους ἀναλυτικῆς ἀπλουστεύσεως, ὑποθέτομεν ὠρισμένας εἰσροάς ὡς σταθεράς, θεωροῦντες ἴσως ὅτι ἐνῶ εἰς τὴν πραγματικότητα αἱ εἰσροαὶ αὗται εἶναι μεταβληταί, τὸ κόστος τῆς ἀμέσου μεταβολῆς τῶν εἶναι τόσον μεγάλο ὥστε νὰ μὴ τὰς λαμβάνωμεν ὑπ' ὄψιν μας κατὰ τὴν διαδικασίαν λήψεως ἀποφάσεων. Αἱ κτιριακαὶ ἐγκαταστάσεις, μεγάλα τμήματα τοῦ μηχανικοῦ ἐξοπλισμοῦ καὶ τὸ διευθυντικὸν προσωπικὸν εἶναι παραδείγματα εἰσροῶν ποῦ δὲν εἶναι δυνατόν νὰ αὐξηθοῦν ἢ νὰ μειωθοῦν ταχέως. Μία μεταβλητὴ εἰσροὴ, ἐξ ἄλλου, εἶναι ἐκείνη τῆς ὁποίας ἡ ποσότης δύναται σχεδὸν ἀμέσως νὰ μεταβληθῆ ὅταν ἀπαιτοῦνται μεταβολαὶ τοῦ προϊόντος. Πολλοὶ τύποι ἐργασίας καὶ αἱ εἰσροαὶ πρώτων καὶ ἐνδιαμέσων ὑλῶν ἐμπίπτουν εἰς τὴν κατηγορίαν αὐτὴν.

Κατ' ἀντιστοιχίαν πρὸς τὴν διάκρισιν μεταξὺ σταθερῶν καὶ μεταβλητῶν εἰσροῶν οἱ οἰκονομολόγοι εἰσάγουν μίαν ἐτέραν διάκρισιν, τὴν βραχυχρόνιον καὶ μακροχρόνιον περίοδον. Ἡ βραχυχρόνιος περίοδος ἀναφέρεται εἰς τὴν χρονικὴν περίοδον κατὰ τὴν διάρκειαν τῆς ὁποίας ἕνας ἢ περισσότεροι παραγωγικοὶ συντελεσταὶ εἶναι σταθεροί. Ἐπομένως, μεταβολαὶ τοῦ προϊόντος δύνανται νὰ ἐπιτευχθοῦν ἀποκλειστικῶς διὰ μεταβολῶν εἰς τὴν χρησιμοποίησιν τῶν μεταβλητῶν εἰσροῶν. Οὕτως, ἂν ὁ παραγωγὸς ἐπιθυμῆ νὰ αὐξήσῃ τὸ προϊόν του εἰς τὴν βραχυχρόνιον περίοδον, θὰ πρέπει συνήθως νὰ τὸ κάμῃ διὰ τῆς χρησιμοποίησεως περισσοτέρων ὑπηρεσιῶν ἐργασίας ἐπὶ τῶν ὑφισταμένων ἐγκαταστάσεων καὶ ἐξοπλισμοῦ. Ὅμοίως, ἂν οὗτος ἐπιθυμῆ μείωσιν τοῦ προϊόντος του εἰς τὴν βραχυχρόνιον περίοδον, δύναται νὰ ἀπολύσῃ ἐργάτας ὠρισμένης εἰδικότητος. Ἀλλὰ δὲν δύναται νὰ ἀπολύσῃ ἀμέσως ἕνα κτίριον ἢ μίαν πετρελαιοκίνητον μηχανήν, παρὰ τὸ ὅτι ἡ χρησιμοποίησις τῶν δύναται νὰ μειωθῆ εἰς τὸ μηδέν.

Εἰς τὴν μακροχρόνιον περίοδον ὅμως, ἀκόμη καὶ τοῦτο εἶναι δυνατόν, διότι ἡ μακροχρόνιος περίοδος οὐρίζεται ὡς ἡ χρονικὴ ἐκείνη

περίοδος (ἢ «ὀρίζων προγραμματισμοῦ») καθ' ἣν ὅλαι αἱ εἰσροαὶ εἶναι μεταβληταί. Μὲ ἄλλας λέξεις, ἡ μακροχρόνιος περίοδος ἀναφέρεται εἰς τὴν μελλοντικὴν ἐκείνην περίοδον ὅπου μεταβολαὶ τοῦ προϊόντος δύνανται νὰ ἐπιτευχθοῦν κατὰ τὸν πλέον συμφέροντα διὰ τὸν ἐπιχειρηματίαν τρόπον. Ἐπὶ παραδείγματι, βραχυχρονίως ὁ παραγωγὸς πιθανὸν νὰ δύναται νὰ ἀυξήσῃ τὸ προϊόν του μὲ μόνην τὴν λειτουργίαν τοῦ ὑφισταμένου παραγωγικοῦ ἐξοπλισμοῦ ἐπὶ περισσοτέρας ὥρας τὴν ἡμέραν. Τοῦτο βεβαίως συνεπάγεται τὴν πληρωμὴν ὑπερωριακῆς ἀμοιβῆς εἰς τοὺς ἐργάτας. Μακροχρονίως πιθανὸν νὰ εἶναι περισσότερον συμφέρουσα δι' αὐτὸν ἡ ἐγκατάστασις ἀρτιωτέρου παραγωγικοῦ ἐξοπλισμοῦ καὶ ἡ ἐπιστροφή εἰς τὴν κανονικὴν ἐργάσιμον ἡμέραν.

Εἰς τὸ μέρος αὐτὸ τοῦ βιβλίου ἀσχολούμεθα κυρίως μὲ τὴν βραχυχρόνιον θεωρίαν τῆς παραγωγῆς, συνδυάζοντες διαφόρους ποσότητας τῶν μεταβλητῶν εἰσροῶν μὲ μίαν δεδομένην ποσότητα τῆς σταθερᾶς εἰσροῆς διὰ νὰ παραγάγωμεν διαφόρους ποσότητας προϊόντος. Ἡ μακροχρόνιος διὰ νὰ παραγάγωμεν διαφόρους ποσότητας προϊόντος ὡς ἐπὶ τὸ πλεῖστον ἀπὸ τὸ σχεδὸν ὀργάνωσις τῆς παραγωγῆς προσδιορίζεται ὡς ἐπὶ τὸ πλεῖστον ἀπὸ τὸ σχετικὸν κόστος παραγωγῆς ἐνὸς ἐπιθυμουμένου προϊόντος διὰ διαφόρων συνδυασμῶν εἰσροῶν. Οὕτως ἡ ἀνάλυσις τῆς μακροχρονίου περιόδου ἀναβάλλεται μέχρις ὅτου φθάσωμεν εἰς τὰ Κεφάλαια 6 καὶ 7.

5.1.b. — Σταθεραὶ καὶ μεταβληταὶ ἀναλογίαι

Ὡς ἔχει ἤδη λεχθῆ, ἡ ἀνάλυσις μας ἀναφέρεται κυρίως εἰς τὴν χρησιμοποίησιν σταθερᾶς ποσότητος μιᾶς εἰσροῆς καὶ μεταβλητῆς ποσότητος μιᾶς ἄλλης διὰ τὴν παραγωγήν μεταβλητῶν ποσοτήτων προϊόντος. Τοῦτο σημαίνει ὅτι ἡ προσοχὴ μας περιορίζεται κυρίως εἰς παραγωγήν ὑπὸ συνθήκας μεταβλητῶν ἀναλογιῶν. Ὁ λόγος τῶν ποσοτήτων τῶν εἰσροῶν δύναται νὰ μεταβάλλεται, ἄρα ὁ ἐπιχειρηματίας πρέπει νὰ προσδιορίσῃ ὄχι μόνον τὸ ἐπίπεδον τοῦ προϊόντος ποῦ ἐπιθυμεῖ νὰ παραγάγῃ ἀλλὰ καὶ τὴν ἀρίστην ἀναλογίαν καθ' ἣν θὰ χρησιμοποίησῃ τὰς εἰσροάς (μακροχρονίως).

Ἡ ἀρχὴ τῶν μεταβλητῶν ἀναλογιῶν δύναται νὰ τεθῆ κατὰ δύο διαφορετικοὺς τρόπους: Πρῶτον, παραγωγή ὑπὸ μεταβλητᾶς ἀναλογίας σημαίνει ὅτι τὸ προϊόν δύναται νὰ μεταβληθῇ εἰς τὴν βραχυχρόνιον περίοδον διὰ τῆς μεταβολῆς τοῦ ὄγκου τῶν μεταβλητῶν εἰσροῶν αἱ ὁποῖαι χρησιμοποιοῦνται ἐν συνδυασμῶ πρὸς τὰς σταθερὰς εἰσροάς. Φυσικά, ὅταν ἡ ποσότης μιᾶς εἰσροῆς μεταβάλλεται, ἐνῶ ἡ ἄλλη παραμένει σταθερά, ὁ λόγος τῶν εἰσροῶν μεταβάλλεται. Δεύτερον, ὅταν ἡ παραγωγή ὑπόκειται εἰς μεταβλητᾶς ἀναλογίας, τὸ αὐτὸ προϊόν δύναται νὰ παραχθῇ μὲ διαφόρους συνδυασμοὺς εἰσροῶν, δηλαδὴ μὲ διαφόρους λόγους εἰσροῶν. Τοῦτο πιθανὸν νὰ

ισχύη μόνον διὰ τὴν μακροχρόνιον περίοδον, ἀλλὰ συμβαίνει καὶ εἰς τὴν βραχυχρόνιον περίοδον ὅταν ὑπάρχουν περισσότεραι τῆς μιᾶς μεταβληταὶ εἰσροαί.

Οἱ περισσότεροι οἰκονομολόγοι θεωροῦν ὅτι παραγωγή ὑπὸ μεταβλητᾶς ἀναλογίας εἶναι ἡ συνήθης καὶ εἰς τὴν βραχυχρόνιον καὶ εἰς τὴν μακροχρόνιον περίοδον. Δὲν ὑπάρχει ἀσφαλῶς ἀμφιβολία ὅτι αἱ ἀναλογίαι εἶναι μεταβληταὶ εἰς τὴν μακροχρόνιον περίοδον. Ὅταν ὁ ἐπιχειρηματίας ἀποφασίζῃ μίαν ἐπένδυσιν, δύναται νὰ ἐπιλέξῃ μεταξὺ μιᾶς εὐρείας ποικιλίας διαφορετικῶν παραγωγικῶν διαδικασιῶν. Διὰ νὰ δεῖξωμεν δύο ἐκ διαμέτρου ἀντιθέτους μεθόδους, ἐν αὐτοκίνητον δύναται νὰ κατασκευασθῇ εἴτε σχεδὸν ἀποκλειστικῶς δι' ἐργασίας εἴτε διὰ τῆς χρησιμοποίησεως προκεχωρημένων μεθόδων. Βραχυχρονίως ὁμως, πιθανὸν νὰ ὑπάρχουν μερικαὶ περιπτώσεις ὅπου ἡ παραγωγή ὑπόκειται εἰς σταθερᾶς ἀναλογίας.

Παραγωγή ὑπὸ σταθερᾶς ἀναλογίας σημαίνει ὅτι ὑπάρχει ἓνας, καὶ μόνον ἓνας, λόγος εἰσροῶν, ὁ ὁποῖος δύναται νὰ χρησιμοποιηθῇ διὰ τὴν παραγωγὴν ἐνὸς ἀγαθοῦ. Ἄν τὸ προϊόν αὐξάνεται ἢ μειοῦται, ὅλαι αἱ εἰσροαὶ αὐξάνονται ἢ μειοῦνται εἰς τρόπον ὥστε νὰ διατηρῆται ὁ σταθερὸς λόγος τῶν εἰσροῶν. Ἐπιφανειακῶς, τοῦτο θὰ ἐφαίνετο ὡς ἡ συνήθης περίπτωσις : ἓνας ἄνθρωπος καὶ ἓνα φυτᾶρι «παράγουν» μίαν τάφρον· δύο ἄτομα ὑδρογόνου καὶ ἓνα ἄτομον ὀξυγόνου παράγουν ὕδωρ. Μὲ τὸ νὰ προσθέσωμεν ἓνα δεύτερο φυτᾶρι ἢ ἓνα δεύτερον ἄτομον ὀξυγόνου δὲν θὰ αὐξήσωμεν τὸ ἐπίπεδον τῆς παραγωγῆς.

Εἰς τὴν πραγματικότητα, ἐν τούτοις, παραδείγματα παραγωγῆς ὑπὸ σταθερᾶς ἀναλογίας δυσκόλως παρουσιάζονται. Ἄκομη καὶ ἡ παραγωγή πλείστων χημικῶν ἐνώσεων ὑπόκειται εἰς μεταβλητᾶς ἀναλογίας. Ἐπὶ παραδείγματι, εἶναι ἀληθές ὅτι τὸ ὑδρογόνον καὶ τὸ ἄζωτον πρέπει νὰ χρησιμοποιηθοῦν ὑπὸ τὴν σταθερὰν ἀναλογίαν 3 : 1 διὰ νὰ παράγουν ἀεριοῦχον ἀμμωνίαν. Ἐν τούτοις, ἂν τρεῖς ὄγκοι ὑδρογόνου καὶ ἓνας ὄγκος ἄζωτου ἀναμιχθοῦν εἰς ὑάλινον σωλῆνα καὶ θερμανθοῦν εἰς 400° C, μόνον στιγμιαία ἴχνη ἀμμωνίας θὰ ἀνευρεθοῦν (καὶ αὐτὰ μόνον μετὰ ἀπὸ πολὺ ὥρον θέρμανσιν). Ἄν ὁμως, εἰσαχθοῦν εἰς τὸν σωλῆνα ψήγματα σιδήρου, ὑπὸ τὰς ἰδίας συνθήκας, σχεδὸν ὀλόκληρον τὸ ποσὸν ὑδρογόνου καὶ ἄζωτου θὰ μετατραπῇ ἐντὸς ὀλίγων λεπτῶν εἰς ἀεριοῦχον ἀμμωνίαν. Δηλαδή, ἡ ἀπόδοσις ἀμμωνίας, ἀπὸ οἰανδήποτε δεδομένην ποσότητα ὑδρογόνου καὶ ἄζωτου, ἐξαρτᾶται ἀπὸ τὴν ποσότητα τοῦ χρησιμοποιουμένου καταλύτου (ψήγματα σιδήρου). Ἀπὸ τῆς πλευρᾶς τοῦ καταλύτου αἱ ἀναλογίαι εἶναι πράγματι μεταβληταί, ὄχι μόνον διὰ τὸ συγκεκριμένον τοῦτο παράδειγμα ἀλλὰ δι' οἰανδήποτε σχεδὸν χημικὴν ἔνωση.

Τὸ χαρακτηριστικὸν τοῦτο παράδειγμα ὑδρογόνου - ἄζωτου - ἀμμωνίας χρησιμεύει ὡς ἀπλῆ εἰσαγωγή εἰς μίαν γενικὴν θεώρησιν τῶν παραγω-

γικῶν διαδικασιῶν. Δυνάμεθα νὰ εἰπώμεν ὅτι, βραχυχρονίως, ὑπάρχουν τρεῖς κατηγορίαι παραγωγικῶν συντελεστῶν (εἰσροῶν). Πρῶτον, ὠρισμένα σταθεραὶ εἰσροαὶ τῶν ὁποίων ἡ ποσότης δὲν δύναται νὰ μεταβληθῆ βραχυχρονίως. Δεύτερον, αἱ μεταβληταὶ εἰσροαὶ τῶν ὁποίων ἡ χρησιμοποίησις δύναται νὰ μεταβληθῆ. Τρίτον, αἱ «*συστατικαὶ*» εἰσροαὶ, αἱ ποσότητες τῶν ὁποίων δύναται εὐκόλως νὰ μεταβληθοῦν, ἀλλὰ θὰ πρέπει νὰ εὐρίσκονται εἰς σταθερὰς ἀναλογίας τόσον μεταξὺ τῶν ὅσον καὶ μὲ τὸ προϊόν. Δὲν εἶναι δύσκολον νὰ εὐρωμεν παραδείγματα «*συστατικῶν*» εἰσροῶν. Κάθε μάρκα σιγαρέττων περιλαμβάνει τὸ ἰδικόν της μίγμα καπνῶν. Δηλαδή, διάφορα καπνὰ ἀναμιγνύονται εἰς σταθερὰς ἀναλογίας. Καὶ μία σταθερὰ ποσότης μίγματος καπνῶν πρέπει νὰ χρησιμοποιηθῆ εἰς κάθε παραγόμενον σιγαρέττον. Ἐν τούτοις, ἡ παραγωγή σιγαρέττων ἀπαιτεῖ πολλὰ περισσότερα ἀπὸ τὰς εἰς σταθερὰς ἀναλογίας «*στατιστικὰς*» εἰσροὰς : Πρέπει νὰ χρησιμοποιηθῆ ὠρισμένος κεφαλαιουχικὸς ἐξοπλισμὸς — μηχαναὶ περιτυλίξεως σιγαρέττων, μηχαναὶ συσκευασίας κ.ο.κ. — καὶ ἐπίσης εἶναι ἀναγκαῖαι αἱ ὑπηρεσίαι τῆς ἀνθρωπίνης ἐργασίας. Βραχυχρονίως, ὁ κτιριακὸς καὶ κεφαλαιουχικὸς ἐξοπλισμὸς εἶναι σταθεραὶ εἰσροαὶ ἐνῶ πλεῖστα εἶδη ἐργασίας εἶναι μεταβληταὶ εἰσροαὶ.

Κατὰ τὴν ἀνάλυσιν τῆς παραγωγῆς δίδεται ἔμφασις εἰς τὰς σταθερὰς καὶ τὰς μεταβλητὰς εἰσροὰς. Αἱ «*συστατικαὶ*» εἰσροαὶ εἶναι ἀναγκαῖαι καὶ πρέπει νὰ χρησιμοποιοῦνται εἰς σταθερὰς ἢ σχετικῶς σταθερὰς ἀναλογίας· ἄλλως ἡ ποιότης ἢ «*χαρακτήρ*» τοῦ προϊόντος θὰ μεταβληθῆ. Ἀπὸ τῆς ἀπόψεως αὐτῆς ὁ ἐπιχειρηματίας ἔχει ἐλαχίστην ἢ οὐδεμίαν δυνατότητα ἐκλογῆς. Συνεπῶς, ἡ προσοχὴ μας θὰ στραφῆ πρὸς ἐκείνας τὰς «*ὄψεις*» τῆς παραγωγῆς ἐπὶ τῶν ὁποίων ὁ ἐπιχειρηματίας εἶναι ἰκανὸς νὰ ἀσκήσῃ ἔλεγχον.

5.2. Η ΣΥΝΑΡΤΗΣΙΣ ΠΑΡΑΓΩΓΗΣ

Εἰς τὴν μέχρι τοῦδε ἀνάλυσιν, εἰδικῶς εἰς τὴν τοῦ Τμήματος 5.1.b, ἔχει τονισθῆ ὅτι ἡ ποσότης τοῦ προϊόντος ἐξαρτᾶται ἐκ, ἢ εἶναι συνάρτησις, τῶν ποσοτήτων τῶν διαφόρων χρησιμοποιουμένων εἰσροῶν. Ἡ σχέση αὐτὴ ἐκφράζεται ἀκριβέστερον ἀπὸ μίαν *συνάρτησιν παραγωγῆς* ἢ *συνδέουσαν* τὸ φυσικὸν προϊόν μὲ τὴν εἰσροήν.

ΟΡΙΣΜΟΣ : Ἡ *συνάρτησις παραγωγῆς* εἶναι μία κλίμαξ (ἢ πίναξ ἢ μαθηματικὴ ἐξίσωσις) ἢ ὁποία δεικνύει τὴν μεγίστην ποσότητα προϊόντος ἣτις δύναται νὰ παραχθῆ ἀπὸ οἰονδήποτε συγκεκριμένον σύνολον εἰσροῶν, μὲ δεδομένην τὴν ὑπάρχουσα τεχνολογίαν ἢ τὰς «*τεχνολογικὰς συνθήκας*». Περιληπτικῶς, ἡ *συνάρτησις παραγωγῆς* εἶναι ἕνας «*κατάλογος*» παραγωγικῶν δυνατοτήτων.

5.2.a. — Συνολικόν προϊόν ἢ συνολικὴ παραγωγή

Ἡ συνάρτησις παραγωγῆς δύναται νὰ παρουσιασθῆ ὡς πίναξ ἢ, διαφοροτρόπως, ὡς μαθηματικὴ ἐξίσωσις. Καί εἰς τὰς δύο περιπτώσεις, ἡ βραχυχρόνιος συνάρτησις παραγωγῆς δίδει τὸ συνολικὸν (μέγιστον) προϊόν, τὸ ὁποῖον παράγεται ἀπὸ διαφόρους ποσότητας τῆς μεταβλητῆς εἰσροῆς μὲ δεδομένας τὴν συγκεκριμένην ποσότητα τῆς σταθερᾶς εἰσροῆς καὶ τὰς ἀπαιτούμενας ποσότητας τῶν «συστατικῶν» εἰσροῶν.¹

Θεωρήσατε π.χ. ἓνα πείραμα εἰς τὴν παραγωγὴν σίτου ἐπὶ 10 στρεμμάτων ἐδάφους. Ἡ σταθερὰ εἰσροὴ εἶναι τὸ ἔδαφος, ἡ «συστατικὴ» εἰσροὴ εἶναι ὁ σπόρος καὶ ἡ μεταβλητὴ εἰσροὴ εἶναι ἡ ἀνθρωπίνη ἐργασία κατὰ χρονικὴν περίοδον. Τὸ προϊόν εἶναι μπουσελ σίτου. Μία ἀγροτικὴ ἐκμετάλλευσις περιλαμβάνει 8 ἔδαφικὰς ἐκτάσεις, ἐκάστη τῶν ὁποίων περιλαμβάνει 10 στρέμματα. Ἡ πρώτη ἐκτασις καλλιεργεῖται ἀπὸ ἓνα ἄτομον, κατὰ παραγωγικὴν περίοδον· ἡ δευτέρα ἐκτασις καλλιεργεῖται ἀπὸ δύο ἄτομα κατὰ παραγωγικὴν περίοδον κ.ο.κ. ἕως τὴν ὀγδόην ἐκτασιν ἢ ὁποία καλλιεργεῖται ἀπὸ ὀκτῶ ἄτομα. Τὸ συνολικὸν προϊόν τῶν διαφόρων ἐδαφικῶν ἐκτάσεων πιθανὸν νὰ ἐξελιχθῆ ὡς δεικνύεται εἰς τὸν Πίνακα 5.2.1.

ΠΙΝΑΞ 5.2.1

ΠΡΟΪΟΝ ΣΙΤΟΥ 10 ΕΔΑΦΙΚΩΝ ΕΚΤΑΣΕΩΝ (ΕΙΣ ΜΠΟΥΣΕΛ)

Ἐκτασις (α.ᾶ)	Ἀριθμὸς ἐργατῶν	Συνολικὸν προϊόν
1	1	10
2	2	24
3	3	39
4	4	52
5	5	61
6	6	64
7	7	65
8	8	64

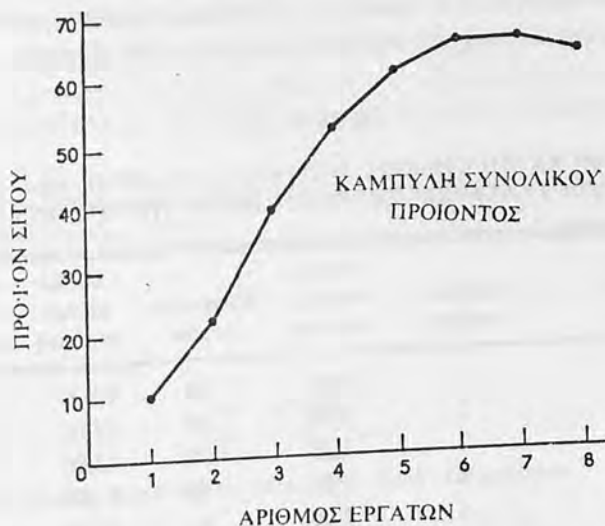
1. Ἐστω ὅτι τὸ q παριστᾷ τὴν ποσότητα τοῦ προϊόντος. Ὑποθέσωμεν ὅτι ὑπάρχει μόνον μία μεταβλητὴ εἰσροὴ x καὶ μία σταθερὰ εἰσροὴ y . Μαθηματικῶς, ἡ βραχυχρόνιος συνάρτησις παραγωγῆς δύναται νὰ γραφῆ $q = f(x|y)$ ὅπου ἡ κάθετος σημαίνει «δεδομένης».

Οἱ δύο πλέον συχνοὶ τύποι συναρτήσεων παραγωγῆς οἱ ὁποῖοι ἐμφανίζονται εἰς τὴν οἰκονομικὴν φιλοσοφίαν καλοῦνται «συνάρτησις παραγωγῆς Cobb - Douglas» καὶ «συνάρτησις παραγωγῆς μὲ σταθερὰν ἐλαστικότητα ὑποκαταστάσεως» (C.E.S. = Constant Elasticity).

Τὰ ὑποθετικά δεδομένα τοῦ Πίνακος 5.2.1 ἀπεικονίζονται εἰς τὸ Σχῆμα 5.2.1. Δεδομένου ὅτι τὸ προϊόν εἶναι συνάρτησις τῆς εἰσροῆς, τοῦτο — τὸ προϊόν ἢ συνολικὴ παραγωγή — τίθεται εἰς τὸν κάθετον ἄξονα. Ἡ ἀνεξάρτητος μεταβλητὴ — ἀριθμὸς ἐργατῶν — τίθεται ἐπὶ τοῦ ὀριζοντίου ἄξονος. Ἐνοῦντες τὰ διαδοχικὰ σημεῖα μὲ εὐθύγραμμα τμήματα λαμβάνομεν τὴν

ΣΧΗΜΑ 5.2.1

Η ΕΚ ΤΩΝ ΥΠΟΘΕΤΙΚΩΝ ΔΕΔΟΜΕΝΩΝ ΤΟΥ ΠΙΝΑΚΟΣ 5.2.1 ΕΞΑΓΟΜΕΝΗ ΚΑΜΠΥΛΗ ΤΟΥ ΣΥΝΟΛΙΚΟΥ ΠΡΟΪΟΝΤΟΣ



καμπύλην τοῦ συνολικοῦ προϊόντος. Εἶναι σημαντικὴ ἡ παρατήρησις ὅτι ἡ καμπύλη κατ' ἀρχὴν ἀνέρχεται βραδέως, κατόπιν ταχύτερον καὶ ἔπειτα πάλιν βραδύτερον, μέχρις ὅτου τελικῶς φθάσῃ εἰς τὸ ὑψηλότερον σημεῖον τῆς καμπύλης καὶ ἀρχίσῃ νὰ κατέρχεται. Οἱ λόγοι αὐτῆς τῆς συμπεριφορᾶς τῆς καμπύλης τοῦ συνολικοῦ προϊόντος ἀνάγονται εἰς τὴν πολὺ γνωστὴν ἀρχὴν τῶν φθίνουσῶν ὀριακῶν φυσικῶν ἀποδόσεων.

city of Substitution). Εἰς τὴν γραμμικῶς ὁμογενῆ τῶν μορφῶν, αἱ δύο αὐταὶ συναρτήσεις δίδονται ἀντιστοιχῶς ἀπὸ τὰς :

$$q = Ax^\alpha y^{1-\alpha}, \quad (0 < \alpha < 1) \quad (5.1.1)$$

$$q = \gamma [\delta x^{-\rho} + (1-\delta)y^{-\rho}]^{-\frac{1}{\rho}}, \quad (\rho > -1) \quad (5.1.2)$$

Εἰς τὰς ἀνωτέρω ἐξισώσεις τὰ A , α , γ , δ καὶ ρ εἶναι σταθεραί.

5.2.b. — Μέσον και όριακόν προϊόν

Δύο σημαντικαί σχέσεις μεταξύ τών εισροών επηρεάζουν τó επίπεδον τοῦ προϊόντος καί τήν σχέσιν τοῦ προϊόντος πρός τήν εισροήν. Ἡ πρώτη ἐξ αὐτῶν εἶναι ὁ λόγος καθ' ὃν χρησιμοποιοῦνται αἱ εισροαί (εἰς τήν προκειμένην περίπτωσιν ὁ λόγος ἐδάφους - ἐργασίας). Ἡ δευτέρα συνίσταται εἰς τὸ ὅτι δι' οἰονδήποτε δεδομένον λόγον εισροῶν ἢ κ λ ἱ μ α ξ τῶν εισροῶν, ἢ ἄλλως τὸ ἀπόλυτον μέγεθος τῶν ποσοτήτων τῶν εισροῶν, εἶναι πολὺ σημαντικῆ. Ἀλλὰ διὰ νὰ ἀναλύσωμεν τὰ «ἀποτελέσματα» ἢ «οἰκονομίας κλίματος» θὰ πρέπει νὰ ὑπάρχουν δύο ἢ περισσότεραι μεταβληταί εισροαί. Οὕτω, θὰ περιορισθῶμεν μόνον εἰς τήν πρώτην σχέσιν, ἤτοι εἰς τὰς ἐπιδράσεις τὰς ὀφειλομένας εἰς μεταβολάς τοῦ λόγου τῶν εισροῶν.

ΠΙΝΑΞ 5.2.2

ΤΟ ΜΕΣΟΝ ΚΑΙ ΤΟ ΟΡΙΑΚΟΝ ΠΡΟΪΟΝ ΚΑΙ Ο ΛΟΓΟΣ ΤΩΝ ΕΙΣΡΟΩΝ
ΕΠΙ 8 ΕΔΑΦΙΚΩΝ ΕΚΤΑΣΕΩΝ ΤΩΝ 10 ΣΤΡΕΜΜΑΤΩΝ

Ἐκτασίς (α.ά.)	Ἀριθμὸς ἐργατῶν	Λόγος ἐδάφους - ἐργασίας	Συνολικόν προϊόν	Μέσον προϊόν ἐργασίας	Ὁριακόν προϊόν ἐργασίας
1	1	10,00	10	10,00	—
2	2	5,00	24	12,00	14
3	3	3,33	39	13,00	15
4	4	2,50	52	13,00	13
5	5	2,00	61	12,20	9
6	6	1,67	66	11,00	5
7	7	1,43	66	9,40	0
8	8	1,25	64	8,00	-2

Ὁ Πίναξ 5.2.2 εἶναι μία παραλλαγή τοῦ Πίνακος 5.2.1 με μίαν μεταβολήν εἰς τήν στήλην τοῦ Συνολικοῦ προϊόντος. Αἱ πρῶται δύο στήλαι ἐξακολουθοῦν νὰ δεικνύουν τὸν αὐξοῦντα ἀριθμὸν τῶν ἐκτάσεων καὶ τὸν ἀριθμὸν τῶν ἐργατῶν εἰς ἐκάστην ἔκτασιν. Ἡ τρίτη στήλη δεικνύει τὸν λόγον τῶν εισροῶν δι' ἐκάστην ἔκτασιν ἢ τὸν μέσον ἀριθμὸν στρεμμάτων ἀνά ἐργάτην. Ἡ τετάρτη στήλη παρουσιάζει τὸ συνολικόν προϊόν δι' ἐκάστην ἔκτασιν ἐνῶ ἡ πέμπτη στήλη δεικνύει τὸ μέσον ἀνά ἐργάτην προϊόν ἢ, ἄλλως, τὸν λόγον προϊόντος - ἐργασίας. Τέλος, ἡ ἕκτη στήλη περιλαμβάνει τὰ μεγέθη τοῦ όριακοῦ προϊόντος.

ΟΡΙΣΜΟΣ : Το μέσον προϊόν μιᾶς εισροῆς εἶναι τὸ συνολικὸν προϊόν διηρημένον διὰ τῆς ποσότητος τῆς εισροῆς αὐτῆς διὰ τῆς ὁποίας παράγεται τὸ προϊόν. Οὕτω, τὸ μέσον προϊόν εἶναι ὁ λόγος προϊόντος-εἰσροῆς δι' ἕκαστον ἐπίπεδον προϊόντος καὶ διὰ τὸν ἀντίστοιχον ὄγκον τῆς εισροῆς.

ΟΡΙΣΜΟΣ : Τὸ ὀριακὸν προϊόν μιᾶς εισροῆς εἶναι ἡ αὐξησης τοῦ συνολικοῦ προϊόντος ἢ ὁποῖα προκύπτει ἀπὸ τὴν αὐξησην τῆς μεταβλητῆς εισροῆς κατὰ μίαν μονάδα, ἐνῶ ἡ σταθερὰ εισροὴ παραμένει ἀμετάβλητος. (Προσοχὴ : τὸ ὀριακὸν προϊόν ἀναφέρεται μόνον εἰς συγκρίσεις τῶν ἀποτελεσμάτων ταυτοχρόνων πειραμάτων καὶ ὄχι εἰς τὴν διαδοχικὴν αὐξησην τῶν μονάδων τῆς μεταβλητῆς εισροῆς εἰς ἓνα καὶ τὸ αὐτὸ πείραμα).²

Ὁ Πίναξ 5.2.2 καὶ τὸ συνοδευθὲν τοῦτον Σχῆμα 5.2.2 παρουσιάζουν ὀρισμένas σημαντικὰς ιδιότητας μιᾶς τυπικῆς παραγωγικῆς διαδικασίας. Κατ' ἀρχὴν ἀμφότερα, τὸ μέσον καὶ τὸ ὀριακὸν προϊόν, αὐξάνονται, φθά-

2. Ἐστω ἡ συνάρτησις παραγωγῆς τῆς ὑποσημειώσεως 1 : $q = f(x|y)$. Τὸ μέσον προϊόν τῆς μεταβλητῆς εισροῆς x εἶναι :

$$\frac{q}{x} = \frac{f(x|y)}{x}, \quad (5.2.1)$$

καὶ τὸ ὀριακὸν προϊόν εἶναι :

$$\frac{dq}{dx} = \frac{df(x|y)}{dx}. \quad (5.2.2)$$

Τὸ μέσον καὶ τὸ ὀριακὸν προϊόν διὰ τὴν συνάρτησιν Cobb - Douglas εἶναι :

$$\left. \begin{aligned} \frac{q}{x} &= A \left(\frac{x}{x} \right)^{-(1-\alpha)} \\ \frac{\partial q}{\partial x} &= \alpha A \left(\frac{x}{y} \right)^{-(1-\alpha)} = \frac{\alpha q}{x} \end{aligned} \right\} \quad (5.2.3)$$

Διὰ τὴν συνάρτησιν C.E.S., δεδομένου ὅτι αὕτη εἶναι ὁμογενῆς πρώτου βαθμοῦ, ἔχομεν :

$$q = \gamma x \left[\delta + (1-\delta) \left(\frac{x}{y} \right)^{\rho} \right]^{-\frac{1}{\rho}}. \quad (5.2.4)$$

Ἄρα :

$$\frac{q}{x} = \gamma \left[\delta + (1-\delta) \left(\frac{x}{y} \right)^{\rho} \right]^{-\frac{1}{\rho}}. \quad (5.2.5)$$

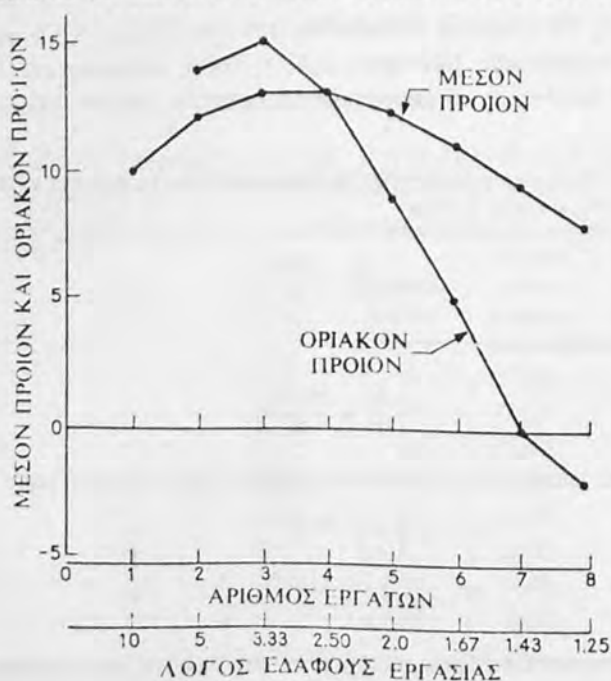
Ἐπίσης

$$\begin{aligned} \frac{\partial q}{\partial x} &= \delta x^{-(1+\rho)} q [\delta x^{-\rho} + (1-\delta) y^{-\rho}]^{-1} \\ &= \delta \gamma^{-\rho} \left(\frac{q}{x} \right)^{1+\rho}. \end{aligned} \quad (5.2.6)$$

νουν ένα «μέγιστον» και κατόπιν μειούνται. Είς τὸ ὄριον τὸ μέσον προϊόν δύναται νὰ κατέλθῃ μέχρι τοῦ μηδενός, διότι καὶ τὸ συνολικὸν προϊόν δύναται ἀσφαλῶς νὰ κατέλθῃ μέχρις αὐτοῦ τοῦ σημείου. Τὸ ὄριακὸν προϊόν ἐξ ἄλλου, πιθανὸν νὰ καταστῇ ἀρνητικὸν — πράγματι, πολλοὶ οἰκονομολόγοι ὑπογραμμίζουν ὅτι τὸ ὄριακὸν προϊόν τῶν ἀπασχολουμένων εἰς τὴν γεωργίαν ἐργατῶν εἰς ὀρισμένας ὑπαναπτύκτους χώρας εἶναι κατ' οὐσίαν ἀρνητικὸν. Εἰς τὸ παρὸν παράδειγμα, τὸ ὄριακὸν προϊόν τῆς ἐργασίας γίνε-

ΣΧΗΜΑ 5.2.2

ΤΟ ΜΕΣΟΝ ΚΑΙ ΤΟ ΟΡΙΑΚΟΝ ΠΡΟΪΟΝ ΔΙΑ ΤΑ ΔΕΔΟΜΕΝΑ ΤΟΥ ΠΙΝΑΚΟΣ 5.2.2.



ται ἀρνητικὸν διότι ἡ μεταβλητὴ εἰσροὴ χρησιμοποιεῖται λίαν ἐντατικῶς ἐπὶ τῆς σταθερᾶς εἰσροῆς (ἔδαφος).

Μία δευτέρα χαρακτηριστικὴ ιδιότης εἶναι ὅτι τὸ ὄριακὸν προϊόν εἶναι μεγαλύτερον τοῦ μέσου προϊόντος ὅταν τὸ δεύτερον ἀνέρχεται, ἰσοῦται πρὸς τὸ μέσον προϊόν ὅταν τὸ δεύτερον ἔχει «μέγιστον» καὶ εἶναι μικρότερον τοῦ μέσου προϊόντος ὅταν τὸ δεύτερον κατέρχεται. Ἡ πρότασις αὕτη προκύπτει εὐκόλως ἀπὸ τοὺς ὀρισμοὺς τοῦ ὄριακοῦ καὶ τοῦ μέσου προϊόντος: Ἀφοῦ ἡ $a \bar{x} \eta \sigma \iota \varsigma$ τοῦ συνολικοῦ προϊόντος εἶναι μεγαλύτερα τοῦ προηγούμενου μέσου προϊόντος, τὸ μέσον προϊόν πρέπει νὰ αὐξάνεται.

Ἄν ἡ αὐξήσις τοῦ συνολικοῦ προϊόντος εἶναι μικρότερα τοῦ προηγούμενου μέσου προϊόντος, τὸ ὑπολογιζόμενον τωρινὸν μέσον προϊόν θὰ πρέπει νὰ εἶναι μικρότερον τοῦ προηγούμενου μέσου προϊόντος. Οὕτως, ἀφοῦ αἱ αὐξήσεις πρῶτον ἀνέρχονται καὶ κατόπιν πίπτουν, τὸ αὐτὸ θὰ συμβαίη καὶ εἰς τὸ μέσον προϊόν. Ἄρα αἱ δύο καμπύλαι πρέπει νὰ τέμνωνται εἰς τὸ σημεῖον ὅπου ἡ καμπύλη τοῦ μέσου προϊόντος ἔχει μέγιστον.³

Ἡ τρίτη ιδιότης ποὺ πρέπει νὰ προσέξωμεν εἶναι ὅτι καθὼς ὁ λόγος τῶν εἰσροῶν (ἐδάφους - ἐργασίας) μειοῦται, ὁ λόγος προϊόντος - ἐργασίας πρῶτον αὐξάνεται καὶ κατόπιν μειοῦται. Τὸ ὀριακὸν προϊόν τῆς ἐργασίας — ὡς θὰ ἐξηγηθῆ κατωτέρω — συμπεριφέρεται καθ' ὅμοιον τρόπον.

5.2.c. — Ὁ Νόμος τῶν φθίνουσῶν ὀριακῶν φυσικῶν ἀποδόσεων

Τὸ σχῆμα τῆς καμπύλης τοῦ ὀριακοῦ προϊόντος εἰς τὸ Σχῆμα 5.2.2 παρουσιάζει γραφικῶς μίαν σημαντικὴν ἀρχήν, ἡ ὁποία εἶναι ἤδη πολὺ γνωστὴ: τὸν «νόμον τῶν φθίνουσῶν ὀριακῶν φυσικῶν ἀποδόσεων».

Ἄν συγκρίνωμεν τὰ προϊόντα τῆς πρώτης καὶ τῆς δευτέρας ἐκτάσεως (Πίναξ 5.2.2), παρατηροῦμεν ὅτι ἡ χρησιμοποίησις δύο ἐργατῶν ἀντὶ ἑνὸς αὐξάνει τὸ προϊόν κατὰ 14 μπουσελ, ὅπερ εἶναι τὸ ὀριακὸν προϊόν τῆς ἐργασίας ὅταν ἀπασχολοῦνται δύο ἐργάται. Ὁμοίως, κατὰ τὴν σύγκρισιν τῶν προϊόντων τῆς δευτέρας καὶ τῆς τρίτης ἐκτάσεως, ἡ χρησιμοποίησις ἑνὸς τρίτου ἐργάτου αὐξάνει τὸ προϊόν κατὰ 15 μπουσελ. Τὸ ὀριακὸν φυσικὸν

3. Χάριν ἀπλουστεύσεως, ἀγνοήσατε τὴν σταθερὰν εἰσροὴν καὶ γράψατε τὴν συνάρτησιν παραγωγῆς $q = f(x)$. Οὕτω τὸ μέσον προϊόν εἶναι $\frac{q}{x}$ καὶ τὸ ὀριακὸν προϊόν $\frac{dq}{dx}$.

Τὸ μέσον προϊόν ἔχει μέγιστον ὅταν:

$$\frac{d\left(\frac{q}{x}\right)}{dx} = \frac{1}{x} \left[\frac{dq}{dx} - \frac{q}{x} \right] = 0.$$

Δεδομένου ὅτι $x > 0$, τὸ $\frac{1}{x} \left[\frac{dq}{dx} - \frac{q}{x} \right]$ θὰ εἶναι ἴσον πρὸς τὸ μηδὲν μόνον ὅταν

$$\frac{q}{x} = \frac{dq}{dx}.$$

Οὕτω τὸ ὀριακὸν προϊόν ἰσοῦται πρὸς τὸ μέσον προϊόν ὅταν τὸ τελευταῖον εὐρίσκεται εἰς τὴν μεγίστην τιμὴν του.

Σημειωτέον ὅτι τὰ ὀριακά καὶ μέσα προϊόντα εἰς τὰς περιπτώσεις τῶν Cobb - Douglas καὶ C.E.S. δὲν ἔχουν μέγιστα. Καὶ τὸ MP καὶ τὸ AP εἶναι μονοτονικῶς φθίνουσαι συναρτήσεις εἰς ἀμφοτέρας τὰς περιπτώσεις.

προϊόν της εργασίας αυξάνεται, όταν αυξάνεται ο αριθμός των εργατών. Τοῦτο δύναται ἐπίσης νά συμβαίνει, όταν ὁ λόγος ἐδάφους - ἐργασίας εἶναι πολὺ ὑψηλός.

Τελικῶς, ὅμως, καθὼς ὁ λόγος τῶν εἰσροῶν μειοῦται, θά πρέπει ἐπίσης νά μειοῦται τὸ ὀριακὸν προϊόν τῆς μεταβλητῆς εἰσροῆς. Ὅταν, δηλαδή, ὁ ἀριθμὸς τῶν μονάδων τῆς μεταβλητῆς εἰσροῆς αυξάνεται, κάθε μόνος ἔχει κατὰ μέσον ὄρον ὀλιγωτέρας μονάδας ἐκ τῆς σταθερᾶς εἰσροῆς ἐπὶ τῶν ὁποίων θά ἐργασθῆ. Εἰς τὴν ἀρχήν, ὅτε ἡ σταθερὰ εἰσροὴ εἶναι σχετικῶς «ἄφθονος», ἡ ἐντατικωτέρα χρησιμοποίησις τῆς σταθερᾶς εἰσροῆς ἀπὸ τὴν μεταβλητὴν εἰσροὴν αυξάνει τὸ ὀριακὸν προϊόν τῆς μεταβλητῆς εἰσροῆς. Ἐν τούτοις, φθάνομεν ταχέως εἰς ἓν σημεῖον πέραν τοῦ ὁποίου μία αὐξησις εἰς τὴν ἐντασιν τῆς χρησιμοποίησεως τῆς σταθερᾶς εἰσροῆς δίδει προοδευτικῶς ὀλιγωτέρας προσθέτους ἀποδόσεις. Οἱ ψυχολόγοι κατέληξαν ὅτι τοῦτο ἰσχύει καὶ εἰς τὴν περίπτωσιν συνεχοῦς μελέτης.

ΑΡΧΗ (Ο ΝΟΜΟΣ ΤΩΝ ΦΘΙΝΟΥΣΩΝ ΟΡΙΑΚΩΝ ΦΥΣΙΚΩΝ ΑΠΟΔΟΣΕΩΝ): Ὅταν αυξάνεται ἡ ποσότης μιᾶς μεταβλητῆς εἰσροῆς, μὲ ἀμετάβλητον τὴν ποσότητα τῶν ἄλλων (σταθερῶν) εἰσροῶν, φθάνομεν εἰς ἓνα σημεῖον πέραν τοῦ ὁποίου τὸ ὀριακὸν προϊόν (τῆς μεταβλητῆς εἰσροῆς) βαίνει φθίνον. ⁴

5.2.d. — Αἱ καμπύλαι παραγωγῆς, ὅταν χρησιμοποιοῦνται διάφοροι ποσότητες τῆς σταθερᾶς εἰσροῆς

Ἡ σταθερὰ εἰσροὴ εἶναι μία παράμετρος ἢ ὁποία (ὅταν μεταβάλλεται) προκαλεῖ μετατόπισιν ὄλων τῶν καμπυλῶν παραγωγῆς. Γενικῶς, ὅσον μεγαλύτερα εἶναι ἡ ποσότης τῆς σταθερᾶς εἰσροῆς τόσον μεγαλύτερος εἶναι ὁ λόγος τῶν εἰσροῶν καὶ τόσον μεγαλύτερα εἶναι τὸ συνολικόν, τὸ μέσον καὶ τὸ ὀριακὸν προϊόν. Ἡ αὐξησις τοῦ λόγου ἐδάφους - ἐργασίας αυξάνει τὴν κατὰ μονάδα μεταβλητῆς εἰσροῆς διαθέσιμον ποσότητα τῆς σταθερᾶς εἰσροῆς. Τοῦτο συνήθως συνεπάγεται αὐξησιν τοῦ ὀριακοῦ προϊόντος, ἄρα καὶ τοῦ μέσου καὶ τοῦ συνολικοῦ προϊόντος, τῆς μεταβλητῆς εἰσροῆς.

4. Κρίνεται σκόπιμον εἰς τὸ σημεῖον τοῦτο νά τονίσωμεν ὅτι ὁ «νόμος τῶν φθίνουσῶν ἀποδόσεων» εἶναι κατ' οὐσίαν μία ἐμπειρικὴ ἐπιβεβαίωσις τῆς πραγματικότητος. Δὲν εἶναι ἓνα θεώρημα ἐξαχθέν ἀπὸ ἓνα ἀξιοματικὸν σύστημα. Δὲν εἶναι μία λογικὴ πρότασις ἐπιδεκτικὴ μαθηματικῆς ἀποδείξεως ἢ ἀπορρίψεως. Εἶναι μία ἀπλὴ πρότασις ὅσον ἀφορᾷ τὰς φυσικὰς σχέσεις αἱ ὁποῖαι ἔχουν παρρηθεῖ εἰς τὴν οἰκονομικὴν πραγματικότητα. Ἀξίζει ἴσως νά σημειωθῆ ὅτι ἀντίθετος παρατήρησις οὐδέποτε ἔχει διαπιστωθῆ.

ΠΙΝΑΞ 5.2.3

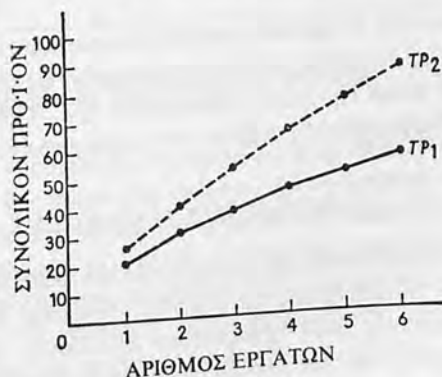
ΤΟ ΣΥΝΟΛΙΚΟΝ, ΤΟ ΜΕΣΟΝ ΚΑΙ ΤΟ ΟΡΙΑΚΟΝ ΠΡΟΪΟΝ ΕΠΙ 2 ΕΚΤΑΣΕΩΝ
1 ΚΑΙ 2 ΣΤΡΕΜΜΑΤΩΝ ΑΝΤΙΣΤΟΙΧΩΣ

Προϊόν	Μέγεθος έκτασεως	Αριθμός έργατων					
		1	2	3	4	5	6
Συνολικόν	1 στρέμμα	20	30	37,5	44	50	55,5
	2 στρέμματα	25	40	52,5	64	75	85,5
Μέσον	1 στρέμμα	20	15	12,5	11	10	9,25
	2 στρέμματα	25	20	17,5	16	15	14,25
Όριακόν	1 στρέμμα	—	10	7,5	6,5	6	5,5
	2 στρέμματα	—	15	12,5	11,5	11	10,5

Τὰ ἀνωτέρω εἰκονογραφοῦνται εἰς τὸν Πίνακα 5.2.3 καὶ δεικνύονται γραφικῶς εἰς τὰ Σχήματα 5.2.3 καὶ 5.2.4.⁵ Ἡ πρώτη σειρά ἐκάστου τμήματος

ΣΧΗΜΑ 5.2.3

ΑΙ ΚΑΜΠΥΛΑΙ ΤΟΥ ΣΥΝΟΛΙΚΟΥ ΠΡΟΪΟΝΤΟΣ ΔΙ' ΕΔΑΦΙΚΑΣ ΕΚΤΑΣΕΙΣ
ΕΝΟΣ ΚΑΙ ΔΥΟ ΣΤΡΕΜΜΑΤΩΝ

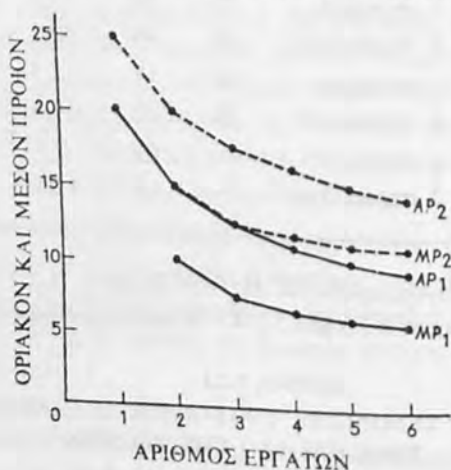


5. Ὡς θὰ ἴδωμεν εἰς τὸ Τμήμα 5.3 κατωτέρω, ὅταν τὸ μέσον προϊόν τῆς μεταβλητῆς εἰσροῆς ἀνέρχεται, τὸ ὄριακόν προϊόν τῆς σταθερᾶς εἰσροῆς εἶναι ἀρνητικόν. Οὕτω, τὰ συμπεράσματα τῆς παρουσίης παραγράφου ἰσχύουν μόνον διὰ τὴν περιοχὴν τῆς παραγωγῆς τὴν ἐκτεινομένην ἀπὸ τὸ μέγιστον τοῦ μέσου προϊόντος καὶ τὸ μηδέν τοῦ ὄριακοῦ προϊόντος τῆς μεταβλητῆς εἰσροῆς.

του πίνακος δεικνύει δεδομένα από ένα «ύποθετικόν αγροτικόν πείραμα» επί ενός (1) στρέμματος εδάφους. Ἡ δευτέρα σειρά δεικνύει τὰ ἀντίστοιχα δεδομένα ἀπὸ τὸ αὐτὸ πείραμα ἐπὶ 2 στρεμμάτων. Συγκρίνοντας κάθε σύνολον σειρῶν παρατηροῦμεν ὅτι διὰ κάθε ποσότητα τῆς μεταβλητῆς εισροῆς τὸ

ΣΧΗΜΑ 5.2.4

ΑΙ ΚΑΜΠΥΛΑΙ ΤΟΥ ΜΕΣΟΥ ΚΑΙ ΤΟΥ ΟΡΙΑΚΟΥ ΠΡΟΪΟΝΤΟΣ ΔΙ' ΕΔΑΦΙΚΑΣ
ΕΚΤΑΣΕΙΣ ΕΝΟΣ ΚΑΙ ΔΥΟ ΣΤΡΕΜΜΑΤΩΝ



συνολικόν, τὸ μέσον καὶ τὸ ὀριακόν προϊόν εἶναι μεγαλύτερα ὅταν ὑπάρχουν 2 στρέμματα εδάφους. Ὁ πίναξ καὶ τὸ ἀντιστοιχοῦν εἰς αὐτὸν σχῆμα σαφῶς δεικνύουν ὅτι καθ' ὅλην τὴν φάσιν παραγωγῆς (βλ. Τμῆμα 5.3 κατωτέρω) ἡ αὐξησης τῆς σταθερᾶς εισροῆς αὐξάνει τὴν παραγωγικότητα τῆς μεταβλητῆς εισροῆς.

5.3. ΑΙ ΦΑΣΕΙΣ ΤΗΣ ΠΑΡΑΓΩΓΗΣ

Ἡ μέχρι τοῦδε μελέτη τῆς παραγωγῆς συνεκεντρώθη ἐπὶ μιᾶς συγκεκριμένης «ἀσυνεχοῦς» συναρτήσεως παραγωγῆς, δοθείσης ὑπὸ μορφήν πίνακος. Ἐρχόμεθα τώρα εἰς μίαν γενικωτέραν ἀνάλυσιν, ὅπου χρησιμοποιοῦνται καὶ «ἀσυνεχεῖς» καὶ «συνεχεῖς» συναρτήσεις παραγωγῆς.

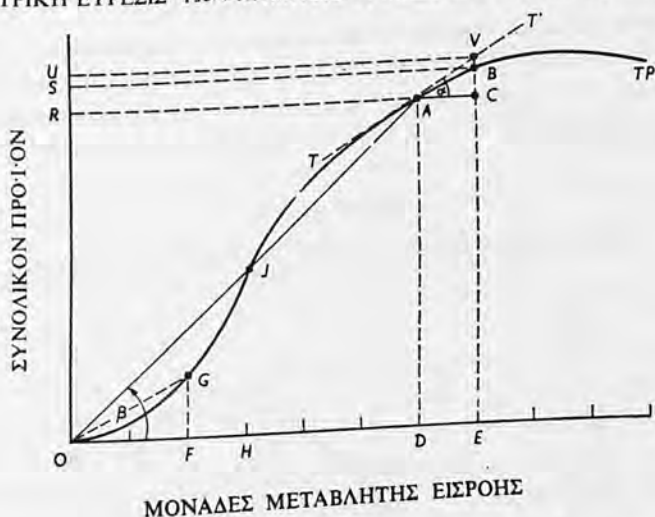
5.3.a. — Γεωμετρικὴ εὑρεσις τῶν καμπυλῶν μέσου προϊόντος

Εἰς τὸ Σχῆμα 5.3.1 δεικνύεται μία συνήθης μορφή «συνεχοῦς» καμπύλης συνολικοῦ προϊόντος. Εἰς τὸ σχῆμα αὐτό, ὡς καὶ εἰς ὅλα τὰ ἄλλα σχήματα, ἐπὶ τοῦ ὀριζοντίου ἄξονος τίθενται αἱ μονάδες τῆς μεταβλητῆς εισροῆς καὶ ἐπὶ τοῦ καθέτου ἄξονος τὸ συνολικόν προϊόν.

Δοθείσης τῆς καμπύλης τοῦ συνολικοῦ προϊόντος TP , ἐπιθυμοῦμεν νὰ εὐρώμεν τὴν καμπύλην τοῦ μέσου προϊόντος. Κατ' ἀρχὴν, τὸ μέσον προϊόν εἶναι, ἐξ ὀρισμοῦ, τὸ συνολικὸν προϊόν διηρημένον διὰ τοῦ ἀριθμοῦ τῶν μονάδων μεταβλητῆς εἰσροῆς ποὺ παράγουν τοῦτο, ἢ ἄλλως, εἶναι ὁ λόγος προϊόντος - μεταβλητῆς εἰσροῆς. Ἡ παραγωγὴ συνολικοῦ προϊόντος $OR = DA$ ἀπαιτεῖ OD μονάδας τῆς μεταβλητῆς εἰσροῆς. Ἄρα τὸ μέσον προϊόν OD μονάδων τῆς μεταβλητῆς εἰσροῆς εἶναι DA/OD . Ὅμοίως τὸ μέσον

ΣΧΗΜΑ 5.3.1

ΓΕΩΜΕΤΡΙΚΗ ΕΥΡΕΣΙΣ ΤΩΝ ΚΑΜΠΥΛΩΝ ΜΕΣΟΥ ΚΑΙ ΟΡΙΑΚΟΥ ΠΡΟΪΟΝΤΟΣ



προϊόν OF μονάδων τῆς μεταβλητῆς εἰσροῆς εἶναι FG/OF καὶ τῶν OH μονάδων εἶναι HJ/OH . Εἰς πᾶσαν περίπτωσιν, διὰ νὰ λάβωμεν τὸ μέσον προϊόν τὸ ἀντιστοιχοῦν εἰς ἓνα δεδομένον σημεῖον τῆς καμπύλης τοῦ συνολικοῦ προϊόντος, εὐρίσκομεν τὴν κλίσιν τῆς εὐθείας ἣτις συνδέει τὴν ἀρχὴν τῶν προϊόντος, εὐρίσκομεν τὴν τριγωνομετρικὴν ἔφαπτομένην τῆς γωνίας, ἢ ὅποια σχηματίζεται ἀπὸ τὸν ὀριζόντιον ἀξόνα καὶ τὴν εὐθεῖαν ποὺ συνδέει τὴν ἀρχὴν τῶν ἀξόνων μὲ τὸ δοθὲν σημεῖον τῆς καμπύλης τοῦ συνολικοῦ προϊόντος.

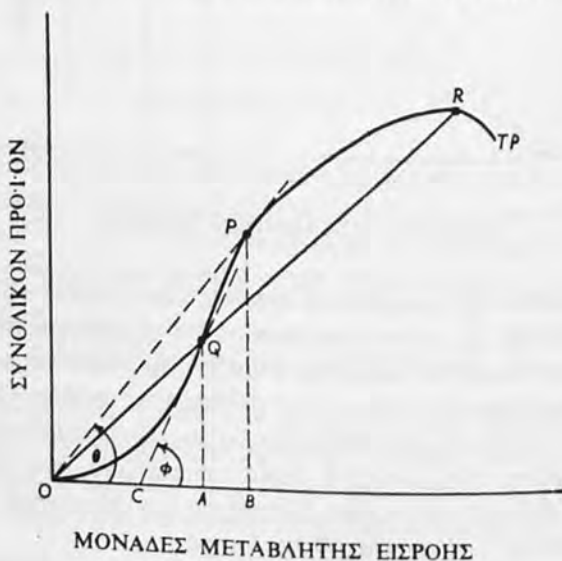
Ὡς εἶδομεν, τὸ μέσον προϊόν τὸ ἀντιστοιχοῦν εἰς τὸ σημεῖον A εἶναι DA/OD . Ἀλλὰ τοῦτο εἶναι ἀκριβῶς ἡ κλίσις τῆς γραμμῆς OA ἢ ἡ τριγωνομετρικὴ ἔφαπτομένη τῆς γωνίας β . Παρατηρήσατε ἐπίσης ὅτι τὸ μέσον προϊόν πρέπει νὰ εἶναι τὸ αὐτὸ εἰς OH καὶ OD μονάδας μεταβλητῆς εἰσροῆς, διότι αἱ κλίσεις τῶν OJ καὶ OA εἶναι αἱ αὐταὶ (εἰς ἀμφοτέρας τὰς περιπτώσεις, τὸ μέσον προϊόν εἶναι ἡ τριγωνομετρικὴ ἔφαπτομένη τῆς γωνίας β). Ἀφοῦ

τὸ μέσον προϊόν, κατὰ τὰς μετακινήσεις ἐπὶ τῆς TP , αὐξάνεται ἀπὸ τὴν ἀρχὴν τῶν ἀξόνων μέχρι τοῦ J καὶ ἀφοῦ σαφῶς μειοῦται ἀπὸ τὸ A εἰς τὸ B , δυνάμεθα νὰ πιθανολογήσωμεν ὅτι τὸ μέσον προϊόν λαμβάνει τὴν μεγίστην τιμὴν του εἰς κάποιο σημεῖον τῆς καμπύλης τοῦ συνολικοῦ προϊόντος μεταξὺ J καὶ A .

Ἰσχύει γὰρ, τὸ μέσον προϊόν λαμβάνει τὴν μεγίστην τιμὴν του εἰς κάποιο ἐνδιάμεσον σημεῖον, ὡς τοῦτο σαφῶς δεικνύεται εἰς τὸ Σχήμα 5.3.2. Τὰ σημεῖα Q καὶ R τοῦ Σχήματος 5.3.2 ἀντιστοιχοῦν πρὸς τὰ σημεῖα J καὶ A τοῦ Σχήματος 5.3.1, ἀφοῦ κάθε ζεύγος τῶν σημείων κείται ἐπὶ μιᾶς κοινῆς ἀκτίνος διερχομένης ἐκ τοῦ ἄξονος. Οὕτω, τὸ μέσον προϊόν εἰς τὸ σημεῖον Q ἰσοῦται πρὸς τὸ μέσον προϊόν εἰς τὸ σημεῖον R . Δεδομένου ὅτι τὸ μέσον προϊόν εἶναι ἡ κλίσις μιᾶς ἀκτίνος διερχομένης ἐκ τοῦ O καὶ ἑνὸς σημείου τῆς καμπύλης TP , τὸ μέσον προϊόν ἔχει μέγιστον ὅταν ἡ κλίσις τῆς ἀκτίνος εἶναι ἡ μέγιστη δυνατή. Τοῦτο, βεβαίως, συμβαίνει ὅταν ἡ ἐκ τοῦ O διερχο-

ΣΧΗΜΑ 5.3.2

ΤΑ ΜΕΓΙΣΤΑ ΤΟΥ ΜΕΣΟΥ ΚΑΙ ΤΟΥ ΟΡΙΑΚΟΥ ΠΡΟΪΟΝΤΟΣ



μένη ἀκτίς μόλις ἐφάπτεται τῆς καμπύλης τοῦ συνολικοῦ προϊόντος (σημεῖον P , γωνία θ τοῦ Σχήματος 5.3.2).

Καθὼς κινούμεθα ἀπὸ τὴν ἀρχὴν τῶν ἀξόνων πρὸς τὸ P , μέσω τοῦ Q , ἢ ἐκ τῆς ἀρχῆς τῶν ἀξόνων εὐθεῖα καθίσταται περισσότερο «ἀπότομος». Ὅμοιως καθὼς κινούμεθα ἐκ τοῦ P πρὸς τὸ R , ἡ εὐθεῖα στρέφεται πρὸς τὰ

κάτω καθισταμένη ολιγώτερον «απότομος». Ούτως, αποδεικνύομεν τὰς ἀκολουθούς σημαντικὰς σχέσεις :

ΣΧΕΣΕΙΣ : Τὸ μέσον προϊόν τὸ ἀντιστοιχοῦν εἰς οἰονδήποτε σημεῖον τῆς καμπύλης τοῦ συνολικοῦ προϊόντος δίδεται ἀπὸ τὴν κλίσιν τῆς ἀκτίνος ἢ ὁποῖα συνδέει τὴν ἀρχὴν τῶν ἀξόνων μὲ τὸ ἐν λόγῳ σημεῖον. Τὸ μέσον προϊόν λαμβάνει τὴν μεγίστην τιμὴν του, ὅταν ἢ ὡς ἄνω ἀκτὶς μόλις ἐφάπτεται τῆς καμπύλης τοῦ συνολικοῦ προϊόντος.

5.3.b. — Γεωμετρικὴ εὑρεσις τῶν καμπυλῶν ὀριακοῦ προϊόντος

Χρησιμοποιοῦντες καὶ πάλιν τὰ Σχήματα 5.3.1 καὶ 5.3.2, δυνάμεθα νὰ εὔρωμεν παρομοίας ποιοτικὰς καὶ ποσοτικὰς σχέσεις διὰ τὴν καμπύλην τοῦ ὀριακοῦ προϊόντος.

Ἐξ ὀρισμοῦ τὸ ὀριακὸν προϊόν εἶναι ἡ ἀύξισις τοῦ συνολικοῦ προϊόντος ἢ προκύπτουσα ἀπὸ τὴν ἀπασχόλησιν μιᾶς ἐπὶ πλέον μονάδος (ἢ μιᾶς μικρᾶς ποσότητος) τῆς μεταβλητῆς εἰσροῆς ἐπὶ τῆς δεδομένης ποσότητος τῆς σταθερᾶς εἰσροῆς. Ἐστω ὅτι ἡ ποσότης τῆς μεταβλητῆς εἰσροῆς αὐξάνεται ἀπὸ OD εἰς OE ἤτοι κατὰ τὸ τμήμα $DE = AC$. Τὸ προϊόν, ἐπομένως, αὐξάνεται ἀπὸ OR εἰς OS, ἤτοι κατὰ τὸ τμήμα $RS = BC$. Ἄρα τὸ ὀριακὸν προϊόν εἶναι BC/AC . Εἰς τὴν ἀσυνεχῆ ταύτην περίπτωσιν δὲν ὑφίσταται οἰονδήποτε εὐκρηστον μέτρον τῆς σχετικῆς κλίσεως, δεδομένου ὅτι τὸ τόξον AB δὲν εἶναι γραμμικόν. Δηλαδή δὲν δυνάμεθα νὰ ἔχωμεν ἓνα συγκεκριμένον μέτρον τῆς κλίσεως, διότι ἡ τριγωνομετρικὴ ἐφαπτομένη τῆς γωνίας τῆς σχηματιζομένης ἀπὸ τὸ τόξον AB καὶ τὴν εὐθεῖαν AC μεταβάλλεται καθ' ὅλον τὸ μήκος τοῦ τμήματος AC.

Ἄλλὰ ἂς ὑποθέσωμεν, πρὸς στιγμήν, ὅτι ἡ καμπύλη τοῦ συνολικοῦ προϊόντος εἶναι εὐθύγραμμος ἀπὸ τὸ A ἕως τὸ V. Τότε μία ἀύξισις μεγέθους DE τῆς μεταβλητῆς εἰσροῆς θὰ ἐπέφερε ἀύξισιν τοῦ προϊόντος ἀπὸ OR εἰς OU, ἤτοι κατὰ $RU = CV$. Εἰς τὴν περίπτωσιν αὐτὴν τὸ ὀριακὸν προϊόν θὰ ἦτο CV/AC , ἤτοι ἡ τριγωνομετρικὴ ἐφαπτομένη τῆς γωνίας α . Τὸ μέτρον CV/AC ὑπερεκτιμᾷ τὸ ἀληθὲς μέγεθος τοῦ ὀριακοῦ προϊόντος, BC/AC . Ἐν τούτοις, καθὼς ἡ ἀύξισις τῆς μεταβλητῆς εἰσροῆς καθίσταται συνεχῶς μικροτέρα, ἡ προσέγγισις γίνεται συνεχῶς καλλιτέρα. Εἰς τὸ ὄριον, διὰ μίαν πολὺ μικρὰν ἀύξισιν τῆς μεταβλητῆς εἰσροῆς, ἡ κλίσις τῆς εἰς τὸ σημεῖον A ἐφαπτομένης εὐθείας, καλουμένης ἔστω TT', προσεγγίζει τὴν ἀληθῆ κλίσιν τῆς καμπύλης τοῦ συνολικοῦ προϊόντος. Συνεπῶς, δια πολὺ μικρᾶς μεταβολᾶς τῆς μεταβλητῆς εἰσροῆς, ἡ κλίσις τῆς καμπύλης τοῦ συνο-

λικού προϊόντος εις οίονδήποτε σημείον είναι μία πολύ καλή προσέγγισις του αντίστοιχου όριακού προϊόντος.⁶

Ἡ κλίσις μιᾶς καμπύλης εις οίονδήποτε σημείον της δίδεται ἀπὸ τὴν κλίσιν τῆς εις τὸ σημείον τοῦτο ἐφαπτομένης εὐθείας. Οὕτω, τὸ όριακόν προϊόν τὸ ἀντιστοιχοῦν εις τὸ σημείον Q τοῦ Σχήματος 5.3.2 εἶναι ἡ κλίσις τῆς εὐθείας CQ, ἢ ἡ τριγωνομετρικὴ ἐφαπτομένη τῆς γωνίας $\varphi = \text{AQ/CA}$. Ὡς ἔχει κατασκευασθῆ τὸ Σχῆμα 5.3.2, τὸ όριακόν προϊόν ἔχει μέγιστον ὅταν χρησιμοποιοῦνται OA μονάδες τῆς μεταβλητῆς εισροῆς. Τοῦτο εἶναι ὀρθὸν δεδομένου ὅτι ἡ κλίσις τῆς εις τὸ σημείον Q ἐφαπτομένης εἶναι μεγαλύτερα ἐν συγκρίσει πρὸς οίονδήποτε ἄλλο σημείον τῆς καμπύλης τοῦ συνολικοῦ προϊόντος.

Ἐκ τοῦ Σχήματος 5.3.2 δύνανται νὰ ἐξαχθοῦν καὶ ἄλλαι σημαντικαὶ σχέσεις. Ἐν πρώτοις, ὑπενθυμίζεται ὅτι ἡ μεγίστη τιμὴ τοῦ μέσου προϊόντος ἐπιτυγχάνεται μὲ OB μονάδας μεταβλητῆς εισροῆς καὶ ἀντιστοιχεῖ εις τὸ σημείον P. Ἄρα τὸ όριακόν προϊόν ἔχει μέγιστον εις χαμηλότερον ἐπίπεδον ἀπασχολήσεως τῆς μεταβλητῆς εισροῆς ἐν συγκρίσει πρὸς τὸ μέσον προϊόν. Δεύτερον, παρατηροῦμεν ὅτι ἡ εις τὸ σημείον P τῆς καμπύλης τοῦ συνολικοῦ προϊόντος ἐφαπτομένη — ἢ εὐθεῖα τῆς ὁποίας ἡ κλίσις δίδει τὸ εις τὸ σημείον P ἀντιστοιχοῦν όριακόν προϊόν — εἶναι ἡ OP. Ἄλλ' ἔχομεν ἤδη ἀποδείξει (εις τὸ Τμῆμα 5.3.a) ὅτι ἡ κλίσις τῆς OP δίδει ἐπίσης καὶ τὸ μέσον προϊόν τὸ ἀντιστοιχοῦν εις τὸ σημείον P καὶ ὅτι τὸ μέσον προϊόν λαμβάνει τὴν μεγίστην τιμὴν του εις αὐτὸ ἀκριβῶς τὸ σημείον. Ἄρα, ὡς καὶ προηγουμένως εἶδομεν, τὸ όριακόν προϊόν ἰσοῦται πρὸς τὸ μέσον προϊόν ὅταν τὸ τελευταῖον ἔχη μέγιστον.

Τὰ κύρια σημεία τῆς παρουσίης παραγράφου δύνανται νὰ τεθοῦν ἐν περιλήψει ὡς ἑξῆς :

ΣΧΕΣΕΙΣ : Τὸ όριακόν προϊόν τὸ ὅποιον ἀντιστοιχεῖ εις οίονδήποτε

6. Ἐστὼ ὅτι ἡ συνάρτησις παραγωγῆς εἶναι $q = f(x)$. Ἄν διὰ τοῦ Δx συμβολίσωμεν τὴν αὔξησιν τῆς μεταβλητῆς εισροῆς, τὸ νέον προϊόν θὰ εἶναι : $f(x + \Delta x)$. Οὕτως, ἐξ ὀρισμοῦ, τὸ όριακόν προϊόν θὰ εἶναι :

$$MP = \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x}$$

Ἄλλὰ, ἐπίσης ἐξ ὀρισμοῦ, ἡ παράγωγος τῆς $f(x)$ εἶναι :

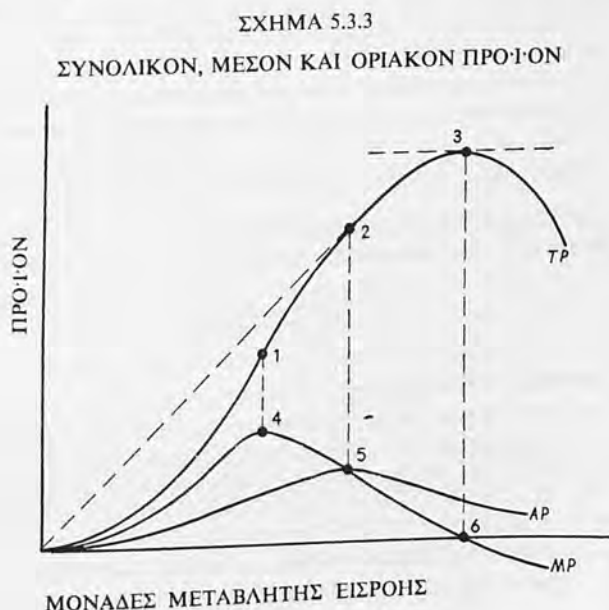
$$\frac{dq}{dx} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x}$$

Ἄρα, εις τὸ όριον, τὸ όριακόν προϊόν εἶναι ἡ κλίσις (dq/dx) τῆς καμπύλης τοῦ συνολικοῦ προϊόντος. Διὰ «πεπερασμένας» μεταβολάς, ἡ κλίσις εἶναι μία προσέγγις τοῦ όριακοῦ προϊόντος.

σημείον τῆς καμπύλης τοῦ συνολικοῦ προϊόντος δίδεται ἀπὸ τὴν κλίσειν τῆς εἰς τὸ σημεῖον τοῦτο ἐφαπτομένης εὐθείας. Τὸ ὀριακὸν προϊόν λαμβάνει τὴν μεγίστην τιμὴν του, ὅταν ἡ κλίσειν τῆς ἐφαπτομένης γίνεται μεγίστη (ἢ ὅσον τὸ δυνατὸν περισσότερον ἀτόμος). Τὸ σημεῖον ὅπου τὸ ὀριακὸν προϊόν ἔχει μέγιστον ἀντιστοιχεῖ εἰς χαμηλότερον ἐπίπεδον ἀπασχολήσεως τῆς μεταβλητῆς εἰσροῆς, ἐν σχέσει πρὸς τὸ σημεῖον ὅπου τὸ μέσον προϊόν ἔχει μέγιστον. Τέλος, τὸ ὀριακὸν προϊόν ἰσοῦται πρὸς τὸ μέσον προϊόν, ὅταν τὸ τελευταῖον λαμβάνει τὴν μεγίστην τιμὴν του.

5.3.c. — Συνολικόν, μέσον καὶ ὀριακὸν προϊόν

Αἱ σχέσεις αἱ ὅποια ἀνελύθησαν εἰς τὰς δύο προηγουμένας παραγράφους παρουσιάζονται διαγραμματικῶς εἰς τὸ Σχῆμα 5.3.3.⁷ Εἰς τὸ σχῆμα



τοῦτο δυνάμεθα νὰ ἴδωμεν ὄχι μόνον τὴν σχέσιν μεταξὺ τοῦ ὀριακοῦ καὶ τοῦ μέσου προϊόντος ἀλλὰ καὶ τὴν σχέσιν αὐτῶν τῶν δύο πρὸς τὸ συνολικὸν προϊόν.

7. Τὸ διάγραμμα τοῦτο κατεσκευάσθη μὲ τὴν ὑπόθεσιν ὅτι τὸ προϊόν εἶναι μηδὲν ὅταν ἡ εἰσροὴ τοῦ μεταβλητοῦ παραγωγικοῦ συντελεστοῦ εἶναι μηδέν. Συνεπῶς, ὅταν ἡ συνάρτησις παραγωγῆς εἶναι $q = f(x|y)$, ὑποθέτομεν ὅτι $f(0|y) = f(x|0) = f(0|0) = 0$. Διὰ μίαν

Θεωρήσατε, κατ' ἀρχήν, τὴν καμπύλην τοῦ συνολικοῦ προϊόντος. Διὰ πολὺ μικρὰς ποσότητας τῆς μεταβλητῆς εἰσροῆς, τὸ συνολικὸν προϊόν ἀυξάνεται βαθμιαίως. Ἀλλὰ εἰς χαμηλὰ ἤδη ἐπίπεδα ἀπασχολήσεως τῆς μεταβλητῆς εἰσροῆς ἀρχίζει νὰ ἀυξάνεται λίαν ταχέως, λαμβάνον τὴν μεγίστην του κλίσιν (ἦτοι τὸν μέγιστον ρυθμὸν ἀυξήσεως) εἰς τὸ σημεῖον ἕνα. Δεδομένου ὅτι ἡ κλίσις τῆς καμπύλης τοῦ συνολικοῦ προϊόντος ἰσοῦται πρὸς τὸ ὀριακὸν προϊόν, ἡ μεγίστη κλίσις (σημεῖον ἕνα) πρέπει νὰ ἀντιστοιχῇ πρὸς τὸ μέγιστον τῆς καμπύλης τοῦ ὀριακοῦ προϊόντος (σημεῖον τέσσαρα).⁸

Ἀφοῦ λάβῃ τὴν μεγίστην τῆς κλίσιν εἰς τὸ σημεῖον ἕνα, ἡ καμπύλη τοῦ συνολικοῦ προϊόντος ἐξακολουθεῖ νὰ ἀνέρχεται. Ἀλλὰ τώρα τὸ προϊόν

διάφορον προσέγγισιν, βλ. Frank Knight, «Risk, Uncertainty and Profit», Reprints of Economic Classics (New York: Augustus M. Kelley, 1964) σελ. 100.

Κρίνεται σκόπιμον νὰ τονίσωμεν ὅτι δὲν δίδουν ὄλαι αἱ συναρτήσεις παραγωγῆς καμπύλας παραγωγῆς ὁμοίας πρὸς ἐκεῖνας τῶν Σχημάτων 5.3.3. καὶ 5.3.4. Ἐπὶ παραδείγματι, αἱ συναρτήσεις Cobb - Douglas καὶ C.E.S. δὲν ἔχουν περιοχὰς ὅπου τὰ μέσα καὶ τὰ ὀριακά προϊόντα ἀνέρχονται, οὔτε ἔχουν περιοχὰς ὅπου τὰ ὀριακά προϊόντα εἶναι ἀρνητικά. Ἐπὶ πλέον, ἡ συνάρτησις C.E.S. με $y > 0$ τέμνει τὸν κάθετον ἄξονα εἰς τὰς θετικὰς του τιμὰς.

Ἐνας τύπος γραμμικῆς ὁμογενοῦς συναρτήσεως ποῦ δίδει καμπύλας παραγωγῆς ὁμοίας πρὸς ἐκεῖνας τῶν Σχημάτων 5.3.3 καὶ 5.3.4 εἶναι ὁ ἑξῆς:

$$q = a \left[\frac{bx^3y^2 + cx^2y^3}{ex^4 + gy^4} \right], \quad (5.7.1)$$

ὅπου τὰ a, b, c, e καὶ g εἶναι θετικαὶ σταθεραί.

8. Τοῦτο δύναιτο εὐκόλως νὰ δεიχθῇ μαθηματικῶς. Ἐστω ὅτι ἡ συνάρτησις παραγωγῆς εἶναι $q = f(x|y)$. Δεδομένου ὅτι ἡ y θεωρεῖται σταθερά, δυνάμεθα νὰ χρησιμοποιήσωμεν τὸν συμβολισμόν τῶν ὀλικῶν παραγῶγων μᾶλλον παρά τὸν συμβολισμόν τῶν μερικῶν παραγῶγων. Ἐστω ὅτι τὰ f', f'' καὶ f''' συμβολίζουν τὴν πρώτην, τὴν δευτέραν καὶ τὴν τρίτην παράγωγον ὡς πρὸς τὴν x .

Τὸ ὀριακὸν προϊόν εἶναι ἐξ ὀρισμοῦ $f'(x|y)$. Διὰ νὰ ἔχῃ μέγιστον τὸ ὀριακὸν προϊόν, θὰ πρέπει τὸ $f''(x|y)$ νὰ εἶναι μηδέν καὶ τὸ $f'''(x|y)$ νὰ εἶναι ἀρνητικόν.

Δηλαδή:

$$\left. \begin{array}{l} \text{διὰ } f'(x|y) = \text{μέγιστον ἀπαιτεῖται} \\ f''(x|y) = 0 \text{ καὶ } f'''(x|y) < 0 \end{array} \right\} \quad (5.8.1)$$

Θεωρήσωμεν τώρα τὴν συνάρτησιν παραγωγῆς $f(x|y)$. Κάθε συνάρτησις, τῆς ὁποίας ἡ δευτέρα παράγωγος εἶναι μηδέν εἰς κάποιαν τιμὴν τῆς εἰσροῆς, ἔχει ἕν σημεῖον καμπῆς εἰς τὴν τιμὴν αὐτὴν τῆς εἰσροῆς. Ἐπὶ πλέον, ἂν ἡ τρίτη παράγωγος εἶναι ἀρνητικὴ, ἡ κοιλότης τῆς συναρτήσεως, εἰς τὸ σημεῖον αὐτό, μεταβάλλεται ἀπὸ κοιλὴν πρὸς τὰ ἄνω εἰς κοιλὴν πρὸς τὰ κάτω. Εὐκόλως δυνάμεθα νὰ ἴδωμεν αὐτὴν τὴν μεταβολὴν τῆς κοιλότητος εἰς τὰ Σχήματα 5.3.3 καὶ 5.3.4.

αυξάνεται με φθίνοντα ρυθμόν, εις τρόπον ὥστε ἡ κλίσις νὰ καθίσταται ὀλιγώτερον ἀπότομος. Κινούμενοι, ἐκ τοῦ σημείου ἕνα, κατὰ μήκος τῆς καμπύλης, φθάνομεν εἰς τὸ σημεῖον ὅπου μία ἀκτίς διερχομένη ἐκ τῆς ἀρχῆς τῶν ἀξόνων καθίσταται ἀκριβῶς ἐφαπτομένη τῆς καμπύλης (σημεῖον δύο). Δεδομένου ὅτι ἡ ἐπαφή τῆς ἀκτίνος εἰς τὴν καμπύλην ἀποτελεῖ τὴν προϋπόθεσιν, διὰ νὰ ὑπάρχη μέγιστον τοῦ μέσου προϊόντος, τὸ σημεῖον δύο κεῖται ἀκριβῶς ἄνωθεν τοῦ σημείου πέντε.

Αὐξανομένης τῆς ποσότητος τῆς μεταβλητῆς εἰσροῆς πέραν τοῦ σημείου δύο, τὸ συνολικὸν προϊόν ἐξακολουθεῖ νὰ αὐξάνεται, ἀλλὰ ὁ ρυθμὸς τῆς αὐξήσεώς του βαίνει προοδευτικῶς φθίνων μέχρις ὅτου φθάσῃ τὸ σημεῖον τρία. Εἰς τὴν θέσιν αὐτὴν τὸ συνολικὸν προϊόν ἔχει μέγιστον καὶ πέραν αὐτῆς κατέρχεται μέχρις ὅτου, βεβαίως, φθάσῃ καὶ πάλιν εἰς τὸ μηδέν. Διὰ μίαν πολὺ μικρὰν περιοχὴν περίξ τοῦ σημείου τρία, πρόσθετοι ποσότητες τῆς μεταβλητῆς εἰσροῆς δὲν μεταβάλλουν τὸ συνολικὸν προϊόν. Ἡ κλίσις τῆς καμπύλης τοῦ συνολικοῦ προϊόντος εἶναι μηδέν. Ἄρα καὶ τὸ ὄριακὸν προϊόν πρέπει νὰ εἶναι ἐπίσης μηδέν. Τοῦτο ἐμφαίνεται ἀπὸ τὸ γεγονός ὅτι τὰ σημεῖα τρία καὶ ἕξι ἀντιστοιχοῦν εἰς τὴν αὐτὴν ποσότητα τῆς μεταβλητῆς. Ἄφου δὲ τὸ συνολικὸν προϊόν κατέρχεται πέραν τοῦ σημείου τρία, τὸ ὄριακὸν προϊόν γίνεται ἀρνητικόν.

Μέχρι τοῦδε, ἡ ἀνάλυσις τῶν περισσοτέρων σημαντικῶν σχέσεων ἐγένετο ἐν ἀναφορᾷ πρὸς τὴν καμπύλην τοῦ συνολικοῦ προϊόντος. Διὰ νὰ ὑπογραμμίσωμεν, ἐν τούτοις, ὠρισμένας σχέσεις, ἄς ἐξετάσωμεν τὰς καμπύλας ὄριακοῦ καὶ μέσου προϊόντος τοῦ Σχήματος 5.3.3. Τὸ ὄριακὸν προϊόν κατ' ἀρχὴν αὐξάνεται, φθάνει τὴν μεγίστην τιμὴν του εἰς τὸ σημεῖον τέσσαρα (τὸ σημεῖον ἀπὸ τὸ ὁποῖον ἀρχίζουσιν αἱ φθίνουσαι ὄριακαὶ φυσικαὶ ἀποδόσεις) καὶ κατόπιν κατέρχεται. Τελικῶς καθίσταται ἀρνητικὸν πέραν τοῦ σημείου ἕξι, ὅπου τὸ συνολικὸν προϊόν ἔχει μέγιστον.

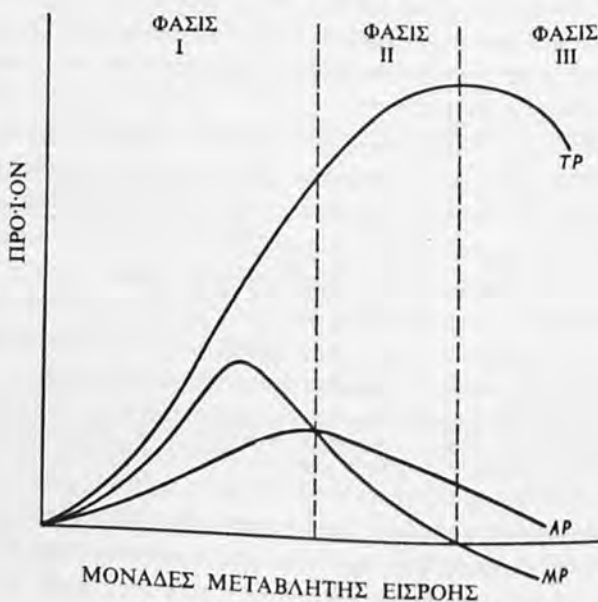
Ὅμοίως, τὸ μέσον προϊόν κατ' ἀρχὴν αὐξάνεται μέχρις ὅτου φθάσῃ τὴν μεγίστην τιμὴν του εἰς τὸ σημεῖον πέντε, ὅπου μέσον καὶ ὄριακὸν προϊόν εἶναι ἴσα. Ἀκολουθῶς κατέρχεται καθιστάμενον, βεβαίως, μηδέν ὅταν καὶ τὸ συνολικὸν προϊόν γίνεται μηδέν. Τέλος, δυνάμεθα νὰ παρατηρήσωμεν ὅτι τὸ ὄριακὸν προϊόν εἶναι μεγαλύτερον τοῦ μέσου προϊόντος ὅταν τὸ τελευταῖον αὐξάνεται καὶ εἶναι μικρότερον τοῦ μέσου προϊόντος ὅταν τὸ τελευταῖον μειοῦται.

5.3.d. — Αἱ τρεῖς φάσεις τῆς παραγωγῆς

Αἱ σχέσεις μεταξὺ τοῦ συνολικοῦ, τοῦ μέσου καὶ τοῦ ὄριακοῦ προϊόντος χρησιμεύουν διὰ τὸν προσδιορισμὸν τῶν φάσεων τῆς παραγωγῆς, ὡς εἰκονίζονται εἰς τὸ Σχῆμα 5.3.4.

Ἡ φάσις I καλύπτει τὴν περιοχὴν ἐκείνην ἀπασχολήσεως τῆς μεταβλητῆς εἰσροῆς ὅπου τὸ μέσον προϊόν αὐξάνεται. Μὲ ἄλλας λέξεις ἡ φάσις I ἀντιστοιχεῖ εἰς τὰς αὐξούσας μέσας ἀποδόσεις τῆς μεταβλητῆς εἰσροῆς. Ἄλλὰ, ὡς ἐξηγεῖται εἰς τὴν ἐπομένην παράγραφον, αὐξοῦσαι μέσαι ἀποδόσεις τῆς μεταβλητῆς εἰσροῆς ἀντιστοιχοῦν εἰς ἀρνητικὰ ὀριακὰ ἀποδόσεις τῆς σταθερᾶς εἰσροῆς. Ἡ σταθερὰ εἰσροὴ εἰς τὴν φάσιν I ἀπασχολεῖται εἰς ἀντιοικονομικῶς μεγάλην ἀναλογίαν ἐν σχέσει πρὸς τὴν μεταβλητὴν εἰσροήν. Ὁ ὀρθολογικὸς παραγωγὸς οὐδέποτε θὰ παραγάγῃ εἰς τὴν φάσιν αὐτὴν. Ἄν αἱ συνθήκαι τῆς ἀγορᾶς ὑπαγορεύουν ἕνα τόσον χαμηλὸν ἐπίπεδον προϊόντος, τὸ προϊόν θὰ παραχθῇ διὰ τῆς χρησιμοποίησεως ὀλιγοτέρων μονάδων ἐκ τῆς σταθερᾶς εἰσροῆς — τὸ σύνολον τῶν καμπυλῶν τῆς παραγωγῆς θὰ μετατοπισθῇ πρὸς τὰ κάτω.

ΣΧΗΜΑ 5.3.4
ΑΙ ΦΑΣΕΙΣ ΤΗΣ ΠΑΡΑΓΩΓΗΣ



Εἰς τὴν φάσιν III ἐπίσης, οὐδέποτε θὰ ὑπάρξῃ παραγωγή, ὡς κατὰ τὸ μᾶλλον ἢ ἥττον ἐξάγεται ἐκ τοῦ Σχήματος 5.3.4. Ἡ φάσις III ὀρίζεται ὡς ἡ περιοχὴ ὅπου τὸ ὀριακὸν προϊόν εἶναι ἀρνητικὸν ἢ, ἄλλως, ὅπου τὸ συνολικὸν προϊόν βαίνει φθίνον. Εἰς τὴν φάσιν αὐτὴν τῆς παραγωγῆς, πρόσθετοι μονάδες τῆς μεταβλητῆς εἰσροῆς εἰς τὴν πραγματικότητα μειώνουν τὸ συνολικὸν προϊόν. Ἀκόμη καὶ ἂν αἱ μονάδες τῆς μεταβλητῆς εἰσροῆς ἦσαν

«ἐλεύθερα» (= ἂ ἐριόριστοι εἰς ποσότητα καὶ ἄνευ τιμῆς) ὁ ὀρθολογικὸς παραγωγὸς δὲν θὰ ἀπησχόλει ταύτας πέραν τοῦ σημείου ὅπου τὸ ὀριακὸν προϊόν εἶναι μηδέν, ἀφοῦ ἡ περαιτέρω ἀπασχόλησις των σημαίνει μείωσιν τοῦ συνολικοῦ προϊόντος. Ἄν αἱ συνθήκαι τῆς ἀγορᾶς ὑπαγορεύουν αὐξήσιν τοῦ προϊόντος, θὰ πρέπει νὰ χρησιμοποιηθοῦν π ρ ὁ σ θ ε τ ο ι μονάδες ἐκ τῆς σταθερᾶς εἰσροῆς, ὅποτε τὸ σύνολον τῶν καμπυλῶν παραγωγῆς μετατοπιζεταὶ πρὸς τὰ ἄνω (ὡς δεικνύεται εἰς τὰ Σχήματα 5.2.3 καὶ 5.2.4).

Εἰς τὴν φάσιν III ἡ μεταβλητὴ εἰσροὴ συνδυάζεται μὲ τὴν σταθερὰν εἰσροὴν εἰς ἀντιοικονομικῶς μεγάλας ἀναλογίας. Τοῦτο σημαίνει ὅτι, ὅσον ἀφορᾷ τὸ παρὸν παράδειγμα ἐκ τῆς γεωργικῆς παραγωγῆς, τὸ ἔδαφος καλλιεργεῖται πάρα πολὺ ἐντατικῶς. Οὕτω, τὸ σημεῖον ὅπου τὸ ὀριακὸν προϊόν τῆς μεταβλητῆς εἰσροῆς εἶναι μηδέν καλεῖται ὀ ρ ι ο ν ἐ ν τ α τ ι κ ῆ ς ἔ κ μ ε τ α λ λ ε ὑ σ ε ω ς. Ὅμοίως, κατὰ τὴν προταθεῖσαν ὀρολογίαν, εἰς τὸ σημεῖον ὅπου τὸ μέσον προϊόν τῆς μεταβλητῆς εἰσροῆς ἔχει μέγιστον ἢ καλλιέργεια τοῦ ἔδάφους εἶναι «ἐντατικὴ». Οὕτω, τὸ σημεῖον ὅπου τὸ μέσον προϊόν τῆς μεταβλητῆς εἰσροῆς ἔχει μέγιστον καλεῖται ὀ ρ ι ο ν ἔ κ τ α τ ι κ ῆ ς ἔ κ μ ε τ α λ λ ε ὑ σ ε ω ς.⁹

Ἐχομεν πλέον ἀποκλείσει τὰς φάσεις I καὶ III. Ἡ παραγωγή πρέπει νὰ λαμβάνη χώραν εἰς τὴν φάσιν II — μεταξὺ, δηλαδὴ, τοῦ ὀρίου ἐκτατικῆς ἔκμεταλλεύσεως καὶ τοῦ ὀρίου ἐντατικῆς ἔκμεταλλεύσεως, ἢ ἄλλως, ἡ παραγωγή πρέπει νὰ λαμβάνη χώραν εἰς τὴν περιοχὴν ἢ ὁποία ὀρίζεται ἀπὸ τὸ μέγιστον τοῦ μέσου προϊόντος καὶ τὸ μηδέν τοῦ ὀριακοῦ προϊόντος τῆς μεταβλητῆς εἰσροῆς. Ἄν τὸ προϊόν πρέπει νὰ παραχθῇ εἰς ποσότητος μὴ καλυπτομένης ἀπὸ τὴν φάσιν II, θὰ πρέπει νὰ μεταβληθῇ ἡ ποσότης τῆς σταθερᾶς εἰσροῆς : ἂν ἐπιθυμοῦμεν μικρότερον προϊόν, αἱ μονάδες τῆς σταθερᾶς εἰσροῆς πρέπει νὰ μειωθοῦν, ἐνῶ ἂν ἐπιθυμοῦμεν μεγαλύτερον προϊόν, τοῦτο δύναται νὰ ἐπιτευχθῇ μόνον διὰ τῆς αὐξήσεως τῆς σταθερᾶς εἰσροῆς.

5.3.e. — Ἡ συμμετρία τῶν φάσεων τῆς παραγωγῆς

Ἡ τελευταία αὐτῆ παράγραφος σκοπὸν ἔχει νὰ δείξῃ ὅτι αἱ φάσεις τῆς παραγωγῆς εἶναι συμμετρικαὶ ὅταν ἐξετάζωνται ἀπὸ τῆς σκοπιᾶς καὶ τῆς

9. Ὡς δεικνύεται εἰς τὴν παράγραφον 5.3.e, ὅταν ἡ συνάρτησις παραγωγῆς εἶναι ὁμογενὴς πρώτου βαθμοῦ, τὸ σημεῖον ὅπου τὸ μέσον προϊόν τῆς μεταβλητῆς εἰσροῆς ἔχει μέγιστον ἀντιστοιχεῖ πρὸς τὸ σημεῖον ὅπου τὸ ὀριακὸν προϊόν τῆς σταθερᾶς εἰσροῆς εἶναι μηδέν. Οὕτω, τὸ ὀριον ἐκτατικῆς ἔκμεταλλεύσεως, ἀπὸ τῆς πλευρᾶς τῆς μεταβλητῆς εἰσροῆς, εἶναι τὸ ὀριον ἐντατικῆς ἔκμεταλλεύσεως ἀπὸ τῆς πλευρᾶς τῆς σταθερᾶς εἰσροῆς καὶ ἀντιστρόφως.

μεταβλητής και της σταθερᾶς εισροῆς. Τοῦτο, περαιτέρω, θά ἐξηγήσῃ τὴν μέχρι τοῦδε ἀσαφῆ πρότασιν ὅτι αὐξοῦσαι μέσαι ἀποδόσεις τῆς μεταβλητῆς εισροῆς ἀντιστοιχοῦν εἰς ἀρνητικὰς ὀριακὰς ἀποδόσεις τῆς σταθερᾶς εισροῆς.¹⁰

ΠΙΝΑΞ 5.3.1

ΣΥΝΟΛΙΚΟΝ, ΜΕΣΟΝ ΚΑΙ ΟΡΙΑΚΟΝ ΠΡΟΪΟΝ ΤΗΣ ΕΡΓΑΣΙΑΣ ΚΑΤΑ ΤΗΝ ΚΑΛΛΙΕΡΓΕΙΑΝ 8 ΕΔΛΦΙΚΩΝ ΕΚΤΑΣΕΩΝ ΤΩΝ 3 ΣΤΡΕΜΜΑΤΩΝ

Στρέμματα ἐδάφους	Ἀριθμὸς ἐργατῶν	Λόγος ἐδάφους ἐργασίας	Συνολικόν προϊόν (ἐργασίας)	Μέσον προϊόν (ἐργασίας)	Ὀριακόν προϊόν (ἐργασίας)
3	1	3/1	10	10	—
3	2	3/2	24	12	14
3	3	3/3	39	13	15
3	4	3/4	52	13	13
3	5	3/5	61	12,2	9
3	6	3/6	66	11	5
3	7	3/7	66	9,4	0
3	8	3/8	64	8	-2

Ὁ Πίναξ 5.3.1 περιλαμβάνει ἓνα παράδειγμα ὁμοιον πρὸς ἐκεῖνο τὸ ὁποῖον ἐξητάσθη εἰς τὸ Τμήμα 5.2. Καλλιεργοῦνται ταυτοχρόνως ὀκτὼ ἐκτάσεις ἐκάστη τῶν ὁποίων ἀποτελεῖται ἐκ τριῶν στρεμμάτων. Εἰς τὴν πρώτην ἐκτασιν ἀπασχολεῖται ἓνας ἐργάτης, εἰς τὴν δευτέραν δύο κ.ο.κ. μέχρι τῆς ὀγδόης ἐκτάσεως ἣτις καλλιεργεῖται ἀπὸ ὀκτὼ ἐργάτας. Ὁ Πίναξ 5.3.1 δεικνύει τὸ συνολικόν, τὸ μέσον καὶ τὸ ὀριακόν προϊόν τῆς ἐργασίας

10. Τὰ συμπεράσματα τοῦ τμήματος τούτου εἶναι ἐπακριβῶς ὀρθὰ ὅταν, καὶ μόνον ὅταν, ἡ παραγωγή ὑπόκειται εἰς «σταθερὰς ἀποδόσεις κλίμακος». Αἱ «σταθεραὶ ἀποδόσεις κλίμακος» σημαίνουν ὅτι ἂν ἡ εισροὴ ἐκάστου παραγωγικοῦ συντελεστοῦ πολλαπλασιασθῇ ἐπὶ ἓνα ἀριθμὸν m (ὅσονδήποτε μέγανον ἢ μικρόν), τὸ προϊόν ἐπίσης θά πολλαπλασιασθῇ ἐπὶ m . Μὲ ἄλλας λέξεις, αἱ σταθεραὶ ἀποδόσεις κλίμακος σημαίνουν ὅτι δύο ἐργάται, ἕκαστος τῶν ὁποίων καλλιεργεῖ ἓνα στρέμμα ἐδάφους, δύνανται συνολικῶς νὰ παραγάγουν τὸ αὐτὸ ἀκριβῶς προϊόν τὸ ὁποῖον παράγουν δύο ἐργάται καλλιεργοῦντες ἀπὸ κοινῶ (ταυτοχρόνως) δύο στρέμματα ἐδάφους.

Μαθηματικῶς, αἱ σταθεραὶ ἀποδόσεις κλίμακος δεικνύουν ὅτι ἡ συνάρτησις παραγωγῆς εἶναι ὁμογενῆς πρώτου βαθμοῦ. Ἐκ τοῦ ὀρισμοῦ τῆς πρώτου βαθμοῦ ὁμογενείας, ἂν $q = f(x, y)$, τότε $f(mx, my) = mq$. Τοῦτο ἀκριβῶς ὑπονοεῖται ἀπὸ τὰς σταθερὰς ἀποδόσεις κλίμακος.

(της μεταβλητής εισροής) τα όποια προκύπτουν εξ αυτού του πειράματος.

Δυνάμεθα να χρησιμοποιήσωμεν τὸν Πίνακα 5.3.1 διὰ νὰ ἐξαγάγωμεν τὸ συνολικὸν καὶ τὸ ὀριακὸν προϊόν τοῦ ἐδάφους (τῆς σταθερᾶς εισροῆς). Ἐκ τῆς τελευταίας σειρᾶς τοῦ Πίνακος 5.3.1 παρατηροῦμεν ὅτι 3 στρέμματα ἐδάφους καλλιεργούμενα ἀπὸ ὀκτῶ ἐργάτας παράγουν 64 μονάδας προϊόντος. Εἰς τὸ πείραμα αὐτὸ κάθε ἐργάτης καλλιεργεῖ κατὰ μέσον ὄρον $3/8$ τοῦ στρέμματος. Ἄρα, ἂν εἰς τὰ $3/8$ στρέμματος ἀπασχολεῖται ἓνας ἐργάτης, τὸ συνολικὸν προϊόν θὰ εἶναι τὸ $1/8$ τοῦ προϊόντος τὸ ὅποιον παράγεται μὲ 8 ἐργάτας ἀπασχολουμένους εἰς 3 στρέμματα.¹¹ Συνεπῶς τὸ συνολικὸν προϊόν μὲ $3/8$ στρέμματος καὶ ἓνα ἐργάτην εἶναι $1/8$ τοῦ 64, ἥτοι 8.

Ὅμοίως, διὰ τὴν προτελευταίαν σειρὰν τοῦ Πίνακος 5.3.1, 3 στρέμματα καλλιεργούμενα ἀπὸ 7 μονάδας ἐργασίας παράγουν 66 μονάδας προϊόντος. Συνεπῶς $3/7$ στρέμματος καλλιεργούμενα ἀπὸ ἓνα ἐργάτην θὰ παράγουν $1/7$ τοῦ προϊόντος τούτου, ἥτοι $1/7$ τοῦ 66, ὅπερ ἰσοῦται πρὸς 9,4. Προχωροῦντες κατ' αὐτὸν τὸν τρόπον ἀπὸ τὸ τέλος πρὸς τὴν κορυφὴν τοῦ Πίνακος 5.3.1 δυνάμεθα νὰ εὐρωμεν τὸ συνολικὸν προϊόν τοῦ ἐδάφους, ὡς τοῦτο δεικνύεται εἰς τὴν τετάρτην στήλην τοῦ Πίνακος 5.3.2. Θὰ πρέπει νὰ παρατηρηθῇ ὅτι αὕτη ἡ μέθοδος ὑπολογισμοῦ ἀναγκαιῶς δεικνύει ὅτι διὰ κάθε λόγον ἐδάφους - ἐργασίας, τὸ συνολικὸν προϊόν τοῦ ἐδάφους εἶναι ἀκριβῶς τὸ ἴδιον μὲ τὸ μέσον προϊόν τῆς ἐργασίας.¹²

Μετὰ ταῦτα, θὰ πρέπει νὰ εὐρωμεν τὸ ὀριακὸν προϊόν κατὰ στρέμμα ἐδάφους. Εἰς τὸν Πίνακα 5.3.2 ὅταν ἡ ποσότης τοῦ ἐδάφους μεταβάλλεται ἀπὸ $3/8$ εἰς $3/7$ στρέμματος, τὸ συνολικὸν προϊόν τοῦ ἐδάφους αὐξάνεται ἀπὸ 8 εἰς 9,4 ἥτοι κατὰ 1,4 μονάδας. Ἡ σταθερὰ εισροὴ ἠϋξήθη κατὰ $3/7 - 3/8$, ἥτοι κατὰ $3/56$. Ἄρα, τὸ ὀριακὸν προϊόν ἑνὸς προσθέτου στρέμματος, εἰς τὸ ἐπίπεδον τοῦτο τῆς σταθερᾶς εισροῆς, εἶναι $1,4 \times (56/3) = 26,1$. Ὅμοίως, ὅταν αἱ μονάδες σταθερᾶς εισροῆς αὐξάνονται ἀπὸ $3/7$ εἰς $3/6$ στρέμματος, τὸ συνολικὸν προϊόν αὐξάνεται ἀπὸ 9,4 εἰς 11 ἥτοι κατὰ 1,6. Ἄρα τὸ ὀριακὸν προϊόν εἶναι $1,6 \times (42/3) = 22,4$. Συνεχίζοντες κατ' αὐτὸν τὸν τρόπον δυνάμεθα νὰ εὐρωμεν τὸ ὀριακὸν προϊόν τοῦ ἐδάφους εἰς τὸ ἐν λόγῳ πείραμα.

11. Τοῦτο εἶναι ἐπακριβῶς ὀρθὸν ὅταν, καὶ μόνον ὅταν, ἡ συνάρτησις παραγωγῆς εἶναι ὁμογενῆς πρώτου βαθμοῦ.

12. Ὑποστηρίζεται, συχνά, ὅτι ἰσχύει καὶ ἡ ἀντίστροφος σχέσις, ὅτι δηλαδὴ τὸ συνολικὸν προϊόν τοῦ μεταβλητοῦ παραγωγικοῦ συντελεστοῦ ἰσοῦται πρὸς τὸ μέσον προϊόν τοῦ σταθεροῦ συντελεστοῦ. Ἡ συγκεκριμένη αὕτη σχέσις ἰσχύει ὅταν, καὶ μόνον ὅταν, ἡ ποσότης τοῦ σταθεροῦ συντελεστοῦ εἶναι ἀκριβῶς $\mu \circ \nu \acute{\alpha} \varsigma$ καὶ ἡ συνάρτησις παραγωγῆς εἶναι ὁμογενῆς πρώτου βαθμοῦ.

ΠΙΝΑΞ 5.3.2

ΣΥΝΟΛΙΚΟΝ, ΜΕΣΟΝ ΚΑΙ ΟΡΙΑΚΟΝ ΠΡΟΪΟΝ ΤΟΥ ΕΔΑΦΟΥΣ
ΟΤΑΝ ΔΙΑΦΟΡΟΙ ΕΚΤΑΣΕΙΣ ΚΑΛΛΙΕΡΓΟΥΝΤΑΙ ΑΠΟ ΕΝΑ ΕΡΓΑΤΗΝ

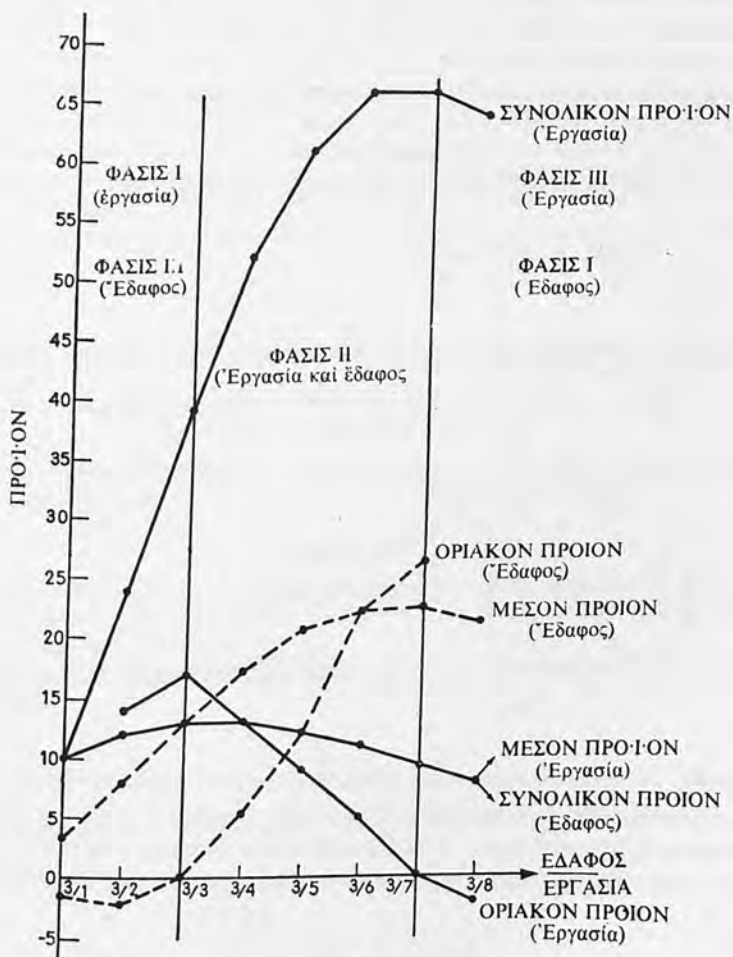
Στρέμματα εδάφους	Αριθμός εργατών	Λόγος εδάφους- εργασίας	Συνολικόν προϊόν (εδάφους)	Μέσον προϊόν ανά στρέμμα εδάφους	Όριακόν προϊόν ανά στρέμμα εδάφους
3/8	1	3/8	8	21,30	—
3/7	1	3/7	9,40	21,90	26,10
3/6	1	3/6	11	22	22,40
3/5	1	3/5	12,20	20,80	12
3/4	1	3/4	13	17,30	5,30
3/3	1	3/3	13	13	0
3/2	1	3/2	12	8	-2
3/1	1	3/1	10	3,30	-1,30

Τέλος, κατ' ανάλογον τρόπον δύναται νά εξαχθῆ καί τὸ μέσον προϊόν κατὰ στρέμμα ἐδάφους : 3/8 στρέμματος ἐν συνδυασμῶ με ἕνα ἐργάτην δύναται νά παράγουν 8 μονάδας προϊόντος. Ἄρα 1 στρέμμα ἐδάφους ἔχει μέσον ποῖον $8 \times (8/3) = 21,3$. Ὁμοίως 3/7 στρέμματος παράγουν 9,4 μονάδας προϊόντος. Ἄρα, εἰς τὸ ἐπίπεδον τοῦτο τῆς σταθερᾶς εἰσροῆς τὸ μέσον κατὰ στρέμμα προϊόν εἶναι $9,4 \times (7/3) = 21,9$. Χρησιμοποιοῦντες τὴν μέθοδον αὐτὴν δι' ἐκάστην τιμὴν τῆς εἰσροῆς «ἐδάφους», λαμβάνομεν τὸ μέσον κατὰ στρέμμα προϊόν τοῦ ἐδάφους (βλέπε προτελευταίαν στήλην τοῦ Πίνακος 5.3.2).

Τὰ ὑποθετικά δεδομένα τῶν Πινάκων 5.3.1 καὶ 5.3.2 ἐμφανίζονται γραφικῶς εἰς τὸ Σχῆμα 5.3.5. Ἐφιστᾶται ἡ προσοχὴ ἐπὶ τοῦ ὅτι ὁ ὀριζόντιος ἄξων δίδει τὸν λόγον ἐδάφους - ἐργασίας καὶ ὅτι ὁ λόγος αὐτὸς βῆμα εἰς τὸ φθίνων καθὼς κινούμεθα πρὸς τὰ δεξιὰ ἐπὶ τοῦ ἄξονος. Ἡ ἀρχὴ τῶν ἀξόνων εἶναι 3,0 καὶ οὐχὶ ὡς συνηθίζεται 0,0. Ἐπὶ πλέον, ὑπάρχει καὶ μία ἄλλη σημαντικὴ διαφορὰ εἰς τὴν κλίμακα μετρήσεως τοῦ ὀριζοντίου ἄξονος. Κανονικῶς ἡ κατὰ μονάδα ἀπόστασις μετρεῖ τὴν κατὰ μίαν μονάδα μεταβολὴν τῆς μεταβλητῆς, εἰς τρόπον ὥστε ἡ ἀπόστασις ἀπὸ τὸ 1 εἰς τὸ 2 νά εἶναι ἡ ἴδια μετὰ τὴν ἀπόστασιν ἀπὸ τὸ 7 εἰς τὸ 8. Εἰς τὸ διάγραμμα τοῦτο, ὅμως, ἡ κατὰ μονάδα ἀπόστασις κατὰ μήκος τοῦ ἄξονος μετρεῖ τὴν κατὰ μίαν μονάδα μεταβολὴν τοῦ παρονομαστοῦ ἑνὸς κλάσματος τοῦ ὁποίου ὁ ἀριθμητὴς παραμένει σταθερὸς. Οὕτως ἡ ἀπόστασις ἀπὸ τὸ 3/1 εἰς τὸ 3/2 εἶναι ἡ αὐτὴ πρὸς τὴν ἀπόστασιν ἀπὸ τὸ 3/7 εἰς τὸ 3/8.

ΣΧΗΜΑ 5.3.5

ΑΙ ΚΑΜΠΥΛΑΙ ΠΑΡΑΓΩΓΗΣ ΤΗΣ ΕΡΓΑΣΙΑΣ ΚΑΙ ΤΟΥ ΕΔΑΦΟΥΣ
ΔΙΑ ΤΟΥΣ ΑΥΤΟΥΣ ΛΟΓΟΥΣ ΕΔΑΦΟΥΣ - ΕΡΓΑΣΙΑΣ



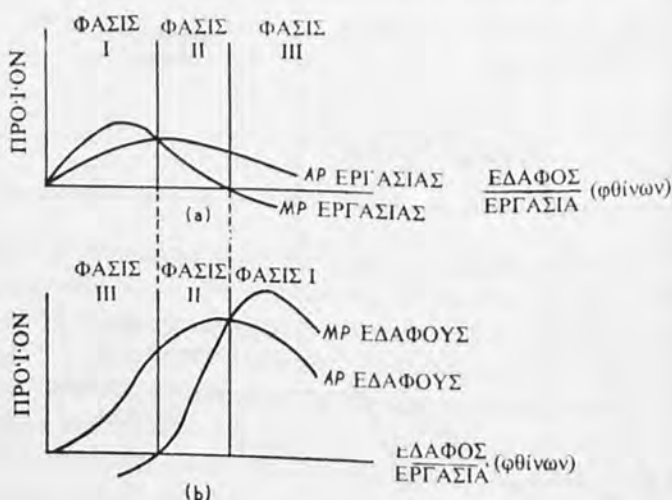
Ἐν πρώτοις παρατηροῦμεν ὅτι αἱ καμπύλαι τοῦ συνολικοῦ, τοῦ μέσου καὶ τοῦ ὀριακοῦ προϊόντος τῆς ἐργασίας (συνεχεῖς γραμμαὶ) εἶναι ἀκριβῶς αἱ αὐταὶ ὡς εἰς τὰ Σχήματα 5.2.1 καὶ 5.2.2. Ἡ φάσις I διὰ τὴν ἐργασίαν λήγει εἰς τὸ σημεῖον ὅπου τὸ μέσον προϊόν τῆς ἐργασίας λαμβάνει τὴν μέγιστην τιμὴν του. Ὅμοίως ἡ φάσις III διὰ τὴν ἐργασίαν ἄρχεται ἀπὸ τοῦ σημείου ὅπου τὸ ὀριακὸν προϊόν τῆς ἐργασίας εἶναι μηδὲν (συνολικὸν προϊόν ἐργα-

σίας εις μέγιστον). Χάριν σαφεστεράς παρουσιάσεως, τοῦτο δεικνύεται εἰς τὸ τμήμα α τοῦ Σχήματος 5.3.6, τὸ ὁποῖον παρουσιάζει μίαν περισσότερον γενικὴν, «συνεχῆ» περίπτωσιν.¹³

Αἱ διακεκόμμεναι γραμμαὶ τοῦ Σχήματος 5.3.5 δεικνύουν τὸ μέσον καὶ τὸ ὀριακὸν προϊόν τοῦ ἐδάφους (τὸ συνολικὸν προϊόν τοῦ ἐδάφους εἶναι τὸ αὐτὸ μὲ τὸ μέσον προϊόν τῆς ἐργασίας). Τὸ διάγραμμα σαφῶς δεικνύει — ὡς καὶ τὸ Σχῆμα 5.3.6 ἐπίσης τονίζει — τὴν συμμετρίαν τῶν τριῶν φάσεων τῆς

ΣΧΗΜΑ 5.3.6

Η ΣΥΜΜΕΤΡΙΑ ΤΩΝ ΦΑΣΕΩΝ ΤΗΣ ΠΑΡΑΓΩΓΗΣ



παραγωγῆς. Τὸ ὀριακὸν προϊόν τοῦ ἐδάφους εἶναι κατ' ἀρχάς ἀρνητικὸν καὶ φθάνει τὸ μηδὲν ὅταν τὸ συνολικὸν προϊόν τοῦ ἐδάφους (= μέσον προϊόν τῆς ἐργασίας) ἔχει μέγιστον. Ἄρα ὕψηλοι λόγοι ἐδάφους - ἐργασίας ὀρίζουν τὴν φάσιν III, τὴν περιοχὴν ὅπου τὸ ὀριακὸν προϊόν τοῦ ἐδάφους εἶναι

13. Εἰς τὴν «ἀσυνεχῆ» περίπτωσιν τοῦ Σχήματος 5.3.5, ἡ φάσις I τελειώνει ὅταν τὸ μέσον προϊόν τῆς ἐργασίας λαμβάνῃ τὴν μεγίστην τιμὴν τοῦ 13. Εἰς τὰ σημείον τοῦτο, ἐξ αἰτίας τῶν «ἀσυνεχῶν» δεδομένων, τὸ ὀριακὸν προϊόν εἶναι μεγαλύτερον τοῦ μέσου προϊόντος — ἀλλὰ εἶναι ἴσον εἰς τὴν ἐπομένην τιμὴν τῆς εἰσροῆς ὅπου τὸ ὀριακὸν προϊόν = μέσον προϊόν = 13. Εἰς τὴν «συνεχῆ» περίπτωσιν τοῦ Σχήματος 5.3.6, τὸ μέσον προϊόν ἔχει ἕνα καὶ μόνον ἀδικὸν μέγιστον ἀντιστοιχοῦν πρὸς ἕνα καὶ μόνον ἀδικὸν λόγον ἐδάφους - ἐργασίας. Εἰς τὴν περίπτωσιν αὐτὴν, ὡς καὶ εἰς τὸ Σχῆμα 5.3.4, ἡ φάσις I τελειώνει ἐκεῖ ὅπου τὸ ὀριακὸν καὶ τὸ μέσον προϊόν τῆς ἐργασίας εἶναι ἴσα.

άρνητικόν. Ὁμοίως τὸ μέσον προϊόν τοῦ ἐδάφους γίνεται μέγιστον εἰς τὸν αὐτὸν λόγον ἐδάφους - ἐργασίας (τρία ἔβδομα) εἰς τὸν ὅποιον τὸ ὀριακὸν προϊόν τῆς ἐργασίας γίνεται μηδέν. Ἄρα τὸ σημεῖον τοῦτο ὀρίζει τὴν φάσιν I διὰ τὸ ἔδαφος καὶ τὴν φάσιν III διὰ τὴν ἐργασίαν. ¹⁴

14. Τὸ οὐσιώδες χαρακτηριστικὸν εἶναι ὅτι τὸ ὀριακὸν προϊόν τοῦ σταθεροῦ συντελεστοῦ εἶναι ἀρνητικὸν ὅταν τὸ μέσον προϊόν τοῦ μεταβλητοῦ συντελεστοῦ ἀνέρχεται, καὶ εἶναι θετικὸν ὅταν τοῦτο κατέρχεται. Λόγω τῆς σχέσεως αὐτῆς, τὸ ὀριακὸν προϊόν τοῦ σταθεροῦ συντελεστοῦ εἶναι μηδέν ὅταν τὸ μέσον προϊόν τοῦ μεταβλητοῦ συντελεστοῦ ἔχει μέγιστον.

Αἱ σχέσεις αὐταὶ ἀποδεικνύονται εὐκόλως. Ἐστω ὅτι ἡ συνάρτησις παραγωγῆς εἶναι :

$$q = f(x, y), \quad (5.14.1)$$

ὅπου ἡ f εἶναι ὁμογενῆς πρώτου βαθμοῦ ὡς πρὸς x καὶ y . Βάσει τοῦ Θεωρήματος τοῦ Euler, ἔχομεν :

$$q = xf_x + yf_y, \quad (5.14.2)$$

ὅπου οἱ δεῖκται συμβολίζουν τὰς μερικὰς παραγώγους. Ἐπι πλέον, βάσει τῆς ὁμογενείας τῆς f , γνωρίζομεν ὅτι :

$$xf_{xx} = -yf_{xy} \quad (5.14.3)$$

[Διὰ μίαν ἀνάλυσιν τῶν ιδιοτήτων τῶν ὁμογενῶν συναρτήσεων πρώτου βαθμοῦ, βλέπε R. G. D. Allen, «Mathematical Analysis for Economists» (New York: St. Martin's Press, 1938) σελ. 315 - 319].

Ἐκ τῆς ἐξίσωσως (5.14.2), τὸ μέσον προϊόν τῆς x , τῆς μεταβλητῆς εἰσροῆς, δύναται νὰ γραφῆ :

$$\frac{q}{x} = f_x + \frac{y}{x} f_y. \quad (5.14.4)$$

Διὰ νὰ ἔχη μέγιστον τὸ μέσον προϊόν τοῦ μεταβλητοῦ συντελεστοῦ, εἶναι ἀναγκαῖον ὅπως :

$$\frac{\partial \left(\frac{q}{x} \right)}{\partial x} = f_{xx} - \frac{y}{x^2} f_y + \frac{y}{x} f_{xy} = 0. \quad (5.14.5)$$

Χρησιμοποιοῦντες τὴν ἐξίσωσιν (5.14.3) εἰς τὴν (5.14.5), λαμβάνομεν :

$$\frac{\partial \left(\frac{q}{x} \right)}{\partial x} = -\frac{y}{x^2} f_y = 0. \quad (5.14.6)$$

Δεδομένου ὅτι αἱ εἰσροαὶ εἶναι θετικά, ἡ ἐξίσωσις (5.14.6) σημαίνει ὅτι $f_y = 0$.

Διὰ νὰ ἔχωμεν ἓν κατάλληλον μέγιστον, ἡ ἐξίσωσις (5.14.6) πρέπει νὰ εἶναι θετικὴ ὅταν ὁ λόγος τῶν εἰσροῶν εἶναι μικρότερος τοῦ «κρίσιμου» (δηλαδή ἐκεῖνου εἰς τὸν ὅποιον

Ἡ φάσις II εἶναι ἡ αὐτὴ καὶ ἀπὸ τῆς πλευρᾶς τῆς ἐργασίας καὶ ἀπὸ τῆς πλευρᾶς τοῦ ἐδάφους, εἶναι δὲ ἡ μόνη φάσις εἰς τὴν ὁποίαν θὰ διεξαχθῆ ἡ παραγωγικὴ διαδικασία. Ἀπὸ τῆς πλευρᾶς τῆς μεταβλητῆς εἰσροῆς (ἐργασίας) ἡ φάσις II εὐρίσκεται μεταξὺ τῶν ὁρίων ἐκτατικῆς καὶ ἐντατικῆς ἐκμεταλλεύσεως. Ὅμως, ὅτι ἀποτελεῖ τὸ ὄριον ἐκτατικῆς ἐκμεταλλεύσεως τῆς μεταβλητῆς εἰσροῆς, ἀποτελεῖ τὸ ὄριον ἐντατικῆς ἐκμεταλλεύσεως τῆς σταθερᾶς εἰσροῆς καὶ ἀντιστρόφως. Οὕτως, ἡ φάσις II, ἀπὸ τῆς πλευρᾶς τῆς σταθερᾶς εἰσροῆς (ἔδαφος), εὐρίσκεται μεταξὺ τῶν ὁρίων ἐντατικῆς καὶ ἐκτατικῆς ἐκμεταλλεύσεως.

Τὰ πλεῖστα σημεῖα, τὰ ὁποῖα ἀνελύθησαν εἰς τὴν παράγραφον αὐτὴν, δύνανται περιληπτικῶς νὰ τεθοῦν ὡς ἑξῆς :

ΣΧΕΣΕΙΣ : (1) Ὑφίσταται μία συμμετρία τῶν 3 φάσεων τῆς παραγωγῆς ὅσον ἀφορᾷ τὴν μεταβλητὴν καὶ τὴν σταθερὰν εἰσροὴν. Συγκεκριμένως ἡ φάσις I (ἢ III) διὰ τὴν μεταβλητὴν εἰσροὴν καὶ ἡ φάσις III (ἢ I) διὰ τὴν σταθερὰν εἰσροὴν καλύπτουν τὴν αὐτὴν ἀκριβῶς περιοχὴν τιμῶν τοῦ λόγου σταθερᾶς - μεταβλητῆς εἰσροῆς. Ἡ φάσις II εἶναι ἡ αὐτὴ δι' ἀμφοτέρας τὰς εἰσροάς. (2) Εἰς τὴν περιοχὴν τῶν αὐξουσῶν μέσων ἀποδόσεων (αὐξοντος μέσου προϊόντος) τῆς μεταβλητῆς εἰσροῆς, αἱ ὀριακαὶ ἀποδόσεις τῆς σταθερᾶς εἰσροῆς εἶναι ἀρνητικαί. Ὁμοίως, ἡ περιοχὴ τῶν αὐξουσῶν μέσων ἀποδόσεων (αὐξοντος μέσου προϊόντος) τῆς σταθερᾶς εἰσροῆς ἀντιστοιχεῖ πρὸς τὴν περιοχὴν τῶν ἀρνητικῶν ὀριακῶν ἀποδόσεων τῆς μεταβλητῆς εἰσροῆς. (3) Τιθέμενον κατ' ἄλλον τρόπον, τὸ ὄριον ἐκτατικῆς ἐκμεταλλεύσεως τῆς μεταβλητῆς εἰσροῆς ἀντιστοιχεῖ πρὸς τὸ ὄριον ἐντατικῆς ἐκμεταλλεύσεως τῆς σταθερᾶς εἰσροῆς καὶ ἀντιστρόφως. (4) Καθ' ὅλον τὸ εὖρος τιμῶν τοῦ λόγου τῶν εἰσροῶν, δι' ὃ τὸ μέσον προϊόν τῆς μεταβλητῆς εἰσροῆς ἀνέρχεται, δὲν θὰ ὑπάρξῃ παραγωγή, διότι ἡ σταθερὰ εἰσροὴ ὑφίσταται εἰς ἀντιοικονομικῶς μεγάλην ἀναλογίαν — χρησιμοποιεῖται δηλαδὴ πέραν τοῦ ὁρίου ἐντατικῆς ἐκμεταλλεύσεως αὐτῆς. Ὁμοίως, καθ' ὅλον τὸ εὖρος δι' ὃ τὸ ὀριακὸν προϊόν τῆς μεταβλητῆς εἰσροῆς εἶναι ἀρνητικὸν δὲν θὰ ὑπάρξῃ παραγωγή, διότι ἡ μεταβλητὴ εἰσροὴ ὑφίσταται εἰς ἀντιοικονομικῶς μεγάλην ἀναλογίαν — χρησιμοποιεῖται δηλαδὴ πέραν τοῦ ὁρίου ἐντατικῆς ἐκμεταλλεύσεως αὐτῆς. Οὕτω, μόνον εἰς τὴν φάσιν II θὰ ὑπάρξῃ παραγωγή, δηλαδὴ εἰς τὸ εὖρος ἐκεῖνο τιμῶν τοῦ λόγου τῶν εἰσροῶν, τὸ ὁποῖον κεῖται μεταξὺ τῶν

ὑπάρχει τὸ μέγιστον) καὶ πρέπει νὰ εἶναι ἀρνητικὴ ὅταν ὁ λόγος τῶν εἰσροῶν εἶναι μεγαλύτερος τοῦ «κρίσιμου». Δεδομένου ὅτι τὸ πρόσημον τῆς f_y εἶναι τὸ ἀντίθετον, ἡ σχέσις ἡ ὁποία ἀνεφέρθη εἰς τὴν ἀρχὴν τῆς παρούσης ὑποσημειώσεως ἔχει ἀποδειχθῆ.

Διὰ λεπτομερεστέραν ἀνάλυσιν τῶν ὁμογενῶν συναρτήσεων παραγωγῆς πρώτου βαθμοῦ βλέπε C. E. Ferguson «Neoclassical Theory of Production and Distribution» (London and New York : Cambridge University Press, 1969), κεφ. 5.

δρίων έντατικῆς έκμεταλλεύσεως τῆς σταθερᾶς καί τῆς μεταβλητῆς είσροῆς άντιστοιχως.

5.4. ΓΡΑΜΜΙΚΩΣ ΟΜΟΓΕΝΕΙΣ ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΙΣ ΠΑΡΑΓΩΓΗΣ

Τὸ κατὰ πόσον αἱ συναρτήσεις παραγωγῆς χαρακτηριστικῶς δεικνύουν σταθερὰς ἀποδόσεις κλίμακος εἶναι εἰς τὴν καλλιτέραν περίπτωση μία ἐμπειρικὴ ἐρώτησις καί εἰς τὴν χειροτέραν περίπτωση μία πολὺ συζητήσιμος τοιαύτη. Ἐν τούτοις, ἡ μαθηματικὴ ἀπλότης τῶν ὁμογενῶν συναρτήσεων πρώτου βαθμοῦ ἀναγκάζει συχνὰ τοὺς οικονομολόγους νὰ ὑποθέτουν σταθερὰς ἀποδόσεις κλίμακος. Συγκεκριμένως, πολλὰ ἀπὸ τὰ προκεχωρημένα οἰκονομικὰ ὑποδείγματα ἀπλῶς δὲν δύνανται νὰ λυθοῦν, ἐκτὸς ἂν ὑποτεθῆ ὅτι ἡ συνάρτησις παραγωγῆς εἶναι γραμμικῶς ὁμογενῆς. Δεδομένου ὅτι εἰς τὴν οἰκονομικὴν φιλολογίαν συναντῶνται πολὺ συχνὰ συναρτήσεις παραγωγῆς μὲ σταθερὰς ἀποδόσεις κλίμακος, εἰς τὸ τμήμα αὐτὸ καί εἰς τὸ Κεφάλαιον 6 θὰ ἀναλυθοῦν μερικὰ ἀπὸ τὰ κύρια χαρακτηριστικά των.

5.4.a. — Ἡ ἔννοια τῆς «γραμμικῆς ὁμογενείας»

Ἡ «γραμμικὴ ὁμογένεια» καί αἱ «σταθεραὶ ἀποδόσεις κλίμακος» ἀποτελοῦν διαζευκτικούς ὅρους ὅταν χρησιμοποιοῦνται διὰ τὴν περιγραφὴν μιᾶς συναρτήσεως παραγωγῆς. Ἀμφότεροι, βασικῶς, σημαίνουν ὅτι : ἂν ὄλαι αἱ εἰσοαὶ αὐξηθοῦν κατὰ τὴν αὐτὴν ἀναλογίαν, τὸ προϊόν θὰ αὐξηθῆ κατὰ τὴν ἰδίαν ἀναλογίαν. Θεωρήσατε τὴν ἀπλὴν συνάρτησιν τύπου Cobb-Douglas.

$$q = f(x, y) = Ax^a y^{1-a} \quad (5.4.1)$$

ὅπου A καί a εἶναι θετικαὶ σταθεραὶ καί $0 < a < 1$. Ἐστὼ τώρα ὅτι ἀμφότερα τὰ x καί y αὐξάνουν κατὰ τὴν ἀναλογίαν λ . Λαμβάνομεν οὕτως :

$$\begin{aligned} f(\lambda x, \lambda y) &= A(\lambda x)^a (\lambda y)^{1-a} = A\lambda^a \lambda^{1-a} x^a y^{1-a} \\ &= A\lambda x^a y^{1-a} = \lambda (Ax^a y^{1-a}) = \lambda f(x, y) = \lambda q. \end{aligned} \quad (5.4.2)$$

Οὕτως, ἂν ἡ ἀπασχόλησις ὄλων τῶν εἰσροῶν αὐξηθῆ κατὰ τὴν αὐτὴν ἀναλογίαν, τὸ προϊόν θὰ αὐξηθῆ κατὰ τὴν ἰδίαν ἀναλογίαν. Αὐτὸ ἀκριβῶς σημαίνει ὁ ὅρος «σταθεραὶ ἀποδόσεις κλίμακος».

Τὸ ἕτερον οὐσιῶδες χαρακτηριστικὸν τῶν γραμμικῶς ὁμογενῶν συναρτήσεων παραγωγῆς εἶναι τὸ ἐξῆς : τὸ μέσον καί τὸ ὀριακὸν προϊόν ἐξαρτῶνται ἀπὸ τὸν λόγον κατὰ τὸν ὁποῖον συνδυάζονται αἱ εἰσοαὶ, ὅμως εἶναι ἀνεξάρτητα τῶν ἀπολύτων μεγεθῶν τῶν εἰσροῶν. Θεωρή-

σατε και πάλιν την συνάρτησιν Cobb - Douglas. Διαιρέσατε ἀμφοτέρα τὰ μέλη τῆς 5.4.1 διὰ x , διὰ νὰ λάβετε τὸ μέσον προϊόν τῆς X .

$$AP_x = \frac{q}{x} = Ax^{a-1}y^{1-a} = A\left(\frac{y}{x}\right)^{1-a}. \quad (5.4.3)$$

Τοῦτο σαφῶς δεικνύει ὅτι τὸ μέσον προϊόν τῆς X ἐξαρτᾶται μόνον ἀπὸ τὸν λόγον τῶν παραγωγικῶν εἰσροῶν ἢ, ἄλλως, ἀπὸ τὰς ἀναλογίας τῶν συντελεστῶν τῆς παραγωγῆς. Ἐπὶ παραδείγματι, ὑποθέσατε ὅτι $A = 100$ καὶ $a = 1/2$. Ἄν $y = 4$ καὶ $x = 1$, τὸ μέσον προϊόν τῆς X εἶναι 200. Ἄν $y = 400$ καὶ $x = 100$, ὁ λόγος τῶν εἰσροῶν εἶναι ὁ ἴδιος καὶ ἐπομένως τὸ μέγεθος τοῦ μέσου προϊόντος εἶναι τὸ αὐτὸ (200).

Ἡ αὐτὴ σχέσις δύνανται νὰ δειχθῆ καὶ διὰ τὸ ὀριακὸν προϊόν. Ἐστω ὅτι ἡ y εἶναι σταθερὰ καὶ ἔστω ὅτι ἡ εἰσροὴ X αὐξάνεται ἀπὸ x εἰς $x + \Delta x$. Ἡ μεταβολὴ εἰς τὸ προϊόν θὰ εἶναι :

$$\Delta q = A(x + \Delta x)^a y^{1-a} - Ax^a y^{1-a} = Ay^{1-a} [(x + \Delta x)^a - x^a]. \quad (5.4.4)$$

Χρησιμοποιοῦντες τὸ διωνυμικὸν θεώρημα, δυνάμεθα νὰ ἀναπτύξωμεν τὸν ὅρον $(x + \Delta x)^a$ ὡς ἐξῆς :

$$(x + \Delta x)^a = x^a + ax^{a-1}\Delta x + a(a-1)x^{a-2}(\Delta x)^2 + \dots \quad (5.4.5)$$

Διὰ μικρὰς τιμὰς τοῦ Δx , δυνάμεθα νὰ ἀγνοήσωμεν τοὺς ὅρους ποὺ περιλαμβάνουν ὑψηλότερας δυνάμεις τοῦ Δx , δηλαδὴ τοὺς Δx^2 , Δx^3 κ.τ.λ. Οὕτως, ἡ $(x + \Delta x)^a$ εἶναι κατὰ προσέγγισιν ἴση πρὸς $x^a + ax^{a-1}\Delta x$. Ἀντικαθιστῶντες τοῦτο εἰς τὴν ἐξίσωσιν (5.4.4) λαμβάνομεν :

$$\Delta q = Ay^{1-a}[x^a + ax^{a-1}\Delta x - x^a] = aAy^{1-a}x^{a-1}\Delta x. \quad (5.4.6)$$

Ἄρα τὸ ὀριακὸν προϊόν τῆς X δύνανται νὰ γραφῆ :

$$\frac{\Delta q}{\Delta x} = aA\left(\frac{y}{x}\right)^{1-a}, \quad (5.4.7)$$

ὅπερ δεικνύει ὅτι τὸ ὀριακὸν προϊόν ἐξαρτᾶται μόνον ἀπὸ τὸν λόγον τῶν εἰσροῶν.

Τὰ βασικὰ χαρακτηριστικὰ τῶν γραμμικῶς ὁμογενῶν συναρτήσεων παραγωγῆς δύνανται περιληπτικῶς νὰ τεθοῦν ὡς ἐξῆς :

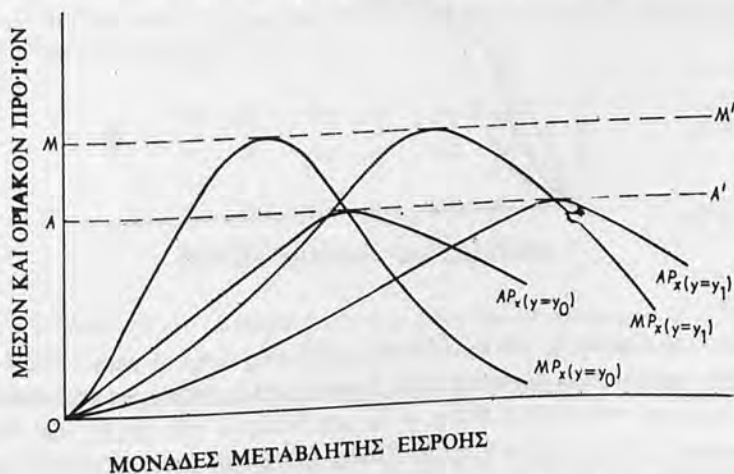
ΣΧΕΣΕΙΣ : "Αν ή συνάρτησις παραγωγής είναι όμογενής 1ου βαθμού, (i) ύπάρχουν σταθεραί άποδόσεις κλίμακος εις αναλογικάς αύξήσεις όλων των εισροών και (ii) αϊ συναρτήσεις του όριακου και του μέσου προϊόντος εξαρτώνται μόνον από τον λόγον κατά τον όποιον συνδυάζονται αϊ εισροαί και, συγκεκριμένως, είναι ανεξάρτητοι των άπολύτων μεγεθών των άπασχολουμένων εισροών.

5.4.b. — Αϊ καμπύλαι παραγωγής

Τό γεγονός ότι τό όριακόν και τό μέσον προϊόν εξαρτώνται άποκλειστικώς από τον λόγον των εισροών έχει ώρισμένας συνεπειάς επί του σχήματος των καμπυλών παραγωγής. Υποθέσατε ότι ή X είναι ό μεταβλητός παραγωγικός συντελεστής και ότι ή Y είναι σταθερά εις τό επίπεδον $y = y_0$. Αϊ καμπύλαι του όριακου και του μέσου προϊόντος δεικνύονται εις τό Σχήμα 5.4.1. Η καμπύλη του όριακου προϊόντος φθάνει την μεγίστην τιμήν της

ΣΧΗΜΑ 5.4.1

ΚΑΜΠΥΛΑΙ ΜΕΣΟΥ ΚΑΙ ΟΡΙΑΚΟΥ ΠΡΟΪΟΝΤΟΣ ΕΙΣ ΜΙΑΝ ΟΜΟΓΕΝΗ ΠΡΩΤΟΥ ΒΑΘΜΟΥ ΣΥΝΑΡΤΗΣΙΝ ΠΑΡΑΓΩΓΗΣ



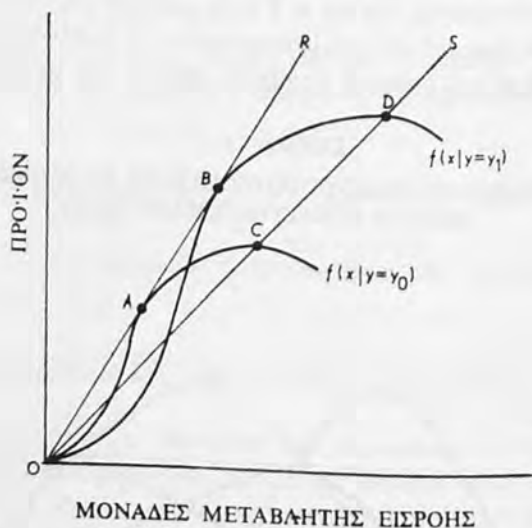
OM, κατόπιν κατέρχεται και τέμνει την καμπύλην του μέσου προϊόντος εις τό μέγιστον OA αυτής. Υποθέσατε τώρα ότι ή σταθερά εισροή Y αύξάνεται εις $y_1 > y_0$. Αϊ καμπύλαι παραγωγής μετατοπίζονται και άμφοτέραί άποκτούν «νέα» μέγιστα εις μεγαλύτερον ύψος άπασχολήσεως της X. Δεδομένου, όμως, ότι τά μέγιστα άμφοτέρων των συναρτήσεων εξαρτώνται μόνον από τον λόγον των εισροών, τά μέγιστα πρέπει νά εϊναι τά αυτά είτε ή $y = y_0$,

είτε ή $y = y_1$ είτε ή y έχει οίανδήποτε άλλην τιμήν. Ούτως, αί καμπύλαι του όριακού και του μέσου προϊόντος μετατοπίζονται ως είς τό Σχήμα 5.4.1. δεικνύεται: τό όριακόν προϊόν έχει πάντοτε τό αυτό μέγιστον ΟΜ και τό μέσον προϊόν έχει πάντοτε τό αυτό μέγιστον ΟΑ.

Αί σχέσεις αύται δύνανται έπίσης νά δειχθοϋν διά τής μετατοπίσεως τής καμπύλης του συνολικού προϊόντος, ως είς τό Σχήμα 5.4.2. Ύπενθυμίζεται ότι ή κλίσις μιās άκτίνας, συνδεούσης τήν άρχήν τών άξόνων με ένα

ΣΧΗΜΑ 5.4.2

ΑΙ ΚΑΜΠΥΛΑΙ ΤΟΥ ΣΥΝΟΛΙΚΟΥ ΠΡΟΪΟΝΤΟΣ ΕΙΣ ΜΙΑΝ ΟΜΟΓΕΝΗ ΠΡΩΤΟΥ ΒΑΘΜΟΥ ΣΥΝΑΡΤΗΣΙΝ ΠΑΡΑΓΩΓΗΣ



σημείον τής καμπύλης του συνολικού προϊόντος, είναι τό μέσον προϊόν και τό μέσον προϊόν έχει μέγιστον όταν ή άκτίς μόλις έφάπτεται τής καμπύλης του συνολικού προϊόντος. Με $y = y_0$ μία άκτίς εκ τής άρχής τών άξόνων έφάπτεται τής $f(x|y=y_0)$ είς τό Α. Όμως, δεδομένου ότι ή μεγίστη τιμή του μέσου προϊόντος είναι ή αύτή ανεξαρτήτως τής τιμής τής y , ή $f(x|y=y_1)$ και όλαι αί άλλαι καμπύλαι του συνολικού προϊόντος θά πρέπει νά έφάπτωνται τής άκτίνας ΟR. Διά τούς ίδίους λόγους, τά μέγιστα τών καμπυλών του συνολικού προϊόντος θά πρέπει νά κείνται επί μιās άκτίνας ως ή OS του Σχήματος 5.4.2.

5.4.c. — Αί ελαστικότητες της παραγωγής και ὁ συντελεστής της συναρτήσεως

Εἶδομεν κατὰ τὴν μελέτην τῆς ζητήσεως, ὅτι ὁ συντελεστής τῆς ελαστικότητος μετρεῖ τὴν ποσοστιαίαν μεταβολὴν τῆς ἐξηρητημένης μεταβλητῆς (π.χ. τῆς ζητουμένης ποσότητος), τὴν προκύπτουσαν ἀπὸ μίαν δεδομένην ποσοστιαίαν μεταβολὴν τῆς ἀνεξαρτήτου μεταβλητῆς (π.χ. τῆς τιμῆς). Τοῦτο ἰσχύει καὶ διὰ τὴν παραγωγὴν ἄς ἀρχίσωμεν, συνεπῶς, μὲ τὸν ἐξῆς ὀρισμὸν :

ΟΡΙΣΜΟΣ Διθείσης μιᾶς συναρτήσεως παραγωγῆς $q = f(x, y)$, ἡ ελαστικότης τῆς παραγωγῆς ὡς πρὸς τὴν X εἶναι ἡ ποσοστιαία μεταβολὴ τοῦ προϊόντος ἢ προκύπτουσα ἀπὸ μίαν δεδομένην ποσοστιαίαν μεταβολὴν τῆς X , τῆς εἰσροῆς Y παραμενουσῆς σταθερᾶς. Ὅμοίως ἡ ελαστικότης τῆς παραγωγῆς ὡς πρὸς τὴν Y εἶναι ἡ ποσοστιαία μεταβολὴ τοῦ προϊόντος ἢ προκύπτουσα ἀπὸ μίαν δεδομένην μεταβολὴν τῆς Y , τῆς εἰσροῆς X παραμενουσῆς σταθερᾶς.

Ὡς καὶ εἰς τὴν περίπτωσιν τῶν ελαστικοτήτων τῆς ζητήσεως, αἱ ελαστικότητες τῆς παραγωγῆς δύνανται νὰ ἐκφρασθοῦν ὑπὸ μορφήν τύπων. Ἐστὼ ὅτι αἱ ϵ_x καὶ ϵ_y συμβολίζουσιν τὰς ελαστικότητας τῆς παραγωγῆς ὡς πρὸς τὴν X καὶ τὴν Y ἀντιστοίχως. Τότε,

$$\epsilon_x = \frac{\Delta q}{q} \cdot \frac{\Delta x}{x} = \frac{\Delta q}{\Delta x} \cdot \frac{x}{q} = \frac{\Delta q}{\Delta x} \cdot \frac{q}{x}, \quad (5.4.8)$$

$$\epsilon_y = \frac{\Delta q}{q} \cdot \frac{\Delta y}{y} = \frac{\Delta q}{\Delta y} \cdot \frac{y}{q} = \frac{\Delta q}{\Delta y} \cdot \frac{q}{y}. \quad (5.4.9)$$

Ἐφιστᾶται ἡ προσοχὴ εἰς τὰ δεξιὰ μέλη τῶν ἀνωτέρω ἐξισώσεων : Τὰ $\frac{\Delta q}{\Delta x}$

καὶ $\frac{\Delta q}{\Delta y}$ εἶναι, ἐξ ὀρισμοῦ, τὰ ὀριακὰ προϊόντα τῆς X καὶ τῆς Y . Ὅμοίως,

τὰ $\frac{q}{x}$ καὶ $\frac{q}{y}$ εἶναι τὰ μέσα προϊόντα τῆς X καὶ τῆς Y . Συνεπῶς, ἐξάγομεν

τὴν κάτωθι σχέσιν.

ΣΧΕΣΙΣ : Ἡ ελαστικότης τῆς παραγωγῆς ὡς πρὸς μίαν εἰσροὴν ἰσοῦται πρὸς τὸ ὀριακὸν προϊόν τῆς εἰσροῆς διηρημένον διὰ τοῦ μέσου προϊόντος τῆς εἰσροῆς.

Ἄς ἐπανεέλθωμεν τώρα εἰς τὸ Σχήμα 5.3.6 καὶ ἐξετάσωμεν τὸ τμήμα α. Εἰς τὴν γενικὴν περίπτωσιν, τὰ ὀριακὰ καὶ μέσα προϊόντα μεταβάλλονται

δταν μεταβάλλονται οί λόγοι τών εισροών. Ούτω, και ή ελαστικότης τής παραγωγής μεταβάλλεται.

ΑΣΚΗΣΙΣ : Χρησιμοποιήσατε τās εξισώσεις (5.4.3) και (5.4.7) διά νά αποδείξετε ότι, εις τήν πολὺ ειδικήν περίπτωσιν τών συναρτήσεων παραγωγής τύπου Cobb - Douglas, αί ελαστικότητες τής παραγωγής εἶναι σταθεραί.

Συγκεκριμένως, εις τό σημείον ὅπου τό μέσον προϊόν ἔχει μέγιστον, τό μέσον και τό ὀριακόν προϊόν εἶναι ἴσα, ἄρα ή ελαστικότης τής παραγωγής εἶναι μοναδιαία. Ὅμοίως, ὅταν τό ὀριακόν προϊόν εἶναι μηδέν, τό μέσον προϊόν εἶναι θετικόν, ἄρα ή ελαστικότης τής παραγωγής εἶναι μηδέν.

Ἡ ἀνωτέρω παράγραφος ἀνεφέρετο εις τόν μεταβλητόν παραγωγικόν συντελεστήν (ή μεταβλητήν εισροήν) τοῦ Σχήματος 5.3.6. Θεωρήσωμεν τώρα τό τμήμα b, ὅπερ ἀναφέρεται εις τόν σταθερόν παραγωγικόν συντελεστήν (σταθεράν εισροήν). Ὅταν τό μέσον προϊόν τής μεταβλητῆς εισροῆς ἔχει μέγιστον ($\epsilon_x = 1$), τό ὀριακόν προϊόν και ή ελαστικότης τής παραγωγής ὡς πρὸς τήν σταθεράν εισροήν εἶναι μηδέν ($\epsilon_y = 0$). Ἐπί πλέον βάσει τής συμμετρίας τών φάσεων τής παραγωγής, ὅταν τό ὀριακόν προϊόν τής μεταβλητῆς εισροῆς εἶναι μηδέν ($\epsilon_x = 0$) τό μέσον προϊόν τής σταθερᾶς εισροῆς ἔχει μέγιστον και εἶναι, βεβαίως, ἴσον πρὸς τό ἀντίστοιχον ὀριακόν προϊόν εις τό σημείον αὐτό, εις τρόπον ὥστε ή ελαστικότης τής παραγωγῆς ὡς πρὸς τήν σταθεράν εισροήν εἶναι μοναδιαία ($\epsilon_y = 1$).

Ἄς κρατήσωμεν τόν ὀρισμὸν τοῦτον πρὸς τό παρόν και ἄς εἰσαγάγωμεν ἓνα ἄλλον :

ΟΡΙΣΜΟΣ : Ὁ συντελεστῆς τής συναρτήσεως (ϵ) δεικνύει τήν ποσοστιαίαν μεταβολήν τοῦ προϊόντος τήν προκύπτουσαν ἀπὸ τήν αὐξησιν ὄλων τών εισροῶν κατὰ τήν αὐτὴν ἀναλογίαν (ἀναλογία = ποσοστόν).

Ὁ συντελεστῆς τής συναρτήσεως δύναται ἐπίσης νά ἐκφρασθῆ ὑπὸ μορφήν τύπου. Ἡ ποσοστιαία μεταβολή τοῦ προϊόντος εἶναι, βεβαίως, $\frac{\Delta q}{q}$.

Ἐστω ὅτι ὄλαι αἱ εισροαὶ αὐξάνονται κατὰ τήν αὐτὴν ἀναλογίαν $\frac{\Delta \lambda}{\lambda}$. Τότε, ἐξ ὀρισμοῦ :

$$\epsilon = \frac{\Delta q}{q} : \frac{\Delta \lambda}{\lambda} = \frac{\Delta q}{\Delta \lambda} \cdot \frac{\lambda}{q} \quad (5.4.10)$$

Γενικῶς ὁ συντελεστῆς τής συναρτήσεως εἶναι μία μεταβλητὴ ή ὁποία

ἐξαρτᾶται ἀπὸ τὴν «κλίμακα» παραγωγῆς. Ἐν τούτοις, εἰς τὴν εἰδικὴν περιπτώσιν τῶν σταθερῶν ἀποδόσεων κλίμακος, γνωρίζομεν ὅτι τὸ προϊόν αὐξάνεται κατὰ τὴν αὐτὴν ἀναλογίαν καθ' ἣν αὐξάνονται αἱ εἰσροαί. Συνεπῶς, ἂν ἡ συνάρτησις παραγωγῆς εἶναι ὁμογενῆς πρώτου βαθμοῦ, ὁ συντελεστὴς τῆς συναρτήσεως εἶναι πάντοτε μοναδιαῖος.

Μὲ πολὺ ἀπλὴν ἄλγεβραν, δυνάμεθα νὰ συνδέσωμεν τὸν συντελεστὴν τῆς συναρτήσεως μὲ τὰς ἐλαστικότητας τῆς παραγωγῆς. Ἐστω ὅτι ἡ συνάρτησις παραγωγῆς εἶναι $q = f(x, y)$. Ἐπομένως, ἡ αὐξησης τοῦ προϊόντος ἢ προκύπτουσα ἀπὸ μίαν αὐξησην τῶν εἰσροῶν εἶναι ἡ αὐξησης ἢ ὀφειλομένη εἰς τὴν αὐξησην τῆς X πλὴρον τὴν αὐξησην τὴν ὀφειλομένην εἰς τὴν αὐξησην τῆς Y . Ἡ πρόσθετος ἐκ τῆς X εἰσροῆ αὐξάνει τὸ προϊόν κατὰ τὸ ἔρητον τῆς Y . Ἡ πρόσθετος ἐκ τῆς X εἰσροῆ αὐξάνει τὸ προϊόν κατὰ τὸ ἔρητον τῆς Y . Ὁριακὸν προϊόν κατὰ μονάδα μεταβολῆς τῆς X ($\Delta q / \Delta x$) ἐπὶ ἄριγινόμενον : ὀριακὸν προϊόν κατὰ μονάδα μεταβολῆς τῆς X (Δx) θμὸς μονάδων κατὰ τὰς ὁποίας μεταβάλλεται ἡ χρησιμοποίησις τῆς X (Δx). Τὸ αὐτὸ ἰσχύει καὶ διὰ τὴν Y . Οὕτως, ἡ αὐξησης τοῦ προϊόντος δύναται πάντοτε νὰ γράφεται :

$$\Delta q = \frac{\Delta q}{\Delta x} \cdot \Delta x + \frac{\Delta q}{\Delta y} \cdot \Delta y. \quad (5.4.11)$$

Εἶναι ἀναγκαῖον νὰ ἐργασθῶμεν κάπως περισσότερον ἐπ' αὐτῆς τῆς ἐξισώσεως. Εἰς τὸ δεξιὸν μέλος πολλαπλασιάζομεν καὶ διαιροῦμεν τὸν πρῶτον ὄρον μὲ x καὶ τὸν δεύτερον μὲ y :

$$\Delta q = x \cdot \frac{\Delta q}{\Delta x} \cdot \frac{\Delta x}{x} + y \cdot \frac{\Delta q}{\Delta y} \cdot \frac{\Delta y}{y} \quad (5.4.12)$$

Διαιροῦμεν μετὰ ταῦτα, κάθε ὄρον τῆς ἐξισώσεως μὲ τὸ q :

$$\frac{\Delta q}{q} = \frac{x}{q} \cdot \frac{\Delta q}{\Delta x} \cdot \frac{\Delta x}{x} + \frac{y}{q} \cdot \frac{\Delta q}{\Delta y} \cdot \frac{\Delta y}{y}. \quad (5.4.13)$$

Ἐστω, τώρα, ὅτι ἀμφότεραι αἱ εἰσροαί αὐξάνονται κατὰ τὸ αὐτὸ ποσοστὸν. Θεωροῦντες ὅτι ἡ κοινὴ ἀναλογικὴ (=ποσοστιαία) αὐξησης εἶναι $\frac{\Delta \lambda}{\lambda}$ (δηλαδὴ $\frac{\Delta x}{x} = \frac{\Delta y}{y} = \frac{\Delta \lambda}{\lambda}$), ἔχομεν :

$$\frac{\Delta q}{q} = \left[\frac{\Delta q}{\Delta x} \cdot \frac{x}{q} + \frac{\Delta q}{\Delta y} \cdot \frac{y}{q} \right] \frac{\Delta \lambda}{\lambda}. \quad (5.4.14)$$

Διαιρούντες με $\frac{\Delta\lambda}{\lambda}$, λαμβάνομεν :

$$\frac{\Delta q}{q} : \frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \frac{\Delta q}{\Delta x} \cdot \frac{x}{q} + \frac{\Delta q}{\Delta y} \cdot \frac{y}{q}. \quad (5.4.15)$$

Τέλος, χρησιμοποιούντες τὸν ὄρισμὸν τῆς ἐλαστικότητος τῆς παραγωγῆς [ἐξίσωσις (5.4.8) καὶ (5.4.9)] καὶ τὸν ὄρισμὸν τοῦ συντελεστοῦ τῆς συναρτήσεως [ἐξίσωσις (5.4.10)], δυνάμεθα νὰ γράψωμεν τὴν (5.4.15) ὡς ἐξῆς :

$$\varepsilon = \varepsilon_x + \varepsilon_y \quad (5.4.16)$$

Περίληπτικῶς ἔχομεν τὰ ἀκόλουθα :

ΣΧΕΣΕΙΣ : Ὁ συντελεστὴς τῆς συναρτήσεως δεικνύει τὴν ποσοστιαίαν μεταβολὴν τοῦ προϊόντος τὴν προκύπτουσαν ἀπὸ μίαν δεδομένην ποσοστιαίαν μεταβολὴν ὅλων τῶν εἰσροῶν. Εἰς περίπτωσιν σταθερῶν ἀποδόσεων κλίμακος, ὁ συντελεστὴς τῆς συναρτήσεως εἶναι μοναδιαῖος. Εἰς πᾶσαν περίπτωσιν ὁ συντελεστὴς τῆς συναρτήσεως εἶναι τὸ ἄθροισμα τῶν ἐλαστικότητων τῆς παραγωγῆς ὡς πρὸς ὅλας τὰς εἰσροάς.

Αἱ ἔννοιαι τὰς ὁποίας μόλις ἀνελύσαμεν ἀναφέρονται καὶ εἰς τὸ ἐπόμενον κεφάλαιον ἀλλὰ ὑπεισέρχονται εἰς τὴν θεωρίαν τοῦ κόστους τοῦ Κεφαλαίου 7.¹⁵

15. Τὰ συμπεράσματα τοῦ τμήματος τούτου δύνανται νὰ γενικευθοῦν καὶ νὰ τεθοῦν περιληπτικῶς. Ὑποθέσατε ὅτι μία συνάρτησις παραγωγῆς ὁμογενῆς 1ου βαθμοῦ δίδεται ὑπὸ τῆς :

$$q = f(x_1, x_2, \dots, x_n). \quad (5.15.1)$$

Λόγω τῆς ιδιότητος τῆς ὁμογενείας, ἡ συνάρτησις αὐτὴ δύναται πάντοτε νὰ γράφεται :

$$q = x_i f\left(\frac{x_1}{x_i}, \frac{x_2}{x_i}, \dots, \frac{x_{i-1}}{x_i}, 1, \frac{x_{i+1}}{x_i}, \dots, \frac{x_n}{x_i}\right). \quad (5.15.2)$$

Οὕτω τὸ μέσον προϊόν τῆς εἰσροῆς i εἶναι

$$\frac{q}{x_i} = f\left(\frac{x_1}{x_i}, \dots, \frac{x_n}{x_i}\right), \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad (5.15.3)$$

καὶ εἶναι ὁμογενὲς μηδενικοῦ βαθμοῦ. Ἐπὶ πλέον, τὰ ὀριακὰ προϊόντα εἶναι αἱ πρῶται μερικαὶ παράγωγοι τῶν συναρτήσεων, καὶ αἱ πρῶται παράγωγοι ὁμογενῶν συναρτήσεων πρώτου βαθμοῦ εἶναι ὁμογενεῖς μηδενικοῦ βαθμοῦ. Ἄρα αἱ συναρτήσεις τοῦ ὀριακοῦ καὶ τοῦ μέσου προϊόντος ἐξαρτῶνται μόνον ἐκ τοῦ λόγου κατὰ τὸν ὁποῖον συνδυάζονται αἱ εἰσροαί.

ΠΡΟΒΛΗΜΑ

Κατωτέρω παρέχονται ύποθετικά δεδομένα δι' ένα παραγωγόν ό όποιος έχει μίαν δεδομένη «έγκατάσταση» (= κεφαλαιουχικός έξοπλισμός) παράγουσαν ένα προϊόν τό όποιον άπαιτεί μόνον μίαν μεταβλητήν είσροήν. Δίδεται τό συνολικόν προϊόν. Ύπολογίσατε καί σχεδιάσατε τάς καμπύλας μέσου καί όριακού προϊόντος. Διαφυλάξατε τούς βασικούς σας ύπολογισμούς, διότι ούτοι άποτελοϋν τήν βάση τοϋ έπομένου προβλήματος εις τό Κεφάλαιον 7.

Μονάδες Μεταβλητής Είσορης	Συνολικόν Προϊόν	Μέσον Προϊόν	Όριακόν Προϊόν
1	100		
2	250		
3	410		
4	560		
5	700		
6	830		
7	945		
8	1050		
9	1146		
10	1234		
11	1314		
12	1384		
13	1444		
14	1494		
15	1534		
16	1564		
17	1584		
18	1594		

Μετά τήν συμπλήρωσιν τοϋ πίνακος καί τήν κατασκευήν τοϋ διαγράμματος, άπαντήσατε εις τάς άκολουθούσας έρωτήσεις :

1. Τί συμβαίνει εις τό μέσον προϊόν όταν τό όριακόν προϊόν άνέρχεται ;
2. Τό μέσον προϊόν άρχίζει νά κατέρχεται άμέσως μόλις καί τό όριακόν προϊόν άρχίζει νά κατέρχεται ; Δηλαδή ποιον έμφανίζεται πρώτον, τό σημείον τών όριακών φθινουσών άποδόσεων ή τό σημείον τών μέσων φθινουσών άποδόσεων ;
3. Όταν τό μέσον προϊόν έχει μέγιστον, τό όριακόν προϊόν είναι μικρότερον, ίσον ή μεγαλύτερον τοϋ μέσου προϊόντος ;
4. Τό συνολικόν προϊόν αύξάνεται μέ φθίνοντα ρυθμόν : α) όταν τό μέσον προϊόν αύξάνεται ; β) όταν τό όριακόν προϊόν αύξάνεται ; γ) όταν τό μέσον προϊόν μειούται ; δ) όταν τό όριακόν προϊόν διέρχεται από τήν μεγίστην τιμήν του ;
5. Όταν τό μέσον προϊόν είναι μηδέν, ποιον είναι τό συνολικόν προϊόν ;
6. α) Άν τό μέσον προϊόν εύρίσκεται άριστερά τοϋ μεγίστου του, ποιον είδος είσορης

υφίσταται εις πολύ μεγάλην ἀναλογίαν ; β) Ποῖον υφίσταται εις πολύ μικράν ἀναλογίαν ; γ) Ποῖοι εἶναι οἱ δύο τρόποι μεταβολῆς τῆς ἀναλογίας εις τρόπον ὥστε νά αὐξηθῇ τὸ μέσον προϊόν ; δ) Ἄν ἐφηρμόζετο ἕκαστος, τί θά συνέβαινε εις τὸ συνολικόν προϊόν ; ε) Ἐν ὄψει τῶν δεδομένων τούτων, εἶναι ἐπιθυμητὸν ἢ ἀνεπιθύμητον, ἀπὸ κοινωνικῆς ἀπόψεως, νά παράγῃ ὁ παραγωγὸς εις τὴν περιοχὴν ὅπου τὸ μέσον προϊόν εἶναι μικρότερον τῆς μεγίστης τιμῆς του (πρὸς τὰ ἀριστερά) ; εις τὴν περιοχὴν ὅπου τὸ ὀριακὸν προϊόν ἔχει μέγιστον ; Διατί ἡ ἀπάντησίς σας εἶναι ὀρθή εις κάθε περίπτωσιν ;

ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ :

1. Ποία εἶναι ἡ ἀκριβὴς σχέσις μεταξὺ μιᾶς συναρτήσεως παραγωγῆς μὲ δύο συντελεστάς καὶ τῆς καμπύλης τοῦ ὀριακοῦ προϊόντος τοῦ ἐνὸς συντελεστοῦ ;
2. Ἐκκινουντες ἀπὸ μίαν συνάρτησιν παραγωγῆς μὲ δύο εἰσροάς, ἐξηγήσατε πῶς λαμβάνομεν τὸ συνολικόν, τὸ μέσον καὶ τὸ ὀριακὸν προϊόν μιάς μεμονωμένης εἰσροῆς.
3. Σχολιάσατε τὴν ἀκόλουθον πρότασιν : «ἂν ἡ παραγωγὴ σίτου ἀπαιτεῖ μόνον ἔδαφος καὶ ἐργασίαν, ἂν ὑπάρχουν σταθεραὶ ἀποδόσεις κλίμακος καὶ ἂν ἡ ἐργασία ἔχει αὐξὸν μέσον προϊόν, τότε ἡ παγκόσμιος παραγωγὴ σίτου θά ἠδύνατο νά ἀναπτυχθῇ εις μίαν «γλάστραν», ἀρκεῖ ἡ «γλάστρα» νά εἶναι ἀρκετὰ μικρά.

ΠΡΟΤΕΙΝΟΜΕΝΗ ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

1. Clark, J. M. : «Diminishing Returns», Encyclopaedia of the Social Sciences, Τόμος V, σελ. 144 - 146. New York: The Macmillan Co., 1931.
2. Knight, Frank H.: «Risk, Uncertainty and Profit», σελ. 94 - 104. Boston : Houghton Mifflin Co., 1921.
3. Machlup, Fritz : «On the Meaning of the Marginal Product», Explorations in Economics, σελ. 250 - 263, New York : McGraw - Hill Book Co., 1936. Ἐναδημοσιευθὲν εἰς ΑΕΑ, «Readings in the Theory of Income Distribution», σελ. 158 - 174, Philadelphia : Blakiston Co., 1951.
4. Henderson, James M. καὶ Quandt, Richard E. «Microeconomic Theory: A Mathematical Approach» σελ. 43 - 47. New York : McGraw - Hill Book Co., Inc., 1958 [στοιχειώδη μαθηματικὰ ἀναγκαῖα].
5. Ferguson, C. E.: «The Neoclassical Theory of Production and Distribution», Κεφάλαια 1 - 6. London and New York : Cambridge University Press, 1969 [ἄνωτερα μαθηματικὰ ἀναγκαῖα].

ΠΑΡΑΓΩΓΗ ΚΑΙ ΑΡΙΣΤΑΙ ΑΝΑΛΟΓΙΑΙ ΤΩΝ ΕΙΣΡΟΩΝ: ΔΥΟ ΜΕΤΑΒΛΗΤΑΙ ΕΙΣΡΟΑΙ

6.1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Εἰς τὸ Κεφάλαιον 5 ἀνελύθησαν αἱ βασικαὶ φυσικαὶ σχέσεις τῆς παραγωγῆς μετὰ τὴν ὑπόθεσιν ὅτι ὑπάρχει μόνον μία μεταβλητὴ εἰσροή. Εἰς τὸ παρὸν κεφάλαιον συνεχίζεται ἡ ἀνάλυσις ἀλλὰ διὰ μίαν γενικωτέραν περίπτωσην. Διαγραμματικῶς, ἡ παραγωγή μελετᾶται μετὰ τὴν ὑπόθεσιν ὅτι ὑπάρχουν δύο μεταβληταὶ εἰσροαί. Δυνάμεθα νὰ θεωρήσωμεν ὅτι αἱ εἰσροαὶ αὐταὶ εἴτε ἀπασχολοῦνται ὁμοῦ μετὰ μίαν ἢ περισσοτέρας σταθερὰς εἰσροάς, εἴτε εἶναι αἱ μόναι ὑπάρχουσαι. Ἡ τελευταία περίπτωσις, βεβαίως, ἰσχύει μόνον εἰς τὴν μακροχρόνιον περίοδον. Πάντως, εἰς οἰανδήποτε τῶν δύο περιπτώσεων, τὰ συμπεράσματα ἐκ τῆς ἀναλύσεως τοῦ ὑποδείγματος μετὰ δύο εἰσροάς δύνανται εὐκόλως νὰ ἐπεκταθοῦν πρὸς κάλυψιν πλείστων εἰσροῶν.

6.1.a. — Ὁ πίναξ παραγωγῆς

Τὸ παράδειγμα ἐδάφους-ἐργασίας τὸ ὁποῖον ἐχρησιμοποιήθη εἰς τὸ Κεφάλαιον 5, δύναται νὰ ἐπεκταθῇ διὰ τὴν χρησιμεύσιν ὡς εἰσαγωγῆς εἰς τὴν θεωρίαν τῆς παραγωγῆς μετὰ δύο μεταβλητὰς εἰσροάς. Εἰς τὸ παράδειγμα ἐκεῖνο, ὑπεθέσαμεν ἓνα ἀγροτικὸν πείραμα εἰς τὸ ὁποῖον ἡ σταθερὰ εἰσροὴ ἀπετελεῖτο ἀπὸ 8 ἑδαφικὰς ἐκτάσεις, ἐκάστη τῶν ὁποίων εἶχεν ἔμβαδὸν 3 στρεμμάτων. Ἡ ἐργασία ἀπετελεῖ τὴν μεταβλητὴν εἰσροήν. Εἶχομεν δὲ ὀκτὼ παρατηρήσεις ἀντιστοιχοῦσας εἰς τὴν καλλιέργειαν τῶν ἑδαφικῶν ἐκτάσεων ἀπὸ ἓνα ἐργάτην, δύο ἑργάτας κ.ο.κ. Εἰς τὸ παράδειγμα τοῦ κεφαλαίου τούτου τὸ ἀγροτικὸν πείραμα ἐπεκτείνεται εἰς τρόπον ὥστε νὰ ἔχωμεν 64 παρατηρήσεις. Τὸ ἔδαφος ἐξακολουθεῖ, κατὰ μίαν ἔννοιαν, νὰ εἶναι ἡ σταθερὰ εἰσροή. Ἀλλὰ τώρα, ὑποθέτομεν ὅτι ὑπάρχουν ὀκτὼ ἐκτάσεις ἐκάστη τῶν ὁποίων ἔχει ἔμβαδὸν 1 στρέμματος, ὀκτὼ ἐκτάσεις τῶν 2 στρεμμάτων, ὀκτὼ ἐκτάσεις τῶν 3 στρεμμάτων κ.ο.κ. μέχρις ὀκτὼ ἐκτάσεων τῶν 8

ΠΙΝΑΞ 6.1.1

ΔΕΔΟΜΕΝΑ ΕΞ ΕΝΟΣ ΥΠΟΘΕΤΙΚΟΥ ΑΓΡΟΤΙΚΟΥ ΠΕΙΡΑΜΑΤΟΣ*

		Προϊόν εις Μπουσελ							
Στρέμματα εδάφους ανά έκτασιν	8	9	46	69	92	109	124	136	144
	7	13	46	69	91	108	123	134	140
	6	16	42	66	88	106	120	128	132
	5	15	37	60	80	100	113	120	121
	4	13	30	54	72	85	93	95	95
	3	10	24	39	52	61	66	66	64
	2	6	12	17	21	24	26	25 ¹ / ₂	24 ¹ / ₂
	1	3	6	8	9	10	10	9	7
		1	2	3	4	5	6	7	8

Έργαται ανά έκτασιν εδάφους

* Σημειωτέον ότι ή κλίμαξ αυτή παραγωγής δέν αντιπροσωπεύει όμογενή πρώτου βαθμού συνάρτησιν παραγωγής.

στρεμμάτων. Ούτως, έχομεν δείγματα κυμαινόμενα από ενός έργατου επί ενός στρέμματος μέχρι οκτώ εργατών επί 8 στρεμμάτων. Τα υποθετικά δεδομένα παρέχονται υπό του Πίνακος 6.1.1.

Τά δεδομένα της σειράς της αντιστοιχούσης εις τας έκτάσεις έμβαδοῦ 3 στρεμμάτων είναι ακριβώς όμοια πρὸς τά δεδομένα του Πίνακος 5.2.2. Πράγματι, ό παρών πίναξ είναι από πάσης απόψεως ένα «ευρύτερον» παράδειγμα του υποθετικού πειράματος του Κεφαλαίου 5.

Θεωρήσατε, υπό την έννοιαν την άναπτυχθεισαν εις τὸ Κεφάλαιον 5, τὸ έδαφος ως την σταθεράν εισροήν. Τά δεδομένα κάθε σειράς δεικνύουν τά συνολικά προϊόντα τά παραγόμενα εις τας ύποθετίσας στρεμματικές έκτάσεις, όταν τὸ έδαφος καλλιεργήται από διαφορετικόν κάθε φοράν αριθμόν εργατών. Με διαδοχικάς αφαιρέσεις κατά μήκος έκάστης σειράς, λαμβάνομεν τὸ όριακόν προϊόν της εργασίας. Κατόπιν, άνερχόμενοι εις διαδοχικώς ύψηλοτέρας σειράς, βλέπομεν ότι τὸ συνολικόν, τὸ μέσον και τὸ όριακόν προϊόν της εργασίας αύξάνονται καθώς όλο και μεγαλύτεραι

ἐκτάσεις ἐδάφους χρησιμοποιούνται, καθώς, δηλαδή, ἡ σταθερά εἰσροή αὐξάνεται ἐν σχέσει πρὸς τὴν μεταβλητὴν εἰσροήν.

Μέχρις ἐνὸς σημείου ὅμως! Διότι ὅπως ἀκριβῶς πάρα πολλοὶ ἐργάται κατὰ στρέμμα ἐδάφους κάμνουν τὴν καλλιέργειαν πολὺ «ἐντατικὴν», οὕτω καὶ πάρα πολλὰ στρέμματα ἐδάφους ἀνὰ ἐργάτην κάμνουν τὴν καλλιέργειαν πολὺ «ἐκτατικὴν». Ἄντὶ νὰ θεωρῶμεν ὡς σταθερὰν εἰσροήν τὰ στρέμματα ἀνὰ ἔκτασιν, δυνάμεθα θὰ θεωρῶμεν τοὺς ἐργάτας ἀνὰ ἔκτασιν ὡς σταθερὰ εἰσροήν καὶ τὰ στρέμματα ἀνὰ ἔκτασιν ὡς μεταβλητὴν εἰσροήν. Τότε, ὅμως ἐργαζόμεθα κατὰ μῆκος τῶν στηλῶν μᾶλλον παρά κατὰ μῆκος τῶν γραμμῶν. Ἐν τούτοις, παρουσιάζονται αἱ αὐταὶ θεμελιώδεις φυσικαὶ σχέσεις.

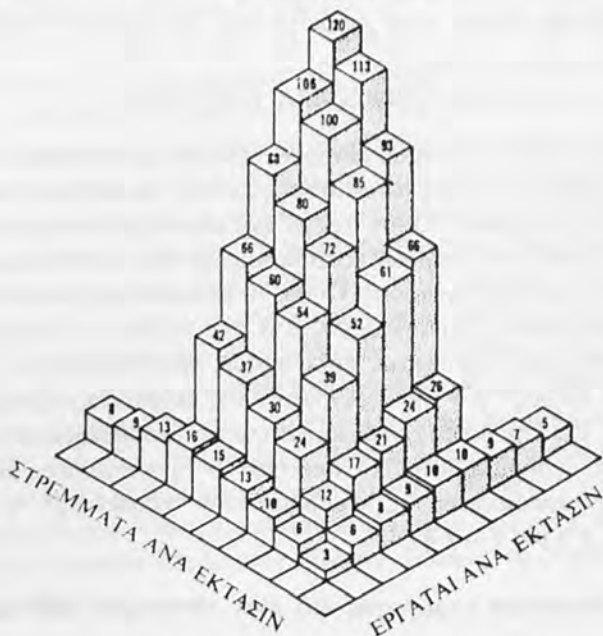
Μὲ ἓνα ἐργάτην ἀνὰ ἔκτασιν τὸ προῖον αὐξάνεται καθὼς τὸ μέγεθος τῆς ἐκτάσεως αὐξάνεται, μέχρις ὅτου φθάσωμεν τὰ 6 στρέμματα ἀνὰ ἔκτασιν. Πέραν τοῦ σημείου τούτου, τὸ συνολικὸν προῖον μειοῦται καὶ τὸ ὄριακόν προῖον τοῦ ἐδάφους εἶναι ἀρνητικόν. Καθὼς ὁ ἀριθμὸς τῶν ἐργατῶν ἀνὰ ἔκτασιν αὐξάνεται, μειουμένου οὕτω τοῦ λόγου ἐδάφους - ἐργασίας διὰ κάθε δεδομένην στρεμματικὴν ἔκτασιν, τὸ συνολικὸν προῖον αὐξάνεται συνεχῶς διὰ τὰς ἄνω τῶν 4 στρεμμάτων ἐκτάσεις. Εἰς τὰς ἐκτάσεις αὐτάς τὸ συνολικὸν προῖον δὲν λαμβάνει μίαν μεγίστην τιμὴν διὰ τὴν περιοχὴν τὴν δεικνυομένην εἰς τὸ παράδειγμα. Ὅμως εἰς πᾶσαν περίπτωσιν, ἐμφανίζεται τὸ σημεῖον τῶν φθίνουσῶν ὄριακῶν ἀποδόσεων. Πέραν τούτου, τὸ προῖον αὐξάνεται μὲ φθίνοντα ρυθμόν.

6.1.b. — Ἡ ὑποκατάστασις τῶν εἰσροῶν

Ὁ Πίναξ 6.1.1 παρουσιάζει τὰς βασικὰς ἀρχὰς τῆς φυσικῆς παραγωγῆς ὅταν οἱ ἐργάται ἀνὰ ἔκτασιν μεταβάλλωνται, μὲ σταθερὰ τὰ στρέμματα ἀνὰ ἔκτασιν, ἢ ὅταν τὰ στρέμματα ἀνὰ ἔκτασιν μεταβάλλωνται, μὲ σταθεροὺς τοὺς ἐργάτας ἀνὰ ἔκτασιν. Οὗτος παρουσιάζει ἐπίσης μίαν ἄλλην σημαντικὴν φυσικὴν σχέσιν μεταξύ τῶν εἰσροῶν: τὸ αὐτὸ μέγεθος συνολικοῦ προϊόντος δύναται νὰ παραχθῆ ἀπὸ διαφορετικοὺς συνδυασμοὺς εἰσροῶν. Ἐπὶ παραδείγματι, προῖον 66 μπουσελ δύναται νὰ παραχθῆ διὰ τῆς ἀπασχολήσεως ἑξ ἐργατῶν ἐπὶ 3 στρεμμάτων ἐδάφους ἢ διὰ τῆς ἀπασχολήσεως τριῶν ἐργατῶν ἐπὶ 6 στρεμμάτων ἐδάφους. Ὅμοίως 120 μπουσελ δύναται νὰ παραχθοῦν εἴτε μὲ ἑπτὰ ἐργάτας ἐπὶ 5 στρεμμάτων, εἴτε μὲ ἑξ ἐργάτας ἐπὶ 6 στρεμμάτων.

Εἰς τὸ παράδειγμα αὐτό, δὲν δύναται νὰ χρησιμοποιηθοῦν περισσότεροι τῶν δύο συνδυασμῶν πρὸς παραγωγὴν τοῦ αὐτοῦ προϊόντος. Ἐν τούτοις, εἰς μίαν γενικωτέραν, συνεχῆ, περίπτωσιν, δεδομένου ἐπίπεδον προϊόντος δύναται νὰ παραχθῆ ἀπὸ μίαν εὐρείαν ποικιλίαν διαφορετικῶν συνδυασμῶν εἰσροῶν. Μὲ ἄλλας λέξεις, μία εἰσροή δύναται νὰ ὑποκατασταθῆ εἰς μίαν ἄλλην κατὰ τὴν παραγωγὴν ἐνὸς δεδομένου ὄγκου προϊόντος.

ΣΧΗΜΑ 6.2.1
 Η ΕΠΙΦΑΝΕΙΑ ΤΗΣ ΦΥΣΙΚΗΣ ΠΑΡΑΓΩΓΗΣ ΔΙΑ ΤΟ ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ
 ΤΟΥ ΠΙΝΑΚΟΣ 6.1.1



συνεχής και συνεπώς δέν δύναται νά δειχθῆ εὐκόλως ὑπό μορφήν πίνακος. Ὅμως καί ἡ μαθηματική καί ἡ διαγραμματική τῆς παρουσίασις εἶναι εὐχερεῖς. ¹ Ἡ συνάρτησις παραγωγῆς διὰ τὸ συγκεκριμένον αὐτὸ παράδειγμα δεικνύεται εἰς τὸ Σχήμα 6.2.2 — ἓνα διάγραμμα τριῶν διαστάσεων, ὅπου τὸ ὕψος μετρεῖ τὴν ποσότητα τοῦ προϊόντος, ἐνῶ αἱ «ὀριζόντιαι» διαστάσεις (= ἄξονες) μετροῦν τὰς ποσότητας τῶν δύο εἰσροῶν. ²

Ἡ ἐπιφάνεια παραγωγῆς εἶναι ἡ OCQL. Κάθε σημεῖον τῆς ἐπιφανείας αὐτῆς δεικνύει μίαν συγκεκριμένην ποσότητα προϊόντος. Φέροντες καθέτους ἀπὸ τὸ σημεῖον πρὸς τοὺς ἄξονας εὐρίσκομεν τὰς ἀπαιτουμένας ποσότητας τῶν εἰσροῶν. Ἐπὶ παραδειγματι, τὸ P εἶναι ἓνα σημεῖον τῆς ἐπιφανείας καὶ τὸ τμήμα PP' εἶναι ὁ ἀντίστοιχος ὄγκος τοῦ προϊόντος. Φέροντες καθέ-

1. Ἐστω ὅτι τὰ Q, K καὶ L δεικνύουν τὰς ποσότητας προϊόντος, κεφαλαίου καὶ ἐργασίας ἀντιστοίχως. Ἡ συνάρτησις παραγωγῆς δύναται νά γραφῆ: $Q = f(K, L)$ ὅπου τὰ $\frac{\partial Q}{\partial K}$ καὶ $\frac{\partial Q}{\partial L}$ εἶναι τὰ ὀριακὰ προϊόντα κεφαλαίου καὶ ἐργασίας ἀντιστοίχως.

2. Κατὰ τὴν κατασκευὴν τοῦ Σχήματος 6.2.2 ἔχομεν ὑποθέσει ὅτι $f(K, 0) = f(0, L) = f(0, 0) = 0$.

νοί νά παράγουν PP' μονάδας προϊόντος. Πρός τοῦτο, «τέμνομεν» τήν ἐπιφάνειαν παραγωγῆς $OCQL$ εἰς τὸ ὕψος $PP' = AA' = BB'$. Οὕτω «παράγεται» ἡ καμπύλη APB , ἕνας τόπος σημείων ἀπεχόντων ἐξ ἴσου ($AA' = PP' = BB'$) ἀπὸ τὸ ἐπίπεδον $C - L$. Φέροντες ἐξ ἑκάστου σημείου τῆς καμπύλης APB καθέτους πρὸς τὸ ἐπίπεδον $C - L$, λαμβάνομεν τοὺς συνδυασμοὺς τῶν εἰσροῶν τοὺς ἀντιστοιχοῦντας εἰς ἕκαστον σημεῖον τῆς καμπύλης. Μὲ ἄλλας λέξεις ἡ καμπύλη APB προβάλλεται ἐπὶ τοῦ ἐπιπέδου $C - L$ δίδουσα τὴν καμπύλην $A'P'B'$. Αὕτη εἶναι τόπος σημείων, ἕκαστον τῶν ὁποίων δεικνύει ἕνα συνδυασμὸν εἰσροῶν ἱκανὸν νά παραγάγῃ τὴν δεδομένην ποσότητα προϊόντος $PP' = AA' = BB' = RR'$. Ἐπὶ παραδείγματι, οἱ ἐξῆς τρεῖς συνδυασμοὶ κεφαλαίου καὶ ἐργασίας εἶναι σημεῖα τῆς καμπύλης $A'P'B'$: $OC, CA', OC_1, OL_1, LB', OL$.

Ἡ καμπύλη $A'P'B'$ καλεῖται «καμπύλη ἴσης παραγωγῆς».³

3. Ἐστω ὅτι ἡ συνάρτησις παραγωγῆς εἶναι $Q = f(K, L)$, ὡς εἰς τὴν ὑποσημείωσιν 1. Οἱ διάφοροι συνδυασμοὶ εἰσροῶν ποὺ δύνανται νά παραγάγουν Q μονάδας προϊόντος εὐρίσκονται ἐκ τῆς λύσεως τῆς $f(K, L) = \bar{Q}$ διὰ K καὶ L . Ἡ σχέσις αὕτη εἶναι ἡ ἐξίσωσις τῆς καμπύλης ἴσης παραγωγῆς τῆς ἀντιστοιχοῦσης εἰς \bar{Q} μονάδας προϊόντος. Ὁ χάρτης τῶν καμπυλῶν ἴσης παραγωγῆς ἐξάγεται ἂν ἀφήσωμεν τὸ Q νά μεταβάλλεται εἰς ὅλας τὰς δυνατὰς τιμὰς τοῦ προϊόντος.

Ἄλλως, ὁ χάρτης τῶν καμπυλῶν ἴσης παραγωγῆς δύναται νά ὀρισθῇ ἐκ τῆς ἀκολουθοῦσα διαφορικῆς ἐξισώσεως :

$$dQ = \frac{\partial Q}{\partial K} dK + \frac{\partial Q}{\partial L} dL = 0. \quad (6.3.1)$$

Ἐπιθέσατε π.χ., ὅτι ἡ $f(K, L)$ λαμβάνει τὴν μορφήν τῆς Coob - Douglas :

$$Q = AK^\alpha L^{1-\alpha}, \quad (6.3.2)$$

ὅπου τὰ A καὶ α εἶναι θετικαὶ σταθεραὶ καὶ $0 < \alpha < 1$. Κατόπιν

$$dQ = \alpha AK^{\alpha-1} L^{1-\alpha} dK + (1-\alpha) AK^\alpha L^{-\alpha} dL = 0. \quad (6.3.3)$$

Ἡ ἐξίσωσις (6.3.3), λυομένη, δίδει :

$$-\frac{dK}{dL} = \frac{(1-\alpha) AK^\alpha L^{1-\alpha}}{\alpha K^{\alpha-1} L^{1-\alpha}} = \frac{1-\alpha}{\alpha} \frac{K}{L} \quad (6.3.4)$$

Γράφομεν τὴν διαφορικὴν ἐξίσωσιν (6.3.4) ὑπὸ τὴν εὐκόλως ὀλοκληρώσιμον μορφήν :

$$-\alpha \frac{dK}{K} = (1-\alpha) \frac{dL}{L}. \quad (6.3.5)$$

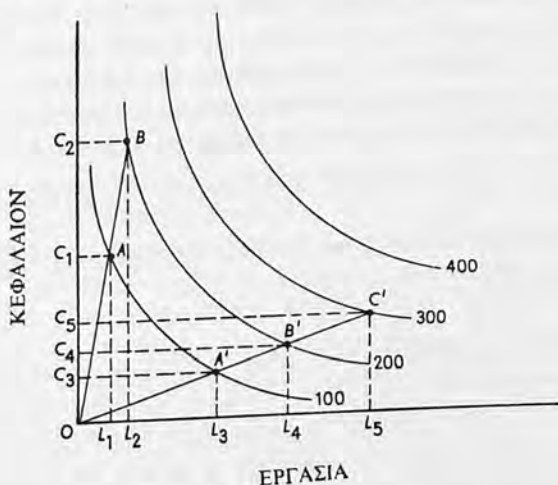
Ὀλοκληροῦντες λαμβάνομεν :

$$-\alpha \log K = (1-\alpha) \log L + \log B, \quad (6.3.6)$$

ΟΡΙΣΜΟΣ : Ἡ καμπύλη ἴσης παραγωγῆς εἶναι μία καμπύλη εἰς τὸν χώρον τῶν εἰσροῶν, ἣτις δεικνύει ὅλους τοὺς δυνατοὺς συνδυασμοὺς εἰσροῶν οἵτινες εἶναι φυσικῶς ἱκαναὶ νὰ παραγάγουν ἓνα δεδομένον ἐπίπεδον προϊόντος. Ὁλόκληρος ἡ τριῶν διαστάσεων ἐπιφάνεια παραγωγῆς δύναται ἐπακριβῶς νὰ παρουσιασθῆ ὡς χάρτης καμπυλῶν ἴσης παραγωγῆς δύο διαστάσεων, εἰς τὸν ὁποῖον ἡ ποσότης τοῦ προϊόντος δεικνύεται ἐκ τῆς ἀποστάσεως τῆς καμπύλης ἴσης παραγωγῆς ἀπὸ τὴν ἀρχὴν τῶν ἀξόνων.

ΣΧΗΜΑ 6.2.3

ΕΝΑ ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΤΙΚΟΝ ΣΥΝΟΛΟΝ ΚΑΜΠΥΛΩΝ ἸΣΗΣ ΠΑΡΑΓΩΓΗΣ



Ἐνα τμήμα ἐνὸς χάρτου καμπυλῶν ἴσης παραγωγῆς, ἐξαχθὲν ἀπὸ μίαν ἐπιφάνειαν παραγωγῆς ὡς ἡ $OCQL$ τοῦ Σχήματος 6.2.2, δεικνύεται εἰς τὸ Σχῆμα 6.2.3. Οἱ δύο ἄξονες μετροῦν τὰς ποσότητας τῶν εἰσροῶν καὶ αἱ καμπύλαι δεικνύουν τοὺς διαφόρους συνδυασμοὺς εἰσροῶν οἱ ὅποιοι δύνα-

σκάν τὸ B εἶναι ἡ θετικὴ σταθερὰ τῆς ὀλοκληρώσεως καὶ τὸ «log» συμβολίζει λογάριθμον μὲ βάσιν τὸ e . Ἐκ τῆς (6.3.6) συνάγεται ὅτι :

$$K^{-\alpha} = BL^{1-\alpha} \quad (6.3.7)$$

ἢ

$$BK^{\alpha} L^{1-\alpha} = 1, \quad (6.3.8)$$

ἣτις ἀποτελεῖ τὴν ἐπιδιωκομένην ἐξίσωσιν τῆς καμπύλης ἴσης παραγωγῆς. Ἐκ τῆς (6.3.2) ἐξάγεται ὅτι ἡ σταθερὰ τῆς ὀλοκληρώσεως (B) εἶναι $\frac{A}{Q}$.

ται νά χρησιμοποιηθοῦν πρὸς παραγωγήν 100, 200, 300 καὶ 400 μονάδων προϊόντος ἀντιστοίχως. Εἶναι προφανές ὅτι ὅσον περισσότερο ἀπέχει μία καμπύλη ἴσης παραγωγῆς ἀπὸ τὴν ἀρχὴν τῶν ἀξόνων, τόσον μεγαλύτερον εἶναι τὸ ἐπίπεδον παραγωγῆς εἰς τὸ ὁποῖον αὐτὴ ἀναφέρεται.

Θεωρήσατε κατ' ἀρχὴν τὴν καμπύλην ἴσης παραγωγῆς διὰ 100 μονάδας προϊόντος. Κάθε σημεῖον τῆς καμπύλης παριστᾷ ἓνα συνδυασμὸν κεφαλαίου - ἐργασίας, ὁποῖος δύναται νά παραγάγῃ 100 μονάδας προϊόντος. Ἐπὶ παραδείγματι, δύναται νά χρησιμοποιηθοῦν OC_1 μονάδες κεφαλαίου καὶ OL_1 μονάδες ἐργασίας, ἢ OC_3 μονάδες κεφαλαίου καὶ OL_3 μονάδες ἐργασίας ἢ οἷοσδήποτε ἄλλος συνδυασμὸς, ὅστις εὑρίσκεται ἄν ἀπὸ ἓνα σημεῖον τῆς καμπύλης φέρωμεν καθέτους πρὸς τοὺς ἄξονας.

Μία ἀκτίς ἐκ τοῦ ἄξονος, ὡς ἡ OAB ἢ ἡ $OA'B'C'$ ὀρίζει ἓνα σταθερὸν λόγον κεφαλαίου - ἐργασίας. Συγκεκριμένως, ἡ κλίσις τῆς ἀκτίνος εἶναι ὁ λόγος τῶν εἰσροῶν. Ἐπὶ παραδείγματι, εἰς τὰ σημεῖα A καὶ B παράγονται 100 καὶ 200 ἀντιστοίχως μονάδες προϊόντος εἰς τὸν λόγον κεφαλαίου -

ἐργασίας $\frac{OC_1}{OL_1} = \frac{OC_2}{OL_2}$. Ὁμοίως, εἰς τὰ σημεῖα A' , B' καὶ C' , παράγονται 100, 200 καὶ 300 ἀντιστοίχως μονάδες προϊόντος εἰς τὸν λόγον κεφα-

λαίου - ἐργασίας $\frac{OC_3}{OL_3} = \frac{OC_4}{OL_4} = \frac{OC_5}{OL_5}$.

Κατὰ μῆκος τῆς ἀκτίνος OAB , εἶναι δυνατόν νά παραχθοῦν διάφορα ἐπίπεδα προϊόντος μὲ τὸν αὐτὸν λόγον εἰσροῶν. Τὸ μέγεθος τῶν εἰσροῶν αὐξάνεται καθὼς κινούμεθα κατὰ μῆκος τῆς ἀκτίνος καὶ πρὸς τὰ δεξιὰ, ἀλλὰ ὁ λόγος κεφαλαίου - ἐργασίας παραμένει ἀμετάβλητος. Τοῦτο εἶναι σαφῶς ἀντίθετον τῶν κινήσεων κατὰ μῆκος μιᾶς καμπύλης ἴσης παραγωγῆς : εἰς τὴν περίπτωσιν αὐτὴν τὸ ἐπίπεδον τοῦ προϊόντος παραμένει ἀμετάβλητον ἐνῶ ὁ λόγος κεφαλαίου - ἐργασίας μεταβάλλεται συνεχῶς.

Ταῦτα δύναται νά διατυπωθοῦν ἐν περιλήψει ὡς ἑξῆς :

ΣΧΕΣΕΙΣ : Ἡ καμπύλη ἴσης παραγωγῆς δεικνύει τοὺς διαφόρους συνδυασμοὺς εἰσροῶν, ἢ λόγους εἰσροῶν, ποὺ δύναται νά χρησιμοποιηθοῦν διὰ τὴν παραγωγήν ἐνὸς συγκεκριμένου ἐπιπέδου προϊόντος. Διὰ κινήσεις κατὰ μῆκος μιᾶς καμπύλης ἴσης παραγωγῆς, τὸ ἐπίπεδον τοῦ προϊόντος παραμένει σταθερὸν, ἐνῶ ὁ λόγος τῶν εἰσροῶν μεταβάλλεται συνεχῶς. Μία ἀκτίς ἐκκινουῦσα ἐκ τῆς ἀρχῆς τῶν ἀξόνων ὀρίζει ἓνα συγκεκριμένον, σταθερὸν λόγον εἰσροῶν. Διὰ κινήσεις κατὰ μῆκος τῆς ἀκτίνος, τὸ ἐπίπεδον τοῦ προϊόντος μεταβάλλεται συνεχῶς ἐνῶ ὁ λόγος τῶν εἰσροῶν παραμένει σταθερός.

6.2.d. — Συναρτήσεις παραγωγής σταθερῶν ἀναλογιῶν

Χρησιμοποιούντες τὰς καμπύλας ἴσης παραγωγῆς, εἶναι εὐκόλον νὰ παρουσιάσωμεν τὴν περίπτωσιν συναρτήσεων παραγωγῆς μὲ σταθερὰς ἀναλογίας αἰτινες ἀνεφέρθησαν διὰ βραχέων εἰς τὸ Κεφάλαιον 5. Ὑπενθυμίζεται ὅτι ἡ παραγωγή ὑπόκειται εἰς σταθερὰς ἀναλογίας ὅταν ἕνας, καὶ μόνον ἕνας, συνδυασμὸς εἰσροῶν δύναται νὰ παραγάγῃ ἕνα συγκεκριμένον προϊόν⁴. Θεωρήσωμεν, ἐπὶ παραδείγματι, τὴν ὑποθετικὴν παραγωγικὴν διαδικασίαν τοῦ Σχήματος 6.2.4 ὅπου δύο εἰσροαί, κεφάλαιον καὶ ἐργασία, πρέπει νὰ χρησιμοποιηθοῦν εἰς τὸν σταθερὸν λόγον 2 : 3. Διὰ τὴν παραγωγὴν, δηλαδή, 100 μονάδων προϊόντος ἀπαιτοῦνται 2 μονάδες κεφαλαίου καὶ 3 μονάδες ἐργασίας. Οὕτω, 4 μονάδες κεφαλαίου καὶ 6 μονάδες ἐργασίας δύνανται νὰ παραγάγουν 200 μονάδας προϊόντος, 6 μονάδες κεφαλαίου καὶ 9 μονάδες ἐργασίας δύνανται νὰ παραγάγουν 300 μονάδας προϊόντος κ.ο.κ.

Ὁ ἀπαιτούμενος λόγος κεφαλαίου - ἐργασίας δεικνύεται ἀπὸ τὴν κλίσιν τῆς ἀκτίνος OR τοῦ Σχήματος 6.2.4, ὅπου ἔχουν κατασκευασθῆ καμπύλαι ἴσης παραγωγῆς διὰ 100, 200 καὶ 300 μονάδας προϊόντος. Αἱ καμπύλαι ἴσης παραγωγῆς μὲ σταθερὰς ἀναλογίας ἔχουν σχῆμα L καὶ οὐχὶ τὸ συνήθες σχῆμα ὡς αἱ τοῦ διαγράμματος 6.2.3. Τοῦτο σημαίνει ὅτι ἂν, ἐπὶ παραδείγματι, ἀπασχοληθοῦν 3 μονάδες ἐργασίας καὶ 2 μονάδες κεφαλαίου, θὰ παραχθοῦν 100 μονάδες προϊόντος. Ἄν, ὅμως, ἡ ποσότης τοῦ κεφαλαίου αὐξηθῆ ἐνῶ ἡ εἰσροὴ ἐργασίας παραμένῃ σταθερά, οὐδὲν πρόσθετον προϊόν θὰ παραχθῆ. Ὅμοιος, ἂν ἡ εἰσροὴ κεφαλαίου παραμείνῃ σταθερά, ἐνῶ ἡ εἰσροὴ ἐργασίας αὐξάνεται, τὸ προϊόν παραμένει ἀμετάβλητον. Μὲ ἄλλας λέξεις, τὸ ὀριακὸν προϊόν τῆς ἐργασίας εἶναι μηδέν, ὅταν ἡ ἀπασχόλησις ἐργασίας αὐξάνεται ἐνῶ τὸ κεφάλαιον εἶναι σταθερόν. Ὅμοιος, τὸ ὀριακὸν προϊόν τοῦ κεφαλαίου εἶναι μηδέν, ὅταν ἡ ἀπασχόλησις κεφαλαίου αὐξάνεται ἐνῶ ἡ ἐργασία εἶναι σταθερά. Ἐξ ἄλλου, ὁ διπλασιασμὸς τῶν ποσοτήτων τῶν εἰσροῶν, εἰς τὸν ἀπαιτούμενον λόγον, διπλασιάζει τὸ προϊόν, ὁ τριπλασιασμὸς τῶν ποσοτήτων τῶν εἰσροῶν εἰς τὸν ἀπαιτούμενον λόγον τριπλασιάζει τὸ προϊόν κ.ο.κ.⁵

4. Μία σταθερῶν ἀναλογιῶν συνάρτησις παραγωγῆς, ποὺ συχνὰ καλεῖται «συνάρτησις τοῦ Leontief», δύναται νὰ γραφῆ :

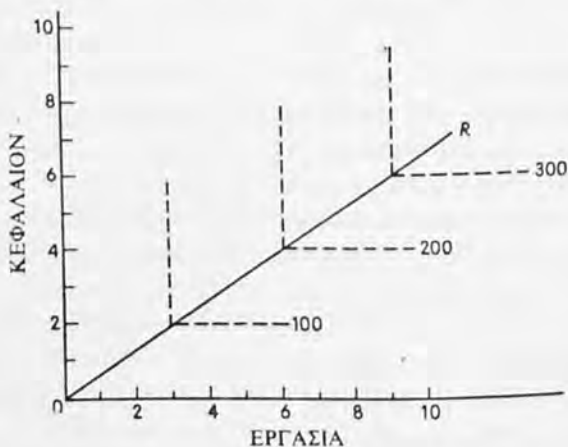
$$Q = \text{minimum} \left(\frac{K}{a}, \frac{L}{\beta} \right),$$

ὅπου τὰ a καὶ β εἶναι σταθεραὶ ἐνῶ τὸ «minimum» σημαίνει ὅτι τὸ Q ἰσοῦται πρὸς τὸν μικρότερον τῶν δύο λόγων.

5. Εὐκόλως ἐξάγεται ἐκ τῆς «συναρτήσεως τοῦ Leontief» τῆς ὑποσ. 4 ὅτι αἱ σταθερῶν ἀναλογιῶν συναρτήσεσις παραγωγῆς εἶναι ὁμογενεῖς πρώτου βαθμοῦ, δηλαδή, αἱ συναρτήσεσις αὐταὶ δεικνύουν σταθερὰς ἀποδόσεις κλίμακος.

ΣΧΗΜΑ 6.2.4

Ο ΧΑΡΤΗΣ ΚΑΜΠΥΛΩΝ ΊΣΗΣ ΠΑΡΑΓΩΓΗΣ
ΕΙΣ ΜΙΑΝ ΣΤΑΘΕΡΩΝ ΑΝΑΛΟΓΙΩΝ ΣΥΝΑΡΤΗΣΙΝ ΠΑΡΑΓΩΓΗΣ



Μία περισσότερον ρεαλιστική περίπτωση είναι εκείνη καθ' ἣν υφίστανται πολλαί, ἀλλὰ πάντως ὄχι ἄπειροι, διαφορετικαὶ παραγωγικαὶ διαδικασίαι μὲ σταθερὰς ἀναλογίας. Ὁ Πίναξ 6.2.1, ἐπὶ παραδείγματι, περιλαμβάνει ὑποθετικὰ δεδομένα τῆς παραγωγῆς ἑνὸς ἀγαθοῦ διὰ τὸ ὅποιον υφίστανται πέντε διαφορετικαὶ παραγωγικαὶ διαδικασίαι σταθερῶν ἀναλογιών. Αἱ καμπύλαι ἴσης παραγωγῆς διὰ 100 μονάδας προϊόντος, ὁμοῦ μὲ τὰς ἀκτῖνας τῶν λόγων ἐδάφους - ἐργασίας, δεικνύονται εἰς τὸ Σχήμα 6.2.5.

Διὰ νὰ ἐνώσωμεν τοὺς διαφοροὺς (5) συνδυασμοὺς εἰσροῶν, χρησιμοποιοῦμεν τὰ εὐθύγραμμα τμήματα AB, BC, CD καὶ DE. Κάθε σημεῖον τῆς τεθλασμένης ταύτης γραμμῆς (ἤτοι τῆς ABCDE) δεικνύει ἕνα συνδυασμὸν εἰσροῶν ἱκανὸν νὰ παραγάγῃ 100 μονάδας προϊόντος. Ἡ τεθλασμένη γραμμὴ ABCDE φαίνεται νὰ ὁμοιάζῃ πολὺ μὲ τὴν «κανονικὴν» καμπύλην ἴσης παραγωγῆς τοῦ Σχήματος 6.2.3. Διαφέρει ὅμως (ἢ ABCDE) ταύτης κατὰ τὸ ὅτι οὐδεὶς συνδυασμὸς εἰσροῶν ἐκ τῶν κειμένων ἐπὶ τῶν «τόξων» μεταξὺ A καὶ B, B καὶ C κ.ο.κ. εἶναι εὐθέως δυνατόν νὰ ὑπάρξῃ ἄφ' ἑαυτοῦ. Ἐπὶ παραδείγματι, δὲν εἶναι δυνατόν νὰ παραγάγωμεν 100 μονάδας προϊόντος διὰ μιᾶς παραγωγικῆς διαδικασίας ἣτις ἀπασχολεῖ 7,25 μονάδας κεφαλαίου καὶ 2,5 μονάδας ἐργασίας.

Ἐν τούτοις, ἂν αἱ μονάδες τῶν εἰσροῶν εἶναι ἱκανοποιητικῶς διαιρεταί, κάθε συγκεκριμένος λόγος εἰσροῶν — δεικνυόμενος ἀπὸ ἕνα σημεῖον τῆς τεθλασμένης γραμμῆς — δύναται νὰ ἐπιτευχθῇ. Ὅτι ἀπαιτεῖται εἶναι ὁ

ΠΙΝΑΞ 6.2.1

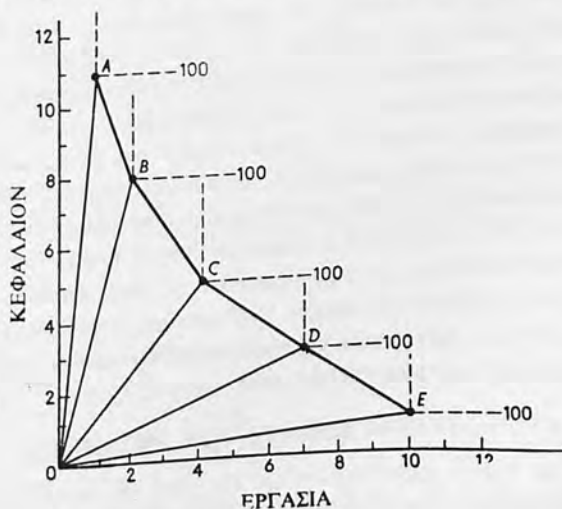
Η ΠΑΡΑΓΩΓΙΚΗ ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΑ ΟΤΑΝ ΥΦΙΣΤΑΝΤΑΙ ΠΟΛΛΑ
«ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΑ» ΣΤΑΘΕΡΩΝ ΑΝΑΛΟΓΙΩΝ

Άκτις	Λόγος κεφαλαίου - εργασίας	Είσορή κεφαλαίου	Είσορή εργασίας	Συνολικών προϊόν
OA	11 : 1	11 22	1 2	100 200
OB	8 : 2	8 16	2 4	100 200
OC	5 : 4	5 10	4 8	100 200
OD	3 : 7	3 6	7 14	100 200
OE	1 : 10	1 2	10 20	100 200

κατάλληλος συνδυασμός των δύο εκείνων παραγωγικών διαδικασιών σταθερών αναλογιών προς τας όποιās (παραγωγικές διαδικασίας) ούτος εύρισκεται πλησιέστερον. Ἐπὶ παραδείγματι, ὑποθέσατε ὅτι ὁ παραγωγὸς ἐπιθυμεί νὰ παραγάγῃ 100 μονάδας προϊόντος μὲ 7,25 μονάδας κεφαλαίου

ΣΧΗΜΑ 6.2.5

Ο ΧΑΡΤΗΣ ΚΑΜΠΥΛΩΝ ΙΣΗΣ ΠΑΡΑΓΩΓΗΣ ΟΤΑΝ ΥΦΙΣΤΑΝΤΑΙ
ΠΕΝΤΕ ΠΑΡΑΓΩΓΙΚΑΙ ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΑΙ ΣΤΑΘΕΡΩΝ ΑΝΑΛΟΓΙΩΝ



καί 2,5 μονάδας ἐργασίας· δύναται νά τὸ κάμη παράγων 75 μονάδας προϊόντος διὰ τῆς παραγωγικῆς διαδικασίας ἢ ὅποια δεικνύεται ὑπὸ τῆς ἀκτίνος OB καί 25 μονάδας διὰ τῆς παραγωγικῆς διαδικασίας ἢ ὅποια δεικνύεται ὑπὸ τῆς OC.

Ἡ παραγωγή 75 μονάδων εἰς τὸν λόγον εἰσροῶν $8 : 2$ ἀπαιτεῖ 6 μονάδας κεφαλαίου καί 1,5 μονάδας ἐργασίας. Ἡ παραγωγή 25 μονάδων εἰς τὸν λόγον $5 : 4$ ἀπαιτεῖ 1,25 μονάδας κεφαλαίου καί 1 μονάδα ἐργασίας. Ἄρα 100 μονάδες προϊόντος δύναται νά παραχθοῦν εἰς τὸν ἐπιθυμητὸν λόγον $7,25 : 2,5$ διὰ τοῦ συνδυασμοῦ τῶν δύο παραγωγικῶν διαδικασιῶν τῶν δεικνυομένων ἀπὸ τὰς ἀκτίνας OB καί OC.

Τέλος, ὑποθέσατε ὅτι ὑπάρχουν πολλαὶ παραγωγικαὶ διαδικασίαι σταθερῶν ἀναλογιῶν διὰ τῶν ὁποίων δύναται νά παραχθῆ ἓνα δεδομένον ἐπίπεδον προϊόντος. Ἄντι τῶν πέντε σημείων τοῦ Σχήματος 6.2.5 θὰ ὑπάρχουν πολλὰ σημεία. Ὁμοίως, θὰ ὑπάρχουν πολλὰ εὐθύγραμμα τμήματα τῆς μορφῆς AB, BC κ.λπ. Ὅσον ὁ ἀριθμὸς τῶν παραγωγικῶν διαδικασιῶν αὐξάνεται ὅλο καὶ περισσότερο, ἡ τεθλασμένη γραμμὴ φαίνεται νά πλησιάζη τὴν μορφήν τῆς «κανονικῆς καμπύλης» ἴσης παραγωγῆς τοῦ Σχήματος 6.2.3. Πράγματι, ἡ καμπύλη ἴσης παραγωγῆς ποῦ ἀντιπροσωπεύει μίαν μεταβλητῶν ἀναλογιῶν συνάρτησιν παραγωγῆς εἶναι ἀκριβῶς ἢ «ὀριακῆ» περίπτωσις παραγωγικῶν διαδικασιῶν μὲ σταθερὰς ἀναλογίας, καθὼς ὁ ἀριθμὸς τῶν διαδικασιῶν αὐξάνεται ἀπεριορίστως.

Τὸ τελευταῖον τοῦτο σημεῖον εἶναι καὶ ὁ λόγος διὰ τὸν ὅποιον εἰς τὴν οἰκονομικὴν θεωρίαν χρησιμοποιοῦνται «κανονικαί» καμπύλαι ἴσης παραγωγῆς καὶ μεταβλητῶν ἀναλογιῶν συναρτήσεις παραγωγῆς. Πολλὰ εἶδη βιομηχανικῆς παραγωγῆς πιθανὸν νά χαρακτηρίζωνται ἀπὸ σταθερὰς ἢ σχεδὸν σταθερὰς ἀναλογίας, συνήθως, ὅμως, εἶναι διαθέσιμοι πολλοὶ διαφορετικαὶ παραγωγικαὶ διαδικασίαι σταθερῶν ἀναλογιῶν. Οὕτως, ἡ κατασκευὴ «κανονικῶν» καμπυλῶν ἴσης παραγωγῆς, καὶ ὄχι πολλαπλῶς τεθλασμένων γραμμῶν, ἀπλουστεύει τὴν ἀνάλυσιν καὶ συγχρόνως δὲν ἀπομακρύνει πολὺ τὸν μελετητὴν ἀπὸ τὰς πράγματι ὑφισταμένας συνθήκας. Ἡ βασικὴ διαφορὰ ἔγκειται εἰς τὸ ὅτι μὲ «συνεχεῖς» καμπύλας ἴσης παραγωγῆς δύναται νά ἐπιτευχθῆ οἰοσδήποτε ἐπιθυμητὸς λόγος κεφαλαίου - ἐργασίας διὰ τῆς χρησιμοποίησεως μιᾶς παραγωγικῆς διαδικασίας, ἐνῶ ὅταν ὑπάρχουν πολλαὶ σταθερῶν ἀναλογιῶν διαδικασίαι, ὁ ἐπιθυμητὸς συνδυασμὸς τῶν εἰσροῶν (= λόγος τῶν εἰσροῶν) πιθανὸν νά ἀπαιτῆ τὸν ταυτὸχρονον συνδυασμὸν δύο παραγωγικῶν διαδικασιῶν.

6.3. Η ΥΠΟΚΑΤΑΣΤΑΣΙΣ ΤΩΝ ΕΙΣΡΟΩΝ

Ἐνα ἀπὸ τὰ κύρια χαρακτηριστικὰ τῆς ὑπὸ συνθήκας μεταβλητῶν ἀναλογιῶν παραγωγῆς — ἢ ἑνὸς μεγάλου ἀριθμοῦ διαζευκτικῶν διαδικασιῶν

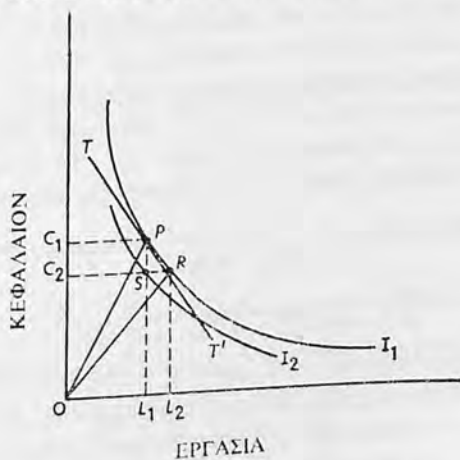
μέ σταθεράς ἀναλογίας — εἶναι τὸ γεγονός ὅτι διάφοροι συνδυασμοὶ εἰσροῶν δύνανται νὰ παραγάγουν ἓνα δοθὲν ἐπίπεδον προϊόντος. Μὲ ἄλλας λέξεις, μία εἰσροὴ δύνανται νὰ ὑποκατασταθῇ εἰς μίαν ἄλλην κατὰ τοιοῦτον τρόπον, ὥστε τὸ ἐπίπεδον τοῦ προϊόντος νὰ παραμείνῃ σταθερόν. Ὁ λόγος ἢ ρυθμὸς κατὰ τὸν ὅποιον πρέπει μία εἰσροὴ νὰ ὑποκατασταθῇ εἰς μίαν ἄλλην, πρὸς τὸν σκοπὸν ὅπως διατηρηθῇ τὸ προϊόν σταθερόν καὶ ἡ ἀναλογικὴ μεταβολὴ τοῦ λόγου τῶν εἰσροῶν ἢ προκύπτουσα ἀπὸ μίαν δεδομένην μεταβολὴν τοῦ λόγου τῆς ὑποκαταστάσεως, ἔχουν μεγάλην θεωρητικὴν καὶ πρακτικὴν σπουδαιότητα.

6.3.a. — Ὁ ὀριακὸς λόγος τεχνικῆς ὑποκαταστάσεως

Θεωρήσατε τὴν ἀντιπροσωπευτικὴν καμπύλην ἴσης παραγωγῆς I_1 τοῦ Σχήματος 6.3.1. Τὰ P καὶ R εἶναι δύο ἀπὸ τοὺς πολλοὺς διαφορετικοὺς συνδυασμοὺς ποὺ δύνανται νὰ χρησιμοποιηθοῦν διὰ τὴν παραγωγὴν τοῦ ἐπιπέδου I_1 προϊόντος. Ἐάν ἡ παραγωγή πραγματοποιηθῇ εἰς τὸ P , ἀπαιτοῦνται DC_1 μονάδες κεφαλαίου καὶ OL_1 μονάδες ἐργασίας. Διὰ τὴν παραγωγὴν

ΣΧΗΜΑ 6.3.1

Ο ΟΡΙΑΚΟΣ ΛΟΓΟΣ ΤΕΧΝΙΚΗΣ ΥΠΟΚΑΤΑΣΤΑΣΕΩΣ



εἰς τὸ R ἀπαιτοῦνται OC_2 μονάδες κεφαλαίου καὶ OL_2 μονάδες ἐργασίας. Οὕτω τὸ P ἀντιστοιχεῖ εἰς τὸν λόγον κεφαλαίου - ἐργασίας ὁ ὅποιος δίδεται ἀπὸ τὴν κλίσην τῆς $OP = \frac{OC_1}{OL_1}$, ἐνῶ τὸ R ἀντιστοιχεῖ εἰς τὸν λόγον ἐδά-
φους - ἐργασίας ὁ ὅποιος δίδεται ἀπὸ τὴν κλίσην τῆς $OR = \frac{OC_2}{OL_2}$.

Ἐάν ὑπάρξῃ μεταβολή ἀπὸ τὸ Ρ εἰς τὸ R, τὸ αὐτὸ ἐπίπεδον προϊόντος παράγεται διὰ τῆς ἀπασχολήσεως περισοτέρας ἐργασίας καὶ ὀλιγότερου κεφαλαίου — ἡ ἐργασία, δηλαδή, δύναται νὰ ὑποκατασταθῇ εἰς τὸ κεφάλαιον κατὰ τὴν μετακίνησιν ἀπὸ τοῦ Ρ εἰς τὸ R καὶ ἀντιστρόφως. Ὁ λόγος κατὰ τὸν ὁποῖον ἡ ἐργασία δύναται νὰ ὑποκατασταθῇ εἰς τὸ κεφάλαιον καθ' ὅλον τὸ μήκος τοῦ τόξου PR δίδεται ὑπὸ τοῦ

$$\frac{OC_1 - OC_2}{OL_1 - OL_2} = \frac{PS}{SR},$$

ὅπου τὸ πρόσημον μείον τίθεται ἔμπροσθεν διὰ νὰ ἔχωμεν θετικὸν ἀριθμὸν. Τιθέμενον κατ' ἄλλον τρόπον, ὁ λόγος τῆς ὑποκαταστάσεως εἶναι ἡ μεταβολὴ τῆς ἀπασχολήσεως τοῦ κεφαλαίου διηρημένη διὰ τῆς μεταβολῆς τῆς ἀπασχολήσεως τῆς ἐργασίας, ἢ ἡ κλίσις τῆς «καμπυλογράμμου» γωνίας PRS (ἢ «πλευρὰ» PR εἶναι καμπύλη ἐνῶ ἡ SR εἶναι εὐθεΐα).

Καθὼς ἡ ἀπόστασις μεταξὺ Ρ καὶ R μειοῦται, ἡ κλίσις τοῦ καμπυλογράμμου τμήματος PR προσεγγίζει τὴν κλίσιν τῆς εἰς τὸ σημεῖον Ρ ἐφαπτομένης εὐθείας TT'. Εἰς τὸ ὄριον, διὰ πολὺ μικρὰς μετακινήσεις εἰς τὴν περιοχὴν τοῦ Ρ, ἡ κλίσις τῆς εἰς τὸ Ρ ἐφαπτομένης μετρεῖ τὸν λόγον τῆς ὑποκαταστάσεως. Εἰς τὴν περίπτωσιν αὐτὴν — διὰ μικρὰς μετακινήσεις ἐπὶ τῆς I_1 — οὗτος καλεῖται ὀριακὸς λόγος τεχνικῆς ὑποκαταστάσεως, ἀκριβῶς ὅπως ἡ κλίσις τῆς καμπύλης ἀδιαφορίας τοῦ καταναλωτοῦ καλεῖται ὀριακὸς λόγος ὑποκαταστάσεως εἰς τὴν κατανάλωσιν. Ὑποθέσατε, τώρα, ὅτι ἡ εἰσροὴ ἐργασίας παραμένει σταθερὰ εἰς OL_1 , ἐνῶ ἡ εἰσροὴ κεφαλαίου αὐξάνεται ἀπὸ OC_2 εἰς OC_1 . Τὸ προϊόν θὰ αὐξηθῇ ἀπὸ τὸ ἐπίπεδον I_2 (ἔστω Q_2) εἰς τὸ ἐπίπεδον I_1 (ἔστω Q_1). Τὸ ὀριακὸν προϊόν τοῦ κεφαλαίου εἶναι, βεβαίως, ἡ αὐξησις τοῦ προϊόντος διὰ τῆς κατὰ μίαν μονάδα αὐξήσεως τῆς εἰσροῆς ἢ $\frac{Q_1 - Q_2}{OC_1 - OC_2}$. Δεδομένου ὅτι $OC_1 - OC_2 = PS$, τὸ ὀριακὸν προϊόν τοῦ κεφαλαίου εἶναι $\frac{Q_1 - Q_2}{PS}$.

Ἐὰν ἐπανέλθωμεν τώρα εἰς τὸ ἐπίπεδον I_2 καὶ ἄς θεωρήσωμεν τὴν εἰσροὴν κεφαλαίου σταθερὰν εἰς OC_2 ἐνῶ ἡ εἰσροὴ ἐργασίας αὐξάνεται ἀπὸ OL_1 εἰς OL_2 , ἤτοι κατὰ τὸ ποσὸν SR. Τὸ ὀριακὸν προϊόν τῆς ἐργασίας κατὰ τὴν μεταβολὴν αὐτὴν εἶναι $\frac{Q_1 - Q_2}{SR}$. Ὁ λόγος τοῦ ὀριακοῦ προϊόντος τῆς ἐργασίας πρὸς τὸ ὀριακὸν προϊόν τοῦ κεφαλαίου εἶναι $\frac{Q_1 - Q_2}{SR} \cdot \frac{Q_1 - Q_2}{PS} = \frac{PS}{SR}$, ἤτοι ὁ ὀριακὸς λόγος τεχνικῆς ὑποκαταστάσεως ἐργασίας εἰς κεφάλαιον

λαιον. Εἰς τὸ ὄριον, ἐπομένως, καθὼς ἡ ἀπόστασις ἀπὸ τὸ Ρ εἰς τὸ R γίνεται πολὺ μικρά, ὁ ὀριακὸς λόγος τεχνικῆς ὑποκαταστάσεως ἐργασίας εἰς κεφάλαιον ἰσοῦται πρὸς τὸν λόγον τοῦ ὀριακοῦ προϊόντος τῆς ἐργασίας πρὸς τὸ ὀριακὸν προϊόν τοῦ κεφαλαίου, ἥτοι :

$$\text{MRTS}_{L \text{ εἰς } C} = - \frac{\Delta K}{\Delta L} = \frac{MP_L}{MP_C}$$

ὅπου $\text{MRTS}_{L \text{ εἰς } C}$ = ὀριακὸς λόγος τεχνικῆς ὑποκαταστάσεως ἐργασίας εἰς κεφάλαιον.

Τὰ ἀνωτέρω δύνανται περιληπτικῶς νὰ τεθοῦν ὡς ἐξῆς :

ΣΧΕΣΕΙΣ : Ὁ ὀριακὸς λόγος τεχνικῆς ὑποκαταστάσεως μετρεῖ τὴν μείωσιν τῆς μιᾶς εἰσροῆς κατὰ μονάδα αὐξήσεως τῆς ἐτέρας ἥτις (μείωσις) εἶναι ἀκριβῶς ἀναγκαία διὰ τὴν διατήρησιν ἐνὸς σταθεροῦ ἐπιπέδου προϊόντος. Ὁ ὀριακὸς λόγος τεχνικῆς ὑποκαταστάσεως τῆς εἰσροῆς X εἰς τὴν εἰσροὴν Y δι' ἓνα σημεῖον τῆς καμπύλης ἴσης παραγωγῆς ἰσοῦται πρὸς τὸ ἀρνητικὸν τῆς κλίσεως τῆς καμπύλης ἴσης παραγωγῆς εἰς τὸ σημεῖον αὐτό. Ἴσοῦται ἐπίσης μὲ τὸν λόγον τοῦ ὀριακοῦ προϊόντος τῆς X πρὸς τὸ ὀριακὸν προϊόν τῆς Y.⁶

6. Αἱ σχέσεις αὗται δύνανται εὐκόλως νὰ δειχθοῦν μαθηματικῶς. Ἡ συνάρτησις παραγωγῆς εἶναι ἡ τῆς ὑποσ. 1 :

$$Q = f(K, L), \quad (6.6.1)$$

ὅπου τὰ

$$\frac{\partial Q}{\partial K}, \frac{\partial Q}{\partial L} \quad (6.6.2)$$

εἶναι τὰ ὀριακά προϊόντα κεφαλαίου καὶ ἐργασίας ἀντιστοίχως.

Θεωρήσατε τὸ ὅλικόν διαφορικὸν τῆς συναρτήσεως παραγωγῆς (6.6.1) :

$$dQ = \frac{\partial f}{\partial K} dK + \frac{\partial f}{\partial L} dL. \quad (6.6.3)$$

Κατὰ τὰς μετακινήσεις ἐπὶ μιᾶς καμπύλης ἴσης παραγωγῆς τὸ προϊόν παραμένει σταθερὸν, ἥτοι $dQ = 0$. Θετόντες τοῦτο εἰς τὴν (6.6.3) λαμβάνομεν :

$$\frac{\partial f}{\partial K} dK + \frac{\partial f}{\partial L} dL = 0, \quad (6.6.4)$$

ἥτις εἶναι ἡ ἐξίσωσις μιᾶς καμπύλης ἴσης παραγωγῆς. Ἐξ ὀρισμοῦ, ὁ ὀριακὸς λόγος τεχνικῆς ὑποκαταστάσεως εἶναι $-\frac{dK}{dL}$. Συνεπῶς, ἐκ τῆς (6.6.4) καὶ βάσει τῆς (6.6.2) :

6.3.b. — 'Ο φθίνων όριακός λόγος τεχνικής ύποκαταστάσεως.

'Ο όριακός λόγος τεχνικής ύποκαταστάσεως έργασίας εις κεφάλαιον φθίνει καθώς όλονέν και περισσοτέρα έργασία ύποκαθίσταται εις κεφάλαιον. Τοϋτο φαίνεται εϋλογον και δέν είναι δύσκολον νά εξηγηθῆ.

Καθώς περισσοτεροι μονάδες έργασίας προστίθενται επί τῆς σταθεράς ποσότητος κεφαλαίου, τó όριακόν προΐόν τῆς έργασίας μειοϋται. 'Επί πλέον, ώς εις τó Σχῆμα 5.2.4 δεικνύεται, όταν ἡ ποσότης τῆς «σταθεράς» εισροῆς μειοϋται, τó όριακόν προΐόν τῆς έργασίας μειοϋται. Οϋτω, δύο δυνάμεις ώθοϋν τó όριακόν προΐόν τῆς έργασίας εις μείωσιν : (α) ἡ όλιγωτέρα «σταθερά» εισροή προκαλεῖ μίαν πρὸς τὰ κάτω μετατόπισιν τῆς καμπύλης τοϋ όριακοϋ προΐόντος τῆς έργασίας και (β) αἱ πρόσθετοι μονάδες τῆς «μεταβλητῆς» εισροῆς (έργασίας) προκαλοϋν μίαν πρὸς τὰ κάτω μετακίνησιν κατὰ μῆκος τῆς καμπύλης τοϋ όριακοϋ προΐόντος τῆς έργασίας. Συνεπῶς, καθώς ἡ έργασία ύποκαθίσταται εις τó κεφάλαιον θά πρέπει τó όριακόν προΐόν τῆς έργασίας νά μειοϋται.

Δι' όμοίους λόγους, τó όριακόν προΐόν τοϋ κεφαλαίου αϋξάνεται. 'Ως εις τó Σχῆμα 5.3.6 δεικνύεται, καθ' ὄλην τὴν φάσιν II — τὴν οἰκονομικῶς ἀποδοτικὴν φάσιν τῆς παραγωγῆς — τó όριακόν προΐόν τοϋ κεφαλαίου αϋξάνεται ἐνὸς τó όριακόν προΐόν τῆς έργασίας μειοϋται. Τó αἴτιον ἀμφοτέρων εἶναι ἡ μείωσις τοϋ λόγου κεφαλαίου - έργασίας. Μὲ σταθεράν τὴν ποσότη-

$$\text{MRTS}_{L \text{ εις } K} = -\frac{dK}{dL} = \frac{\frac{\partial f}{\partial K}}{\frac{\partial f}{\partial L}} = \frac{MP_L}{MP_K} \quad (6.6)$$

*Υποθέσατε, ἐπί παραδείγματι ὅτι ἡ συνάρτησις παραγωγῆς ἔχει τὴν μορφήν C.E.S. :

$$Q = \gamma[\delta K^{-\rho} + (1-\delta)L^{-\rho}]^{\frac{1}{\rho}} \quad (6.6.6)$$

ὅπου τὰ γ , δ και ρ εἶναι σταθεραὶ και $\gamma > 0$, $\delta > 0$. Θετόντες $dQ = 0$ ἔχομεν :

$$dQ = \gamma\delta K^{-\rho-1}[\delta K^{-\rho} + (1-\delta)L^{-\rho}]^{\frac{1}{\rho}-1} + \\ + (1-\delta)\gamma L^{-\rho-1}[\delta K^{-\rho} + (1-\delta)L^{-\rho}]^{\frac{1}{\rho}-1} = 0, \quad (6.6.7)$$

ἢ

$$-\frac{dK}{dL} = \text{MRTS}_{L \text{ εις } K} = \frac{\gamma(1-\delta)L^{-\rho-1}}{\gamma\delta K^{-\rho-1}} = \left(\frac{1-\delta}{\delta}\right) \left(\frac{K}{L}\right)^{1+\rho}. \quad (6.6.8)$$

'Η (6.6.8) οἶδει τὴν ἐξίσωσιν τοϋ όριακοϋ λόγου τεχνικής ύποκαταστάσεως έργασίας εις κεφάλαιον διὰ τὴν συνάρτησιν παραγωγῆς τύπου C.E.S.

τα της ἐργασίας, τὸ ὀριακὸν προϊόν τοῦ ἐδάφους αὐξάνεται καθὼς ὀλιγώτε-
ραι μονάδες κεφαλαίου χρησιμοποιοῦνται. Ταυτοχρόνως, ὅμως, ἡ εἰσροή
ἐργασίας αὐξάνεται, μετατοπίζουσα ὡς ἐκ τούτου τὴν καμπύλην τοῦ ὀριακοῦ
προϊόντος τοῦ κεφαλαίου πρὸς τὰ ἄνω. Αἱ ἄνωτέρω δύο δυνάμεις δροῦν καί
εἰς τὴν παροῦσαν περίπτωσιν : ἀφ' ἐνὸς μὲν ἡ μετακίνησις κατὰ μῆκος τῆς
καμπύλης τοῦ ὀριακοῦ προϊόντος, ἀφ' ἑτέρου δὲ ἡ μετατόπισις τῆς θέσεως
τῆς καμπύλης. Εἰς τὴν περίπτωσιν αὐτὴν, ὅμως, ἀμφότεραι αἱ δυνάμεις προ-
καλοῦν αὐξήσιν τοῦ ὀριακοῦ προϊόντος τοῦ κεφαλαίου. Οὕτω, καθὼς ἡ ἐρ-
γασία ὑποκαθίσταται εἰς τὸ κεφάλαιον, τὸ ὀριακὸν προϊόν τοῦ κεφαλαίου
αὐξάνεται.

Ὡς ἔχει ἤδη ὀρισθῆ, ὁ ὀριακὸς λόγος τεχνικῆς ὑποκαταστάσεως εἶναι
ἴσος πρὸς τὸν λόγον τοῦ ὀριακοῦ προϊόντος τῆς ἐργασίας πρὸς τὸ ὀριακὸν
προϊὸν τοῦ κεφαλαίου. Καθὼς ἡ ἐργασία ὑποκαθίσταται εἰς τὸ κεφάλαιον,
τὸ ὀριακὸν προϊόν τῆς ἐργασίας μειοῦται ἐνῶ τὸ ὀριακὸν προϊόν τοῦ κε-
φαλαίου αὐξάνεται. Συνεπῶς, ὁ ὀριακὸς λόγος τεχνικῆς ὑποκαταστάσεως
ἐργασίας εἰς κεφάλαιον φθίνει, καθὼς ἡ ἐργασία ὑποκαθίσταται εἰς τὸ κε-
φάλαιον πρὸς τὸν σκοπὸν ὅπως τὸ ἐπίπεδον τοῦ προϊόντος παραμείνη στα-
θερόν.

Ταῦτα δύνανται νὰ διατυπωθοῦν περιληπτικῶς ὡς ἑξῆς :

ΣΧΕΣΙΣ : Καθὼς ἡ ἐργασία ὑποκαθίσταται εἰς τὸ κεφάλαιον κατὰ
μῆκος μιᾶς καμπύλης ἴσης παραγωγῆς (εἰς τρόπον ὥστε τὸ προϊόν νὰ μὲνη
ἀμετάβλητον), ὁ ὀριακὸς λόγος τεχνικῆς ὑποκαταστάσεως μειοῦται.

Τὸ γεγονός ὅτι ὁ ὀριακὸς λόγος τεχνικῆς ὑποκαταστάσεως μειοῦται,
καθὼς ἡ ἐργασία ὑποκαθίσταται εἰς τὸ κεφάλαιον, σημαίνει ὅτι αἱ καμπύλαι
ἴσης παραγωγῆς εἶναι κοῖλαι πρὸς τὰ ἄνω (δηλαδή εἰς τὴν περιοχὴν περὶ
τοῦ σημείου ἐπαφῆς, ἡ καμπύλη ἴσης παραγωγῆς κεῖται ὑπεράνω τῆς ἐφα-
πτομένης). Τοῦτο δεικνύεται εἰς τὸ Σχῆμα 6.3.2.

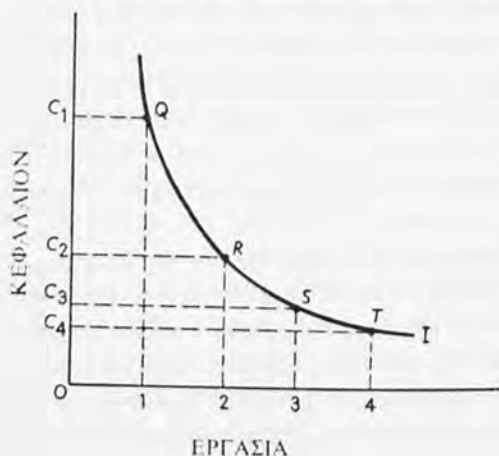
Τὰ Q, R, S καὶ T εἶναι τέσσαρες συνδυασμοὶ εἰσροῶν κείμενοι ἐπὶ τῆς
καμπύλης ἴσης παραγωγῆς I. Τὸ Q ἀντιπροσωπεύει τὸν συνδυασμὸν OC₁
μονάδων κεφαλαίου καὶ μιᾶς μονάδος ἐργασίας, τὸ R, OC₂ μονάδων κεφα-
λαίου καὶ δύο μονάδων ἐργασίας κ.ο.κ. Κατὰ τὴν μετακίνησιν ἀπὸ τὸ Q
εἰς τὸ R, ὁ ὀριακὸς λόγος τεχνικῆς ὑποκαταστάσεως ἐργασίας εἰς κεφάλαιον
δίδεται ἀπὸ τὴν σχέσιν :

$$\frac{OC_1 - OC_2}{1 - 2} = OC_1 - OC_2.$$

Ὅμοιως διὰ τὰς μετακινήσεις ἐκ τοῦ R εἰς τὸ S καὶ ἐκ τοῦ S εἰς τὸ T,
οἱ ὀριακοὶ λόγοι ὑποκαταστάσεως εἶναι OC₂ — OC₃ καὶ OC₃ — OC₄ ἀντι-
στοίχως.

ΣΧΗΜΑ 6.3.2

Ο ΦΘΙΝΩΝ ΟΡΙΑΚΟΣ ΛΟΓΟΣ ΤΕΧΝΙΚΗΣ ΥΠΟΚΑΤΑΣΤΑΣΕΩΣ



Δεδομένου ότι ο όριακός λόγος υποκαταστάσεως εργασίας εις κεφάλαιον μειούται καθώς η εργασία υποκαθίσταται εις τὸ κεφάλαιον, εἶναι ἀναγκαῖον ὅπως $OC_1 - OC_2 > OC_2 - OC_3 > OC_3 - OC_4$. Εἰς τὴν διαγραμματικὴν παρουσίᾳσιν, ἡ ποσότης κεφαλαίου ἢ ὁποῖα ἀντικαθίσταται ἀπὸ διαδοχικὰς μονάδας ἐργασίας θὰ μειούται ὅταν, καὶ μόνον ὅταν, ἡ καμπύλη ἴσης παραγωγῆς εἶναι κοίλη πρὸς τὰ ἄνω. Δεδομένου ὅτι ἡ ποσότης κεφαλαίου π ρ έ π ε ι νὰ μειούται, ἡ καμπύλη ἴσης παραγωγῆς π ρ έ π ε ι νὰ εἶναι κοίλη πρὸς τὰ ἄνω.⁷

ΣΧΕΣΙΣ : Αἱ καμπύλαι ἴσης παραγωγῆς πρέπει νὰ εἶναι κοίλαι πρὸς τὰ ἄνω εἰς πᾶν σημεῖον των διὰ νὰ ἱκανοποιοῦν τὴν ἀρχὴν τοῦ φθίνοντος ὀριακοῦ λόγου τεχνικῆς υποκαταστάσεως.

6.3.c. — Ἡ οἰκονομικῶς ἀποδοτικὴ φάσις τῆς παραγωγῆς

Πολλαὶ συναρτήσεις παραγωγῆς χαρακτηρίζονται ἀπὸ χάρτας καμπυλῶν ἴσης παραγωγῆς ὡς ὁ τοῦ Σχήματος 6.2.3. Ἄλλαι, ἐν τούτοις, χαρακτηρίζονται ἀπὸ χάρτας παραγωγῆς ὡς ὁ τοῦ Σχήματος 6.3.3. Ὁ χάρτης αὐτὸς εἶναι ὁμοιος πρὸς τὸν τοῦ Σχήματος 6.2.3 κατὰ τὸ ὅτι αἱ καμπύλαι ἴσης παραγωγῆς δὲν τέμνονται — ὅσον ὑψηλότερον εὐρίσκονται αἱ καμπύλαι ἴσης παραγωγῆς τόσον μεγαλύτερον εἶναι τὸ προϊόν — καὶ κατὰ τὸ ὅτι δι'

7. Τοῦτο ἀποδεικνύεται εἰς τὴν ὑποσ. 9.

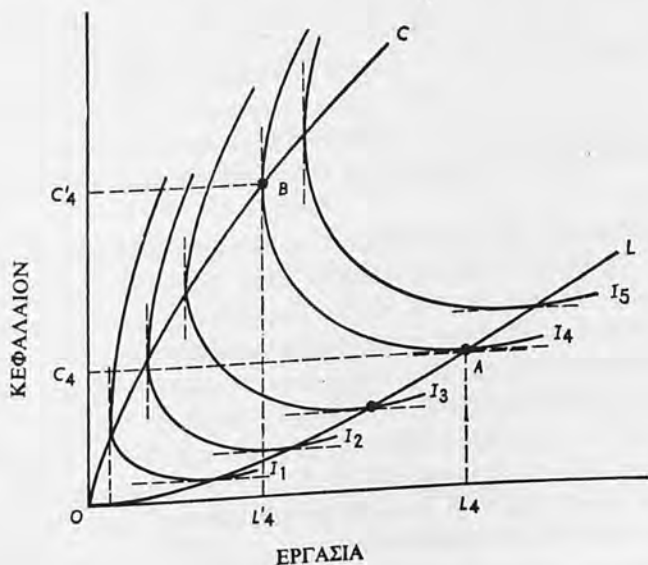
Ένα εύρος τιμών των εισροών αι καμπύλοι ίσης παραγωγής έχουν αρνητική κλίση. Η μόνη διαφορά έγκειται εις τὸ ὅτι πέραν «ὠρισμένων» σημείων αι καμπύλοι ίσης παραγωγής «κάμπτονται πρὸς τὰ μέσα», ἢ ἄλλως, ἔχουν τμήματα με θετική κλίση.

Αι διακεκομμένοι παράλληλοι εὐθείαι τοῦ Σχήματος 6.3.3, καθορίζουν τὰ σημεία εις τὰ ὁποία αι καμπύλοι ίσης παραγωγής κάμπτονται πρὸς τὰ μέσα. Αι γραμμαὶ OC καὶ OL ἑνώνουν τὰ σημεία αὐτὰ καὶ σχηματίζουν, ὡς θὰ ἴδωμεν, τὰ ὄρια τῆς οικονομικῶς ἀποδοτικῆς φάσεως τῆς παραγωγῆς (ἢ, ἄλλως, τῆς φάσεως II).

Ὑποθέσατε ὅτι πρόκειται νὰ παραχθῆ ἡ ὑπὸ τῆς καμπύλης ίσης παραγωγῆς I_4 δεικνυομένη ποσότης. Ἡ παραγωγή τῆς ποσότητος αὐτῆς ἀπαιτεῖ

ΣΧΗΜΑ 6.3.3

Ο ΧΑΡΤΗΣ ΚΑΜΠΥΛΩΝ ΙΣΗΣ ΠΑΡΑΓΩΓΗΣ ΚΑΙ ΑΙ ΑΝΤΙΣΤΟΙΧΟΙ ΦΑΣΕΙΣ



το ὑλάχιστον OC_4 μονάδας κεφαλαίου, δεδομένου ὅτι μικρότερα ποσότης κεφαλαίου δὲν θὰ ἐπέτρεπε τὴν παραγωγήν τοῦ ἐπιπέδου προϊόντος I_4 . Με OC_4 μονάδας κεφαλαίου, πρέπει νὰ χρησιμοποιηθοῦν OL_4 μονάδες ἐργασίας. Πέραν τοῦ OL_4 , πρόσθετοι μονάδες ἐργασίας συνδυαζόμεναι με OC_4 μονάδας κεφαλαίου θὰ παρήγαγον μικρότεραν ποσότητας προϊόντος. Διὰ νὰ διατηρηθῆ ἡ παραγωγή εις τὸ ἐπίπεδον I_4 με μεγαλύτεραν εισροὴν

έργασίας, απαιτείται μεγαλύτερα είσροη κεφαλαίου, όπερ σημαίνει μίαν αίσθητώς άντιοικονομικήν χρησιμοποίησιν παραγωγικών πόρων.

Δεδομένου ότι αύξησις τής είσροής έργασίας πέραν του OL_4 , με σταθεράν τήν είσροήν κεφαλαίων εις OC_4 , προκαλεί πτώσιν του συνολικού προϊόντος, τó σημείον A τής I_4 δεικνύει τó όριον έντατικής έκμεταλλεύσεως τής έργασίας. Τó όριακόν προϊόν τής έργασίας είναι μηδέν και έπομένως ó όριακός λόγος ύποκαταστάσεως έργασίας εις κεφάλαιον είναι μηδέν. Τούτο δεικνύεται από τήν όριζοντίαν έφαπτομένην εις τó A . Εις τó σημείον τούτο ή ύποκατάστασις τής έργασίας εις τó κεφάλαιον έχει γίνει ή μεγίστη δυνατή όσον άφορά τó επίπεδον προϊόντος I_4 .

Όμοίως, ή παραγωγή του επιπέδου I_4 άπαιτεί μίαν ώρισμένην, έλαχίστην, είσροήν έργασίας, τήν OL'_4 του Σχήματος 6.3.3. Τó επίπεδον προϊόντος I_4 δέν δύναται νά παραχθή άνευ αύτης τουλάχιστον τής είσροής έργασίας. Με αύτήν δέ τήν έλαχίστην ποσότητα έργασίας, ή αύξησις τής είσροής κεφαλαίων πέραν του OC'_4 θά έμείωνε μάλλον παρά θά ηύξανε τήν παραγωγήν. Ούτω, τó όριακόν προϊόν του κεφαλαίου εις τó σημείον B είναι μηδέν και, διά ποσότητας κεφαλαίου πέραν των OC'_4 μονάδων, είναι άρνητικόν (έν συνδυασμῷ με OL'_4 μονάδας έργασίας). Δεδομένου ότι τó όριακόν προϊόν του κεφαλαίου είναι μηδέν, ó όριακός λόγος ύποκαταστάσεως έργασίας εις κεφάλαιον εις τó σημείον B είναι άπειρος ή άπροσδιόριστος. Άρα, τó κεφάλαιον χρησιμοποιείται εις τó όριον τής έντατικής του έκμεταλλεύσεως.

Ός είδομεν εις τήν παράγραφον 5.3.e, τó όριον έντατικής έκμεταλλεύσεως από τής πλευράς τής μιᾶς είσροής είναι τó όριον έντατικής έκμεταλλεύσεως από τής πλευράς τής άλλης. Συνεπώς, με χρησιμοποίησιν OL_4 μονάδων έργασίας, τó μέσον προϊόν του κεφαλαίου άνέρχεται μέχρις ότου χρησιμοποιηθούν OC_4 μονάδες κεφαλαίου. Τó σημείον A , έπομένως, διαχωρίζει τās φάσεις I και II διά τó κεφάλαιον και II και III διά τήν έργασίαν. Όμοίως, με OC'_4 μονάδας κεφαλαίου, τó μέσον προϊόν τής έργασίας άνέρχεται μέχρις ότου χρησιμοποιηθούν OL'_4 μονάδες έργασίας. Τó σημείον B δεικνύει τó όριον μεταξύ I και II φάσεως διά τήν έργασίαν και μεταξύ II και III φάσεως διά τó κεφάλαιον.

Ένοϋντες τά σημεία όπου τó όριακόν προϊόν τής έργασίας είναι μηδέν, λαμβάνομεν τήν γραμμήν OL . Όμοίως, ή OC είναι ó τόπος των σημείων εις τά όποια τó όριακόν προϊόν του κεφαλαίου είναι μηδέν. Η παραγωγή θά πρέπει νά διεξαχθῆ έντός τής περιοχής COL . Ούτως, αί «διαχωριστικά γραμμαι» OL και OC «διαχωρίζουν» τήν οικονομικώς άποδοτικήν περιοχήν από τās μη οικονομικώς άποδοτικάς περιοχάς.

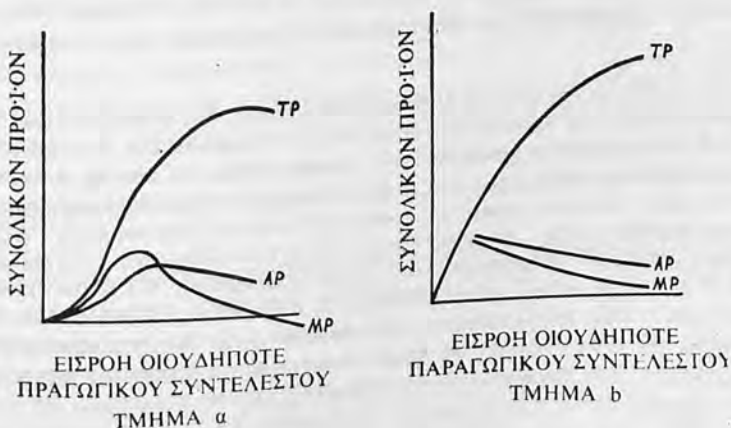
Περίληπτικώς :

ΣΧΕΣΕΙΣ : Ἐάν ἡ συνάρτησις παραγωγῆς εἶναι τοιαύτης μορφῆς ὥστε νὰ ὑφίστανται ὄρια ἐντατικῆς καὶ ἐκτατικῆς ἐκμεταλλεύσεως δι' ἐκάστην εἰσροήν, ὁ χάρτης τῶν καμπυλῶν ἴσης παραγωγῆς ἔχει τὴν μορφήν τοῦ χάρτου εἰς τὸ Σχῆμα 6.3.3. Ἡ παραγωγικὴ διαδικασία θὰ διεξαχθῇ εἰς ἐκεῖνα μόνον τὰ τμήματα τῶν καμπυλῶν ἴσης παραγωγῆς τὰ ὅποια κείνται μεταξὺ τῶν «διαχωριστικῶν γραμμῶν» (τῶν γεωμετρικῶν τόπων τῶν σημείων εἰς τὰ ὅποια τὰ ὄριακὰ προϊόντα εἶναι μηδενικά). Τὰ οἰκονομικῶς ἀποδοτικὰ ταῦτα τμήματα τῶν καμπυλῶν ἴσης παραγωγῆς ἀντιστοιχοῦν πλήρως πρὸς τὴν φάσιν II δι' ἐκάστην εἰσροήν.

Ἡ φάσις παραγωγῆς I δι' ἐκάστην εἰσροήν ἀντιστοιχεῖ πρὸς τὴν περιοχὴν ὅπου τὸ μέσον προϊόν ἀνέρχεται. Ὄταν δὲ τὸ μέσον προϊόν ἀνέρχεται, τὸ ὄριακόν προϊόν εἶναι μεγαλύτερον τοῦ μέσου προϊόντος. Δεδομένου ὅτι, διὰ νὰ ἔχωμεν τὸν χάρτην καμπυλῶν ἴσης παραγωγῆς τοῦ Σχήματος 6.3.3, εἶναι ἀναγκαῖα ἡ ὑπαρξίς τῶν φάσεων I καὶ III, θὰ πρέπει, εἰς τὴν συνάρτησιν παραγωγῆς τὴν «παράγουσαν» ἓνα τοιοῦτου εἶδους χάρτην, νὰ ἀντιστοιχοῦν αἱ «κανονικαί» καμπύλαι παραγωγῆς τοῦ Σχήματος 5.3.3. Αἱ «κανονικαί» αὐταὶ καμπύλαι παραγωγῆς ἀπεικονίζονται καὶ πάλιν εἰς τὸ τμήμα b τοῦ Σχήματος 6.3.4.

ΣΧΗΜΑ 6.3.4

ΚΑΜΠΥΛΑΙ ΠΑΡΑΓΩΓΗΣ ΔΙΑ ΔΙΑΦΟΡΟΥΣ ΜΟΡΦΑΣ ΧΑΡΤΟΥ ΚΑΜΠΥΛῶΝ ἸΣΗΣ ΠΑΡΑΓΩΓΗΣ



Ἐν τούτοις, ὀρισμέναι συναρτήσεις παραγωγῆς «παράγου» χάρτας καμπυλῶν ἴσης παραγωγῆς ὁμοίους πρὸς τὸν χάρτην τοῦ Σχήματος 6.2.3, ὅπου δι' ἐκάστην εἰσροήν οὔτε ἡ φάσις I οὔτε ἡ φάσις III ὑφίστανται. Ὅλοκληρος ἡ συνάρτησις παραγωγῆς ἀντιπροσωπεύει τὴν φάσιν II, ἥτοι τὴν

οικονομικῶς ἀποδοτικὴν φάσιν τῆς παραγωγῆς. Τὸ ὀριακὸν καὶ τὸ μέσον προϊόν κατέρχονται συνεχῶς, ἀλλ' οὐδὲν φθάνει εἰς τὸ μηδὲν ἀφοῦ δὲν ὑπάρχει «μέγιστον» εἰς τὴν καμπύλην τοῦ συνολικοῦ προϊόντος. Μία τοιαύτης μορφῆς συνάρτησις παραγωγῆς δεικνύεται εἰς τὸ Σχῆμα 6.3.4, τμήμα b. Αἱ καμπύλαι τοῦ μέσου καὶ τοῦ ὀριακοῦ προϊόντος ἄρχονται ἀπὸ σημεία κείμενα πέραν τῆς ἀρχῆς τῶν ἀξόνων, ἀλλὰ τοῦτο γίνεται ἀπλῶς χάριν εὐκολίας : καὶ τὸ μέσον καὶ τὸ ὀριακὸν προϊόν ὀρίζονται δι' ἀπειροστικῶς μικρὰς ποσότητος τῆς εἰσροῆς· ὅμως διὰ ποσότητος τῆς εἰσροῆς μικροτέρας τῆς μονάδος, τὸ μέσον καὶ τὸ ὀριακὸν προϊόν εἶναι μεγαλύτερα τοῦ συνολικοῦ προϊόντος.

Ἡ σημασία τῶν συναρτήσεων παραγωγῆς αἱ ὁποῖαι χαρακτηρίζονται ἀπὸ καμπύλας ὡς αἱ τοῦ τμήματος b ἀποτελεῖ ἓνα ἐμπειρικὸν χαρακτήρος πρόβλημα. Δι' ἀναλυτικὸς λόγους χρησιμοποιοῦνται γενικῶς αἱ συναρτήσεις παραγωγῆς τοῦ τμήματος a. Εἰς τὰς ἐμπειρικὰς, στατιστικὰς καὶ οἰκονομετρικὰς ἐφαρμογὰς, ἐν τούτοις, πολὺ συχνὰ χρησιμοποιοῦνται συναρτήσεις παραγωγῆς ὡς ἡ τοῦ τμήματος b. Πράγματι, ἡ διάκρισις γίνεται μόνον εἰς τὸν χῶρον τῆς θεωρίας, διότι αἱ παρατηρούμεναι εἰς τὴν πράξιν παραγωγικαὶ διαδικασίαι διεξάγονται πάντοτε εἰς τὴν φάσιν II.⁸

6.4. Ο ΑΡΙΣΤΟΣ ΣΥΝΔΥΑΣΜΟΣ ΤΩΝ ΠΑΡΑΓΩΓΙΚΩΝ ΠΟΡΩΝ

Μέχρι τοῦδε ἡ θεωρία τῆς παραγωγῆς ἀνελύθη ἐν ἀναφορᾷ πρὸς τὸν μεμονωμένον ἐπιχειρηματίαν. Οὐδὲν, ὅμως, ἀνεφέρθη ἐν σχέσει πρὸς τὸν ἄριστον τρόπον καθ' ὃν οὗτος πρέπει νὰ συνδυάσῃ τοὺς παραγωγικοὺς

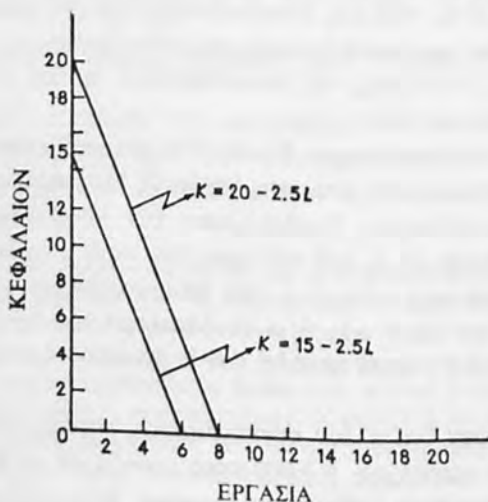
8. Κατ' ἀρχὴν, ὡς ἄσκησιν, ἀποδείξατε ὅτι ἂν ἡ συνάρτησις παραγωγῆς εἶναι ὁμογενῆς πρώτου βαθμοῦ, καὶ ἔχει εἴτε τὴν μορφήν Cobb - Douglas (C.D.) εἴτε τὴν μορφήν C.E.S., τὰ ὀριακὰ προϊόντα ἄμφοτέρων εἶναι πάντοτε θετικὰ καὶ φθίνουσι μονοτονικῶς. Ἀποδεικνύοντες τοῦτο, ἀποδεικνύετε ὅτι αἱ γραμμικῶς ὁμογενεῖς συναρτήσεις C.D. καὶ C.E.S. ἔχουν καμπύλας παραγωγῆς ὁμοίας πρὸς τὰς τοῦ Σχήματος 6.3.4. Ἀλλὰ θὰ πρέπει νὰ τονισθῇ τὸ ἑξῆς : Αἱ συναρτήσεις C.D. καὶ C.E.S. δὲν ἔχουν «οικονομικῶς μὴ ἀποδοτικὴν περιοχὴν παραγωγῆς» (ἐν τούτοις ἡ συνάρτησις C.E.S. ὅταν εἶναι βαθμοῦ $m \neq 1$ πιθανὸν νὰ ἔχη. Ἡ συνάρτησις C.D., ἀνεξαρτήτως τοῦ βαθμοῦ ὁμογενείας, οὐδέποτε ἔχει). Ἀλλὰ δὲν θὰ πρέπει νὰ συμπεράνωμεν ὅτι αἱ ὁμογενεῖς πρώτου βαθμοῦ συναρτήσεις δὲν δύνανται νὰ ἔχουν οἰκονομικῶς μὴ ἀποδοτικὰς περιοχάς. Ὁ χάρτης καμπυλῶν ἴσης παραγωγῆς ποῦ ἀντιστοιχεῖ εἰς τοιαύτας συναρτήσεις δὲν «παρουσιάζεται» ἀκριβῶς ὁμοίος πρὸς τὸν χάρτην τοῦ Σχήματος 6.3.3. Εἰς τὸ σημείον ὅπου τὸ ὀριακὸν προϊόν εἶναι μηδὲν ὑπάρχει ἓνα σημείον «καμπῆς» καὶ μετὰ τοῦτο ἡ καμπύλη ἴσης παραγωγῆς κάμπτει πρὸς ἄριστερά ἢ πρὸς τὰ κάτω (δὲν συνεχίζει νὰ προχωρῇ πρὸς τὰ δεξιὰ ἢ πρὸς τὰ ἄνω· βλ. Σχῆμα 6.3.3). Διὰ μίαν ἐξαιρετοὺν ἀνάλυσιν, ἡ ὁποία δὲν ἀπαιτεῖ μαθηματικὰ, βλέπε George Borts καὶ E. J. Mishan «Exploring the "Uneconomic Region" of the Production Function», Review of Economic Studies, Τόμος XXI (1962) σελ. 300 - 312.

$$K = \frac{\bar{C}}{r} - \frac{w}{r} L.$$

Αύτη δεικνύεται γραφικῶς εἰς τὸ Σχῆμα 6.4.1. Ἐάν δαπανῶνται δι' εἰσροῶς 15.000 καὶ ἂν δὲν «ἀγοράζεται» ἐργασία, δύνανται νὰ «ἀγορασθοῦν» 15 μονάδες κεφαλαίου. Γενικότερον, ἂν πρόκειται νὰ δαπανηθῇ τὸ ποσὸν C καὶ τὸ κατὰ μονάδα κόστος εἶναι r , δύνανται νὰ «ἀγορασθοῦν» $\frac{C}{r}$ μονάδες κεφαλαίου. Τὸ $\frac{\bar{C}}{r}$ εἶναι ἡ τ ο μ ἡ τῆς εὐθείας μετὸν κάθετον ἄξονα.

Ἐάν «ἀγορασθῇ» μία μονάδα ἐργασίας εἰς τὴν τιμὴν \$ 2.500, θὰ πρέπει νὰ θυσιασθοῦν 25/10 μονάδων κεφαλαίου· ἂν «ἀγορασθοῦν» δύο μονάδες ἐργασίας, θὰ πρέπει νὰ θυσιασθοῦν πέντε (5) μονάδες κεφαλαίου κ.ο.κ. Οὕτως, ὅσον αὐξάνεται ἡ ἀγορὰ ἐργασίας, ἡ ἀγορὰ κεφαλαίου θὰ πρέπει νὰ μειοῦ-

ΣΧΗΜΑ 6.4.1

ΚΑΜΠΥΛΑΙ ΙΣΟΥ ΚΟΣΤΟΥΣ ΔΙΑ $r = \$ 1.000$ ΚΑΙ $w = \$ 2.500$ 

ται. Διὰ κάθε πρόσθετον μονάδα ἐργασίας, θὰ πρέπει τὸ κεφάλαιον νὰ μειοῦται κατὰ w/r μονάδας. Εἰς τὸ Σχῆμα 6.4.1, $w/r = 2,5$. Θέτοντες ἀρνητικὸν πρόσημον, τὸ w/r εἶναι ἡ κλίσις τῆς εὐθείας.

Αἱ εὐθεῖαι τοῦ Σχήματος 6.4.1 καλοῦνται καμπύλαι ἴσου κόστους διότι δεικνύουν τοὺς διαφόρους συνδυασμοὺς εἰσροῶν οἱ ὁποῖοι δύνανται νὰ ἀγορασθοῦν με ἓνα δεδομένον ποσὸν δαπάνης. Περιληπτικῶς:

ΣΧΕΣΕΙΣ : Μὲ σταθερὰς τὰς τιμὰς r καὶ w , τοῦ κεφαλαίου καὶ τῆς ἐργασίας ἀντιστοιχῶς, μία σταθερὰ δαπάνη \bar{C} θὰ ἀγοράζη οἰονδήποτε συνδυασμὸν κεφαλαίου καὶ ἐργασίας ἐξ αὐτῶν οἱ ὅποιοι δίδονται ὑπὸ τῆς ἀκολουθοῦ ἡμιτομικῆς ἐξίσωσως :

$$K = \frac{\bar{C}}{r} - \frac{w}{r} L .$$

Ἡ σχέσις αὐτὴ εἶναι ἡ ἐξίσωσις μιᾶς «καμπύλης» ἴσου κόστους τῆς ὁποίας ἡ σταθερὰ $\frac{\bar{C}}{r}$ εἶναι ἡ ποσότης κεφαλαίου ποὺ δύναται νὰ ἀγορασθῇ ὅταν δὲν ἀγοράζεται ἐργασία, ἐνῶ ἡ κλίσις τῆς εἶναι τὸ ἀρνητικὸν τοῦ λόγου τῶν τιμῶν τῶν εἰσροῶν (w/r)

6.4.b. — Μεγιστοποίησης τοῦ προϊόντος μὲ δεδομένον κόστος

Ἐπιθέσατε ὅτι μὲ δεδομένας τὰς τιμὰς τῶν εἰσροῶν, r καὶ w , ὁ παραγωγὸς δύναται νὰ δαπανήσῃ C . Ὑπὸ τὸν περιορισμὸν αὐτὸν τῆς δαπάνης ἐπὶ τῶν εἰσροῶν, ὁ παραγωγὸς θὰ πρέπει νὰ παραγάγῃ τὸ μέγιστον δυνατόν ἐπίπεδον προϊόντος.

Πρὸς τοῦτο, θὰ πρέπει νὰ ἐπιλέξῃ τὸν κατάλληλον συνδυασμὸν τῶν εἰσροῶν. Δηλαδή, μεταξύ ὄλων τῶν συνδυασμῶν ποὺ δύναται νὰ ἀγοράσῃ μὲ τὸ σταθερὸν ποσὸν \bar{C} , θὰ πρέπει νὰ ἐπιλέξῃ ἐκεῖνον ὁ ὁποῖος δίδει τὸ μέγιστον ἐπίπεδον προϊόντος.

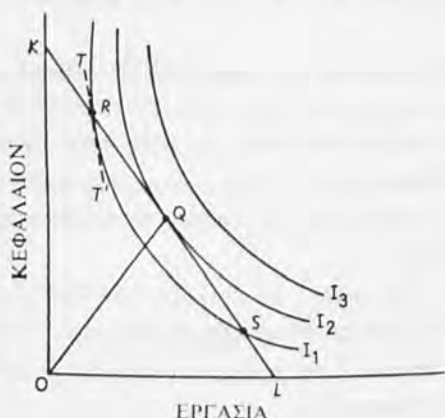
Ἐστὼ ὅτι τὸ δοθὲν ἐπίπεδον κόστους \bar{C} δεικνύεται ἀπὸ τὴν καμπύλην ἴσου κόστους KL τοῦ Σχήματος 6.4.2. Οὕτως, ἡ κλίσις τῆς KL εἶναι ἴση πρὸς τὸν (ἀρνητικὸν) λόγον τῆς κατὰ μονάδα τιμῆς τῆς ἐργασίας πρὸς τὴν κατὰ μονάδα τιμὴν τοῦ κεφαλαίου. Αἱ I_1 , I_2 , I_3 εἶναι καμπύλαι ἴσης παραγωγῆς ἀντιπροσωπεύουσαι διάφορα ἐπίπεδα προϊόντος. Κατ' ἀρχὴν, παρατηροῦμεν ὅτι τὸ ἐπίπεδον προϊόντος I_3 δὲν εἶναι δυνατόν νὰ παραχθῇ, δεδομένου ὅτι οἱ προσιτοὶ συνδυασμοὶ εἰσροῶν περιορίζονται εἰς ἐκείνους οἱ ὅποιοι κείνται ἐπὶ ἢ κάτωθι τῆς καμπύλης ἴσου κόστους KL .

Ὁ παραγωγὸς θὰ ἠδύνατο νὰ παραγάγῃ ἐπὶ σημείων ὡς τὸ R καὶ τὸ S . Εἰς τὰ δύο αὐτὰ σημεία, οἱ διὰ τὴν παραγωγὴν τοῦ ἐπιπέδου προϊόντος I_1 ἀπαιτούμενοι συνδυασμοὶ εἶναι προσιτοὶ διὰ τὸ δεδομένον κόστος τὸ ὅποιον ἀντιπροσωπεύει ἡ καμπύλη ἴσου κόστους KL . Εἰς τὴν περίπτωσιν, ἐν τούτοις, αὐτὴν τὸ προϊόν δύναται νὰ ἀυξηθῇ, χωρὶς νὰ ἀυξηθῇ τὸ κόστος, διὰ μόνης τῆς ἐπιλογῆς ἑνὸς περισσότε-

ρον καταλλήλου συνδυασμού. Πράγματι, τὸ προϊόν δύναται νὰ ἀυξηθῆ μέχρι τοῦ ἐπιπέδου I_2 — τοῦ ἐπιπέδου, δηλαδή, εἰς τὸ ὁποῖον μία καμπύλη ἴσης παραγωγῆς μόλις ἐφάπτεται τῆς συγκεκριμένης καμπύλης ἴσου κόστους KL . Προϊὸν μεγαλύτερον τοῦ I_2 δὲν δύναται νὰ παραχθῆ μὲ τὸ δεδομένον ἐπίπεδον δαπάνης C . Προϊὸν μικρότερον τοῦ I_2 δὲν εἶναι ἱκανοποιητικόν, διότι ἡ παραγωγή δύναται νὰ ἀυξηθῆ χωρὶς ἀύξηση τοῦ κόστους. Συνεπῶς, ὁ συνδυασμὸς ὁ ὁποῖος δεικνύεται ἀπὸ τὴν κλίσην τῆς ἀκτίνος OQ εἶναι ἄριστος, δεδομένου ὅτι εἶναι ὁ συνδυασμὸς πὺ μῆγιστοποιεῖ τὸ προϊόν μὲ τὸ δεδομένον ἐπίπεδον κόστους.

ΣΧΗΜΑ 6.4.2

Ο ΑΡΙΣΤΟΣ ΣΥΝΔΥΑΣΜΟΣ ΕΙΣΡΟΩΝ ΔΙΑ ΤΗΝ ΜΕΓΙΣΤΟΠΟΙΗΣΙΝ
ΤΟΥ ΠΡΟΪΟΝΤΟΣ ΜΕ ΔΕΔΟΜΕΝΟΝ ΚΟΣΤΟΣ



Ἐκ τῆς μελέτης τῆς καταναλωτικῆς συμπεριφορᾶς προκύπτει ὅτι τοῦτο θὰ πρέπει νὰ εἶναι κατὰ τὸ μᾶλλον ἢ ἥττον προφανές. Ἐν τούτοις, μία ἰσχυρὰ αἰτιολογία ὑπάρχει διὰ τὴν ἐν λόγῳ θέσιν ἰσορροπίας τοῦ παραγωγου: Ὑποθέσατε πρὸς στιγμήν ὅτι ὁ παραγωγὸς σχεδιάζει νὰ παραγάγῃ εἰς τὸ σημεῖον R . Ὁ ὀριακὸς λόγος τεχνικῆς ὑποκαταστάσεως ἐργασίας εἰς κεφάλαιον — ὁ ὁποῖος δίδεται ἀπὸ τὴν κλίσην τῆς ἐφαπτομένης TT' — εἶναι σχετικῶς ὑψηλός. Ὑποθέσατε ὅτι εἶναι 3 : 1, ὅπερ σημαίνει ὅτι, εἰς τὸ σημεῖον αὐτό, μία μονὰς ἐργασίας δύναται νὰ ἀντικαταστήσῃ τρεῖς μονάδας κεφαλαίου. Αἱ σχετικαὶ τιμαὶ τῶν εἰσροῶν, ὡς αὐταὶ δίδονται ὑπὸ τῆς κλίσεως τῆς KL , εἶναι πολὺ μικρότεροι, ἔστω 1 : 1. Ἐν προκειμένῳ, μία μονὰς ἐργασίας «κοστίζει» ὅσον καὶ μία μονὰς κεφαλαίου, ἀλλὰ δύναται νὰ ἀντικαταστήσῃ τρεῖς μονάδας κεφαλαίου εἰς τὴν παραγωγήν. Προφανῶς ὁ παραγωγὸς θὰ εἶναι εἰς καλλιτέραν θέσιν ἂν ὑποκαταστήσῃ ἐργασίαν εἰς

κεφάλαιον. Ἡ ἀντίθετος ἐπιχειρηματολογία ἰσχύει διὰ τὸ σημεῖον S ὅπου ὁ ὀριακὸς λόγος τεχνικῆς ὑποκαταστάσεως εἶναι μικρότερος τοῦ λόγου τῶν τιμῶν τῶν εἰσροῶν.

Μὲ βάσιν τὴν ἐπιχειρηματολογίαν αὐτὴν, ὁ παραγωγὸς θὰ εὑρίσκειται εἰς κατάστασιν ἰσορροπίας (θὰ μεγιστοποιῆ τὸ προϊόν με δεδομένον ἐπίπεδον κόστους) μόνον ὅταν ὁ ὀριακὸς λόγος τεχνικῆς ὑποκαταστάσεως ἐργασίας εἰς κεφάλαιον εἶναι ἴσος πρὸς τὸν λόγον τῆς τιμῆς τῆς ἐργασίας πρὸς τὴν τιμὴν τοῦ κεφαλαίου. Ὁ λόγος τῶν ἀγοραίων τιμῶν τῶν εἰσροῶν πρὸς τὴν τιμὴν τοῦ κεφαλαίου, ὁ ὀριακὸς λόγος τεχνικῆς ὑποκαταστάσεως ὑπαγορεύει τὸν λόγον κατὰ τὸν ὁποῖον οὗτος δύναται νὰ ὑποκαταστήσῃ τὰς εἰσροὰς εἰς τὴν ἀγοράν. Ὁ ὀριακὸς λόγος τεχνικῆς ὑποκαταστάσεως ὑπαγορεύει τὸν λόγον κατὰ τὸν ὁποῖον οὗτος δύναται νὰ ὑποκαταστήσῃ τὰς εἰσροὰς εἰς τὴν παραγωγὴν. Ἄν οἱ δύο αὐτοὶ λόγοι δὲν εἶναι ἴσοι, ὁ παραγωγὸς δύναται νὰ ἐπιτύχῃ εἴτε μεγαλύτερον ἐπίπεδον προϊόντος εἴτε χαμηλότερον κόστος μετακινούμενος πρὸς τὴν κατεύθυνσιν τῆς ἰσότητος τῶν λόγων.⁹

9. Ἐστω ὅτι ἡ συνάρτησις παραγωγῆς εἶναι $Q = f(K, L)$. Τὸ συνολικὸν κόστος εἶναι : $C = rK + wL$. Ἡ μεγιστοποίησις τοῦ προϊόντος ὑπὸ τὸν περιορισμὸν τοῦ δεδομένου κόστους καὶ τῶν δεδομένων τιμῶν τῶν εἰσροῶν εἶναι μία ἀπλὴ ἐφαρμογὴ τῆς τεχνικῆς τοῦ πολλαπλασιαστοῦ τοῦ Lagrange διὰ τὰ ἀπὸ περιορισμὸν ἀκρότατα : Εἰσάγομεν τὸν πολλαπλασιαστὴν λ καὶ κατασκευάζομεν τὴν συνάρτησιν τοῦ Lagrange :

$$f(K, L) - \lambda (rK + wL - \bar{C}) . \quad (6.9.1)$$

Ἐξάγοντες τὰς πρώτας μερικὰς παραγώγους ἔχομεν :

$$\frac{\partial f}{\partial L} - \lambda w = 0 . \quad (6.9.2)$$

$$\frac{\partial f}{\partial K} - \lambda r = 0 .$$

Μεταφέροντες τὸν δεῦτερον ὅρον εἰς τὸ δεξιὸν μέρος ἔχομεν :

$$\frac{\partial f}{\partial L} = \lambda w , \quad (6.9.3)$$

$$\frac{\partial f}{\partial K} = \lambda r ,$$

ἢ

$$\frac{\partial f}{\partial L} = \frac{\partial f}{\partial K} \frac{w}{r} = \lambda . \quad (6.9.4)$$

ΑΡΧΗ : Πρὸς μεγιστοποίησιν τοῦ προϊόντος, ὑπὸ τὸν περιορισμὸν δεδομένου συνολικοῦ κόστους καὶ δεδομένων τιμῶν τῶν εἰσροῶν, ὁ παραγωγὸς πρέπει νὰ ἀγοράσῃ τὰς εἰσροὰς εἰς τοιαύτας ποσότητες, ὥστε ὁ ὀριακὸς λόγος τεχνικῆς ὑποκαταστάσεως ἐργασίας εἰς κεφάλαιον νὰ εἶναι ἴσος πρὸς τὸν λόγον τῶν τιμῶν τῶν εἰσροῶν (τιμὴ τῆς ἐργασίας πρὸς τιμὴν τοῦ κεφαλαίου). Πρέπει συνεπῶς :

$$\text{MRTS}_{L \text{ εἰς } K} = \frac{\text{MP}_L}{\text{MP}_K} = \frac{w}{r} .$$

6.4.c. — Ἐλαχιστοποιήσις τοῦ κόστους μὲ δεδομένον τὸ πρὸς παραγωγὴν προϊόν

Ἐντὶ νὰ μεγιστοποιήσῃ τὸ προϊόν μὲ δεδομένον τὸ κόστος, ὁ ἐπιχειρηματίας πιθανὸν νὰ ἐπιδιώκῃ τὴν ἐλαχιστοποίησιν τοῦ κόστους παραγωγῆς ἐνὸς προκαθορισμένου ἐπιπέδου προϊόντος. Τὸ πρόβλημα τοῦτο λύεται

Ἡ (6.9.4) ἀποτελεῖ ἓνα ἐκ τῶν τρόπων, κατὰ τοὺς ὁποίους δύναται νὰ διατυπωθῇ ἡ ἀρχή : εἰς τὴν κατάστασιν ἰσορροπίας, τὰ ὀριακὰ προϊόντα διηρημένα διὰ τῶν ἀντιστοιχῶν τιμῶν τῶν εἰσροῶν πρέπει νὰ εἶναι ἴσα. Ἡ (6.9.4) δύναται νὰ γραφῇ :

$$\frac{\frac{\partial f}{\partial L}}{\frac{\partial f}{\partial K}} = \text{MRTS}_{L \text{ εἰς } K} = \frac{w}{r} , \quad (6.9.5)$$

ὁπότε λαμβάνομεν τὴν ἀρχὴν ὡς ἔχει αὕτη τεθεῖ εἰς τὸ κείμενον.

Ἡ δευτέρα συνθήκη δι' ἓνα ὑπὸ περιορισμὸν μέγιστον ἀπαιτεῖ ὅπως ἡ ὀρίζουσα :

$$\begin{vmatrix} 0 & f_K & f_L \\ f_K & f_{KK} & f_{KL} \\ f_L & f_{LK} & f_{LL} \end{vmatrix} < 0 \quad (6.9.6)$$

ὅπου

$$f_K = \frac{\partial f}{\partial K}, \quad f_{KL} = \frac{\partial^2 f}{\partial K \partial L}, \quad f_{LK} = \frac{\partial^2 f}{\partial L \partial K},$$

$$f_L = \frac{\partial f}{\partial L}, \quad f_{KK} = \frac{\partial^2 f}{\partial K^2}, \quad f_{LL} = \frac{\partial^2 f}{\partial L^2} .$$

Ἡ (6.9.6) ἀναπτυσσομένη δεικνύει ὅτι ἀπαιτεῖται :

$$f^2_L f_{KK} - 2f_K f_L f_{KL} + f^2_K f_{LL} < 0 \quad (6.9.7)$$

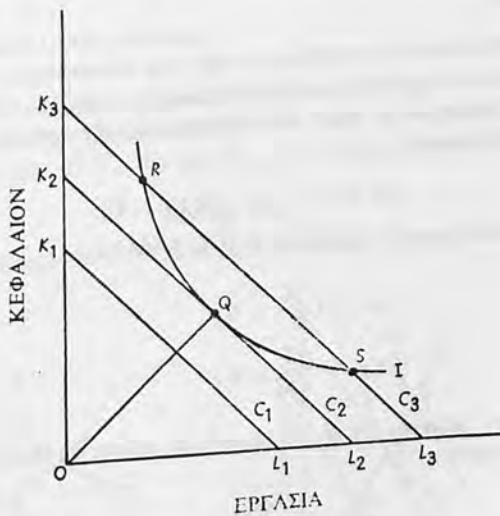
Ἡ συνθήκη (6.9.7) δεικνύει ὅτι αἱ καμπύλαι ἰσῆς παραγωγῆς πρέπει νὰ εἶναι κοίλαι πρὸς τὰ ἄνω, ὡς προηγουμένως ἀνεφέρθη.

γραφικῶς εἰς τὸ Σχῆμα 6.4.3. Ἡ καμπύλη ἴσης παραγωγῆς I ἀντιπροσωπεύει τὸ προκαθορισμένον ἐπίπεδον προϊόντος, ἐνῶ αἱ C_1, C_2, C_3 εἶναι καμπύλαι ἴσου κόστους μὲ τὴν αὐτὴν κλίσιν (μὲ τὸν αὐτὸν λόγον τιμῶν τῶν εἰσροῶν).

Ἀρχικῶς παρατηροῦμεν ὅτι τὸ κόστος ποῦ ἀντιπροσωπεύεται ἀπὸ τὴν C_1 δὲν εἶναι ἐφικτόν, διότι τὸ ἐπίπεδον προϊόντος I δὲν εἶναι δυνατόν νὰ παραχθῇ παρ' οἰοῦδήποτε συνδυασμοῦ κειμένου ἐπὶ τῆς C_1 . Τὸ προϊόν I θὰ ἠδύνατο νὰ παραχθῇ, ἐπὶ παραδείγματι, ἀπὸ τοὺς συνδυασμοὺς τοὺς δεικνυομένους ἀπὸ τὰ σημεῖα R καὶ S εἰς κόστος C_3 . Ἐν τούτοις, ὁ

ΣΧΗΜΑ 6.4.3

Ο ΑΡΙΣΤΟΣ ΣΥΝΔΥΑΣΜΟΣ ΕΙΣΡΟΩΝ ΔΙΑ ΤΗΝ ΕΛΑΧΙΣΤΟΠΟΙΗΣΙΝ ΤΟΥ ΚΟΣΤΟΥΣ ΜΕ ΔΕΔΟΜΕΝΟΝ ΕΠΙΠΕΔΟΝ ΠΡΟΪΟΝΤΟΣ



ἐπιχειρηματίας δύναται νὰ παραγάγῃ τὸ αὐτὸ προϊόν εἰς χαμηλότερον κόστος, μετακινούμενος εἴτε ἐκ τοῦ R πρὸς τὸ Q εἴτε ἐκ τοῦ S πρὸς τὸ Q. Βάσει τῆς ἰδίας ἀκριβῶς ἐπιχειρηματολογίας τῆς χρησιμοποιηθείσης εἰς τὴν παράγραφον 6.4.b ἡ κατάσταση ἰσορροπίας ἐπιτυγχάνεται μόνον εἰς τὸ σημεῖον Q ὅπου ἡ καμπύλη ἴσης παραγωγῆς μόλις ἐφάπτεται μιᾶς καμπύλης ἴσου κόστους. Οὕτως, εἰς τὴν κατάστασιν ἰσορροπίας, ὁ ὀριακὸς λόγος-τεχνικῆς ὑποκαταστάσεως ἐργασίας εἰς κεφάλαιον πρέπει νὰ ἰσοῦται πρὸς τὸν λόγον τῆς τιμῆς τῆς ἐργασίας πρὸς τὴν τιμὴν τοῦ κεφαλαίου.

Ούτως, ή προηγουμένη άρχή δύναται νά αναπροσαρμοσθή ώς έξής: ¹⁰

ΑΡΧΗ : Πρός τόν σκοπόν είτε τής μεγιστοποιήσεως του προϊόντος με δεδομένον κόστος είτε τής ελαχιστοποιήσεως του κόστους με δεδομένον προϊόν, ό επιχειρηματίας πρέπει νά απασχολήση τās εισροάς εις τοιαύτας ποσότητες, ώστε νά εξισώση τόν όριακόν λόγον τεχνικής ύποκαταστάσεως με τόν λόγον τών τιμών τών εισροών.

6.5. Η ΓΡΑΜΜΗ ΕΠΕΚΤΑΣΕΩΣ

Ό στόχος του επιχειρηματίου είναι — ή υποτίθεται ότι είναι — ή μεγιστοποίησης του κέρδους του. Τουτό σημαίνει ότι, ως είδομεν, πρέπει νά προσαρμόση τās αναλογίας τών παραγωγικών συντελεστών, εις τρόπον ώστε ό όριακός λόγος τεχνικής ύποκαταστάσεως νά εξισωθή προς τόν λόγον

10. Χρησιμοποιώντας τόν συμβολισμόν τής ύποσ. 9, επιθυμούμεν τώρα νά ελαχιστοποιήσωμεν τó $rK + wL$ υπό τόν περιορισμόν ότι πρέπει νά παραχθοῦν $\bar{Q} = f(K, L)$ μονάδες προϊόντος. Εισάγομεν καί πάλιν τόν πολλαπλασιαστήν του Lagrange λ^* καί κατασκευάζομεν τήν συνάρτησιν.

$$rK + wL - \lambda^* [f(K, L) - \bar{Q}]. \quad (6.10.1)$$

Θέτοντες τās πρώτας μερικές παραγώγους ίσας προς τó μηδέν, λαμβάνομεν :

$$\begin{aligned} w - \lambda^* \frac{\partial f}{\partial L} &= 0, \\ r - \lambda^* \frac{\partial f}{\partial K} &= 0. \end{aligned} \quad (6.10.2)$$

Μεταφέροντες τόν δεύτερον όρον του άριστερου μέλους εις τó δεξιόν μέλος εκάστης εξισώσεως λαμβάνομεν :

$$\begin{aligned} w &= \lambda^* \frac{\partial f}{\partial L} \\ r &= \lambda^* \frac{\partial f}{\partial K}. \end{aligned} \quad (6.10.3)$$

Διαιρούντες τήν πρώτην εξίσωσιν διά τής δευτέρας:

$$\frac{w}{r} = \frac{\frac{\partial f}{\partial L}}{\frac{\partial f}{\partial K}} = \text{MRTS}_{L \text{ εις } K}, \quad (6.10.4)$$

όπερ είναι ακριβώς τó αποτέλεσμα τó όποιον εξήχθη εις τó κείμενον καί εις τήν εξίσωσιν (6.9.5) τής ύποσ. 9.

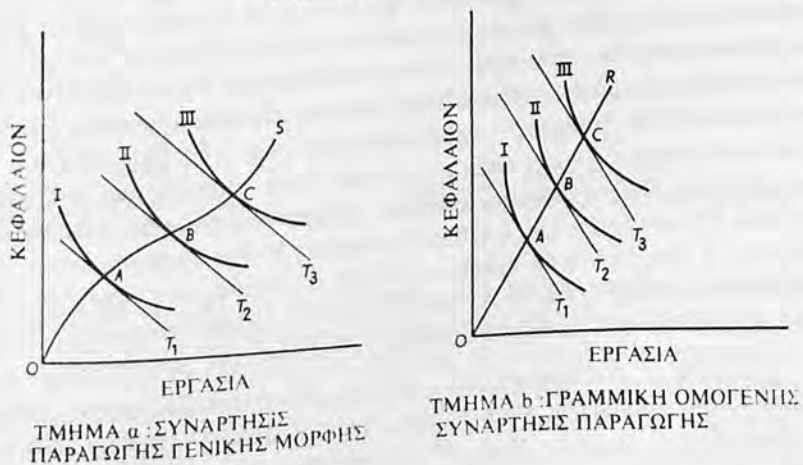
τῶν τιμῶν τῶν συντελεστῶν ἢ, ὅπερ τὸ αὐτὸ, πρέπει νὰ προσαρμόσῃ τὰς ἀναλογίας τῶν παραγωγικῶν συντελεστῶν, εἰς τρόπον ὥστε τὰ ὀριακὰ προϊόντα τῶν συντελεστῶν, διαιρούμενα διὰ τῶν τιμῶν τῶν συντελεστῶν, νὰ εἶναι ἴσα. Ὅταν τοῦτο γίνῃ, ἡ ἰσορροπία ἐπιτυγχάνεται εἰς ἓνα σημεῖον ὡς τὸ Q τῶν Σχημάτων 6.4.2 καὶ 6.4.3.

Ἐδῶ, ὡς μᾶς ἐπιτραπῆ μία παρέκβασις διὰ νὰ περιγράψωμεν τὴν διαδικασίαν τὴν ὁποίαν ἠκολουθήσαμεν εἰς τὴν θεωρίαν τῆς καταναλωτικῆς συμπεριφορᾶς. Κατ' ἀρχὴν εὐρίσκετο ἡ θέσις τῆς ἰσορροπίας τοῦ καταναλωτοῦ. Κατόπιν ἐτίθετο καὶ ἐδίδοτο ἀπάντησις εἰς τὴν ἐρώτησιν : πῶς μεταβάλλεται ὁ συνδυασμὸς τῶν ἀγαθῶν ὅταν μεταβάλλεται τὸ εἰσόδημα ἢ μία ἀπὸ τὰς τιμὰς τῶν ἀγαθῶν ; Θὰ πρέπει καὶ ἐδῶ νὰ θέσωμεν μίαν παρομοίαν ἐρώτησιν ἀπὸ τῆς πλευρᾶς τοῦ παραγωγοῦ : πῶς μεταβάλλονται αἱ ἀναλογίαι τῶν παραγωγικῶν συντελεστῶν ὅταν μεταβάλλεται τὸ προϊόν ἢ ὁ λόγος τῶν τιμῶν τῶν συντελεστῶν ;

6.5.a. — Αἱ γραμμαὶ ἰσης κλίσεως

Θεωρήσατε τὸ τμήμα α τοῦ Σχήματος 6.5.1 ὅπου αἱ I, II, καὶ III εἶναι καμπύλαι ἰσης παραγωγῆς ἀπεικονίζουσαι μίαν ἀντιπροσωπευτικὴν συνάρτησιν παραγωγῆς. Αἱ T_1 , T_2 καὶ T_3 εἶναι εὐθεῖαι ἐφαπτόμεναι τῶν I, II

ΣΧΗΜΑ 6.5.1
ΓΡΑΜΜΑΙ ἸΣΗΣ ΚΛΙΣΕΩΣ



καὶ III ἀντιστοίχως, ἔχουν δὲ κατασκευασθῆ κατὰ τοιοῦτον τρόπον ὥστε νὰ εἶναι μεταξύ τῶν παράλληλοι. Δηλαδή, ὁ ὀριακὸς λόγος ὑποκαταστάσεως ἐργασίας εἰς κεφάλαιον εἶναι ὁ αὐτὸς εἰς τὰ σημεῖα A, B καὶ C. Τὰ σημεῖα

αυτά έχουν ένωθῆ με μίαν καμπύλην, τὴν OS, ἥτις καλεῖται γραμμὴ ἴσης κλίσεως.

ΟΡΙΣΜΟΣ : Ἡ γραμμὴ ἴσης κλίσεως εἶναι τόπος σημείων κατὰ μῆκος τοῦ ὁποίου ὁ ὀριακὸς λόγος τεχνικῆς ὑποκαταστάσεως εἶναι σταθερός.

Γενικῶς αἱ γραμμαὶ ἴσης κλίσεως δύνανται νὰ ἔχουν, σχεδόν, οἰονδῆποτε σχῆμα. Ἡ γραμμὴ ἴσης κλίσεως τοῦ τμήματος α ἔχει κατὰ τοιοῦτον τρόπον κατασκευασθῆ, ὥστε εἰς πᾶν σημεῖον τῆς νὰ ἔχη διάφορον κλίσιν. Αἱ συγκεκριμέναι γραμμαὶ ἴσης κλίσεως τοῦ Σχήματος 6.3.3 ἔχουν πολὺ «κανονικόν» σχῆμα. Δυνάμεθα, οὕτω, νὰ θέσωμεν τὴν ἐξῆς σχέσιν :

ΣΧΕΣΙΣ : Αἱ «διαχωριστικαὶ γραμμαὶ» αἱ ὁποῖαι ὀρίζουν τὴν οικονομικῶς ἀποδοτικὴν φάσιν τῆς παραγωγῆς εἶναι γραμμαὶ ἴσης κλίσεως, δεδομένου ὅτι ὁ ὀριακὸς λόγος τεχνικῆς ὑποκαταστάσεως εἶναι καθ' ὅλον τὸ μῆκος των σταθερός. Συγκεκριμένως (βλέπε Σχῆμα 6.3.3), ἡ OC εἶναι ἡ γραμμὴ ἴσης κλίσεως καθ' ὅλον τὸ μῆκος τῆς ὁποίας ὁ ὀριακὸς λόγος τεχνικῆς ὑποκαταστάσεως ἐργασίας εἰς κεφάλαιον εἶναι ἄπειρος, ἐνῶ ἡ OL εἶναι ἡ γραμμὴ ἴσης κλίσεως καθ' ὅλον τὸ μῆκος τῆς ὁποίας οὗτος (ὁ $MRTS_L$ εἰς c) εἶναι μηδέν.

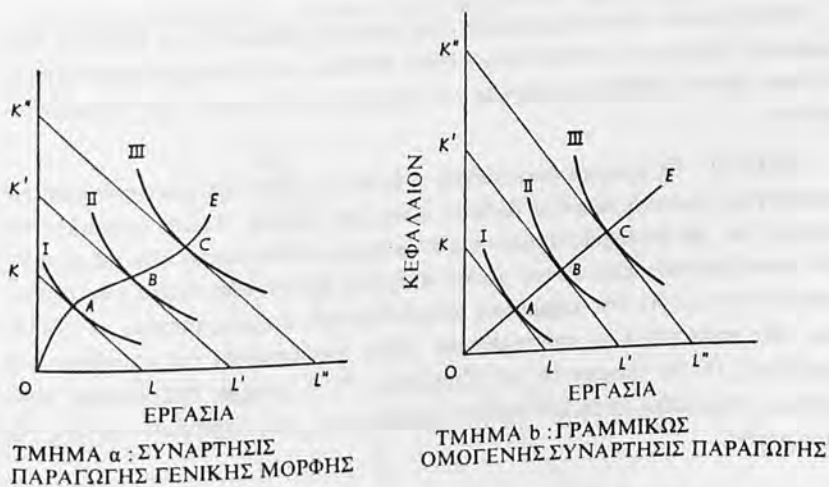
Ἄς ἐπανέλθωμεν τώρα εἰς τὸ Σχῆμα 6.5.1, τμήμα b, ὅπου οἱ συμβολισμοὶ ἀντιστοιχοῦν πλήρως πρὸς ἐκείνους τοῦ τμήματος α , πλὴν μιᾶς σημαντικῆς ἐξαιρέσεως : ἡ καμπύλη OS ἔχει γίνεῖ ἡ ἄκτις OR. Τοῦτο εἶναι πάντοτε ὀρθόν ὅταν ἡ συνάρτησις τῆς παραγωγῆς εἶναι ὁμογενῆς πρώτου βαθμοῦ. Εἰς τὴν περίπτωσιν αὐτὴν ὅλα τὰ ὀριακὰ προϊόντα εἶναι συναρτήσεις τοῦ λόγου τῶν εἰσροῶν μόνον. Συνεπῶς ὁ ὀριακὸς λόγος τεχνικῆς ὑποκαταστάσεως, πού εἶναι ὁ λόγος τῶν ὀριακῶν προϊόντων, εἶναι καὶ αὐτὸς συνάρτησις μόνον τοῦ λόγου τῶν εἰσροῶν. Ἐπομένως, ὡς ἄκτις ὁ λόγος τῶν εἰσροῶν εἶναι σταθερός — ἐπὶ παραδείγματι, 200 : 100, 400 : 200 κ.ο.κ. — ὁ ὀριακὸς λόγος τεχνικῆς ὑποκαταστάσεως εἶναι σταθερός καὶ ἀνεξάρτητος τῶν ἀπολύτων μεγεθῶν τῶν εἰσροῶν. Δεδομένου ὅτι μία ἄκτις ἐκ τῆς ἀρχῆς τῶν ἀξόνων ὀρίζει (ὡς ἡ OR τοῦ τμήματος b) ἓνα σταθερὸν λόγον τῶν εἰσροῶν, ἡ ἄκτις αὐτὴ θὰ πρέπει νὰ τῆναι τὰς διαδοχικὰς καμπύλας ἴσης παραγωγῆς εἰς σημεία (ὡς τὰ A, B καὶ C) ὅπου οἱ ὀριακοὶ λόγοι ὑποκαταστάσεως εἶναι οἱ αὐτοί. Δυνάμεθα συνεπῶς νὰ θέσωμεν τὰς ἐξῆς σχέσεις :

ΣΧΕΣΙΣ : Αἱ γραμμαὶ ἴσης κλίσεως τῶν ὁμογενῶν πρώτου βαθμοῦ συναρτήσεων παραγωγῆς εἶναι εὐθεταὶ γραμμαὶ. Συνεπῶς, δεδομένου ὅτι αἱ «διαχωριστικαὶ γραμμαὶ» εἶναι εἰδικῆς μορφῆς γραμμαὶ ἴσης κλίσεως, αἱ διαχωριστικαὶ γραμμαὶ μιᾶς γραμμικῆς ὁμογενοῦς συναρτήσεως παραγωγῆς εἶναι εὐθεταὶ γραμμαὶ (ὑποτίθεται, βεβαίως, ὅτι ἡ ἐν προκειμένῳ συνάρτησις χαρακτηρίζεται ἀπὸ μίαν οικονομικῶς μὴ ἀποδοτικὴν φάσιν παραγωγῆς).

6.5.b. — Μεταβολή του προϊόντος και ή γραμμή επέκτασης

Θεωρήσωμεν τὸ τμήμα α, τοῦ Σχήματος 6.5.2. Μὲ δεδομένας τὰς τιμὰς τῶν εἰσροῶν, τὸ προϊόν πού ἀντιστοιχεῖ εἰς τὴν καμπύλην ἴσης παραγωγῆς I δύναται νὰ παραχθῆ, μὲ τὸ ἐλάχιστον κόστος, εἰς τὸ σημεῖον A ὅπου ἡ καμπύλη ἴσης παραγωγῆς ἐφάπτεται τῆς καμπύλης ἴσου κόστους KL. Τοῦτο εἶναι τὸ σημεῖον τῆς ἰσορροπίας τοῦ παραγωγοῦ. Μὲ δεδομένας καὶ σταθεράς τὰς τιμὰς τῶν εἰσροῶν, ὑποθέσωμεν ὅτι ὁ ἐπιχειρηματίας ἐπιθυμεῖ νὰ ἀυξήσῃ τὴν παραγωγὴν εἰς τὸ ἐπίπεδον πού ἀντιστοιχεῖ εἰς τὴν καμπύλην ἴσης παραγωγῆς II. Ἡ νέα θέσις ἰσορροπίας εὐρίσκεται διὰ τῆς μετατοπίσεως τῆς καμπύλης ἴσου κόστους μέχρις ὅτου καταστῆ ἐφαπτομένη τῆς II.

ΣΧΗΜΑ 6.5.2
ΓΡΑΜΜΑΙ ΕΠΕΚΤΑΣΕΩΣ



Δεδομένου ὅτι αἱ τιμαὶ τῶν παραγωγικῶν συντελεστῶν παραμένουν σταθεραὶ, ἡ κλίσις τῆς καμπύλης ἴσου κόστους δὲν μεταβάλλεται. Συνεπῶς, ἡ KL μετατοπίζεται εἰς τὴν θέσιν K'L'. Ὅμοίως, ἂν ὁ ἐπιχειρηματίας ἐπεθύμει αὐξήσῃ τῆς παραγωγῆς εἰς τὸ ἐπίπεδον πού ἀντιστοιχεῖ εἰς τὴν καμπύλην ἴσης παραγωγῆς III, θὰ παρήγαγε εἰς τὸ σημεῖον C τῆς III καὶ τῆς K''L'.

Ἐνοῦντες ὅλα τὰ σημεῖα A, B, C, . . ., λαμβάνομεν τὴν καμπύλην OE. Ἄς συγκεντρώσωμεν, τώρα, τὰ ἐξῆς δεδομένα: Πρῶτον, αἱ τιμαὶ τῶν παραγωγικῶν συντελεστῶν ἔχουν παραμείνει σταθεραὶ. Δεύτερον, κάθε σημεῖον ἰσορροπίας ὀρίζεται ἀπὸ τὴν ἰσότητά ὀριακοῦ λόγου τεχνικῆς ὑποκαταστάσεως καὶ λόγου τιμῶν τῶν παραγωγικῶν συντελεστῶν. Δεδομένου ὅτι ἔ

τελευταίος (w/r) έχει παραμείνει σταθερός, σταθερός έχει παραμείνει και ο πρώτος ($MRTS_{L \text{ εις } C}$). Άρα η ΟΕ είναι μία γραμμή ίσης κλίσεως, ένας τόπος σημείων καθ' όλον το μήκος του οποίου ο όριακός λόγος τεχνικής υποκαταστάσεως είναι σταθερός. Άλλα αυτή είναι μία γραμμή ίσης κλίσεως με ένα συγκεκριμένο χαρακτηριστικόν : είναι η γραμμή ίσης κλίσεως κατά μήκος της οποίας αυξάνεται το προϊόν όταν αί τιμαί των παραγωγικών συντελεστών είναι σταθεραί. Δυνάμεθα, συνεπώς, να διατυπώσωμεν το συμπέρασμα τουτο με ένα όρισμόν :

ΟΡΙΣΜΟΣ : Ἡ γραμμή ἑπεκτάσεως είναι ἡ συγκεκριμένη γραμμή ίσης κλίσεως κατά μήκος της οποίας αυξάνεται το προϊόν όταν αί τιμαί των παραγωγικών συντελεστών παραμένουν σταθεραί. Οὕτω, ἡ γραμμή ἑπεκτάσεως δεικνύει πῶς μεταβάλλονται αἱ ἀναλογίαι των παραγωγικών συντελεστών όταν το προϊόν ἢ ἡ δαπάνη μεταβάλλεται, ἐνῶ αἱ τιμαί των εἰσροῶν παραμένουν σταθεραί.

Θεωρήσωμεν τώρα το τμήμα b. Ἐφ' ὅσον αἱ γραμμαὶ ἴσης κλίσεως των γραμμικῶς ὁμογενῶν συναρτήσεων είναι εὐθεταί, καὶ ἡ γραμμή ἑπεκτάσεως θά είναι ἐπίσης εὐθετα. Δυνάμεθα νὰ θέσωμεν τουτο κατά τὴν ἀκόλουθον σχέσιν :

ΣΧΕΣΙΣ : Ἡ γραμμή ἑπεκτάσεως ἢ ἀντιστοιχοῦσα εἰς μίαν συνάρτησιν παραγωγῆς ὁμογενῆ πρώτου βαθμοῦ είναι μία εὐθετα. Τουτο ὑποδηλοῖ το γεγονός ὅτι, με σταθεράς ἀποδόσεις κλίμακος, αἱ ἀναλογίαι των παραγωγικῶν συντελεστών ἐξαρτῶνται μόνον ἀπὸ τὸν λόγον των τιμῶν των συντελεστών (τὴν κλίσιν τῆς καμπύλης ἴσου κόστους). Συγκεκριμένως, αἱ ἀναλογίαι των παραγωγικῶν συντελεστών είναι ἀνεξάρτητοι τοῦ ἐπιπέδου τοῦ προϊόντος. Ὡς θά ἴδωμεν εἰς τὸ Κεφάλαιον 7, ἡ γραμμή ἑπεκτάσεως είναι κρισίμου σημασίας κατά τὸν προσδιορισμὸν τοῦ μακροχρονίου κόστους τῆς παραγωγῆς.

6.6. ΜΕΤΑΒΟΛΑΙ ΤΩΝ ΤΙΜΩΝ ΤΩΝ ΕΙΣΡΟΩΝ

Ἐκ τοῦ Μέρους I γνωρίζομεν ὅτι ἡ μεταβολὴ τῆς τιμῆς ἑνὸς ἀγαθοῦ ἔχει δύο θεωρητικῶς διακρινόμενα ἀποτελέσματα : τὸ ἀποτέλεσμα ὑποκαταστάσεως καὶ τὸ εἰσοδηματικὸν ἀποτέλεσμα. Τὸ ἀποτέλεσμα ὑποκαταστάσεως είναι πάντοτε ἀρνητικόν, ἐνῶ τὸ εἰσοδηματικὸν ἀποτέλεσμα είναι κανονικῶς θετικόν καὶ ἐνισχύει τὸ πρῶτον. Τὸ αὐτὸ περίπου εἶδος ἀποτελεσμάτων ἢ «ἐπιδράσεων» δύναται νὰ ἀπομονωθῇ καὶ ἀπὸ τὰς μεταβολὰς τῆς τιμῆς μιᾶς εἰσροῆς.

Θεωρήσατε κατ' ἀρχὴν τὸ Σχῆμα 6.5.1, τὸ ὁποῖον δεικνύει αὐξήσεις τῆς τιμῆς τῆς ἐργασίας, ἐνῶ ἡ τιμὴ τοῦ κεφαλαίου παραμένει σταθερά.

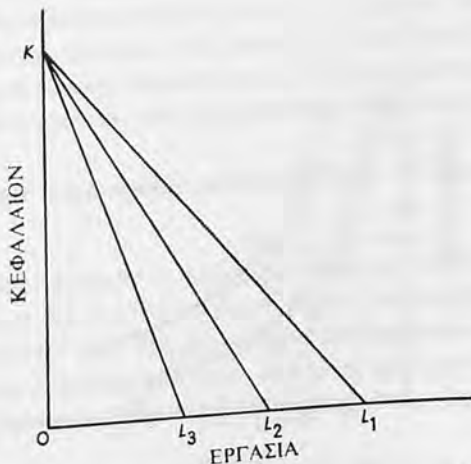
Ὁ ἀρχικὸς λόγος τιμῶν τῶν παραγωγικῶν συντελεστῶν δίδεται ἐκ τῆς κλίσεως τῆς καμπύλης ἴσου κόστους KL_1 . Καθὼς ἡ καμπύλη ἴσου κόστους μετατοπίζεται πρὸς τὰ ἀριστερὰ εἰς τὰς θέσεις KL_2 καὶ KL_3 , ἡ τιμὴ τῆς ἐργασίας αὐξάνεται, διότι ἡ αὐτὴ συνολικὴ δαπάνη ἐπὶ τῆς ἐργασίας ἀγοράζει κατ' ἀρχὴν OL_1 μονάδες ἐργασίας, κατόπιν OL_2 καὶ τελικῶς μόνον OL_3 μονάδες.

6.6.a. — Τὰ ἀποτελέσματα ὑποκατάστασως καὶ προϊόντος

Τὰ ἀποτελέσματα ὑποκατάστασως καὶ προϊόντος δεικνύονται εἰς τὸ Σχῆμα 6.6.2. Τὸ ἀρχικὸν σημεῖον ἰσορροπίας εἶναι τὸ Q , ὅπου τὸ μὲν ἐπίπεδον τῆς παραγωγῆς δεικνύεται ἀπὸ τὴν καμπύλην ἴσης παραγωγῆς I_1 , ὁ

ΣΧΗΜΑ 6.6.1

Ἡ ΜΕΤΑΤΟΠΙΣΙΣ ΤΩΝ ΓΡΑΜΜΩΝ ἸΣΟΥ ΚΟΣΤΟΥΣ ΔΙΑ ΝΑ ΔΕΙΧΘῆ Ἡ ΑΥΞΗΣΙΣ ΤΗΣ ΤΙΜΗΣ ΤΗΣ ΕΡΓΑΣΙΑΣ



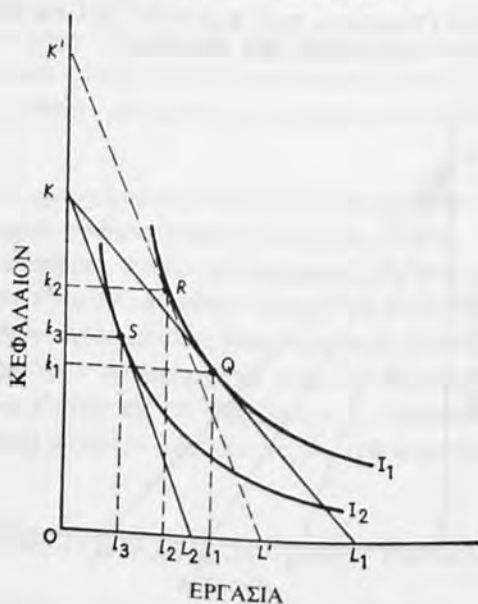
δὲ λόγος τιμῶν τῶν εἰσροῶν ἀπὸ τὴν κλίσιν τῆς καμπύλης ἴσου κόστους KL_1 . Οὕτως, ἀπασχολοῦνται OK_1 μονάδες κεφαλαίου καὶ OL_1 μονάδες ἐργασίας. Ἐστὼ τώρα ὅτι ἡ τιμὴ τῆς ἐργασίας αὐξάνεται ἐνῶ τοῦ κεφαλαίου παραμένει ἀμετάβλητος, εἰς τρόπον ὥστε ἡ καμπύλη ἴσου κόστους νὰ μετατοπισθῆ εἰς τὴν θέσιν KL_2 . Ἄν ὁ παραγωγὸς μεγιστοποιῇ τὸ προϊόν του ὑπὸ τὸ νέον δεδομένον κόστος, τὸ σημεῖον ἰσορροπίας μετατοπίζεται ἀπὸ τοῦ Q εἰς τὸ S καὶ οὕτω τὸ προϊόν κατέρχεται εἰς τὸ ὑπὸ τῆς καμπύλης ἴσης παραγωγῆς I_2 δεικνυόμενον ἐπίπεδον. Εἰς τὴν τελικὴν θέσιν ἰσορρο-

πίας απασχολούνται Ok_3 μονάδες κεφαλαίου και Ol_3 μονάδες εργασίας. Το συνολικόν αποτέλεσμα της μεταβολής του ήμερομισθίου επί της απασχολήσεως εργασίας είναι, επομένως, μία μείωσις τῶν μονάδων εργασίας ἀπὸ Ol_1 εἰς Ol_3 ἤτοι κατὰ l_1l_3 .

Τὸ συνολικόν ἀποτέλεσμα δύναται νὰ διακριθῆ εἰς δύο μέρη: ἡ μεταβολή τῆς χρησιμοποιήσεως εργασίας ἢ προκληθεῖσα ἀπὸ τὴν μεταβολὴν τῆς σχετικῆς τιμῆς τῆς εργασίας εἶναι τὸ ἀποτέλεσμα ὑποκαταστάσεως. Διὰ νὰ προσδιορίσωμεν γραφικῶς τοῦτο, φέρομεν τὴν φανταστικὴν γραμμὴν ἴσου κόστους, $K'L'$. Ἡ $K'L'$ εἶναι οὕτω κατεσκευασμένη, ὥστε νὰ ὑπάρχη μία «φανταστικὴ» ἰσορροπία ἐπὶ τοῦ παλαιοῦ ἐπιπέ-

ΣΧΗΜΑ 6.6.2

ΤΑ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΥΠΟΚΑΤΑΣΤΑΣΕΩΣ ΚΑΙ ΠΡΟ-ΓΟΝΤΟΣ ΜΙΑΣ ΑΥΞΗΣΕΩΣ ΤΗΣ ΤΙΜΗΣ ΤΗΣ ΕΡΓΑΣΙΑΣ



δοῦ παραγωγῆς καὶ μὲ τὰς νέας τιμὰς τῶν εἰσροῶν. Εἰς τὸ σημεῖον R ἐπιτυγχάνεται μία «φανταστικὴ» ἰσορροπία καὶ ἡ μετακίνησις ἀπὸ τοῦ Q εἰς τὸ R δεικνύει τὸ ἀποτέλεσμα ὑποκαταστάσεως, ἤτοι τὴν μεταβολὴν τῆς απασχολήσεως τῆς εργασίας τὴν προκληθεῖσαν μόνον ἀπὸ τὴν μεταβολὴν τῆς σχετικῆς τιμῆς τῆς εργασίας, ἐνῶ τὸ ἐπίπεδον τῆς παραγωγῆς παραμένει σταθερόν. Τὸ ἀποτέλεσμα ὑποκαταστάσεως μειώνει τὴν εἰσροὴν εργασίας ἀπὸ Ol_1 εἰς Ol_2 ἤτοι κατὰ τὴν ποσότητα l_1l_2 . Ἐξ ἄλλου τὸ κεφάλ-

λαιον υποκαθίσταται εις την εργασίαν αυξανομένης ούτω τῆς απασχολήσεως κεφαλαίου ἀπὸ Ok_1 εις Ok_2 , ἤτοι κατὰ την ποσότητα k_1k_2 .

Συνεπῶς, τὸ ἐπὶ τῆς απασχολήσεως εργασίας ἀποτέλεσμα τὸ ὁποῖον προκαλεῖται ἀπὸ την αὐξησιν τῆς τιμῆς τῆς εργασίας, εἶναι ἀπλῶς τὸ ἄθροισμα τῶν δύο ἀποτελεσμάτων :

$$I_1I_3 = I_1I_2 + I_2I_3$$

(συνολικὸν ἀποτέλεσμα) (ἀποτέλεσμα ὑποκαταστάσεως) (ἀποτέλεσμα προϊόντος)

Περιληπτικῶς, ἔχομεν τὰς ἀκολούθους σχέσεις :

ΣΧΕΣΕΙΣ : Τὸ ἐπὶ τῆς απασχολήσεως μιᾶς εισροῆς ἀποτέλεσμα μιᾶς μεταβολῆς τῆς τιμῆς τῆς εισροῆς αὐτῆς, δύναται νὰ χωρισθῆ εις δύο ἐπὶ μέρους τμήματα : Τὸ ἀποτέλεσμα ὑποκαταστάσεως δεικνύει την μεταβολὴν τῆς απασχολήσεως τῆς εισροῆς τὴν προκαλουμένην ἀποκλειστικῶς ἀπὸ μίαν μεταβολὴν τῶν σχετικῶν τιμῶν τῶν εισροῶν, ἐνῶ τὸ προϊόν παραμένει σταθερόν. Τὸ ἀποτέλεσμα τοῦτο εἶναι πάντοτε ἀρνητικὸν ὑπὸ την ἔννοιαν ὅτι αὐξησις τῆς τιμῆς τῆς εισροῆς συνεπάγεται μείωσιν καὶ πτώσιν τῆς τιμῆς τῆς εισροῆς συνεπάγεται αὐξησιν τῆς απασχολήσεως τῆς εισροῆς. Τὸ ἀποτέλεσμα προϊόντος δεικνύει την μεταβολὴν τῆς απασχολήσεως τῆς εισροῆς τὴν προκαλουμένην ἀποκλειστικῶς ἀπὸ μίαν μεταβολὴν τοῦ ἐπιπέδου τῆς παραγωγῆς, ἐνῶ αἱ τιμαὶ τῶν εισροῶν παραμένουν σταθεραί.

6.6.b. — «Κατώτεροι» παραγωγικοὶ συντελεσταὶ καὶ τὸ ἀποτέλεσμα προϊόντος.¹¹

Ὡς ἀκριβῶς εἶναι δυνατόν νὰ ὑπάρχουν κατώτερα ἀγαθά, εἶναι ἐπίσης δυνατόν νὰ ὑπάρχουν καὶ κατώτεροι παραγωγικοὶ συντελεσταί. Ὡς δὲ τὰ πρῶτα χαρακτηρίζονται ἀπὸ ἓνα ἀρνητικὸν εισοδηματικὸν ἀποτέλεσμα οὔτω καὶ οἱ δεῦτεροι χαρακτηρίζονται ἀπὸ ἓνα ἀρνητικὸν ἀποτέλεσμα προϊόντος. Ἡ περίπτωσις τῶν «κατωτέρων» συντελεστῶν ἀπεικονίζεται εις τὸ Σχῆμα 6.6.3.

Ἡ ἀρχικὴ ἰσορροπία ἐπιτυγχάνεται εις τὸ Q τῆς I_1 ὅπου ἡ κλίσις τῆς καμπύλης ἴσου κόστους KL_1 δεικνύει τὸν λόγον τῶν τιμῶν τῶν εισροῶν. Εἰς τὸ Q απασχολοῦνται OI_1 μονάδες εργασίας.

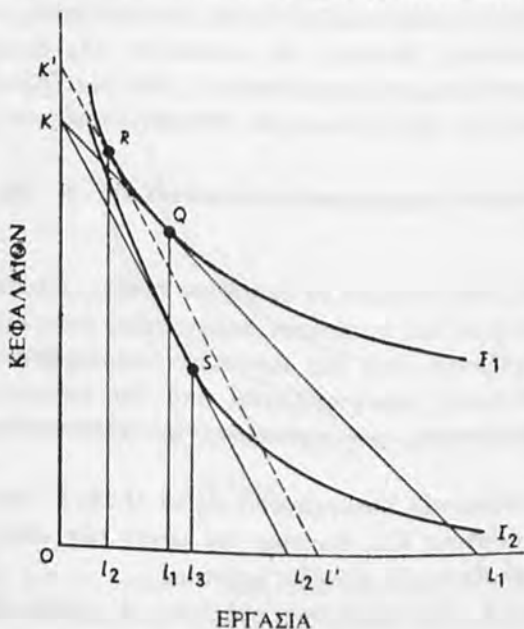
*Ἐστὼ τώρα ὅτι τὸ ἡμερομίσθιον αὐξάνεται εις τρόπον ὥστε ἡ καμπύλη

11. Διὰ μίαν ἐκτενῆ ἀνάλυσιν τῆς «κατωτερότητος» τῶν παραγωγικῶν συντελεστῶν, ἐφ' ἧς ἐβασίσθη τὸ παρὸν τμήμα βλέπε C. E. Ferguson, «The Neoclassical Theory of Production and Distribution», (London and New York : Cambridge University Press, 1969), Κεφ. 9.

Ίσου κόστους νά ἔλθῃ εἰς τήν θέσιν KL_2 . Τό σημεῖον τῆς ἰσορροπίας μετατοπίζεται εἰς τὸ S τῆς I_2 καί ἡ ἀπασχόλησις ἐργασίας αὐξάνεται εἰς Ol_3 . Διὰ νά εὐρωμεν τὰ ἐπὶ μέρους τμήματα τῆς μεταβολῆς, κατασκευάζομεν τὴν φανταστικὴν καμπύλην ἰσου κόστους $K'L'$ εἰς τρόπον ὥστε νά ἐφάπτεται τῆς ἀρχικῆς καμπύλης ἰσης παραγωγῆς (I_1) ἀλλὰ καί νά ἔχη κλίσιν ἴσην πρὸς τὸν νέον λόγον τιμῶν. Ἡ ἐπαφή γίνεται εἰς τὸ R , ὅπερ δεικνύει τὸν συνδυασμὸν ὅστις θὰ ἐχρησιμοποιεῖτο ἂν παρήγετο τὸ πάλαιον ἐπίπεδον προϊόντος ἀλλ' εἰς τὸν νέον λόγον τιμῶν τῶν εἰσροῶν. Ἡ μετακίνησις ἐκ τοῦ Q εἰς τὸ R , ἥτοι ἡ μείωσις τῆς ἀπασχολήσεως ἐργασίας ἀπὸ Ol_1 εἰς Ol_2 , εἶναι τὸ ἀποτέλεσμα ὑποκαταστάσεως ὅπερ, ὡς συμβαίνει πάντοτε, εἶναι ἀρνητικόν. Δηλαδή ἡ ζητούμενη (ὑπὸ τοῦ παραγωγοῦ) ποσότης μιᾶς εἰσροῆς μεταβάλλεται ἀντιστρόφως πρὸς τὴν τιμὴν τῆς εἰσροῆς διὰ μετακινήσεις κατὰ μῆκος μιᾶς καμπύλης ἰσης παραγωγῆς.

ΣΧΗΜΑ 6.6.3

ΤΑ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΠΡΟΪΟΝΤΟΣ ΚΑΙ ΥΠΟΚΑΤΑΣΤΑΣΕΩΣ ΔΙ' ἘΝΑ ΚΑΤΩΤΕΡΟΝ ΠΑΡΑΓΩΓΙΚΟΝ ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΗΝ



Ἡ μετακίνησις ἀπὸ τὴν φανταστικὴν ἰσορροπίαν τοῦ R εἰς τὴν τελικὴν ἰσορροπίαν τοῦ S , ἢ ἡ αὐξησις τῆς ἀπασχολήσεως ἐργασίας ἀπὸ Ol_2 εἰς Ol_3 , δεικνύει τὸ ἀποτέλεσμα προϊόντος τῆς μεταβολῆς τοῦ ἡμερομισθίου. Ἐν προκειμένῳ τὸ ἀποτέλεσμα προϊόντος εἶναι ἀρνητικόν : ἡ μείωσις

τῆς παραγωγῆς ἀπὸ τὸ ἐπίπεδον I_1 εἰς τὸ ἐπίπεδον I_2 ἐπιφέρει αὐξήσιν τῆς ἀπασχολήσεως τοῦ συντελεστοῦ. Ὅταν ὑφίσταται ἡ σχέσις αὕτη, ὁ ὑπ' ὄψιν παραγωγικὸς συντελεστής καλεῖται «κατώτερος» παραγωγικὸς συντελεστής.

ΟΡΙΣΜΟΣ : Κατώτερος συντελεστής παραγωγῆς εἶναι ὁ συντελεστής ὁ ὁποῖος ἔχει ἓνα ἀρνητικὸν ἀποτέλεσμα προϊόντος.¹²

Ἡ ἀνάλυσις ἔχει ἤδη φθάσει εἰς ἓνα σημεῖον ὅπου ὑπάρχει κίνδυνος νὰ διατυπώσωμεν μίαν λανθασμένην ἀναλογίαν μεταξύ τῆς καταναλωτικῆς καὶ τῆς ἐπιχειρηματικῆς συμπεριφορᾶς. Εἶναι χρήσιμον, εἰς τὸ σημεῖον αὐτό, νὰ ἀπαριθμῶσωμεν τὰς ἀναλογίας αἱ ὁποῖαι δύνανται καὶ τὰς ἀναλογίας αἱ ὁποῖαι δὲν δύνανται νὰ ὑπάρχουν μεταξύ τῶν θεωριῶν συμπεριφορᾶς τοῦ καταναλωτοῦ καὶ τοῦ παραγωγοῦ.

6.7. ΑΝΑΛΟΓΙΑΙ ΜΕΤΑΞΥ ΤΗΣ ΣΥΜΠΕΡΙΦΟΡΑΣ ΤΟΥ ΚΑΤΑΝΑΛΩΤΟΥ ΚΑΙ ΤΗΣ ΣΥΜΠΕΡΙΦΟΡΑΣ ΤΟΥ ΠΑΡΑΓΩΓΟΥ

Ἐχομεν ἤδη τονίσει ὅτι ὑπάρχουν πολλαὶ ἀναλογίαι μεταξύ τῶν θεωριῶν συμπεριφορᾶς τοῦ καταναλωτοῦ καὶ τοῦ παραγωγοῦ. Ἐκεῖναι αἱ ὁποῖαι πράγματι ἰσχύουν δύνανται νὰ δειχθοῦν γραφικῶς εἰς τὸ Σχῆμα 6.7.1.

Ἐν πρώτοις, θεωρήσατε τὸ τμήμα α. Ἡ καμπύλη I δύναται νὰ εἶναι εἴτε μία καμπύλη ἀδιαφορίας εἴτε μία καμπύλη ἴσης παραγωγῆς. Ἀμφότεραι ἔχουν ἀρνητικὴν κλίσιν καὶ εἶναι κοῖλαι πρὸς τὰ ἄνω, ἐνῶ ἡ τομὴ δύο καμπυλῶν ἀδιαφορίας ἢ δύο καμπυλῶν ἴσης παραγωγῆς εἶναι ἀδύνατος. Αἱ καμπύλαι ἴσης παραγωγῆς δὲν θὰ εἶναι «ἄπειροι εἰς ἀριθμόν», ἐκτὸς ἂν τὸ προϊόν εἶναι πλήρως διαιρετόν, ἀλλὰ ὅπωςδήποτε αὕτη εἶναι μία ἀσήμαντος διαφορὰ. Ἡ μόνη οὐσιώδης διαφορὰ εἶναι ὅτι ὁ χάρτης τῶν καμπυλῶν ἀδιαφορίας χαρακτηρίζεται ἀπὸ μίαν κατὰ τὰξιν ταξινόμησιν τῶν ἐπιπέδων χρησιμότητος, ἐνῶ ὁ χάρτης τῶν καμπυλῶν ἴσης παραγωγῆς χαρακτηρίζεται ἀπὸ μίαν εἰς ἀπολύτους ὁρους ταξινόμησιν τῶν ἐπιπέδων παραγωγῆς.

Ἐξ ἄλλου ἡ γραμμὴ KL δύναται νὰ εἶναι εἴτε ἡ γραμμὴ τῶν καταναλωτικῶν δυνατοτήτων εἴτε ἡ καμπύλη ἴσου κόστους. Τέλος, ἡ ἰσορροπία ἐπιτυγχάνεται εἰς τὸ E , ὅπου ὁ ὀριακὸς λόγος ὑποκαταστάσεως (εἴτε τῶν ἀγαθῶν εἰς τὴν κατανάλωσιν εἴτε τῶν εἰσροῶν εἰς τὴν παραγωγὴν) ἰσοῦται

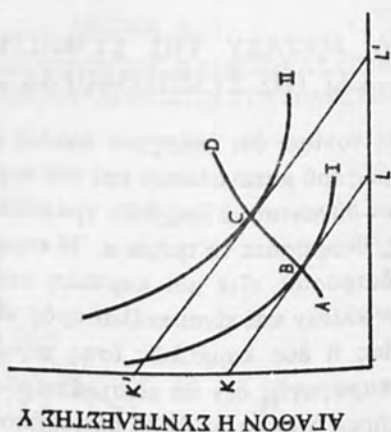
12. Ὁ καθηγητὴς Hicks καλεῖ ταύτην «σχέσιν παλινδρομήσεως» καὶ λέγει ὅτι ἓνας κατώτερος συντελεστής εἶναι ἐκεῖνος ὁ ὁποῖος προσφέρεται εἰδικῶς διὰ μικρῶν κλίμακος παραγωγῆν τοῦ ὑπ' ὄψιν ἀγαθοῦ. Βλέπε : John R. Hicks, «Value and Capital» (2α ἔκδοσις Oxford : Clarendon Press, 1946) σελ. 93 - 96, εἰδικῶς σελ. 96.

ΣΧΗΜΑ 6.7.1

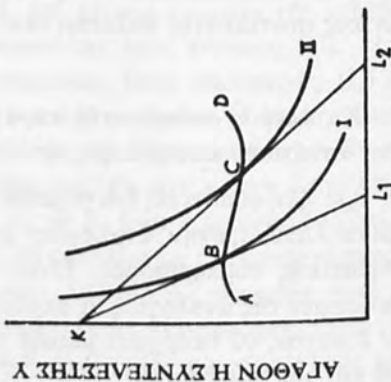
ΑΝΑΛΟΓΙΑ ΜΕΤΑΞΥ ΤΩΝ ΚΑΤΑΣΤΑΣΕΩΝ ΙΣΟΡΡΟΠΙΑΣ ΤΟΥ ΚΑΤΑΝΑΛΩΤΟΥ ΚΑΙ ΤΟΥ ΠΑΡΑΓΩΓΟΥ



ΑΓΑΘΟΝ Η ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΗΣ Χ
ΤΜΗΜΑ α: ΙΣΟΡΡΟΠΙΑ



ΑΓΑΘΟΝ Η ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΗΣ Χ
ΤΜΗΜΑ β: ΜΕΤΑΒΟΛΗ ΤΟΥ
ΕΙΣΟΔΗΜΑΤΟΣ Η ΤΟΥ ΠΡΟΙΟΝΤΟΣ



ΑΓΑΘΟΝ Η ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΗΣ Χ
ΤΜΗΜΑ γ: ΜΕΤΑΒΟΛΗ ΤΗΣ
ΤΙΜΗΣ ΤΟΥ ΑΓΑΘΟΥ Η ΤΟΥ
ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΟΥ Χ

δεικνύει πώς ο ἄριστος λόγος τῶν εἰσροῶν μεταβάλλεται ὡς ἀποτέλεσμα τῆς μειώσεως τῆς τιμῆς τῆς εἰσροῆς X , ἂν τὸ αὐτὸ χρηματικὸν ποσὸν πρόκειται νὰ δαπανηθῇ ἐπὶ τῶν εἰσροῶν πρό καὶ μετὰ τὴν μεταβολὴν τῆς τιμῆς τῆς εἰσροῆς. Εἰς τὴν πραγματικότητα ὅμως, οὐδέποτε ὁ ἐπιχειρηματίας ὁ ὁποῖος μεγιστοποιεῖ τὸ κέρδος του δαπανᾷ τὸ αὐτὸ ποσόν. Μὲ ἓνα τρόπον ποῦ θὰ γίνῃ πολὺ σαφὴς μετὰ τὰ δύο ἐπόμενα κεφάλαια, ἡ πτώσις τῆς τιμῆς μιᾶς εἰσροῆς θὰ προκαλέσῃ μείωσιν τοῦ ὀριακοῦ κόστους παραγωγῆς τοῦ ὑπ' ὄψιν ἀγαθοῦ. Οὕτως, ἡ καμπύλη προσφορᾶς θὰ μετακινηθῇ πρὸς τὰ δεξιὰ, ἡ τιμὴ τοῦ ἀγαθοῦ θὰ μειωθῇ καὶ αἱ ζητούμεναι καὶ προσφερόμεναι ποσότητες θὰ αὐξηθοῦν. Συνεπῶς, παραλλήλως πρὸς τὰ ἀποτελέσματα ὑποκαταστάσεως καὶ προϊόντος, θὰ πρέπει νὰ ἐξετασθῇ καὶ ἓνα «ἀποτέλεσμα ἐσόδων» (προερχόμενον ἀπὸ τὴν συνάρτησιν ζητήσεως τοῦ ἀγαθοῦ). Τὸ συνολικὸν ἀποτέλεσμα τῆς μεταβολῆς τῆς τιμῆς ἑνὸς παραγωγικοῦ συντελεστοῦ εἶναι τὸ ἄθροισμα καὶ τῶν τριῶν ἀποτελεσμάτων.

Ἡ ἀνωτέρω παράγραφος πιθανὸν νὰ φαίνεται κάπως ἀσαφής. Ἄλλὰ τοῦτο ὀφείλεται εἰς τὸ ὅτι ἔχομεν προχωρήσει κάπως περισσότερον ἀπ' ὅ,τι αἱ μέχρι τοῦδε γνώσεις μας ἐπιτρέπουν. Ἐν τούτοις, παρὰ τὴν πιθανὴν ἀσάφεια τῆς ἐξηγήσεως, ἡ βασικὴ ἰδέα θὰ πρέπει νὰ εἶναι σαφής : ἀπὸ ἓνα διάγραμμα, ὡς ἐκεῖνο τοῦ τμήματος c εἰς τὸ Σχῆμα 6.7.1, δύναται νὰ ἐξαχθῇ ἡ συνάρτησις ζητήσεως τοῦ καταναλωτοῦ, δεδομένου ὅτι αἱ διαδοχικαὶ θέσεις ἰσορροπίας, ὡς αἱ B καὶ C , ἀντιπροσωπεύουν σημεῖα εἰς τὰ ὁποῖα ὁ καταναλωτὴς ἐπιτυγχάνει τὸν ἀντικειμενικὸν του σκοπὸν. Ἡ ζήτησις, ὅμως, δι' ἓνα συντελεστὴν παραγωγῆς δὲν δύναται νὰ ἐξαχθῇ ἢ ἐξ ἑνὸς τοιοῦτου διαγράμματος διότι σημεῖα ὡς τὰ B καὶ C δὲν ἀντιστοιχοῦν εἰς ἰσορροπίας μεγιστοποιήσεως τοῦ κέρδους. Ἐν περιλήψει, ἔχομεν τὸ ἀκόλουθον :

ΘΕΩΡΗΜΑ ΕΣΦΑΛΜΕΝΗΣ ΑΝΑΛΟΓΙΑΣ : Μὲ τὴν χρησιμοποίησιν τῶν «ἀναλυτικῶν ἐργαλείων» τοῦ Σχήματος 6.7.1, δύνανται νὰ ἐξαχθοῦν πολλαὶ ἀναλογίαι μεταξύ τῶν θεωριῶν τῆς καταναλωτικῆς καὶ τῆς ἐπιχειρηματικῆς συμπεριφορᾶς. Ὅμως, ἐνῶ ἀπὸ ἓνα διάγραμμα, ὡς ἐκεῖνο τοῦ τμήματος c , δύναται νὰ ἐξαχθῇ ἡ συνάρτησις τῆς ζητήσεως ἑνὸς καταναλωτοῦ, ἢ συνάρτησις τῆς ζητήσεως ἑνὸς παραγωγοῦ διὰ μίαν εἰσροὴν δὲν δύναται νὰ ἐξαχθῇ, διότι τὰ σημεῖα «ἰσορροπίας» τὰ ὁποῖα λαμβάνομεν διὰ τῆς μετατοπίσεως τῆς καμπύλης ἴσου κόστους δὲν ἀποτελοῦν ἰσορροπίας μεγιστοποιήσεως τοῦ κέρδους.

6.8. ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑ

Τὰ Κεφάλαια 5 καὶ 6 περιλαμβάνουν τὴν ἐρμηνείαν τῆς θεωρίας τῆς παραγωγῆς καὶ τοῦ ἄριστου συνδυασμοῦ τῶν εἰσροῶν ὅταν αἱ τιμαὶ τῶν εἰσ-

ροδών είναι σταθερά. Θα ακολουθήσει ή θεωρία του κόστους, ήτις βασίζεται επί των φυσικών νόμων της παραγωγής και επί των τιμών τὰς ὁποίας ὁ ἐπιχειρηματίας πρέπει νὰ καταβάλλῃ διὰ τὰς εἰσροάς του.

ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ :

1. Ὑποθέσατε ὅτι ἓνα ἀγαθὸν ἀπαιτεῖ δύο εἰσροάς διὰ τὴν παραγωγὴν του. Εἶναι ὀρθὸν νὰ λεχθῇ ὅτι, ἂν αἱ τιμαὶ τῶν εἰσροδῶν εἶναι ἴσαι, ἡ ἀρίστη συμπεριφορὰ ἀπὸ μέρους τῶν παραγωγῶν ὑπαγορεύει τὴν ἀπασχόλησιν τῶν εἰσροδῶν αὐτῶν εἰς ἴσας ποσότητας ;
2. Ποῖον ρόλον παίξουν αἱ καμπύλαι ἴσης παραγωγῆς εἰς τὴν οἰκονομικὴν θεωρίαν καὶ ποίας οἰκονομικὰς ἀρχὰς ἐρμηνεύουν ; Ὑπὸ ποίαν ἔννοιαν ἡ μέθοδος αὐτῆ ἀναλύσεως ἐμφαίνει τὸ βασικὸν οἰκονομικὸν πρόβλημα τῆς συσχετίσεως περιωρισμένων παραγωγικῶν μέσων καὶ ἐναλλακτικῶν σκοπῶν.

ΠΡΟΤΕΙΝΟΜΕΝΗ ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

1. Borts, George H. καὶ Mishan, E. J.: «Exploring the "Uneconomic Region" of the Production Function». *Review of Economic Studies*, Τόμ. XXIX (1962), σελ. 300 - 312.
2. Cassels, John M.: «On the Law of Variable Proportions», *Explorations in Economics*, σελ. 223 - 236. New York : McGraw - Hill Book Co., Inc., 1936.
3. Hicks, John R.: «Value and Capital», σελ. 78 - 98, 2α ἔκδοσις Oxford : Oxford University Press, 1946.
4. Henderson, James M. καὶ Quandt, Richard E.: *Microeconomic Theory : A Mathematical Approach*, σελ. 47 - 53. New York : McGraw - Hill Book Co., Inc., 1958 [στοιχειώδη μαθηματικὰ ἀναγκαῖα].
5. Ferguson, C. E.: «The Neoclassical Theory of Production and Distribution», Κεφ. 1 - 6. London and New York : Cambridge University Press, 1969 [ἀνώτερα μαθηματικὰ ἀναγκαῖα].
6. Samuelson, Paul A.: «Foundations of Economic Analysis», σελ. 57 - 76. Cambridge, Mass. : Harvard University Press, 1947 [ἀνώτερα μαθηματικὰ ἀναγκαῖα].

7.1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Αί φυσικαί συνθήκαι τῆς παραγωγῆς, αἱ τιμαὶ τῶν συντελεστῶν παραγωγῆς καὶ ἡ οἰκονομικῶς ὑποδοτικὴ συμπεριφορὰ τοῦ ἐπιχειρηματίου ἀπὸ κοινοῦ προσδιορίζουν τὸ κόστος παραγωγῆς μιᾶς ἐπιχειρήσεως. Ἡ συνάρτησις παραγωγῆς παρέχει τὰς ἀναγκαίαις πληροφορίας διὰ τὴν σχεδίασιν τοῦ χάρτου τῶν καμπυλῶν ἴσης παραγωγῆς. Αἱ τιμαὶ τῶν συντελεστῶν προσδιορίζουν τὰς καμπύλας ἴσου κόστους. Τέλος, ἡ ἀποδοτικὴ συμπεριφορὰ τοῦ ἐπιχειρηματίου ὑπαγορεύει τὴν παραγωγὴν ἐνὸς ἐπιπέδου προϊόντος διὰ τοῦ συνδυασμοῦ εἰσροῶν, ὁ ὁποῖος ἐξισώνει τὸν ὀριακὸν λόγον τεχνικῆς ὑποκαταστάσεως πρὸς τὸ λόγον τῶν τιμῶν τῶν εἰσροῶν. Κάθε θέση ἐπαφῆς, ἐπομένως, προσδιορίζει ἓνα ἐπίπεδον προϊόντος καὶ τὸ ἀντίστοιχον συνολικὸν κόστος. Βάσει αὐτῆς τῆς πληροφορίας, δυνάμεθα νὰ κατασκευάσωμεν ἓνα πίνακα, μίαν κλίμακα ἢ μίαν μαθηματικὴν συνάρτησιν σχετίζουσαν τὸ συνολικὸν κόστος πρὸς τὸ ἐπίπεδον προϊόντος. Πρόκειται περὶ τῆς κλίμακος κόστους ἢ τῆς συναρτήσεως κόστους, ἡ ὁποία ἀποτελεῖ ἓνα ἐκ τῶν θεμάτων τοῦ παρόντος κεφαλαίου.

Δὲν εἶναι ὅμως τὸ μόνον θέμα, διότι βραχυχρονίως, ἐξ ὀρισμοῦ, δὲν εἶναι ὅλοι οἱ συντελεσταὶ μεταβλητοί. Ὁρισμένοι εἶναι σταθεροί, καὶ ὁ ἐπιχειρηματίας δὲν δύναται ἀμέσως νὰ ἐπιτύχη τὸν συνδυασμὸν τῶν εἰσροῶν, ὁ ὁποῖος ἀντιστοιχεῖ εἰς τὴν οἰκονομικὴν ἀποδοτικότητα (ἤτοι ἐκεῖνον ὁ ὁποῖος ἐξισώνει τὸν ὀριακὸν λόγον ὑποκαταστάσεως πρὸς τὸν λόγον τῶν τιμῶν τῶν εἰσροῶν). Ὁ ἐπιχειρηματίας θὰ ἐνεργήσῃ ὅσον δύναται ἀποδοτικώτερον· ἀλλὰ βραχυχρονίως δὲν ἐπιτυγχάνεται γενικῶς ἓνα σημεῖον ἐπὶ τῆς γραμμῆς ἐπεκτάσεως. Πρέπει ἐπομένως νὰ ἀναλύσωμεν ὄχι μόνον τὸ μακροχρόνιον, ἀλλὰ καὶ τὸ βραχυχρόνιον κόστος.

Προτοῦ, ὅμως, στραφῶμεν εἰς τὴν μηχανικὴν τῆς ἀναλύσεως τοῦ κόστους, εἶναι ἀναγκαῖον νὰ ἀποκτήσωμεν μίαν εὐρυτέραν ἀντίληψιν τοῦ θέματος καὶ νὰ θέσωμεν τὸ ἐρώτημα : «Τί ἀκριβῶς συνιστᾷ τὰ κανονικὰ

ἔξοδα παραγωγῆς;» Ὑπάρχουν δύο ἀπαντήσεις εἰς τὸ ἐρώτημα αὐτό, αἱ ὅποιοι, ὑπὸ ἰδανικᾶς συνθήκας, συμπίπτουν. Πρὸς τὸ παρὸν αἱ δύο ἀπαντήσεις ἀρκοῦν. Εἰς τὸ Κεφάλαιον 16 ἀναφέρομεν τὰς συνθήκας ὑπὸ τὰς ὁποίας αἱ δύο ἀπαντήσεις συμπίπτουν.

7.1.a. — Κοινωνικὸν κόστος παραγωγῆς

Οἱ οἰκονομολόγοι κυρίως ἐνδιαφέρονται διὰ τὸ κοινωνικὸν κόστος παραγωγῆς, δηλαδὴ τὸ κόστος εἰς τὸ ὅποιον ὑποβάλλεται μία κοινωνία, ὅταν οἱ παραγωγικοὶ πόροι τῆς χρησιμοποιοῦνται διὰ τὴν παραγωγὴν ἐνὸς δεδομένου ἀγαθοῦ. Εἰς οἰονδήποτε χρονικὸν σημεῖον μία κοινωνία ἔχει εἰς τὴν διάθεσίν της μίαν δεξαμενὴν παραγωγικῶν πόρων, οἱ ὅποιοι εἶναι εἴτε ἀτομικῆς εἴτε συλλογικῆς ἰδιοκτησίας, ἀναλόγως τῆς πολιτικῆς ὀργανώσεως τῆς ὑπ' ὄψιν κοινωνίας. Ἀπὸ κοινωνικῆς ἀπόψεως, ἀντικείμενον τῆς οἰκονομικῆς δραστηριότητος εἶναι ἡ παραγωγή ὅσον τὸ δυνατόν περισσοτέρων ἀγαθῶν καὶ ὑπηρεσιῶν διὰ τῆς ἐκμεταλλεύσεως αὐτῆς τῆς ὑφισταμένης δεξαμενῆς παραγωγικῶν πόρων. Πόσον εἶναι «δυνατὸν» νὰ παραχθῇ, φυσικὰ, ἐξαρτᾶται ὄχι μόνον ἀπὸ τὴν ἀποδοτικὴν καὶ πλήρη χρησιμοποίησιν τῶν παραγωγικῶν πόρων, ἀλλ' ἐπίσης ἀπὸ τὸν συγκεκριμένον κατάλογον ἀγαθῶν, τὰ ὅποια παράγονται. Μία κοινωνία θὰ ἠδύνατο προφανῶς νὰ ἔχη μεγαλυτέραν παραγωγὴν αὐτοκινήτων, ἐὰν παρήγε μόνον μικροῦ μεγέθους αὐτοκίνητα. Τὰ μεγαλυτέρα, καὶ πολυτελέστερα, αὐτοκίνητα ἀπαιτοῦν μεγαλυτέραν ποσότητα ἐξ ὄλων σχεδὸν τῶν συντελεστῶν παραγωγῆς. Ἀλλὰ ὠρισμένα μέλη τῆς κοινωνίας ἴσως ἀποδίδουν μεγαλυτέραν σημασίαν εἰς τὰ αὐτοκίνητα πολυτελείας παρὰ εἰς τὰ μικροῦ μεγέθους αὐτοκίνητα.

Συγκρίνοντες τὸ σχετικὸν κόστος ἐνὸς ἀγαθοῦ εἰς εἰσροᾶς μὲ τὴν σχετικὴν κοινωνικὴν του ἀξίαν, ἀποκτῶμεν μίαν γνῶσιν τὸσον τῆς κοινωνικῆς του ἀποτιμήσεως ὅσον καὶ τοῦ κοινωνικοῦ κόστους του. Ἡ ἐξέτασις αὐτοῦ τοῦ εὐρέος προβλήματος ἀναβάλλεται διὰ τὸ Κεφάλαιον 16, οὕτως ὥστε ἡ προσοχὴ μας δύναται τώρα νὰ στραφῇ ἀποκλειστικῶς εἰς τὸ κοινωνικὸν κόστος.

Τὸ κοινωνικὸν κόστος χρησιμοποίησεως ἐνὸς συνδυασμοῦ εἰσροῶν διὰ τὴν παραγωγὴν μιᾶς μονάδος τοῦ ἀγαθοῦ X εἶναι ὁ ἀριθμὸς τῶν μονάδων τοῦ ἀγαθοῦ Y αἱ ὅποιοι θὰ πρέπει νὰ θυσιασθοῦν κατὰ τὴν παραγωγικὴν διαδικασίαν. Παραγωγικοὶ πόροι χρησιμοποιοῦνται διὰ τὴν παραγωγὴν τὸσον τοῦ ἀγαθοῦ X ὅσον καὶ τοῦ ἀγαθοῦ Y (ὡς καὶ ὄλων τῶν ἄλλων ἀγαθῶν). Ἐκεῖνοι οἱ παραγωγικοὶ πόροι, οἱ ὅποιοι χρησιμοποιοῦνται εἰς τὴν παραγωγὴν τοῦ X, δὲν δύναται νὰ χρησιμοποιηθοῦν εἰς τὴν παραγωγὴν τοῦ Y ἢ οἰονδήποτε ἄλλου ἀγαθοῦ. Διὰ νὰ χρησιμοποιήσωμεν ἓνα γνωστὸν παράδειγμα ἀπὸ τὸν πόλεμον, ἡ ἀφιέρωσις περισσοτέρων παραγωγικῶν πόρων

διὰ τὴν παραγωγὴν ὄπλων σημαίνει ὅτι ὀλιγώτεροι παραγωγικοὶ πόροι χρησιμοποιοῦνται διὰ τὴν παραγωγὴν βουτύρου. Τὸ κοινωνικὸν κόστος τῶν ὄπλων εἶναι ἡ ἐγκαταλειπομένη ποσότης βουτύρου.

Οἱ κοινωνιολόγοι ὀνομάζουν τοῦτο κόστος εὐκαιρίας ἢ ἐναλλακτικὸν κόστος παραγωγῆς.

ΟΡΙΣΜΟΣ : Κόστος εὐκαιρίας ἢ ἐναλλακτικὸν κόστος παραγωγῆς μιᾶς μονάδος τοῦ ἀγαθοῦ X εἶναι ἡ ποσότης τοῦ ἀγαθοῦ Y ἢ ὅποια πρέπει νὰ θυσιάσθῃ, ὥστε νὰ χρησιμοποιηθοῦν παραγωγικοὶ πόροι εἰς τὴν παραγωγὴν τοῦ X ἀντὶ τοῦ Y. Αὐτὸ εἶναι τὸ κοινωνικὸν κόστος παραγωγῆς τοῦ X.

7.1.b. — Ἴδιωτικὸν κόστος παραγωγῆς

Ἐπάρχει μία στενὴ σχέσις μεταξύ τοῦ κόστους εὐκαιρίας τῆς παραγωγῆς τοῦ ἀγαθοῦ X καὶ ἐνὸς ὑπολογισμοῦ, τὸν ὅποιον πρέπει νὰ κάμῃ ὁ παραγωγός. Ἡ χρησιμοποίησις παραγωγικῶν πόρων διὰ τὴν παραγωγὴν τοῦ X ἀντὶ τοῦ Y συνεπάγεται ἕνα κοινωνικὸν κόστος· ὑπάρχει πρὸς τοῦτοις ἕνα ἰδιωτικὸν κόστος, ἐπειδὴ ὁ ἐπιχειρηματίας πρέπει νὰ πληρώσῃ μίαν τιμὴν διὰ νὰ χρησιμοποιήσῃ τοὺς παραγωγικοὺς πόρους.

Ἄς ὑποθέσωμεν ὅτι αὐτὸ συμβαίνει. Ὁ ἐπιχειρηματίας πληρώνει ὀρισμένον ποσὸν διὰ νὰ ἀγοράσῃ τοὺς παραγωγικοὺς συντελεστάς, τοὺς χρησιμοποιεῖ διὰ τὴν παραγωγὴν ἐνὸς ἀγαθοῦ καὶ πωλεῖ τὸ ἀγαθόν. Δύναται νὰ συγκρίνῃ τὰς εἰσπράξεις ἐκ τῶν πωλήσεών του μὲ τὸ κόστος τῶν παραγωγικῶν πόρων καὶ νὰ προσδιορίσῃ χονδρικῶς, ἐὰν ἔχη πραγματοποιήσει λογιστικὸν κέρδος ἢ ὄχι. Ἄλλὰ ὁ λογιστής θὰ τοῦ ὑποδείξῃ ὅτι ὀφείλει νὰ κάμῃ προσθέτους ὑπολογισμοὺς. Ὁ ἐπιχειρηματίας ἔχει ἐπενδύσει τὸν χρόνον του καὶ τὸ χρῆμα του εἰς τὴν παραγωγὴν τοῦ ἀγαθοῦ X. Ἐάν δὲν εἶχεν ἀναλάβῃ αὐτὴν τὴν ἐπιχείρησιν, θὰ εἶχεν ἐπενδύσει τὸν χρόνον του καὶ τὸ χρῆμα του κάπου ἄλλου — θὰ εἶχεν ἀσχοληθεῖ ἴσως μὲ ἄλλου εἶδους ἐπιχείρησιν ἢ θὰ εἶχεν ἀγοράσει διὰ τῶν χρημάτων του τίτλους καὶ θὰ εἶχε χρησιμοποιήσει τὸν χρόνον του ὡς ὑπάλληλος ἄλλου ἐπιχειρηματίου.

Ὁ παραγωγὸς τοῦ X ὑποβάλλεται εἰς ὀρισμένα ἄμμεσα ἐξόδα, ὅταν ἀγοράξῃ τοὺς παραγωγικοὺς πόρους. Ὑποβάλλεται ἐπίσης εἰς ὀρισμένα ἔμμεσα ἐξόδα, τὰ ὅποια πρέπει νὰ ληφθοῦν ὑπ' ὄψιν κατὰ τὸν ὑπολογισμόν τοῦ κέρδους ἢ τῆς ζημίας. Τὸ καθαρὸν οἰκονομικὸν κέρδος ἐνὸς ἐπιχειρηματίου, ὁ ὅποιος παράγει τὸ ἀγαθόν X, δύναται νὰ ἐκληφθῇ ὡς τὸ λογιστικὸν κέρδος μείον ὅ,τι θὰ ἐκέρδιζε ἀπὸ τὴν καλλιτέραν ἐναλλακτικὴν χρησιμοποίησιν τῶν χρημάτων του καὶ τοῦ χρόνου του. Οἱ δύο αὐτοὶ παράγοντες συνιστοῦν τὰ καλούμενα ἔμμεσα ἐξόδα παραγωγῆς. Ἀπολαμβάνει καθαρὸν οἰκονομικὸν κέρδος ἐκ τῆς παραγωγῆς τοῦ X ὅταν, καὶ μόνον

ὅταν, αἱ συνολικαὶ εἰσπράξεις του ὑπερβαίνουν τὸ ἄθροισμα τῶν ἀμέσων καὶ ἐμμέσων ἐξόδων.

Τὰ ἔμμεσα ἐξόδα εἶναι ἐπομένως σταθερὰ βραχυχρονίως καὶ πρέπει νὰ προστεθοῦν εἰς τὰ ἄμεσα ἐξόδα διὰ τὸν ὑπολογισμόν τοῦ καθαροῦ οἰκονομικοῦ κέρδους.

7.2. Η ΒΡΑΧΥΧΡΟΝΙΟΣ ΚΑΙ Η ΜΑΚΡΟΧΡΟΝΙΟΣ ΠΕΡΙΟΔΟΣ

Εἰς τὸ Κεφάλαιον 5 εἰσήχθη μία χρήσιμος ἔννοια, ἡ βραχυχρόνιος περίοδος, ὀρισθεῖσα ὡς μία χρονικὴ περίοδος καθ' ἣν ὀρισμένοι κατηγόρια συντελεστῶν δὲν εἶναι δυνατὸν νὰ ἀυξηθοῦν ἢ μειωθοῦν. Δηλαδή, βραχυχρονίως, ὑπάρχουν ὀρισμένοι συντελεσταί, τῶν ὁποίων ἡ χρησιμοποίησις εἶναι ἀδύνατον νὰ μεταβληθῇ ἀσχέτως τοῦ ἐπιπέδου τοῦ προϊόντος. Ὁμοίως ὑπάρχουν ἄλλοι συντελεσταί, οἱ μεταβλητοὶ συντελεσταί, τῶν ὁποίων ἡ χρησιμοποίησις εἶναι δυνατὸν νὰ μεταβληθῇ. Μακροχρονίως, ἐξ ἄλλου, ὅλοι οἱ συντελεσταί εἶναι μεταβλητοὶ — ἡ ποσότης ὅλων τῶν συντελεστῶν δύναται νὰ μεταβληθῇ οὕτως, ὥστε νὰ ἐπιτευχθῇ ὁ πλέον ἀποδοτικὸς συνδυασμὸς εἰσροῶν.

Εἰς τοὺς σταθεροὺς συντελεστὰς ἀντιστοιχοῦν πάγια (σταθερὰ) ἐξόδα. Οἱ διάφοροι σταθεροὶ συντελεσταί ἔχουν τιμὰς κατὰ μονάδα· τὸ πάγιον ἄμεσον κόστος εἶναι ἀπλῶς τὸ ἄθροισμα τῶν γινομένων τῶν κατὰ μονάδα τιμῶν ἐπὶ τὸν σταθερὸν ἀριθμὸν τῶν χρησιμοποιουμένων μονάδων. Βραχυχρονίως τὰ ἔμμεσα ἐξόδα εἶναι ἐπίσης σταθερὰ· οὕτως ἀποτελοῦν τμῆμα τῶν παγίων ἐξόδων.

ΟΡΙΣΜΟΣ : Συνολικὸν πάγιον κόστος εἶναι τὸ ἄθροισμα τῶν βραχυχρονίων ἀμέσων παγίων ἐξόδων καὶ τῶν ἐμμέσων ἐξόδων, εἰς τὰ ὅποια ὑποβάλλεται ὁ ἐπιχειρηματίας.

Οἱ βραχυχρονίως μεταβλητοὶ συντελεσταί συνεπάγονται τὴν ὑπαρξίν βραχυχρονίου μεταβλητοῦ κόστους. Ἐφ' ὅσον ἡ χρησιμοποίησις τῶν συντελεστῶν μεταβάλλεται μεταβαλλομένου τοῦ ἐπιπέδου παραγωγῆς, καὶ τὰ μεταβλητὰ ἐξόδα ἐπίσης μεταβάλλονται μεταβαλλομένης τῆς παραγωγῆς. Ἐάν τὸ προϊόν εἶναι μηδέν, δὲν εἶναι ἀναγκαῖον νὰ χρησιμοποιοῦνται καθόλου μεταβλητοὶ συντελεσταί. Τὸ μεταβλητὸν κόστος εἶναι ἐπομένως μηδέν καὶ τὸ συνολικὸν κόστος ἰσοῦται πρὸς τὸ συνολικὸν πάγιον κόστος. Ὅταν ὅμως τὸ ἐπίπεδον παραγωγῆς εἶναι θετικόν, εἶναι ἀναγκαῖον νὰ χρησιμοποιηθοῦν μεταβλητοὶ συντελεσταί. Αὐτὸ συνεπάγεται τὴν ὑπαρξίν μεταβλητῶν ἐξόδων καὶ τότε τὸ συνολικὸν κόστος εἶναι τὸ ἄθροισμα τοῦ συνολικοῦ μεταβλητοῦ καὶ τοῦ συνολικοῦ παγίου κόστους.

ΟΡΙΣΜΟΣ : Συνολικὸν μεταβλητὸν κόστος εἶναι τὸ ἄθροισμα τῶν

ποσών, τὰ ὅποια δαπανῶνται διὰ κάθε χρησιμοποιούμενον μεταβλητὸν συντελεστήν.

ΟΡΙΣΜΟΣ : Συνολικὸν κόστος βραχυχρονίως εἶναι τὸ ἄθροισμα τοῦ συνολικοῦ μεταβλητοῦ καὶ τοῦ συνολικοῦ παγίου κόστους.

7.3. ΘΕΩΡΙΑ ΤΟΥ ΚΟΣΤΟΥΣ ΒΡΑΧΥΧΡΟΝΙΩΣ

Ἡ παροῦσα ἀνάλυσις τοῦ κόστους ἀρχίζει μὲ τὴν θεωρίαν τοῦ βραχυχρονίου κόστους· κατόπιν προχωροῦμεν εἰς τὸν «ὀρίζοντα προγραμματισμοῦ», κατὰ τὸν ὅποιον ὅλοι οἱ συντελεσταὶ εἶναι μεταβλητοὶ καὶ μελετῶμεν τὴν θεωρίαν τοῦ κόστους μακροχρονίως, ὅτε δύναται νὰ ἐπιτευχθῇ ὁ ἄριστος συνδυασμὸς εἰσροῶν.

7.3.a. — Συνολικὸν βραχυχρόνιον κόστος

Ἡ ἀνάλυσις τοῦ συνολικοῦ βραχυχρονίου κόστους ἐξαρτᾶται ἀπὸ δύο προτάσεις, αἱ ὅποια ἤδη συνεξετητήθησαν εἰς τὸ παρὸν κεφάλαιον : (α) αἱ φυσικαὶ συνθήκαι παραγωγῆς καὶ αἱ κατὰ μονάδα τιμαὶ τῶν συντελεστῶν προσδιορίζουν τὸ κόστος παραγωγῆς τὸ ὅποιον ἀντιστοιχεῖ εἰς κάθε δυνατόν ἐπίπεδον παραγωγῆς· καὶ (β) τὸ συνολικὸν κόστος δύναται νὰ ἀναλυθῇ εἰς δύο στοιχεῖα, τὸ πάγιον κόστος καὶ τὸ μεταβλητὸν κόστος.

ὑποθέσατε ὅτι ὁ ἐπιχειρηματίας ἔχει μίαν παγίαν ἐγκατάστασιν, ἡ ὅποια δύναται νὰ χρησιμοποιηθῇ διὰ τὴν παραγωγὴν ἑνὸς ὀρισμένου ἀγαθοῦ. Περαιτέρω, ὑποθέσατε ὅτι τὸ κόστος τῆς ἐγκαταστάσεως εἶναι \$ 100. Τὸ συνολικὸν πάγιον κόστος εἶναι, ἐπομένως, \$ 100 — μένει ἀμετάβλητον ἀσχέτως τοῦ ἐπιπέδου παραγωγῆς. Τοῦτο ἀπεικονίζεται εἰς τὸν Πίνακα 7.3.1, εἰς τὴν στήλην ἡ ὅποια ὀνομάζεται «Συνολικὸν πάγιον κόστος». Περαιτέρω δεικνύεται ὑπὸ τῆς ὀριζοντίου γραμμῆς, ἡ ὅποια φέρει τὴν ὀνομασίαν TFC τοῦ Σχήματος 7.3.1 Τόσον ὁ πίναξ, ὅσον καὶ τὸ σχῆμα τονίζουν τὸ γεγονός ὅτι τὸ πάγιον κόστος εἶναι πράγματι πάγιον.

Ἐπίσης ἐὰν ἡ παραγωγή εἶναι μεγαλύτερα τοῦ μηδενός, εἶναι ἀναγκαῖα ἡ χρησιμοποίησις μεταβλητῶν συντελεστῶν. Ἀκολουθοῦντες τὸ πνεῦμα τοῦ Κεφαλαίου 5, δυνάμεθα νὰ ὑποθέσωμεν ὅτι ὑπάρχει μόνον ἓνας μεταβλητὸς συντελεστής· ὡς ἐναλλακτικὴν δυνατότητα, δυνάμεθα νὰ υἱοθετήσωμεν τὴν προσέγγισιν τοῦ Κεφαλαίου 6 ἡ ὅποια ὑποθέτει τὴν ὑπαρξίν πολλῶν συντελεστῶν. Ἡ ἐπιλογή δὲν εἶναι οὐσιώδης, ἐπειδὴ μία αὐξήσις τοῦ ἐπιπέδου τῆς παραγωγῆς ἀπαιτεῖ αὐξήσιν τῆς χρησιμοποιήσεως τῶν συντελεστῶν — εἴτε πρόκειται περὶ ἑνὸς μεταβλητοῦ συντελεστοῦ ἢ πολλῶν μεταβλητῶν συντελεστῶν χρησιμοποιουμένων εἰς τὴν ἀρίστην ἀναλογίαν. Εἰς ἑκατέραν περίπτωσιν, ὅσον μεγαλύτερα εἶναι ἡ χρησι-

ΠΙΝΑΞ 7.3.1

ΠΑΓΙΟΝ, ΜΕΤΑΒΛΗΤΟΝ ΚΑΙ ΣΥΝΟΛΙΚΟΝ ΚΟΣΤΟΣ

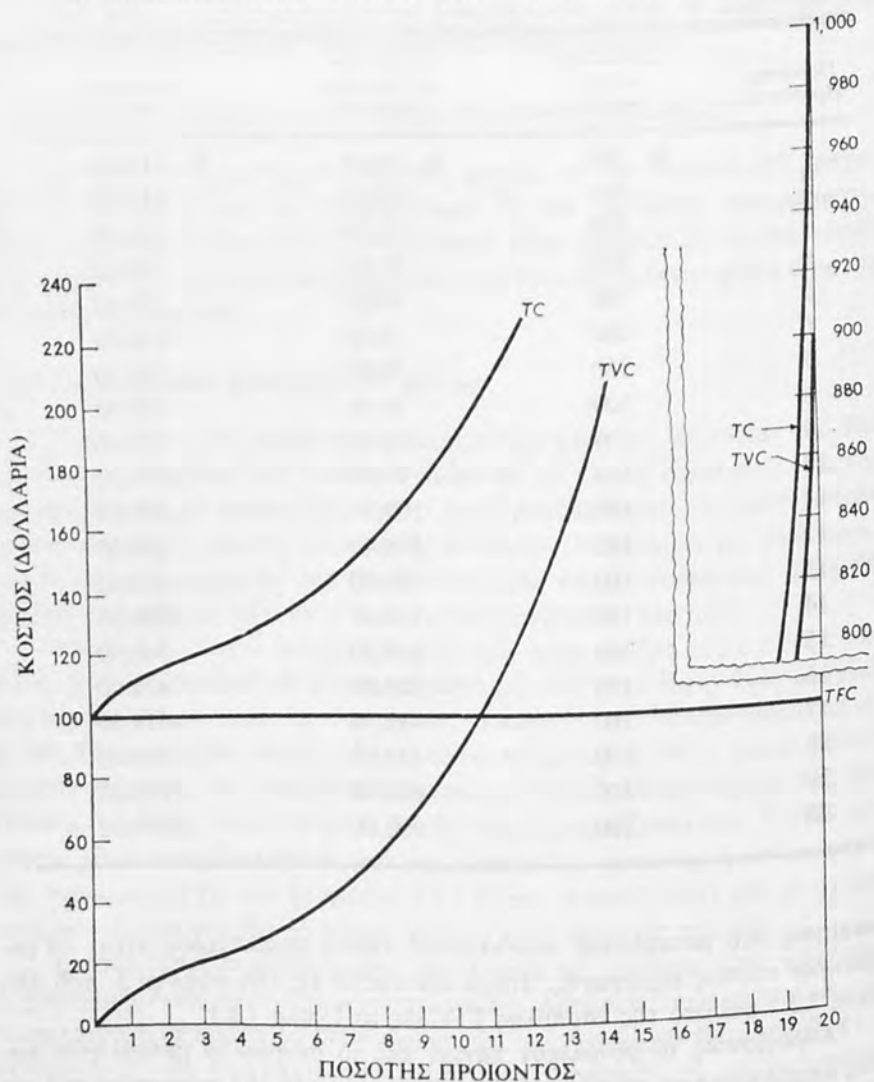
Ποσότης Προϊόντος	Συνολικόν πάγιον κόστος	Συνολικόν μεταβλητόν κόστος	Συνολικόν κόστος
1	\$ 100	\$ 10,00	\$ 110,00
2	100	16,00	116,00
3	100	21,00	121,00
4	100	26,00	126,00
5	100	30,00	130,00
6	100	36,00	136,00
7	100	45,00	145,50
8	100	56,00	156,00
9	100	72,00	172,00
10	100	90,00	190,00
11	100	109,00	209,00
12	100	130,40	230,40
13	100	160,00	260,00
14	100	198,20	298,20
15	100	249,50	349,50
16	100	324,00	424,00
17	100	418,50	518,50
18	100	539,00	639,00
19	100	698,00	798,00
20	100	900,00	1000,00

μοποιήσις του μεταβλητού συντελεστού, τόσο μεγαλύτερον είναι το μεταβλητόν κόστος παραγωγής. Τοῦτο δεικνύεται εἰς τὴν στήλην 3 τοῦ Πίνακος 7.3.1 καὶ ὑπὸ τῆς καμπύλης TVC εἰς τὸ Σχήμα 7.3.1.

Ἄθροίζοντες τὸ συνολικόν πάγιον καὶ τὸ συνολικόν μεταβλητόν κόστος λαμβάνομεν τὸ συνολικόν κόστος, τὰ στοιχεῖα τῆς τελευταίας στήλης τοῦ Πίνακος 7.3.1 καὶ τὴν καμπύλην TC τοῦ Σχήματος 7.3.1. Ἐκ τοῦ σχήματος δυνάμεθα νὰ εἰδῶμεν ὅτι ἡ TC καὶ ἡ TVC κινοῦνται ὁμοῦ καὶ εἶναι ὑπὸ μίαν ἔννοιαν, παράλληλοι. Δηλαδή, αἱ κλίσεις τῶν δύο καμπυλῶν εἶναι αἱ αὐταὶ εἰς κάθε σημεῖον παραγωγῆς· εἰς κάθε σημεῖον δέ, αἱ δύο καμπύλαι χωρίζονται ὑπὸ μιᾶς καθέτου ἀποστάσεως \$ 100, τοῦ συνολικοῦ παγίου κόστους.

ΣΧΗΜΑ 7.3.1

ΚΑΜΠΥΛΑΙ ΠΑΓΙΟΥ, ΜΕΤΑΒΛΗΤΟΥ ΚΑΙ ΣΥΝΟΛΙΚΟΥ ΚΟΣΤΟΥΣ



7.3.b. — Μέσον και όριακόν κόστος

Τò συνολικόν κόστος παραγωγής, περιλαμβανομένου τοῦ ἐμμέσου κόστους, είναι πολύ σημαντικόν διά τόν επιχειρηματίαν. Δυνάμεθα ὅμως νά ἀντιληφθῶμεν καλλίτερον τò συνολικόν κόστος, ἐάν ἀναλύσωμεν τήν συμπεριφορὰν τῶν διαφόρων μέσων καί ὀριακῶν ἐξόδων.

ΠΙΝΑΞ 7.3.2
ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΤΟΥ ΜΕΣΟΥ ΚΑΙ ΟΡΙΑΚΟΥ ΚΟΣΤΟΥΣ

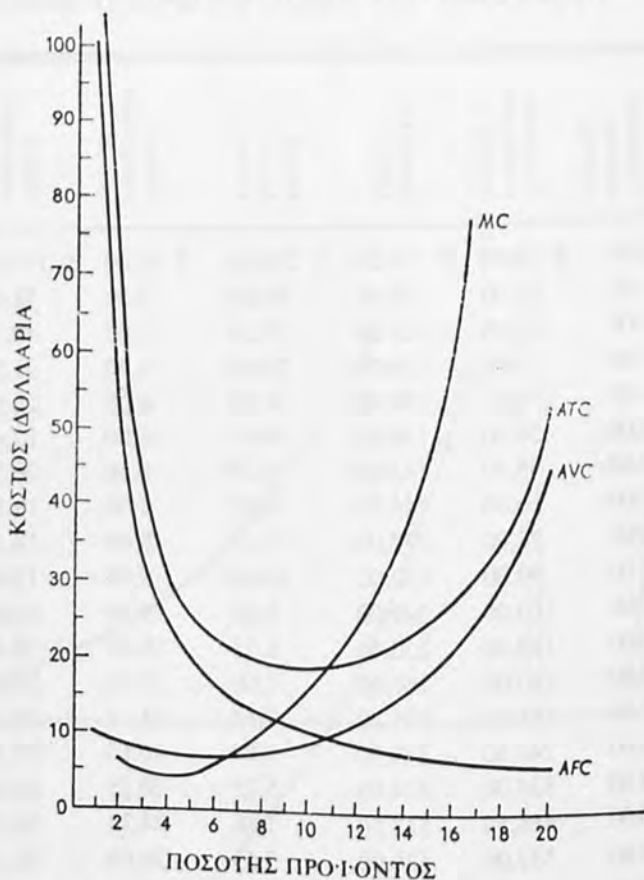
Ποσότης προϊόντος	Συνολικόν πάγιον κόστος	Συνολικόν μεταβλητὸν κόστος	Συνολικόν κόστος	Μέσον πάγιον κόστος	Μέσον μεταβλητὸν κόστος	Μέσον συνολικόν κόστος	Όριακόν κόστος
1	\$ 100	\$ 10,00	\$ 110,00	\$ 100,00	\$ 10,00	\$ 110,00	\$ —
2	100	16,00	116,00	50,00	8,00	58,00	6,00
3	100	21,00	121,00	33,33	7,00	40,33	5,00
4	100	26,00	126,00	25,00	6,50	31,50	5,00
5	100	30,00	130,00	20,00	6,00	26,00	4,00
6	100	36,00	136,00	16,67	6,00	22,67	6,00
7	100	45,50	145,00	14,29	6,50	20,78	9,50
8	100	56,00	146,00	12,50	7,00	19,50	10,50
9	100	72,00	172,00	11,11	8,00	19,10	16,00
10	100	90,00	190,00	10,00	9,00	19,00	18,00
11	100	109,00	209,00	9,09	9,90	19,00	19,00
12	100	130,40	230,40	8,33	10,87	19,20	21,40
13	100	160,00	260,00	7,69	12,30	20,00	29,60
14	100	198,20	298,20	7,14	14,16	21,30	38,20
15	100	249,50	349,50	6,67	16,63	23,30	51,30
16	100	324,00	424,00	6,25	20,25	26,50	74,50
17	100	418,50	518,50	5,88	24,38	30,50	94,50
18	100	539,00	639,00	5,55	29,94	35,50	120,50
19	100	698,00	798,00	5,26	36,74	42,00	159,00
20	100	900,00	1000,00	5,00	45,00	50,00	202,00

Ἡ ἀπεικόνισις τοῦ Πίνακος 7.3.1 συνεχίζεται εἰς τὸν Πίνακα 7.3.2. Πράγματι αἱ πρῶται τέσσαρες στήλαι τοῦ τελευταίου ἀποτελοῦν ἀντιγραφήν τοῦ Πίνακος 7.3.1. Αἱ ὑπόλοιποι τέσσαρες στήλαι δεικνύουν τὰς νέας ἐννοίας, αἱ ὁποῖαι θὰ εἰσαχθοῦν.

Ἐν πρώτοις, θεωρήσατε τὴν στήλην ἢ ὁποῖα φέρει τὴν ὀνομασίαν «Μέσον πάγιον κόστος».

ΟΡΙΣΜΟΣ : Μέσον πάγιον κόστος εἶναι τὸ συνολικόν πάγιον κόστος διηρημένον διὰ τοῦ ἐπιπέδου παραγωγῆς.

ΣΧΗΜΑ 7.3.2
ΚΑΜΠΥΛΑΙ ΜΕΣΟΥ ΚΑΙ ΟΡΙΑΚΟΥ ΚΟΣΤΟΥΣ



Ο ύπολογισμός είναι πολύ άπλοος. Όταν παράγεται μία μονάς προϊόντος, το AFC είναι $\$ 100/1 = \$ 100$. Όταν παράγονται δύο μονάδες, $AFC = \$ 100/2 = \$ 50$ κ.ο.κ. Γραφικώς, το μέσον πάγιον κόστος δεικνύεται διά της καμπύλης AFC του Σχήματος 7.3.2. Το κόστος εις δολλάρια παριστάται επί του κατακορύφου άξονος και το επίπεδον παραγωγής επί του όριζοντίου άξονος. Η καμπύλη AFC έχει άρνητικήν κλίσιν καθ' όλον το μήκος της έπειδή, όταν το επίπεδον παραγωγής αύξάνη, ό λόγος του παγίου κόστους πρὸς το επίπεδον παραγωγής μειούται.¹ Μαθηματικῶς, ή καμπύλη AFC είναι μία όρθογώνιος ύπερβολή.

1. Έστω ότι ή συνάρτησις του κόστους είναι ή $C = A + g(q)$, όπου A είναι το συνολικόν πάγιον κόστος και $g(q)$ το συνολικόν μεταβλητὸν κόστος που άντιστοιχεί εις κάθε

Θεωρήσωμεν κατόπιν τήν στήλην 6 του Πίνακος 7.3.2. Αὐτή ἡ στήλη φέρει τήν ὀνομασίαν «Μέσον μεταβλητὸν κόστος», μίαν ἔννοιαν ἢ ὁποία εἶναι πλήρως ἀνάλογος πρὸς τὸ μέσον πάγιον κόστος.

ΟΡΙΣΜΟΣ : Μέσον μεταβλητὸν κόστος εἶναι τὸ συνολικὸν μεταβλητὸν κόστος διηρημένον διὰ τοῦ ἐπιπέδου παραγωγῆς.

Πάλιν ὁ ὑπολογισμὸς εἶναι ἀπλοῦς καὶ δίδει τήν καμπύλην AVC τοῦ Σχήματος 7.3.2.² Ἐνταῦθα παρατηρεῖται μεγάλη διαφορά μεταξύ τῆς AVC καὶ τῆς AFC : ἡ πρώτη δὲν ἔχει ἀρνητικὴν κλίσιν καθ' ὅλον τὸ μήκος της. Πράγματι, εἰς τήν ἀπεικόνισιν αὐτήν, τὸ AVC ἀρχικῶς πίπτει, φθάνει μίαν ἐλαχίστην τιμὴν, καὶ ἐν συνεχείᾳ ὑψοῦται.

Ὁ λόγος αὐτῆς τῆς κυρτότητος εὐρίσκεται εἰς τήν θεωρίαν τῆς παραγωγῆς. Τὸ μέσον μεταβλητὸν κόστος εἶναι TVC διηρημένον διὰ τῆς παραγωγῆς O, ἢ

$$AVC = \frac{TVC}{O} = P \frac{V}{O}.$$

Θεωρήσατε τὸν ὄρον V/O, ὅστις δεικνύει τὸν ἀριθμὸν τῶν μονάδων τοῦ συντελεστοῦ διηρημένον διὰ τοῦ ἀριθμοῦ τῶν μονάδων τοῦ προϊόντος. Εἰς τὸ Κεφάλαιον 5, τὸ μέσον προϊόν (AP) ὠρίσθη ὡς τὸ συνολικὸν προϊόν (O) διηρημένον διὰ τοῦ ἀριθμοῦ τῶν μονάδων τοῦ συντελεστοῦ (V). Οὕτω :

$$AVC = P \left(\frac{1}{AP} \right),$$

ἢ τὸ μέσον μεταβλητὸν κόστος ἰσοῦται πρὸς τήν τιμὴν κατὰ μονάδα συντελεστοῦ ἐπὶ τὸ ἀντίστροφον τοῦ μέσου προϊόντος. Ἐφ' ὅσον τὸ μέσον προϊόν κανονικῶς αὐξάνει, φθάνει μίαν μεγίστην τιμὴν καὶ ἀκολουθῶς μειοῦται, τὸ μέσον μεταβλητὸν κόστος κανονικῶς πίπτει, φθάνει μίαν ἐλαχίστην τιμὴν καὶ ἀκολουθῶς αὐξάνει.

ἐπίπεδον προϊόντος. Οὕτω, τὸ μέσον πάγιον κόστος εἶναι $\frac{A}{q}$ ἐνῶ ἡ κλίσις του εἶναι $-\frac{A}{q^2}$.

2. Βάσει τῆς ὑποσημειώσεως 1, τὸ μέσον μεταβλητὸν κόστος εἶναι $\frac{g(q)}{q}$ καὶ ἡ κλίσις του εἶναι :

$$\frac{q g'(q) - g(q)}{q^2} = \frac{1}{q} \left[g'(q) - \frac{g(q)}{q} \right].$$

ΣΧΕΣΙΣ : Έκ μιᾶς συναρτήσεως παραγωγῆς, ὡς ἐκείνης ἢ ὁποία δεικνύεται εἰς τὸ Σχῆμα 5.2.1, προκύπτει ἡ καμπύλη μέσου προϊόντος, ἡ ὁποία δεικνύεται εἰς τὸ Σχῆμα 5.2.2. Αὐτὴ ἡ μορφή συναρτήσεως παραγωγῆς προσδιορίζει ἐπίσης μίαν καμπύλην συνολικοῦ μεταβλητοῦ κόστους ὡς ἐκείνην τοῦ Σχήματος 7.3.1 καὶ τὴν καμπύλην τοῦ μέσου μεταβλητοῦ κόστους ἡ ὁποία δεικνύεται εἰς τὸ Σχῆμα 7.3.2.

Ἡ στήλη 7 τοῦ Πίνακος 7.3.2 περιέχει τὰ δεδομένα τοῦ μέσου συνολικοῦ κόστους, τὸ ὁποῖον ἐπίσης ὀνομάζεται μέσον κόστος ἢ κατὰ μονάδα κόστος.

ΟΡΙΣΜΟΣ : Μέσον συνολικὸν κόστος εἶναι τὸ συνολικὸν κόστος διηρημένον διὰ τοῦ ἐπιπέδου παραγωγῆς.

Βάσει αὐτοῦ τοῦ ὀρισμοῦ, τὸ ATC δύναται νὰ ὑπολογισθῇ διὰ διαιρέσεως τῶν δεδομένων τῆς στήλης 4 διὰ τῶν ἀντιστοίχων δεδομένων τῆς στήλης 1.³ Ὁμως, ἐφ' ὅσον $TC = TFC + TVC$,

$$ATC = \frac{TC}{Q} = \frac{TFC}{Q} + \frac{TVC}{Q} = AFC + AVC.$$

Οὕτω δυνάμεθα νὰ λάβωμεν τὸ μέσον κόστος ὡς τὸ ἄθροισμα τοῦ μέσου παγίου καὶ τοῦ μέσου μεταβλητοῦ κόστους.

Αὐτὴ ἡ μέθοδος ὑπολογισμοῦ ἐξηγεῖ ἐπίσης τὸ σχῆμα τῆς καμπύλης τοῦ μέσου συνολικοῦ κόστους εἰς τὸ Σχῆμα 7.3.2. Εἰς τὸ εὖρος τῶν τιμῶν διὰ τὰς ὁποίας τὸ AFC καὶ τὸ AVC μειοῦνται, καὶ τὸ ATC προφανῶς πρέπει νὰ μειοῦται. Τελικῶς, ὅμως, ἡ ἀύξησης τοῦ AVC ὑπεραντισταθμίζει τὴν μείωσιν τοῦ AFC· τὸ ATC, ἐπομένως, ἐγγίζει τὴν ἐλαχίστην του τιμὴν καὶ ἀκολουθῶς αὐξάνεται.

Τέλος, ἡ στήλη 8 τοῦ Πίνακος 7.3.2 περιέχει τὰ δεδομένα τοῦ ὀριακοῦ κόστους.

ΟΡΙΣΜΟΣ : Ὀριακὸν κόστος εἶναι ἡ προσθήκη εἰς τὸ συνολικὸν κό-

3. Συμφώνως πρὸς τοὺς συμβολισμοὺς τῶν προηγουμένων ὑποσημειώσεων :

$$ATC = \frac{C}{q} = \frac{A}{q} + \frac{g(q)}{q}$$

καὶ ἡ κλίσις τοῦ ATC εἶναι :

$$\begin{aligned} -\frac{A}{q^2} + \frac{qg'(q) - g(q)}{q^2} &= \frac{qg'(q) - A - g(q)}{q^2} = \\ &= \frac{qg'(q) - C}{q^2} = \frac{1}{q} \left[g'(q) - \frac{C}{q} \right]. \end{aligned}$$

στος, ή όποία όφείλεται είς τήν προσθήκην μιᾶς μονάδος είς τήν παραγωγήν. Δυνάμεθα οὕτω νά ύπολογίσωμεν τό όριακόν κόστος αφαιρούντες διαδοχικῶς τά δεδομένα τῆς στήλης τοῦ συνολικοῦ κόστους.⁴ Ἐπί παραδείγματι, τό όριακόν κόστος τῆς δευτέρας παραγομένης μονάδος είναι $MC_2 = TC_2 - TC_1$. Ἐφ' όσον όμως βραχυχρονίως μόνον τό μεταβλητόν κόστος μεταβάλλεται, τό όριακόν κόστος δύναται νά ύπολογισθῆ διά διαδοχικῆς αφαιρέσεως τῶν δεδομένων είς τήν στήλην τοῦ συνολικοῦ μεταβλητοῦ κόστους. Οὕτω, τό όριακόν έξοδον τῆς δευτέρας μονάδος είναι ἐπίσης $MC_2 = TVC_2 - TVC_1$.

Ὡς δεικνύεται είς τό Σχῆμα 7.3.2, τό MC — ὡς καί τό AVC — ἀρχικῶς μειοῦται, ἐγγίξει μίαν ἔλαχίστην τιμήν καί ἀκολουθῶς αὐξάνει. Ἡ ἐξήγησις αὐτῆς τῆς κυρτότητος εὐρίσκεται ἐπίσης είς τήν θεωρίαν τῆς παραγωγῆς. Ἐστῶ ὅτι Δ δεικνύει «μεταβολήν». Ὡς ἐδείχθη ἀκριβῶς ἀνωτέρω, $MC = \Delta(TVC) / \Delta O$ διὰ μίαν μοναδιαίαν μεταβολήν τῆς παραγωγῆς. Γενικώτερον, ἐάν ἡ παραγωγή δέν μεταβάλλεται ἀκριβῶς κατὰ μίαν μονάδα, $MC = \Delta(TVC) / \Delta O$. Χρησιμοποιοῦντες τόν προηγούμενον συμβολισμόν, $TVC = P \cdot V$. Οὕτως ἔχομεν $\Delta(TVC) = P(\Delta V)$, δι' ἕνα ἐπιχειρηματίαν ὁ ὁποῖος είναι τέλειος ἀνταγωνιστής είς μίαν ἀγοράν συντελεστῶν (ή τιμῆ τοῦ συντελεστοῦ είναι δεδομένη ὑπό τῆς ἀγοραίας ζήτησεως καί προσφορᾶς καί μεταβολαί τῶν ἀγορῶν τοῦ δέν ἐπηρεάζουν τήν τιμήν).

Χρησιμοποιοῦντες τὰς δύο σχέσεις,

$$MC = P \frac{\Delta V}{\Delta O}.$$

Εἰς τό Κεφάλαιον 5, τό όριακόν προϊόν ὠρίσθη ὡς ἡ μεταβολή τῆς παραγωγῆς ή ὁποία όφείλεται είς μίαν μεταβολήν τοῦ συντελεστοῦ, ἢ $MP = \Delta O / \Delta V$. Οὕτω :

$$MC = P \left(\frac{1}{MP} \right).$$

Ἐφ' όσον τό όριακόν προϊόν κανονικῶς αὐξάνει, φθάνει μίαν μεγίστην τιμήν καί μειοῦται, τό όριακόν κόστος κανονικῶς μειοῦται, φθάνει μίαν ἔλαχίστην τιμήν καί ἀκολουθῶς αὐξάνει.

ΣΧΕΣΙΣ : Ἐκ μιᾶς συναρτήσεως παραγωγῆς, ὡς ἐκείνης ή ὁποία δει-

4. Δι' ἀπειροστικῶς μικράς μεταβολάς τοῦ προϊόντος, $MC = \frac{dC}{dq} = g'(q)$ καί ἡ κλίσις του είναι $g''(q)$.

κνύεται εις τὸ Σχῆμα 5.2.1, προκύπτει ἡ καμπύλη τοῦ ὀριακοῦ προϊόντος, ἡ ὁποία δεικνύεται εις τὸ Σχῆμα 5.2.2. Αὐτὴ ἡ μορφή συναρτήσεως παραγωγῆς ἐπίσης προσδιορίζει μίαν καμπύλην συνολικοῦ κόστους, ὡς ἐκείνην τοῦ Σχήματος 7.3.1, καὶ τὴν καμπύλην τοῦ ὀριακοῦ κόστους, ἡ ὁποία δεικνύεται εις τὸ Σχῆμα 7.3.2.

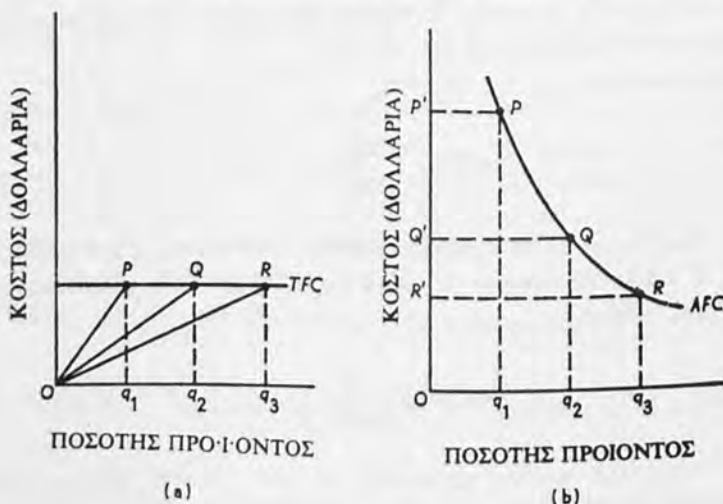
7.3.c. — Γεωμετρικαὶ ιδιότητες τῶν καμπυλῶν μέσου καὶ ὀριακοῦ κόστους

Εἰς τὸ Κεφάλαιον 5 εὐρέθησαν γεωμετρικῶς ἐκ τῆς καμπύλης τοῦ συνολικοῦ προϊόντος αἱ καμπύλαι μέσου καὶ ὀριακοῦ προϊόντος. Κατὰ παρόμοιον τρόπον εἶναι δυνατόν νὰ εὐρεθοῦν αἱ καμπύλαι τοῦ μέσου καὶ ὀριακοῦ κόστους ἐκ τῶν ἀντιστοίχων καμπυλῶν συνολικοῦ κόστους.

Τὸ Σχῆμα 7.3.3. ἀπεικονίζει τὴν εὐρεσιν τοῦ μέσου παγίου κόστους (Προσοχὴ : οἱ κατακόρυφοι ἄξονες τῶν τμημάτων a καὶ b τοῦ σχήματος

ΣΧΗΜΑ 7.3.3

ΕΞΑΓΩΓΗ ΤΗΣ ΚΑΜΠΥΛΗΣ ΜΕΣΟΥ ΠΑΓΙΟΥ ΚΟΣΤΟΥΣ

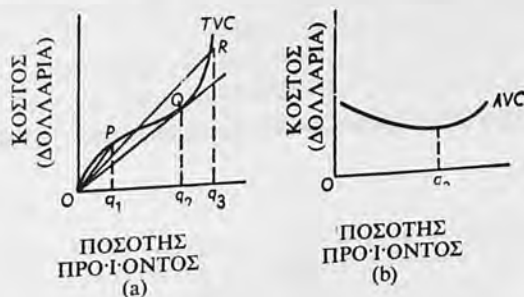


ἔχουν διαφορετικὰς κλίμακας). Εἰς τὸ τμήμα a , παριστᾶται τὸ συνολικὸν πάγιον κόστος καὶ τὰ ἐπίπεδα παραγωγῆς Oq_1 , Oq_2 καὶ Oq_3 μετροῦνται οὕτως ὥστε $Oq_1 = q_1q_2 = q_2q_3$. Ἐφ' ὅσον $AFC = TFC/O$, τὸ μέσον πάγιον κόστος δίδεται ὑπὸ τῆς κλίσεως μιᾶς ἀκτίνος ἐκ τῆς ἀρχῆς τῶν ἀξόνων εἰς ἓνα σημεῖον ἐπὶ τῆς καμπύλης TFC . Διὰ τὸ ἐπίπεδον παραγωγῆς Oq_1 , τὸ AFC δίδεται ὑπὸ τῆς κλίσεως τῆς ἀκτίνος OP , ἢ ὑπὸ τοῦ q_1P/Oq_1 . Ὁμοίως.

διὰ τὸ ἐπίπεδον παραγωγῆς Oq_2 , τὸ AFC εἶναι q_2Q/Oq_2 κ.ο.κ. Ἐφ' ὅσον τὸ TFC εἶναι πάντοτε τὸ αὐτό, $q_1P = q_2Q = q_3R$. Ἐκ κατασκευῆς, $Oq_2 = 2Oq_1$, καὶ $Oq_3 = 3Oq_1$. Οὕτω τὸ AFC δι' ἐπίπεδον παραγωγῆς Oq_2 εἶναι $q_2Q/Oq_2 = q_1P/2Oq_1 = 1/2 (q_1P/Oq_1) = 1/2$ AFC δι' ἐπίπεδον παραγωγῆς Oq_1 . Αὐτὸ δεικνύεται εἰς τὸ τμήμα b ὑπὸ τῆς διαφορᾶς μεταξὺ OP' καὶ OQ' — εἰδικώτερον, $OQ' = 1/2 OP'$. Ὅμοιως, δύνασθε νὰ δείξετε μόνοι σας ὅτι $OR' = 1/3 OP'$. Τὰ ὑπόλοιπα σημεῖα ἐπὶ τῆς AFC προσδιορίζονται κατὰ τὸν αὐτὸν τρόπον.

Τὸ Σχῆμα 7.3.4. δεικνύει πῶς εὐρίσκεται ἡ AVC ἐκ τῆς TVC. Ὡς συμβαίνει μὲ ὅλας τὰς καμπύλας «μέσου» κόστους, τὸ μέσον μεταβλητὸν κόστος, τὸ ὁποῖον ἀντιστοιχεῖ εἰς οἰονδήποτε ἐπίπεδον παραγωγῆς, δίδεται ὑπὸ τῆς

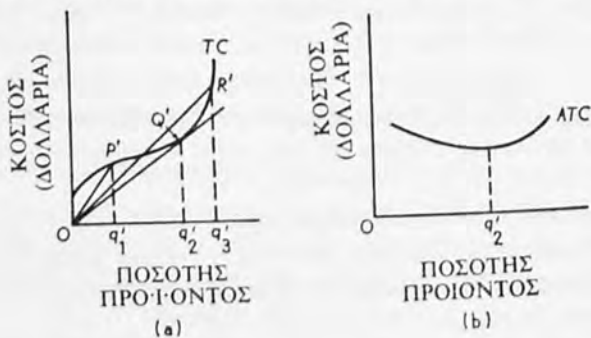
ΣΧΗΜΑ 7.3.4
ΕΞΑΓΩΓΗ ΤΗΣ ΚΑΜΠΥΛΗΣ ΜΕΣΟΥ ΜΕΤΑΒΛΗΤΟΥ ΚΟΣΤΟΥΣ



κλίσεως μιᾶς ἀκτίνος ἐκ τῆς ἀρχῆς τῶν ἀξόνων πρὸς τὸ ἀντίστοιχον σημεῖον ἐπὶ τῆς καμπύλης TVC. Ὡς φαίνεται ἐκ τοῦ τμήματος a τοῦ σχήματος, ἡ κλίσις μιᾶς ἀκτίνος ἐκ τῆς ἀρχῆς τῶν ἀξόνων πρὸς τὴν καμπύλην μειοῦται ἢ σταθερῶς, ὅταν διερχόμεθα σημεῖα ὡς τὸ P καὶ μειοῦται μέχρις ὅτου ἡ ἀκτίς καταστῆ ἐφαπτομένη τῆς καμπύλης TVC εἰς τὸ σημεῖον Q, τὸ ὁποῖον ἀντιστοιχεῖ εἰς ἐπίπεδον παραγωγῆς Oq_2 . Ἀκολουθῶς ἡ κλίσις αὐξάνει, καθὼς κινούμεθα ἐκ τοῦ Q πρὸς σημεῖα ὡς τὸ R. Αὐτὸ ἀντανაკλάται εἰς τὸ τμήμα b, ὅπου ἡ AVC ἔχει ἀρνητικὴν κλίσιν, μέχρις ὅτου ἐπιτευχθῇ ἐπίπεδον παραγωγῆς Oq_2 . Μετὰ τὸ σημεῖον αὐτό, ἡ κλίσις καθίσταται θετικὴ καὶ παραμένει θετικὴ καθ' ὅλον τὸ διάστημα.

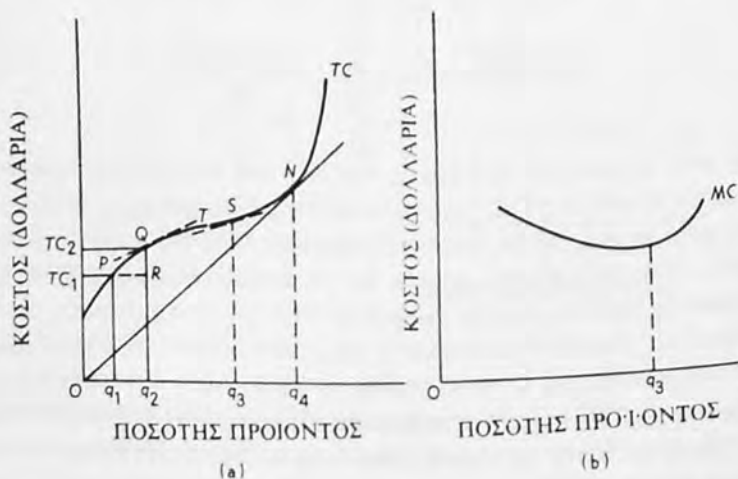
Ὁ αὐτὸς ἀκριβῶς συλλογισμὸς ἰσχύει διὰ τὰ τμήματα a καὶ b τοῦ Σχήματος 7.3.5, τὰ ὁποῖα δεικνύουν τὴν εὑρεσιν τοῦ ATC ἐκ τοῦ TC. Ἡ κλίσις τῆς ἀκτίνος μειοῦται καθὼς κινούμεθα κατὰ μῆκος τῆς TC μέχρι τοῦ σημείου Q'. Εἰς τὸ σημεῖον Q' ἡ κλίσις καθίσταται ἐλαχίστη, ὅπερ σημαίνει ὅτι τὸ

ΣΧΗΜΑ 7.3.5
ΕΞΑΓΩΓΗ ΤΗΣ ΚΑΜΠΥΛΗΣ ΜΕΣΟΥ ΣΥΝΟΛΙΚΟΥ ΚΟΣΤΟΥΣ



ελάχιστον ATC επιτυγχάνεται εις τὸ ἐπίπεδον παραγωγῆς Oq_2' . Ἀκολουθῶς ἡ κλίσις τῆς ἀκτίνος αὐξάνει συνεχῶς καὶ ἡ καμπύλη ATC ἔχει θετικὴν κλί-
 σιν (Προσοχή : τὸ ἐπίπεδον παραγωγῆς Oq_2' δὲν ἀντιπροσωπεύει τὴν ἰδίαν
 ποσότητα εις τὰ σχήματα 7.3.3 — 7.3.6).

ΣΧΗΜΑ 7.3.6
ΕΞΑΓΩΓΗ ΤΗΣ ΚΑΜΠΥΛΗΣ ΟΡΙΑΚΟΥ ΚΟΣΤΟΥΣ



Τέλος, ἡ εὔρεσις τοῦ ὀριακοῦ κόστους ἀπεικονίζεται εις τὸ Σχῆμα 7.3.6.
 Τὸ τμήμα α περιέχει τὴν καμπύλην συνολικοῦ κόστους TC. Ὄταν αὐξάνει
 ἡ παραγωγή ἀπὸ Oq_1 εις Oq_2 , κινούμεθα ἐκ τοῦ σημείου P εις τὸ σημῆον

Q, και τὸ συνολικὸν κόστος αὐξάνει ἀπὸ TC_1 εἰς TC_2 . Τὸ ὀριακὸν κόστος εἶναι ἐπομένως :

$$MC = \frac{TC_2 - TC_1}{Oq_2 - Oq_1} = \frac{QR}{PR}$$

Τώρα, ἄς ὑποθέσωμεν ὅτι τὸ σημεῖον P κινεῖται κατὰ μῆκος τῆς TC πρὸς τὸ σημεῖον Q. Καθὼς ἡ ἀπόστασις μεταξὺ P καὶ Q καθίσταται ὀλιγότερα, ἡ κλίσις τῆς ἐφαπτομένης T εἰς τὸ σημεῖον Q καθίσταται προοδευτικῶς καλλιτέρα ἐκτίμησις τῆς QR/PR . Καὶ εἰς τὸ ὄριον, δι' ἀπειροστικὰς μετακινήσεις περὶ τὸ σημεῖον Q, ἡ κλίσις τῆς ἐφαπτομένης εἶναι τὸ ὀριακὸν κόστος.

Καθὼς κινούμεθα κατὰ μῆκος τῆς TC καὶ διερχόμεθα διὰ σημείων ὡς τὸ P καὶ τὸ Q, ἡ κλίσις τῆς TC μειοῦται. Ἡ κλίσις συνεχίζει νὰ μειοῦται μέχρι τοῦ σημείου S τὸ ὅποιον ἀντιστοιχεῖ εἰς ἐπίπεδον παραγωγῆς Oq_3 . Ἀκολουθῶς ἡ κλίσις αὐξάνει. Ἐπομένως, ἡ καμπύλη MC τοῦ τμήματος b κατασκευάζεται κατὰ τοιοῦτον τρόπον ὥστε τὸ MC μειοῦται μέχρι τοῦ ἐπιπέδου παραγωγῆς Oq_3 καὶ ἀκολουθῶς αὐξάνει.⁵

Μία τελικὴ παρατήρησις θὰ ἡδύνατο νὰ διατυπωθῇ περὶ τῶν Σχημάτων 7.3.4 καὶ 7.3.6. Ὡς ἤδη ἐδείχθη, αἱ καμπύλαι TC καὶ TVC ἔχουν τὴν αὐτὴν κλίσιν εἰς κάθε σημεῖον παραγωγῆς· ἡ καμπύλη TC εἶναι ἀπλῶς καμπύλη

5. Ὑπενθυμίζεται, ἐκ τοῦ Κεφαλαίου 5, ὅτι τὸ ὀριακὸν προϊόν ἔχει μέγιστον ὅταν ὑπάρχη ἓνα σημεῖον καμπῆς ἐπὶ τῆς καμπύλης τοῦ συνολικοῦ προϊόντος. Πράγματι, ἐδείχθη ὅτι, ἐφ' ὅσον τὸ ὀριακὸν προϊόν ἔχει μέγιστον εἰς τὸ σημεῖον αὐτό, ἡ καμπύλη τοῦ συνολικοῦ προϊόντος μεταβάλλεται ἀπὸ κοίλη πρὸς τὰ ἄνω εἰς κοίλην πρὸς τὰ κάτω. Δεδομένου ὅτι τὸ ὀριακὸν κόστος καὶ τὸ ὀριακὸν προϊόν συσχετίζονται ἀντιστρόφως, τὸ ὀριακὸν κόστος εἶναι ἐλάχιστον ὅταν ὑπάρχη ἓν σημεῖον καμπῆς ἐπὶ τῆς καμπύλης τοῦ συνολικοῦ κόστους. Εἰς τὸ σημεῖον δὲ τοῦτο, ἡ καμπύλη τοῦ συνολικοῦ κόστους μεταβάλλεται ἀπὸ κοίλη πρὸς τὰ κάτω εἰς κοίλην πρὸς τὰ ἄνω.

Τοῦτο δεικνύεται εὐκόλως. Δεδομένης τῆς συναρτήσεως τοῦ κόστους

$$C = A + g(q), \quad (7.5.1)$$

τὸ ὀριακὸν κόστος εἶναι :

$$MC = \frac{dC}{dq} = g'(q). \quad (7.5.2)$$

Τὸ ὀριακὸν κόστος λαμβάνει τὴν ἐλάχιστην τιμὴν του ὅταν $g''(q) = 0$ καὶ $g'''(q) > 0$. Ἀλλὰ ἡ $g''(q) = 0$ σημαίνει ὅτι ὑφίσταται ἓνα σημεῖον καμπῆς ἐπὶ τῆς καμπύλης τοῦ συνολικοῦ κόστους, καὶ ἡ $g'''(q) > 0$ δεικνύει τὴν μεταβολὴν τῆς κοιλότητος, ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

TVC μετατεθειμένη προς τα άνω κατά ένα σταθερό ποσό, TFC. 'Εφ' όσον αί κλίσεις είναι αί αὐταί, τὸ MC δίδεται ὑπὸ τῆς κλίσεως οἰασδήποτε ἐκ τῶν δύο καμπυλῶν. Εἰς τὸ τμήμα α τοῦ Σχήματος 7.3.4 ἡ κλίσις τῆς ἀκτίνος OQ δίδει τὸ ἐλάχιστον AVC. Ἀλλὰ εἰς τὸ σημεῖον αὐτὸ ἡ ἀκτίς OQ εἶναι ἀκριβῶς ἐφαπτομένη τῆς TVC· ἐπομένως, δίδει ἐπίσης τὸ MC εἰς τὸ σημεῖον αὐτὸ. Οὕτω, $MC = AVC$ ὅταν τὸ AVC λαμβάνῃ τὴν ἐλαχίστην τιμὴν.⁶ Ὁμοίως, εἰς τὸ τμήμα α τοῦ Σχήματος 7.3.6 ἡ κλίσις τῆς ἀκτίνος ON δίδει τὸ ἐλάχιστον ATC. Ἀλλ' εἰς αὐτὸ τὸ σημεῖον ἡ ἀκτίς εἶναι ἐφαπτομένη τῆς καμπύλης TC· οὕτω ἡ κλίσις τῆς δίδει ἐπίσης τὸ MC. Συνεπῶς, τὸ $MC = ATC$, ὅταν τὸ ATC λαμβάνῃ τὴν ἐλαχίστην τιμὴν του.⁷

7.3.d. — Καμπύλαι βραχυχρονίου κόστους

Αἱ ιδιότητες τῶν καμπυλῶν μέσου καὶ ὀριακοῦ κόστους, αἵτινες εὐρέθησαν εἰς τὸ τμήμα 7.3.c, ἀπεικονίζονται ὑπὸ τοῦ «χαρακτηριστικοῦ» συνό-

6. Ἡ ἰσότης MC καὶ AVC, ὅταν τὸ τελευταῖον ἔχῃ ἐλάχιστον, προκύπτει ἀπὸ τὴν σχέσιν τοῦ MC μὲ τὸ MP καὶ τοῦ AVC μὲ τὸ AP. Ἐξ ἡ γ ἡ σ α τ ε δ ι α τ ῖ .

7. Χρησιμοποιοῦντες τὸν συμβολισμόν τῶν προηγουμένων ὑποσημειώσεων, τὰ δύο αὐτὰ σημεῖα δύνανται νὰ ἀποδειχθοῦν μαθηματικῶς εὐκόλως :

$$AVC = \frac{g(q)}{q} \Rightarrow \text{τὸ AVC ἔχει ἐλάχιστον}$$

$$\text{ὅταν } \frac{d(AVC)}{dq} = 0.$$

ἦτοι ὅταν :

$$\frac{d\left(\frac{g(q)}{q}\right)}{dq} = \frac{qg'(q) - g(q)}{q^2} = \frac{1}{q} \left(g'(q) - \frac{g(q)}{q}\right) = 0.$$

Δεδομένου ὅτι $q > 0$, εἰς τὸ σημεῖον ὅπου τὸ AVC ἔχει ἐλάχιστον θὰ πρέπει τὸ ἐντὸς τῶν παρενθέσεων τμήμα νὰ εἶναι μηδέν, ἦτοι πρέπει : $g'(q) = \frac{g(q)}{q}$.

Ὁμοίως, $ATC = \frac{A}{q} + \frac{g(q)}{q}$. Ἐξισοῦντες τὴν παράγωγόν του μὲ τὸ μηδέν λαμβάνομεν :

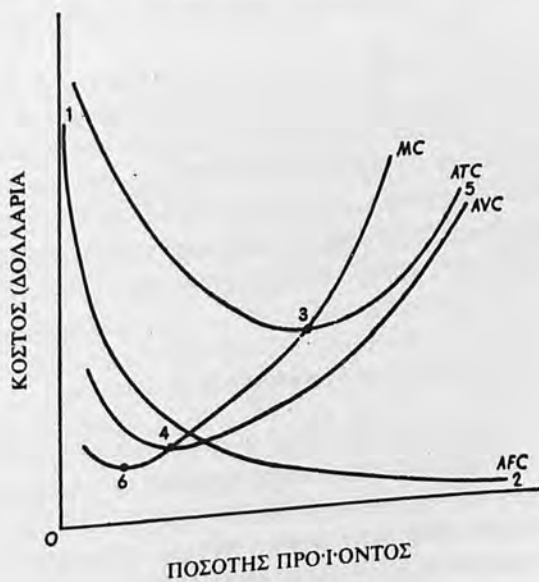
$$\frac{d\left(\frac{A}{q} + \frac{g(q)}{q}\right)}{dq} = -\frac{A}{q^2} + \frac{qg'(q) - g(q)}{q^2} = 0.$$

Οὕτω, $qg'(q) = A + g(q)$ ἢ $g'(q) = \frac{A}{q} + \frac{g(q)}{q}$ εἰς τὸ σημεῖον ὅπου τὸ ATC ἔχει ἐλάχιστον.

λου καμπυλών βραχυχρονίου κόστους αί όποϊαι δεικνύονται εις τό Σχήμα 7.3.7. Αί ιδιότητες δύνανται νά δοθοϋν περιληπτικώς ώς έξής :

ΣΧΕΣΕΙΣ : (i) Τό AFC κατέρχεται συνεχώς, προσεγγίζον άσυμπτωτικώς άμφοτέρους τούς άξονας, ώς δεικνύεται υπό τών σημείων 1 και 2 τοϋ σχήματος. Τό AFC είναι μία όρθογώνιος ύπερβολή. (ii) Τό AVC άρχικώς μειούται, λαμβάνει μία έλαχίστην τιμήν εις τό σημείον 4, και άκολουθως αύξάνει. Όταν τό AVC λαμβάνει τήν έλαχίστην τιμήν του εις τό σημείον 4, τό MC ίσοϋται πρός τό AVC. Καθώς τό AFC προσεγγίζει άσυμπτωτικώς τόν όριζόντιον άξονα, τό AVC προσεγγίζει άσυμπτωτικώς τό ATC, ώς

ΣΧΗΜΑ 7.3.7
ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΤΙΚΟΝ ΣΥΝΟΛΟΝ ΚΑΜΠΥΛΩΝ ΚΟΣΤΟΥΣ



δεικνύεται υπό τοϋ σημείου 5. (iii) Τό ATC άρχικώς μειούται, λαμβάνει μίαν έλαχίστην τιμήν εις τό σημείον 3, και άκολουθως αύξάνει. Όταν τό ATC λαμβάνει τήν έλαχίστην τιμήν του εις τό σημείον 3, τό MC ίσοϋται πρός τό ATC. (iv) Τό MC άρχικώς μειούται, λαμβάνει μίαν έλαχίστην τιμήν εις τό σημείον 6, και άκολουθως αύξάνει. Τό MC ίσοϋται πρός τό AVC και εις τό σημείον 4, και άκολουθως αύξάνει. Τό MC ίσοϋται πρός τό ATC, όταν ταϋτα λαμβάνουν τās έλαχίστας τιμάς των. Περαιτέρω τό MC κείται κάτωθεν τών AVC και ATC διά τό διάστημα κατά τό όποϊον ταϋτα μειούνται, και ύπεράνω αυτών όταν ταϋτα αύξάνουν.

7.4. ΜΑΚΡΟΧΡΟΝΙΟΣ ΘΕΩΡΙΑ ΤΟΥ ΚΟΣΤΟΥΣ

Ο συνήθης όρισμός της μακροχρονίου περιόδου, ό όποιος δίδεται εις το Κεφάλαιον 5 και άλλαχοϋ, είναι «μία χρονική περίοδος τόσον μεγάλη, ώστε όλοι οί συντελεσται να είναι μεταβλητοί». Μία άλλη όψις της μακροχρονίου περιόδου έχει τονισθή, ή όποία είναι ίσως ή σπουδαιότερα όλων. Η μακροχρόνιος περίοδος είναι ένας ό ρ ί ζ ω ν π ρ ο γ ρ α μ μ α - τ ι σ μ ο ϋ. Τό σύνολον της παραγωγής, πράγματι τό σύνολον της οικονομικής δραστηριότητας, λαμβάνει χώραν βραχυχρονίως. Η «μακροχρόνιος περίοδος» αναφέρεται εις τό γεγονός ότι οί καταναλωται και οί επιχειρημαται δύνανται να προγραμματίσουν και να επιλέξουν πολλές όψεις της «βραχυχρονίου περιόδου» εις την όποίαν θα ενεργήσουν μελλοντικώς. Οϋτω, υπό μίαν έννοιαν, ή μακροχρόνιος περίοδος συνίσταται εξ όλων τών δυνατών βραχυχρονίων καταστάσεων μεταξύ τών όποιών μία οικονομική μονάς δύνανται να επιλέξη.

Επί παραδείγματι, προ τοϋ γίνη μία επένδυσις ό επιχειρηματίας εύρίσκειται εις μίαν μακροχρόνιον κατάστασιν. Δύνανται να επιλέξη μίαν επένδυσιν εξ ενός μεγάλου άριθμοϋ διαφορετικών επενδύσεων. Μετά την λήψιν της επενδυτικής αποφάσεως και την δέσμευσιν τών κεφαλαίων εις έξοπλισμόν παγίου κεφαλαίου, ό επιχειρηματίας ενεργεί υπό βραχυχρονίους συνθήκας. Επομένως, ή καλλιτέρα ίσως διάκρισις είναι να ειπωμεν ότι μία οικονομική μονάς ενεργεί βραχυχρονίως και σχεδιάζει μακροχρονίως.

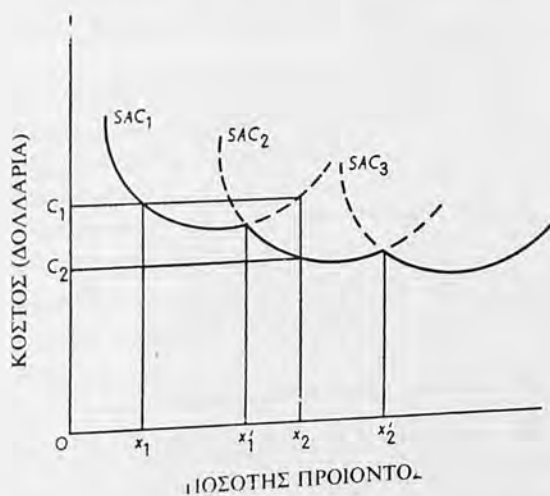
7.4.a. — Η βραχυχρόνιος και ή μακροχρόνιος περίοδος

Διά να αρχίσωμεν με μίαν πολύ άπλοποιημένην περίπτωσηιν, υποθέτομεν ότι ή τεχνολογία είναι τοιαύτη ώστε αί εγκαταστάσεις εις ένα όρισμένον παραγωγικόν κλάδον δύνανται να έχουν μόνον τρία διαφορετικά μεγέθη. Δηλαδή, ό έξοπλισμός παγίου κεφαλαίου, ό όποιος άποτελεί την «εγκατάστασιν», είναι διαθέσιμος εις τρία μόνον μεγέθη — μικρόν, μεσαίον και μεγάλο μέγεθος.

Η μικροτέρα εγκατάστασις δίδει την καμπύλην βραχυχρονίου μέσου κόστους SAC_1 εις τό Σχήμα 7.4.1. Η μεσαίου μεγέθους εγκατάστασις έχει μέσον κόστος, τό όποιον δίδεται υπό της SAC_2 , ενώ ή μεγάλου μεγέθους εγκατάστασις έχει μέσον κόστος, τό όποιον δίδεται υπό της SAC_3 . Μακροχρονίως, ό επιχειρηματίας έχει να επιλέξη μεταξύ τών τριών έναλλακτικών επενδύσεων, αί όποια αντιπροσωπεύονται υπό τών τριών καμπυλών βραχυχρονίου κόστους. Εάν προβλέπη ότι τό επικερδέστερον επίπεδον παραγωγής θα είναι Ox_1 , θα επιλέξη την μικροτέραν εγκατάστασιν. Εάν προβλέ-

ΣΧΗΜΑ 7.4.1

ΚΑΜΠΥΛΑΙ ΒΡΑΧΥΧΡΟΝΙΟΥ ΜΕΣΟΥ ΚΟΣΤΟΥΣ
ΔΙ' ΕΓΚΑΤΑΣΤΑΣΕΙΣ ΔΙΑΦΟΡΕΤΙΚΟΥ ΜΕΓΕΘΟΥΣ



πη ότι το επικερδέστερον επίπεδον παραγωγής θα είναι Ox_2 , θα επιλέξη την μεσαίου μεγέθους εγκατάστασιν, κ.ο.κ. Τοιαύται αποφάσεις θα ληφθούν, επειδή ο επιχειρηματίας επιλέγει την εγκατάστασιν ή όποια θα δύναται να παράγη το προβλεπόμενον επίπεδον παραγωγής με το ελάχιστον κατά μονάδα κόστος.

Εάν προέβλεπε ότι θα παρήγε είτε Ox'_1 είτε Ox'_2 , ή απόφασίς του θα ήτο δυσκολωτέρα. Καί εις τὰ δύο αὐτὰ σημεῖα, τὸ αὐτὸ μέσον κόστος δίδεται ὑπὸ δύο εγκαταστάσεων. Ὁ επιχειρηματίας θὰ ἠδύνατο νὰ ἐπιλέξη τὴν μικροτέραν εγκατάστασιν, διότι ἀπαιτεῖ μικροτέραν ἐπένδυσιν κεφαλαίων. Θὰ ἠδύνατο, ἐξ ἄλλου, νὰ ἐπιλέξη τὴν μεγαλυτέραν εγκατάστασιν διὰ νὰ εἶναι εις θέσιν νὰ ἀντιμετωπίσῃ μίαν πιθανὴν αὐξήσιν τῆς ζήτησεως. Εἰς αὐτὰ τὰ δύο παραδείγματα, ἡ ἀπόφασις τοῦ επιχειρηματίου θὰ ἐβασίζετο ἐπὶ ἄλλων ὑπολογισμῶν καὶ ὄχι ἐπὶ τῆς ἐπιτεύξεως τοῦ ἐλαχίστου μέσου κόστους.

Εἰς πάσας τὰς λοιπὰς περιπτώσεις, ἡ ἀπόφασις τοῦ προσδιορίζεται ὑπὸ τοῦ κατὰ μονάδα κόστους. Ὑποθέσατε ὅτι προβλέπει ἐπίπεδον παραγωγῆς Ox_1 . Κατασκευάζει συνεπῶς τὴν εγκατάστασιν ἢ όποια ἀντιπροσωπεύεται ὑπὸ τοῦ SAC_1 . Ὑποθέσατε, τώρα, ὅτι εις τὴν πραγματικότητα εὕρισκε ἐπικερδῆ τὴν παραγωγὴν Ox_2 μονάδων. Δύναται νὰ ἐπιτύχη αὐτὴν τὴν παραγωγὴν μετὴν δοθεῖσαν εγκατάστασίν του, με μέσον κόστος Oc_1 . Βραχυχρο-

νίως αυτό είναι ό,τι δύναται να κάμη· δέν έχει εύκαιρίαν έπιλογής. Άλλά δύναται να σχεδιάση διά τó μέλλον. Όταν παλαιωθή ή εγκατάστασις, δύναται να τήν αντικαταστήση διά μιᾶς νέας. Αὕτη θά εἶναι μεσαίου μεγέθους, έπειδή αἱ Ox_2 μονάδες προϊόντος δύναται να παραχθοῦν με μέσον κόστος Oc_2 , τó όποιον εἶναι οὐσιωδῶς μικρότερον εκείνου τó όποιον αντίστοιχεί εἰς τήν μικράν εγκατάστασιν.

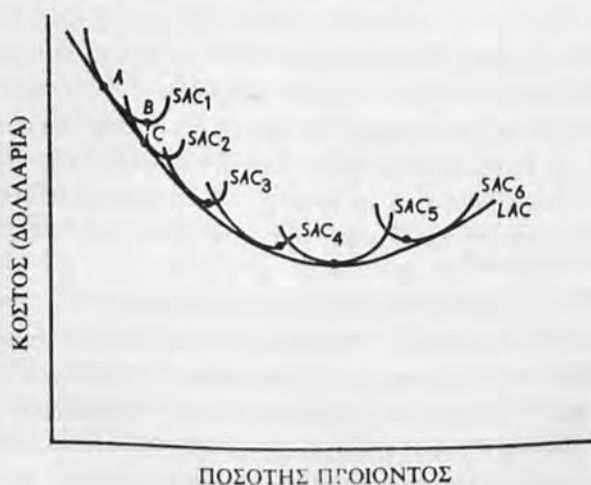
Βραχυχρονίως, ó έπιχειρηματίας πρέπει να ένεργή με τήν SAC_1 , SAC_2 ή τήν SAC_3 . Άλλά μακροχρονίως, δύναται να σχεδιάση τήν κατασκευήν τής εγκαταστάσεως εκείνης, ή όποία δίδει τó έλάχιστον μέσον κόστος διά τυχόν δεδομένον επίπεδον παραγωγής. Οὕτω, ó έπιχειρηματίας θεωρεῖ τήν διά συνεχoῦς γραμμῆς διδομένην καμπύλην ως τήν καμπύλην τοῦ μακροχρονίου μέσου κόστους, έπειδή ή καμπύλη αὕτη αντιπροσωπεύει τó έλάχιστον κατά μονάδα κόστος παραγωγής κάθε δυνατῆς ποσότητος προϊόντος. Αὕτη ή καμπύλη συχνά καλεῖται «καμπύλη περίβλημα».

7.4.b. — Καμπύλη μακροχρονίου μέσου κόστους

Ἡ άνωτέρω άπεικόνισις ήτο, ως έχομεν άναφέρει, πολὺ άπλοποιημένη. Ὁ έπιχειρηματίας κανονικῶς έχει να έπιλέξη μεταξύ μιᾶς πολὺ μεγάλης ποικιλίας εγκαταστάσεων. Εἰς τó Σχῆμα 7.4.2 δεικνύονται έξ καμπύλαι βραχυχρονίου μέσου κόστους· αλλά και αὐτός ó άριθμός καμπυλῶν δέν εἶναι έπαρκής. Πολλαί καμπύλαι θά ήδύναντο να σχεδιασθοῦν μεταξύ αὐτῶν αἱ όποῖαι

ΣΧΗΜΑ 7.4.2

ΚΑΜΠΥΛΗ ΜΑΚΡΟΧΡΟΝΙΟΥ ΜΕΣΟΥ ΚΟΣΤΟΥΣ



δεικνύονται. Αὐταὶ αἱ ἑξ ἔγκαταστάσεις εἶναι ἀντιπροσωπευτικαὶ μόνον τοῦ μεγάλου ἀριθμοῦ, ὁ ὁποῖος εἶναι δυνατόν νὰ κατασκευασθῇ.

Αὐταὶ αἱ πολλαὶ καμπύλαι, ὅπως ἀκριβῶς καὶ αἱ τρεῖς καμπύλαι τῆς παραγράφου 7.4.a, δίδουν τὴν LAC ὡς ἓνα ὄργανον προγραμματισμοῦ. Ὑποθέσατε ὅτι ὁ ἐπιχειρηματίας θεωρεῖ ὅτι τὸ ἐπίπεδον παραγωγῆς, τὸ ὁποῖον ἀντιστοιχεῖ εἰς τὸ σημεῖον A, θὰ εἶναι τὸ συμφερότερον. Θὰ κατασκευάσῃ τὴν ἐγκατάστασιν, ἢ ὁποία ἀντιπροσωπεύεται ὑπὸ τοῦ SAC₁, διότι οὕτω θὰ δυνηθῇ νὰ παράγῃ αὐτὴν τὴν ποσότητα προϊόντος μὲ τὸ ἐλάχιστον δυνατόν κατὰ μονάδα κόστος. Μὲ τὴν ἐγκατάστασιν, τῆς ὁποίας τὸ βραχυχρόνιον μέσον κόστος δίδεται ὑπὸ τῆς SAC₁, τὸ κατὰ μονάδα κόστος θὰ ἠδύνατο νὰ μειωθῇ, διὰ τῆς ἐπεκτάσεως τῆς παραγωγῆς εἰς τὸ ἐπίπεδον τὸ ὁποῖον ἀντιστοιχεῖ εἰς τὸ σημεῖον B, τὸ κατώτατον σημεῖον τῆς καμπύλης SAC₁. Ἐὰν αἱ συνθήκαι ζητήσεως μετεβάλλοντο αἰφνιδίως, ὥστε νὰ καταστῇ συμφέρον αὐτὸ τὸ μεγαλύτερον ἐπίπεδον παραγωγῆς, ὁ ἐπιχειρηματίας θὰ ἠδύνατο νὰ ἐπεκτείνῃ τὴν παραγωγὴν εὐκόλως, ἀλλὰ καὶ ἐπικερδῶς, λόγῳ μειώσεως τοῦ κατὰ μονάδα κόστους. Παρὰ ταῦτα, ὅταν ὁ ἐπιχειρηματίας σχεδιάζῃ περὶ τοῦ μέλλοντος, θὰ ἀποφασίσῃ νὰ κατασκευάσῃ τὴν ἐγκατάστασιν ἢ ὁποία ἀντιπροσωπεύεται ὑπὸ τοῦ SAC₂, ἐπειδὴ οὕτω ἐπιτυγχάνει περαιτέρω μείωσιν τῶν ἐξόδων του. Θὰ εὐρίσκεται εἰς τὸ σημεῖον C, τὸ ὁποῖον ἀντιστοιχεῖ εἰς χαμηλότερον κατὰ μονάδα κόστος, ἐν σχέσει πρὸς τὸ σημεῖον B.

Ἡ μακροχρόνιος καμπύλη προγραμματισμοῦ, LAC, εἶναι ὁ γεωμετρικὸς τόπος τῶν σημείων, τὰ ὁποῖα ἀντιπροσωπεύουν τὸ ἐλάχιστον κατὰ μονάδα κόστος παραγωγῆς τῆς ἀντιστοίχου ποσότητος προϊόντος. Ὁ ἐπιχειρηματίας προσδιορίζει τὸ μέγεθος τῆς ἐγκαταστάσεως δι' ἀναφορὰς εἰς αὐτὴν τὴν καμπύλην. Ἐπιλέγει τὴν βραχυχρόνιον ἐγκατάστασιν, ἢ ὁποία παράγει τὸν προβλεπόμενον ὄγκον προϊόντος μὲ τὸ ἐλάχιστον κατὰ μονάδα κόστος.

7.4.c. — Μακροχρόνιον ὀριακὸν κόστος

Εἶναι δυνατόν νὰ κατασκευασθῇ μία καμπύλη ὀριακοῦ κόστους διὰ τὴν καμπύλην προγραμματισμοῦ, ἢ καμπύλην μακροχρονίου μέσου κόστους. Τοῦτο ἀπεικονίζεται εἰς τὸ Σχῆμα 7.4.3.

Θεωρήσατε τὴν ἐγκατάστασιν ἢ ὁποία ἀντιπροσωπεύεται ὑπὸ τῆς καμπύλης τοῦ βραχυχρονίου μέσου κόστους SAC₁ καὶ τὴν ἀντίστοιχον καμπύλην βραχυχρονίου ὀριακοῦ κόστους SMC₁. Εἰς τὸ σημεῖον A, τὸ ὁποῖον ἀντιστοιχεῖ εἰς ἐπίπεδον παραγωγῆς OX₁, τὸ SAC καὶ τὸ LAC εἶναι ἴσα. Ἐπομένως, τὸ βραχυχρόνιον καὶ τὸ μακροχρόνιον συνολικὸν κόστος εἶναι ἐπίσης ἴσα.

Διὰ μικρότερα ἐπίπεδα παραγωγῆς, ὡς τὸ OX'₁, τὸ SAC₁ ὑπερβαίνει τὸ

LAC, ούτως ώστε το βραχυχρόνιον συνολικόν κόστος είναι μεγαλύτερον του μακροχρονίου συνολικού κόστους. Ούτως, εάν επεκταθῆ ἡ παραγωγή πρὸς τὸ ἐπίπεδον Ox_1 , τὸ μακροχρόνιον ὀριακὸν κόστος — ὅσονδήποτε εἶναι — θὰ ὑπερβαίνει τὸ γνωστὸν βραχυχρόνιον ὀριακὸν κόστος. Δηλαδή, ἔχομεν κινηθῆ, ἐξ ἑνὸς σημείου ὅπου τὸ βραχυχρόνιον συνολικὸν κόστος ὑπερβαίνει τὸ μακροχρόνιον συνολικὸν κόστος, εἰς ἓνα σημεῖον ὅπου ταῦτα

ΣΧΗΜΑ 7.4.3

ΜΑΚΡΟΧΡΟΝΙΟΝ ΚΑΙ ΒΡΑΧΥΧΡΟΝΙΟΝ ΟΡΙΑΚΟΝ ΚΟΣΤΟΣ



εἶναι ἴσα. Ἡ προσθήκη εἰς τὸ συνολικὸν κόστος, ἢ ὀριακὸν κόστος, πρέπει, συνεπῶς, νὰ εἶναι μικρότερα διὰ τὴν βραχυχρόνιον καμπύλην παρά διὰ τὴν μακροχρόνιον. Ἐπομένως, τὸ LMC εἶναι μεγαλύτερον τοῦ SMC ἀριστερὰ τοῦ σημείου A.⁸

Διὰ μίαν ἐπέκτασιν τῆς παραγωγῆς ἀπὸ Ox_1 εἰς Ox_1'' , ἰσχύουν τὰ ἀντίθετα. Τὸ SAC_1 εἶναι μεγαλύτερον τοῦ LAC εἰς τὸ σημεῖον Ox_1'' , ὥστε τὸ βραχυχρόνιον συνολικὸν κόστος ὑπερβαίνει τὸ μακροχρόνιον συνολικὸν κόστος εἰς αὐτὸ τὸ σημεῖον. Τώρα ἔχομεν κινηθῆ, ἐξ ἑνὸς σημείου εἰς τὸ ὁποῖον τὸ βραχυχρόνιον καὶ τὸ μακροχρόνιον συνολικὸν κόστος εἶναι ἴσα (Ox_1), εἰς ἓνα σημεῖον ὅπου τὸ βραχυχρόνιον συνολικὸν κόστος ὑπερβαίνει τὸ μακροχρόνιον συνολικὸν κόστος (Ox_1''). Ἐπομένως, ἡ προσθήκη εἰς τὸ συνολικὸν κόστος, ἢ ὀριακὸν κόστος, πρέπει νὰ εἶναι μεγαλύτερα διὰ τὴν βραχυχρόνιον καμπύλην παρά διὰ τὴν μακροχρόνιον. Ὅσονδήποτε εἶναι τὸ LMC, πρέπει νὰ εἶναι μικρότερον τοῦ SMC_1 δεξιὰ τοῦ Ox_1 .

8. Εἶναι χρήσιμον νὰ τονισθῆ τὸ σημεῖον τοῦτο μέσω ἑνὸς ἀπλοῦ ἀριθμητικοῦ παραδείγματος. Βάσει τοῦ Σχήματος 7.4.3, εἰς προϊόν Ox_1' , ἐφ' ὅσον $SAC_1 > LAC$, ἔστω ὅτι τὸ βραχυχρόνιον συνολικὸν κόστος εἶναι \$ 100 καὶ τὸ μακροχρόνιον συνολικὸν κόστος \$ 90. Εἰς προϊόν Ox_1 ταῦτα εἶναι ἴσα, ἔστω \$ 110. Οὕτω, διὰ τὴν περιοχὴν ἀπὸ Ox_1' ἕως Ox_1 τὸ βραχυχρόνιον ὀριακὸν κόστος εἶναι \$ 10, ἐνῶ τὸ μακροχρόνιον ὀριακὸν κόστος εἶναι \$ 20.

Ἄλλ' ἤδη ἔχομεν ἐπαρκεῖς πληροφορίας διὰ τὴν εὑρεσιν ἑνὸς σημείου ἐπὶ τῆς καμπύλης LMC. Τὸ LMC πρέπει νὰ ὑπερβαῖν τὸ SMC₁ ἀριστερὰ τοῦ OX₁ καὶ πρέπει νὰ εἶναι μικρότερον τοῦ SMC₁ δεξιὰ τοῦ OX₁. Ἐπομένως τὸ LMC πρέπει νὰ ἰσοῦται πρὸς τὸ SMC₁ εἰς τὸ ἐπίπεδον παραγωγῆς OX₁. Αὐτὸ μᾶς δίδει τὸ σημεῖον Β ἐπὶ τῆς καμπύλης LMC.

Διὰ νὰ εὐρωμεν ὅλα τὰ ἄλλα σημεία, ἡ διαδικασία ἐπαναλαμβάνεται. Λαμβάνομεν τὴν ἐπομένην καμπύλην βραχυχρονίου μέσου κόστους, ὁμοῦ μὲ τὴν γνωστὴν καμπύλην βραχυχρονίου ὀριακοῦ κόστους τῆς. Τὸ LMC πρέπει νὰ ἰσοῦται πρὸς τὸ SMC διὰ τὸ ἐπίπεδον παραγωγῆς εἰς τὸ ὁποῖον ἡ καμπύλη SAC ἐφάπτεται τῆς LAC. Ἐκτελοῦντες τὴν διαδικασίαν αὐτὴ δι' ὅλα τὰ μεγέθη ἐγκαταστάσεων λαμβάνομεν τὴν καμπύλην LMC.

Θὰ πρέπει νὰ τονισθῇ ἓνα σημαντικὸν σημεῖον. Ἡ καμπύλη LMC τέμνει τὴν καμπύλην LAC εἰς τὸ σημεῖον ὅπου ἡ τελευταία λαμβάνει τὴν ἐλαχίστην τιμὴν τῆς. Ὑπάρχει ἓνα, καὶ μόνον ἓνα, μέγεθος βραχυχρονίου ἐγκαταστάσεως τῆς ὁποίας τὸ ἐλάχιστον βραχυχρόνιον μέσον κόστος συμπίπτει μὲ τὸ ἐλάχιστον μακροχρόνιον μέσον κόστος. Αὐτὴ ἡ ἐγκατάστασις ἀντιπροσωπεύεται ὑπὸ τῶν καμπυλῶν SAC_M καὶ SMC_M τοῦ Σχήματος 7.4.3. Τὸ SMC_M ἰσοῦται πρὸς τὸ SAC_M εἰς τὸ κατώτατον σημεῖον τῆς καμπύλης SAC_M. Ἡ καμπύλη SAC_M ἐφάπτεται τῆς LAC εἰς τὸ κοινὸν κατώτατον σημεῖον· καί, ὡς ἔχομεν δεῖξει, τὸ LMC ἰσοῦται πρὸς τὸ SMC εἰς τὸ σημεῖον ὅπου ἡ SAC ἐφάπτεται τῆς LAC. Ἐπομένως, ἡ καμπύλη LMC πρέπει νὰ διέρχεται διὰ τοῦ κατώτατου σημείου τῆς LAC.

7.5. ΜΑΚΡΟΧΡΟΝΙΟΝ ΚΟΣΤΟΣ ΚΑΙ ΣΥΝΑΡΤΗΣΙΣ ΠΑΡΑΓΩΓΗΣ ⁹

Διὰ τῆς μέχρι τοῦ σημείου αὐτοῦ προσεγγίσεως εὐρέθῃ ἡ καμπύλη τοῦ μακροχρονίου μέσου κόστους, ὡς τὸ «περίβλημα» ἑνὸς συνόλου βραχυχρονί-

9. Ἡ συνάρτησις τοῦ μακροχρονίου συνολικοῦ κόστους δύναται νὰ ἐξαχθῇ κατ' ἀμεσον τρόπον ἐκ τῆς συναρτήσεως παραγωγῆς, ἂν ἡ τελευταία εἶναι γνωστὴ. Ὡς θὰ ἴδωμεν, ἡ ἀπ' εὐθείας ἐξαγωγή καθίσταται πολὺπλοκος ἀκόμη καὶ διὰ πολὺ ἀπλᾶς συναρτήσεως παραγωγῆς.

Ὑποθέσατε ὅτι ἡ συνάρτησις παραγωγῆς λαμβάνει τὴν μορφήν τῆς Cobb - Douglas :

$$q = ax_1^b x_2^c \quad (7.9.1)$$

ὅπου τὸ q παριστᾷ τὸ φυσικὸν προϊόν καὶ τὰ x₁ καὶ x₂ τὰς φυσικὰς ποσότητας δύο εἰσροῶν· τὰ a, b, c εἶναι τεχνολογικῶς δεδομένα θετικὰ σταθερά. Ἐπὶ πλέον, ἔστω ὅτι τὰ w καὶ r συμβολίζουν τὰς δεδομένας σταθεράς κατὰ μονάδα τιμὰς τῶν εἰσροῶν x₁ καὶ x₂ ἀντιστοίχως. Ἐκ τῆς (7.9.1), διὰ τὴν ἰσότητα μεταξὺ τοῦ ὀριακοῦ λόγου τεχνικῆς ὑποκαταστάσεως καὶ τοῦ λόγου τῶν τιμῶν τῶν εἰσροῶν ἀπαιτεῖται ὅπως :

ων καμπυλών. Αυτό είναι φυσικά δικαιολογημένον και αρκετά εύλογον. 'Αλλ' ή θεωρία του μακροχρονίου κόστους δύναται να έκτεθη με πολύ μεγαλύτεραν ακρίβειαν, εάν σχετισθῆ τὸ κόστος ἀμέσως πρὸς τὴν συνάρτησιν παραγωγῆς.

$$\frac{w}{r} = \frac{bx_2}{cx_1} \quad (7.9.2)$$

Λαμβάνομεν τοὺς λογαριθμοὺς τῶν (7.9.1) καὶ (7.9.2) καὶ γράφομεν τοὺτους ὡς ἓνα σύστημα δύο ἐξισώσεων :

$$\begin{aligned} b \log x_1 + c \log x_2 &= \log q - \log a, \\ -\log x_1 + \log x_2 &= \log c - \log b + \log w - \log r. \end{aligned} \quad (7.9.3)$$

Λύοντες τὰς ἐξισώσεις (7.9.3) λαμβάνομεν τὰς ἀκολουθοῦσας ἐκφράσεις :

$$\begin{aligned} x_1^* &= [a^{-1} q c^{-c} b^c w^{-c} r^c]^{\frac{1}{b+c}}, \\ x_2^* &= [a^{-1} q c^b b^{-b} w^b r^{-b}]^{\frac{1}{b+c}}, \end{aligned} \quad (7.9.4)$$

ὅπου τὰ x_1^* καὶ x_2^* παριστοῦν τὰς ποσότητας τῶν εισροῶν τὰς ἀπαιτούμενας διὰ τὴν παραγωγὴν q μονάδων προϊόντος εἰς τὸν ὑπὸ τῆς (7.9.2) διδόμενον λόγον τῶν εισροῶν δι' οὗ ἐλαχιστοποιεῖται τὸ κόστος. Δηλαδή, διὰ κάθε q , ὁ ἀντιστοιχῶν λόγος $\frac{x_2^*}{x_1^*}$ ἀποτελεῖ ἐν σημείον τῆς γραμμῆς ἐπεκτάσεως.

Τὸ κόστος C διὰ τὴν κατὰ τὸν πλεόν ἀποδοτικὸν τρόπον παραγωγὴν q μονάδων εἶναι :

$$C = w x_1^* + r x_2^* \quad (7.9.5)$$

Ὑποκαθιστώντες τὰς ἐξισώσεις (7.9.4) εἰς τὴν (7.9.5) λαμβάνομεν :

$$C = r \left[\left(\frac{cw}{br} \right)^b \frac{q}{a} \right]^{\frac{1}{b+c}} + w \left[\left(\frac{cw}{br} \right)^{-c} \frac{q}{a} \right]^{\frac{1}{b+c}}. \quad (7.9.6)$$

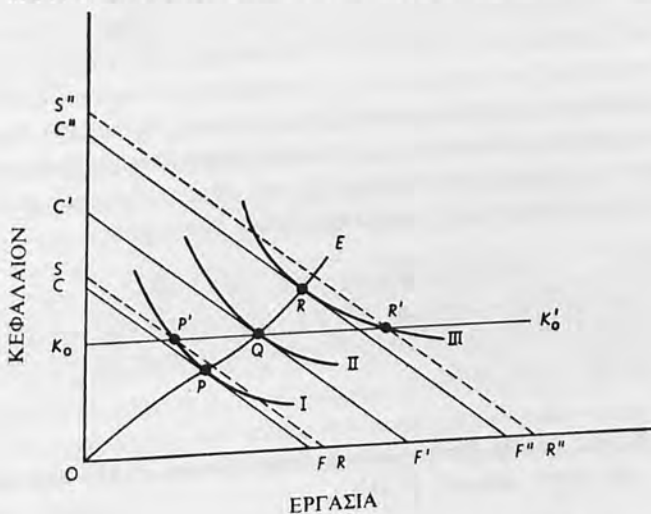
Θεωρήσατε τώρα τὴν ἀκόλουθον ἀνάπτυξιν τοῦ δευτέρου ὄρου τοῦ δεξιοῦ μέλους τῆς (7.9.6) :

$$\begin{aligned} w \left[\left(\frac{cw}{br} \right)^{-c} \frac{q}{a} \right]^{\frac{1}{b+c}} &= \frac{w \left[\left(\frac{cw}{br} \right)^{-c} \left(\frac{cw}{br} \right)^{b+c} \frac{q}{a} \right]^{\frac{1}{b+c}}}{\left[\left(\frac{cw}{br} \right)^{b+c} \right]^{\frac{1}{b+c}}} \\ &= \frac{w \left[\left(\frac{cw}{br} \right)^b \frac{q}{a} \right]^{\frac{1}{b+c}}}{\left(\frac{cw}{br} \right)} = \frac{br}{c} \left[\left(\frac{cw}{br} \right)^b \frac{q}{a} \right]^{\frac{1}{b+c}} \end{aligned} \quad (7.9.7)$$

7.5.α. — Γραμμή επέκτασως και καμπύλη «περίβλημα»

Τὸ Σχῆμα 7.5.1 δεικνύει τὴν γραμμὴν επέκτασως ΟΕ, ὡς αὕτη ἀνεπτύχθη εἰς τὸ Κεφάλαιον 6. Αἱ καμπύλαι Ι, ΙΙ καὶ ΙΙΙ εἶναι καμπύλαι ἴσης παραγωγῆς· καὶ αἱ CF, C'F' καὶ C''F'' εἶναι καμπύλαι ἴσου κόστους ἀντιπροσωπεύ-

ΣΧΗΜΑ 7.5.1
Η ΓΡΑΜΜΗ ΕΠΕΚΤΑΣΕΩΣ ΚΑΙ Η ΜΗ ΑΡΙΣΤΗ ΠΡΟΣΑΡΜΟΓΗ



ουσαι διαρκῶς μεγαλυτέρας δαπάνας μὲ σταθερὰς τιμὰς συντελεστῶν. Τὰ διαδοχικὰ σημεῖα ἰσορροπίας εἶναι τὰ P, Q καὶ R, ἐνῶ ἡ γραμμὴ επέκτασως εἶναι ΟΡQRE. Θὰ πρέπει νὰ καταστῆ σαφὲς ὅτι ἡ καμπύλη τοῦ μακρο-

Θέτοντες τὴν (7.9.7) εἰς τὴν (7.9.6) λαμβάνομεν:

$$C = r \left[\left(\frac{cw}{br} \right)^b \frac{q}{a} \right]^{\frac{1}{b+c}} + \frac{br}{c} \left[\left(\frac{cw}{br} \right)^b \frac{q}{a} \right]^{\frac{1}{b+c}}, \quad (7.9.8)$$

ἢ

$$C = r \left(\frac{b+c}{c} \right) \left[\left(\frac{cw}{br} \right)^b \left(\frac{q}{a} \right) \right]^{\frac{1}{b+c}} \quad (7.9.9)$$

Δεδομένου ὅτι αἱ τεχνολογικαὶ παράμετροι (a,b,c) καὶ αἱ παράμετροι τῆς ἀγορᾶς (w καὶ r) εἶναι δεδομένα, ἡ ἐξίσωσις (7.9.9) παρουσιάζει τὸ κόστος ὡς συνάρτησιν μόνον τοῦ προϊόντος. Σημειωτέον ὅτι : δὲν ὑπάρχει «προσθετικὴ» σταθερὰ δεικνύουσα τὸ πάγιον κόστος. Μακροχρονίως, ἐπιτυγχάνεται ἡ ἀρίστη προσαρμογὴ, ἐπειδὴ ὅλαι αἱ εἰσοδαὶ εἶναι μεταβληταί.

χρονίου συνολικού κόστους δύναται νά εύρεθῆ ἀμέσως ἐκ τῆς γραμμῆς ἐπεκτάσεως. Θεωρήσατε τὸ σημεῖον P. Τὸ ἐπίπεδον παραγωγῆς εἶναι I, καὶ τὸ συνολικὸν κόστος παραγωγῆς τοῦ I εἶναι ἡ συγκεκριμένη δαπάνη, ἡ ὁποία ἰντιστοιχεῖ εἰς τὴν καμπύλην ἴσου κόστους CF. Τὸ αὐτὸ ἰσχύει δι' ὅλα τὰ ἄλλα σημεῖα ἐπὶ τῆς γραμμῆς ἐπεκτάσεως. Ἐπομένως ἡ καμπύλη τοῦ μακροχρονίου συνολικοῦ κόστους εἶναι ἀκριβῶς τὸ ἰσοδύναμον τῆς γραμμῆς ἐπεκτάσεως εἰς τὸν χῶρον κόστους - παραγωγῆς.

Τὸ αὐτὸ συμβαίνει καὶ μὲ τὴν καμπύλην «περίβλημα». Θεωρήσατε τὸ σημεῖον P. Τὸ συνολικὸν κόστος εἶναι ἡ δαπάνη, ἡ ὁποία ἀντιπροσωπεύεται ὑπὸ τῆς καμπύλης ἴσου κόστους CF. Τὸ ἐπίπεδον τῆς παραγωγῆς δίδεται ὑπὸ τῆς καμπύλης ἴσης παραγωγῆς I. Διαιροῦντες τὸ πρῶτον διὰ τοῦ δευτέρου λαμβάνομεν τὸ μακροχρόνιον μέσον κόστος. Ἐπομένως, ἡ καμπύλη τοῦ μακροχρονίου μέσου κόστους, ἡ καμπύλη «περίβλημα», εἶναι ἐπίσης τὸ ἰσοδύναμον τῆς γραμμῆς ἐπεκτάσεως εἰς τὸν χῶρον κόστους - παραγωγῆς. Παραθέτομεν κατωτέρω μίαν περίληψιν αὐτῶν τῶν σημείων.

ΣΧΕΣΙΣ : Αἱ καμπύλαι μακροχρονίου συνολικοῦ καὶ μέσου κόστους δύνανται νά εύρεθῶν ἀμέσως ἐκ τῆς γραμμῆς ἐπεκτάσεως· πράγματι, ἀμφότεραι αἱ καμπύλαι εἶναι ἀπλῶς τὰ ἰσοδύναμα τῆς γραμμῆς ἐπεκτάσεως εἰς τὸν χῶρον κόστους - παραγωγῆς.

7.5.b. — Σχέσις μεταξύ βραχυχρονίου μέσου κόστους (SAC) καὶ μακροχρονίου μέσου κόστους (LAC)

Ἡ σχέσις μεταξύ τοῦ LAC καὶ τοῦ συνόλου τῶν SAC, τῶν ὁποίων ἡ LAC ἀποτελεῖ τὸ «περίβλημα», καθίσταται σαφῆς μὲ τὴν βοήθειαν τοῦ Σχήματος 7.5.1. Ὑποθέσατε ὅτι ἓνας ἐπιχειρηματίας εὐρίσκεται εἰς τὸ σημεῖον Q ἐπὶ τῆς γραμμῆς ἐπεκτάσεώς του· παράγει ἐπομένως τὸ ἐπίπεδον προϊόντος II καὶ ἔχει μίαν ἐγκατάστασιν (κεφάλαιον) μεγέθους OK_0 . Ὑποθέσατε τώρα ὅτι αὐτὴ ἡ ἐγκατάστασις εἶναι ἀμετάβλητος βραχυχρονίως· μόνον ἡ ἐργασία εἶναι ἀμέσως μεταβλητὴ. Ἡ γραμμὴ $K_0 K'_0$ ἀντιπροσωπεύει τὴν παγίαν ἐγκατάστασιν.

Εἰς τὸ σημεῖον Q, τὸ συνολικὸν καὶ τὸ μέσον κόστος εἶναι τὰ αὐτὰ βραχυχρονίως καὶ μακροχρονίως. Αἱ ἀναλογίαι τῶν συντελεστῶν προσαρμόζονται κατὰ τὸν ἄριστον τρόπον καὶ τὸ ἐλάχιστον ἐφικτὸν συνολικὸν κόστος εἶναι ἡ δαπάνη, ἡ ὁποία δίδεται ὑπὸ τῆς καμπύλης ἴσου κόστους $C'F'$. Ἐπομένως, εἰς τὸ σημεῖον Q, $SAC = LAC$. Ὑποθέσατε τώρα ὅτι ὁ ἐπιχειρηματίας ἐπιθυμεῖ ἐπέκτασιν τῆς παραγωγῆς εἰς τὸ ἐπίπεδον III. Εἰς τὴν μακροχρόνιον περίοδον (ὁπότε δύναται νά ἐπιτύχη τὴν ἀρίστην προσαρμογὴν) θά κινηθῇ εἰς τὸ σημεῖον R, ὅπου τὸ ἀντίστοιχον συνολικὸν κόστος δίδεται ὑπὸ τῆς

καμπύλης $Ι$ του κόστους $C''F''$. Αλλά εις την βραχυχρόνιον περίοδον δὲν δύναται νὰ πράξη τοῦτο. Τὸ κεφάλαιον παραμένει ἀμετάβλητον εἰς τὸ ἐπίπεδον K_0K_0' . Ὅ,τι καλύτερον δύναται νὰ πράξη, εἶναι νὰ κινηθῆ πρὸς τὸ σημεῖον R' ἐπὶ τῆς III . Εἰς τὸ σημεῖον αὐτὸ ἐπιτυγχάνεται τὸ ἐπιθυμητὸν ἐπίπεδον παραγωγῆς· ἀλλὰ τοῦτο ἐπιτυγχάνεται μὲ συνολικὸν κόστος μεγαλύτερον ἐκείνου τὸ ὁποῖον δίδεται ὑπὸ τῆς $C''F''$. Τὸ κόστος εἰς τὸ σημεῖον R' δίδεται ὑπὸ τῆς $S''R''$. Ἐφ' ὅσον τὸ βραχυχρόνιον συνολικὸν κόστος εἶναι μεγαλύτερον τοῦ μακροχρονίου συνολικοῦ κόστους, ἢ ἰδία σχέσις θὰ πρέπει νὰ ἰσχύη καὶ μεταξὺ τοῦ βραχυχρονίου καὶ τοῦ μακροχρονίου μέσου κόστους. Οὕτω ἐξηγεῖται διατὶ τὸ SAC κεῖται ὑπὲρ τὸ LAC, δεξιὰ τοῦ σημείου ἐπαφῆς των.

ΑΣΚΗΣΙΣ : Βάσει τοῦ ἰδίου συλλογισμοῦ ἐξηγήσατε διατὶ μία μείωσις τοῦ προϊόντος βραχυχρονίως εἰς τὸ ἐπίπεδον I συνεπάγεται ὅτι $SAC > LAC$.

Ὁ λόγος διὰ τὸν ὁποῖον ἔχομεν $SAC > LAC$ πάντοτε, ἐξαιρέσει τοῦ σημείου ἐπαφῆς των, δύναται ἐπίσης νὰ ἐξηγηθῆ μὲ τὴν βοήθειαν τοῦ Σχήματος 7.5.1. Ἐστω ὅτι ἐπεκτείνεται ἡ παραγωγή ἀπὸ II εἰς III . Μακροχρονίως ὁ παραγωγὸς κινεῖται πρὸς τὸ σημεῖον R , ὅπου ὁ ὀριακὸς λόγος τεχνικῆς ὑποκαταστάσεως ἰσοῦται πρὸς τὸν λόγον τῶν τιμῶν τῶν εἰσροῶν. Βραχυχρονίως περιορίζεται εἰς κινήσεις κατὰ μῆκος τῆς K_0K_0' · ἐπομένως πρέπει νὰ κινηθῆ πρὸς τὸ σημεῖον R' . Εἰς τὸ σημεῖον αὐτὸ ὁ ὀριακὸς λόγος ὑποκαταστάσεως εἶναι μικρότερος τοῦ λόγου τῶν τιμῶν τῶν εἰσροῶν. Δηλαδή, ἐὰν παραστήσωμεν τὰς τιμὰς τῆς ἐργασίας καὶ τοῦ κεφαλαίου διὰ w καὶ r ἀντιστοίχως, ἔχομεν :

$$MRTS = \frac{MP_L}{MP_K} < \frac{w}{r}, \quad (7.5.1)$$

ἢ

$$\frac{MP_L}{w} < \frac{MP_K}{r}. \quad (7.5.2)$$

Ἐφ' ὅσον ἡ εἰσροὴ κεφαλαίου δὲν εἶναι δυνατὸν νὰ αὐξηθῆ, ἡ παραγωγή δύναται νὰ ἐπεκταθῆ μόνον διὰ τῆς χρησιμοποίησεως μιᾶς ἀντιοικονομικῆς μεγάλης ποσότητος ἐργασίας. Ὁ λόγος διὰ τὸν ὁποῖον εἶναι ἀντιοικονομικὴ προκύπτει ἐκ τῆς (7.5.2) : τὸ ὀριακὸν προϊόν τῆς ἐργασίας, ἢ ὁποῖα ἀξίζει ἓνα δολλάριον, εἶναι μικρότερον τοῦ ὀριακοῦ προϊόντος τοῦ κεφαλαίου ἀξίας ἑνὸς δολλαρίου. Ἡ ποσότης προϊόντος III δύναται νὰ παραχθῆ εὐθηνότερον διὰ τῆς χρησιμοποίησεως περισσοτέρου κεφαλαίου καὶ ὀλιγωτέρας ἐργασίας· ἀλλὰ βραχυχρονίως τοῦτο δὲν εἶναι δυνατὸν νὰ γίνη.

ΑΣΚΗΣΙΣ : Βάσει του ίδιου συλλογισμού εξηγήσατε την περίπτωση των μειώσεων του προϊόντος εις το επίπεδο I.

7.5.c. — Σχέσις μεταξύ βραχυχρονίου όριακού κόστους (SMC) και μακροχρονίου όριακού κόστους (LMC)

Τέλος, με την βοήθειαν του Σχήματος 7.5.1, δυνάμεθα να εξηγήσωμεν, διατί το LMC είναι μικρότερον του SMC εις περιπτώσιν αύξήσεως του προϊόντος και μεγαλύτερον εις περιπτώσιν μειώσεως αυτού. Εις το σημείον Q το SAC = LAC, ώστε SMC = LMC. Υποθέσατε τώρα, ότι ο επιχειρηματίας επιθυμεί την μείωσιν του προϊόντος του εις το επίπεδο I. Μακροχρονίως θά κινηθῆ εις το σημείον P, βραχυχρονίως εις το σημείον P'. Το συνολικόν κόστος εις το σημείον P', διδόμενον υπό της καμπύλης ἴσου κόστους SR, υπερβαίνει το συνολικόν κόστος εις το σημείον P, το όποιον δίδεται υπό της CF. Μακροχρονίως, το κόστος δύναται να μειώθῃ ἔτι περισσότερον, επειδή αἱ εισροαί προσαρμόζονται κατά τόν ἄριστον τρόπον. Συνεπώς, ἡ μεταβολή του μακροχρονίου συνολικοῦ κόστους εἶναι μεγαλύτερα της μεταβολῆς του βραχυχρονίου συνολικοῦ κόστους και, επομένως, το μακροχρόνιον όριακόν κόστος υπερβαίνει το βραχυχρόνιον τοιοῦτον.

ΑΣΚΗΣΙΣ : Ἐξηγήσατε τήν κατωτέρω σχέσιν εις περιπτώσιν αύξήσεως του προϊόντος εις το επίπεδο III.

Διατρέχοντες τόν κίνδυνον της εξηγήσεως του αυτόνοήτου, τονίζομεν ότι ἡ ἄριστη προσαρμογή εἶναι πάντοτε προτιμητέα της μη ἄριστης τοιαύτης. Τοῦτο ὁδηγεῖ εις μίαν ἐλαφρῶς διάφορον θεώρησιν του LAC και του LMC.

ΟΡΙΣΜΟΣ : Ἡ καμπύλη του μακροχρονίου μέσου κόστους δεικνύει τὸ ἐλάχιστον κατά μονάδα κόστος παραγωγῆς κάθε δυνατῆς ποσότητος προϊόντος· ἡ καμπύλη μακροχρονίου όριακού κόστους δεικνύει τὸ ἐλάχιστον ποσὸν καθ' ὃ αὐξάνεται τὸ κόστος, ὅταν ἐπεκτείνεται ἡ παραγωγή και τὸ μέγιστον ποσὸν καθ' ὃ μειοῦται τὸ κόστος, ὅταν περιορίζεται ἡ παραγωγή.

7.5.d. — Ἐλαστικότης κόστους και συντελεστής της συναρτήσεως

Θά ἔκτεθῆ τώρα μία τελική και πολὺ σημαντική σχέσις μεταξύ της συναρτήσεως παραγωγῆς και της καμπύλης του μακροχρονίου συνολικοῦ κόστους. Πρὸς τοῦτο ἀπαιτεῖται ὠρισμένος χειρισμὸς συμβόλων. Δὲν πρόκειται περὶ μαθηματικῶν, ἀλλὰ περὶ μιᾶς «πολυπλόκου ἐργασίας», ἡ ὁποία

μετατίθεται εις μίαν ύποσημείωσιν¹⁰, τήν όποιαν θά πρέπει νά μελετήσουν όλοι οί σπουδασταί. Είς τό Κεφάλαιον 5 ό συντελεστής τής συναρτήσεως ώρίσθη ώς ή άναλογική μεταβολή του προϊόντος, ή όποια

10. Έστω ότι ή συνάρτησις παραγωγής είναι :

$$q = f(x, y). \quad (7.10.1)$$

Είς τό Κεφάλαιον 5 έχομεν εύρει ότι ό «συντελεστής τής συναρτήσεως» δύναται νά γραφή :

$$\epsilon = \frac{\Delta q}{\Delta x} \cdot \frac{x}{q} + \frac{\Delta q}{\Delta y} \cdot \frac{y}{q} = MP_x \frac{x}{q} + MP_y \frac{y}{q}. \quad (7.10.2)$$

Έστω τώρα ότι αί τιμαί τών δύο εισροών είναι p_x και p_y . Πολλαπλασιάζομεν και διαιρούμεν τόν πρώτον όρον του δεξιού μέλους τής (7.10.2) με p_x και τόν δεύτερον όρον με p_y . Ούτω λαμβάνομεν :

$$\epsilon = \frac{MP_x}{p_x} \cdot \frac{xp_x}{q} + \frac{MP_y}{p_y} \cdot \frac{yp_y}{q}. \quad (7.10.3)$$

Είς τό Κεφάλαιον 6 εύρομεν ότι ή γραμμή έπεκτάσεως προσδιορίζεται από τήν ισότητα μεταξύ του όριακού λόγου τεχνικής ύποκαταστάσεως και του λόγου τών τιμών εισροών. Έπί πλέον είδομεν ότι τουτό δύναται πάντοτε νά εκφράζεται ώς εξής : πρέπει τά όριακά προϊόντα τών εισροών διηρημένα διά τών αντίστοιχών τιμών τών εισροών νά είναι ίσα. Είς σύμβολα :

$$\frac{MP_x}{p_x} = \frac{MP_y}{p_y}. \quad (7.10.4)$$

Αντικαθιστώντες τήν (7.10.4) εις τήν (7.10.3) θά έχομεν :

$$\epsilon = \frac{MP_x}{p_x} \left(\frac{xp_x}{q} + \frac{yp_y}{q} \right) = \frac{MP_x}{p_x} \left(\frac{xp_x + yp_y}{q} \right). \quad (7.10.5)$$

Τέλος, είναι άναγκαΐαι ώρισμένα πληροφορία έκ του κεφαλαίου τουτου. Πρώτον, έξ όρισμοϋ, τό συνολικόν κόστος (C) είναι τό άθροισμα τών άμοιβών όλων τών εισροών, δηλαδή πολλαπλασιάζομεν τήν τιμήν κάθε εισροής επί τόν αριθμόν τών χρησιμοποιουμένων έξ αύτης μονάδων και άθροίζομεν δι' όλας τάς εισροάς. Ούτω :

$$C = xp_x + yp_y. \quad (7.10.6)$$

Έπί πλέον, ώρίσαμεν τό μέσον κόστος ώς $AC = \frac{C}{q}$. Αντικαθιστώντες τουτο εις τήν (7.10.5), λαμβάνομεν :

$$\epsilon = \frac{MP_x}{p_x} (AC). \quad (7.10.7)$$

προκύπτει εκ μιᾶς ὁμοιομόρφου ἀναλογικῆς μεταβολῆς ὄλων τῶν εἰσροῶν. Δυνάμεθα τώρα νὰ ἐκθέσωμεν τὰ ἀποτελέσματα τῆς «πολυπλόκου ἐργασίας» μας ὡς ἀκολούθως :

ΣΧΕΣΙΣ : Ὁ συντελεστὴς τῆς συναρτήσεως ἰσοῦται μὲ τὸν λόγον τοῦ μακροχρονίου μέσου κόστους πρὸς τὸ μακροχρόνιον ὀριακὸν κόστος μὲ τὴν βοήθειαν συμβόλων,

$$\epsilon = \frac{LAC}{LMC} \quad (7.5.3)$$

Θεωρήσατε τώρα τὴν ἐλαστικότητα συνολικοῦ κόστους. Ἐξ ὀρισμοῦ, εἶναι ἡ ἀναλογικὴ μεταβολὴ τοῦ κόστους, ἡ ὁποία προκύπτει ἐκ μιᾶς δεδομένης ἀναλογικῆς μεταβολῆς τοῦ προϊόντος. Χρησιμοποιοῦντες σύμβολα, ὁ τύπος εἶναι :

$$k = \frac{\Delta C}{C} : \frac{\Delta q}{q} = \frac{\Delta C}{\Delta q} \frac{q}{C} = \frac{LMC}{LAC} \quad (7.5.4)$$

Ὡς καὶ αἱ ἄλλαι ἐλαστικότητες, αὕτη ἰσοῦται πρὸς τὸν λόγον τοῦ ὀριακοῦ πρὸς τὸ μέσον. Ἄς τονίσωμεν τοῦτο.

Ἡ ἄλλη πληροφορία ποὺ χρειαζόμεθα ἐκ τοῦ κεφαλαίου τούτου εἶναι ὅτι τὸ ὀριακὸν κόστος (LMC) εἶναι ἴσον πρὸς τὴν τιμὴν τῆς εἰσοδῆς διηρημένην διὰ τοῦ ὀριακοῦ προϊόντος τῆς εἰσοδῆς :

$$LMC = \frac{P_x}{MP_x} \quad (7.10.8)$$

Διὰ τῆς ἀντικαταστάσεως τούτου εἰς τὴν (7.10.7) συμπληροῦται ἡ «πολύπλοκος ἐργασία» τῆς ὑποσημειώσεως αὐτῆς :

$$\epsilon = \frac{LAC}{LMC} \quad (7.10.9)$$

* Ἡ (7.10.9) εἶναι ἡ σχέσις ποὺ ἐτέθη ἄνευ ἀποδείξεως εἰς τὸ κείμενον.

Ἐχει σημασίαν νὰ ἐπιμεινωμεν ἐπὶ ἐνὸς σημείου : Ὅταν ἐθέσωμεν τὴν (7.10.4) εἰς τὴν (7.10.3), ἀπηλείψαμεν τὸ $\frac{MP_y}{P_y}$. Θὰ ἠδυνάμεθα καθ' ὅμοιον τρόπον νὰ ἀπαλείψωμεν τὸ $\frac{MP_x}{P_x}$. Τὰ ἀποτελέσματα μας θὰ ἦσαν τὰ αὐτά, διότι τὸ ὀριακὸν κόστος ἰσοῦται πρὸς τὴν τιμὴν τῆς εἰσοδῆς διηρημένην διὰ τοῦ ὀριακοῦ τῆς προϊόντος. Ἐκεῖνο ποὺ πρέπει νὰ τονισθῇ εἶναι τὸ ἔξης : διὰ κινήσεις κατὰ μήκος τῆς γραμμῆς ἐπεκτάσεως τὸ ὀριακὸν κόστος εἶναι τὸ αὐτὸ ἀνεξαρτήτως τῆς εἰσοδῆς δι' ἣν τοῦτο ὑπολογίζεται. Τοῦτο ἀποτελεῖ ἓνα ἕτερον τρόπον ἐκφράσεως τῆς γνωστῆς προτάσεως ὅτι «εἰς τὸ ὄριον, τὰ πάντα εἶναι ἐξ ἴσου ἀκριβὰ».

ΣΧΕΣΙΣ : Ἡ ἐλαστικότητα τοῦ συνολικοῦ κόστους ἰσοῦται πρὸς τὸν κέρρον τοῦ ὀριακοῦ κόστους πρὸς τὸ μέσον κόστος.

Συγκρίνοντας τὰς ἐξισώσεις (7.5.3) καὶ (7.5.4), εὐρίσκομεν ὅτι

$$k = \frac{1}{\epsilon}, \quad (7.5.5)$$

τὸ ὅποῖον εἶναι ἡ σπουδαία σχέσηισ τὴν ὁποῖαν προσεπαθήσαμεν νὰ εὐρώμεν.

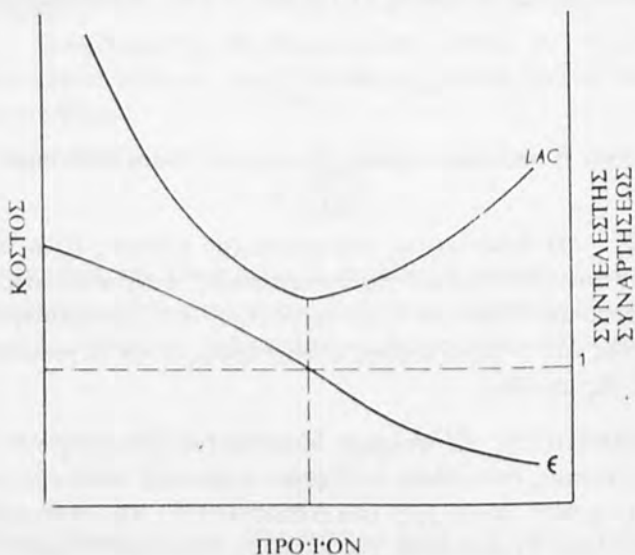
ΣΧΕΣΙΣ : Ἡ ἐλαστικότητα τοῦ συνολικοῦ κόστους εἶναι ἴση πρὸς τὸ ἀντίστροφον τοῦ συντελεστοῦ τῆς συναρτήσεως· συγκεκριμένως, ἡ ἐλαστικότητα τοῦ συνολικοῦ κόστους εἶναι μικρότερα, ἴση ἢ μεγαλύτερα τῆς μονάδος, ἀναλόγως ἐὰν ὁ συντελεστὴς συναρτήσεως εἶναι μεγαλύτερος, ἴσος ἢ μικρότερος τῆς μονάδος.

Αἱ συνέπειαι αὐτῆς τῆς σχέσεως θὰ πρέπει νὰ ἐρευνηθοῦν ἐν τινι λεπτομερείᾳ. Ἐν πρώτοις, ἐνθυμεῖσθε ὅτι ἔχομεν αὐξούσας, σταθερὰς ἢ φθινούσας ἀποδόσεις κλίμακος, ἀναλόγως ἐὰν ὁ συντελεστὴς τῆς συναρτήσεως εἶναι μεγαλύτερος, ἴσος ἢ μικρότερος τῆς μονάδος. Ἐπὶ παραδείγματι, ὑποθέσατε ὅτι $\epsilon > 1$. Τοῦτο ὑποδηλοῖ ὅτι μία ἀναλογικὴ αὐξήσις τῶν εἰσροῶν προκαλεῖ αὐξήσις τοῦ προϊόντος κατὰ μεγαλύτεραν ἀναλογίαν. Ἀλλὰ ἐὰν $\epsilon > 1$, τότε $k < 1$. Τοῦτο ὑποδηλοῖ ὅτι μία ἀναλογικὴ αὐξήσις τοῦ προϊόντος δύναται νὰ ἐπιτευχθῆ διὰ μῆς αὐξήσεως τῶν χρησιμοποιουμένων εἰσροῶν κατὰ μικρότεραν ἀναλογίαν. Ὁ λόγος εἶναι σαφῆς : ἐφ' ὅσον ἔχομεν αὐξούσας ἀποδόσεις κλίμακος, ἡ δεδομένη ἀναλογικὴ αὐξήσις τοῦ προϊόντος δύναται νὰ ἐπιτευχθῆ δι' αὐξήσεως τῆς χρησιμοποιήσεως τῶν εἰσροῶν κατὰ μικρότεραν ἀναλογίαν. Μὲ σταθερὰς τιμὰς εἰσροῶν, ἐπομένως, τὸ κόστος αὐξάνει ἀναλογικῶς ὀλιγώτερον ἢ τὸ προϊόν.

ΑΣΚΗΣΙΣ : Διατυπώσατε αὐτὸν τὸν συλλογισμόν εἰς τὴν περίπτωσιν καθ' ἣν $\epsilon < 1$.

Ἐξακολουθοῦμεν νὰ ὑποθέτωμεν ὅτι $\epsilon > 1$ καὶ $k < 1$. Ἐὰν τὸ συνολικὸν κόστος αὐξάνη κατὰ μικρότεραν ἀναλογίαν ἢ τὸ προϊόν, τὸ μέσον κόστος μειοῦται. Οὕτω, διὰ τὸ εὔρος εἰς τὸ ὅποῖον ἡ συνάρτησις παραγωγῆς δεικνύει αὐξούσας ἀποδόσεις κλίμακος, τὸ μακροχρόνιον μέσον κόστος μειοῦται (βλ. Σχῆμα 7.5.2). Ἐξ ἄλλου, ὅταν ἔχωμεν φθινούσας ἀποδόσεις κλίμακος ($\epsilon < 1$) ἡ συνάρτησις συνολικοῦ κόστους εἶναι ἐλαστικὴ ($k > 1$). Τοῦτο σημαίνει, ὅτι τὸ κόστος αὐξάνει ἀναλογικῶς περισσότερο ἢ τὸ προϊόν, οὕτως ὥστε τὸ μέσον κόστος αὐξάνει. Ὁ λόγος πάλιν εἶναι σαφῆς : ὅταν $\epsilon < 1$, μία δεδομένη ἀναλογικὴ αὐξήσις τοῦ προϊόντος ἀπαιτεῖ τὴν αὐξήσις τῶν

ΤΟ ΜΑΚΡΟΧΡΟΝΙΟΝ ΜΕΣΟΝ ΚΟΣΤΟΣ ΚΑΙ Ο ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΗΣ ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΩΣ



είσροων κατά μεγαλύτεραν αναλογίαν. Με σταθεράς τιμάς εισροών, τὸ συνολικὸν κόστος αὐξάνει ἀναλογικῶς περισσότερον ἢ τὸ προϊόν, καὶ τὸ μέσον κόστος αὐξάνει.

Τὰ ἀνωτέρω ἀποτελέσματα δύνανται νὰ διατυπωθοῦν περιληπτικῶς ὡς ἀκολούθως : ¹¹

11. Τοῦτο, μαθηματικῶς, δύνανται νὰ ἐξηγηθῇ περιληπτικῶς. Ἐστω ὅτι ἡ συνάρτησις τοῦ κόστους (μακροχρονίου, ἐπομένως δὲν ὑπάρχει σταθερὸν πάγιον κόστος) εἶναι $C = g(q)$. Συνεπῶς, ἡ ἐλαστικότης τοῦ συνολικοῦ κόστους εἶναι :

$$k = \frac{dC}{dq} \cdot \frac{q}{C} = \frac{C'}{C}, \quad (7.11.1)$$

ὅπου \bar{C} εἶναι τὸ μέσον κόστος. Θεωρήσατε τώρα τὴν ἐλαστικότητα τοῦ μέσου κόστους (γ) :

$$\gamma = \frac{d\left(\frac{C}{q}\right)}{d q} \cdot \frac{q^2}{C} = \frac{qC' - C}{q^2} \cdot \frac{q^2}{C} = \frac{C'}{C} - 1 = k - 1. \quad (7.11.2)$$

Εἰσάγοντες τὴν σχέσιν $k = \frac{1}{\epsilon}$, δυνάμεθα νὰ γράψωμεν τὴν ἐξίσωσιν (7.11.2) ὡς ἐξῆς :

ΣΧΕΣΙΣ : Τò μακροχρόνιον μέσον κόστος μειούται η αυξάνει, ανάλογως εάν έχωμεν αυξούσας ή φθίνουσας αποδόσεις κλίμακος. Αύτ ή σχέσις ίσχύει, όταν, καί μόνον όταν, αί τιμαί τών εισροών παραμένουν σταθεραί.

7.6. ΜΟΡΦΗ ΤΗΣ ΚΑΜΠΥΛΗΣ ΜΑΚΡΟΧΡΟΝΙΟΥ ΜΕΣΟΥ ΚΟΣΤΟΥΣ (LAC)

Αί καμπύλαι βραχυχρονίου καί μακροχρονίου μέσου κόστους ομοιάζουσι κατά τò ότι άμφότεραι έχουσι τήν μορφήν τού γράμματος U. Οί λόγοι όμως εις τούς όποιους όφείλεται αύτ ή μορφή, είναι τελείως διάφοροι. Τò SAC έχει τήν μορφήν U επειδή ή μείωσις τού μέσου παγίου κόστους τελικώς υπεραντισταθμίζεται υπό τής αυξήσεως τού μέσου μεταβλητού κόστους (τò μέσον μεταβλητόν κόστος αυξάνει, επειδή τò μέσον προϊόν λαμβάνει μίαν μεγίστην τιμήν καί άκολουθως μειούται). Άλλά τά άνωτέρω δέν έχουσι σχέσιν πρòς τήν κυρτότητα τής LAC. Οί παράγοντες ούτινες προσδιορίζουσι τήν μορφήν τής LAC, είναι αί αυξουσαι ή φθίνουσαι αποδόσεις κλίμακος τής συναρτήσεως παραγωγής καί όρισμένοι χρηματικά οίκονομια ή άρνητικά οίκονομια κλίμακος.

7.6.a. — Οίκονομια κλίμακος

Καθώς τò μέγεθος τής έγκαταστάσεως καί ή κλίμαξ τής παραγωγής καθίστανται μεγαλύτερα, θεωρούμεν τήν έπεκτασιν εκ τής μικροτέρας δυνατής έγκαταστάσεως, πραγματοποιούμεν συνήθως όρισμένοι οίκονομια κλίμακος. Δηλαδή, μετά τήν προσαρμογήν τών εισροών κατά τόν άριστον

$$\gamma = \frac{1}{\epsilon} - 1. \quad (7.11.3)$$

Συνεπώς, $\gamma \begin{matrix} < \\ > \end{matrix} 0$ ανάλογως πρòς τò

$$\bar{\alpha} \nu \quad \epsilon \begin{matrix} > \\ < \end{matrix} 1$$

Εις τò σημειον αύτò θά πρέπει νά σημειωθῆ ότι αν ή συνάρτησις παραγωγής είναι όμογενής 1ου βαθμού, τότε $\epsilon \equiv 1$. Εις τήν περίπτωσην αύτην ή έλαστικότητα τού συνολικού κόστους είναι μοναδιαία καί ή έλαστικότητα τού μέσου κόστους είναι μηδέν. Δηλαδή, τò συνολικόν κόστος αυξάνεται κατά τήν αύτην αναλογίαν καθ' ήν αυξάνεται τò προϊόν (αί τιμαί τών συντελεστών τής παραγωγής είναι σταθεραί). Τοιουτοτρόπως, τò μακροχρόνιον μέσον κόστος είναι μία όριζόντιος γραμμή. Έν τούτοις, εξακολουθεί νά είναι τò «περίβλημα» τών σχήματος U βραχυχρονίων καμπυλών μέσου κόστους.

τρόπον, τὸ κατὰ μονάδα κόστος παραγωγῆς δύναται νὰ μειωθῆ διὰ τῆς αὐξήσεως τοῦ μεγέθους τῆς ἐγκαταστάσεως.

Ὁ Adam Smith ἔδωκεν ἓνα βασικὸν λόγον τῶν οἰκονομιῶν κλίμακος: τὴν εἰδίκευσιν καὶ κατανομήν τῆς ἐργασίας. Ὄταν ὁ ἀριθμὸς τῶν ἐργαζομένων ἐπεκτείνεται, ἐνῶ αἱ σταθεραὶ εἰσροαὶ παραμένουν ἀμετάβλητοι, αἱ εὐκαιρίαὶ εἰδικεύσεως καὶ κατανομῆς τῆς ἐργασίας ταχέως ἐξαντλοῦνται. Τὸ ὀριακὸν προϊόν, βεβαίως, αὐξάνει· ἀλλ' οὐχὶ ἐπὶ μακρόν. Ταχέως λαμβάνει τὴν μεγίστην τιμὴν του καὶ ἀκολουθῶς μειοῦται. Ὄταν ὅμως οἱ ἐργαζόμενοι καὶ ὁ μηχανικὸς ἐξοπλισμὸς ἐπεκτείνωνται ἀπὸ κοινοῦ, δύναται νὰ προκύψουν πολὺ οὐσιώδη κέρδη ἐκ τῆς κατανομῆς τῆς ἐργασίας καὶ τῆς εἰδικεύσεως τῶν ἐργαζομένων εἰς τὴν μίαν ἢ τὴν ἄλλην ἐργασίαν.

Βελτιώνεται ἡ ἀποδοτικότητα διὰ τῆς συγκεντρώσεως τῆς προσπάθειάς. Ἐάν μία ἐγκατάστασις εἶναι πολὺ μικρὰ καὶ ἀπασχολῆ ἓνα μικρὸν μόνον ἀριθμὸν ἐργαζομένων, κάθε ἐργαζόμενος θὰ πρέπει νὰ ἐπιτελῆ ἄρκετάς διαφορετικὰς ἐργασίας κατὰ τὴν παραγωγικὴν διαδικασίαν. Πρὸς τὸν σκοπὸν αὐτὸν θὰ πρέπει νὰ περιέρχεται τὴν ἐγκατάστασιν, νὰ ἀλλάζῃ ἐργαλεῖα, κ.ο.κ. Ὅχι μόνον δὲν ἐπιτυγχάνεται μεγάλη εἰδίκευσις τῶν ἐργαζομένων, ἀλλ' ἐπίσης τμήμα τοῦ χρόνου ἐργασίας των καταναλίσκεται εἰς τὰς μετακινήσεις καὶ τὴν ἀλλαγὴν ἐργαλείων. Οὕτω, δύναται νὰ πραγματοποιηθῆ σημαντικὴ ἐξοικονόμησις κόστους δι' ἐπεκτάσεως τῆς κλίμακος λειτουργίας. Μία μεγαλύτερα ἐγκατάστασις μὲ μεγαλύτερον ἐργατικὸν δυναμικὸν θὰ ἐπιτρέψῃ εἰς κάθε ἐργαζόμενον νὰ εἰδικευθῆ εἰς μίαν ἐργασίαν, ὥστε νὰ βελτιώσῃ τὴν ἀπόδοσίν του καὶ νὰ ἀποφύγῃ τὰς δαπανηράς εἰς χρόνον ἀλλαγῆς θέσεως καὶ ἐργαλείων. Θὰ ὑπάρξουν φυσικὰ ἀντίστοιχοι μειώσεις τοῦ κατὰ μονάδα κόστους παραγωγῆς.

Οἱ τεχνολογικοὶ παράγοντες συνιστοῦν μίαν δευτέραν δύναμιν, ἡ ὁποία ὀδηγεῖ εἰς τὰς οἰκονομίας κλίμακος. Ἐάν εἰς μίαν παραγωγικὴν διαδικασίαν ἀπαιτοῦνται πολλαὶ διαφορετικαὶ μηχαναί, ἐκάστη μὲ διαφορετικὸν ἐπίπεδον προϊόντος, τὸ ἐπίπεδον λειτουργίας θὰ πρέπει νὰ εἶναι ἄρκετὰ ὑψηλόν, ὥστε νὰ ἐπιτρέψῃ τὸν κατάλληλον «συνδυασμόν» τοῦ μηχανικοῦ ἐξοπλισμοῦ. Ἐστω ὅτι ἀπαιτοῦνται μόνον δύο τύποι μηχανῶν, μία ἢ ὁποία παράγει τὸ προϊόν καὶ μία ἢ ὁποία συσκευάζει τοῦτο. Ἐάν ἡ πρώτη μηχανὴ δύναται νὰ παράγῃ 30.000 μονάδας ἡμερησίως καὶ ἡ δευτέρα δύναται νὰ συσκευάζῃ 45.000 μονάδας ἡμερησίως, τὸ προϊόν θὰ πρέπει νὰ εἶναι 90.000 μονάδες ἡμερησίως διὰ τὴν πλήρη χρησιμοποίησιν τῆς παραγωγικῆς ἰκανότητος ἐκάστης μηχανῆς.

Ἄτερον τεχνολογικὸν στοιχεῖον εἶναι τὸ γεγονός, ὅτι τὸ κόστος ἀγορᾶς καὶ ἐγκαταστάσεως μεγαλυτέρων μηχανῶν εἶναι συνήθως ἀναλογικῶς μικρότερον τοῦ κόστους τῶν μικροτέρων μηχανῶν. Ἐπὶ παραδείγματι, μία ἐκτυπωτικὴ μηχανή, ἡ ὁποία δύναται νὰ ἐκτυπώσῃ 200.000 ἡμερησίως

ήμερησίως δὲν κοστίζει δέκα φορές περισσότερο ἀπὸ μίαν μηχανὴν ἢ ὅποια ἐκτυπώνει 20.000 ἡμερηΐδας ἡμερησίως — οὔτε ἀπαιτεῖ δέκα φορές περισσότερο χρόνο διὰ τὴν ἐγκατάστασίν της, οὔτε δέκα φορές περισσότερο ἐργασίαν διὰ τὴν λειτουργίαν της κ.ο.κ. Καὶ εἰς τὴν περίπτωσιν αὐτὴν, ἡ αὐξήσις τοῦ μεγέθους ὁδηγεῖ εἰς τὴν μείωσιν τοῦ κατὰ μονάδα κόστους παραγωγῆς.

Τέλος, ἄλλο τεχνολογικὸν στοιχεῖον εἶναι ἴσως τὸ σπουδαιότερον ὅλων : καθὼς ἡ κλίμαξ λειτουργίας ἐπεκτείνεται, ὑπάρχει συνήθως πλὴν τῆς ποσοτικῆς καὶ μία ποιοτικὴ μεταβολὴ τοῦ μηχανικοῦ ἐξοπλισμοῦ. Θεωρήσατε τὴν σκαφὴν λάκκων. Ἡ μικροτέρα κλίμαξ ἐπιχειρήσεων εἶναι ἓνας ἐργάτης μὲ ἓνα φτυάρι. Ἀλλὰ ὅταν ἡ κλίμαξ ἐπιχειρήσεων ἐπεκταθῆ πέραν ἑνὸς ὠρισμένου σημείου, δὲν συνεχίζομεν νὰ προσθέτωμεν ἐργάτας καὶ φτυάρια. Τὰ φτυάρια καὶ οἱ περισσότεροι ἐργάται ἀντικαθίστανται ὑπὸ μιᾶς συγχρόνου σκαπτικῆς μηχανῆς. Παρομοίως ἡ ἐπέκτασις τῆς κλίμακος τῶν ἐπιχειρήσεων κανονικῶς ἐπιτρέπει τὴν εἰσαγωγὴν διαφόρων μορφῶν αὐτοματισμοῦ, αἱ ὁποῖαι τείνουν νὰ μείωσιν τὸ κατὰ μονάδα κόστος παραγωγῆς.

Οὕτω, δύο μεγάλαι δυνάμεις — ἡ εἰδίκευσις καὶ κατανομή ἐργασίας καὶ οἱ τεχνολογικοὶ παράγοντες — ἐπιτρέπουν τὴν μείωσιν τοῦ κατὰ μονάδα κόστους, ὅταν ἐπεκτείνεται ἡ κλίμαξ τῶν ἐπιχειρήσεων.¹² Εἰς τὰς δύο αὐτὰς δυνάμεις ὀφείλεται τὸ ἀρνητικῆς κλίσεως τμήμα τῆς καμπύλης μακροχρονίου μέσου κόστους.

Ἀλλὰ, διατί τελικῶς ἀνέρχεται ; Διατί μετὰ τὴν πραγματοποιήσιν ὅλων τῶν δυνατῶν οἰκονομῶν κλίμακος, δὲν καθίσταται ἡ καμπύλη ὀριζοντία ;

12. Τὸ εἶδος τοῦτο ἀναλύσεως τῶν οἰκονομῶν κλίμακος ἐντοπίζεται εἰς φυσικὰς καὶ τεχνολογικὰς δυνάμεις. Ἀλλὰ διὰ τὰς οἰκονομίας κλίμακος ὑφίστανται καὶ χρηματικῆς φύσεως λόγοι : Ἡ εἰς μεγάλην κλίμακα ἀγορὰ πρῶτων καὶ κατεργασμένων ὑλῶν πιθανὸν νὰ καταστήσῃ τὸν ἀγοραστὴν ἱκανὸν ὅπως ἀπαιτῆ περισσότερο ἐννοϊκὰς τιμὰς (ἐκπτώσεις ἐπὶ τῆς ποσότητος). Τὸ αὐτὸ εἶναι ἐπίσης ὀρθὸν καὶ εἰς τὴν περίπτωσιν τῶν διαφημίσεων. Διὰ νὰ δοθῇ ἓνα ἄλλο παράδειγμα, ἡ χρηματοδότησις ἐπιχειρήσεων μεγάλης κλίμακος παραγωγῆς εἶναι κανονικῶς εὐχερεστέρα καὶ ὀλιγότερον δαπανηρὰ : μία καθ' ὅλην τὴν ἐπικράτειαν γνωστὴ ἐπιχειρήσις δύναται νὰ εἰσέλθῃ εἰς τὰς ὀργανωμένας ἀγορὰς χρεωγράφων καὶ νὰ διανεμῇ τὰς ὁμολογίας καὶ τὰς μετοχὰς της κατὰ ἓνα πολὺ περισσότερο καὶ μὲ χαμηλότερα ἐπιτόκια εἰς τὰς μεγάλας καὶ πολὺ γνωστὰς ἐπιχειρήσεις.

Ταῦτα εἶναι παραδείγματα μόνον τῶν πολλῶν «δυνητικῶν» οἰκονομῶν κλίμακος τῶν σχετικῶν μὲ οἰκονομικοὺς λόγους. Διὰ μίαν πληρεστέραν ἀνάλυσιν βλέπε : William Husband καὶ James C. Dockery : «Modern Corporation Finance» (6η ἐκδ. Homewood Ill. : Richard D. Irwin, Inc., 1966).

7.6.b. — Άρνητικαί οικονομίαι κλίμακος

Τὸ ὑψούμενον τμήμα τῆς καμπύλης μακροχρονίου μέσου κόστους συνήθως ἀποδίδεται εἰς τὰς «ἀρνητικὰς οικονομίας κλίμακος», ὅπερ σημαίνει μείωσιν τῆς ἀποδοτικότητος τῆς διεύθυνσεως. Ἡ διεύθυνσις κάθε ἐπιχειρήσεως συνίσταται εἰς τὸν ἔλεγχον καὶ συνδυασμὸν μιᾶς μεγάλης ποικιλίας δραστηριοτήτων — παραγωγῆς, μεταφορῶν, χρηματοδοτήσεως, πωλήσεων κ.λπ. Διὰ τὴν ἐκτελέσθη ὁ διευθυντὴς ἀποδοτικῶς αὐτὰς τὰς λειτουργίας πρέπει νὰ διαθέτῃ ἀκριβεῖς πληροφορίες· ἄλλως αἱ οὐσιώδεις ἀποφάσεις λαμβάνονται ἐν ἀγνοίᾳ.

Καθὼς τὸ μέγεθος τῆς ἐγκαταστάσεως αὐξάνει πέραν ἑνὸς ὀρισμένου σημείου, ἡ ἀνωτάτη διεύθυνσις πρέπει κατ' ἀνάγκην νὰ ἐκχωρήσῃ εὐθύναν καὶ ἐξουσίαν εἰς κατωτέρους ὑπαλλήλους. Ἡ ἐπαφὴ μὲ τὴν καθημερινὴν ρουτίνα τείνει νὰ ἐκλείψῃ καὶ ἡ ἀποδοτικότης τῆς λειτουργίας νὰ μειωθῇ. Ἡ γραφειοκρατία ἐπεκτείνεται. Ἡ διεύθυνσις δὲν εἶναι γενικῶς ἐξ ἴσου ἀποδοτικὴ. Τοῦτο αὐξάνει τὸ κόστος τῆς διευθυντικῆς λειτουργίας καί, φυσικά, τὸ κατὰ μονάδα κόστος παραγωγῆς.

Εἶναι πολὺ δύσκολον νὰ προσδιορίσωμεν ἀκριβῶς πότε ἀρχίζουν αἱ ἀρνητικαὶ οικονομίαι κλίμακος καὶ πότε καθίστανται ἀρκούντως ἰσχυραὶ ὥστε νὰ ἐξουδετερώσωσιν τὰς οικονομίας κλίμακος. Ὄταν αἱ οικονομίαι κλίμακος εἶναι ἀμελητέαι, αἱ ἀρνητικαὶ οικονομίαι κλίμακος δύνανται νὰ

ΣΧΗΜΑ 7.6.1

ΔΙΑΦΟΡΟΙ ΜΟΡΦΑΙ ΤΗΣ LAC



ἀποκτήσωσιν μεγάλην σημασίαν, προκαλοῦσαι τὴν ὑψωσιν τοῦ LAC εἰς ἕνα σχετικῶς μικρὸν ὄγκον προϊόντος. Τὸ τμήμα a τοῦ Σχήματος 7.5.1 δίδει μίαν καμπύλην μακροχρονίου μέσου κόστους διὰ μίαν ἐπιχειρήσιν αὐτῆς τῆς μορφῆς. Εἰς ἄλλας περιπτώσεις αἱ οικονομίαι κλίμακος εἶναι πολὺ σημαντικαί. Ἀκόμη καὶ ὅταν ἡ ἀποδοτικότης τῆς διεύθυνσεως ἀρχίζει νὰ μειοῦται,

αί τεχνολογικαί οίκοномиαι κλίμακος ἴσως ἐξουδετερώσουν τὰς ἀρνητικὰς οίκονομίας δι' ἓνα μεγάλο εὖρος προϊόντος. Οὕτω, τὸ LAC θὰ στραφῆ πρὸς τὰ ἄνω μόνον ὅταν ἐπιτευχθῆ πολὺ μεγάλος ὄγκος προϊόντος. Αὕτη ἡ περίπτωσις, ἣτις ἀπεικονίζει τὰ ἀποκαλούμενα φυσικὰ μονοπώλια, παριστᾶται εἰς τὸ τμήμα b τοῦ Σχήματος 7.6.1.

Εἰς πολλὰς πραγματικὰς καταστάσεις, οὔτε ἡ μία οὔτε ἡ ἄλλη ἐκ τῶν ἀκραίων αὐτῶν περιπτώσεων περιγράφει τὴν συμπεριφορὰν τοῦ LAC. Εἶναι δυνατόν ἡ ἐπιχειρήσις νὰ ἐξασφαλίσῃ ὅλας τὰς οίκονομίας κλίμακος εἰς μίαν σχετικῶς μικρὰν κλίμακα λειτουργίας, ἐνῶ αἱ ἀρνητικαὶ οίκοномиαι νὰ ἐμφανισθοῦν μόνον εἰς πολὺν μεγάλον ὄγκον προϊόντος. Εἰς τὴν περίπτωσιν αὐτὴν, ἡ LAC θὰ ἔχη ἓνα μακρὸν ὀριζόντιον τμήμα, ὡς δεικνύεται εἰς τὸ τμήμα c τοῦ σχήματος. Πολλοὶ οἰκονομολόγοι καὶ ἐπιχειρηματῖαι πιστεύουν ὅτι αὕτη ἡ μορφή τῆς καμπύλης LAC περιγράφει καλλίτερον τὰς παραγωγικὰς διαδικασίας εἰς τὴν Ἀμερικανικὴν Οἰκονομίαν.

7.7. ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑ

Αἱ φυσικαὶ συνθήκαι τῆς παραγωγῆς καὶ αἱ τιμαὶ τῶν παραγωγικῶν πόρων προσδιορίζουν ἀπὸ κοινοῦ τὸ κόστος παραγωγῆς. Τοῦτο εἶναι πολὺ σημαντικόν διὰ τὰς ἀτομικὰς ἐπιχειρήσεις καὶ διὰ τὴν οἰκονομίαν ὡς σύνολον. Ἀλλὰ, πρὸς τούτοις, τὸ κόστος δίδει τὴν μίαν ὄψιν τῆς οἰκονομικῆς δραστηριότητος : διὰ τὸν ἐπιχειρηματίαν ἀντιπροσωπεύει τὰς ὑποχρεώσεις του νὰ ὑποβληθῆ εἰς δαπάνας· διὰ τὴν κοινωνίαν ὡς σύνολον ἀντιπροσωπεύει τοὺς παραγωγικοὺς πόρους, οἱ ὅποιοι πρέπει νὰ θυσιασθοῦν, διὰ τὴν παραγωγὴν ἐνὸς δεδομένου ἀγαθοῦ. Ἡ ἄλλη ὄψις εἶναι τὸ ἔσοδον ἢ ἡ ζήτησις. Διὰ τὸν ἐπιχειρηματίαν τὸ ἔσοδον συνιστᾷ τὴν ροὴν τῶν χρηματικῶν κεφαλαίων, διὰ τῶν ὁποίων θὰ ἰκανοποιήσῃ τὰς ὑποχρεώσεις του. Διὰ τὴν κοινωνίαν ἡ ζήτησις ἀντιπροσωπεύει τὴν κοινωνικὴν ἀποτίμησιν ἐνὸς ἀγαθοῦ.

Οὕτω, τόσον ἡ ζήτησις ὅσον καὶ τὸ κόστος πρέπει νὰ ληφθοῦν ὑπ' ὄψιν. Καὶ εἰς τὸ Μέρος III στρεφόμεθα εἰς τὴν πλευρὰν τῆς ζήτησεως.

ΠΡΟΒΛΗΜΑ

Ἐπιστρέψατε εἰς τὸ πρόβλημα τοῦ τέλους τοῦ Κεφαλαίου 5. Τὸ συνολικὸν προϊόν εἶναι δεδομένον. Καὶ ἔχετε ἤδη ὑπολογίσει τὸ μέσον καὶ ὀριακὸν προϊόν. Λαμβάνετε ἐπίσης τὰς ἐξῆς πληροφορίας :

1. Τὸ συνολικὸν πάγιον κόστος (συνολικὴ τιμὴ τῶν σταθερῶν εἰσροῶν) εἶναι \$ 220 κατὰ περίοδον.

2. Αἱ μονάδες τῆς μεταβλητῆς εἰσροῆς κοστίζουν \$ 100 ἐκάστη κατὰ περίοδον.

Χρησιμοποιοῦντες αὐτὰς τὰς πληροφορίας συμπληρώσατε τὸν ἀκόλουθον πίνακα :

Μονάδες μεταβλητής είσοφης	Συνολικόν προϊόν	Μέσον προϊόν	*Οριακόν προϊόν	Συνολικόν πάγιον κόστος	Συνολικόν μεταβλητόν κόστος	Συνολικόν κόστος	Μέσον πάγιον κόστος	Μέσον μεταβλητόν κόστος	Μέσον συνολικόν κόστος	*Οριακόν κόστος
1	100									
2	250									
3	410									
4	560									
5	700									
6	830									
7	945									
8	1050									
9	1146									
10	1234									
11	1314									
12	1384									
13	1444									
14	1494									
15	1534									
16	1564									
17	1584									
18	1594									

- I. Ίχνογραφήσατε τās κάμπυλας συνολικού κόστους επί ενός φύλλου χάρτου και τās κάμπυλας μέσου και όριακού κόστους επί ενός άλλου.
- II. Με τήν βοήθειαν του πίνακος, και του ίχνογραφηθέντος σχεδιαγράμματος, απαντήσατε εις τās ακόλουθους ερωτήσεις:
 1. Όταν αυξάνη τó όριακόν προϊόν, τί συμβαίνει εις
 - α) τó όριακόν κόστος; β) τó μέσον μεταβλητόν κόστος;
 2. Όταν τó όριακόν κόστος αρχίξη νά πίπτη διά πρώτην φοράν, τó μέσον μεταβλητόν κόστος αρχίζει νά αυξάνη;
 3. Ποία είναι ή σχέσις μεταξύ όριακού κόστους και μέσου μεταβλητού κόστους, όταν τó όριακόν και τó μέσον προϊόν είναι ίσα;
 4. Τί συμβαίνει εις τó μέσον μεταβλητόν κόστος, όταν αυξάνη τó μέσον προϊόν;
 5. Ποϋ εύρίσκεται τó μέσον μεταβλητόν κόστος, όταν τó μέσον προϊόν εύρίσκεται εις τó μέγιστον σημείον του; Τί συμβαίνει εις τó μέσον μεταβλητόν κόστος μετά τó σημείον αυτό;
 6. Τί συμβαίνει εις τó όριακόν κόστος μετά τó σημείον, εις τó όποιον ίσούται πρός τó μέσον μεταβλητόν κόστος;
 - α) Ποία ή σχέσις του με τó μέσον μεταβλητόν κόστος μετά τó σημείον αυτό;
 - β) Τί συμβαίνει εις τó όριακόν προϊόν μετά τó σημείον αυτό;
 - γ) Ποία ή σχέσις μεταξύ του όριακού προϊόντος και του μέσου προϊόντος μετά τó σημείον αυτό;
 7. Τί συμβαίνει εις τó συνολικόν πάγιον κόστος, όταν τó προϊόν αυξάνεται;
 8. Τί συμβαίνει εις τó μέσον πάγιον κόστος, όταν;

- α) τὸ ὀριακὸν προϊόν αὐξάνεται ; β) τὸ ὀριακὸν κόστος μειοῦται ;
 γ) τὸ ὀριακὸν προϊόν μειοῦται ; δ) τὸ ὀριακὸν κόστος αὐξάνεται ;
 ε) τὸ μέσον μεταβλητὸν κόστος αὐξάνεται ;
9. Ἐπὶ πόσον διάστημα τὸ μέσον πάγιον κόστος μειοῦται ;
10. Τί συμβαίνει εἰς τὸ μέσον συνολικὸν κόστος, ὅταν :
- α) τὸ ὀριακὸν προϊόν αὐξάνεται ; β) τὸ ὀριακὸν κόστος μειοῦται ;
 γ) τὸ μέσον προϊόν αὐξάνεται ; δ) τὸ μέσον μεταβλητὸν κόστος μειοῦται ;
11. Τὸ μέσον κόστος αὐξάνει :
- α) ἀμέσως μετὰ τὸ σημεῖον ὅπου παρουσιάζονται φθίνουσαι ὀριακαὶ ἀποδόσεις ;
 β) ἀμέσως μετὰ τὸ σημεῖον ὅπου παρουσιάζονται αἱ φθίνουσαι μέσαι ἀποδόσεις ;
12. Πότε αὐξάνεται τὸ μέσον κόστος ; Ἡ ἀπάντησις νὰ δοθῆ μετὰ τὴν βοήθειαν :
- α) τῆς σχέσεως τοῦ μέσου κόστους πρὸς τὸ ὀριακὸν κόστος ;
 β) τῆς σχέσεως μεταξὺ τῆς αὐξήσεως τοῦ μέσου μεταβλητοῦ κόστους καὶ τῆς μείωσης τοῦ μέσου παγίου κόστους.

ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ :

1. Θεωρήσατε τὸ σημεῖον, ὅπου $SAC = LAC$. Ἐξηγήσατε, διατὶ ἀκριβῶς τὸ LMC εἶναι μεγαλύτερον εἰς περίπτωσιν μείωσης τοῦ προϊόντος (Προσέξατε : καὶ τὰ δύο MC δεικνύουν τὴν μείωσιν τοῦ κόστους, ἣτις ὀφείλεται εἰς τὴν μείωσιν τοῦ προϊόντος).
2. Σχολιάσατε τὴν ἀκόλουθον πρότασιν : τὸ μακροχρόνιον μέσον κόστος στερεῖται ἐννοίας διότι εἰς τὴν περίοδον αὐτὴν εἶναι πιθανὸν νὰ μεταβληθῶν, ἀπροβλέπτως, αἱ πλείεσται τῶν συνθηκῶν, αἱ ὁποῖαι προσδιορίζουν τὴν συνάρτησιν κόστους.
3. Ἀναφερόμενοι εἰς μίαν συνάρτησιν ἢ κλίμακα παραγωγῆς χρησιμοποιούσαν δύο μεταβλητοῦς συντελεστάς, ἐξηγήσατε κατὰ ποῖον τρόπον δυνάμεθα νὰ εὐρωμεν τόσον τὰς καμπύλας βραχυχρονίου καὶ μακροχρονίου μέσου κόστους ὅσον καὶ τὴν καμπύλην βραχυχρονίου ὀριακοῦ κόστους.
4. Ἐστῶσαν σταθεραὶ τιμαὶ εἰσροῶν καὶ πλήρως διαιρεταὶ καὶ προσαρμόσιμοι εἰσροαὶ. Εἶναι εἰς τὴν περίπτωσιν αὐτὴν συνεπεῖς αἱ καμπύλαι βραχυχρονίου ὀριακοῦ καὶ μέσου μεταβλητοῦ κόστους μετὰ μίαν συνάρτησιν παραγωγῆς σταθερῶν ἀποδόσεων κλίμακος ; Ἀπαντήσατε εἰς τὴν αὐτὴν ἐρώτησιν διὰ τὸ μακροχρόνιον μέσον κόστος.
5. Ποῖα εἶναι αἱ σχέσεις μεταξὺ αὐξουσῶν ἀποδόσεων κλίμακος καὶ φθίνοντος μακροχρονίου μέσου κόστους ; Γενικότερον, ὑπάρχουν σχέσεις μεταξὺ τῶν «ἀποδόσεων κλίμακος» καὶ τοῦ σχήματος τῆς καμπύλης τοῦ μακροχρονίου μέσου κόστους ;

ΠΡΟΤΕΙΝΟΜΕΝΗ ΜΕΛΕΤΗ

1. Clark, J. M.: «The Economics of Overhead Cost», Κεφ. 4 - 6. Chicago : University of Chicago Press, 1923.
2. Viner, Jacob: «Cost Curves and Supply Curves», Zeitschrift für Nationalökonomie, Τόμος III (1931), σελ. 23 - 46. Ἀνατυπωθὲν εἰς A.E.A., Readings in Price Theory, σελ. 198 - 232. Homewood, Ill. : Richard D. Irwin, Inc., 1952.
3. Henderson, James M. καὶ Quandt, Richard E.: «Microeconomic Theory: A Mathematical Approach», σελ. 55 - 62. New York : McGraw - Hill Book Co., Inc., 1958 [ἀπαιτοῦνται στοιχειώδη μαθηματικά].
4. Ferguson, C. E.: «The Neoclassical Theory of Production and Distribution», Κεφ. 7. London and New York : Cambridge University Press, 1969 [ἀπαιτοῦνται προκεχωρημένα μαθηματικά].

Προκεχωρημένη μελέτη, Μέρος II

I. ΘΕΩΡΙΑ ΤΗΣ ΠΑΡΑΓΩΓΗΣ

1. Arrow, Kenneth J.; Chenery, Hollis B.; Minhas, Bagigha; and Solow, Robert M.: «Capital Labor Substitution and Economic Efficiency», Review of Economics and Statistics, Τόμος XLIII (1961), σελ. 225 - 50.
2. Borts, George H. and Mishan, E. J.: «Exploring the Uneconomic Region of the Production Function», Review of Economic Studies, Τόμος XXIX (1962), σελ. 300 - 12.
3. Carlson, Sune: «A Study on the Pure Theory of Production», Stockholm Economic Studies, No. 9. London : P. S. King & Sons, Ltd., 1939.
4. Cassels, J. M.: «On the Law of Variable Proportions», Explorations in Economics, σελ. 223 - 36. New York : McGraw - Hill Book Co., Inc., 1936.
5. Ferguson C. E.: «Transformation Curve in Production Theory : A Pedagogical Note», Southern Economic Journal, Τόμος XXIX (1962), σελ. 96 - 102.
6. Ferguson C. E.: «The Neoclassical Theory of Production and Distribution», Κεφ. 2 - 6, London and New York : Cambridge University Press, 1969.
7. Machlup, Fritz: «On the Meaning of the Marginal Product», Explorations in Economics, σελ. 250 - 63. New York : McGraw - Hill Book Co., Inc., 1936.
8. Samuelson, Paul A.: «Foundations of Economic Analysis», σελ. 57 - 89. Cambridge, Mass. : Harvard University Press, 1947.
9. Shephard, Ronald W.: «Cost and Production Functions». Princeton, N. J.: Princeton University Press, 1953.
0. Stigler, George J.: «Production and Distribution Theories». New York : The Macmillan Co., 1946.
11. Walters, A. A.: «Production and Cost Functions : An Econometric Survey», Econometrica, Τόμος XXXI (1963), σελ. 1 - 66, με έκτεταμένη βιβλιογραφία.

II. ΘΕΩΡΙΑ ΤΟΥ ΚΟΣΤΟΥΣ

Το κλασικόν κείμενον είναι : J a c o b V i n e r, «Cost Curves and Supply Curves», Zeitschrift für Nationalökonomie und Statistik, Τόμος III (1931), σελ. 23 - 46. Έπίσης ιδέ κείμενα 6 (Κεφάλαια 7 και 8), 8, 9 και 11 του τμήματος I άκριβώς άνωτέρω.

ΠΑΡΟΡΑΜΑ

Είς την σελίδα 30 ό τύπος της ύποσμηιώσεως ($c < -1$) να διαβασθή ($c > -1$).