

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

ΚΑΤΑΣΤΑΣΗ ΠΙΝΑΚΩΝ	I
--------------------------	---

ΚΑΤΑΣΤΑΣΗ ΔΙΑΓΡΑΜΜΑΤΩΝ	II
-------------------------------	----

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1 ΑΡΧΕΣ ΤΙΜΟΛΟΓΗΣΗΣ ΣΥΜΒΟΛΑΙΩΝ FORWARD ΚΑΙ FUTURES

1.1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ	1
---------------------	---

1.2 ΣΥΜΒΟΛΑΙΟ FORWARD	3
------------------------------	---

1.2.1 ΒΑΣΙΚΕΣ ΕΝΝΟΙΕΣ	4
-----------------------	---

1.2.2 ΤΙΜΟΛΟΓΗΣΗ ΣΥΜΒΟΛΑΙΟΥ FORWARD	6
-------------------------------------	---

1.3 ΣΥΜΒΟΛΑΙΟ FUTURES	9
------------------------------	---

1.3.1 ΒΑΣΙΚΕΣ ΕΝΝΟΙΕΣ	10
-----------------------	----

1.3.2 ΤΙΜΟΛΟΓΗΣΗ ΣΥΜΒΟΛΑΙΟΥ FUTURES	13
-------------------------------------	----

1.4 ΕΙΔΗ ΣΥΜΒΟΛΑΙΩΝ FUTURES	21
------------------------------------	----

1.4.1 ΣΥΜΒΟΛΑΙΑ FUTURES ΣΕ ΕΜΠΟΡΕΥΜΑΤΑ	22
--	----

1.4.2 ΣΥΜΒΟΛΑΙΑ FUTURES ΣΕ ΔΕΙΚΤΕΣ ΜΕΤΟΧΩΝ	26
--	----

1.4.3 ΣΥΜΒΟΛΑΙΑ FUTURES ΣΕ ΣΥΝΑΛΛΑΓΜΑ	29
---------------------------------------	----

1.4.4 ΣΥΜΒΟΛΑΙΑ FUTURES ΣΕ ΟΜΟΛΟΓΑ	31
------------------------------------	----

1.4.5 ΣΥΜΒΟΛΑΙΑ FUTURES ΣΕ ΕΝΤΟΚΑ ΓΡΑΜΜΑΤΙΑ	35
---	----

1.4.6 ΣΥΜΒΟΛΑΙΑ FUTURES ΣΕ ΕΥΡΩΔΟΛΑΡΙΑ	39
--	----

1.5 ΑΝΑΚΕΦΑΛΑΙΩΣΗ	40
--------------------------	----

ΕΠΙΛΕΓΜΕΝΗ ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ	43
--------------------------------	----

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2 ΑΝΤΙΣΤΑΘΜΙΣΗ ΚΙΝΔΥΝΟΥ ΜΕ ΤΗ ΧΡΗΣΗ ΣΥΜΒΟΛΑΙΩΝ FUTURES

2.1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ	45
---------------------	----

2.2 ΜΟΡΦΕΣ ΑΝΤΙΣΤΑΘΜΙΣΗΣ ΚΙΝΔΥΝΟΥ	48
2.3 ΑΝΤΙΣΤΑΘΜΙΣΗ ΚΙΝΔΥΝΟΥ ΚΑΙ ΚΙΝΔΥΝΟΣ ΒΑΣΗΣ	52
2.4 ΑΝΑΛΥΣΗ ΘΕΣΗΣ ΑΝΤΙΣΤΑΘΜΙΣΤΗ ΚΙΝΔΥΝΟΥ	57
2.5 ΑΡΙΣΤΗ ΑΝΤΙΣΤΑΘΜΙΣΗ	65
2.5.1 ΑΝΤΙΣΤΑΘΜΙΣΗ ΜΕ ΕΛΑΧΙΣΤΟΠΟΙΗΣΗ ΤΟΥ ΚΙΝΔΥΝΟΥ	65
2.5.2 ΑΝΤΙΣΤΑΘΜΙΣΗ ΜΕ ΤΟ ΜΟΝΤΕΛΟ α -t	68
2.5.3 ΑΝΤΙΣΤΑΘΜΙΣΗ ΜΕ ΤΙΣ ΕΝΝΟΙΕΣ ΤΟΥ ΚΙΝΔΥΝΟΥ ΚΑΙ ΤΗΣ ΑΝΑΜΕΝΟΜΕΝΗΣ ΑΠΟΔΟΣΗΣ	71
2.5.4 ΜΕΤΡΑ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΙΚΟΤΗΤΑΣ ΑΝΤΙΣΤΑΘΜΙΣΗΣ ΜΕ ΤΙΣ ΕΝΝΟΙΕΣ ΤΟΥ ΚΙΝΔΥΝΟΥ ΚΑΙ ΤΗΣ ΑΝΑΜΕΝΟΜΕΝΗΣ ΑΠΟΔΟΣΗΣ	74
2.6 ΑΝΤΙΣΤΑΘΜΙΣΗ ΒΑΣΙΣΜΕΝΗ ΣΤΗ ΜΕΣΗ ΔΙΑΡΚΕΙΑ	77
2.7 ΑΝΤΙΣΤΑΘΜΙΣΗ ΜΕ ΣΥΜΒΟΛΑΙΑ FUTURES ΣΕ ΔΕΙΚΤΕΣ ΜΕΤΟΧΩΝ	84
2.8 ΑΝΑΚΕΦΑΛΑΙΩΣΗ	86
ΕΠΙΛΕΓΜΕΝΗ ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ	88

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3 ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΟΙΚΟΝΟΜΕΤΡΙΚΩΝ ΜΕΘΟΔΩΝ ΣΤΗΝ ΑΝΤΙΣΤΑΘΜΙΣΗ ΚΙΝΔΥΝΟΥ

3.1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ	90
3.2 Η ΜΕΘΟΔΟΣ ΤΗΣ ΠΑΛΙΝΔΡΟΜΗΣΗΣ	91
3.3 ΤΟ ΔΙΜΕΤΑΒΛΗΤΟ ΜΟΝΤΕΛΟ VAR	96
3.4 ΤΟ ΥΠΟΔΕΙΓΜΑ ΔΙΟΡΘΩΣΗΣ ΣΦΑΛΜΑΤΟΣ	99
3.5 ΤΟ ΜΟΝΤΕΛΟ GARCH	102
3.6 Η ΕΠΙΔΡΑΣΗ ΤΗΣ ΣΥΝΟΛΟΚΛΗΡΩΣΗΣ ΣΤΗΝ ΑΝΤΙΣΤΑΘΜΙΣΗ	106
3.6.1 ΔΕΙΚΤΕΣ ΑΝΤΙΣΤΑΘΜΙΣΗΣ ΜΕ ΤΟ ΑΠΛΟ ΜΟΝΤΕΛΟ	107
3.6.2 ΣΥΓΚΡΙΣΗ ΔΕΙΚΤΩΝ ΑΝΤΙΣΤΑΘΜΙΣΗΣ	109
3.6.3 ΜΕΤΡΗΣΗ ΤΗΣ ΕΠΙΔΡΑΣΗΣ ΤΗΣ ΣΧΕΣΗΣ ΣΥΝΟΛΟΚΛΗΡΩΣΗΣ	112
3.6.4 ΔΕΙΚΤΕΣ ΑΝΤΙΣΤΑΘΜΙΣΗΣ ΜΕ ΤΟ ΥΠΟΔΕΙΓΜΑ ΔΙΟΡΘΩΣΗΣ ΣΦΑΛΜΑΤΟΣ	115
3.7 ΑΝΑΚΕΦΑΛΑΙΩΣΗ	116

**ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4
ΑΝΤΙΣΤΑΘΜΙΣΗ ΚΙΝΔΥΝΟΥ ΜΕ ΤΗ ΧΡΗΣΗ ΣΥΜΒΟΛΑΙΩΝ
FUTURES ΣΤΟ NYSE COMPOSITE INDEX**

4.1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ	121
4.2 ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΔΕΔΟΜΕΝΩΝ	124
4.3 ΔΙΕΡΕΥΝΗΣΗ ΣΤΑΣΙΜΟΤΗΤΑΣ ΣΕΙΡΩΝ	126
4.3.1 ΔΙΕΡΕΥΝΗΣΗ ΣΤΑΣΙΜΟΤΗΤΑΣ ΜΕ ΤΗ ΧΡΗΣΗ ΤΩΝ ACF ΚΑΙ PACF	127
4.3.2 ΔΙΕΡΕΥΝΗΣΗ ΣΤΑΣΙΜΟΤΗΤΑΣ ΜΕ ΤΗ ΧΡΗΣΗ ΤΟΥ AUGMENTED DICKEY – FULLER TEST	130
4.4 ΕΛΕΓΧΟΣ ΣΥΝΟΛΟΚΛΗΡΩΣΗΣ ΤΩΝ ΣΕΙΡΩΝ	134
4.5 ΕΚΤΙΜΗΣΗ ΔΕΙΚΤΗ ΑΝΤΙΣΤΑΘΜΙΣΗΣ	139
4.5.1 ΕΚΤΙΜΗΣΗ ΔΕΙΚΤΗ ΑΝΤΙΣΤΑΘΜΙΣΗΣ ΜΕ ΤΗ ΜΕΘΟΔΟ ΤΗΣ ΠΑΛΙΝΔΡΟΜΗΣΗΣ	140
4.5.2 ΕΚΤΙΜΗΣΗ ΔΕΙΚΤΗ ΑΝΤΙΣΤΑΘΜΙΣΗΣ ΜΕ ΤΟ ΥΠΟΔΕΙΓΜΑ ΔΙΟΡΘΩΣΗΣ ΣΦΑΛΜΑΤΟΣ	141
4.6 ΣΥΓΚΡΙΣΗ ΤΕΧΝΙΚΩΝ ΑΝΤΙΣΤΑΘΜΙΣΗΣ	145
4.7 ΑΝΑΚΕΦΑΛΑΙΩΣΗ	148
ΕΠΙΛΕΓΜΕΝΗ ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ	152

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

ΚΑΤΑΣΤΑΣΗ ΠΙΝΑΚΩΝ

ΠΙΝΑΚΑΣ 4.1	ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΑΙC ΓΙΑ ΤΗ ΣΕΙΡΑ ΤΩΝ ΤΙΜΩΝ ΤΟΥ NYSE COMPOSITE	132
ΠΙΝΑΚΑΣ 4.2	ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΑΙC ΓΙΑ ΤΗ ΣΕΙΡΑ ΤΩΝ ΤΙΜΩΝ ΤΟΥ ΣΥΜΒΟΛΑΙΟΥ FUTURES	133
ΠΙΝΑΚΑΣ 4.3	ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΕΚΤΙΜΗΣΗΣ OLS	135
ΠΙΝΑΚΑΣ 4.4	ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΕΚΤΙΜΗΣΗΣ ΤΟΥ ΜΟΝΤΕΛΟΥ ΤΗΣ ΠΑΛΙΝΔΡΟΜΗΣΗΣ	140
ΠΙΝΑΚΑΣ 4.5	ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΑΙC ΓΙΑ ΤΗΝ ΕΠΙΛΟΓΗ ΤΗΣ ΤΑΞΗΣ ΤΟΥ ΥΠΟΔΕΙΓΜΑΤΟΣ ΔΙΟΡΘΩΣΗΣ ΣΦΑΛΜΑΤΟΣ	142
ΠΙΝΑΚΑΣ 4.6	ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΕΚΤΙΜΗΣΗΣ ΤΟΥ ΜΟΝΤΕΛΟΥ ΔΙΟΡΘΩΣΗΣ ΣΦΑΛΜΑΤΟΣ	143
ΠΙΝΑΚΑΣ 4.7	ΔΙΑΚΥΜΑΝΣΗ ΑΝΤΙΣΤΑΘΜΙΣΜΕΝΟΥ ΧΑΡΤΟΦΥΛΑΚΙΟΥ	146
ΠΙΝΑΚΑΣ 4.8	ΠΟΣΟΣΤΑ ΜΕΙΩΣΗΣ ΔΙΑΚΥΜΑΝΣΗΣ ΜΕ OLS	147

ΚΑΤΑΣΤΑΣΗ ΔΙΑΓΡΑΜΜΑΤΩΝ

ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ 1.1	ΚΕΡΔΟΣ ΚΑΙ ΖΗΜΙΑ ΑΠΟ ΕΝΑ ΣΥΜΒΟΛΑΙΟ FORWARD	5
ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ 1.2	NORMAL BACKWARDATION ΤΑΥΤΟΧΡΟΝΑ ΜΕ CONTANGO	20
ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ 1.3	NORMAL BACKWARDATION ΤΑΥΤΟΧΡΟΝΑ ΜΕ BACKWARDATION	20
ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ 2.1	ΑΝΑΜΕΝΟΜΕΝΟ ΚΕΡΔΟΣ	60
ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ 2.2	ΤΥΠΙΚΗ ΑΠΟΚΛΙΣΗ ΚΕΡΔΟΥΣ	60
ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ 2.3	ΚΑΜΠΥΛΗ ΚΕΡΔΟΥΣ – ΚΙΝΔΥΝΟΥ	61
ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ 2.4	ΑΡΙΣΤΗ ΣΧΕΣΗ ΚΕΡΔΟΥΣ – ΚΙΝΔΥΝΟΥ	61
ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ 2.5	Η ΚΑΜΠΥΛΗ ΚΕΡΔΟΥΣ – ΚΙΝΔΥΝΟΥ ΟΤΑΝ ΤΟ ΚΟΣΤΟΣ ΑΝΤΙΣΤΑΘΜΙΣΗΣ ΑΥΞΑΝΕΙ	63
ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ 2.6	Η ΑΡΙΣΤΗ ΑΝΤΙΣΤΑΘΜΙΣΗ ΟΤΑΝ ΤΟ ΚΟΣΤΟΣ ΤΗΣ ΕΙΝΑΙ ΜΗΔΕΝ	63
ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ 2.7	Η ΚΑΜΠΥΛΗ ΚΕΡΔΟΥΣ – ΚΙΝΔΥΝΟΥ ΟΤΑΝ Η ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΙΚΟΤΗΤΑ ΤΗΣ ΑΝΤΙΣΤΑΘΜΙΣΗΣ ΑΥΞΑΝΕΙ	64
ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ 2.8	Η ΑΡΙΣΤΗ ΑΝΤΙΣΤΑΘΜΙΣΗ ΟΤΑΝ Η ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΙΚΟΤΗΤΑ ΤΗΣ ΑΝΤΙΣΤΑΘΜΙΣΗΣ ΑΥΞΑΝΕΙ	64
ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ 2.9	ΧΑΡΤΟΦΥΛΑΚΙΑ ΟΜΟΛΟΓΩΝ ΜΕ ΔΙΑΦΟΡΕΤΙΚΕΣ ΚΥΡΤΟΤΗΤΕΣ	81
ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ 4.1	ΤΙΜΕΣ ΚΛΕΙΣΙΜΑΤΟΣ ΤΟΥ NYSE COMPOSITE INDEX ΚΑΙ ΤΩΝ ΣΥΜΒΟΛΑΙΩΝ FUTURES ΣΤΟΝ ΕΝ ΛΟΓΩ ΔΕΙΚΤΗ ΚΑΤΑ ΤΗΝ ΠΕΡΙΟΔΟ 2000 – 2003	125
ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ 4.2	ΠΡΩΤΕΣ ΔΙΑΦΟΡΕΣ ΤΩΝ ΤΙΜΩΝ ΤΟΥ ΔΕΙΚΤΗ NYSE COMPOSITE ΚΑΙ ΤΩΝ ΑΝΤΙΣΤΟΙΧΩΝ ΣΥΜΒΟΛΑΙΩΝ ΣΤΟ ΔΕΙΚΤΗ ΤΗΝ ΠΕΡΙΟΔΟ 2000 – 2003	125

ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ 4.3	(A) ACF ΣΕΙΡΑΣ ΤΙΜΩΝ ΔΕΙΚΤΗ NYSE COMPOSITE	128
	(B) PACF ΣΕΙΡΑΣ ΤΙΜΩΝ ΔΕΙΚΤΗ NYSE COMPOSITE	128
ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ 4.4	(A) ACF ΣΕΙΡΑΣ ΤΙΜΩΝ ΣΥΜΒΟΛΑΙΟΥ FUTURES	128
	(B) PACF ΣΕΙΡΑΣ ΤΙΜΩΝ ΣΥΜΒΟΛΑΙΟΥ FUTURES	128
ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ 4.5	(A) ACF ΣΕΙΡΑΣ ΤΩΝ ΠΡΩΤΩΝ ΔΙΑΦΟΡΩΝ ΤΩΝ ΤΙΜΩΝ ΤΟΥ ΔΕΙΚΤΗ	129
	(B) PACF ΣΕΙΡΑΣ ΤΩΝ ΠΡΩΤΩΝ ΔΙΑΦΟΡΩΝ ΤΩΝ ΤΙΜΩΝ ΤΟΥ ΔΕΙΚΤΗ	129
ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ 4.6	(A) ACF ΣΕΙΡΑΣ ΤΩΝ ΠΡΩΤΩΝ ΔΙΑΦΟΡΩΝ ΤΩΝ ΤΙΜΩΝ ΤΟΥ ΣΥΜΒΟΛΑΙΟΥ	129
	(B) PACF ΣΕΙΡΑΣ ΤΩΝ ΠΡΩΤΩΝ ΔΙΑΦΟΡΩΝ ΤΩΝ ΤΙΜΩΝ ΤΟΥ ΣΥΜΒΟΛΑΙΟΥ	129
ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ 4.7	ΑΠΕΙΚΟΝΙΣΗ ΤΩΝ ΖΕΥΓΩΝ ΤΩΝ ΤΙΜΩΝ ΤΟΥ ΔΕΙΚΤΗ NYSE COMPOSITE ΚΑΙ ΤΩΝ ΤΙΜΩΝ ΤΟΥ ΣΥΜΒΟΛΑΙΟΥ FUTURES	136
ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ 4.8	ΤΙΜΕΣ ΚΑΤΑΛΟΙΠΩΝ ΑΠΟ ΤΗ ΣΧΕΣΗ (4.4)	136
ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ 4.9	(A) ACF ΣΕΙΡΑΣ ΚΑΤΑΛΟΙΠΩΝ ΑΠΟ ΤΗ ΣΧΕΣΗ (4.4)	137
	(B) ACF ΣΕΙΡΑΣ ΚΑΤΑΛΟΙΠΩΝ ΑΠΟ ΤΗ ΣΧΕΣΗ (4.4)	137
ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ 4.10	ΤΙΜΕΣ ΚΑΤΑΛΟΙΠΩΝ ΑΠΟ ΤΗ ΣΧΕΣΗ (4.5)	138

**ΑΝΤΙΣΤΑΘΜΙΣΗ ΚΙΝΔΥΝΟΥ ΜΕ ΤΗ ΧΡΗΣΗ
ΣΥΜΒΟΛΑΙΩΝ FUTURES**

**Μιχάλης Ι. Ζελενίτσας
Διπλωματική Εργασία
ΠΜΣ.ΔΕ**

2003

ΑΝΤΙΣΤΑΘΜΙΣΗ ΚΙΝΔΥΝΟΥ ΜΕ ΤΗ ΧΡΗΣΗ

ΣΥΜΒΟΛΑΙΩΝ FUTURES

ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Η παρούσα εργασία ξεκινάει αναπτύσσοντας τη διαδικασία διαμόρφωσης των θεωρητικών τιμών των συμβολαίων futures, η οποία στηρίζεται στις αρχές τιμολόγησης των συμβολαίων forward σε περίπτωση που τα επιτόκια της αγοράς είναι δεδομένα και δεν υπάρχει κίνδυνος αθέτησης των υποχρεώσεων των συμβαλλόμενων μερών. Τα συμβόλαια futures που τιμολογούνται είναι τα βασικά, με υποκείμενα περιουσιακά στοιχεία εμπορεύματα, δείκτες μετοχών, συνάλλαγμα, ομόλογα, έντοκα γραμμάτια και ευροδολάρια. Στη συνέχεια, η εργασία διαπραγματεύεται την αντιστάθμιση κινδύνου με τη χρήση των εν λόγω συμβολαίων, εξετάζοντας το θέμα σε θεωρητικό και εμπειρικό επίπεδο.

Η θεωρητική εξέταση βασίζεται στη θεωρία χαρτοφυλακίου, σύμφωνα με την οποία υπολογίζεται ο άριστος δείκτης αντιστάθμισης, ο αριθμός δηλαδή των συμβολαίων futures που χρειάζονται για να αντισταθμιστεί μια θέση στη spot αγορά. Ο υπολογισμός του δείκτη στηρίζεται στην ελαχιστοποίηση του κινδύνου της αντισταθμισμένης θέσης του επενδυτή. Στο σημείο αυτό γίνεται προσπάθεια προσδιορισμού δείκτη αντιστάθμισης, ο οποίος λαμβάνει υπ' όψιν τόσο τον κίνδυνο όσο και την απόδοση. Επίσης, παρουσιάζονται μέθοδοι υπολογισμού δεικτών, οι οποίοι βασίζονται στη μέση διάρκεια και το συστηματικό κίνδυνο. Πριν την εμπειρική ανάλυση η εργασία εξετάζει οικονομετρικές μεθόδους εκτίμησης του δείκτη αντιστάθμισης. Αυτές είναι η παλινδρόμηση, το διμεταβλητό μοντέλο VAR, το υπόδειγμα διόρθωσης σφάλματος και το μοντέλο GARCH, το οποίο δίνει δείκτες αντιστάθμισης μεταβαλλόμενους στο χρόνο σε αντίθεση με τις υπόλοιπες μεθόδους. Παράλληλα, εξετάζει την επίδραση μιας πιθανής σχέσης συνολοκλήρωσης των spot τιμών και των τιμών των συμβολαίων futures στην αντιστάθμιση κινδύνου.

Σε εμπειρικό επίπεδο οι περισσότερες έρευνες για την αντιστάθμιση κινδύνου με τη χρήση συμβολαίων futures στηρίζονται σε οικονομετρικές τεχνικές. Η εργασία αυτή στηρίζεται στη μέθοδο της παλινδρόμησης και στο υπόδειγμα διόρθωσης σφάλματος για την εξαγωγή συμπερασμάτων που αφορούν στην

αποτελεσματικότητα της αντιστάθμισης με συμβόλαια futures στο δείκτη NYSE COMPOSITE. Η αποτελεσματικότητα εκφράζεται με τη μείωση της διακύμανσης των αντισταθμισμένων χαρτοφυλακίων. Και οι δυο μέθοδοι συντελούν σε σημαντική μείωση της διακύμανσης. Η μείωση είναι ελάχιστα μεγαλύτερη με τη μέθοδο της παλινδρόμησης. Ο δείκτης αντιστάθμισης που εκτιμάται από το υπόδειγμα διόρθωσης σφάλματος είναι μεγαλύτερος από το δείκτη που δίνει η παλινδρόμηση, πράγμα το οποίο προκύπτει από την εισαγωγή στο υπόδειγμα διόρθωσης σφάλματος της μεταβλητής συνολοκλήρωσης των spot τιμών και των τιμών των συμβολαίων futures.

ΑΝΤΙΣΤΑΘΜΙΣΗ ΚΙΝΔΥΝΟΥ ΜΕ ΤΗ ΧΡΗΣΗ ΣΥΜΒΟΛΑΙΩΝ FUTURES

Τιμολόγηση συμβολαίων futures, εξέταση άριστης αντιστάθμισης κινδύνου, εκτίμηση δεικτών αντιστάθμισης με τη μέθοδο της παλινδρόμησης, με το διμεταβλητό μοντέλο VAR, με το υπόδειγμα διόρθωσης σφάλματος και το μοντέλο GARCH, επίδραση σχέσης συνολοκλήρωσης των spot τιμών και των τιμών των συμβολαίων futures στην αντιστάθμιση κινδύνου και έλεγχος της αποτελεσματικότητας της αντιστάθμισης με τη χρήση συμβολαίων futures στο δείκτη NYSE COMPOSITE.

Μιχάλης Ι. Ζελενίτσας
Πτυχίο Οικονομικής Επιστήμης Πανεπιστημίου Πειραιώς

Υποβληθείσα για το Μεταπτυχιακό Δίπλωμα
στη Διοίκηση Επιχειρήσεων

Τμήμα Οργάνωσης και Διοίκησης Επιχειρήσεων

Πανεπιστήμιο Πειραιώς

2003

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1

ΑΡΧΕΣ ΤΙΜΟΛΟΓΗΣΗΣ ΣΥΜΒΟΛΑΙΩΝ

FORWARD ΚΑΙ FUTURES

1.1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Τα συμβόλαια forward και futures γνωστά ως προθεσμιακά συμβόλαια και συμβόλαια μελλοντικής εκπλήρωσης αντίστοιχα είναι βασικά παράγωγα χρηματοοικονομικά προϊόντα. Ως παράγωγο προϊόν θεωρείται μια διμερής σύμβαση της οποίας η αξία παράγεται και εξαρτάται από την αξία μιας άλλης, πιο βασικής υποκείμενης μεταβλητής και γι' αυτό τέτοιου είδους συμβάσεις ονομάζονται και εξαρτώμενες απαιτήσεις (contingent claims). Μεταβλητές από τις οποίες εξαρτάται η αξία ενός παράγωγου χρηματοοικονομικού προϊόντος είναι κατά κανόνα εμπορεύματα, μετοχές, δείκτες μετοχών, ομόλογα, έντοκα γραμμάτια, επιτόκια, συνάλλαγμα και χρηματιστηριακοί δείκτες. Τα συμβόλαια forward διαπραγματεύονται ιδιωτικά και εκτελούνται εκτός οργανωμένων αγορών, αποτελώντας εξωχρηματιστηριακά παράγωγα (Over The Counter – OTC Derivatives), ενώ τα συμβόλαια futures τελούν υπό διαπραγμάτευση σε οργανωμένες αγορές, αποτελώντας χρηματιστηριακά παράγωγα (Exchange Traded Derivatives – ETD).

Κατά την τελευταία δεκαετία παρατηρήθηκε ραγδαία εξέλιξη σε όλο τον κόσμο στα παράγωγα προϊόντα λόγω της θετικής τους συμβολής στις χρηματοπιστωτικές αγορές. Τα οφέλη που προκύπτουν από αυτά είναι πολύ σημαντικά, διότι είναι εργαλεία σταθεροποίησης, εξομάλυνσης και περιορισμού των κινδύνων των οικονομικών συναλλαγών και συγχρόνως είναι μέσα εξασφάλισης αποδόσεων εκ μέρους των επενδυτών. Ειδικότερα, στη διαχείριση και στην μετακύλιση του κινδύνου τα παράγωγα βοηθούν τις επιχειρήσεις να αναλάβουν έργα, τα οποία θα ήταν ακατόρθωτα χωρίς τις προηγμένες τεχνικές διαχείρισης κινδύνου που αυτά προσφέρουν.

Τα παράγωγα είναι επίσης χαρακτηριστικά για την παροχή πληροφοριών στους επενδυτές. Η διαπραγμάτευσή τους αποδίδει στο κοινό προβλέψιμες τιμές που παρέχουν πληροφόρηση στην αγορά για την πραγματική αξία ορισμένων επενδυτικών στοιχείων και για τη μελλοντική κατεύθυνση της οικονομίας. Τα παράγωγα προϊόντα ομαλοποιούν και ορθολογικοποιούν τις τιμές στην υποκείμενη αγορά. Καθιστούν τις τιμές συγκρίσιμες και συμβάλλουν στη διαφάνεια της αγοράς. Σε περιπτώσεις που υπάρχει σημαντική διαφορά στις τιμές μεταξύ αγοράς υποκείμενων προϊόντων και αγοράς παραγώγων, αυτομάτως ελαχιστοποιείται μέσω της εξισορροπητικής κερδοσκοπίας (arbitrage). Κατά αυτόν τον τρόπο οι τιμές του παράγωγου προϊόντος και του υποκειμένου είναι πιθανότερο να πλησιάζουν την πραγματική αξία τους με αποτέλεσμα να εντείνεται το συναλλακτικό ενδιαφέρον και η συναλλακτική δραστηριότητα τόσο στα παράγωγα όσο και στα πρωτογενή προϊόντα (τα υποκείμενα). Έτσι, οι συναλλαγές σε

παράγωγα βοηθούν τις οικονομικές μονάδες να ανακαλύψουν τις ακριβείς τιμές, καθώς αυξάνουν την ποσότητα και την ποιότητα της πληροφορίας για τις τιμές, τις βοηθούν να πάρουν αποφάσεις, βελτιώνουν την ποιότητα των οικονομικών αποφάσεών τους, ακόμη και όταν οι ίδιες δεν συναλλάσσονται σε παράγωγα προϊόντα, και γενικά συντελούν στην αποτελεσματική κατανομή των πόρων.

Το κεφαλαίο ξεκινάει την τιμολόγηση των συμβολαίων forward και στη συνέχεια εξετάζονται τα συμβόλαια futures. Η τιμολόγηση των συμβολαίων futures βασίζεται σε αυτήν των συμβολαίων forward. Το υπόλοιπο μέρος αφορά στην κατηγοριοποίηση των συμβολαίων futures σύμφωνα με το είδος των υποκείμενων περιουσιακών στοιχείων τους. Οι βασικές κατηγορίες είναι τα συμβόλαια σε εμπορεύματα, τα συμβόλαια σε δείκτες μετοχών, τα συμβόλαια σε συνάλλαγμα και τα συμβόλαια futures επιτοκίου.

1.2 ΣΥΜΒΟΛΑΙΟ FORWARD

Ένα συμβόλαιο forward είναι μια συμφωνία αγοράς ή πώλησης ενός περιουσιακού στοιχείου σε μια συγκεκριμένη μελλοντική χρονική στιγμή σε καθορισμένη τιμή. Τα συμβόλαια forward διαπραγματεύονται σε εξωχρηματιστηριακές αγορές (over the counter markets) μεταξύ χρηματοπιστωτικών ιδρυμάτων ή μεταξύ χρηματοπιστωτικών ιδρυμάτων και πελατών τους. Το ένα από τα δύο συμβαλλόμενα μέρη συμφωνεί να αγοράσει το υποκείμενο στοιχείο, λαμβάνοντας

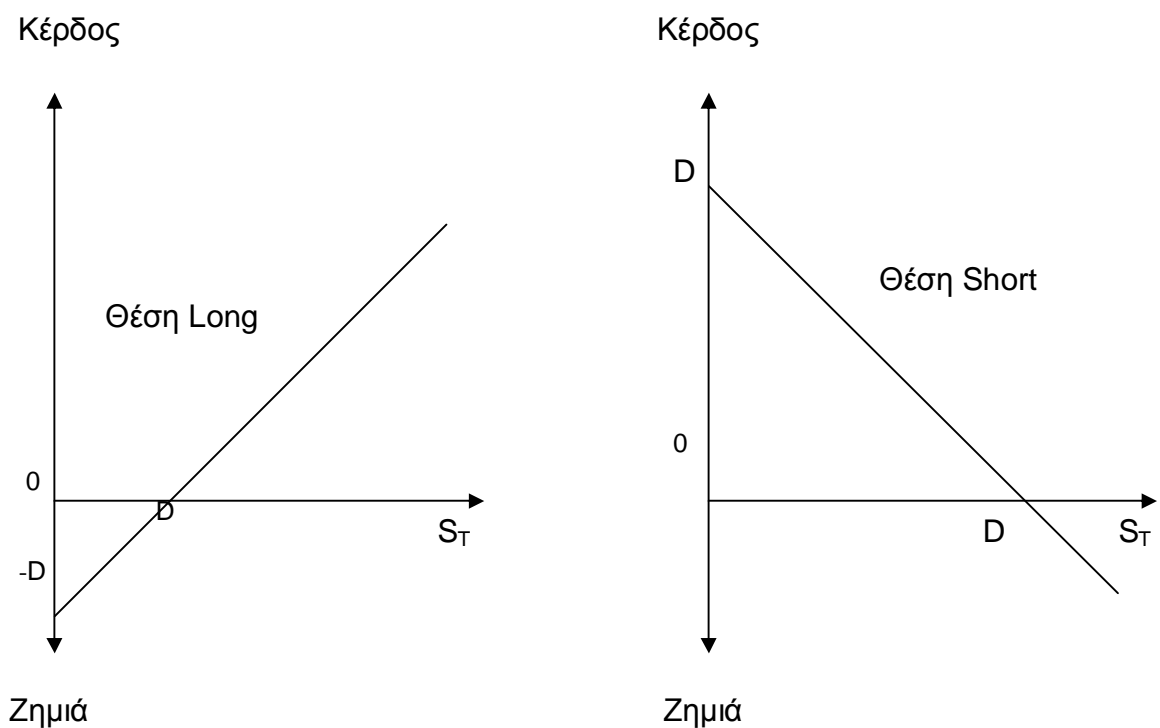
θέση long και το άλλο να το πωλήσει στην ίδια ημερομηνία και τιμή, λαμβάνοντας θέση short.

Αμέσως παρακάτω περιγράφονται βασικές έννοιες των συμβολαίων και η τιμολόγησή τους. Για την τελευταία απαραίτητη είναι η διάκριση των συμβολαίων forward σε συμβόλαια σε επενδυτικά περιουσιακά στοιχεία και σε συμβόλαια σε καταναλωτικά περιουσιακά στοιχεία. Επιπρόσθετα, για τα συμβόλαια σε επενδυτικά περιουσιακά στοιχεία είναι απαραίτητος ο διαχωρισμός τους ανάλογα με το αν τα υποκείμενα επενδυτικά περιουσιακά στοιχεία παρέχουν εισόδημα ή όχι.

1.2.1 ΒΑΣΙΚΕΣ ΕΝΝΟΙΕΣ

Η καθορισμένη τιμή στην οποία συμφωνούν να λάβουν θέσεις τα συμβαλλόμενα μέρη στο συμβόλαιο forward είναι η τιμή παράδοσης (delivery price). Τη χρονική στιγμή που υπογράφεται το συμβόλαιο η τιμή παράδοσης είναι τέτοια ώστε η αξία του συμβολαίου (value of the contract) για τα δύο μέρη να είναι ίση με μηδέν, που σημαίνει ότι το κόστος για λήψη θέσης long ή short είναι μηδενικό. Η τιμή ενός συγκεκριμένου συμβολαίου forward (forward price) σε μια δεδομένη χρονική στιγμή είναι ίση με την τιμή παράδοσης που θα καθαριζόταν σε περίπτωση που υπογραφόταν το συμβόλαιο εκείνη τη χρονική στιγμή.

Στη λήξη του συμβολαίου ο κάτοχος της θέσης short παραδίδει το περιουσιακό στοιχείο στον κάτοχο της θέσης long με αντάλλαγμα τη λήψη χρηματικού ποσού ίσο με την τιμή παράδοσης. Η αξία του συμβολαίου σε οποιαδήποτε χρονική στιγμή εξαρτάται από την τρέχουσα τιμή (spot price) του περιουσιακού στοιχείου. Στην έναρξη του συμβολαίου η αξία του είναι μηδέν. Αργότερα η αξία εξαρτάται από τις κινήσεις της τρέχουσας τιμής του περιουσιακού στοιχείου. Αν η τρέχουσα τιμή αυξηθεί, η αξία της θέσης long από μηδενική γίνεται θετική και η αξία της θέσης short από μηδενική γίνεται αρνητική. Σε περίπτωση που η τρέχουσα τιμή μειωθεί, έχουμε τα αντίθετα αποτελέσματα.

**ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ 1.1****ΚΕΡΔΟΣ ΚΑΙ ΖΗΜΙΑ ΑΠΟ ΕΝΑ ΣΥΜΒΟΛΑΙΟ FORWARD**

Έστω D η τιμή παράδοσης του περιουσιακού στοιχείου και S_T η τρέχουσα τιμή του στη λήξη του συμβολαίου forward (χρονική στιγμή T). Από το Διάγραμμα 1.1 παρατηρούμε ότι το κέρδος από τη λήψη θέσης long είναι:

$$S_T - D$$

ενώ το κέρδος για τους κατόχους θέσης short είναι:

$$D - S_T$$

Εάν D είναι μεγαλύτερο από S_T η λήψη θέσης long επιφέρει ζημιά ίση με $D - S_T$, ενώ εάν S_T είναι μεγαλύτερο από D από τη λήψη θέσης short θα έχουμε ζημιά ίση με $S_T - D$. Έτσι, εφόσον το κόστος για λήψη θέσης long ή short είναι μηδενικό, τα παραπάνω κέρδη (ή ζημιές) για τους επενδυτές είναι τα συνολικά ποσά που κερδίζουν (ή χάνουν) από το συμβόλαιο.

1.2.2 ΤΙΜΟΛΟΓΗΣΗ ΣΥΜΒΟΛΑΙΟΥ FORWARD

Η τιμή F_0 ενός συμβολαίου forward σε επενδυτικό περιουσιακό στοιχείο που δεν παρέχει εισόδημα δίνεται από τη σχέση:

$$F_0 = S_0 e^{rT} \quad (1.1)$$

όπου T : η χρονική στιγμή στην οποία λήγει το συμβόλαιο

S_0 : η τιμή του υποκείμενου περιουσιακού στοιχείου σήμερα

F_0 : η τιμή του συμβολαίου forward σήμερα

r : το ετήσιο άνευ κινδύνου επιτόκιο (με συνεχή ανατοκισμό)
για επένδυση που λήγει στη χρονική στιγμή T .

Για να ισχύει η παραπάνω ισότητα θα πρέπει να πληρούνται οι παρακάτω προϋποθέσεις:

Δεν υφίσταται κόστος συναλλαγών για τους συμμετέχοντες στην αγορά.

Ισχύει ο ίδιος φορολογικός συντελεστής στα καθαρά κέρδη από τις συναλλαγές για όλους τους συμμετέχοντες στην αγορά.

Οι συναλλασσόμενοι μπορούν να δανείζονται και να δανείζουν με το ίδιο άνευ κινδύνου επιτόκιο.

Οι συμμετέχοντες στην αγορά εκμεταλλεύονται τις ευκαιρίες για εξισορροπητική κερδοσκοπία (arbitrage) όταν αυτές εμφανίζονται.

Εάν $F_0 > S_0 e^{rT}$ δημιουργείται ευκαιρία για arbitrage. Οι επενδυτές κερδίζουν αγοράζοντας το υποκείμενο περιουσιακό στοιχείο και λαμβάνοντας θέση short στο συμβόλαιο forward. Αντίθετα, εάν $F_0 < S_0 e^{rT}$ οι επενδυτές κερδίζουν πωλώντας το περιουσιακό στοιχείο και λαμβάνοντας θέση long στο συμβόλαιο forward. Ύστερα από την παρέμβαση των επενδυτών η αγορά ισορροπεί και ισχύει η σχέση 1.1, η οποία δίνει τη θεωρητική τιμή του συμβολαίου futures.

Επίσης, η τιμή ενός συμβολαίου forward σε επενδυτικό περιουσιακό στοιχείο που παρέχει γνωστό εισόδημα σε μετρητά με παρούσα αξία I σχηματίζεται από την ακόλουθη σχέση:

$$F_0 = (S_0 - I)e^{rT} \quad (1.2)$$

και από τη σχέση:

$$F_0 = S_0 e^{(r - q)T} \quad (1.3)$$

εάν το υποκείμενο επενδυτικό περιουσιακό στοιχείο παρέχει γνωστή συνεχή μερισματική απόδοση τοις εκατό q .

Η αξία f σήμερα ενός συμβολαίου forward θέσης long (είτε σε επενδυτικό είτε σε καταναλωτικό περιουσιακό στοιχείο) δίνεται από τη σχέση:

$$f = (F_0 - D)e^{-rT} \quad (1.4)$$

όπου D η τιμή παράδοσης. Η σχέση 1.4 ισχύει είτε το υποκείμενο περιουσιακό στοιχείο είναι επενδυτικό όπως είναι ο χρυσός, είτε είναι καταναλωτικό όπως είναι ο χαλκός. Από τις σχέσεις 1.1 και 1.4 η αξία f ενός συμβολαίου forward θέσης long σε ένα επενδυτικό περιουσιακό στοιχείο που δεν παρέχει εισόδημα είναι:

$$f = S_0 - De^{-rT} \quad (1.5)$$

Για επενδυτικό περιουσιακό στοιχείο που παρέχει γνωστό εισόδημα σε μετρητά με παρούσα αξία I από τις σχέσεις 1.2 και 1.4 προκύπτει:

$$f = S_0 - I - De^{-rT} \quad (1.6)$$

ενώ αντίστοιχα από τις σχέσεις 1.3 και 1.4 έχουμε:

$$f = S_0e^{-qT} - De^{-rT} \quad (1.7)$$

για επενδυτικό περιουσιακό στοιχείο που παρέχει γνωστή συνεχή μερισματική απόδοση τοις εκατό q .

1.3 ΣΥΜΒΟΛΑΙΟ FUTURES

Ένα συμβόλαιο futures είναι μία συμφωνία μεταξύ δύο μερών για αγορά ή πώληση ενός περιουσιακού στοιχείου σε μια συγκεκριμένη μελλοντική χρονική στιγμή σε καθορισμένη τιμή. Τα συμβόλαια futures διαπραγματεύονται σε οργανωμένα χρηματιστήρια και διαφέρουν από τα συμβόλαια forward στο ότι περιέχουν στους όρους τους συγκεκριμένη ημερομηνία παράδοσης του υποκείμενου περιουσιακού στοιχείου. Το συμβόλαιο αναφέρεται με το μήνα παράδοσης του περιουσιακού στοιχείου, ενώ το χρηματιστήριο ορίζει την περίοδο παράδοσης μέσα στο μήνα. Τα συμβόλαια είναι τυποποιημένα, έχουν διάφορους μήνες παράδοσης και οι τιμές

τους υπόκεινται σε όρια διακύμανσης σε ημερήσια βάση. Όσον αφορά συμβόλαια σε εμπορεύματα προσδιορίζεται η ποσότητα, η ποιότητα, καθώς και η τοποθεσία παράδοσης σε κάθε συμβόλαιο. Ένα άλλο χαρακτηριστικό των συμβολαίων futures είναι ότι μπορεί κανείς να διακόψει το συμβόλαιό του λαμβάνοντας αντίθετη θέση (από long θέση short και από short θέση long). Τέλος, καθημερινά λαμβάνει χώρα εκκαθάριση των συναλλαγών και εφόσον ο συμβαλλόμενος κερδίζει ή χάνει, τοποθετείται ή αφαιρείται από το λογαριασμό του στο τέλος κάθε μέρας συναλλαγών το αντίστοιχο ποσό (marking-to-market) σε αντίθεση με τα συμβόλαια forward που η εκκαθάριση λαμβάνει χώρα στη λήξη των συμβολαίων.

Παρακάτω εξετάζονται η φύση των συναλλασσόμενων σε συμβόλαια futures και η διαδικασία εκκαθάρισης των συναλλαγών στα εν λόγω συμβόλαια στις χρηματιστηριακές αγορές. Στη συνέχεια αναλύονται θέματα που αφορούν στην τιμολόγηση των συμβολαίων futures και στο χαρακτηρισμό των αγορών των εν λόγω συμβολαίων ανάλογα το ύψος των τιμών τους και το ύψος των υποκείμενων περιουσιακών στοιχείων τους.

1.3.1 ΒΑΣΙΚΕΣ ΕΝΝΟΙΕΣ

Τα συμβόλαια futures διαπραγματεύονται στα χρηματιστήρια από τους traders (συναλλασσόμενοι – διαπραγματευτές). Οι traders πραγματοποιούν συναλλαγές είτε για λογαριασμό τους (locals) είτε για τρίτους (commission brokers). Υπάρχουν

Διάφοροι τύποι traders ανάλογα με τη στρατηγική και το είδος trading (συναλλαγής). Ανάλογα με τη στρατηγική trading που χρησιμοποιούν διακρίνονται σε hedgers, speculators, spreaders και arbitrageurs. Οι hedgers (αντισταθμιστές κινδύνου) χρησιμοποιούν τα συμβόλαια futures για να αντισταθμίσουν τον κίνδυνό τους, είτε έχουν ήδη αγοράσει ή πωλήσει ένα περιουσιακό στοιχείο, είτε σκοπεύουν να αγοράσουν ή να πωλήσουν στο μέλλον. Σε περίπτωση που έχουν αγοράσει ένα περιουσιακό στοιχείο με τη λήψη θέσης short στην αγορά των συμβολαίων futures περιορίζουν τη ζημιά τους εάν μειωθεί η τιμή του. Οι speculators (κερδοσκόποι) προσπαθούν να κερδίσουν από προβλέψεις που κάνουν για την κατεύθυνση της αγοράς. Ο ρόλος τους είναι σημαντικός στην αγορά, καθώς αναλαμβάνουν τον κίνδυνο που προσπαθούν να εξαλείψουν οι hedgers. Οι spreaders χρησιμοποιούν τα spread των συμβολαίων futures για να κερδίσουν με ανάληψη ελάχιστου κινδύνου. Λαμβάνουν θέση long σε ένα συμβόλαιο futures και θέση short σε ένα άλλο, αναμένοντας κέρδος από τη μία θέση και ζημιά από την άλλη. Οι arbitrageurs (εξισορροπητικοί κερδοσκόποι) προσπαθούν να αποκομίσουν κέρδος από διαφορές στις θεωρητικές τιμές των συμβολαίων χωρίς την ανάληψη κινδύνου. Μετά την επέμβαση των arbitrageurs η αγορά επανέρχεται σε ισορροπία.

Ανάλογα με το είδος trading οι συναλλασσόμενοι διακρίνονται σε scalpers, day traders και position traders. Οι scalpers προσπαθούν να κερδίσουν από μικρές διαφορές στην τιμή του συμβολαίου. Σπάνια κρατούν τις θέσεις τους περισσότερο από μερικά λεπτά. Επειδή το κόστος συναλλαγών γι' αυτούς είναι χαμηλό μπορούν να κερδίζουν από μικρές κινήσεις των τιμών. Οι day traders κρατούν τις θέσεις

τους το πολύ για μια ημέρα συναλλαγών. Δεν αναλαμβάνουν τον κίνδυνο που μπορεί να ενέχει το διάστημα μίας νύχτας ή ενός σαββατοκύριακου. Τέλος, οι position traders κρατούν τις θέσεις τους για μεγαλύτερο διάστημα από τους scalpers και τους day traders.

Για να λάβουν θέση αγοράς ή πώλησης στο χρηματιστήριο παραγώγων οι traders θα πρέπει να καταθέσουν ένα αρχικό περιθώριο (initial margin) στο λογαριασμό περιθωρίου ασφάλειας (margin account) που διατηρούν σε μέλος της εταιρίας εκκαθάρισης, η οποία αποτελεί συμπλήρωμα του χρηματιστηρίου σε περίπτωση που οι ίδιοι δεν είναι μέλη της. Το μέλος της εταιρίας εκκαθάρισης κάνει την κατάλληλη εγγραφή στα λογιστικά του βιβλία και της υποβάλλει μέρος του αρχικού περιθωρίου. Το ποσό του margin account δεν πρέπει να γίνει αρνητικό και για το λόγο αυτό καθορίζεται από την εταιρία εκκαθάρισης ελάχιστο περιθώριο (maintenance margin) που είναι μικρότερο του initial margin. Τα μέλη της εταιρίας εκκαθάρισης διατηρούν σε αυτή αντίστοιχο με τον margin account λογαριασμό, ο οποίος ονομάζεται clearing margin. Αντίστοιχο του maintenance margin για τα μέλη της εταιρίας εκκαθάρισης είναι το original margin.

Κάθε μέρα η εταιρία εκκαθάρισης υπολογίζει για κάθε μέλος της τις ζημιές και τα κέρδη του που προκύπτουν από τη διαφορά μεταξύ της ημερήσιας τιμής διακανονισμού (settlement price) και της τιμής διακανονισμού της προηγούμενης ημέρας πολλαπλασιασμένη με τον αριθμό των ανοικτών θέσεων. Η τιμή διακανονισμού είναι ο μέσος όρος των τιμών των συμβολαίων που

διαπραγματεύονται τα τελευταία λεπτά της συνεδρίασης. Η ζημιά αφαιρείται από το margin account, ενώ το κέρδος προστίθεται σε αυτόν από την εταιρία εκκαθάρισης πριν ξεκινήσουν οι συναλλαγές την επόμενη ημέρα. Εάν το υπόλοιπο του λογαριασμού του trader πέσει κάτω από το maintenance margin ο trader αναγκάζεται να καταθέσει τέτοιο ποσό, ώστε το υπόλοιπο να είναι ίσο με το initial margin. Πέρα από μετρητά ο trader μπορεί να καταθέσει χρηματοοικονομικούς τίτλους. Η καθημερινή αυτή διαδικασία αποτίμησης είναι γνωστή ως marking-to-market .

1.3.2 ΤΙΜΟΛΟΓΗΣΗ ΣΥΜΒΟΛΑΙΟΥ FUTURES

Οι τιμές των συμβολαίων futures ισούνται κάτω από προϋποθέσεις με τις τιμές των συμβολαίων forward. Βασική προϋπόθεση είναι να μην υφίσταται κίνδυνος αθέτησης των υποχρεώσεων των συμβαλλόμενων μερών. Επίσης, μια άλλη σημαντική προϋπόθεση είναι η ύπαρξη σταθερών επιτοκίων ή τουλάχιστον αυτά να είναι γνωστά εκ των προτέρων. Σε περίπτωση που το ύψος των επιτοκίων είναι αβέβαιο, οι συναλλασσόμενοι δε μπορούν να προσδιορίσουν ακριβώς τον αριθμό των συμβολαίων futures στα οποία πρέπει να λάβουν θέση και έτσι οι τιμές των συμβολαίων forward και futures μπορεί να διαφέρουν. Αυτό γίνεται εμφανές με το ακόλουθο παράδειγμα. Έστω, ότι η τρέχουσα τιμή του υποκείμενου περιουσιακού στοιχείου αυξάνει κατά τη διάρκεια της ζωής ενός συμβολαίου futures. Οι κάτοχοι θέσης long θα λάβουν θετικές χρηματικές ροές από τη διαδικασία marking-to-

market. Αν στην ίδια χρονική διάρκεια τα επιτόκια αυξάνονται, η καθημερινή επανεπένδυση των κερδών θα επιφέρει μεγαλύτερο τόκο. Σε περίπτωση που η τρέχουσα τιμή του υποκείμενου περιουσιακού στοιχείου μειωθεί, οι κάτοχοι θέσης long θα έχουν ζημιές. Όμως, εάν αυτές οι ζημιές συμβούν κατά τη χρονική διάρκεια πτώσης των επιτοκίων μπορούν να καλυφθούν μέσω δανεισμού με όλο και χαμηλότερα επιτόκια. Έτσι, παραλείποντας τον κίνδυνο αθέτησης των υποχρεώσεων, εφόσον τα επιτόκια και οι τρέχουσες τιμές των υποκείμενων περιουσιακών στοιχείων των συμβολαίων futures συσχετίζονται θετικά, τα συμβόλαια futures προσφέρουν ένα πλεονέκτημα σε σχέση με τα συμβόλαια forward. Όταν η τρέχουσα τιμή του υποκείμενου στοιχείου και τα επιτόκια κινούνται σε αντίθετη κατεύθυνση, τα κέρδη από τις αυξήσεις της τρέχουσας τιμής θα επανεπενδύονται σε περιβάλλον με όλο και χαμηλότερο επίπεδο επιτοκίων. Οι ζημιές από την πτώση της τρέχουσας τιμής θα καλυφθούν μέσω δανεισμού με όλο και υψηλότερα επιτόκια. Επομένως, τα συμβόλαια forward θα προτιμηθούν και η τιμή τους θα υπερβεί αυτή των συμβολαίων futures.

Η επίδραση του κινδύνου αθέτησης στις τιμές των συμβολαίων είναι ένα αρκετά δύσκολο να εκτιμηθεί. Ας υποθέσουμε ότι τα δύο μέρη του συμβολαίου αποτελούνται από ένα φερέγγυο μέρος που επιθυμεί να λάβει θέση long και ένα που μπορεί να αθετήσει τις υποχρεώσεις του και επιθυμεί να λάβει θέση short. Σε περίπτωση που το συμβόλαιο είναι forward θα απαιτηθεί από το φερέγγυο πρόσωπο αποζημίωση λόγω της ανάληψης κινδύνου. Αυτό μπορεί να επιτευχθεί με χαμηλότερη τιμή από αυτή που θα συμφωνούσαν σε περίπτωση που ήταν και

οι δύο φερέγγυοι. Εάν το μέρος που θα λάβει θέση short είναι τα φερέγγυο, τότε η τιμή του συμβολαίου forward θα είναι υψηλότερη. Επομένως, η τιμή του συμβολαίου forward εξαρτάται από τον πιστωτικό κίνδυνο των αντισυμβαλλόμενων μερών. Σε περίπτωση, όμως, που θέλουν να διαπραγματευτούν συμβόλαια futures πρέπει να αντιστοιχεί σε αυτά ένα ελάχιστο αποδεκτό επίπεδο κινδύνου. Το κάθε μέρος έχει διαφορετικό επίπεδο κινδύνου από το άλλο, ενώ το κόστος και για τα δύο μέρη είναι το ίδιο, με αποτέλεσμα το φερέγγυο μέρος να έχει ένα πρόσθετο κόστος συναλλαγών. Κατά συνέπεια, το φερέγγυο μέρος θα προτιμήσει συμβόλαια forward. Το αφερέγγυο μέρος θα προτιμήσει αντίστοιχα συμβόλαια futures. Άρα οι τιμές των συμβολαίων θα επηρεαστούν από τον κίνδυνο αθέτησης των υποχρεώσεων, χωρίς ωστόσο να μπορούμε να ξεκαθαρίσουμε ως προς ποια κατεύθυνση θα κινηθεί η αγορά ως σύνολο. Αυτή θα προσδιορισθεί από την προσφορά και τη ζήτηση των συμβολαίων και το είδος των επενδυτών.

Η τιμή του συμβολαίου futures θεωρείται ότι ισούται με την αναμενόμενη spot τιμή του υποκείμενου περιουσιακού στοιχείου στο μέλλον. Ο John Maynard Keynes και ο John Hicks υποστήριξαν ότι εάν οι hedgers τείνουν να λαμβάνουν θέσεις short και οι κερδοσκόποι τείνουν να λαμβάνουν θέσεις long, η τιμή των συμβολαίων futures θα είναι μικρότερη από την αναμενόμενη μελλοντική spot τιμή του υποκείμενου στοιχείου. Αυτό ισχύει γιατί οι κερδοσκόποι απαιτούν αποζημίωση για τον κίνδυνο που αναλαμβάνουν. Θα προχωρήσουν σε συναλλαγή μόνο εάν υπάρχει προσδοκία ότι η τιμή των συμβολαίων futures θα αυξηθεί στο μέλλον. Οι hedgers από την άλλη μεριά επειδή μειώνουν τον κίνδυνό τους είναι

προετοιμασμένοι για να λάβουν θέσεις σε συμβόλαια στα οποία θα έχουν μικρή ζημιά. Εάν οι hedgers τείνουν να λαμβάνουν θέσεις long και οι κερδοσκόποι θέσεις short ο Keynes και ο Hicks υποστήριξαν ότι η τιμή του συμβολαίου futures πρέπει να είναι μεγαλύτερη από την αναμενόμενη μελλοντική τιμή του υποκείμενου στοιχείου. Αυτό ισχύει γιατί οι κερδοσκόποι πρέπει να αποζημιωθούν για τον κίνδυνο τον οποίο αναλαμβάνουν και θα πρέπει να επικρατούν προσδοκίες μείωσης της τιμής των συμβολαίων futures στο μέλλον.

Γενικά, όσο μεγαλύτερος είναι ο κίνδυνος μίας επένδυσης τόσο μεγαλύτερη είναι η απόδοση που απαιτείται από ένα επενδυτή. Το Υπόδειγμα Αποτίμησης Περιουσιακών στοιχείων (CAPM) οδηγεί στο συμπέρασμα ότι υπάρχουν δύο τύποι κινδύνου στην οικονομία: ο συστηματικός και ο μη συστηματικός. Ο μη συστηματικός δεν πρέπει να είναι σημαντικός για ένα επενδυτή. Αυτό ισχύει γιατί μπορεί να εξαλειφθεί πλήρως με τη δημιουργία από τον επενδυτή ενός καλά διαφοροποιημένου χαρτοφυλακίου. Ο επενδυτής δε θα πρέπει συνεπώς να απαιτεί μεγαλύτερη αναμενόμενη απόδοση για την ανάληψη μη συστηματικού κινδύνου. Ο συστηματικός κίνδυνος από την άλλη πλευρά δε μπορεί να εξαλειφθεί με διαφοροποίηση χαρτοφυλακίου. Έτσι, ένας επενδυτής απαιτεί υψηλότερη αναμενόμενη απόδοση από το επιτόκιο άνευ κινδύνου για να αναλάβει θετική ποσότητα συστηματικού κινδύνου. Επίσης, ένας επενδυτής είναι προετοιμασμένος να δεχθεί χαμηλότερη αναμενόμενη απόδοση από επιτόκιο άνευ κινδύνου για αναλάβει αρνητική ποσότητα συστηματικού κινδύνου.

Έστω ότι ένας κερδοσκόπος λαμβάνει θέση long σε ένα συμβόλαιο futures με την ελπίδα ότι η τιμή του υποκείμενου περιουσιακού στοιχείου θα είναι μεγαλύτερη από την τιμή του συμβολαίου στη λήξη του. Υποθέτουμε ότι ο κερδοσκόπος τοποθετεί σήμερα την παρούσα αξία της τιμής του συμβολαίου futures σε επένδυση άνευ κινδύνου και ταυτόχρονα λαμβάνει θέση long στο συμβόλαιο futures. Επίσης, υποθέτουμε ότι το συμβόλαιο futures μπορεί να θεωρηθεί συμβόλαιο forward με ημερομηνία παράδοσης T . Οι εισπράξεις από την επένδυση άνευ κινδύνου χρησιμοποιούνται για την αγορά του περιουσιακού στοιχείου στην ημερομηνία παράδοσης. Το περιουσιακό στοιχείο αμέσως πωλείται στην τρέχουσα τιμή του. Αυτό σημαίνει ότι οι χρηματικές ροές για τον κερδοσκόπο είναι:

$$\text{χρονική στιγμή } 0: -F_0e^{-rT}$$

και

$$\text{χρονική στιγμή } T: +S_T$$

όπου S_T είναι η τιμή του υποκείμενου περιουσιακού στοιχείου στη χρονική στιγμή T . Η παρούσα αξία αυτής της επένδυσης είναι:

$$-F_0e^{-rT} + E(S_T)e^{-kT}$$

όπου k είναι το κατάλληλο προεξοφλητικό επιτόκιο για την επένδυση (ή η αναμενόμενη απόδοση που απαιτούν οι επενδυτές) και E συμβολίζει την

αναμενόμενη αξία. Υποθέτοντας ότι όλες οι επενδυτικές ευκαιρίες στις αγορές χρεογράφων έχουν μηδενική καθαρή παρούσα αξία, ισχύει:

$$-F_0 e^{-rT} + E(S_T) e^{-kT} = 0$$

ή

$$F_0 = E(S_T) e^{(r-k)T} \quad (1.8)$$

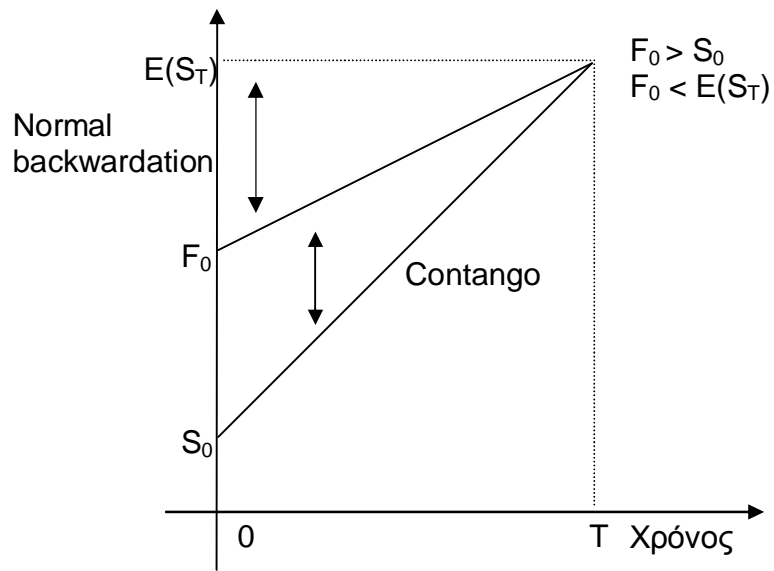
όπου η τιμή του k εξαρτάται από το συστηματικό κίνδυνο της επένδυσης. Εάν η τρέχουσα τιμή S_T είναι ασυσχέτιστη με το επίπεδο της αγοράς χρεογράφων η επένδυση έχει μηδενικό συστηματικό κίνδυνο. Σε αυτή την περίπτωση $k = r$ και ισχύει $F_0 = E(S_T)$. Όταν η τρέχουσα τιμή S_T συσχετίζεται θετικά με το επίπεδο της αγοράς χρεογράφων η επένδυση έχει θετικό συστηματικό κίνδυνο. Σε αυτή την περίπτωση $k > r$ και ισχύει $F_0 < E(S_T)$. Τέλος, εάν η τρέχουσα τιμή S_T συσχετίζεται αρνητικά με το επίπεδο της αγοράς χρεογράφων η επένδυση έχει αρνητικό συστηματικό κίνδυνο. Εδώ έχουμε $k < r$ και ισχύει $F_0 > E(S_T)$.

Στην περίπτωση που η τιμή του συμβολαίου futures είναι μικρότερη από την αναμενόμενη μελλοντική τρέχουσα τιμή του υποκείμενου περιουσιακού στοιχείου αναφερόμαστε σε αγορά που χαρακτηρίζεται ως normal backwardation, ενώ όταν η τιμή του συμβολαίου futures είναι μεγαλύτερη από την αναμενόμενη μελλοντική τρέχουσα τιμή του υποκείμενου περιουσιακού στοιχείου αναφερόμαστε σε αγορά που χαρακτηρίζεται ως normal contango. Επίσης, όταν η τρέχουσα τιμή του συμβολαίου futures είναι μικρότερη από την τρέχουσα τιμή του υποκείμενου

περιουσιακού στοιχείου η αγορά χαρακτηρίζεται ως backwardation, ενώ όταν είναι μεγαλύτερη αναφέρεται ως contango.

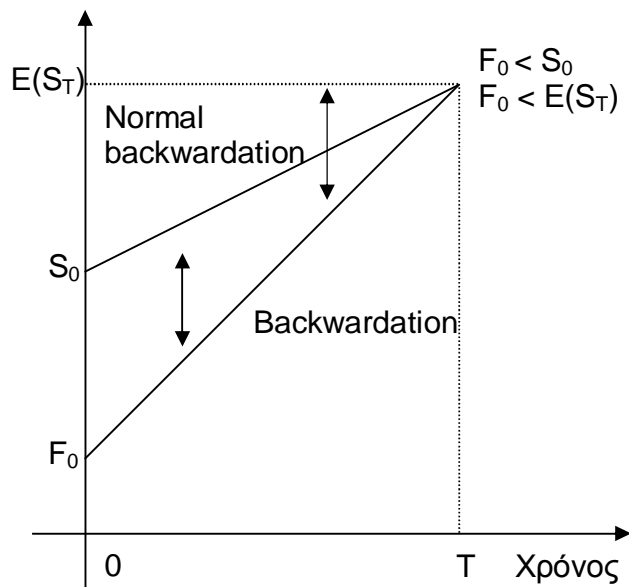
Το Διάγραμμα 1.2 απεικονίζει την κατάσταση κατά την οποία η αγορά χαρακτηρίζεται ως contango ($F_0 > S_0$), ενώ παράλληλα ισχύει $F_0 < E(S_T)$, δηλαδή έχουμε normal backwardation. Η διαφορά μεταξύ της αναμενόμενης μελλοντικής spot τιμής και της τρέχουσας τιμής του συμβολαίου futures είναι η αποζημίωση για την ανάληψη κινδύνου από τους κερδοσκόπους, οι οποίοι λαμβάνουν θέση long. Στο Διάγραμμα 1.2 παρατηρούμε ότι καθώς το συμβόλαιο πλησιάζει την ημερομηνία παράδοσης T η αποζημίωση για την ανάληψη κινδύνου μικραίνει. Το Διάγραμμα 1.3 παρουσιάζει την περίπτωση κατά την οποία η αγορά είναι ανεστραμμένη και χαρακτηρίζεται ως backwardation ($F_0 < S_0$), ενώ παράλληλα ισχύει $F_0 < E(S_T)$, δηλαδή έχουμε normal backwardation. Η αποζημίωση του κινδύνου και σε αυτή την περίπτωση μικραίνει καθώς το συμβόλαιο πλησιάζει την ημερομηνία παράδοσης T .

Για την ερμηνεία της κατάστασης normal backwardation ο ρόλος των κερδοσκόπων θεωρείται παθητικός. Αυτό σημαίνει ότι οι κερδοσκόποι ενεργούν σύμφωνα με τη στάση των hedgers. Όταν οι τελευταίοι λαμβάνουν θέση short οι κερδοσκόποι λαμβάνουν θέση long. Αν και δεν προβλέπεται κέρδος από την κάθε συναλλαγή, θεωρείται ότι γενικά με τη στρατηγική αυτή αναμένεται να προκύψει κέρδος. Η παθητική στάση των κερδοσκόπων φαίνεται να έρχεται σε αντίθεση με την ιδιότητά τους να κάνουν σημαντικές και επιτυχημένες προβλέψεις.



ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ 1.2

NORMAL BACKWARDATION ΤΑΥΤΟΧΡΟΝΑ ΜΕ CONTANGO



ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ 1.3

NORMAL BACKWARDATION ΤΑΥΤΟΧΡΟΝΑ ΜΕ BACKWARDATION

Σε περίπτωση, όμως, που θεωρήσουμε ότι οι επιτυχημένοι κερδοσκόποι είναι αυτοί που οι κινήσεις τους αντιστοιχούν σε αυτές των hedgers, μπορούμε να πούμε ότι ο ρόλος τους είναι ενεργητικός, καθώς χωρίς να γνωρίζουν τις κινήσεις των hedgers προβλέπουν αύξηση των τιμών των συμβολαίων futures. Έτσι, προβλέποντας αύξηση των τιμών των συμβολαίων και λαμβάνοντας θέση long στην κατάσταση normal backwardation έχουν ενεργήσει σωστά, διότι από την άλλη πλευρά, χωρίς να το γνωρίζουν, οι hedgers έχουν λάβει θέση short. Οπότε ο παθητικός ρόλος των κερδοσκόπων είναι μια υπόθεση που διευκολύνει την ερμηνεία της κατάστασης normal backwardation χωρίς να αλλοιώνει τελικά την ιδιότητα των κερδοσκόπων.

1.4 ΕΙΔΗ ΣΥΜΒΟΛΑΙΩΝ FUTURES

Τα συμβόλαια futures που διαπραγματεύονται στα χρηματιστήρια κατηγοριοποιούνται ανάλογα με το είδος των υποκείμενων περιουσιακών στοιχείων. Οι βασικές κατηγορίες είναι τα συμβόλαια σε εμπορεύματα, τα συμβόλαια σε δείκτες μετοχών, τα συμβόλαια σε συνάλλαγμα και τα συμβόλαια futures επιτοκίου. Στα τελευταία οι τιμές των υποκείμενων περιουσιακών στοιχείων εξαρτώνται από το επίπεδο των επιτοκίων και αναφέρονται σε βραχυπρόθεσμα και μακροπρόθεσμα. Βραχυπρόθεσμα είναι τα συμβόλαια futures σε έντοκα γραμμάτια και ευρώδολάρια, ενώ μακροπρόθεσμα είναι τα συμβόλαια σε ομόλογα.

1.4.1 ΣΥΜΒΟΛΑΙΑ FUTURES ΣΕ ΕΜΠΟΡΕΥΜΑΤΑ

Τα συμβόλαια futures σε εμπορεύματα χωρίζονται σε δύο κατηγορίες. Η μια είναι τα συμβόλαια futures σε επενδυτικά περιουσιακά στοιχεία, όπως είναι ο χρυσός και η άλλη τα συμβόλαια futures σε καταναλωτικά περιουσιακά στοιχεία, όπως είναι το πετρέλαιο. Για την τιμολόγηση των συμβολαίων futures της πρώτης κατηγορίας που έχουν υποκείμενο περιουσιακό στοιχείο το οποίο δεν παρέχει εισόδημα και δεν έχει κόστος αποθήκευσης ισχύει ό,τι και στα συμβόλαια forward. Οπότε έχουμε:

$$F_0 = S_0 e^{rT}$$

Εάν U είναι η παρούσα αξία του συνολικού κόστους αποθήκευσης κατά τη διάρκεια της ζωής του συμβολαίου futures και το θεωρήσουμε ως αρνητικό εισόδημα από τις σχέσεις 1.1 και 1.2 προκύπτει:

$$F_0 = (S_0 + U) e^{rT} \quad (1.9)$$

ενώ από τις σχέσεις 1.1 και 1.3 έχουμε:

$$F_0 = S_0 e^{(r+u)T} \quad (1.10)$$

εάν θεωρήσουμε ότι το κόστος αποθήκευσης είναι ανάλογο της τιμής του προϊόντος και ότι παρέχει αρνητική συνεχή μερισματική απόδοση τοις εκατό u .

Όσον αφορά την τιμολόγηση συμβολαίων futures σε καταναλωτικά περιουσιακά στοιχεία κρίνεται σημαντικό να ελέγξουμε πρώτα τι συμβαίνει σε περιπτώσεις ύπαρξης ευκαιριών arbitrage. Εάν ισχύει $F_0 > (S_0 + U)e^{rT}$ ένας arbitrageur μπορεί να εφαρμόσει την ακόλουθη στρατηγική:

1. Να δανειστεί στη χρονική στιγμή 0 ποσό ίσο με $S_0 + U$ με επιτόκιο άνευ κινδύνου r (με συνεχή ανατοκισμό) και να το χρησιμοποιήσει για την αγορά μίας μονάδας του καταναλωτικού προϊόντος και για την κάλυψη του κόστους αποθήκευσης. Οι συνολικές εκροές του στη χρονική στιγμή T είναι $(S_0 + U)e^{rT}$.
2. Να λάβει στη χρονική στιγμή 0 θέση short σε ένα συμβόλαιο futures με υποκείμενη μεταβλητή μία μονάδα του καταναλωτικού προϊόντος και παράδοσή της στη χρονική στιγμή T . Οι εισροές του στη χρονικά στιγμή T θα είναι F_0 .

Με τη στρατηγική αυτή θα έχει κέρδος ίσο με $F_0 - (S_0 + U)e^{rT}$ στη χρονική στιγμή T . Καθώς, όμως, παρεμβαίνουν οι arbitrageur η τιμή S_0 θα ανεβαίνει και η τιμή F_0 θα πέφτει μέχρι να ισχύσει η ισότητα $F_0 = (S_0 + U)e^{rT}$.

Σε περίπτωση που ισχύει $F_0 < (S_0 + U)e^{rT}$ ένας arbitrageur μπορεί να εφαρμόσει την ακόλουθη στρατηγική:

1. Στη χρονική στιγμή 0 να πωλήσει το καταναλωτικό προϊόν, να αποταμιεύσει το κόστος αποθήκευσης και να επενδύσει τα ποσά αυτά με επιτόκιο άνευ κινδύνου r για. Οι συνολικές εισροές του στο χρόνο T θα είναι $(S_0 + U)e^{rT}$.

2. Να λάβει στη χρονική στιγμή 0 θέση long σε ένα συμβόλαιο futures με υποκείμενη μεταβλητή μία μονάδα του καταναλωτικού προϊόντος και παράδοσή της στη χρονική στιγμή T. Οι εκροές του στο χρόνο T θα είναι F_0 .

Με τη στρατηγική αυτή θα έχει κέρδος ίσο με $(S_0 + U)e^{rT} - F_0$ στη χρονική στιγμή T. Αυτό όμως θα ίσχυε σε περίπτωση που το προϊόν ήταν επενδυτικό. Εδώ το προϊόν είναι καταναλωτικό και οι κάτοχοί του δεν είναι διατεθειμένοι να το πωλήσουν, διότι κρατούν αποθέματα του προϊόντος αυτού για καταναλωτικούς και όχι επενδυτικούς σκοπούς. Είναι απρόθυμοι να πωλήσουν το προϊόν και να αγοράσουν συμβόλαια futures τα οποία δεν "καταναλώνονται". Οπότε η ανισότητα μπορεί να διατηρηθεί παρά την παρέμβαση των arbitrageurs. Επομένως, για ένα συμβόλαιο futures σε καταναλωτικό περιουσιακό στοιχείο ισχύει:

$$F_0 \leq (S_0 + U)e^{rT}$$

και

$$F_0 \leq S_0 e^{(r+u)T}$$

εάν το κόστος αποθήκευσης εκφράζεται ως αρνητική συνεχή μερισματική απόδοση τοις εκατό u .

Όταν ισχύουν οι παραπάνω ανισότητες οι κάτοχοι του καταναλωτικού προϊόντος θεωρούν ότι επωφελούνται από την κατοχή προϊόντος παρά από την κατοχή ενός συμβολαίου futures στο προϊόν αυτό. Το όφελος μπορεί να είναι η ικανότητα να κερδίζουν από την έλλειψη του προϊόντος στην αγορά ή την ικανότητα να

διατηρούν σε συνεχή λειτουργία μία παραγωγική διαδικασία. Το όφελος αυτό από το υποκείμενο καταναλωτικό προϊόν αναφέρεται ως *convenience yield*. Εάν το κόστος αποθήκευσης είναι γνωστό και έχει παρούσα αξία U , η έννοια του *convenience yield* y ορίζεται έτσι ώστε να ισχύει:

$$F_0 e^y = (S_0 + U) e^{rT}$$

Εάν το κόστος αποθήκευσης εκφράζεται ως αρνητική συνεχή μερισματική απόδοση τοις εκατό u , τότε έχουμε:

$$F_0 e^y = S_0 e^{(r+u)T}$$

ή

$$F_0 = S_0 e^{(r+u-y)T} \quad (1.11)$$

Για τα επενδυτικά περιουσιακά στοιχεία το y είναι ίσο με μηδέν. Σε διαφορετική περίπτωση υπάρχουν ευκαιρίες *arbitrage*. Η έννοια του *convenience yield* αντανακλά τις προσδοκίες της αγοράς όσον αφορά τη διαθεσιμότητα του προϊόντος στο μέλλον. Όσο μεγαλύτερη είναι η πιθανότητα να υπάρξει έλλειψη του προϊόντος κατά τη διάρκεια ζωής του συμβολαίου *futures* τόσο μεγαλύτερο είναι το y . Εάν υπάρχουν μεγάλα αποθέματα η πιθανότητα έλλειψης είναι μικρή και το y τείνει να είναι μικρότερο. Σε περίπτωση που υπάρχουν μικρά αποθέματα το y τείνει να είναι μεγαλύτερο.

Η σχέση μεταξύ της τιμής ενός συμβολαίου futures και της τρέχουσας τιμής του υποκείμενου περιουσιακού στοιχείου μπορεί να ερμηνευτεί με την έννοια του κόστους κατοχής (cost of carry). Η τελευταία ισούται με το άθροισμα του κόστους αποθήκευσης και των τόκων για τη χρηματοδότηση του υποκείμενου περιουσιακού στοιχείου μείον το εισόδημα από την κατοχή του περιουσιακού στοιχείου. Ορίζοντας ως c την έννοια του cost of carry για ένα συμβόλαιο futures σε επενδυτικό περιουσιακό στοιχείο θα ισχύει:

$$F_0 = S_0 e^{cT} \quad (1.12)$$

Ενώ θα ισχύει:

$$F_0 = S_0 e^{(c-y)T} \quad (1.13)$$

για ένα συμβόλαιο futures σε καταναλωτικό περιουσιακό στοιχείο, όπου y η έννοια του convenience yield.

1.4.2 ΣΥΜΒΟΛΑΙΑ FUTURES ΣΕ ΔΕΙΚΤΕΣ ΜΕΤΟΧΩΝ

Ένας δείκτης μετοχών μπορεί να θεωρηθεί ως ένα επενδυτικό περιουσιακό στοιχείο που δίνει μερίσματα. Το περιουσιακό στοιχείο αποτελεί το χαρτοφυλάκιο των μετοχών που συνιστούν το δείκτη και τα μερίσματα είναι αυτά που θα εισπραχθούν από τον κάτοχο του χαρτοφυλακίου. Υπάρχουν περιπτώσεις στις οποίες οι δείκτες αποτελούνται από μεγάλο αριθμό μετοχών που δίνουν μερίσματα

σε διαφορετικές χρονικές στιγμές. Για να αντιμετωπιστεί το πρόβλημα αυτό ο δείκτης θεωρείται ότι αποτελεί ένα περιουσιακό στοιχείο με συνεχή μερισματική απόδοση. Εάν q είναι η συνεχής μερισματική απόδοση, η τιμή ενός συμβολαίου futures σε δείκτη μετοχών δίνεται από τη σχέση:

$$F_0 = S_0 e^{(r - q)T} \quad (1.14)$$

Εάν έχουμε $F_0 > S_0 e^{(r - q)T}$ μπορούν να προκύψουν κέρδη από την αγορά των μετοχών που συνιστούν το δείκτη και τη λήψη θέσης short στο συμβόλαιο futures. Αν πάλι $F_0 < S_0 e^{(r - q)T}$, τότε οι επενδυτές μπορούν να αποκομίσουν κέρδη πωλώντας τις μετοχές του δείκτη και λαμβάνοντας θέση long στο συμβόλαιο futures. Αυτές οι στρατηγικές είναι γνωστές ως arbitrage σε δείκτες. Σε περίπτωση που $F_0 < S_0 e^{(r - q)T}$ το arbitrage γίνεται από ένα συνταξιοδοτικό ταμείο που έχει στην κατοχή ένα χαρτοφυλάκιο που αποτελείται από τις μετοχές του δείκτη. Όταν $F_0 > S_0 e^{(r - q)T}$ το arbitrage γίνεται από μια επιχείρηση που έχει τοποθετήσει τα μετρητά της σε βραχυπρόθεσμες επενδύσεις.

Εάν το κόστος συναλλαγών για τις μετοχές είναι t_s και το κόστος συναλλαγών στα συμβόλαια futures είναι t_f και εκφράζονται και τα δύο ως μερισματικές αποδόσεις, παύουν να δημιουργούνται ευκαιρίες για arbitrage σε δείκτες μεταξύ των παρακάτω δύο ορίων:

$$\text{Άνω όριο: } F_0 = S_0 e^{(r - q + t_s + t_f)T} \quad (1.15)$$

$$\text{Κάτω όριο: } F_0 = S_0 e^{(r - q - t_s - t_f)T} \quad (1.16)$$

Η περιοχή μεταξύ των δύο ορίων ονομάζεται window of no arbitrage opportunity. Εκτός των ορίων δημιουργούνται ευκαιρίες για arbitrage τις οποίες οι επενδυτές πρέπει να εκμεταλλευτούν ταχύτατα για να αποκομίσουν κέρδη. Η ανάγκη για ταχύτητα απαιτεί τη χρήση ηλεκτρονικών υπολογιστών, οι οποίοι συνεχώς συγκρίνουν αντιπροσωπευτικά χαρτοφυλάκια μετοχών με τις τιμές των συμβολαίων futures. Για το λόγο αυτό το arbitrage σε δείκτες μετοχών αναφέρεται ως program trading.

Πέρα από το παραπάνω arbitrage που χαρακτηρίζεται ως γνήσιο υπάρχει και το οιονεί arbitrage σε δείκτες μετοχών. Οι επενδυτές που κατέχουν διαφοροποιημένα χαρτοφυλάκια μετοχών και παράλληλα διαθέτουν βραχυπρόθεσμα άνευ κινδύνου αξιόγραφα μπορούν να επωφεληθούν από το οιονεί arbitrage το οποίο κοστίζει λιγότερο από το γνήσιο. Εάν η τιμή ενός συμβολαίου σε συγκεκριμένο δείκτη μετοχών είναι μεγαλύτερη από τη θεωρητική τιμή του, οι παραπάνω επενδυτές μπορούν να κερδίσουν μέσω αντικατάστασης μερικών από τα βραχυπρόθεσμα άνευ κινδύνου αξιόγραφα με ένα χαρτοφυλάκιο που θα αντιστοιχεί στον παραπάνω δείκτη μετοχών, ενώ παράλληλα να λάβουν θέση short στο συμβόλαιο futures. Η αντικατάσταση θα γίνει με πώληση των αξιόγραφων και αγορά αντιπροσωπευτικών μετοχών για το σχηματισμό του χαρτοφυλακίου που θα αντιστοιχεί στο δείκτη. Με την πώληση των αξιόγραφων, όπως για παράδειγμα εντόκων γραμματίων, δανείζονται με μικρότερο επιτόκιο από εκείνο με το οποίο

δανείζονται οι γνήσιοι arbitrageurs. Σε περίπτωση που η τιμή ενός συμβολαίου σε συγκεκριμένο δείκτη μετοχών είναι μικρότερη από τη θεωρητική τιμή του οι επενδυτές μπορούν να λάβουν θέση long στο συμβόλαιο και να αντικαταστήσουν μέρος του χαρτοφυλακίου τους με έντοκα γραμμάτια. Με αυτό τον τρόπο αποφεύγουν έξοδα από το short-selling των μετοχών που συνιστούν το δείκτη και το arbitrage τους κοστίζει λιγότερο σε σχέση με τους γνήσιους arbitrageurs.

1.4.3 ΣΥΜΒΟΛΑΙΑ FUTURES ΣΕ ΣΥΝΑΛΛΑΓΜΑ

Στα συμβόλαια futures σε συνάλλαγμα το υποκείμενο περιουσιακό στοιχείο είναι ένας καθορισμένος αριθμός μονάδων ξένου νομίσματος. Εάν ορίσουμε ως S_0 την τρέχουσα τιμή μιας μονάδας ξένου νομίσματος σε δολάρια και F_0 την τιμή του συμβολαίου futures με υποκείμενο περιουσιακό στοιχείο μια μονάδα ξένου νομίσματος εκφρασμένη σε δολάρια, ισχύει η παρακάτω σχέση:

$$F_0 = S_0 e^{(r - r_f)T} \quad (1.17)$$

όπου r και r_f είναι το εγχώριο και το ξένο αντίστοιχα ετήσιο άνευ κινδύνου επιτόκιο με συνεχή ανατοκισμό. Το ξένο νόμισμα μπορεί να θεωρηθεί ότι αποτελεί επενδυτικό περιουσιακό στοιχείο που παρέχει συνεχή μερισματική απόδοση τοις εκατό r_f .

Η σχέση $F_0 = S_0 e^{(r - r_f)T}$ εκφράζει την ισοτιμία επιτοκίων. Εάν δεν ισχύει η ισότητα και έχουμε για παράδειγμα $F_0 > S_0 e^{(r - r_f)T}$, τότε ένας επενδυτής μπορεί να δανειστεί ποσό ίσο με $S_0 e^{-r_f T}$ σε εγχώριο νόμισμα με επιτόκιο r για χρόνο T και να αγοράσει ξένο νόμισμα $e^{-r_f T}$ μονάδων και να τις επενδύσει με το ξένο επιτόκιο r_f για τον ίδιο χρόνο. Παράλληλα μπορεί να λάβει θέση short στο συμβόλαιο futures με υποκείμενο περιουσιακό στοιχείο μια μονάδα ξένου νομίσματος. Από την επένδυση με το ξένο επιτόκιο θα κατέχει στο χρόνο T ποσό ίσο με μια μονάδα ξένου νομίσματος. Τη μονάδα αυτή την παραδίδει και λαμβάνει από το συμβόλαιο futures ποσό ίσο με F_0 . Για να ξεπληρώσει το χρέος του πληρώνει $S_0 e^{(r - r_f)T}$. Οπότε το κέρδος είναι $F_0 - S_0 e^{(r - r_f)T}$. Εάν ισχύει $F_0 < S_0 e^{(r - r_f)T}$ ένας επενδυτής μπορεί να δανειστεί ποσό ίσο με $e^{-r_f T}$ σε ξένο νόμισμα με επιτόκιο r_f για χρόνο T και να αγοράσει $S_0 e^{-r_f T}$ μονάδες εγχώριου νομίσματος και να τις επενδύσει με το εγχώριο επιτόκιο r για τον ίδιο χρόνο. Παράλληλα μπορεί να λάβει θέση long σε συμβόλαιο futures με υποκείμενο περιουσιακό στοιχείο μια μονάδα ξένου νομίσματος. Από την επένδυση με το εγχώριο επιτόκιο θα έχει στο χρόνο T ποσό ίσο με $S_0 e^{(r - r_f)T}$. Από το συμβόλαιο futures λαμβάνει μία μονάδα ξένου νομίσματος, ενώ πληρώνει ποσό ίσο με F_0 . Για να ξεπληρώσει το χρέος του δίνει την παραπάνω μονάδα ξένου νομίσματος. Οπότε το συνολικό του κέρδος είναι ίσο με $S_0 e^{(r - r_f)T} - F_0$. Έτσι, θα πρέπει να ισχύει πάντα η ισότητα $F_0 = S_0 e^{(r - r_f)T}$, ώστε να μη δημιουργούνται ευκαιρίες για arbitrage.

1.4.4 ΣΥΜΒΟΛΑΙΑ FUTURES ΣΕ ΟΜΟΛΟΓΑ

Τα συμβόλαια futures σε ομόλογα ανήκουν στην κατηγορία των συμβολαίων futures επιτοκίου. Στο σημείο αυτό θα εξετάσουμε τα συμβόλαια futures σε κρατικά ομόλογα του Εμπορικού Επιμελητηρίου του Σικάγου (Chicago Board of Trade). Κύριο χαρακτηριστικό των συμβολαίων είναι η παράδοση ομολόγων ονομαστικής αξίας \$100.000 με λήξη ή ανάκληση τουλάχιστον 15 ετών από την ημερομηνία παράδοσης. Παρακάτω θα εξετάσουμε την περίπτωση συμβολαίου που περιλαμβάνει ένα μόνο ομόλογο. Το χρηματιστήριο έχει αναπτύξει μια διαδικασία αναπροσαρμογής της τιμής του συμβολαίου για τον κάτοχο της θέσης short. Έτσι, ο κάτοχος της θέσης short λαμβάνει στην παράδοση του ομολόγου ποσό ίσο με το γινόμενο της προσφερόμενης τιμής του συμβολαίου futures και του συντελεστή μετατροπής για το συγκεκριμένο ομόλογο συν τους δεδουλευμένους τόκους από την ημερομηνία εξόφλησης του προηγούμενου τοκομεριδίου μέχρι την ημερομηνία παράδοσης του ομολόγου. Ο συντελεστής μετατροπής για ένα ομόλογο είναι ίσος με την τιμή ομολόγου ονομαστικής αξίας ενός δολαρίου, ίδιας χρονικής διάρκειας και ονομαστικού επιτοκίου με επιτόκιο όμως αγοράς 8% (με εξαμηνιαίο ανατοκισμό). Η λήξη του ομολόγου και οι χρονικές στιγμές πληρωμής των τοκομεριδίων στρογγυλοποιούνται στο πιο κοντινό τρίμηνο. Εάν μετά τη στρογγυλοποίηση η χρονική διάρκεια του ομολόγου αντιστοιχεί σε ακέραιο αριθμό εξαμήνων, το πρώτο τοκομερίδιο θεωρείται ότι θα εισπραχθεί σε έξι μήνες. Όταν όμως μετά τη στρογγυλοποίηση το ομόλογο δε διαρκεί για ακέραιο αριθμό

εξαμήνων (π.χ. υπάρχουν ακόμα τρεις μήνες) το πρώτο κουπόνι θεωρείται ότι θα εισπραχθεί μετά από τρεις μήνες και αφαιρούνται οι δεδουλευμένοι τόκοι.

Στο Εμπορικό Επιμελητήριο του Σικάγου (CBOT) διαπραγματεύονται συμβόλαια futures σε ομόλογα με διαφορετικά τοκομερίδια και χρονικές διάρκειες. Έτσι, ο κάτοχος θέσης short μπορεί να διαλέξει ποιο ομόλογο από τα διαθέσιμα στην αγορά είναι το φθηνότερο για να παραδώσει. Η διαδικασία επιλογής έχει ως εξής: Ο κάτοχος της θέσης short λαμβάνει ποσό ίσο με:

$$\begin{aligned} & \text{(προσφερόμενη τιμή του συμβολαίου futures x συντελεστή μετατροπής) +} \\ & \text{δεδουλευμένοι τόκοι} \end{aligned}$$

Το κόστος αγοράς ενός ομολόγου είναι:

$$\begin{aligned} & \text{προσφερόμενη τιμή ομολόγου +} \\ & \text{δεδουλευμένοι τόκοι} \end{aligned}$$

Επομένως, το πιο φθινό για παράδοση ομόλογο είναι αυτό για το οποίο η παρακάτω σχέση ελαχιστοποιείται:

$$\begin{aligned} & \text{προσφερόμενη τιμή ομολόγου –} \\ & \text{(προσφερόμενη τιμή του συμβολαίου futures x συντελεστή μετατροπής)} \end{aligned}$$

Υπάρχουν πολλοί παράγοντες που προσδιορίζουν το φθινότερο για παράδοση ομόλογο. Όταν οι αποδόσεις μέχρι τη λήξη ξεπερνούν το 8% υπάρχει η τάση εξαιτίας του συντελεστή μετατροπής να προτιμούνται για παράδοση ομόλογα μικρού τοκομεριδίου και μεγάλης χρονικής διάρκειας. Όταν πάλι οι αποδόσεις

μέχρι τη λήξη είναι μικρότερες από 8% τότε υπάρχει η τάση να προτιμούνται για παράδοση ομόλογα μεγάλου τοκομεριδίου και μικρής χρονικής διάρκειας.

Όσον αφορά την τιμολόγηση ενός συμβολαίου futures σε ομόλογα μπορούμε να πούμε ότι είναι δύσκολο να προσδιοριστεί μια ακριβής θεωρητική τιμή, διότι οι κάτοχοι θέσης short μπορούν να επιλέξουν την ημερομηνία παράδοσης. Ωστόσο, εάν υποθέσουμε ότι είναι γνωστό το πιο φθηνό για παράδοση ομόλογο και ότι είναι δεδομένη η ημερομηνία παράδοσης, μπορούμε να θεωρήσουμε το συμβόλαιο futures σε ομόλογα ως ένα συμβόλαιο futures σε περιουσιακό στοιχείο που παρέχει δεδομένο εισόδημα. Έστω ότι I είναι η παρούσα αξία των τοκομεριδίων κατά τη διάρκεια του συμβολαίου futures, B η spot τιμή του ομολόγου, T η χρονική στιγμή στην οποία λήγει το συμβόλαιο futures και r το ετήσιο επιτόκιο άνευ κινδύνου (με συνεχή ανατοκισμό) επένδυσης με χρονικό ορίζοντα T . Η τιμή του συμβολαίου futures σήμερα δίνεται από την εξής σχέση:

$$F_0 = (B - I)e^{rT} \quad (1.18)$$

Η διαδικασία για τον προσδιορισμό της προσφερόμενης τιμής του συμβολαίου futures είναι η ακόλουθη:

1. Υπολογίζουμε την τιμή του φθηνότερου ομολόγου για παράδοση από την προσφερόμενη τιμή του ομολόγου.
2. Υπολογίζουμε την τιμή του συμβολαίου futures σήμερα από την spot τιμή του ομολόγου σύμφωνα με τη χρήση της σχέσης (1.18).

3. Υπολογίζουμε την προσφερόμενη τιμή του συμβολαίου futures από την τρέχουσα τιμή του συμβολαίου.

Η διαπραγμάτευση των συμβολαίων futures σε ομόλογα στο Εμπορικό Επιμελητήριο του Σικάγου τελειώνει στις 2 μ.μ. (ώρα Σικάγου). Όμως, τα ομόλογα συνεχίζουν να διαπραγματεύονται μέχρι τις 4 μ.μ.. Ο κάτοχος της θέσης short στο συμβόλαιο futures έχει το δικαίωμα μέχρι τις 8 μ.μ. να ενημερώσει την εταιρία εκκαθάρισης συναλλαγών για την πρόθεση του για παράδοση. Σε περίπτωση ενημέρωσης η τιμή που αντιστοιχεί για το συμβόλαιο είναι η τιμή διακανονισμού και συγκεκριμένα η τελευταία τιμή στην οποία έγιναν συναλλαγές ακριβώς πριν τις 2 μ.μ.. Αυτό το δικαίωμα για τους κατόχους θέσης short αναφέρεται ως wild card option. Εάν οι τιμές των ομολόγων πέσουν μετά τις 2 μ.μ. ο κάτοχος της θέσης short μπορεί να προβεί σε ενημέρωση στην εταιρία εκκαθάρισης για παράδοση και να αγοράσει φθηνότερα ομόλογα για παράδοση. Όταν οι τιμές των ομολόγων δεν πέσουν οι κάτοχοι θέσης short κρατούν ανοικτές τις θέσεις τους και περιμένουν την επόμενη μέρα συναλλαγών. Το wild card option έχει κάποιο κόστος και η αξία του αντανακλάται στην τιμή των συμβολαίων futures, η οποία είναι μικρότερη χωρίς το δικαίωμα. Επίσης, ο κάτοχος της θέσης short έχει το δικαίωμα να επιλέξει τη χρονική στιγμή στην οποία θα πραγματοποιηθεί η παράδοση. Το δικαίωμα αυτό αναφέρεται ως timing option. Το δικαίωμα επιλογής παράδοσης του πιο φθηνού ομολόγου μαζί με το wild card option και το timing option του κατόχου της θέσης short αποτελούν το δικαίωμα παράδοσης (delivery option). Ο κάτοχος της θέσης

long δε μπορεί ποτέ να είναι σίγουρος ποιο ομόλογο και σε ποια χρονική στιγμή θα του παραδοθεί. Αυτό όμως οδήγησε σε αύξηση της ρευστότητας της αγοράς.

1.4.5 ΣΥΜΒΟΛΑΙΑ FUTURES ΣΕ ΕΝΤΟΚΑ ΓΡΑΜΜΑΤΙΑ

Άλλα συμβόλαια futures που ανήκουν στην κατηγορία των συμβολαίων futures επιτοκίου είναι αυτά με υποκείμενο περιουσιακό στοιχείο έντοκα γραμμάτια. Παρακάτω θα εξετάσουμε τα συμβόλαια futures σε έντοκα γραμμάτια που διαπραγματεύονται στο Χρηματιστήριο του Σικάγο (Chicago Mercantile Exchange). Χαρακτηριστικό των συμβολαίων είναι η παράδοση εντόκων γραμματίων 90 ημερών ονομαστικής αξίας \$1.000.000 από τον κάτοχο της θέσης short. Πριν τη λήξη του συμβολαίου futures το υποκείμενο περιουσιακό στοιχείο μπορεί να θεωρηθεί ως ένα έντοκο γραμμάτιο με λήξη μεγαλύτερη από 90 ημέρες. Εάν για παράδειγμα το συμβόλαιο futures λήγει σε 45 ημέρες, το υποκείμενο περιουσιακό στοιχείο είναι ένα έντοκο γραμμάτιο 135 ημερών.

Έστω ότι βρισκόμαστε στη χρονική στιγμή 0 και έχουμε ένα συμβόλαιο futures που λήγει σε T ημέρες, με υποκείμενο περιουσιακό στοιχείο ένα έντοκο γραμμάτιο που λήγει σε T' ημέρες. Η διαφορά μεταξύ T' και T είναι 90 ημέρες. Έστω, επίσης, ότι r και r' είναι τα ετήσια επιτόκια για άνευ κινδύνου επενδύσεις με χρονικό ορίζοντα T και T' ημέρες. Η τρέχουσα αξία του έντοκου γραμματίου ονομαστικής αξίας \$100

που είναι το υποκείμενο περιουσιακό στοιχείο του συμβολαίου futures δίνεται από τον τύπο:

$$V_0 = 100e^{-r'T'} \quad (1.19)$$

Εφόσον δεν υπάρχουν τοκομερίδια το συμβόλαιο futures σε έντοκα γραμμάτια μπορεί να θεωρηθεί ως ένα συμβόλαιο futures σε περιουσιακό στοιχείο που δεν παρέχει εισόδημα. Η τιμή του συμβολαίου futures σήμερα δίνεται από την παρακάτω σχέση:

$$F_0 = 100e^{-r'T'} e^{rT} = 100e^{rT - r'T'} \quad (1.20)$$

Το προθεσμιακό επιτόκιο δίνεται από τις σχέσεις:

$$r^* = \frac{r'T' - rT}{T' - T} \quad (1.21)$$

ή

$$r^* = (T' - T)^{-1} \ln(1/F_0) \quad (1.22)$$

και κατά συνέπεια η σχέση 1.20 γίνεται:

$$F_0 = 100e^{-r^*(T' - T)} \quad (1.23)$$

Παρατηρούμε ότι η τιμή του συμβολαίου futures είναι τέτοια ώστε το επιτόκιο για το τρίμηνο μετά την παράδοση να ισούται με το προθεσμιακό επιτόκιο που ισχύει σήμερα.

Οι ευκαιρίες για arbitrage εντοπίζονται στο επιτόκιο r το οποίο αναφέρεται ως implied repo rate. Το επιτόκιο αυτό ισούται με:

$$r = \frac{r'T' - r^*(T'-T)}{T} \quad (1.24)$$

Εάν το παραπάνω επιτόκιο είναι μεγαλύτερο από το πραγματικό προεξοφλητικό επιτόκιο εντόκου γραμματίου T ημερών, τότε δημιουργείται ευκαιρία για arbitrage και ένας επενδυτής μπορεί να κερδίσει με την εξής στρατηγική:

1. Λήψη θέσης short στο συμβόλαιο futures που λήγει σε T ημέρες με υποκείμενο περιουσιακό στοιχείο ένα έντοκο γραμμάτιο που λήγει σε T' ημέρες.
2. Δανεισμό με επιτόκιο r για περίοδο T ημερών.
3. Επένδυση του δανεισμένου ποσού για T' ημέρες με επιτόκιο r' .

Όταν το implied repo rate είναι μικρότερο από το πραγματικό προεξοφλητικό επιτόκιο εντόκου γραμματίου T ημερών, τότε δημιουργείται ευκαιρία για arbitrage και ένας επενδυτής μπορεί να κερδίσει με την παρακάτω στρατηγική:

1. Λήψη θέσης long στο συμβόλαιο futures που λήγει σε T ημέρες με υποκείμενο περιουσιακό στοιχείο ένα έντοκο γραμμάτιο που λήγει σε T' ημέρες.
2. Δανεισμό με επιτόκιο r' για περίοδο T' ημερών.

3. Επένδυση του δανεισμένου ποσού για T ημέρες με επιτόκιο r .

Οι τιμές που δίνονται για τα έντοκα γραμμάτια αντιστοιχούν σε έντοκα γραμμάτια ονομαστικής αξίας \$100. Εάν C είναι η τιμή του έντοκου γραμματίου με ονομαστική αξία \$100 και (n) οι ημέρες μέχρι τη λήξη, η τιμή στην οποία προσφέρεται είναι:

$$\frac{360}{n}(100 - C)$$

Η σχέση αυτή αναφέρεται ως προεξοφλητικό επιτόκιο. Συγκεκριμένα είναι η αναγωγή της απόδοσης ανά δολάριο του έντοκου γραμματίου σε περίοδο πλήρους έτους (360 ημέρες). Η απόδοση εκφράζεται ως ποσοστό επί της ονομαστικής αξίας του έντοκου γραμματίου. Επομένως, για ένα έντοκο γραμμάτιο 90 ημερών με τιμή $C = 98$, η προσφερόμενη τιμή είναι 8.

Για τα συμβόλαια futures η προσφερόμενη τιμή υπολογίζεται διαφορετικά. Συγκεκριμένα χρησιμοποιείται η παρακάτω σχέση:

$$\begin{aligned} & \text{Προσφερόμενη τιμή συμβολαίου futures σε έντοκο γραμμάτιο} = \\ & 100 - \text{Προσφερόμενη τιμή αντίστοιχου εντόκου γραμματίου} \end{aligned}$$

Εάν Q είναι η προσφερόμενη τιμή και F_0 η τιμή του συμβολαίου futures ισχύει:

$$Q = 100 - 4(100 - F_0)$$

ή αντίστοιχα

$$F_0 = 100 - 0,25(100 - Q)$$

Η τιμή του συμβολαίου πρέπει να είναι ίση με:

$$F_0 = 10.000[100 - 0,25(100 - Q)] \quad (1.25)$$

εφόσον η ονομαστική αξία των εντόκων γραμματίων 90 ημερών που πρέπει να παραδοθούν είναι \$1.000.000.

1.4.6 ΣΥΜΒΟΛΑΙΑ FUTURES ΣΕ ΕΥΡΩΔΟΛΑΡΙΑ

Τα συμβόλαια futures σε ευρώδολάρια αποτελούν τα πιο διαδεδομένα συμβόλαια futures επιτοκίου. Εδώ θα εξετάσουμε τα συμβόλαια που διαπραγματεύονται στο Χρηματιστήριο του Σικάγο (Chicago Mercantile Exchange). Τα ευρώδολάρια είναι δολάρια κατατεθειμένα σε τράπεζες εκτός Ηνωμένων Πολιτειών, κυρίως Ευρωπαϊκές ή και σε άλλες χώρες. Το τριμηνιαίο επιτόκιο κατάθεσης ευρώδολαρίου είναι το επιτόκιο κατάθεσης σε μια τράπεζα ευρώδολαρίων για τρεις μήνες από μια άλλη τράπεζα. Το επιτόκιο αυτό είναι το ίδιο με το London Interbank Offered Rate (LIBOR). Το χαρακτηριστικό των συμβολαίων είναι ότι η υποκείμενη μεταβλητή είναι το επιτόκιο κατάθεσης ευρώδολαρίων για περίοδο 90 ημερών, ξεκινώντας από την 3^η Τετάρτη του μήνα παράδοσης. Εάν Q είναι η προσφερόμενη τιμή για ένα συμβόλαιο futures σε ευρώδολάρια, η τιμή του συμβολαίου F_0 είναι:

$$F_0 = 10.000[100 - 0,25(100 - Q)] \quad (1.26)$$

ή

$$F_0 = 1.000.000[1 - (\text{LIBOR} / 4)] \quad (1.27)$$

Την 3^η Τετάρτη του μήνα παράδοσης όπου το επιτόκιο για περίοδο 90 ημερών είναι γνωστό, γίνεται εκκαθάριση της συναλλαγής. Το τελευταίο marking-to-market ορίζει την προσφερόμενη τιμή του συμβολαίου ίση με $100 - R$ ή $100(1 - \text{LIBOR})$, όπου R είναι η αναγωγή της απόδοσης κατάθεσης ευρώδολαρίων για περίοδο 90 ημερών σε περίοδο πλήρους έτους πολλαπλασιασμένη επί 100. Έτσι, εάν η παραπάνω απόδοση είναι 10%, το τελευταίο marking-to-market ορίζει την προσφερόμενη τιμή ίση με \$90 και η τιμή του συμβολαίου είναι:

$$F_0 = 10.000[100 - 0,25(100 - 90)] = \$975.000$$

Η εκκαθάριση των συμβολαίων σε ευρώδολάρια στη λήξη γίνεται τοις μετρητοίς σε αντίθεση με τα συμβόλαια σε έντοκα γραμμάτια που ισχύει η παράδοση εντόκων γραμματίων.

1.5 ΑΝΑΚΕΦΑΛΑΙΩΣΗ

Τα τελευταία χρόνια όλο και περισσότεροι επενδυτές προτιμούν να συναλλάσσονται με συμβόλαια forward και futures παρά με τα υποκείμενα περιουσιακά στοιχεία των συμβολαίων. Τα συμβόλαια αυτά δίνουν σε όλα τα είδη επενδυτών (hedgers, speculators, spreaders και arbitrageurs) την ευκαιρία να

αναπτύξουν στρατηγικές και να επωφεληθούν από αυτές. Τα συμβόλαια forward διαπραγματεύονται μεταξύ ιδιωτών με όρους τους οποίους θέτουν οι ίδιοι. Τα συμβόλαια futures από την άλλη μεριά διαπραγματεύονται σε οργανωμένα χρηματιστήρια με καθορισμένους όρους για όλους τους επενδυτές. Είναι δηλαδή τυποποιημένα, πράγμα που τους προσδίδει ρευστότητα και συγχρόνως τα καθιστά ανταλλάξιμα, ενώ παράλληλα δεν υφίσταται πιστωτικός κίνδυνος διότι αναλαμβάνεται από την αγορά.

Για να τιμολογήσουμε τα συμβόλαια ξεκινάμε από τα συμβόλαια forward με βάση τα οποία τιμολογούμε στη συνέχεια τα συμβόλαια futures. Εάν θεωρήσουμε δεδομένα τα επιτόκια της αγοράς και ότι δεν υφίσταται κίνδυνος αθέτησης των υποχρεώσεων από τα συμβαλλόμενα μέρη, οι θεωρητικές τιμές των παραπάνω συμβολαίων είναι ίσες. Κάθε απόκλιση από τη θεωρητική τιμή των συμβολαίων δημιουργεί ευκαιρίες για arbitrage. Όμως, μετά την παρέμβαση των arbitrageurs η αγορά επέρχεται σε ισορροπία και η τιμή των συμβολαίων αντιστοιχεί στη θεωρητική τους τιμή. Για να γίνει εφικτή η τιμολόγηση των συμβολαίων είναι σημαντικό να διακριθούν σύμφωνα με το είδος των υποκείμενων περιουσιακών στοιχείων τους. Έτσι, χωρίζονται σε συμβόλαια σε επενδυτικά περιουσιακά στοιχεία και σε συμβόλαια σε καταναλωτικά περιουσιακά στοιχεία. Στη συνέχεια τα συμβόλαια σε επενδυτικά περιουσιακά στοιχεία διακρίνονται ανάλογα με το αν τα υποκείμενα επενδυτικά περιουσιακά στοιχεία παρέχουν εισόδημα ή όχι. Τα παραπάνω συμβόλαια αφορούν συμβόλαια forward και futures σε εμπορεύματα. Με βάση την τιμολόγηση αυτών των συμβολαίων προβαίνουμε στην τιμολόγηση

συμβολαίων futures σε δείκτες μετοχών, σε ξένα νομίσματα και σε futures επιτοκίου. Στα τελευταία οι τιμές των υποκείμενων περιουσιακών στοιχείων εξαρτώνται από το επίπεδο των επιτοκίων. Τέτοια συμβόλαια αναφέρονται σε ομόλογα, έντοκα γραμμάτια και ευρωδολάρια.

Αυτό που παρατηρείται στις αγορές είναι άλλοτε οι τιμές των συμβολαίων futures να είναι μεγαλύτερες και άλλοτε μικρότερες από τις τιμές των υποκείμενων περιουσιακών στοιχείων τους. Στην περίπτωση που η τρέχουσα τιμή ενός συμβολαίου futures είναι μικρότερη από την τρέχουσα τιμή του υποκείμενου περιουσιακού στοιχείου η αγορά χαρακτηρίζεται ως backwardation, ενώ όταν είναι μεγαλύτερη αναφέρεται ως contango. Τέλος, σε περίπτωση η τιμή ενός συμβολαίου futures είναι μικρότερη από την αναμενόμενη μελλοντική τρέχουσα τιμή του υποκείμενου περιουσιακού στοιχείου αναφερόμαστε σε αγορά που χαρακτηρίζεται ως normal backwardation, ενώ όταν η τιμή του συμβολαίου futures είναι μεγαλύτερη από την αναμενόμενη μελλοντική τρέχουσα τιμή του υποκείμενου περιουσιακού στοιχείου αναφερόμαστε σε αγορά που χαρακτηρίζεται ως normal contango.

ΕΠΙΛΕΓΜΕΝΗ ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

- Arditti, F. D., "Derivatives: A Comprehensive Resource for Options, Futures, Interest Rate Swaps And Mortgage Securities", USA, Harvard Business School Press, 1996.
- Bodie, Z., Kane, A. and Marcus, A. J., "Investments", USA, McGraw-Hill, 1999.
- Chance, D. M., "An Introduction to Derivatives", Orlando, The Dryden Press, 1995.
- Fabozzi, F. J., "Investment Management", USA, Prentice Hall, 1999.
- Fabozzi, F. J. and Modigliani, F., "Capital Markets: Institutions and Instruments", New Jersey, Prentice Hall, 1996.
- Fabozzi, Frank J., Modigliani, F. and Ferri, M. G., "Foundations of Financial Markets and Institutions", USA, Prentice Hall, 1998.
- Hull, J. C., "Options, Futures and Other Derivatives", New Jersey, Prentice Hall, 2000.
- Jones, C. P., "Investments: Analysis and Management", USA, John Wiley & Sons, 2000.
- Kolb, Robert W., "Financial Derivatives", USA, Institut Of Finance, 1993.
- Kolb, Robert W., "Futures, Options and Swaps", USA, Blackwell Publishers, 1997.
- Marshall, J. F., "Futures and Options Contracting: Theory And Practice", Cincinnati, South-Western Publishing Co, 1989.

-
- Petzel, T. E., "Financial Futures and Options: A Guide To Markets, Applications, And Strategies", USA, Greenwood Press, 1989.
 - Powers M. J. and Castelino, M. G., "Inside the Financial Futures Markets", Canada, John Wiley & Sons, 1991.
 - Radcliffe, R. C., "Investment: Concepts, Analysis, Strategy", USA, Addison-Wesley, 1997.
 - Sharpe, W. F., Alexander, G. J., and Bailey, J. V., "Investments", USA, Prentice Hall, 1999.
 - Siegel, D. R. and Siegel, D. F., "Futures Markets", USA, The Dryden Press, 1990.
 - Yuh-Dauh Lyuu, "Financial Engineering and Computation: Principles, Mathematics, Algorithms", UK, Cambridge University Press, 2002.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2

ΑΝΤΙΣΤΑΘΜΙΣΗ ΚΙΝΔΥΝΟΥ ΜΕ ΤΗ ΧΡΗΣΗ ΣΥΜΒΟΛΑΙΩΝ FUTURES

2.1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Στα βασικά κίνητρα των συναλλαγών των επενδυτών σε συμβόλαια futures, όπως είδαμε στο πρώτο κεφάλαιο, εντάσσεται το arbitrage, η κερδοσκοπία και η αντιστάθμιση κινδύνου. Τα δύο πρώτα κίνητρα έχουν κατατάξει τα συμβόλαια futures σε δημοφιλή κερδοσκοπικά εργαλεία. Ωστόσο, ο ρόλος των συμβολαίων futures στις χρηματοπιστωτικές αγορές είναι πολύ σημαντικός, διότι μπορούν να αποτελέσουν εργαλεία αντιστάθμισης (hedging instruments) στα πλαίσια της διαχείρισης κινδύνου (risk management). Η ιδιότητα αυτή των συμβολαίων futures έχει γίνει το αντικείμενο πολλών ερευνών, ιδιαίτερα πάνω στο σχηματισμό μιας άριστης στρατηγικής αντιστάθμισης και την εφαρμογή μιας τέτοιας στρατηγικής για την αντιμετώπιση του κινδύνου.

Κατά τη διεξαγωγή οποιασδήποτε εμπορικής δραστηριότητας πρέπει να αντιμετωπιστούν πολλοί κίνδυνοι. Ένας από αυτούς είναι και ο κίνδυνος της μεταβολής της τιμής ενός περιουσιακού στοιχείου για το οποίο ένας επενδυτής έχει λάβει ήδη θέση (αγορά ή πώληση) ή επιθυμεί να λάβει θέση στο μέλλον. Μια τέτοια

μεταβολή δε χειροτερεύει απαραίτητα τη θέση του επενδυτή, όμως δεν παύει να δημιουργεί αβεβαιότητα για το αποτέλεσμα της θέσης του επενδυτή, δηλαδή το κέρδος της συναλλαγής. Ο κίνδυνος αυτός μετριέται με τη διακύμανση (ή την τυπική απόκλιση) της τιμής του περιουσιακού στοιχείου. Η αντιστάθμιση κινδύνου είναι η διαδικασία διαχείρισης του κινδύνου μεταβολής της τιμής που πραγματοποιείται με τη λήψη από τον επενδυτή θέσης σε διαφορετικό περιουσιακό στοιχείο από εκείνο στο οποίο έχει ήδη επενδύσει ή σκοπεύει να επενδύσει. Ο κίνδυνος που συνδέεται με την επένδυση σε ένα περιουσιακό στοιχείο εξαλείφεται με την ταυτόχρονη επένδυση σε ένα άλλο. Με τη διαδικασία αυτή μπορεί να υπάρξει καθαρή μείωση του κινδύνου. Σε ορισμένες περιπτώσεις η αντιστάθμιση κινδύνου είναι τέλεια και ο κίνδυνος εξαλείφεται πλήρως, ενώ σε άλλες που οι αποδόσεις των περιουσιακών στοιχείων διαφέρουν, παραμένει ένα μέρος του κινδύνου.

Τα συμβόλαια futures παρέχουν τη δυνατότητα για αντιστάθμιση κινδύνου στις μεταβολές των τιμών. Η αντιστάθμιση κινδύνου με τη χρήση ενός συμβολαίου futures πραγματοποιείται σε περίπτωση που ο επενδυτής έχει λάβει ή πρόκειται να λάβει θέση στην τρέχουσα αγορά (spot market), δηλαδή στην αγορά του υποκείμενου περιουσιακού στοιχείου του συμβολαίου futures. Ανάλογα με τη θέση στο συμβόλαιο futures η αντιστάθμιση κινδύνου διακρίνεται σε αντιστάθμιση πώλησης (short hedge) και σε αντιστάθμιση αγοράς (long hedge). Ο αντισταθμιστής κινδύνου (hedger) που κατέχει ένα περιουσιακό στοιχείο και ανησυχεί για πιθανή πτώση της τιμής του μπορεί να θεωρήσει σωστό να

αντισταθμίσει τον κίνδυνο της θέσης του με τη λήψη θέσης short σε ένα συμβόλαιο futures με υποκείμενη μεταβλητή το παραπάνω περιουσιακό στοιχείο. Εάν η τρέχουσα τιμή του υποκείμενου περιουσιακού στοιχείου και η τιμή του συμβολαίου futures κινηθούν προς την ίδια κατεύθυνση, η διαδικασία αντιστάθμισης κινδύνου θα μειώσει κατά ένα μέρος τον κίνδυνο. Σε περίπτωση που η τρέχουσα τιμή μειωθεί παράλληλα με την τιμή του συμβολαίου futures ο hedger μειώνει τη ζημιά που υπέστη από τη θέση του στην τρέχουσα αγορά κατά το ποσό του κέρδους που παράγεται από τη θέση του στο συμβόλαιο futures. Η συγκεκριμένη διαδικασία ονομάζεται short hedge. Αντίθετα, ο hedger που έχει πωλήσει ένα περιουσιακό στοιχείο και ανησυχεί για αύξηση τη τιμής του μπορεί να λάβει θέση long σε ένα συμβόλαιο futures με υποκείμενη μεταβλητή το εν λόγω περιουσιακό στοιχείο. Αν η τρέχουσα τιμή αυξηθεί παράλληλα με την τιμή του συμβολαίου, τότε το κέρδος από τη θέση long περιορίζει τη ζημιά από τη θέση του στην τρέχουσα αγορά. Η διαδικασία αυτή ονομάζεται long hedge και είναι πιο σπάνια από το short hedge.

Στη συνέχεια εξετάζονται διάφορες μορφές αντιστάθμισης κινδύνου, οι οποίες προκύπτουν από το γεγονός ότι οι επενδυτές συνδυάζουν την αντιστάθμιση κινδύνου με την κερδοσκοπία, ώστε να μεγιστοποιήσουν τη χρησιμότητά τους (utility). Ιδιαίτερη σημασία στην ανάλυση της αντιστάθμισης είναι η εξέταση της έννοιας της βάσης (basis), την οποία χρησιμοποιούμε στον προσδιορισμό της άριστης θέσης του αντισταθμιστή κινδύνου. Στο επόμενο μέρος του κεφαλαίου παρουσιάζεται η άριστη αντιστάθμιση με την ελαχιστοποίηση του κινδύνου και η άριστη αντιστάθμιση με τις έννοιες του κινδύνου και της αναμενόμενης απόδοσης,

εφόσον οι επενδυτές συνδυάζουν την αντιστάθμιση κινδύνου με την κερδοσκοπία. Στο τέλος εξετάζονται δύο ειδικά θέματα της αντιστάθμισης, τα οποία έχουν να κάνουν με την αντιστάθμιση μέσω της χρήσης συμβολαίων futures επιτοκίου και της χρήσης συμβολαίων futures σε δείκτες μετοχών.

2.2 ΜΟΡΦΕΣ ΑΝΤΙΣΤΑΘΜΙΣΗΣ ΚΙΝΔΥΝΟΥ

Κοινό χαρακτηριστικό της αντιστάθμισης αγοράς και της αντιστάθμισης πώλησης είναι η προσπάθεια του επενδυτή να εξαλείψει τον κίνδυνο μεταβολής της τιμής με τη χρήση κατάλληλων συμβολαίων futures. Τα συμβόλαια futures χρησιμοποιούνται και σε άλλες μορφές αντιστάθμισης κινδύνου, οι οποίες περιλαμβάνουν στοιχεία από το arbitrage και την κερδοσκοπία. Τέτοιου είδους μορφές αντιστάθμισης κινδύνου παρατήρησε ο Working, H. (1962) και παρουσιάζονται συνοπτικά αμέσως παρακάτω. Σύμφωνα με τον Working έχουμε το carrying-charge, το operational, το selective, το anticipatory και το risk-avoidance hedge.

Το carrying-charge hedge μοιάζει πολύ περισσότερο με το arbitrage. Περιλαμβάνει την αγορά ενός περιουσιακού στοιχείου και τη λήψη θέσης short σε αντίστοιχο συμβόλαιο futures στο μέλλον για αντιστάθμιση του κινδύνου μείωσης της τιμής του περιουσιακού στοιχείου. Ο επενδυτής αποκομίζει απόδοση ίση με τη διαφορά της τιμής του συμβολαίου futures και της τρέχουσας τιμής του υποκείμενου

περιουσιακού στοιχείου, δηλαδή από την κατάσταση contango που επικρατεί στη αγορά ($F > S$). Για να είναι κερδοφόρο το carrying-charge hedge, το αποτέλεσμα του contango θα πρέπει να καλύπτει το cost of carry. Ουσιαστικά ο επενδυτής κερδίζει από τη χρέωση στους αγοραστές μεγαλύτερου κόστους διατήρησης από αυτό που στην πραγματικότητα ο ίδιος έχει υποστεί από τη χρονική στιγμή αγοράς του υποκείμενου περιουσιακού στοιχείου. Αυτό αποτελεί περισσότερο arbitrage, όμως εάν δεν το κάνει για να κερδίσει από τη διαφορά στο κόστος διατήρησης έχουμε hedging. Στην πράξη το carrying-charge hedge χρησιμοποιείται αποτελεσματικά από μεγάλες αποθήκες που διαθέτουν ανεκμετάλλευτο χώρο.

Το operational hedge είναι ένα προσωρινό υποκατάστατο μιας εμπορικής συναλλαγής. Αποτελεί μέρος ενός γενικού προγράμματος στο οποίο γίνονται συχνά και για μικρά χρονικά διαστήματα αντισταθμίσεις κινδύνου. Η διάρκεια της αντιστάθμισης είναι ίση με το χρόνο που απαιτείται για να γίνει η εμπορική συναλλαγή. Ο κύριος σκοπός εδώ είναι ο σχεδιασμός μιας στρατηγικής που επιτρέπει τη χρήση της τιμής του συμβολαίου futures και όχι της spot τιμής του υποκείμενου περιουσιακού στοιχείου που συναλλάσσεται και του οποίου η spot τιμή λόγω της ετερογένειάς του είναι αδύνατο να προσδιοριστεί με ακρίβεια σε μικρά χρονικά διαστήματα. Με την παραπάνω διαδικασία διαπιστώνεται η ιδιότητα της αγοράς των συμβολαίων futures να ανακαλύπτει τιμές (price discovery) της spot αγοράς.

Το selective hedge είναι αντιστάθμιση κινδύνου με στοιχεία κερδοσκοπίας. Ο πρωταρχικός σκοπός εδώ είναι η πρόληψη μεγάλων ζημιών σε αποθέματα παράλληλα με τη διατήρηση της ευκαιρίας αποκόμισης κέρδους από διάφορες κινήσεις. Οι χρήστες του selective hedging προσπαθούν να προβλέψουν την κατεύθυνση της τιμής του περιουσιακού στοιχείου. Εάν αναμένουν αύξηση στην τιμή αποσύρουν ολόκληρη ή μέρος της θέσης short που έχουν λάβει στο αντίστοιχο συμβόλαιο futures για να επωφεληθούν από τη μεταβολή στην αξία των αποθεμάτων. Σε περίπτωση που αναμένουν μείωση της τιμής προβαίνουν σε αντιστάθμιση κινδύνου με τη λήψη θέσης short σε συμβόλαιο futures για να προστατευτούν από μείωση της αξίας των αποθεμάτων τους. Το selective hedging είναι συχνά ημιτελές, καθώς ένα μέρος της θέσης στη spot αγορά μένει ακάλυπτο. Το μέρος αυτό τείνει να αυξάνεται όταν οι επενδυτές αναμένουν αύξηση των spot τιμών στο μέλλον.

Το anticipatory hedge επιλέγεται από τους επενδυτές για να κλείσουν μια τιμή σε αναμονή μιας επικείμενης εμπορικής συναλλαγής. Μια τέτοια μορφή αντιστάθμισης κινδύνου δεν απαιτεί επίσημη δέσμευση για πραγματοποίηση της εμπορικής συναλλαγής. Η συναλλαγή αυτή μπορεί να περιλαμβάνει την αγορά ή την πώληση του περιουσιακού στοιχείου και η αντιστάθμιση κινδύνου να γίνει με τη λήψη θέσης long ή short αντίστοιχα στο κατάλληλο συμβόλαιο futures.

Το risk avoidance hedge χρησιμοποιείται για αντιστάθμιση κινδύνου που αφορά απόθεμα ενός φυσικού προϊόντος. Το απόθεμα μπορεί να είναι πρώτη ύλη,

ημικατεργασμένο προϊόν ή έτοιμο προϊόν πριν την πώλησή του. Η φύση της αντιστάθμισης κινδύνου είναι τέτοια που το risk avoidance hedge είναι τυπικά short hedge. Για να προστατευτούν οι επενδυτές από αρνητικές διακυμάνσεις των τιμών λαμβάνουν συνήθως θέση short σε συμβόλαια futures, καλύπτοντας πλήρως τη θέση τους.

Η αντιστάθμιση κινδύνου ανεξάρτητα από τη μορφή της μπορεί να είναι άμεση (direct hedge) ή σταυροειδής (cross hedge). Στην άμεση αντιστάθμιση κινδύνου ο hedger λαμβάνει θέση σε συμβόλαιο futures με υποκείμενο περιουσιακό στοιχείο που είναι ίδιο με αυτό στο οποίο έχει ήδη επενδύσει ή σκοπεύει να επενδύσει. Αντίθετα, η σταυροειδής αντιστάθμιση πραγματοποιείται με τη λήψη θέσης σε συμβόλαιο futures με διαφορετικό υποκείμενο περιουσιακό στοιχείο, αρκετά σχετικό όμως με αυτό στο οποίο έχει ήδη επενδύσει ή αναμένει να επενδύσει. Η διαφορά αυτή απαιτεί τον έλεγχο κάποιων κριτηρίων ώστε να διακριθεί η μορφή του hedging. Στα κριτήρια περιλαμβάνονται το προϊόν, ο βαθμός ποιότητάς του, η ποσότητά του και η ημερομηνία παράδοσής του. Ένας αυστηρός έλεγχος των παραπάνω κριτηρίων είναι πολύ πιθανόν να οδηγήσει σε διαπίστωση πολύ μικρών αποκλίσεων σχεδόν σε όλες τις περιπτώσεις αντιστάθμισης κινδύνου και να χαρακτηριστούν ως cross hedges. Επομένως, ο όρος cross hedge πρέπει να αναφέρεται σε περιπτώσεις που η παραπάνω διαφορά διακρίνεται καθαρά.

Στην πράξη οι επενδυτές με το hedging προσπαθούν να περιορίσουν τον κίνδυνο και όχι να τον εξαλείψουν. Ένα τέλειο hedging (perfect hedging ή risk-free hedging)

που εξαλείφει πλήρως τον κίνδυνο είναι σπάνιο, καθώς η αγορά συμβολαίων futures έχει τυποποιημένα προϊόντα συγκεκριμένης ποσότητας, ποιότητας, ημερομηνίας και τόπου παράδοσης, τα οποία είναι δυνατόν να είναι ασυμβίβαστα με τις ανάγκες των hedgers. Έτσι, οι τελευταίοι είναι αναγκασμένοι να προβούν σε cross hedging. Το cross hedging από τη φύση του είναι λιγότερο αποτελεσματικό από το direct hedging. Όμως, υπάρχει η δυνατότητα να κατασκευαστεί cross hedging από διάφορα συμβόλαια futures και να είναι αποτελεσματικό. Σε περίπτωση μικρών διαφορών μεταξύ των υποκείμενων περιουσιακών στοιχείων των συμβολαίων futures και αυτών που έχουν επενδύσει ή αναμένουν να επενδύσουν οι hedgers, η αποτελεσματικότητα του hedging μπορεί να μειώνεται, όμως δε σημαίνει ότι είναι αναποτελεσματικό το hedging. Ωστόσο, υπάρχουν περιπτώσεις στις οποίες η ανάπτυξη σύνθετων στρατηγικών αντιστάθμισης κινδύνου βελτιώνει την αποτελεσματικότητα και συνεπώς τη θέση των hedgers.

2.3 ΑΝΤΙΣΤΑΘΜΙΣΗ ΚΙΝΔΥΝΟΥ ΚΑΙ ΚΙΝΔΥΝΟΣ ΒΑΣΗΣ

Η βάση είναι μια από τις σημαντικότερες έννοιες στην αγορά των συμβολαίων futures. Η βάση συνήθως ορίζεται ως η spot τιμή του υποκείμενου περιουσιακού στοιχείου ενός συμβολαίου futures μείον την τιμή του εν λόγω συμβολαίου futures. Όταν η τιμή του συμβολαίου futures υπερβαίνει τη spot τιμή η αγορά χαρακτηρίζεται, όπως είδαμε στο πρώτο κεφάλαιο, ως contango. Όταν η τιμή του συμβολαίου futures είναι μικρότερη από τη spot τιμή η αγορά βρίσκεται σε

κατάσταση backwardation. Μια μείωση της τιμής του συμβολαίου futures σε σχέση με τη spot τιμή χαρακτηρίζεται ως ενδυνάμωση (ή επέκταση) της βάσης και μια αύξηση της τιμής του συμβολαίου futures σε σχέση με τη spot τιμή χαρακτηρίζεται ως αποδυνάμωση (ή περιορισμός) της βάσης.

Καθώς ένα συμβόλαιο futures πλησιάζει την ημερομηνία παράδοσης, η τιμή του πλησιάζει τη spot τιμή και συνεπώς η βάση πρέπει να πλησιάζει το μηδέν. Στη χρονική στιγμή παράδοσης, η βάση, η οποία ονομάζεται και βάση παράδοσης ή λήξης, μπορεί να μην είναι ίση με το μηδέν, λόγω διαφορών στο υποκείμενο περιουσιακό στοιχείο του συμβολαίου futures και του περιουσιακού στοιχείου που υπόκειται σε αντιστάθμιση κινδύνου.

Η κατανόηση της διαδικασίας αντιστάθμισης κινδύνου εξαρτάται από την κατανόηση της έννοιας της βάσης. Η αντιστάθμιση κινδύνου με συμβόλαια futures θεωρείται ότι γίνεται είτε για μείωση του κινδύνου μεταβολής της τιμής είτε για μετατόπισή του. Στην πραγματικότητα όμως ούτε μετατοπίζει ούτε μειώνει τον κίνδυνο μεταβολής της τιμής. Αυτό που συμβαίνει είναι η λήψη μιας δεύτερης θέσης στην αγορά, η οποία περιλαμβάνει το δικό της κίνδυνο. Η αποτελεσματικότητα της αντιστάθμισης εξαρτάται από το βαθμό που ο κίνδυνος μεταβολής της τιμής, ο οποίος συνδέεται με τη θέση στο συμβόλαιο futures, αντισταθμίζει τον κίνδυνο μεταβολής της τιμής, ο οποίος συνδέεται με τη θέση στο υποκείμενο περιουσιακό στοιχείο του εν λόγω συμβολαίου. Η αντιστάθμιση κινδύνου με συμβόλαια futures είναι σπάνια πλήρως αποτελεσματική. Ένα μέρος

κινδύνου που ονομάζεται κίνδυνος της βάσης (basis risk) συνήθως παραμένει. Εάν ο κίνδυνος της βάσης είναι μικρότερος του κινδύνου μεταβολής της τιμής που συνδέεται με τη θέση στο υποκείμενο περιουσιακό στοιχείο του συμβολαίου futures, η αντιστάθμιση είναι τουλάχιστον μερικώς αποτελεσματική.

Ο κίνδυνος της βάσης ορίζεται ως η διακύμανση της βάσης τη χρονική στιγμή που η αντιστάθμιση λαμβάνει τέλος, όπως την αναμένει ο επενδυτής τη χρονική στιγμή που προβαίνει σε αντιστάθμιση κινδύνου. Η διακύμανση της βάσης τείνει να μειώνεται καθώς πλησιάζει η ημερομηνία παράδοσης που ορίζει το συμβόλαιο futures, χωρίς να γίνεται μηδενική η βάση παράδοσης. Η διακύμανση της βάσης ελαχιστοποιείται στην ημερομηνία παράδοσης, πράγμα το οποίο σημαίνει ότι θα πρέπει να συμφωνεί η ημερομηνία παράδοσης που ορίζει το συμβόλαιο futures με τη χρονική στιγμή στην οποία θα λάβει μέρος η εμπορική συναλλαγή. Στην πράξη ένας τέτοιος συντονισμός δεν είναι πάντοτε εφικτός. Για την ανάλυση της έννοιας της βάσης και της σημασίας της για την αντιστάθμιση κινδύνου θεωρούμε ότι μια τέτοια συμφωνία στις ημερομηνίες είναι εφικτή.

Έστω ότι στη χρονική στιγμή t ένας παραγωγός δεσμεύεται να πωλήσει μια μονάδα του προϊόντος Z στη χρονική στιγμή T , όπου $t < T$. Ο παραγωγός θα λάβει την τρέχουσα τιμή S_t που θα επικρατεί στην αγορά, ενώ μπορεί να αντισταθμίσει τη θέση του αυτή με τη λήψη θέσης short σε ένα συμβόλαιο futures που καλύπτει μια ακριβώς μονάδα του προϊόντος Z και ορίζει ως ημερομηνία παράδοσης τη χρονική στιγμή T . Η τιμή του συμβολαίου futures F_t στη χρονική στιγμή t είναι

γνωστή, ενώ η spot τιμή S_T και η τιμή του συμβολαίου F_T δεν είναι γνωστές στη χρονική στιγμή t και αποτελούν στοχαστικές μεταβλητές. Εάν ο παραγωγός επιλέξει να μην προβεί σε αντιστάθμιση, εκθέτει τον εαυτό του σε κίνδυνο, αφού η τιμή S_T είναι πιθανόν να διαφέρει από αυτή που αναμένει στη χρονική στιγμή t . Η διαφορά αυτή μετριέται με τη διακύμανση της spot τιμής S_T , όπως αυτή αναμένεται στη χρονική στιγμή t ($\text{Var}_t[S_T]$). Η τελική αξία της στρατηγικής αυτής είναι άγνωστη, αλλά η αναμενόμενη αξία της στη χρονική στιγμή t είναι $E_t[S_T]$. Εάν όμως επιλέξει την αντιστάθμιση θα λάβει θέση short τη χρονική στιγμή t σε ένα συμβόλαιο futures με δεδομένη τιμή F_t και τη χρονική στιγμή T που θα πωλήσει το προϊόν στην τιμή S_T θα λάβει θέση long στο συμβόλαιο futures του οποίου η τιμή θα είναι F_T . Η τελική αξία της στρατηγικής αυτής είναι $S_T - F_T + F_t$. Κατά συνέπεια, ο όρος $S_T - F_T$ είναι η βάση παράδοσης, η οποία συμβολίζεται ως b_T , δηλαδή:

$$b_T = S_T - F_T \quad (2.1)$$

Επομένως, η τελική αξία της στρατηγικής είναι $b_T + F_t$ και $E_t[b_T] + F_t$ είναι η αναμενόμενη αξία της στη χρονική t .

Η διακύμανση της τελικής αξίας της στρατηγικής αυτής ταυτίζεται με τη διακύμανση της βάσης b_T , εφόσον η πρόσθεση μιας σταθεράς, δηλαδή της F_t , σε μια στοχαστική μεταβλητή δεν επηρεάζει τη διακύμανση της στοχαστικής μεταβλητής. Έτσι, η διακύμανση της στρατηγικής ισούται με $\text{Var}_t[b_T]$, η οποία είναι η διακύμανση της βάσης ή ο κίνδυνος της βάσης, όπως τον αντιλαμβάνεται ο

αντισταθμιστής τη χρονική στιγμή t . Ο κίνδυνος βάσης ο οποίος συνδέεται με μια αντισταθμισμένη θέση μπορεί να είναι μικρότερος από τον κίνδυνο μεταβολής της τιμής που συνδέεται με μια μη αντισταθμισμένη θέση. Οι δυο αυτές μορφές κινδύνου συνδέονται μεταξύ τους με την παρακάτω σχέση:

$$\text{Var}_t[b_T] = (1 - r_{S_T, F_T}^2) \text{Var}_t[S_T] \quad (2.2)$$

όπου r_{S_T, F_T} είναι ο συντελεστής συσχέτισης των S_T και F_T , ενώ το τετράγωνό του είναι ο συντελεστής προσδιορισμού. Όταν ο συντελεστής προσδιορισμού ισούται με τη μονάδα, σημαίνει ότι υπάρχει πλήρης γραμμική συσχέτιση μεταξύ των S_T και F_T και ο κίνδυνος βάσης είναι μηδενικός, πράγμα το οποίο φανερώνει ότι η αντιστάθμιση είναι πλήρως αποτελεσματική. Αντίθετα, όταν ο συντελεστής προσδιορισμού είναι μηδενικός, ο κίνδυνος βάσης είναι ίσος με τον κίνδυνο μεταβολής της τιμής και δεν έχουμε καθόλου καθαρή μείωση του κινδύνου από τη διαδικασία της αντιστάθμισης. Σε αυτή την περίπτωση η αντιστάθμιση είναι πλήρως αναποτελεσματική. Έτσι, όσο μεγαλύτερος είναι ο συντελεστής προσδιορισμού, δηλαδή όσο η τιμή του πλησιάζει τη μονάδα, τόσο περισσότερο αποτελεσματική είναι η αντιστάθμιση κινδύνου. Ο συντελεστής προσδιορισμού παρατηρούμε ότι είναι ένα χρήσιμο μέτρο της αποτελεσματικότητας της αντιστάθμισης, διότι εκτός από τη χρησιμοποίησή του για τη μέτρηση του ποσού του κινδύνου που παραμένει μετά την αντιστάθμιση, μπορεί να χρησιμοποιηθεί και για τη μέτρηση του ποσού κατά το οποίο μειώνεται ο κίνδυνος, το οποίο ισούται με $r_{S_T, F_T}^2 \text{Var}_t[S_T]$.

Μια μείωση του κινδύνου σημαίνει αύξηση της χρησιμότητας του παραγωγού ή του αντισταθμιστή. Ο παραγωγός, όμως, δεν αντισταθμίζει ολόκληρη την εκροή του, διότι η αντιστάθμιση περιλαμβάνει ένα κόστος. Το κόστος αντιστάθμισης του παραγωγού είναι η διαφορά μεταξύ του αναμενόμενου αποτελέσματος σε περίπτωση που δεν προβεί σε αντιστάθμιση $E_t[S_T]$ και του αποτελέσματος σε περίπτωση που προβεί σε αντιστάθμιση $E_t[b_T] + F_t$. Όταν $E_t[S_T] = E_t[b_T] + F_t$ η αντιστάθμιση έχει μηδενικό κόστος, ενώ εάν $E_t[S_T] > E_t[b_T] + F_t$ η αντιστάθμιση έχει κόστος ίσο με $E_t[S_T] - E_t[b_T] + F_t$. Το κόστος της αντιστάθμισης με τη χρήση της σχέσης (2.2) γίνεται $E_t[F_T] - F_t$, το οποίο δείχνει την αναμενόμενη μεταβολή στην τιμή του συμβολαίου futures μεταξύ των χρονικών στιγμών t και T .

2.4 ΑΝΑΛΥΣΗ ΘΕΣΗΣ ΑΝΤΙΣΤΑΘΜΙΣΤΗ ΚΙΝΔΥΝΟΥ

Από την προηγούμενη ανάλυση παρατηρήσαμε ότι πρωταρχικός σκοπός της πραγματικής αντιστάθμισης κινδύνου είναι η διαχείριση του κινδύνου μεταβολής της τιμής. Σε αυτό το σημείο θα εξετάσουμε πώς πραγματοποιείται η διαχείριση κινδύνου από τον αντισταθμιστή κινδύνου. Για τους σκοπούς της ανάλυσης υποθέτουμε ότι ο αντισταθμιστής είναι παραγωγός του προϊόντος Z , για το οποίο δεν υπάρχει κίνδυνος μεταβολής της παραγόμενης ποσότητας. Έστω ότι σαν αποτέλεσμα των αποφάσεων που λαμβάνονται στη χρονική στιγμή t , ο παραγωγός αναμένει ορισμένη εκροή $q_{t,T}$ στη χρονική στιγμή T . Το κόστος $C(q_{t,T})$ για να παραχθεί η ποσότητα $q_{t,T}$ θεωρείται γνωστό στη χρονική στιγμή t . Η

ποσότητα της εκροής που αντισταθμίζεται στη χρονική στιγμή t με τη λήψη θέσης short σε συμβόλαια futures που έχουν ημερομηνία παράδοσης τη χρονική στιγμή T συμβολίζεται με $h_{t,T}$. Τα έσοδα του παραγωγού από την ποσότητα της εκροής που δεν αντισταθμίζεται είναι S_T και τα έσοδα από την ποσότητα που αντισταθμίζεται είναι $S_T - F_T + F_t$ ή $b_T + F_t$. Το συνολικό κέρδος π_T του παραγωγού στη χρονική στιγμή T δίνεται από τη σχέση:

$$\pi_T = S_T(q_{t,T} - h_{t,T}) + (b_T + F_t)h_{t,T} - C(q_{t,T}) \quad (2.3)$$

Ο πρώτος όρος στο δεξιό μέλος της σχέσης (2.3) είναι τα έσοδα από το μέρος της εκροής που δεν αντισταθμίζεται, ο δεύτερος όρος είναι τα έσοδα από το μέρος της εκροής που αντισταθμίζεται και τρίτος όρος είναι το κόστος παραγωγής.

Ο παραγωγός λαμβάνει θετική χρησιμότητα (positive utility) από το κέρδος και αρνητική χρησιμότητα από τον κίνδυνο. Οι έννοιες αυτές εκφράζονται με τις σχέσεις (2.4) και (2.5):

$$E_t[\pi_T] = E_t[S_T](q_{t,T} - h_{t,T}) + (E_t[b_T] + F_t)h_{t,T} - C(q_{t,T}) \quad (2.4)$$

και

$$\text{Var}_t[\pi_T] = \text{Var}_t[S_T](q_{t,T} - h_{t,T})^2 + \text{Var}_t[b_T]h_{t,T}^2 + 2(q_{t,T} - h_{t,T})h_{t,T}\text{Cov}[S_T, b_T] \quad (2.5)$$

Υποθέτουμε ότι $E_t[b_T] = 0$, οπότε λόγω της σχέσης (2.1) θα ισχύει $E_t[F_T] = E_t[S_T]$. Επίσης, υποθέτουμε ότι $\text{Cov}[S_T, b_T] = 0$. Κατά συνέπεια οι σχέσεις (2.4) και (2.5) γίνονται αντίστοιχα:

$$E_t[\pi_T] = E_t[F_T](q_{t,T} - h_{t,T}) + F_t h_{t,T} - C(q_{t,T}) \quad (2.6)$$

και

$$\text{Var}_t[\pi_T] = \text{Var}_t[S_T](q_{t,T} - h_{t,T})^2 + \text{Var}_t[b_T]h_{t,T}^2 \quad (2.7)$$

Κατόπιν, τροποποιώντας τη σχέση (2.6) έχουμε:

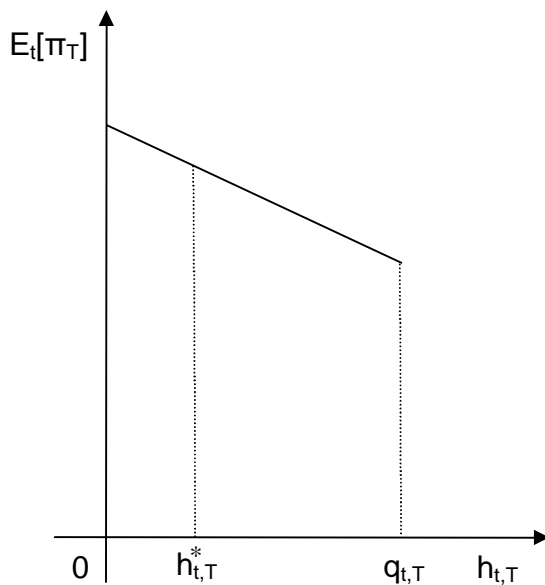
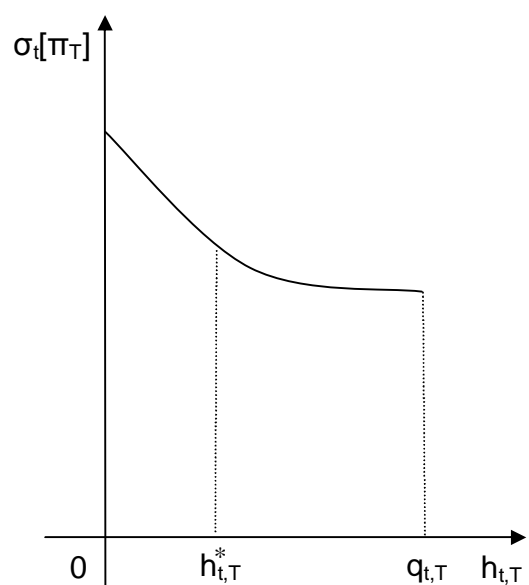
$$E_t[\pi_T] = E_t[F_T]q_{t,T} - (E_t[F_T] - F_t)h_{t,T} - C(q_{t,T}) \quad (2.8)$$

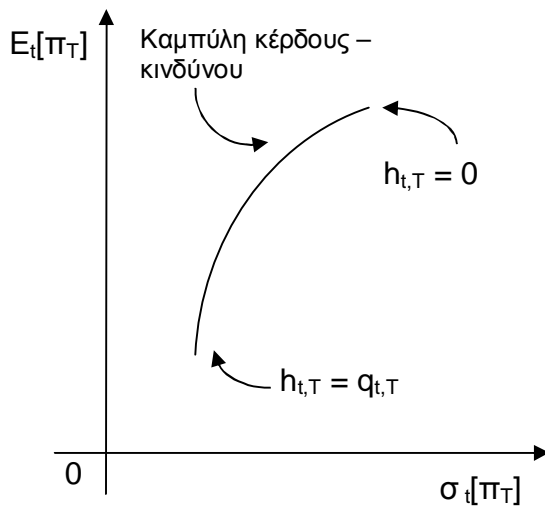
Ο όρος $E_t[F_T] - F_t$ είναι το μοναδιαίο κόστος της αντιστάθμισης κινδύνου. Έτσι, το αναμενόμενο κέρδος του παραγωγού είναι ίσο με τα συνολικά έσοδα από την παραγωγή χωρίς να αντισταθμίσει τον κίνδυνο μειωμένο κατά το κόστος αντιστάθμισης του κινδύνου και το κόστος παραγωγής.

Επίσης, ο κίνδυνος του παραγωγού μπορεί να μετρηθεί χρησιμοποιώντας είτε τη διακύμανση είτε την τυπική απόκλιση του κέρδους, έτσι όπως το αντιλαμβάνεται στη χρονική στιγμή t . Η τυπική απόκλιση του κέρδους συμβολίζεται με $\sigma_t[\pi_T]$ και υπολογίζεται ως εξής:

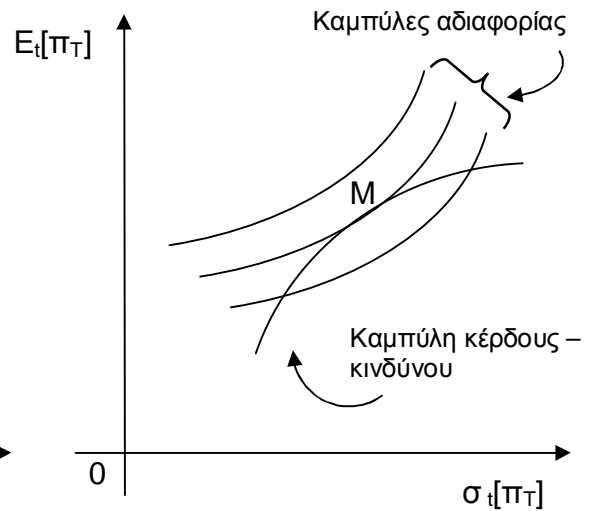
$$\sigma_t[\pi_T] = \text{Var}_t[\pi_T]^{\frac{1}{2}}$$

Υποθέτοντας ότι υπάρχει κόστος αντιστάθμισης κινδύνου ($E_t[F_T] - F_t > 0$) και ότι ο κίνδυνος της βάσης είναι μικρότερος από τον κίνδυνο της τιμής, η σχέση μεταξύ του αναμενόμενου κέρδους $E_t[\pi_T]$ και της ποσότητας της εκροής που αντισταθμίζεται $h_{t,T}$ απεικονίζεται γραφικά στο Διάγραμμα 2.1 σύμφωνα με τη σχέση (2.8). Επίσης, στο Διάγραμμα 2.2 απεικονίζεται η σχέση μεταξύ $\sigma_t[\pi_T]$ και $h_{t,T}$ σύμφωνα με την σχέση (2.7). Κατά τη γραφική παρουσίαση των σχέσεων αυτών υποθέτουμε ότι $\text{Var}_t[\pi_T]$, $E_t[F_T]$, $q_{t,T}$, F_t και $C(q_{t,T})$ είναι σταθερά. Τα Διαγράμματα 2.1 και 2.2 μπορούν να συνδυαστούν για να βρεθεί η σχέση μεταξύ του αναμενόμενου κέρδους του παραγωγού και της τυπικής απόκλισης του κέρδους. Η σχέση αυτή παρουσιάζεται στο Διάγραμμα 2.3 με την καμπύλη κέρδους – κινδύνου.

**ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ 2.1****ΑΝΑΜΕΝΟΜΕΝΟ ΚΕΡΔΟΣ****ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ 2.2****ΤΥΠΙΚΗ ΑΠΟΚΛΙΣΗ ΚΕΡΔΟΥΣ**

**ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ 2.3**

**ΚΑΜΠΥΛΗ
ΚΕΡΔΟΥΣ – ΚΙΝΔΥΝΟΥ**

**ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ 2.4**

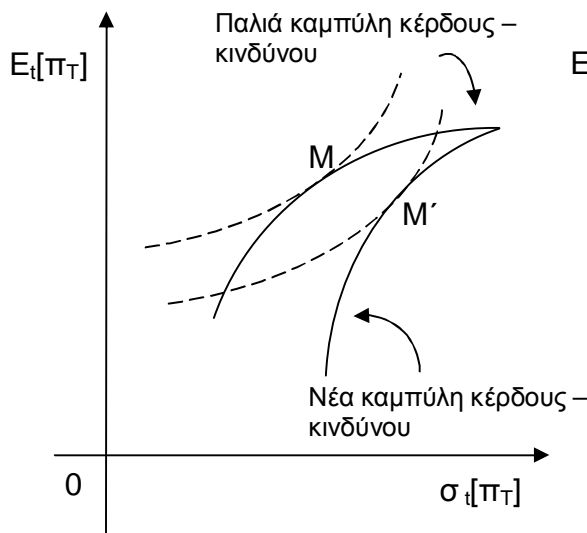
**ΑΡΙΣΤΗ ΣΧΕΣΗ
ΚΕΡΔΟΥΣ – ΚΙΝΔΥΝΟΥ**

Ο παραγωγός πρέπει να αποφασίσει πόσο μέρος της εκροής θα αντισταθμίσει. Το μέρος αυτό προσδιορίζεται από το συνδυασμό του Διαγράμματος 2.3 με το χάρτη καμπυλών αδιαφορίας του παραγωγού. Ο συνδυασμός αυτός απεικονίζεται στο Διάγραμμα 2.4 και παρατηρούμε ότι η χρησιμότητα του παραγωγού μεγιστοποιείται στο σημείο M, σύμφωνα με το οποίο η καμπύλη κέρδους - κινδύνου εφάπτεται με μια από τις καμπύλες αδιαφορίας. Αυτό σημαίνει ότι το σημείο M αντιπροσωπεύει την άριστη σχέση μεταξύ κέρδους και κινδύνου για τον παραγωγό για τον οποίο θεωρούμε ότι αποστρέφεται τον κίνδυνο. Από τις συντεταγμένες του σημείου M μπορεί να προσδιοριστεί η τιμή του αναμενόμενου κέρδους και η τιμή του κινδύνου, ενώ από το Διάγραμμα 2.1 ή από το Διάγραμμα 2.2 μπορεί στη συνέχεια να βρεθεί το άριστο μέγεθος της ποσότητας $h_{t,T}^*$ που θα αντισταθμιστεί. Έτσι, ο παραγωγός μεγιστοποιεί τη χρησιμότητά του λαμβάνοντας θέση short σε

$h_{t,T}$ συμβόλαια futures που έχουν ημερομηνία παράδοσης τη χρονική στιγμή T . Η χρησιμότητα για τους ορθολογικούς παραγωγούς αυξάνει από μια καμπύλη αδιαφορίας στην άλλη, καθώς κινούμαστε προς τα επάνω και αριστερά στο χάρτη καμπυλών αδιαφορίας. Ο βαθμός της αποστροφής του κινδύνου για τον παραγωγό μετριέται με την κλίση των καμπυλών αδιαφορίας. Όσο μεγαλύτερη είναι η κλίση τόσο πιο πολύ αποστρέφεται τον κίνδυνο ο παραγωγός.

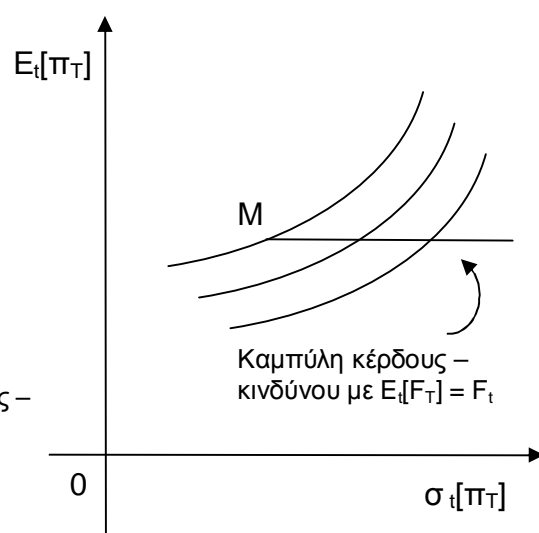
Μέχρι τώρα υποθέσαμε ότι $E_t[F_T]$, F_t και $\text{Var}_t[\pi_T]$ είναι σταθερά. Οι δύο πρώτοι όροι δηλώνουν ότι το κόστος αντιστάθμισης είναι σταθερό και ο τρίτος όρος δηλώνει ότι η αποτελεσματικότητα της αντιστάθμισης είναι σταθερή. Στη συνέχεια θα εξετάσουμε τι θα συμβεί στην περίπτωση που θα μεταβληθεί το κόστος και η αποτελεσματικότητα αντιστάθμισης. Έστω ότι το κόστος αντιστάθμισης αυξάνεται. Από τις σχέσεις (2.7) και (2.8) παρατηρούμε ότι μια αύξηση στο κόστος αντιστάθμισης δεν επηρεάζει τη διακύμανση ή την τυπική απόκλιση του κέρδους, επηρεάζει όμως το αναμενόμενο κέρδος. Το αποτέλεσμα της αύξησης αυτής είναι η περιστροφή της καμπύλης κέρδους-κινδύνου προς τα κάτω, όπως παρουσιάζεται στο Διάγραμμα 2.5. Το σημείο άριστης αντιστάθμισης είναι το M' . Επειδή στο σημείο M' αντιστοιχεί περισσότερος κίνδυνος από το σημείο M , το ποσό της εκροής που θα αντισταθμίσει ο παραγωγός μειώνεται, πράγμα το οποίο φαίνεται λογικό. Εάν το κόστος αντιστάθμισης αυξηθεί, η επιθυμία για αντιστάθμιση μειώνεται. Το αντίθετο παρατηρείται ένα το κόστος μειωθεί. Σε περίπτωση που το κόστος αντιστάθμισης είναι ίσο με μηδέν ($E_t[F_T] = F_t$) η καμπύλη κέρδους-κινδύνου έχει μορφή οριζόντιας γραμμής, η οποία παρουσιάζεται στο Διάγραμμα 2.6. Οι

παραγωγοί που αποστρέφονται τον κίνδυνο θα αντισταθμίσουν ολόκληρη την παραγωγή τους.



ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ 2.5

**Η ΚΑΜΠΥΛΗ ΚΕΡΔΟΥΣ – ΚΙΝΔΥΝΟΥ
ΟΤΑΝ ΤΟ ΚΟΣΤΟΣ ΑΝΤΙΣΤΑΘΜΙΣΗΣ
ΑΥΞΑΝΕΙ**

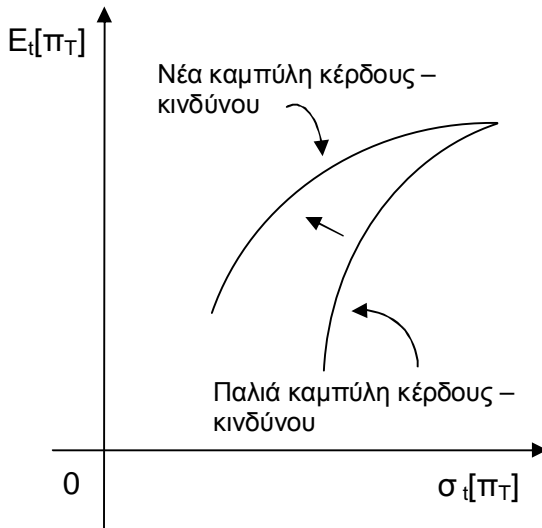


ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ 2.6

**Η ΑΡΙΣΤΗ ΑΝΤΙΣΤΑΘΜΙΣΗ
ΟΤΑΝ ΤΟ ΚΟΣΤΟΣ
ΤΗΣ ΕΙΝΑΙ ΜΗΔΕΝ**

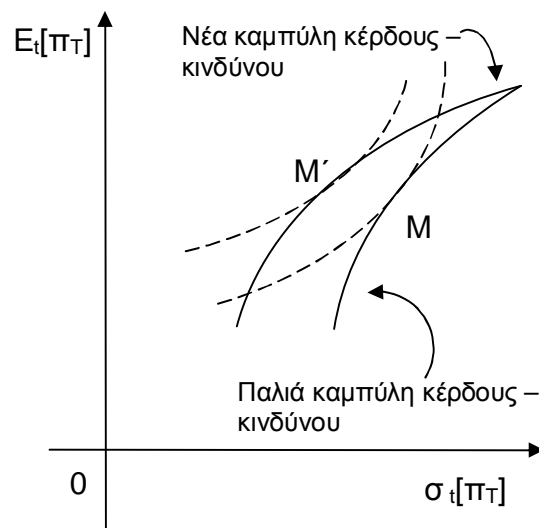
Εάν η αποτελεσματικότητα της αντιστάθμισης κινδύνου αυξηθεί, η διακύμανση της βάσης μειώνεται. Από τις σχέσεις (2.7) και (2.8) παρατηρούμε ότι μια μείωση της διακύμανσης της βάσης θα μειώσει τη διακύμανση του κέρδους του παραγωγού, ενώ δε θα επηρεάσει το αναμενόμενο κέρδος. Η καμπύλη κέρδους- κινδύνου θα περιστραφεί προς τα επάνω, όπως φαίνεται στο Διάγραμμα 2.7. Στο Διάγραμμα 2.8 παρουσιάζεται το νέο σημείο άριστης αντιστάθμισης M' , το οποίο εφόσον αντιστοιχεί σε μεγαλύτερο αναμενόμενο κέρδος από εκείνο που αντιστοιχεί στο σημείο M , το ποσό της εκροής που αντισταθμίζεται μειώνεται. Καθώς η αντιστάθμιση γίνεται περισσότερο αποτελεσματική ο παραγωγός χρειάζεται

μικρότερο μέρος από αυτή για να πετύχει τη επιθυμητό επίπεδο της μείωσης του κινδύνου.



ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ 2.7

**Η ΚΑΜΠΥΛΗ ΚΕΡΔΟΥΣ – ΚΙΝΔΥΝΟΥ
ΟΤΑΝ Η ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΙΚΟΤΗΤΑ
ΤΗΣ ΑΝΤΙΣΤΑΘΜΙΣΗΣ ΑΥΞΑΝΕΙ**



ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ 2.8

**Η ΑΡΙΣΤΗ ΑΝΤΙΣΤΑΘΜΙΣΗ
ΟΤΑΝ Η ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΙΚΟΤΗΤΑ
ΤΗΣ ΑΝΤΙΣΤΑΘΜΙΣΗΣ ΑΥΞΑΝΕΙ**

Στην ανάλυση της θέσης του αντισταθμιστή κινδύνου παρατηρούμε ότι στο παράδειγμα του παραγωγού του προϊόντος Z η αντιστάθμιση λαμβάνει χώρα με τη λήψη θέσης short σε συμβόλαια futures, πράγμα το οποίο σημαίνει ότι ο παραγωγός είναι προμηθευτής συμβολαίων στην αγορά. Από την άλλη πλευρά έχουμε τους αντισταθμιστές που είναι αγοραστές των συμβολαίων. Όμως, στις περισσότερες αγορές τις περισσότερες φορές οι αντισταθμιστές είναι καθαροί προμηθευτές συμβολαίων. Αυτό δείχνει πως υπάρχει υπερίσχυση της αντιστάθμισης κινδύνου με τη χρήση συμβολαίων futures θέσης short.

2.5 ΑΡΙΣΤΗ ΑΝΤΙΣΤΑΘΜΙΣΗ

Αντικειμενικός σκοπός της αντιστάθμισης κινδύνου είναι, όπως έχουμε αναφέρει, η εξάλειψη του κινδύνου μεταβολής της τιμής. Η εξάλειψη του κινδύνου είναι σπάνια στην πράξη οπότε η προσέγγιση της άριστης αντιστάθμισης επιτυγχάνεται με την ελαχιστοποίηση του κινδύνου. Πέρα όμως από την ελαχιστοποίηση του κινδύνου η άριστη αντιστάθμιση είναι δυνατόν να εξεταστεί με την έννοια του αναμενόμενου κέρδους του επενδυτή παράλληλα με την ελαχιστοποίηση του κινδύνου. Βασικό στοιχείο της ανάλυσης της άριστης αντιστάθμισης είναι ο δείκτης αντιστάθμισης (hedge ratio), ο οποίος είναι ο αριθμός των συμβολαίων futures που χρειάζονται για να αντισταθμιστεί μια θέση στη spot αγορά.

2.5.1 ΑΝΤΙΣΤΑΘΜΙΣΗ ΜΕ ΕΛΑΧΙΣΤΟΠΟΙΗΣΗ ΤΟΥ ΚΙΝΔΥΝΟΥ

Όπως είδαμε η τελική αξία της στρατηγικής κατά την οποία ο παραγωγός αντισταθμίζει τη θέση του στη χρονική στιγμή t , όπου $t \neq T$ (ημερομηνία παράδοσης), είναι $S_t - F_t + F_0$. Στη χρονική στιγμή 0, δηλαδή σήμερα, η αξία της θέσης του παραγωγού μπορεί να θεωρηθεί ίση με S_0 . Αυτή θα ήταν η τιμή σε περίπτωση που πωλούνταν το προϊόν σήμερα. Εάν ληφθούν υπ' όψιν η ποσότητα της εκροής $q_{0,t}$ και η ποσότητα $h_{0,t}$ που αντισταθμίζεται τη χρονική στιγμή 0, τότε η συνολική διαφορά στη θέση του παραγωγού ΔW μεταξύ των χρονικών στιγμών 0 και t , δηλαδή κατά τη διάρκεια της αντιστάθμισης είναι:

$$\Delta W = (S_t - S_0)q_{0,t} - (F_t - F_0)h_{0,t} \quad (2.9)$$

Σε περίπτωση που η αντιστάθμιση είναι τέλεια (perfect hedge) η μεταβολή των spot τιμών εξαλείφεται πλήρως από την αντιστάθμιση με τη χρήση συμβολαίων futures, οπότε η διαφορά στη θέση του παραγωγού είναι ίση με μηδέν και από τη σχέση (2.9) έχουμε:

$$\Delta W = (S_t - S_0)q_{0,t} - (F_t - F_0)h_{0,t} = 0$$

ή

$$\Delta W = \Delta S q_{0,t} - \Delta F h_{0,t} = 0 \quad (2.10)$$

Συνεπώς, για μια τέλεια αντιστάθμιση η ποσότητα $h_{0,t}$ που επιλέγεται είναι τέτοια ώστε να ισχύει $h_{0,t}/q_{0,t} = \Delta S/\Delta F$. Ο όρος $h_{0,t}/q_{0,t}$ είναι ο δείκτης αντιστάθμισης και λαμβάνει αυτή την ειδική μορφή μόνο σε περίπτωση που η αντιστάθμιση είναι τέλεια και υπάρχει ακριβής σχέση μεταξύ της τιμής του υποκείμενου περιουσιακού στοιχείου και του συμβολαίου futures που χρησιμοποιείται ως εργαλείο αντιστάθμισης.

Στην πράξη η τέλεια αντιστάθμιση είναι σπάνια και γι' αυτό το λόγο χρησιμοποιούμε την ελαχιστοποίηση του κινδύνου ή διαφορετικά την ελαχιστοποίηση της διακύμανσης της μεταβολής της θέσης του παραγωγού για τον προσδιορισμό του δείκτη αντιστάθμισης, σύμφωνα με την ανάλυση των Johnson,

L. L. (1960) και Stein, J. L. (1961). Διαιρώντας και τα δυο μέλη της σχέσης (2.9) με $q_{0,t}$ έχουμε:

$$\Delta W/q_{0,t} = \Delta S - \Delta F h_{0,t} / q_{0,t} = \Delta S - \Delta F N_f \quad (2.11)$$

όπου $N_f = h_{0,t}/q_{0,t}$ είναι ο δείκτης αντιστάθμισης.

Από τη σχέση (2.11) προκύπτει η διακύμανση της μεταβολής της θέσης του παραγωγού ανά μονάδα εκροής η οποία μπορεί να γραφεί ως:

$$\text{Var}[\Delta W/q_{0,t}] = \text{Var}[\Delta S] + \text{Var}[\Delta F] N_f^2 - 2N_f \text{Cov}[\Delta S, \Delta F] \quad (2.12)$$

Η τιμή του N_f που ελαχιστοποιεί τη διακύμανση $\text{Var}[\Delta W/q_{0,t}]$ προκύπτει από την πρώτη συνθήκη ελαχιστοποίησης της σχέσης (2.12), θέτοντας την πρώτη παράγωγο αυτής ως προς N_f ίση με το μηδέν. Η τιμή του N_f που προκύπτει είναι ο καθαρός δείκτης αντιστάθμισης και δίνεται από τη σχέση:

$$N_f = \frac{\text{Cov}[\Delta S, \Delta F]}{\text{Var}[\Delta F]} \quad (2.13)$$

Η δεύτερη συνθήκη για την ελαχιστοποίηση της σχέσης (2.12) ικανοποιείται εφόσον $\text{Var}[\Delta F] > 0$. Επίσης, ένας άλλος τρόπος για να παρουσιάσουμε τον καθαρό δείκτη αντιστάθμισης είναι με τη σχέση $N_f = r_{\Delta S, \Delta F} \sigma[\Delta S] / \sigma[\Delta F]$, όπου $r_{\Delta S, \Delta F}$ είναι ο συντελεστής συσχέτισης των ΔS και ΔF .

Η αποτελεσματικότητα της αντιστάθμισης ελάχιστης διακύμανσης μπορεί να προσδιοριστεί με την εξέταση του ποσοστού μείωσης του κινδύνου σύμφωνα με τον Ederington, L. H. (1979). Έστω ότι η αποτελεσματικότητα της αντιστάθμισης e ορίζεται από την παρακάτω σχέση:

$$e = \frac{\text{Var}[\Delta S] - \text{Var}[\Delta W/q_{0,t}]}{\text{Var}[\Delta S]} \quad (2.14)$$

Η σχέση αυτή δίνει το ποσοστό του κινδύνου της μη αντισταθμισμένης θέσης που μειώνεται από την αντιστάθμιση. Με τη χρήση των σχέσεων (2.12) και (2.13) η (2.14) γίνεται:

$$e = \frac{N_f^2 \text{Var}[\Delta F]}{\text{Var}[\Delta S]} \quad (2.15)$$

Η σχέση (2.15) είναι ο συντελεστής προσδιορισμού από την παλινδρόμηση της μεταβλητής ΔS πάνω στη μεταβλητή ΔF , εφόσον ο δείκτης αντιστάθμισης N_f είναι η κλίση της γραμμής παλινδρόμησης, όπως θα δούμε στο Κεφάλαιο 3.

2.5.2 ΑΝΤΙΣΤΑΘΜΙΣΗ ΜΕ ΤΟ ΜΟΝΤΕΛΟ α - t

Η αντιστάθμιση με ελαχιστοποίηση του κινδύνου βασίζεται στη θεωρία χαρτοφυλακίου του Markowitz, H. M. (1952). Στη θεωρία αυτή ο κίνδυνος θεωρείται ως η διακύμανση των αποδόσεων. Αποκλίσεις από μια συγκεκριμένη απόδοση

είναι ανεπιθύμητες. Οι Crum, R. L., Payne, J. W. και Laughhunn, D. L. (1981) διατύπωσαν ότι οι managers θεωρούν τον κίνδυνο ως την αποτυχία να πετύχουν ένα συγκεκριμένο επίπεδο απόδοσης, τη λεγόμενη απόδοση στόχο (target return). Το ίδιο ισχύει και για τους επενδυτές, οι οποίοι χρησιμοποιούν τα συμβόλαια futures για πρόληψη ζημιών από τη μεταβολή των spot τιμών.

Ο Fishburn, P. C. (1977) διατύπωσε την παραπάνω αντίληψη για τον κίνδυνο μέσω του μοντέλου α -t. Ο Fishburn περιγράφει την αναμενόμενη χρησιμότητα (αρνητική) ενός αποτελέσματος κάτω από μια ορισμένη απόδοση στόχο (t), η οποία σταθμίζεται από το (α), το οποίο αποτελεί ένα μέτρο αποστροφής του κινδύνου (risk – aversion). Το μέτρο του κινδύνου ορίζεται ως εξής:

$$G_{\alpha}(t) = \int_{-\infty}^t (t - Y)^{\alpha} dF(Y) \quad (2.16)$$

όπου $G_{\alpha}(t)$: η αναμενόμενη χρησιμότητα της ζημιάς

t: η απόδοση στόχος

α : μέτρο αποστροφής κινδύνου για κάτω του στόχου αποδόσεις

Y: η απόδοση κάτω της απόδοσης στόχου

F(Y): η κατανομή πιθανότητας της Y

Ένας επενδυτής που έχει α μεταξύ 0 και 1 είναι ριψοκίνδυνος (risk seeking), ενώ εάν το α είναι ίσο με τη μονάδα ο επενδυτής είναι ουδέτερος (risk neutral) και εάν το α είναι μεγαλύτερο από 1 είναι συντηρητικός (risk averse). Οι Crum, Payne και

Laughunn (1980) έλεγξαν το α για $t = 0$ και διαπίστωσαν ότι 71% των managers είναι ριψοκίνδυνοι για κάτω του στόχου αποδόσεις. Οι Ahmadi, H. Z., Sharp, P. A. και Walther, C. H. (1986) βρήκαν έναν εκτιμητή του μέτρου του κινδύνου στο μοντέλο α - t . Ο δείκτης αντιστάθμισης $(N_f)_{\alpha-t}$ που βασίζεται στο μοντέλο α - t βρίσκεται με ελαχιστοποίηση του κινδύνου. Το πρόβλημα αυτό αντανακλάται στην παρακάτω σχέση:

$$(N_f)_{\alpha-t} = \min_{N_f} G_{na}(t) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^M (t - Y_i)^\alpha \quad (2.17)$$

όπου $G_{na}(t)$: μια εκτίμηση της αναμενόμενης χρησιμότητας μιας ζημιάς

N : ο αριθμός των αποδόσεων

M : ο αριθμός των αποδόσεων κάτω του στόχου

Ανάλογα με την αποτελεσματικότητα της αντιστάθμισης με ελαχιστοποίηση του κινδύνου που δίνεται από τη σχέση (2.14) ορίζεται και η αποτελεσματικότητα για το α - t μοντέλο σύμφωνα με την παρακάτω σχέση:

$$(e)_{\alpha-t} = 1 - \frac{G_{na,hedged}(t)}{G_{na,spot}(t)} \quad (2.18)$$

Από έρευνες που έχουν γίνει έχει αποδειχθεί ότι η μεγιστοποίηση της αποτελεσματικότητας της αντιστάθμισης αποφεύγεται, διότι δεν έχει υπολογιστεί ένας δείκτης αντιστάθμισης, ο οποίος να δίνει την άριστη χρησιμότητα σύμφωνα με το μοντέλο α - t . Αυτό που μπορεί να επιτευχθεί είναι μια βελτίωση της

αποτελεσματικότητας της αντιστάθμισης με τη χρήση ενός δείκτη αντιστάθμισης κινδύνου σύμφωνα με το μοντέλο α -t.

2.5.3 ΑΝΤΙΣΤΑΘΜΙΣΗ ΜΕ ΤΙΣ ΕΝΝΟΙΕΣ ΤΟΥ ΚΙΝΔΥΝΟΥ ΚΑΙ ΤΗΣ ΑΝΑΜΕΝΟΜΕΝΗΣ ΑΠΟΔΟΣΗΣ

Οι επενδυτές κατά τη λήψη αποφάσεων σε περίπτωση αβεβαιότητας λαμβάνουν υπ' όψιν τους τόσο τον κίνδυνο όσο και την αναμενόμενη απόδοση. Οι επενδυτές δηλαδή δεν αγνοούν τις μελλοντικές μεταβολές στις τιμές των περιουσιακών στοιχείων και οι αποφάσεις τους επηρεάζονται από τις πεποιθήσεις τους για τις μεταβολές αυτές. Ο αντικειμενικός σκοπός του επενδυτή μπορεί να εκφραστεί με την επιλογή του N_f που να μεγιστοποιεί την αναμενόμενη χρησιμότητα U , δηλαδή τη διαφορά μεταξύ του αναμενόμενου ανά μονάδα αποτελέσματος $E[\Delta W/q_{0,t}]$ από τη μεταβολή της θέσης του επενδυτή, ο οποίος έχει προβεί σε αντιστάθμιση και της διακύμανσης του $\Delta W/q_{0,t}$. Η διαφορά αυτή δίνεται από την παρακάτω σχέση:

$$U = E[\Delta W/q_{0,t}] - \alpha \text{Var}[\Delta W/q_{0,t}] \quad (2.19)$$

Η παράμετρος $\alpha > 0$ αντιπροσωπεύει την προτίμηση του επενδυτή για ελαχιστοποίηση του κινδύνου σε σχέση με τη μεγιστοποίηση του αναμενόμενου κέρδους από τη μεταβολή της θέσης του. Όσο μεγαλύτερο είναι το α τόσο μεγαλύτερο είναι το βάρος που δίνεται στην ελαχιστοποίηση του κινδύνου.

Ο άριστος δείκτης αντιστάθμισης N_f' είναι αυτός που μεγιστοποιεί τη σχέση (2.19), η οποία με τη χρήση των σχέσεων (2.11) και (2.12) γίνεται:

$$U = E[\Delta S] - E[\Delta F]N_f - \alpha\{\text{Var}[\Delta S] + \text{Var}[\Delta F]N_f^2 - 2N_f\text{Cov}[\Delta S, \Delta F]\} \quad (2.20)$$

Η πρώτη συνθήκη μεγιστοποίησης της σχέσης (2.20) ως προς N_f βρίσκεται εάν θέσουμε την πρώτη παράγωγο αυτής ως προς N_f ίση με το μηδέν. Οπότε έχουμε:

$$\frac{dU}{dN_f} = -E[\Delta F] - 2\alpha\text{Var}[\Delta F]N_f + 2\alpha\text{Cov}[\Delta S, \Delta F]$$

Η συνθήκη δεύτερης τάξης είναι:

$$\frac{d^2U}{dN_f^2} = -2\alpha\text{Var}[\Delta F] < 0$$

οπότε η συνθήκη δεύτερης τάξης για τη μεγιστοποίηση του U ικανοποιείται.

Εφόσον $E[\Delta F] = E[F_t] - F_0$ ο άριστος δείκτης αντιστάθμισης N_f' γίνεται:

$$N_f' = N_f + \frac{F_0 - E[F_t]}{2\alpha\text{Var}[\Delta F]} \quad (2.21)$$

όπου $N_f = \frac{\text{Cov}[\Delta S, \Delta F]}{\text{Var}[\Delta F]}$.

Ο πρώτος όρος στο δεξιό μέλος της σχέσης (2.21) συμβολίζει τον καθαρό συντελεστή αντιστάθμισης, ενώ ο δεύτερος όρος συμβολίζει την κερδοσκοπική αντιστάθμιση (speculative hedge). Ο όρος αυτός μετράει την έκταση της συναλλαγής σε συμβόλαια futures του επενδυτή, ώστε αυτός να κερδίσει από μια αναμενόμενη μεταβολή στην τιμή των συμβολαίων futures. Για έναν επενδυτή που είναι ευαίσθητος στη διακύμανση, δηλαδή το α γι' αυτόν είναι μεγάλο, ο δεύτερος όρος στο δεξιό μέλος της σχέσης (2.21) μπορεί να παραληφθεί. Στην περίπτωση αυτή ο άριστος συντελεστής αντιστάθμισης ισούται με τον καθαρό συντελεστή αντιστάθμισης.

Η σχέση (2.21) δείχνει ότι η άριστη αντιστάθμιση μπορεί να θεωρηθεί ως μια εφαρμογή της θεωρίας επιλογής χαρτοφυλακίου. Ένας επενδυτής που κρατάει ένα περιουσιακό στοιχείο που ενέχει κίνδυνο μπορεί να επωφεληθεί από την κατοχή ενός δεύτερου περιουσιακού στοιχείου (συμβολαίου futures), η τιμή του οποίου συσχετίζεται με την τιμή του πρώτου περιουσιακού στοιχείου. Η συσχέτιση των τιμών επιτρέπει στον επενδυτή να μειώσει το συνολικό επίπεδο του κινδύνου. Επίσης, σύμφωνα με το βάρος που δίνεται στη μείωση του κινδύνου σε σχέση με το αναμενόμενο κέρδος, η απόφαση του επενδυτή μπορεί να ερμηνευτεί ως κερδοσκοπία με τη χρήση συμβολαίων futures, παρόλο που υπάρχει ένα στοιχείο αντιστάθμισης. Έτσι, τα δύο κίνητρα του επενδυτή, κερδοσκοπία και αντιστάθμιση, δεν είναι αναγκαίο να εξετάζονται χωριστά.

2.5.4 ΜΕΤΡΑ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΙΚΟΤΗΤΑΣ ΑΝΤΙΣΤΑΘΜΙΣΗΣ ΜΕ ΤΙΣ ΕΝΝΟΙΕΣ ΤΟΥ ΚΙΝΔΥΝΟΥ ΚΑΙ ΤΗΣ ΑΝΑΜΕΝΟΜΕΝΗΣ ΑΠΟΔΟΣΗΣ

Σύμφωνα με την προηγούμενη ανάλυση ο σκοπός της αντιστάθμισης μπορεί να είναι διπτός και ο αντισταθμιστής να επιθυμεί μείωση του κινδύνου ταυτόχρονα με βελτίωση της απόδοσης. Σε μια τέτοια περίπτωση για τη μέτρηση της αποτελεσματικότητας της αντιστάθμισης θα πρέπει να εξεταστεί η επίδραση της αντιστάθμισης στον κίνδυνο και την απόδοση. Οι Howard, C. T. και D' Antonio, L. J. (1987) ανέπτυξαν το HBS (hedging benefit per unit of risk) ως μέτρο της αποτελεσματικότητας της αντιστάθμισης, το οποίο δίνεται από την παρακάτω σχέση:

$$HBS = \frac{i + \theta_h \sigma_s - r_s}{\sigma_s} \quad (2.22)$$

όπου r_s είναι η απόδοση του μη αντισταθμισμένου χαρτοφυλακίου, σ_s η τυπική απόκλιση των αποδόσεων του μη αντισταθμισμένου χαρτοφυλακίου και i το επιτόκιο άνευ κινδύνου. Για το θ_h ισχύει:

$$\theta_h = \frac{r_h - i}{\sigma_h} \quad (2.23)$$

όπου r_h είναι η απόδοση του μη αντισταθμισμένου χαρτοφυλακίου και σ_h η τυπική απόκλιση των αποδόσεων του αντισταθμισμένου χαρτοφυλακίου. Η σχέση (2.22) είναι ο δείκτης Sharpe για το αντισταθμισμένο χαρτοφυλάκιο και δείχνει το ποσό

της επιπλέον απόδοσης ανά μονάδα κινδύνου (τυπικής απόκλισης). Με αντικατάσταση της σχέσης (2.23) στη σχέση (2.22) το HBS παρατηρούμε ότι είναι η διαφορά μεταξύ των δεικτών Sharpe για το αντισταθμισμένο και το μη αντισταθμισμένου χαρτοφυλακίου. Στην ουσία αυτό που δηλώνεται με τη σχέση (2.22) είναι μεγιστοποίηση του δείκτη Sharpe για το αντισταθμισμένο χαρτοφυλάκιο. Σε περίπτωση που το HBS λάβει θετική τιμή σημαίνει ότι το αντισταθμισμένο χαρτοφυλάκιο είναι ανώτερο του μη αντισταθμισμένου όσον αφορά στην επιπλέον απόδοση ανά μονάδα κινδύνου. Εάν η τιμή του HBS είναι αρνητική ή ίση με το μηδέν, οι επενδυτές δε θα αντισταθμίσουν τη θέση τους, διότι θα χρεωθούν έξοδα συναλλαγών χωρίς να έχουν κάποιο όφελος. Συνεπώς, το HBS πρέπει να είναι θετικό προτού ο επενδυτής λάβει κάποιο όφελος από την αντιστάθμιση. Αυτό το μέτρο μπορεί επίσης να χρησιμοποιηθεί για την κατάταξη διαφορετικών αντισταθμισμένων χαρτοφυλακίων. Επιπρόσθετα, μπορεί να ενσωματωθεί το κόστος αντιστάθμισης στο HBS, εφόσον χρησιμοποιηθούν οι καθαρές αποδόσεις r_S και r_h .

Το πλεονέκτημα του HBS είναι ότι λαμβάνει υπ' όψιν τον κίνδυνο και την απόδοση ταυτόχρονα, ενώ παράλληλα δίνει μια μοναδική αριθμητική τιμή, που σημαίνει ότι επιτρέπει συγκρίσεις. Παρόλα αυτά η προσέγγιση των Howard και D' Antonio δέχθηκε πολλές κριτικές. Ο Lindahl, M. (1991) υποστήριξε ότι το μέτρο HBS δε μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την εκτίμηση της αποτελεσματικότητας της αντιστάθμισης με τη χρήση συμβολαίων futures σε δείκτες μετοχών, διότι το μέτρο αυτό μειώνεται όσο ο κίνδυνος της βάσης πλησιάζει το μηδέν και στη χρονική

στιγμή παράδοσης η διαφορά μεταξύ των δεικτών Sharpe των αντισταθμισμένων και των μη αντισταθμισμένων χαρτοφυλακίων είναι μηδενική ($\theta_h = \theta_s$) και συνεπώς το HBS είναι ίσο με μηδέν. Ο Lindahl (1991) πρότεινε ένα εναλλακτικό διπλό μέτρο βασισμένο στην ιδέα ότι εάν τα συμβόλαια futures σε δείκτες μετοχών τιμολογούνται σε κατάσταση ισορροπίας, τότε η απόδοση των πλήρως αντισταθμισμένων χαρτοφυλακίων είναι ίση με το επιτόκιο άνευ κινδύνου. Το διπλό αυτό μέτρο αποτελούν ο μέσος και η τυπική απόκλιση του Lindahl, τα οποία δίνονται από τις παρακάτω σχέσεις:

$$M_L = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n (r_h - i) \quad (2.24)$$

και

$$\sigma_L = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{j=1}^n [(r_h - i) - E(r_h - i)]^2} \quad (2.25)$$

όπου M_L είναι ο μέσος της διαφοράς μεταξύ της απόδοσης του αντισταθμισμένου χαρτοφυλακίου και του επιτοκίου άνευ κινδύνου, σ_L είναι η τυπική απόκλιση της διαφοράς μεταξύ της απόδοσης του αντισταθμισμένου χαρτοφυλακίου και του επιτοκίου άνευ κινδύνου, r_h η απόδοση του αντισταθμισμένου χαρτοφυλακίου, i το επιτόκιο άνευ κινδύνου και n ο αριθμός των παρατηρήσεων.

Ο μέσος και η τυπική απόκλιση ως μέτρα του Lindahl πρέπει να εξεταστούν το ένα σε σχέση με το άλλο. Συνεπώς, η αποτελεσματικότητα της αντιστάθμισης δε μπορεί να μελετηθεί με ένα μόνο μέτρο, που σημαίνει ότι τα M_L και σ_L πρέπει να λαμβάνονται υπ' όψιν και τα δυο ταυτόχρονα. Αυτό αποτελεί και το μειονέκτημα της

προσέγγισης του Lindahl, ειδικά σε περίπτωση συγκρίσεων διαφορετικών αντισταθμισμένων χαρτοφυλακίων.

2.6 ΑΝΤΙΣΤΑΘΜΙΣΗ ΒΑΣΙΣΜΕΝΗ ΣΤΗ ΜΕΣΗ ΔΙΑΡΚΕΙΑ

Στην περίπτωση που οι επενδυτές κατέχουν περιουσιακά στοιχεία, των οποίων η τιμή εξαρτάται από το επιτόκιο της αγοράς, η αντιστάθμιση κινδύνου γίνεται με συμβόλαια futures επιτοκίου. Η διαδικασία εξαγωγής του δείκτη αντιστάθμισης πραγματοποιείται με αντικειμενικό σκοπό να μην υπάρξει μεταβολή της θέσης του επενδυτή. Έστω ότι ένας επενδυτής που κατέχει ένα χαρτοφυλάκιο ομολόγων ή ένα οποιοδήποτε τίτλο της αγοράς αξιόγραφων και αντισταθμίζει τη θέση του με ένα συμβόλαιο futures επιτοκίου. Υποθέτουμε ότι οι μεταβολές των επιτοκίων των τίτλων της αγοράς αξιόγραφων προκαλούνται από τη μεταβολή ενός επιτοκίου άνευ κινδύνου της αγοράς r , το οποίο μπορεί να θεωρηθεί ως το επιτόκιο άνευ κινδύνου ενός κρατικού ομολόγου. Οπότε μια μεταβολή του r προκαλεί μεταβολές στις αποδόσεις όλων των τίτλων της αγοράς. Έστω F η τρέχουσα τιμή του συμβολαίου futures επιτοκίου, y_F η απόδοση μέχρι τη λήξη (yield to maturity) του τίτλου που θα παραδοθεί και D_F η μέση διάρκεια (duration) του τίτλου στη λήξη του συμβολαίου futures. Η μέση διάρκεια είναι ο μέσος σταθμικός όρος των ετών αναμονής που χρειάζεται να παρέλθουν για να γίνει η είσπραξη ή η πληρωμή των αντίστοιχων ετήσιων τοκομεριδίων και του κεφαλαίου, σταθμισμένων με τα ποσοστά, που οι εν λόγω ετήσιες εισπράξεις αναχθείσες σε παρούσα αξία,

αντιπροσωπεύουν επί της τρέχουσας τιμής του τίτλου. Αντίστοιχα, θεωρούμε S την αξία του τίτλου στη λήξη της αντιστάθμισης, για την οποία υποθέτουμε ότι ισούται με τη σημερινή του αξία, y_s την απόδοσή του μέχρι τη λήξη και D_s τη μέση διάρκειά του στη λήξη της αντιστάθμισης. Η αξία V της θέσης του επενδυτή ορίζεται ως εξής:

$$V = S + fN_f$$

όπου f η αξία του συμβολαίου futures. Το αποτέλεσμα μιας μεταβολής του r στο V , εφόσον $\partial f/\partial r = \partial F/\partial r$ είναι:

$$\frac{\partial V}{\partial r} = \frac{\partial S}{\partial r} + \frac{\partial F}{\partial r} N_f \quad (2.26)$$

Η άριστη τιμή του N_f είναι αυτή που εξισώνει τη σχέση (2.26) με μηδέν. Οι παράγωγοι $\partial S/\partial r$ και $\partial F/\partial r$ δεν είναι γνωστές, όμως, μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε τον κανόνα της αλυσίδας και να εκφράσουμε τη σχέση (2.26) ως εξής:

$$\frac{\partial V}{\partial r} = \frac{\partial S}{\partial y_s} \frac{\partial y_s}{\partial r} + \frac{\partial F}{\partial y_f} \frac{\partial y_f}{\partial r} N_f \quad (2.27)$$

Από την παραπάνω διαδικασία εισάγονται οι μεταβολές στις αποδόσεις ∂y_S και ∂y_F . Υποθέτουμε ότι τα $\partial y_S/\partial t$ και $\partial y_F/\partial t$ είναι ίσα μεταξύ τους. Εξισώνοντας τη σχέση (2.27) με το μηδέν και λύνοντας ως προς N_f έχουμε:

$$N_f = -\frac{\partial S/\partial y_S}{\partial F/\partial y_F} \quad (2.28)$$

Το μείον δηλώνει την αντίθετη θέση που λαμβάνει ο επενδυτής στην αγορά των συμβολαίων futures σε σχέση με αυτή που έχει ήδη λάβει στη spot αγορά. Η σχέση (2.28) κατά προσέγγιση είναι ίση με:

$$N_f = -\frac{\Delta S/\Delta y_S}{\Delta F/\Delta y_F} = -\frac{\Delta S}{\Delta F} \frac{\Delta y_F}{\Delta y_S} \quad (2.29)$$

Η μέση διάρκεια D_S , όταν το y_S εκφράζεται με συνεχή ανατοκισμό, δίνεται από την παρακάτω σχέση:

$$D_S = -\frac{\Delta S}{S\Delta y_S} \quad (2.30)$$

Αντίστοιχα για τη μέση διάρκεια D_S ισχύει:

$$D_F = -\frac{\Delta F}{F\Delta y_F} \quad (2.31)$$

Η σχέση (2.29) με τη βοήθεια των σχέσεων (2.30) και (2.31) γίνεται:

$$N_f = -\frac{SD_S}{FD_F} \quad (2.32)$$

Η σχέση (2.32) δίνει το βασισμένο στη μέση διάρκεια δείκτη αντιστάθμισης, ο οποίος ονομάζεται και δείκτης αντιστάθμισης τιμής ευαισθησίας (price sensitivity hedge ratio). Σε περίπτωση που το μέσο για την πραγματοποίηση της αντιστάθμισης είναι ένα συμβόλαιο futures σε ομόλογα, ο επενδυτής πρέπει να εκτιμήσει ποιο από τα διαθέσιμα ομόλογα είναι ενδεχομένως το πιο φθηνό για παράδοση από τη χρονική στιγμή που αρχίζει η αντιστάθμιση του κινδύνου. Εάν μεταγενέστερα μεταβληθεί το επιτόκιο, ώστε να διακρίνεται ένα άλλο ομόλογο ως πιο φθηνό για να παραδοθεί, τότε η αντιστάθμιση πρέπει να προσαρμοσθεί και η αποτελεσματικότητά της μπορεί να είναι μικρότερη από αυτή που είχε προβλεφθεί. Σε περίπτωση που τα y_S και y_F εκφράζονται με ετήσιο ανατοκισμό για τα D_S και D_F ισχύει:

$$D_S = -\frac{\Delta S}{S} \frac{1+y_S}{\Delta y_S} \quad \text{και} \quad D_F = -\frac{\Delta F}{F} \frac{1+y_F}{\Delta y_F}$$

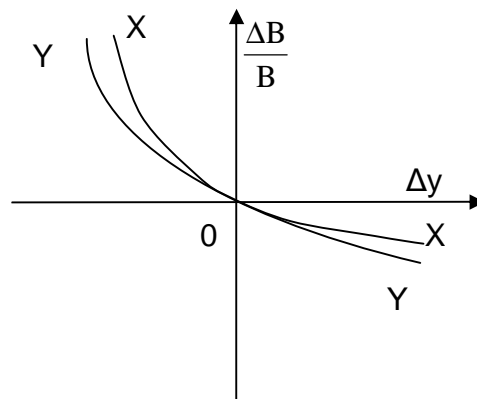
οπότε ο δείκτης αντιστάθμισης γίνεται:

$$N_f = -\frac{SD_S}{FD_F} \frac{1+y_F}{1+y_S} \quad (2.33)$$

Η μέση διάρκεια παρέχει μια απλή προσέγγιση της διαχείρισης κινδύνου επιτοκίου. Όμως, η αντιστάθμιση κινδύνου που πραγματοποιείται με τη χρήση της μέσης διάρκειας δε μπορεί να είναι τέλεια για δυο λόγους. Ο πρώτος αφορά μια έννοια

γνωστή ως κυρτότητα και ο δεύτερος αφορά την υπόθεση ότι τα $\partial y_S/\partial r$ και $\partial y_F/\partial r$ είναι ίσα μεταξύ τους.

Η κυρτότητα πρέπει να λαμβάνεται υπ' όψιν σε περίπτωση που οι μεταβολές των επιτοκίων είναι μέτριες ή μεγάλες. Αυτό φαίνεται από το Διάγραμμα 2.9, το οποίο παρουσιάζει τη σχέση μεταξύ της ποσοστιαίας μεταβολής της αξίας ενός χαρτοφυλακίου ομολόγων $\Delta B/B$ και της μεταβολής στην απόδοση Δy για δυο χαρτοφυλάκια X και Y που έχουν την ίδια μέση διάρκεια. Η κλίση των δυο καμπυλών XX και YY είναι η ίδια όταν η μεταβολή της απόδοσης είναι μικρή.



ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ 2.9

**ΧΑΡΤΟΦΥΛΑΚΙΑ ΟΜΟΛΟΓΩΝ
ΜΕ ΔΙΑΦΟΡΕΤΙΚΕΣ ΚΥΡΤΟΤΗΤΕΣ**

Αυτό σημαίνει ότι η αξία και των δυο χαρτοφυλακίων μεταβάλλεται κατά το ίδιο ποσοστό για μικρές μεταβολές της απόδοσης. Σε αυτή την περίπτωση ισχύει η σχέση που δίνει τη μέση διάρκεια του χαρτοφυλακίου ομολόγων με αξία ίση με B, η οποία είναι η εξής:

$$D_B = -\frac{\Delta B}{B \Delta y} \quad (2.34)$$

Από τη σχέση (2.34) παρατηρούμε ότι η κλίση των καμπυλών ΧΧ και ΥΥ είναι ίση με μείον τη μέση διάρκεια. Για μεγάλες μεταβολές των επιτοκίων η αξία των χαρτοφυλακίων δεν εξαρτάται μόνο από τη μέση διάρκεια. Από το Διάγραμμα 2.9 παρατηρούμε ότι το χαρτοφυλάκιο Χ έχει μεγαλύτερη κυρτότητα από το χαρτοφυλάκιο Υ. Η αξία του αυξάνεται περισσότερο σε σχέση με την αξία του χαρτοφυλακίου Υ, όταν οι αποδόσεις μειώνονται. Από την άλλη πλευρά, όταν οι αποδόσεις αυξάνονται, η αξία του χαρτοφυλακίου Χ μειώνεται λιγότερο σε σχέση με την αξία του χαρτοφυλακίου Υ. Ένα μέτρο της κυρτότητας C είναι το παρακάτω:

$$C = \frac{1}{B} \frac{\partial^2 B}{\partial y^2} \quad (2.35)$$

Η κυρτότητα ενός χαρτοφυλακίου ομολόγων τείνει να είναι μεγαλύτερη όταν το χαρτοφυλάκιο παρέχει πληρωμές ομοιόμορφα κατανεμημένες κατά τη διάρκεια ενός μεγάλου χρονικού διαστήματος. Όταν οι πληρωμές συγκεντρώνονται γύρω από μια συγκεκριμένη χρονική στιγμή η κυρτότητα τείνει να είναι μικρότερη.

Τροποποιώντας τη σχέση (2.34) έχουμε:

$$\frac{\Delta B}{B} = -D_B \Delta y \quad (2.36)$$

Όταν η κυρτότητα ληφθεί υπ' όψιν, μπορεί να αποδειχθεί ότι η σχέση (2.36) γίνεται:

$$\frac{\Delta B}{B} = -D_B \Delta y + \frac{1}{2} C \Delta y^2 \quad (2.37)$$

Το δεύτερο σοβαρό πρόβλημα με τη μέση διάρκεια είναι η υπόθεση ότι όλα τα επιτόκια μεταβάλλονται κατά το ίδιο ποσό. Στην πράξη τα βραχυπρόθεσμα επιτόκια είναι συνήθως περισσότερο ευμετάβλητα και δε συσχετίζονται σε μεγάλο βαθμό με τα μακροπρόθεσμα επιτόκια. Μερικές φορές συμβαίνει τα βραχυπρόθεσμα και τα μακροπρόθεσμα επιτόκια να κινούνται σε διαφορετικές κατευθύνσεις. Για αυτό το λόγο οι χρηματοπιστωτικοί οργανισμοί συχνά αντισταθμίζουν την έκθεση τους στον κίνδυνο μεταβολής των επιτοκίων με τη διαίρεση της καμπύλης απόδοσης (yield curve) μηδενικού κουπονιού σε τμήματα, διασφαλίζοντας αντιστάθμιση σε κάθε τμήμα. Έστω ότι το τμήμα i είναι το μέρος της καμπύλης απόδοσης μηδενικού κουπονιού μεταξύ της χρονικής στιγμής t_i και της χρονικής στιγμής t_{i+1} . Ένας χρηματοπιστωτικός οργανισμός θα εξέταζε την επίδραση μιας μικρής αύξησης Δy σε όλες τις αποδόσεις μηδενικού κουπονιού για όλες τις λήξεις μεταξύ της χρονικής στιγμής t_i και της χρονικής στιγμής t_{i+1} , ενώ παράλληλα θα κρατούσε την υπόλοιπη καμπύλη απόδοσης μηδενικού κουπονιού ανεπηρέαστη. Εάν η έκθεση στον κίνδυνο μεταβολής του επιτοκίου ήταν σημαντική, τότε θα προέβαινε στην επιλογή κατάλληλων χρηματοοικονομικών εργαλείων για τη μείωσή του. Στα πλαίσια της τραπεζικής διοίκησης η προσέγγιση αυτή αναφέρεται ως διαχείριση ανοίγματος (GAP management).

2.7 ΑΝΤΙΣΤΑΘΜΙΣΗ ΜΕ ΣΥΜΒΟΛΑΙΑ FUTURES ΣΕ ΔΕΙΚΤΕΣ ΜΕΤΟΧΩΝ

Τα συμβόλαια futures σε δείκτες μετοχών μπορούν να χρησιμοποιηθούν για να αντισταθμίσουν τον κίνδυνο ενός καλά διαφοροποιημένου χαρτοφυλακίου μετοχών. Από το Υπόδειγμα Αποτίμησης Περιουσιακών Στοιχείων (Capital Asset Pricing Model) γνωρίζουμε ότι η σχέση μεταξύ της αναμενόμενης απόδοσης ενός χαρτοφυλακίου μετοχών και της απόδοσης της αγοράς περιγράφεται από τη παράμετρο β . Αυτή είναι η κλίση της ευθείας γραμμής, η οποία προκύπτει από την παλινδρόμηση της επιπλέον από το επιτόκιο άνευ κινδύνου απόδοσης του χαρτοφυλακίου πάνω στην επιπλέον από το επιτόκιο άνευ κινδύνου απόδοση της αγοράς. Όταν το β είναι ίσον με τη μονάδα, η απόδοση του χαρτοφυλακίου αντανακλά την απόδοση της αγοράς. Σε αυτή την περίπτωση η θέση στα συμβόλαια futures σε δείκτες μετοχών πρέπει να τέτοια, ώστε η αξία των μετοχών που αποτελούν τα υποκείμενα περιουσιακά στοιχεία των συμβολαίων futures να ισούται με τη συνολική αξία του χαρτοφυλακίου που αντισταθμίζεται. Όταν $\beta = 2$, το χαρτοφυλάκιο είναι δυο φορές πιο ευμετάβλητο από τις μετοχές που αποτελούν το υποκείμενο περιουσιακό στοιχείο του συμβολαίου futures και η θέση στα συμβόλαια futures πρέπει να είναι δυο φορές μεγαλύτερη. Γενικά, ο αριθμός των συμβολαίων που απαιτούνται για αντιστάθμιση του κινδύνου μεταβολής της αξίας του χαρτοφυλακίου δίνεται από την παρακάτω σχέση:

$$N_f = \beta \frac{P}{A} \quad (2.38)$$

όπου P είναι η αξία του χαρτοφυλακίου μετοχών και A είναι η αξία των μετοχών που αποτελούν υποκείμενο περιουσιακό στοιχείων ενός συμβολαίου futures.

Η διαδικασία της αντιστάθμισης κινδύνου με συμβόλαια futures σε δείκτες μετοχών μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την αλλαγή του β ενός χαρτοφυλακίου. Για να μεταβληθεί το β ενός χαρτοφυλακίου από β σε β^* , όπου $\beta > \beta^*$, θα πρέπει να ληφθεί θέση short σε:

$$(\beta - \beta^*) \frac{P}{A}$$

συμβόλαια futures. Όταν $\beta < \beta^*$, η λήψη θέσης long σε:

$$(\beta^* - \beta) \frac{P}{A}$$

συμβόλαια είναι απαραίτητη.

Για παράδειγμα εάν στη σχέση (2.38) το N_f ισούται με 10 και το β είναι ίσο με 1,5, τότε για να μειωθεί το β σε 0,75 θα πρέπει να ληφθεί θέση short σε 5 συμβόλαια futures. Αν θέλουμε να αυξήσουμε το β από 1,5 σε 3 θα πρέπει να ληφθεί θέση long σε 10 συμβόλαια futures.

2.8 ΑΝΑΚΕΦΑΛΑΙΩΣΗ

Βασικό αντικείμενο εξέτασης αυτού του κεφαλαίου αποτέλεσε η αντιστάθμιση κινδύνου με τη χρήση συμβολαίων futures. Αντικειμενικός σκοπός της αντιστάθμισης κινδύνου είναι η εξάλειψη του κινδύνου μεταβολής της τιμής ενός περιουσιακού στοιχείου για το οποίο ένας επενδυτής έχει λάβει ήδη θέση (αγορά ή πώληση) ή επιθυμεί να λάβει θέση στο μέλλον. Είδαμε ότι το κλειδί για να εξετάσουμε τον τρόπο με τον οποίο λειτουργεί η αντιστάθμιση είναι η κατανόηση της έννοιας της βάσης. Η βάση είναι η διαφορά της spot τιμής του υποκείμενου περιουσιακού στοιχείου ενός συμβολαίου futures και της τιμής του εν λόγω συμβολαίου. Όσο μεγαλύτερη είναι η συσχέτιση των δύο παραπάνω τιμών στη χρονική στιγμή παράδοσης που ορίζεται στο συμβόλαιο futures, τόσο πιο μικρός είναι ο κίνδυνος βάσης και τόσο πιο αποτελεσματικό είναι το συμβόλαιο futures σαν εργαλείο αντιστάθμισης. Επίσης, πέρα από την αποτελεσματικότητα πολύ σημαντικό κριτήριο για την επιλογή του μέσου αντιστάθμισης είναι το κόστος της αντιστάθμισης, το οποίο είναι η διαφορά μεταξύ της αναμενόμενης τιμής του συμβολαίου futures και της τρέχουσας τιμής του συμβολαίου futures.

Βασικό στοιχείο της ανάλυσης της αντιστάθμισης είναι ο δείκτης αντιστάθμισης (hedge ratio), ο οποίος είναι ο αριθμός των συμβολαίων futures που χρειάζονται για να αντισταθμιστεί μια θέση στη spot αγορά. Ο προσδιορισμός του δείκτη αντιστάθμισης γίνεται με το κριτήριο της ελαχιστοποίησης κινδύνου. Στο κριτήριο αυτό στηρίζεται ο καθαρός δείκτης αντιστάθμισης και ο δείκτης που εξάγεται από

το μοντέλο α -t του Fishburn. Πέρα όμως από την ελαχιστοποίηση του κινδύνου η άριστη αντιστάθμιση είναι δυνατόν να εξεταστεί με την έννοια του αναμενόμενου κέρδους του επενδυτή παράλληλα με την ελαχιστοποίηση του κινδύνου. Ο δείκτης που προκύπτει είναι ο άριστος δείκτης αντιστάθμισης.

Στην περίπτωση που οι επενδυτές κατέχουν περιουσιακά στοιχεία, των οποίων η τιμή εξαρτάται από το επιτόκιο της αγοράς, η αντιστάθμιση κινδύνου γίνεται με συμβόλαια futures επιτοκίου. Ο δείκτης αντιστάθμισης βασίζεται στη μέση διάρκεια, ο οποίος ονομάζεται και δείκτης αντιστάθμισης τιμής ευαισθησίας. Επίσης, τα συμβόλαια futures σε δείκτες μετοχών μπορούν να χρησιμοποιηθούν για να αντισταθμίσουν τον κίνδυνο ενός καλά διαφοροποιημένου χαρτοφυλακίου μετοχών. Ο δείκτης αντιστάθμισης σε αυτή την περίπτωση εξαρτάται από την παράμετρο β του Υποδείγματος Αποτίμησης Περιουσιακών Στοιχείων.

ΕΠΙΛΕΓΜΕΝΗ ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

- Brailsford, T. J., Corrigan K. and Heaney, R., "A Comparison of Measures of Hedging Effectiveness: A Case Study Using the Australian All Ordinaries Share Price Index Futures Contract", *Journal of Multinational Financial Management*, Vol. 11, 2001.
- Chance, D. M., "An Introduction to Derivatives", Orlando, The Dryden Press, 1995.
- Chang, J. S. K. and Shanker, L. "A Risk – Return Measure of Hedging Effectiveness: A Comment", *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, Vol. 22, No 3, 1987.
- Ederington, L. H., "The Hedging Performance of the New Futures Markets", *The Journal of Finance*, Vol. 34, No 1, 1979.
- Fishburn, P. C., "Mean – Risk Analysis with Risk Associated with Below – Target Returns", *The American Economic Review*, Vol. 67, No 2, 1977.
- Franklce, C. T., "The Hedging Performance of the New Futures Market: Comment", *The Journal of Finance*, Vol. 35, No 5, 1980.
- Johnson, L. L., "The Theory of Hedging and Speculation in Commodity Futures", *Review of Economic Studies*, Vol. 27, 1960.
- Johnson, L. J. and Walther, C. H., "New Evidence of the Effectiveness of Portfolio Hedges in Currency Forward Markets", *Management International Review*, Vol. 24, No 2, 1984.

- Jong, A., Roon, F. and Veld, C., "Out-of-Sample Hedging Effectiveness of Currency Futures for Alternative Models and Hedging Strategies", The Journal of Futures Markets, Vol. 17, No 7, 1997.
- Howard, C. T., and D'Antonio, L. J., "A Risk – Return Measure of Hedging Effectiveness ", Journal of Financial and Quantitative Analysis, Vol. 19, No 1, 1984.
- Howard, C. T., and D'Antonio, L. J., "A Risk – Return Measure of Hedging Effectiveness: A Reply", Journal of Financial and Quantitative Analysis, Vol. 22, No 3, 1987.
- Hull, J. C., "Options, Futures and Other Derivatives", New Jersey, Prentice Hall, 2000.
- Laughunn, D. L., Payne J. W. and Crum, R. L., "Managerial Risk Preferences for Below – Target Returns", Management Science, Vol. 26, No 12, 1980.
- Marshall, J. F., "Futures and Options Contracting: Theory And Practice", Cincinnati, South-Western Publishing Co, 1989.
- Stein, J. L., "The Simultaneous Determination of Spot and Futures Prices", The American Economic Review, Vol. 51, 1961.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3

ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΟΙΚΟΝΟΜΕΤΡΙΚΩΝ ΜΕΘΟΔΩΝ ΣΤΗΝ ΑΝΤΙΣΤΑΘΜΙΣΗ ΚΙΝΔΥΝΟΥ

3.1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Η χρήση των συμβολαίων futures ως εργαλείο αντιστάθμισης κινδύνου έχει αποτελέσει αντικείμενο εκτεταμένης έρευνας. Σε θεωρητικό επίπεδο, μια στρατηγική άριστης αντιστάθμισης βασίζεται στη μεγιστοποίηση της αναμενόμενης χρησιμότητας του αντισταθμιστή, όπως είδαμε στο προηγούμενο κεφάλαιο. Η ανάπτυξη της θεωρίας αντιστάθμισης από τους Ederington, L. H. (1970), Stein, J. L. (1961) και Johnson, L. L. (1960) πρόβαλε ως αντικειμενικό σκοπό την ελαχιστοποίηση της διακύμανσης της θέσης του επενδυτή. Ο δείκτης αντιστάθμισης, ο οποίος ελαχιστοποιεί τη διακύμανση της θέσης του αντισταθμιστή είναι άριστος δείκτης αντιστάθμισης ή διαφορετικά ο δείκτης αντιστάθμισης ελάχιστης διακύμανσης.

Παρά την ευρεία αποδοχή της παραπάνω θεωρίας, η προσέγγιση του Ederington έχει δεχθεί αυξημένη κριτική και έχουν αναζητηθεί εναλλακτικές προσεγγίσεις. Σε εμπειρικό επίπεδο, οι έρευνες πάνω στην αντιστάθμιση κινδύνου με τη χρήση συμβολαίων futures έχουν επωφεληθεί από την ανάπτυξη σύγχρονων

οικονομετρικών μεθόδων. Αρκετές από αυτές τις έρευνες έχουν ως στόχο τη βελτίωση της εκτίμησης του άριστου δείκτη αντιστάθμισης. Όσο περισσότερες είναι οι γνώσεις γύρω από τις ιδιότητες των χρηματοοικονομικών χρονολογικών σειρών, τόσο πιο πολύπλοκες μέθοδοι εκτίμησης είναι δυνατόν να προταθούν. Στο κεφάλαιο αυτό εξετάζονται πρόσφατες εξελίξεις πάνω στο θέμα της αντιστάθμισης κινδύνου με τη χρήση συμβολαίων futures. Επίσης, περιγράφεται το θεωρητικό υπόβαθρο διάφορων μεθόδων και πραγματεύεται η οικονομετρική εφαρμογή τους.

Ειδικότερα, αναλύονται τέσσερις μέθοδοι με βάση τις οποίες εκτιμούνται άριστοι δείκτες αντιστάθμισης κινδύνου. Οι μέθοδοι που αναλύονται είναι το μοντέλο της παλινδρόμησης, το διμεταβλητό μοντέλο VAR (bivariate Vector Autoregression model), το υπόδειγμα διόρθωσης σφάλματος (error correction model) και το Γενικευμένο Αυτοπαλίνδρομο Υπόδειγμα Υπό Συνθήκη Ετεροσκεδαστικότητας (Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity – GARCH Model). Στη συνέχεια, διερευνάται η επίδραση στην αντιστάθμιση κινδύνου μιας πιθανής σχέσης συνολοκλήρωσης (cointegration relationship) μεταξύ των τιμών των συμβολαίων futures και των τιμών των υποκείμενων περιουσιακών στοιχείων τους.

3.2 Η ΜΕΘΟΔΟΣ ΤΗΣ ΠΑΛΙΝΔΡΟΜΗΣΗΣ

Για την εκτίμηση του συντελεστή αντιστάθμισης μια συμβατική μέθοδος περιλαμβάνει την εκτίμηση του παρακάτω γραμμικού μοντέλου παλινδρόμησης:

$$\Delta S_t = \alpha + \beta \Delta F_t + \varepsilon_t \quad (3.1)$$

όπου ΔS_t και ΔF_t είναι οι μεταβολές των τιμών των υποκείμενων περιουσιακών στοιχείων των συμβολαίων futures (spot τιμών) και των τιμών των συμβολαίων futures που σημειώθηκαν κατά τη χρονική περίοδο t αντίστοιχα, ενώ ε_t είναι το τυχαίο σφάλμα του υποδείγματος. Ο εκτιμητής ελαχίστων τετραγώνων (OLS – ordinary least squares) του συντελεστή β παρέχει μια εκτίμηση για το δείκτη αντιστάθμισης ελάχιστης διακύμανσης.

Ο Bell, D. E. και ο Krasker, W. S. (1986) υποστήριξαν ότι το σωστό μοντέλο παλινδρόμησης παρέχει συντελεστές, οι οποίοι είναι συναρτήσεις των διαθέσιμων πληροφοριών, έτσι ώστε η σχέση (3.1) γράφεται ως εξής:

$$\Delta S_t = \alpha(\Phi) + \beta(\Phi)\Delta F_t + \varepsilon_t \quad (3.2)$$

όπου Φ είναι το σύνολο των πληροφοριών μέχρι τη χρονική στιγμή t , χωρίς αυτή να περιλαμβάνεται. Σε εμπειρικό επίπεδο οι συναρτήσεις $\alpha(\Phi)$ και $\beta(\Phi)$ είναι άγνωστες και οι ερευνητές αποφασίζουν για τον προσδιορισμό τους. Ο Cita, J. και ο Lien, D. (1992) εφάρμοσαν το παραπάνω μοντέλο στην αγορά συμβολαίων futures σε σιτάρι, όπου οι συντελεστές α και β θεωρήθηκαν συναρτήσεις των μεταβολών των spot τιμών και των τιμών των συμβολαίων futures που σημειώθηκαν κατά τις προηγούμενες χρονικές περιόδους. Το παραπάνω τροποποιημένο μοντέλο παλινδρόμησης αποδείχθηκε ότι ερμηνεύει καλύτερα τη

συμπεριφορά των spot τιμών σε σχέση με τη συμβατική μέθοδο παλινδρόμησης. Ο δείκτης αντιστάθμισης των Cita και Lien είναι συνάρτηση των πληροφοριών που είναι διαθέσιμες στην κάθε χρονική στιγμή, οπότε μεταβάλλεται στο χρόνο. Ο Myers, R. J. και ο Thompson, S. R. (1989) πρότειναν ένα γενικευμένο δείκτη αντιστάθμισης μέσω ενός μοντέλου παλινδρόμησης, στο οποίο ο σταθερός όρος θεωρείται γραμμική συνάρτηση των πληροφοριών μέχρι τη χρονική στιγμή $t - 1$, οι οποίες βοηθούν στην πρόβλεψη των ΔS_t και ΔF_t . Συγκεκριμένα, οι μεταβολές αυτές περιγράφονται από τις παρακάτω σχέσεις:

$$\Delta S_t = Z_{t-1}'\theta_S + \varepsilon_{St} \quad (3.3)$$

$$\Delta F_t = Z_{t-1}'\theta_F + \varepsilon_{Ft} \quad (3.4)$$

όπου Z_{t-1} είναι ένα διάνυσμα στήλη των μεταβλητών, οι οποίες αντιστοιχούν στις πληροφορίες που είναι γνωστές στη χρονική στιγμή t και θ_S , θ_F είναι άγνωστοι παράμετροι. Ο συντελεστής αντιστάθμισης ελάχιστης διακύμανσης μπορεί να υπολογιστεί από μια εκτίμηση του συντελεστή β της παρακάτω μορφής παλινδρόμησης:

$$\Delta S_t = \beta \Delta F_t + Z_{t-1}'\theta_S + u_{St} \quad (3.5)$$

Ο εκτιμητής του γενικευμένου άριστου δείκτη αντιστάθμισης που προκύπτει από τη σχέση (3.5) δίνεται από την παρακάτω σχέση:

$$\hat{N}_f = \frac{F'MS}{F'MF} = \frac{\hat{\epsilon}'_{Ft}\hat{\epsilon}_{St}}{\hat{\epsilon}'_{Ft}\hat{\epsilon}_{Ft}} \quad (3.6)$$

όπου $\hat{\epsilon}_{St}, \hat{\epsilon}'_{Ft}$ είναι διανύσματα των καταλοίπων από την εκτίμηση των σχέσεων (3.3) και (3.4) αντίστοιχα, $F = [F_1, F_2, \dots, F_T]'$, $S = [S_1, S_2, \dots, S_T]'$, $X = [X_1, \dots, X_T]'$, $M = I - X(X'X)^{-1}X'$ για T παρατηρήσεις.

Ο Fama, E. και ο French, K. (1987) θεώρησαν ότι η βάση (η διαφορά, δηλαδή, μεταξύ των spot τιμών και των τιμών των συμβολαίων futures) έχει ικανότητα πρόβλεψης των μεταβολών των spot τιμών. Ο σταθερός όρος αποτελεί γραμμική συνάρτηση της βάσης της προηγούμενης χρονικής περιόδου, ενώ ο συντελεστής β παραμένει σταθερός. Εάν S_t και F_t εκφράζουν τις spot τιμές και τις τιμές των συμβολαίων futures αντίστοιχα σε λογαρίθμους στη χρονική στιγμή t , η εξίσωση της παλινδρόμησης για την εκτίμηση του συντελεστή αντιστάθμισης είναι:

$$\Delta S_t = \beta \Delta F_t + \delta_S (F_{t-1} - S_{t-1}) + \epsilon_{St} \quad (3.7)$$

Ο Viswanath, P. V. (1993) υιοθέτησε την παραπάνω προσέγγιση με διαφορετική ορθολογική βάση. Ειδικότερα, υποστήριξε ότι λόγω της σύγκλισης των spot τιμών και των τιμών των συμβολαίων futures στη λήξη των συμβολαίων, οι μεταβολές των spot τιμών προσαρμόζονται στη βάση. Επιπρόσθετα, έχουμε διαφορετικές εξισώσεις παλινδρόμησης, εφόσον η αντιστάθμιση λήγει σε διαφορετικές χρονικές στιγμές. Η προσέγγιση αυτή μπορεί να θεωρηθεί ως μια απλοποιημένη μορφή των

εξισώσεων των Garbade, K. D. και Silber, W. L. (1983), οι οποίες δίνονται παρακάτω:

$$\Delta S_t = \alpha_S + \beta_S(F_{t-1} - S_{t-1} - C_{t-1}) + \varepsilon_{St} \quad (3.8)$$

$$\Delta F_t = \alpha_F + \beta_F(F_{t-1} - S_{t-1} - C_{t-1}) + \varepsilon_{Ft} \quad (3.9)$$

όπου C_{t-1} είναι το κόστος κατοχής (cost of carry) από τη χρονική στιγμή $t - 1$ μέχρι τη λήξη του συμβολαίου futures, ενώ παράλληλα ισχύει ο περιορισμός $\beta_S + \beta_F = 1$.

Ο Castelino, M. G. (1992) υπέθεσε ότι οι τιμές των συμβολαίων futures ακολουθούν το υπόδειγμα του τυχαίου περιπάτου (random walk), ενώ οι spot τιμές προσαρμόζονται στη βάση της προηγούμενης περιόδου σύμφωνα με την ακόλουθη διαδικασία:

$$S_t = S_{t-1} + (1/T)(F_{t-1} - S_{t-1}) + \varepsilon_{St} \quad (3.10)$$

όπου T είναι η διάρκεια μέχρι τη λήξη του συμβολαίου και t ($t \leq T$) η χρονική στιγμή μέχρι την οποία παραμένει αντισταθμισμένη η θέση του επενδυτή. Ο δείκτης αντιστάθμισης ελάχιστης διακύμανσης που προκύπτει από την παραπάνω διαδικασία είναι ο εξής:

$$N_f = 1 + (T - t)[\ln(T) - \ln(T - t)](\text{Cov}(F_t, S_t) - \text{Var}(F_t))/t\text{Var}(F_t) \quad (3.11)$$

Όταν το T αυξάνει απεριόριστα και $t = 1$, τότε το $(T - 1)[\ln(T) - \ln(T - 1)]$ πλησιάζει τη μονάδα, οπότε η σχέση (3.11) αντιστοιχεί στο δείκτη αντιστάθμισης που προκύπτει από την παλινδρόμηση του S_t πάνω στο F_t . Το απλό αυτό μοντέλο παλινδρόμησης υποθέτει ότι οι μεταβολές των τιμών είναι σταθερές κατά τη διάρκεια του χρόνου. Για $T = t$ ο δείκτης αντιστάθμισης είναι ίσος με τη μονάδα.

3.3 ΤΟ ΔΙΜΕΤΑΒΛΗΤΟ ΜΟΝΤΕΛΟ VAR

Οι Herbst, A. F., Kare, D. D. και Marshall, J. F. (1989) υποστήριξαν ότι στην εκτίμηση του συντελεστή αντιστάθμισης ελάχιστης διακύμανσης με τη μέθοδο της παλινδρόμησης παρουσιάζεται το πρόβλημα της αυτοσυσχέτισης των καταλοίπων. Για το λόγο αυτό οι spot τιμές και οι τιμές των συμβολαίων futures μοντελοποιούνται σύμφωνα με το διμεταβλητό VAR σχήμα, το οποίο παρουσιάζεται με τις παρακάτω εξισώσεις:

$$\Delta S_t = \alpha_{10} - \alpha_{11}\Delta F_t + \beta_{S1}\Delta S_{t-1} + \dots + \beta_{Sk}\Delta S_{t-k} + \gamma_{S1}\Delta F_{t-1} + \dots + \gamma_{Sk}\Delta F_{t-k} + \varepsilon_{1t} \quad (3.12)$$

$$\Delta F_t = \alpha_{20} - \alpha_{21}\Delta S_t + \beta_{F1}\Delta S_{t-1} + \dots + \beta_{Fk}\Delta S_{t-k} + \gamma_{F1}\Delta F_{t-1} + \dots + \gamma_{Fk}\Delta F_{t-k} + \varepsilon_{2t} \quad (3.13)$$

Τα α_{10} , α_{11} , α_{20} , α_{21} , β_{Si} , β_{Fi} , γ_{Si} , γ_{Fi} , όπου $i = 1, \dots, k$ είναι παράμετροι – συντελεστές και ε_{1t} , ε_{2t} είναι διαταρακτικοί όροι λευκού θορύβου (white noise disturbances). Το σύστημα που προκύπτει από τις σχέσεις (3.12) και (3.13) αποτελεί το δομικό

(structural) μοντέλο VAR. Με τη χρήση της γραμμικής άλγεβρας το παραπάνω σύστημα γράφεται:

$$\begin{bmatrix} 1 & \alpha_{11} \\ \alpha_{21} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta S_t \\ \Delta F_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha_{10} \\ \alpha_{20} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \beta_{S1} & \mathbf{L} & \beta_{Sk} \\ \beta_{F1} & \mathbf{L} & \beta_{Fk} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta S_{t-1} \\ \mathbf{M} \\ \Delta S_{t-k} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \gamma_{S1} & \mathbf{L} & \gamma_{Sk} \\ \gamma_{F1} & \mathbf{L} & \gamma_{Fk} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta F_{t-1} \\ \mathbf{M} \\ \Delta F_{t-k} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_{1t} \\ \varepsilon_{2t} \end{bmatrix}$$

ή

$$\mathbf{B}\mathbf{x}_t = \mathbf{B}_0 + \mathbf{B}_1\mathbf{x}_{St} + \mathbf{B}_2\mathbf{x}_{Ft} + \varepsilon_t \quad (3.14)$$

όπου

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 1 & \alpha_{11} \\ \alpha_{21} & 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{x}_t = \begin{bmatrix} \Delta S_t \\ \Delta F_t \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B}_0 = \begin{bmatrix} \alpha_{10} \\ \alpha_{20} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B}_1 = \begin{bmatrix} \beta_{S1} & \mathbf{L} & \beta_{Sk} \\ \beta_{F1} & \mathbf{L} & \beta_{Fk} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{x}_{St} = \begin{bmatrix} \Delta S_{t-1} \\ \mathbf{M} \\ \Delta S_{t-k} \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{B}_2 = \begin{bmatrix} \gamma_{S1} & \mathbf{L} & \gamma_{Sk} \\ \gamma_{F1} & \mathbf{L} & \gamma_{Fk} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{x}_{Ft} = \begin{bmatrix} \Delta F_{t-1} \\ \mathbf{M} \\ \Delta F_{t-k} \end{bmatrix}, \quad \varepsilon_t = \begin{bmatrix} \varepsilon_{1t} \\ \varepsilon_{2t} \end{bmatrix}$$

Πολλαπλασιάζοντας τη σχέση (3.14) με \mathbf{B}^{-1} προκύπτει το τυπικό (standard) μοντέλο VAR, το οποίο έχει την παρακάτω μορφή:

$$\mathbf{x}_t = \mathbf{A}_0 + \mathbf{A}_1\mathbf{x}_{St} + \mathbf{A}_2\mathbf{x}_{Ft} + \mathbf{e}_t \quad (3.15)$$

όπου $\mathbf{A}_0 = \mathbf{B}^{-1}\mathbf{B}_0$

$$\mathbf{A}_1 = \mathbf{B}^{-1}\mathbf{B}_1$$

$$\mathbf{A}_2 = \mathbf{B}^{-1}\mathbf{B}_2$$

$$\mathbf{e}_t = \mathbf{B}^{-1}\varepsilon_t$$

Εάν θέσουμε c_S το στοιχείο α_{11} και c_F το στοιχείο α_{21} του διανύσματος A_0 , b_{Sj} το στοιχείο α_{1j} και b_{Fj} το στοιχείο α_{2j} του πίνακα A_1 , d_{Sj} το στοιχείο α_{1j} και d_{Fj} το στοιχείο α_{2j} του πίνακα A_2 και ε_{St} το στοιχείο α_{11} και ε_{Ft} το στοιχείο α_{21} του διανύσματος e_t , τότε η σχέση (3.15) μπορεί να εκφραστεί μέσω του παρακάτω συστήματος:

$$\Delta S_t = c_S + \sum_{i=1}^k b_{Si} \Delta S_{t-i} + \sum_{i=1}^k d_{Si} \Delta F_{t-i} + \varepsilon_{St} \quad (3.16)$$

$$\Delta F_t = c_F + \sum_{i=1}^k b_{Fi} \Delta S_{t-i} + \sum_{i=1}^k d_{Fi} \Delta F_{t-i} + \varepsilon_{Ft} \quad (3.17)$$

Σκοπός του μοντέλου είναι ο προσδιορισμός του άριστου μεγέθους της χρονικής υστέρησης k , ώστε η αυτοσυσχέτιση των καταλοίπων να εξαλειφθεί από τις σχέσεις (3.16) και (3.17).

Από πολλές έρευνες έχει διαπιστωθεί ότι ο συντελεστής αντιστάθμισης ελάχιστης διακύμανσης είναι:

$$N_f = \frac{\sigma_{SF}}{\sigma_F^2} \quad (3.18)$$

εφόσον θέσουμε $\text{Var}(\varepsilon_{St}) = \sigma_S^2$, $\text{Var}(\varepsilon_{Ft}) = \sigma_F^2$ και $\text{Cov}(\varepsilon_{St}, \varepsilon_{Ft}) = \sigma_{SF}$.

3.4 ΤΟ ΥΠΟΔΕΙΓΜΑ ΔΙΟΡΘΩΣΗΣ ΣΦΑΛΜΑΤΟΣ

Ο Fama και ο French (1987), ο Castellino (1992) και ο Viswanath (1993), όπως είδαμε στην Ενότητα 3.2, υποστήριξαν ότι η βάση αντανακλά τη σύγκλιση των spot τιμών και των τιμών των συμβολαίων futures και συνεπώς αποτελεί σημαντική μεταβλητή. Από μελέτες πάνω στη συνολοκλήρωση δικαιώνεται η παραπάνω πρόταση. Ιδιαίτερα, είναι γνωστό ότι οι σειρές των spot τιμών και των τιμών των συμβολαίων futures περιλαμβάνουν τυπικά μια μοναδιαία ρίζα, οπότε ακολουθούν το υπόδειγμα του τυχαίου περιπάτου. Η ύπαρξη της μοναδιαίας ρίζας οδηγεί στην πιθανή ύπαρξη σχέσης συνολοκλήρωσης (Engle, R. F. και Granger, C. W. J., 1987).

Το μοντέλο VAR δεν λαμβάνει υπ' όψιν την επίδραση της συνολοκλήρωσης των δύο σειρών που εκφράζονται μέσω των σχέσεων (3.16) και (3.17). Ο Ghosh (1993), ο Lien και ο Luo (1994) και ο Lien (1996), όπως αναφέραμε στην εισαγωγή, υποστήριξαν ότι εάν οι σειρές των μεταβολών των spot τιμών και των τιμών των συμβολαίων futures συνολοκληρώνονται, το μοντέλο VAR πρέπει να εκτιμηθεί με τον όρο διόρθωσης σφάλματος, ο οποίος αναφέρεται στη μακροχρόνια ισορροπία των κινήσεων των παραπάνω τιμών. Κατά συνέπεια, οι σχέσεις (3.16) και (3.17) τροποποιούνται και γίνονται ως εξής:

$$\Delta S_t = c_S + \sum_{i=1}^k b_{Si} \Delta S_{t-i} + \sum_{i=1}^k d_{Si} \Delta F_{t-i} + g_S Z_{t-1} + \varepsilon_{St} \quad (3.19)$$

$$\Delta F_t = c_F + \sum_{i=1}^k b_{Fi} \Delta S_{t-i} + \sum_{i=1}^k d_{Fi} \Delta F_{t-i} + g_F Z_{t-1} + \varepsilon_{Ft} \quad (3.20)$$

Τα c_S , c_F , b_{Si} , b_{Fi} , g_S , g_F , d_{Si} , d_{Fi} , g_S , g_F , όπου $i = 1, \dots, k$ είναι παράμετροι – συντελεστές και ε_{St} , ε_{Ft} είναι διαταρακτικοί όροι λευκού θορύβου. Το Z_{t-1} είναι ο όρος διόρθωσης σφάλματος, ο οποίος δείχνει πώς προσαρμόζεται η εξαρτημένη μεταβλητή στην απόκλιση της προηγούμενης χρονικής περιόδου από τη μακροχρόνια ισορροπία και δίνεται από την παρακάτω σχέση:

$$Z_{t-1} = S_{t-1} - \alpha F_{t-1} \quad (3.21)$$

όπου $[1 - \alpha]$ είναι το διάνυσμα συνολοκλήρωσης (cointegrating vector).

Η σχέση (3.21) ισχύει σε περίπτωση που ισχύει η αρχή του arbitrage. Όταν δεν ισχύει το arbitrage υπάρχει μια σχέση cost of carry μεταξύ των spot τιμών και των τιμών των συμβολαίων futures, η οποία εξαρτάται από την ημερομηνία λήξης που ορίζεται στα συμβόλαια futures. Έτσι, το Z_{t-1} παίρνει τη μορφή:

$$Z_{t-1} = F_{t-1} - S_{t-1} - CT \quad (3.20)$$

όπου C είναι το cost of carry ανά περίοδο και T είναι η χρονική διάρκεια μέχρι τη λήξη του συμβολαίου.

Το διμεταβλητό μοντέλο διόρθωσης σφάλματος που δίνεται από τις σχέσεις (3.19) και (3.20) είναι το διμεταβλητό μοντέλο VAR k – τάξης, το οποίο εκφράζεται μέσω των σχέσεων (3.16) και (3.17), επαυξημένο κατά τον όρο διόρθωσης $g_S Z_{t-1}$ και $g_F Z_{t-1}$. Οι συντελεστές g_S και g_F έχουν την έννοια των παραμέτρων ταχύτητας προσαρμογής (speed of adjustment parameters). Όσο μεγαλύτερο είναι το g_S τόσο μεγαλύτερη είναι η αντίδραση του S_t στην απόκλιση της προηγούμενης χρονικής περιόδου από τη μακροχρόνια ισορροπία. Ο συντελεστής αντιστάθμισης κινδύνου υπολογίζεται, όπως στο διμεταβλητό μοντέλο VAR, σύμφωνα με τη σχέση (3.18).

Στο υπόδειγμα διόρθωσης σφάλματος η αλλαγή του S_t οφείλεται σε μια βραχυχρόνια επίδραση από τη μεταβολή του F_t και από το σφάλμα της τελευταίας περιόδου Z_{t-1} . Έτσι, το υπόδειγμα αυτό μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την ερμηνεία ύπαρξης μακροχρόνιων δεσμών, καθώς επίσης και στη μελέτη της διαδικασίας προσαρμογής μεταξύ των δύο χρηματιστηριακών αγορών. Εάν μερικοί συντελεστές b_{Si} , b_{Fi} , d_{Si} , d_{Fi} είναι στατιστικά σημαντικοί, τότε οι μεταβολές της μιας χρηματιστηριακής αγοράς μπορούν να εξηγηθούν από τις παρελθούσες μεταβολές της άλλης αγοράς. Ακόμα και εάν όλοι οι παραπάνω συντελεστές δεν είναι στατιστικά σημαντικοί, σε περίπτωση που οι συντελεστές g_S και g_F είναι στατιστικά σημαντικοί οι σειρές S_t και F_t έχουν κοινή τάση.

3.5 ΤΟ ΜΟΝΤΕΛΟ GARCH

Η παραπάνω ανάλυση υποθέτει ότι ο δείκτης αντιστάθμισης κινδύνου είναι σταθερός κατά τη διάρκεια του χρόνου. Οι Bera, A. K., Garcia, P. και Roh, J. S. (1997) θεώρησαν ότι ο δείκτης αντιστάθμισης μεταβάλλεται στο χρόνο και συγκεκριμένα ακολουθεί το υπόδειγμα του τυχαίου περιπάτου. Στην ανάλυσή τους υιοθέτησαν ένα μοντέλο παλινδρόμησης τυχαίου συντελεστή (random coefficient – RC), σύμφωνα με το οποίο:

$$\Delta S_t = \alpha + \beta_t \Delta F_t + \varepsilon_t \quad (3.23)$$

και

$$\beta_t = \beta_{t-1} + u_t \quad (3.24)$$

όπου ε_t , u_t είναι διαταρακτικοί όροι λευκού θορύβου. Ωστόσο, βρήκαν ότι η στρατηγική αντιστάθμισης που προκύπτει από αυτή τη μέθοδο απέτυχε να βελτιώσει την αποτελεσματικότητα της αντιστάθμισης. Πρόσφατες εμπειρικές έρευνες υποστηρίζουν ότι η μεταβλητότητα (volatility) κατά τη διάρκεια του χρόνου επικρατεί σε πολλές οικονομικές και χρηματοοικονομικές σειρές. Αν και οι συναρτήσεις προσδιοριστικής μεταβλητότητας (deterministic volatility functions) λαμβάνονται υπ' όψιν μερικές φορές (Dumas, B., Fleming, J. και Whaley, R. E., 1998), οι περισσότεροι ερευνητές υιοθετούν το μοντέλο GARCH. Ειδικότερα, τα διμεταβλητά μοντέλα GARCH χρησιμοποιούνται ευρέως για την εξέταση της συμπεριφοράς των spot τιμών και των τιμών των συμβολαίων futures, καθώς

επίσης και της δυναμικής στρατηγικής αντιστάθμισης (Baillie, R. T. και Myers, R. J., 1991, Myers, 1991, Lien, D. και Luo, X., 1994 και Pirrong, S. C., 1997).

Από πολλές έρευνες πάνω σε οικονομικές και χρηματοοικονομικές χρονολογικές σειρές έχουν παρατηρηθεί επιδράσεις του φαινομένου ARCH (Autoregressive Conditional Heteroskedasticity), οι οποίες ακυρώνουν μερικώς εκτιμήσεις του δείκτη αντιστάθμισης. Το πρόβλημα αυτό αντιμετωπίζεται με το γενικό μοντέλο GARCH των Bollerslev, T., Engle, R. F. και Wooldridge, J. M. (1988), στο οποίο περιλαμβάνεται η επίδραση του φαινομένου ARCH στα κατάλοιπα του μοντέλου υποδείγματος διόρθωσης σφάλματος.

Ο Engle (1982) ανέπτυξε το μοντέλο ARCH και στη συνέχεια ο Bollerslev (1986) πρότεινε μια σημαντική επέκταση του αρχικού μοντέλου ARCH, ώστε να αντανακλά καλύτερα την κατάσταση που ερευνάται κάθε φορά. Η επέκταση αυτή είναι το Γενικευμένο Αυτοπαλίνδρομο Υπόδειγμα Υπό Συνθήκη Ετεροσκεδαστικότητας (GARCH Model). Το 1988 οι Bollerslev, Engle και Wooldridge γενίκευσαν το μονομεταβλητό μοντέλο GARCH αναπτύσσοντας μια πολυμεταβλητή διάσταση, στην οποία περιλαμβάνεται ταυτόχρονα η υπό συνθήκη διακύμανση και συνδιακύμανση των δύο αλληλοεξαρτώμενων σειρών.

Το γενικό μοντέλο GARCH ή Vector GARCH (V-GARCH) εφαρμόζεται για τον υπολογισμό δυναμικών δεικτών αντιστάθμισης κινδύνου, οι οποίοι μεταβάλλονται κατά τη διάρκεια του χρόνου εξαρτώμενοι από την υπό συνθήκη διακύμανση και τη

συνδιακύμανση των spot τιμών και των τιμών των συμβολαίων futures. Ένα τυπικό διμεταβλητό γενικό μοντέλο GARCH (1, 1) εκφράζεται ως εξής:

$$\begin{bmatrix} h_{SSt} \\ h_{SFt} \\ h_{FFt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{SS} \\ c_{SF} \\ c_{FF} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} & \alpha_{13} \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} & \alpha_{23} \\ \alpha_{31} & \alpha_{32} & \alpha_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{S,t-1}^2 \\ \varepsilon_{S,t-1}\varepsilon_{F,t-1} \\ \varepsilon_{F,t-1}^2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h_{SS,t-1} \\ h_{SF,t-1} \\ h_{FF,t-1} \end{bmatrix} \quad (3.25)$$

όπου $h_{SS,t}$, $h_{FF,t}$ είναι οι υπό συνθήκη διακυμάνσεις των σφαλμάτων $\varepsilon_{S,t}$ και $\varepsilon_{F,t}$ αντίστοιχα, τα οποία εμφανίζονται στις σχέσεις (3.19) και (3.20) κατά την εξέταση του υποδείγματος διόρθωσης σφάλματος. Το h_{SF} αντιπροσωπεύει την υπό συνθήκη συνδιακύμανση των σφαλμάτων $\varepsilon_{S,t}$ και $\varepsilon_{F,t}$.

Εξαιτίας του μεγάλου αριθμού των παραμέτρων που πρέπει να εκτιμηθούν στο υπόδειγμα αυτό χρησιμοποιείται το Diagonal Vector GARCH (DV-GARCH) μοντέλο, του οποίου τα στοιχεία εκτός διαγωνίου των πινάκων A_i και B_i θέτονται ίσα με μηδέν. Αυτό σημαίνει ότι η υπό συνθήκη διακύμανση εξαρτάται μόνο από το τετράγωνο των καταλοίπων της προηγούμενης περιόδου και της αξίας της κατά την προηγούμενη περίοδο. Σύμφωνα με τους Bollerslev, Engle και Wooldridge (1988) η διαγώνια παρουσίαση των υπό συνθήκη διακυμάνσεων $h_{SS,t}$, $h_{FF,t}$ και της συνδιακύμανση h_{SF} είναι:

$$h_{SSt} = c_{SS} + \alpha_{SS}\varepsilon_{S,t-1}^2 + \beta_{SS}h_{SS,t-1} \quad (3.26)$$

$$h_{SFt} = c_{SF} + \alpha_{SF}\varepsilon_{S,t-1}\varepsilon_{F,t-1} + \beta_{SF}h_{SF,t-1} \quad (3.27)$$

$$h_{FFt} = c_{FF} + \alpha_{FF}\varepsilon_{F,t-1}^2 + \beta_{FF}h_{FF,t-1} \quad (3.28)$$

Το παραπάνω DV-GARCH μοντέλο ενσωματώνει ένα μεταβαλλόμενο στο χρόνο υπό συνθήκη συντελεστή συσχέτισης μεταξύ των μεταβολών των spot τιμών και των τιμών των συμβολαίων futures, δίνοντας περισσότερο ρεαλιστικούς δείκτες αντιστάθμισης, οι οποίοι μεταβάλλονται στο χρόνο.

Το 1990 ο Bollerslev πρότεινε ταυτόχρονα με την υπόθεση ότι οι πίνακες A_i και B_i είναι διαγώνιοι και την υπόθεση ότι η συσχέτιση μεταξύ των υπό συνθήκη διακυμάνσεων είναι σταθερή, λόγω προβλημάτων που παρουσιάστηκαν σε εφαρμογές του μοντέλου DV-GARCH. Το νέο μοντέλο αναφέρεται ως Constant Correlation GARCH (CC-GARCH) και παρουσιάζεται ως εξής:

$$h_{SS_t} = c_{SS} + \alpha_{SS} \varepsilon_{S,t-1}^2 + \beta_{SS} h_{SS,t-1} \quad (3.29)$$

$$h_{SF_t} = \rho_{SF} (h_{SS_t} h_{FF_t})^{1/2} \quad (3.30)$$

$$h_{FF_t} = c_{FF} + \alpha_{FF} \varepsilon_{F,t-1}^2 + \beta_{FF} h_{FF,t-1} \quad (3.31)$$

Οι σχέσεις (3.29) και (3.31) διατηρούν τις υποθέσεις του μοντέλου DV-GARCH, ενώ η σχέση (3.30) δηλώνει ότι ο υπό συνθήκη συντελεστής συσχέτισης μεταξύ των μεταβολών των spot τιμών και των τιμών των συμβολαίων futures, ρ_{SF} , δε μεταβάλλεται στο χρόνο. Το μοντέλο CC-GARCH είναι γενικά αποδεκτό, παρόλο που δυο στις δέκα διμεταβλητές σειρές δείχνουν να παραβιάζεται η υπόθεση της σταθερής συσχέτισης.

3.6 Η ΕΠΙΔΡΑΣΗ ΤΗΣ ΣΥΝΟΛΟΚΛΗΡΩΣΗΣ ΣΤΗΝ ΑΝΤΙΣΤΑΘΜΙΣΗ

Σε πολλές εμπειρικές μελέτες οι spot τιμές και οι τιμές των συμβολαίων futures δείχνουν να περιέχουν στοχαστική τάση (stochastic trend). Συνεπώς, είναι αναγκαίο να εξεταστεί η πιθανή σχέση συνολοκλήρωσης μεταξύ των spot τιμών και των τιμών των συμβολαίων futures, σύμφωνα με την υπόθεση των αποτελεσματικών αγορών. Η σημασία της ενσωμάτωσης της σχέσης συνολοκλήρωσης στη μοντελοποίηση των spot τιμών και των τιμών των συμβολαίων futures έχει τεκμηριωθεί από έρευνες στις αγορές των συμβολαίων futures. Οι δείκτες αντιστάθμισης και η αποτελεσματικότητα της αντιστάθμισης μπορούν να μεταβληθούν απότομα όταν η μεταβλητή συνολοκλήρωσης δεν περιληφθεί στο στατιστικό μοντέλο. Οι Lien, D. και Luo, X., (1994) έδειξαν ότι παρόλο που το μοντέλο GARCH μπορεί να διακρίνει τη συμπεριφορά των τιμών των συμβολαίων futures, η σχέση συνολοκλήρωσης είναι το μόνο πραγματικά αναγκαίο στοιχείο για τη σύγκριση της αποτελεσματικότητας διάφορων στρατηγικών αντιστάθμισης. Ο Ghosh, A. (1993) συμπέρανε μέσω εμπειρικών υπολογισμών ότι λαμβάνεται θέση σε μικρότερο αριθμό συμβολαίων futures σε σχέση με τον άριστο, όταν η σχέση συνολοκλήρωσης παραβλέπεται. Το γεγονός αυτό το απόδωσε σε λαθεμένο προσδιορισμό του μοντέλου. Παρακάτω αναλύεται η επίπτωση της σχέσης συνολοκλήρωσης στην αντιστάθμιση κινδύνου μέσω της σύγκρισης των συντελεστών αντιστάθμισης, οι οποίοι προκύπτουν από μοντέλα που λαμβάνουν υπ' όψιν τη σχέση συνολοκλήρωσης και από μοντέλα που δεν τη λαμβάνουν.

3.6.1 ΔΕΙΚΤΕΣ ΑΝΤΙΣΤΑΘΜΙΣΗΣ ΜΕ ΤΟ ΑΠΛΟ ΜΟΝΤΕΛΟ

Έστω ότι έχουμε ένα συμβόλαιο futures και το υποκείμενο περιουσιακό στοιχείο του με τιμές F_t και S_t αντίστοιχα. Η σχέση που χαρακτηρίζει τη μακροχρόνια σχέση ισορροπίας είναι $F_t - S_t = 0$, η οποία αποτελεί τη σχέση συνολοκλήρωσης μεταξύ των δύο τιμών. Εάν η σχέση συνολοκλήρωσης είναι $F_t - \delta S_t$, όπου $\delta > 0$, τότε μία κατάλληλη αλλαγή στη μονάδα μέτρησης του υποκείμενου περιουσιακού στοιχείου αφήνει την ανάλυση ανεπηρέαστη. Έστω ότι η μεταβλητή συνολοκλήρωσης συμβολίζεται ως $\theta_t = F_t - S_t$. Τότε σε κάθε δεδομένη στιγμή το θ_t αναμένεται να διαφέρει από το μηδέν, πράγμα το οποίο αποτελεί κατάσταση ανισορροπίας. Οι spot τιμές και οι τιμές των συμβολαίων futures γενικά προσαρμόζονται στην ανισορροπία. Με τις παρακάτω σχέσεις δίνεται ένα απλό στατιστικό μοντέλο σύμφωνα με το οποίο γίνεται αυτή η προσαρμογή:

$$\Delta S_t = \alpha \theta_{t-1} + \varepsilon_{1t} \quad (3.32)$$

$$\Delta F_t = -\beta \theta_{t-1} + \varepsilon_{2t} \quad (3.33)$$

όπου Δ ο τελεστής διαφοράς (difference operator) πρώτης τάξης και ε_{1t} , ε_{2t} αποτελούν διαταρακτικούς όρους λευκού θορύβου, οι οποίοι είναι πιθανόν να συσχετίζονται. Από τις σχέσεις (3.32) και (3.33) παρατηρούμε ότι οποιαδήποτε απόκλιση από τη μακροχρόνια ισορροπία προκαλεί μεταβολή της spot τιμής και της τιμής του συμβολαίου futures. Εάν $F_{t-1} - S_{t-1} > 0$, τότε η spot τιμή θα αυξηθεί

και η τιμή του συμβολαίου futures θα μειωθεί. Η μακροχρόνια ισορροπία επέρχεται όταν $F_t = S_t$.

Ένας αξιόπιστος αντισταθμιστής κινδύνου (*bona fide*), ο οποίος επιθυμεί να ελαχιστοποιήσει τον κίνδυνο της συνολικής του θέσης, $\text{Var}(\Delta S_t - N_f \Delta F_t)$, θα προβεί στο σωστό προσδιορισμό του μοντέλου, το οποίο θα του δώσει τον παρακάτω δείκτη αντιστάθμισης:

$$N_f = \text{Cov}(\Delta F_t, \Delta S_t | \theta_{t-1}) / \text{Var}(\Delta F_t | \theta_{t-1}) = \rho(\sigma_1/\sigma_2) \quad (3.34)$$

όπου σ_1^2 και σ_2^2 είναι οι διακυμάνσεις των ε_{1t} και ε_{2t} αντίστοιχα και ρ είναι ο συντελεστής συσχέτισης μεταξύ των ε_{1t} και ε_{2t} . Ο δείκτης αντιστάθμισης N_f μπορεί επίσης να προκύψει από την παλινδρόμηση του ΔS_t πάνω στο ΔF_t και στο θ_{t-1} . Ο συντελεστής για το ΔF_t είναι ίσος με το N_f (Myers, R. J. και ο Thompson, S. R., 1989, Viswanath, P. V., 1993), το οποίο φαίνεται στη σχέση (3.6).

Ένας εσφαλμένος αντισταθμιστής (*errant*), ο οποίος δε λαμβάνει υπ' όψιν του τη σχέση συνολοκλήρωσης, θεωρεί ότι τα ΔS_t και ΔF_t είναι διαδικασίες λευκού θορύβου. Επομένως, το θ_{t-1} δεν παίζει ρόλο στη διεξαγωγή του δείκτη αντιστάθμισης ελάχιστης διακύμανσης, ο οποίος σε αυτή την περίπτωση δίνεται από την παρακάτω σχέση:

$$N_f' = \text{Cov}(\Delta F_t, \Delta S_t) / \text{Var}(\Delta F_t) \quad (3.35)$$

Η σχέση (3.35) είναι όμοια με τη σχέση (3.34) με τη διαφορά ότι η διακύμανση του ΔF_t και η συνδιακύμανση των ΔF_t , ΔS_t δεν είναι υπό συνθήκη.

Από τις σχέσεις (3.32) και (3.33) προκύπτουν τα εξής:

$$\begin{aligned} \text{Cov}(\Delta F_t, \Delta S_t) &= \text{Cov}(-\beta\theta_{t-1} + \varepsilon_{2t}, -\beta\theta_{t-1} + \varepsilon_{2t}) \\ &= -\alpha\beta\sigma_\theta^2 + \rho\sigma_1\sigma_2 \end{aligned} \quad (3.36)$$

$$\text{Var}(\Delta F_t) = \text{Var}(-\beta\theta_{t-1} + \varepsilon_{2t}) = \beta^2\sigma_\theta^2 + \sigma_2^2 \quad (3.37)$$

όπου $\sigma_\theta^2 = \text{Var}(\theta_{t-1})$. Επομένως,

$$N_f' = (-\alpha\beta\sigma_\theta^2 + \rho\sigma_1\sigma_2) / (\beta^2\sigma_\theta^2 + \sigma_2^2) \quad (3.38)$$

είναι ο δείκτης αντιστάθμισης ελάχιστης διακύμανσης για τον εσφαλμένο αντισταθμιστή. Από την παλινδρόμηση του ΔS_t πάνω στο ΔF_t το N_f' είναι ο συντελεστής του ΔF_t .

3.6.2 ΣΥΓΚΡΙΣΗ ΔΕΙΚΤΩΝ ΑΝΤΙΣΤΑΘΜΙΣΗΣ

Από τις σχέσεις (3.34) και (3.38) προκύπτει η διαφορά των δύο δεικτών αντιστάθμισης, η οποία είναι:

$$N_f' - N_f = -\beta\sigma_\theta^2(\alpha + \beta N_f)(\beta^2\sigma_\theta^2 + \sigma_2^2)^{-1} \quad (3.39)$$

Από τη σχέση (3.39) παρατηρούμε ότι όταν $\beta = 0$ τότε $N_f' = N_f$. Αυτό σημαίνει ότι εάν η τιμή του συμβολαίου futures δεν προσαρμόζεται στην απόκλιση από τη μακροχρόνια ισορροπία, τότε ο εσφαλμένος αντισταθμιστής λαμβάνει το σωστό δείκτη αντιστάθμισης παρόλο το λάθος προσδιορισμό του μοντέλου. Εάν θεωρήσουμε ότι το N_f είναι μεγαλύτερο από το μηδέν, τότε $N_f' < N_f$ σε περίπτωση που $\alpha = 0$ και $\beta \neq 0$. Οπότε ο εσφαλμένος αντισταθμιστής κινδύνου λαμβάνει θέση σε μικρότερο αριθμό συμβολαίων εξαιτίας της παράλειψης της επίδρασης της μεταβλητής συνολοκλήρωσης στη συμπεριφορά της spot τιμής.

Γενικά, ισχύει $N_f' \leq N_f$ αν και μόνο αν $\beta(\alpha + \beta N_f) \geq 0$. Στην πιο πιθανή περίπτωση οι spot τιμές και οι τιμές των συμβολαίων futures θα προσαρμοστούν στην απόκλιση από τη μακροχρόνια ισορροπία. Όταν υπάρχει θετική απόκλιση η τιμή των συμβολαίων futures είναι πολύ μεγάλη ή η spot τιμή είναι πολύ μικρή. Για να αποκατασταθεί η ισορροπία η spot τιμή θα αυξηθεί και η τιμή των συμβολαίων futures θα μειωθεί. Παρόμοια, σε μια αρνητική απόκλιση θα έχουμε τα αντίθετα αποτελέσματα. Και στις δυο περιπτώσεις τα α , β είναι θετικά. Δοθέντος ότι το N_f είναι γενικά μεγαλύτερο από το μηδέν, από τη σχέση (3.39) προκύπτει ότι $N_f' \leq N_f$. Από την παραπάνω ανάλυση συμπεραίνουμε ότι ο εσφαλμένος αντισταθμιστής, ο οποίος δε λαμβάνει υπ' όψιν τη σχέση συνολοκλήρωσης κατά τη μοντελοποίηση της συμπεριφοράς των spot τιμών και των τιμών των συμβολαίων futures, πάντα

λαμβάνει θέση σε μικρότερο αριθμό συμβολαίων από τον άριστο. Αυτό αποτελεί το εμπειρικό αποτέλεσμα που παρατηρήθηκε από τον Ghosh, A. (1993).

Για να ισχύει $N_f' \neq N_f$ θα πρέπει $\beta \neq 0$. Η συνθήκη αυτή υπονοεί ότι η αγορά των συμβολαίων futures δεν είναι αποτελεσματική ως προς την παροχή πληροφοριών. Ο Granger, C. W. J., (1986) υποστήριξε ότι οι δύο σειρές τιμών, οι οποίες προέρχονται από αποτελεσματικές αγορές, δε μπορούν να συνολοκληρωθούν. Επίσης, μια αγορά είναι δυνατόν να θεωρηθεί αποτελεσματική όταν βασίζεται στις δικές της ιστορικές τιμές, αλλά να εμφανίζεται αναποτελεσματική όταν ενσωματωθούν τιμές άλλων σχετικών αγορών. Παρόλο που υπάρχει εμπειρική υποστήριξη για ασθενή αποτελεσματικότητα σε κάποιες αγορές, η μεθοδολογία γενικά περιορίζεται στη χρήση ιστορικών τιμών των ίδιων των αγορών. Επομένως, τα συμπεράσματα της ασθενούς αποτελεσματικότητας και της συνολοκλήρωσης δεν είναι αντιφατικά. Η αναποτελεσματικότητα ως προς την παροχή πληροφοριών δεν εξασφαλίζει ευκαιρίες για κέρδος, εφόσον τα έξοδα συναλλαγών πρέπει να ληφθούν υπ' όψιν.

Θεωρώντας ότι η σχέση συνολοκλήρωσης συναντιέται πολύ συχνά μεταξύ των spot τιμών και των τιμών των συμβολαίων futures το θέμα της αποτελεσματικότητας περιορίζεται στην εξέταση της απλής υπόθεσης αποτελεσματικότητας ή διαφορετικά ονομαζόμενης υπόθεσης αμεροληψίας. Προηγούμενες έρευνες έλεγξαν την υπόθεση χρησιμοποιώντας ένα απλό μοντέλο παλινδρόμησης, στο οποίο οι spot τιμές και οι τιμές των συμβολαίων futures

αποτελούν τις εξαρτημένες και ανεξάρτητες μεταβλητές αντίστοιχα. Τα αποτελέσματα αυτά, όμως, δεν είναι αξιόπιστα καθώς οι σειρές των τιμών περιλαμβάνουν συχνά μοναδιαίες ρίζες. Οι Antoniou, A και Foster, A. J., (1994) παρείχαν ελέγχους βασισμένους σε μοντέλα παλινδρόμησης που λαμβάνουν υπ' όψιν τη σχέση συνολοκλήρωσης. Οι Brenner, R. J. και Kroner, K. F. (1995) σύγκριναν διάφορους ελέγχους, δείχνοντας ότι η υπόθεση αμεροληψίας τηρείται όταν $\alpha = 0$ και $\beta > 0$, μέσω της συγκέντρωσης αποτελεσμάτων πολλών εμπειρικών ερευνών.

3.6.3 ΜΕΤΡΗΣΗ ΤΗΣ ΕΠΙΔΡΑΣΗΣ ΤΗΣ ΣΧΕΣΗΣ ΣΥΝΟΛΟΚΛΗΡΩΣΗΣ

Όσο πιο πολύ αποκλίνει το N_f' από το N_f , τόσο μικρότερη είναι αποτελεσματικότητα της αντιστάθμισης του εσφαλμένου αντισταθμιστή. Για να μετρήσουμε την επίδραση της συνολοκλήρωσης εξετάζουμε την επιρροή των α , β στη διαφορά $N_f' - N_f$, λαμβάνοντας τις πρώτες μερικές παραγώγους της διαφοράς $N_f' - N_f$ ως προς α και β . Πρώτα πρέπει να υπολογιστεί η διακύμανση του θ_{t-1} . Αφαιρώντας τη σχέση (3.32) από τη σχέση (3.33), λαμβάνουμε:

$$\theta_t = (1 - \alpha - \beta)\theta_{t-1} + (\varepsilon_{2t} - \varepsilon_{1t}) \quad (3.40)$$

Επειδή η χρονολογική σειρά $\{\theta_t\}$ είναι στάσιμη, έχουμε:

$$\text{Var}(\theta_t) = \text{Var}(\theta_{t-1}) = \sigma^2 / (1 - k^2) \quad (3.41)$$

όπου $\sigma^2 = \text{Var}(\varepsilon_{2t} - \varepsilon_{1t}) = \sigma_2^2 - 2\rho\sigma_1\sigma_2 + \sigma_1^2$ και $k = 1 - \alpha - \beta$. Εάν αντικαταστήσουμε τη σχέση (3.41) στη σχέση (3.39) και λάβουμε τις μερικές παραγώγους της διαφοράς $N_f' - N_f$ ως προς α και β , τα αποτελέσματα θα είναι :

$$\partial(N_f' - N_f) / \partial\alpha = -M^2\{\beta^3\sigma^2 + \sigma_2^2\beta[1 - k^2 - 2k(\alpha + \beta N_f)]\} \quad (3.42)$$

$$\partial(N_f' - N_f) / \partial\beta = M^2\{\alpha\beta^2\sigma^2 - \sigma_2^2[(1 - k^2)(\alpha + 2\beta N_f) - 2k\beta(\alpha + \beta N_f)]\} \quad (3.43)$$

όπου $M = \sigma[\beta^2\sigma^2 + \sigma_2^2\beta(2\beta(1 - k^2))]^{-1}$.

Σε περίπτωση που $\alpha = 0$, η σχέση (3.42) γράφεται:

$$\partial(N_f' - N_f) / \partial\alpha = -M^2[\beta^3\sigma^2 + \sigma_2^2\beta(2\beta(1 - \beta)(1 - N_f) + \beta^2)] \quad (3.44)$$

Η σχέση (3.44) είναι αρνητική, δεδομένου ότι $\beta > 0$ και $N_f \leq 1$. Μια αύξηση του α οδηγεί στη λήψη θέσης σε μικρότερο αριθμό συμβολαίων futures σε σχέση με τον άριστο αριθμό. Με άλλα λόγια, όταν το α είναι μικρό, το κόστος για τον εσφαλμένο αντισταθμιστή είναι μεγαλύτερο σε όρους αποτελεσματικότητας αντιστάθμισης. Συγκεκριμένα όσο πιο πολύ προσαρμόζεται η spot τιμή στην κατάσταση μακροχρόνιας ανισορροπίας, τόσο πιο μεγάλο είναι το κόστος. Παρόμοια, όταν έχουμε $\beta = 0$, η σχέση (3.43) γράφεται:

$$\partial(N_f' - N_f) / \partial\beta = -\alpha M^2 \sigma_2 (1 - k^2) \quad (3.45)$$

Η σχέση (3.45) είναι αρνητική, διότι ισχύει $-1 < k < 1$ για να εξασφαλιστεί η στασιμότητα της $\{\theta_t\}$. Όταν το β είναι μικρό, το κόστος για τον εσφαλμένο αντισταθμιστή είναι μεγαλύτερο όσο πιο ευαίσθητη είναι η τιμή του συμβολαίου futures στην απόκλιση από τη σχέση μακροχρόνιας ισορροπίας. Και στις δυο περιπτώσεις παρατηρείται ότι όσο η σχέση συνολοκλήρωσης ασκεί πιο μεγάλη επιρροή, η οποία εκφράζεται μέσω του μεγέθους των α και β , τόσο πιο μεγάλο είναι το κόστος για έναν αντισταθμιστή της παράλειψης της μεταβλητής συνολοκλήρωσης κατά το στατιστικό σχεδιασμό της συμπεριφοράς των spot τιμών και των τιμών των συμβολαίων futures.

Γενικά, όταν $\alpha, \beta \geq 0$ και $\alpha + \beta < 1$, τότε το $\alpha\beta^2$ μπορεί να αγνοηθεί. Οι δυο αυτές ιδιότητες παρατηρούνται στις περισσότερες αγορές συναλλάγματος (Kroner, K. F. και Sultan, J., 1993 και Lien, D. και Luo. X., 1993, 1994). Εάν $\alpha + \beta > 2 - 2^{1/2}$, τότε $1 - k^2 - 2k > 0$, οπότε ισχύει $\partial(N_f' - N_f) / \partial\beta < 0$. Παρόμοια, αν $\alpha + \beta$ είναι αρκετά μεγάλη ποσότητα, τότε θα ισχύει $\partial(N_f' - N_f) / \partial\alpha < 0$. Επομένως, όσο οι spot τιμές και οι τιμές των συμβολαίων futures αντιδρούν πιο πολύ στην απόκλιση από τη σχέση μακροχρόνιας ισορροπίας, τόσο μεγαλύτερη είναι η ζημιά για τον εσφαλμένο αντισταθμιστή. Τα παραπάνω αποτελέσματα αφορούν στην αντιστάθμιση κατά την οποία ο επενδυτής ενδιαφέρεται αποκλειστικά για την ελαχιστοποίηση του κινδύνου. Όμως και στην περίπτωση του επενδυτή που ενδιαφέρεται ταυτόχρονα για τη μείωση του κινδύνου και την αύξηση της απόδοσης

τα παραπάνω αποτελέσματα έχουν σημασία. Όταν ένας αντισταθμιστής επιλέγει να λάβει θέση σε μικρότερο αριθμό συμβολαίων futures από τον άριστο, χάνει τις όποιες κερδοσκοπικές ευκαιρίες του παρουσιάζονται.

3.6.4 ΔΕΙΚΤΕΣ ΑΝΤΙΣΤΑΘΜΙΣΗΣ ΜΕ ΤΟ ΥΠΟΔΕΙΓΜΑ ΔΙΟΡΘΩΣΗΣ ΣΦΑΛΜΑΤΟΣ

Ένα γενικό μοντέλο που λαμβάνει υπ' όψιν τη σχέση συνολοκλήρωσης μεταξύ των spot τιμών και των τιμών των συμβολαίων futures, όπως είδαμε στην Ενότητα 1.4, είναι το παρακάτω υπόδειγμα διόρθωσης σφάλματος:

$$\Delta S_t = \sum_{i=1}^k b_{Si} \Delta S_{t-i} + \sum_{i=1}^k d_{Si} \Delta F_{t-i} + \alpha \theta_{t-1} + \varepsilon_{1t} \quad (3.46)$$

$$\Delta F_t = \sum_{i=1}^k b_{Fi} \Delta S_{t-i} + \sum_{i=1}^k d_{Fi} \Delta F_{t-i} - \beta \theta_{t-1} + \varepsilon_{2t} \quad (3.47)$$

Ένας αξιόπιστος αντισταθμιστής που χρησιμοποιεί στο σωστά προσδιορισμένο μοντέλο λαμβάνει τον παρακάτω δείκτη αντιστάθμισης:

$$\begin{aligned} N_f &= \text{Cov}(\Delta F_t, \Delta S_t \mid \Delta F_{t-i}, \Delta S_{t-i}, \theta_{t-1}) / \text{Var}(\Delta F_t \mid \Delta F_{t-i}, \Delta S_{t-i}, \theta_{t-1}) \\ &= \text{Cov}(\varepsilon_{1t}, \varepsilon_{2t}) / \text{Var}(\varepsilon_{2t}) = \rho(\sigma_1/\sigma_2) \end{aligned} \quad (3.48)$$

Από την άλλη μεριά ο εσφαλμένος αντισταθμιστής που παραβλέπει τη σχέση συνολοκλήρωσης καταλήγει στον παρακάτω δείκτη αντιστάθμισης:

$$N_f' = \text{Cov}(\Delta F_t, \Delta S_t | \Delta F_{t-i}, \Delta S_{t-i}) / \text{Var}(\Delta F_t | \Delta F_{t-i}, \Delta S_{t-i})$$

$$= [-\alpha\beta\text{Var}(\theta_{t-1} | \Delta F_{t-i}, \Delta S_{t-i}) + \rho\sigma_1\sigma_2] / [\beta^2\text{Var}(\theta_{t-1} | \Delta F_{t-i}, \Delta S_{t-i}) + \sigma_2^2] \quad (3.49)$$

Κατά τα σύγκριση των N_f και N_f' ορισμένες ιδιότητες που ισχύουν στο απλό μοντέλο μπορούν να επεκταθούν στη πιο γενική περίπτωση: (1) $N_f < N_f'$, όταν το α και το β είναι θετικά, (2) $N_f = N_f'$, όταν $\beta = 0$ και (3) $N_f < N_f'$, όταν $\alpha = 0$. Επομένως, ο εσφαλμένος αντισταθμιστής θα λάβει θέση σε μικρότερο αριθμό συμβολαίων futures από τον άριστο και η αποτελεσματικότητα της αντιστάθμισης θα είναι μειωμένη. Ωστόσο, η επίδραση των μεταβολών των α και β στην αποτελεσματικότητα της αντιστάθμισης είναι απροσδιόριστη, καθώς η υπό συνθήκη διακύμανση του θ_{t-1} είναι συνάρτηση όλων των παραμέτρων του υποδείγματος.

3.7 ΑΝΑΚΕΦΑΛΑΙΩΣΗ

Στο κεφάλαιο αυτό εξετάζονται εξελίξεις πάνω στο θέμα της αντιστάθμισης κινδύνου με τη χρήση συμβολαίων futures. Συγκεκριμένα, αναλύονται διάφοροι μέθοδοι και παρουσιάζεται η οικονομετρική εφαρμογή τους. Οι μέθοδοι που εξετάζονται είναι το μοντέλο της παλινδρόμησης, το διμεταβλητό μοντέλο VAR, το

υπόδειγμα διόρθωσης σφάλματος και το μοντέλο GARCH. Με τη χρήση αυτών των μεθόδων εκτιμούνται άριστοι δείκτες αντιστάθμισης κινδύνου. Το υπόλοιπο μέρος του κεφαλαίου εξετάζει την επίδραση της σχέσης συνολοκλήρωσης των spot τιμών και των τιμών των συμβολαίων futures στην αντιστάθμιση.

Από την παλινδρόμηση του ΔS_t πάνω στο ΔF_t , όπου ΔS_t και ΔF_t είναι οι μεταβολές των spot τιμών και των τιμών των συμβολαίων futures που σημειώθηκαν κατά τη χρονική περίοδο t , προκύπτει ότι ο εκτιμητής ελαχίστων τετραγώνων του συντελεστή β παρέχει μια εκτίμηση για το δείκτη αντιστάθμισης ελάχιστης διακύμανσης. Όμως, με τη μέθοδο της παλινδρόμησης παρουσιάζεται το πρόβλημα της αυτοσυσχέτισης των καταλοίπων. Για το λόγο αυτό οι spot τιμές και οι τιμές των συμβολαίων futures μοντελοποιούνται σύμφωνα με το διμεταβλητό μοντέλο VAR. Το μοντέλο VAR δεν λαμβάνει υπ' όψιν την επίδραση της συνολοκλήρωσης των σειρών των spot τιμών και των τιμών των συμβολαίων futures και για το λόγο αυτό ο δείκτης αντιστάθμισης πρέπει να εκτιμηθεί με βάση το υπόδειγμα διόρθωσης σφάλματος, το οποίο περιλαμβάνει σε αντίθεση με το μοντέλο VAR τον όρο διόρθωσης, ο οποίος αναφέρεται στη μακροχρόνια ισορροπία των κινήσεων των παραπάνω τιμών.

Η προηγούμενη ανάλυση υποθέτει ότι ο δείκτης αντιστάθμισης κινδύνου είναι σταθερός κατά τη διάρκεια του χρόνου. Για τον υπολογισμό δυναμικών δεικτών αντιστάθμισης κινδύνου, οι οποίοι μεταβάλλονται κατά τη διάρκεια του χρόνου χρησιμοποιείται ευρέως το γενικό μοντέλο GARCH. Το μοντέλο αυτό εξελίχθηκε σε

constant correlation GARCH, στο οποίο ο υπό συνθήκη συντελεστής συσχέτισης μεταξύ των μεταβολών των spot τιμών και των τιμών των συμβολαίων futures δε μεταβάλλεται στο χρόνο. Με εξαίρεση ορισμένες κριτικές το μοντέλο αυτό είναι εφαρμόσιμο και γενικά αποδεκτό.

Κατά την εξέταση της επίδρασης της σχέσης συνολοκλήρωσης των spot τιμών και των τιμών των συμβολαίων futures στην αντιστάθμιση παρατηρείται ότι ο επενδυτής, ο οποίος παραβλέπει τη σχέση συνολοκλήρωσης, χρησιμοποιεί μικρότερο αριθμό συμβολαίων futures από τον άριστο για να αντισταθμίσει τη θέση του. Ένα απλό στατιστικό μοντέλο δείχνει ότι το κόστος για τον εσφαλμένο αντισταθμιστή είναι μεγαλύτερο όσο πιο έντονη είναι η σχέση συνολοκλήρωσης. Τα συμπεράσματα που προκύπτουν από την ανάλυση αυτή αφορούν σταθερούς δείκτες αντιστάθμισης. Ωστόσο, μπορούν να συμβαδίσουν με φαινόμενα GARCH και να αφορούν δείκτες αντιστάθμισης που μεταβάλλονται στο χρόνο. Τέλος, και στην περίπτωση του επενδυτή που ενδιαφέρεται ταυτόχρονα για τη μείωση του κινδύνου και την αύξηση της απόδοσης τα παραπάνω συμπεράσματα έχουν σημασία, εφόσον ο δείκτης αντιστάθμισης, τον οποίο συνθέτουν το μέρος της αντιστάθμισης και το μέρος της κερδοσκοπίας, δεν είναι ο άριστος, με αποτέλεσμα να χάνονται ευκαιρίες κερδοσκοπίας.

ΕΠΙΛΕΓΜΕΝΗ ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

- Baillie, R. T. and Myers, R. J., "Bivariate GARCH Estimation of the Optimal Commodity Futures Hedge", *Journal of Applied Econometrics*, Vol. 6, No 2, 1991.
- Brenner, R. J. and Kroner, K. F. "Arbitrage, Cointegration, and Testing the Unbiasedness in Financial Markets", *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, Vol. 30, No 1, 1995.
- Castelino, M. G., "Hedge Effectiveness: Basis Risk and Minimum – Variance Hedging", *The Journal of Futures Markets*, Vol. 12 , No 2, 1992.
- Cecchetti, S. G., Cumby, D. E. and Figlewski, S., "Estimation of Optimal Futures Hedge", *Review of Economics and Statistics*, Vol. 70, No 4, 1988.
- Enders, W., "Applied Econometric Time Series", USA, John Wiley & Sons, Inc., 1995.
- Engle, R. F. and Granger, C. W. J., "Cointegration, and Error Correction: Representation, Estimation and Testing", *Econometrica*, Vol. 55, No 2, 1987.
- Fama, E. and French, K., "Commodity Futures Prices: Some Evidence on the Forecast Power, Premiums and the Theory of Storage", *Journal of Business*, Vol. 60, No 1, 1987.
- Figlewski, S., "Hedging Performance and Basis Risk in Stock Index Futures", *Journal of Finance*, Vol. 39, No 3, 1984.

- Garbade, K. D. and Silber, W. L., "Price Movements and Price Discovery in Futures and Cash Markets", *Review of Economics and Statistics*, Vol. 65, No 1, 1983.
- Kawaller, I. G., Koch, P. D. and Kock, T. W., "The temporal price relationship between S&P 500 Futures and the S&P 500 Index", *Journal of Finance*, Vol. 42, No 5, 1987.
- Kroner, K. F. and Sultan, J., "Time-Varying Distributions and Dynamic Hedging with Foreign Currency Futures", *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, Vol. 28, No 4, 1993.
- Lien, D., "Optimal Hedging and Spreading in Cointegrated Markets", *Economics Letters*, Vol. 40, No 1, 1992.
- Lien, D. and Tse, Y. K., "Fractional Cointegration and Futures Hedging", *The Journal of Futures Markets*, Vol. 19, No 4, 1999.
- Lien, D., Tse, Y. K. and Tsui, A. K. C., "Evaluating the Hedging Performance of the Constant – Correlation GARCH Model", *Applied Financial Economics*, Vol. 12, No 11, 2002.
- Myers, R. J. and Thompson, S. R., "Generalized Optimal Hedge Ratio Estimation", *American Journal of Agricultural Economics*, Vol. 71, No 4, 1989.
- Park, T. H. and Switzer, L. N., "Time-Varying Distributions and the Optimal Hedge Ratios for Stock Index Futures", *Applied Financial Economics*, Vol. 5, No 3, 1999.
- Tse, Y. K., "Lead – Lag Relationship between Spot and Futures Prices of the Nikkei Stock Average", *Journal of Forecasting*, Vol. 14, No 7, 1995.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4

ΑΝΤΙΣΤΑΘΜΙΣΗ ΜΕ ΤΗ ΧΡΗΣΗ ΣΥΜΒΟΛΑΙΩΝ FUTURES

ΣΤΟ NYSE COMPOSITE INDEX

4.1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Η ανάπτυξη των αγορών των συμβολαίων futures σε δείκτες μετοχών από τις αρχές της δεκαετίας του '80 έχει αποτελέσει το έναυσμα για τη διεξαγωγή ερευνών πάνω στην αποτελεσματικότητα των αγορών αυτών στη διαχείριση κινδύνου και συγκεκριμένα στην αντιστάθμιση. Όπως είδαμε στα προηγούμενα δυο κεφάλαια σε πολλές μελέτες έχει γίνει προσπάθεια προσδιορισμού του άριστου δείκτη αντιστάθμισης. Ο όρος άριστος χρησιμοποιείται σε όλες τις εργασίες, καθώς τα μοντέλα αντιστάθμισης κινδύνου στηρίζονται στη μεγιστοποίηση της αναμενόμενης χρησιμότητας του επενδυτή, την οποία πρώτος εισήγαγε ο Markowitz, H. M. (1952). Στην παρούσα εργασία ο δείκτης αντιστάθμισης, ο οποίος ελαχιστοποιεί τη διακύμανση (κίνδυνο) μεγιστοποιώντας την αναμενόμενη χρησιμότητα του επενδυτή (αντισταθμιστή), αναφέρεται ως καθαρός δείκτης. Σε περίπτωση που η αναμενόμενη χρησιμότητα είναι συνάρτηση της διακύμανσης και της απόδοσης, ο δείκτης αντιστάθμισης αναφέρεται ως άριστος δείκτης.

Η διάκριση αυτή μπορεί να εξαλειφθεί, εφόσον ισχύει η υπόθεση ότι οι τιμές των συμβολαίων futures προέρχονται από στοχαστική διαδικασία martingale, ταυτόχρονα με την υπόθεση ότι η από κοινού κατανομή των τιμών των συμβολαίων futures και των spot τιμών είναι σταθερή κατά τη διάρκεια του χρόνου (βλέπε Παράρτημα). Η πρώτη υπόθεση ισχύει στην πράξη (βλέπε McCurdy, T. H., και Morgan, I., 1988), σε αντίθεση με τη δεύτερη, οπότε ο άριστος δείκτης υπολογίζεται όπως ο καθαρός, με τη διαφορά ότι αυτός μεταβάλλεται κατά τη διάρκεια του χρόνου. Στην περίπτωση αυτή τα μοντέλα GARCH μπορούν να δώσουν δείκτες αντιστάθμισης, οι οποίοι μεταβάλλονται καθώς νέες πληροφορίες επέρχονται στην αγορά.

Ωστόσο, έρευνες έχουν δείξει ότι τα μοντέλα GARCH δεν πρέπει να χρησιμοποιούνται για σκοπούς αντιστάθμισης κινδύνου, καθώς δε βελτιώνουν την αποτελεσματικότητα της αντιστάθμισης. Οι Lien, D., Tse, Y. K. και Tsui, A. K. C., 2002 έδειξαν ότι μια στρατηγική αντιστάθμισης βασισμένη σε μοντέλο GARCH επέφερε 20% περισσότερο κίνδυνο σε σχέση με μια στρατηγική βασισμένη στη μέθοδο της παλινδρόμησης. Επίσης, βασικό μειονέκτημα της αντιστάθμισης βασισμένης σε μοντέλα GARCH είναι η αναπόφευκτη εξισορρόπηση του αντισταθμισμένου χαρτοφυλακίου, ώστε αυτό να ακολουθεί το μεταβαλλόμενο δείκτη αντιστάθμισης. Στην περίπτωση αυτή θα πρέπει να ληφθεί υπ' όψιν το κόστος συναλλαγών και να συγκριθεί με το όφελος από τη μείωση της διακύμανσης. Αυτό, όμως, που μπορεί να ειπωθεί για τα μοντέλα GARCH είναι ότι παραμένουν χρήσιμα για την περιγραφή της κατανομής των spot τιμών και των

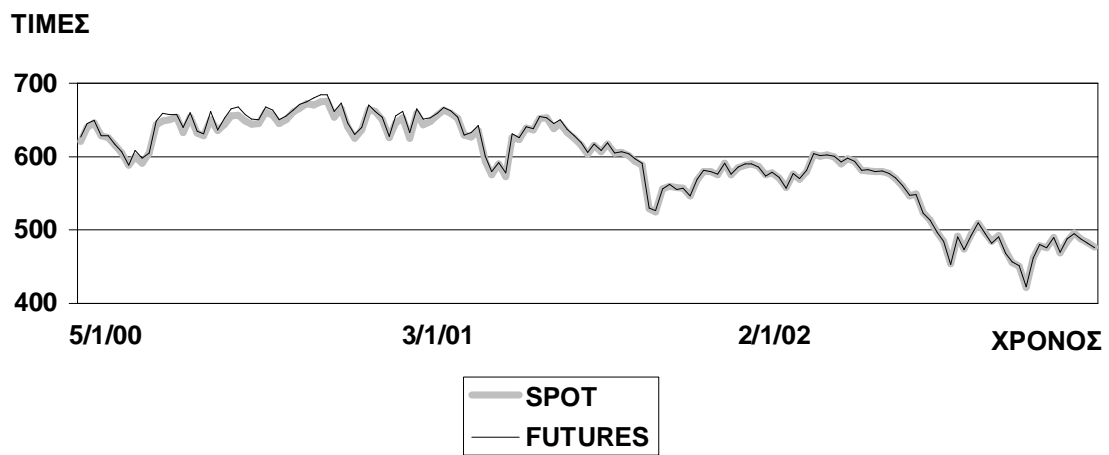
τιμών των συμβολαίων futures (Bollerslev, 1987, French, Schwert και Stambaugh, 1987, McCurdy και Morgan, 1987, Milhoj, 1987, Bollerslev, Engle και Wooldridge, 1988, Baillie και Bollerslev, 1989, Diebold και Nerlove, 1989, Baillie και DeGennaro, 1990, Lien, Tse, και Tsui, 2002).

Για τους λόγους αυτούς, η χρησιμοποίηση μοντέλων για την εκτίμηση σταθερών δεικτών αντιστάθμισης, όπως είναι η μέθοδος της παλινδρόμησης και το μοντέλο error correction, επαρκεί για τον έλεγχο της αποτελεσματικότητας της αντιστάθμισης με τη χρήση συμβολαίων futures. Στο κεφάλαιο αυτό γίνεται μια προσπάθεια ελέγχου της αποτελεσματικότητας της αντιστάθμισης κινδύνου με χρήση συμβολαίων futures στο δείκτη NYSE COMPOSITE. Αρχικά, εξετάζεται η στασιμότητα των σειρών των τιμών κλεισίματος του δείκτη και των τιμών των συμβολαίων futures στον εν λόγω δείκτη και γίνεται προσπάθεια διάκρισης ύπαρξης σχέσης συνολοκλήρωσης μεταξύ των σειρών των παραπάνω τιμών. Τέλος, γίνεται εκτίμηση του υποδείγματος της παλινδρόμησης και του υποδείγματος διόρθωσης σφάλματος και εξάγονται συμπεράσματα για την αποτελεσματικότητα της αντιστάθμισης κινδύνου με τη χρήση συμβολαίων futures στο δείκτη NYSE COMPOSITE.

4.2 ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΔΕΔΟΜΕΝΩΝ

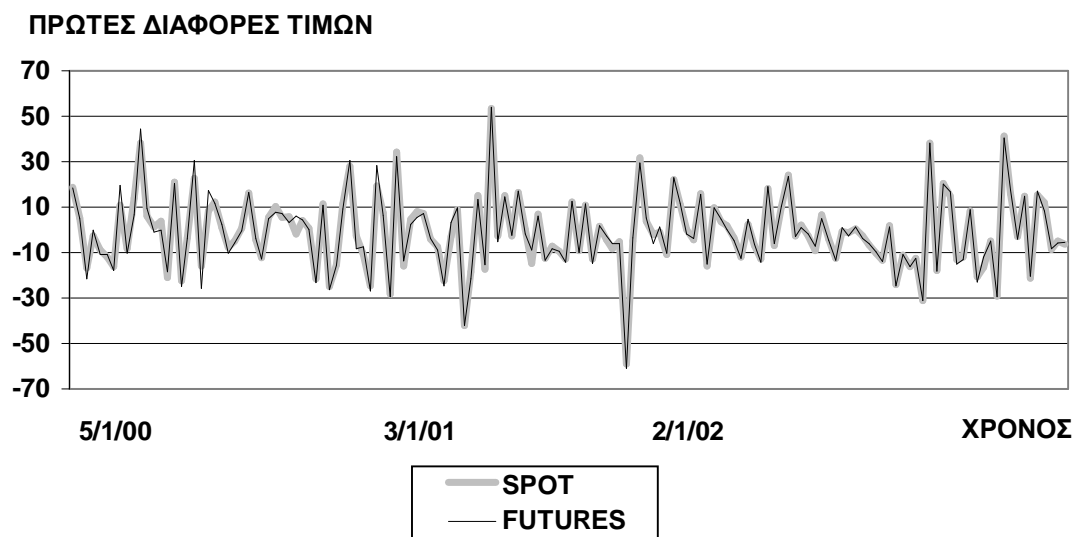
Τα στοιχεία αντλήθηκαν από τη βάση δεδομένων της σελίδας του Χρηματιστηρίου της Νέας Υόρκης στο διαδίκτυο (www.nyse.com). Το συμβόλαιο futures που χρησιμοποιείται είναι το συμβόλαιο στο δείκτη NYSE COMPOSITE, ο οποίος περιλαμβάνει όλες τις κοινές μετοχές που διαπραγματεύονται στο Χρηματιστήριο της Νέας Υόρκης. Οι τιμές κλεισίματος, οι οποίες αντιστοιχούν στην περίοδο από 5 Ιανουαρίου 2000 μέχρι 18 Δεκεμβρίου 2002, λαμβάνονται εβδομαδιαία. Συγκεκριμένα, χρησιμοποιούνται οι τιμές κάθε Τετάρτης, τόσο για το συμβόλαιο όσο και για το δείκτη.

Από τα τέσσερα συμβόλαια (Μαρτίου, Ιουνίου, Σεπτεμβρίου και Δεκεμβρίου) που διαπραγματεύονται ταυτόχρονα στον ίδιο δείκτη σε μια οποιαδήποτε χρονική στιγμή, λαμβάνουμε την τιμή του συμβολαίου, του οποίου η ημερομηνία λήξης βρίσκεται πιο κοντά σ' αυτή τη χρονική στιγμή. Για να αποφύγουμε τις επιδράσεις της ισχνής αγοράς (narrow market effects) κατά την οποία ο όγκος των συναλλαγών είναι περιορισμένος, καθώς επίσης και τις επιδράσεις της λήξης των συμβολαίων (expiration effects), λαμβάνουμε την τιμή του επόμενου συμβολαίου, του οποίου η ημερομηνία λήξης βρίσκεται πιο κοντά, δυο βδομάδες πριν τη λήξη του τρέχοντος συμβολαίου. Από την παραπάνω διαδικασία προκύπτουν 149 τιμές του δείκτη NYSE COMPOSITE και 149 τιμές του συμβολαίου futures στον εν λόγω δείκτη.



ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ 4.1

ΤΙΜΕΣ ΚΛΕΙΣΙΜΑΤΟΣ ΤΟΥ NYSE COMPOSITE INDEX ΚΑΙ ΤΟΥ ΣΥΜΒΟΛΑΙΟΥ FUTURES ΣΤΟΝ ΕΝ ΛΟΓΩ ΔΕΙΚΤΗ ΚΑΤΑ ΤΗΝ ΠΕΡΙΟΔΟ 2000 – 2003



ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ 4.2

ΠΡΩΤΕΣ ΔΙΑΦΟΡΕΣ ΤΩΝ ΤΙΜΩΝ ΤΟΥ ΔΕΙΚΤΗ NYSE COMPOSITE ΚΑΙ ΤΟΥ ΑΝΤΙΣΤΟΙΧΟΥ ΣΥΜΒΟΛΑΙΟΥ ΣΤΟ ΔΕΙΚΤΗ ΤΗΝ ΠΕΡΙΟΔΟ 2000 – 2002

Για να έχουμε μια πιο γενική εικόνα των παραπάνω τιμών τις απεικονίζουμε στο Διάγραμμα 4.1, το οποίο παρουσιάζει την πορεία των σειρών των τιμών κατά την εξεταζόμενη περίοδο. Αυτό που παρατηρείται με μια πρώτη ματιά είναι ότι οι δυο σειρές κινούνται παράλληλα και προς την ίδια κατεύθυνση. Γενικά, δε φαίνεται να υπάρχει μια τάση κατά την περίοδο 2000 – 2003, ενώ μπορούμε να πούμε ότι οι σειρές εμφανίζουν χαρακτηριστικά μη στάσιμων χρονοσειρών.

Λαμβάνοντας, όμως, τις πρώτες διαφορές των τιμών προκύπτει το Διάγραμμα 4.2, από το οποίο παρατηρούμε την ύπαρξη στασιμότητας και στις δυο σειρές και συνεπώς μπορούμε να υποθέσουμε ότι οι σειρές είναι ολοκληρώσιμες πρώτης τάξης που χαρακτηρίζονται $I(1)$. Τα συμπεράσματα για τη στασιμότητα παρουσιάζονται με λεπτομέρεια στην επόμενη ενότητα.

4.3 ΔΙΕΡΕΥΝΗΣΗ ΣΤΑΣΙΜΟΤΗΤΑΣ ΣΕΙΡΩΝ

Για τη διαπίστωση της στασιμότητας αρχικά χρησιμοποιούμε τις τιμές των δειγματικών αυτοσυσχετίσεων (autocorrelation function – ACF) και των δειγματικών μερικών αυτοσυσχετίσεων (partial autocorrelation function – PACF) των σειρών των τιμών του δείκτη και του συμβολαίου αντίστοιχα σε πραγματικές τιμές, καθώς και των πρώτων διαφορών τους. Οι τιμές αυτές θα μας βοηθήσουν να διακρίνουμε εάν οι σειρές είναι στάσιμες ή όχι. Επιπρόσθετα, η στασιμότητα των σειρών των τιμών του δείκτη και των τιμών του συμβολαίου εξετάζεται με τη χρήση

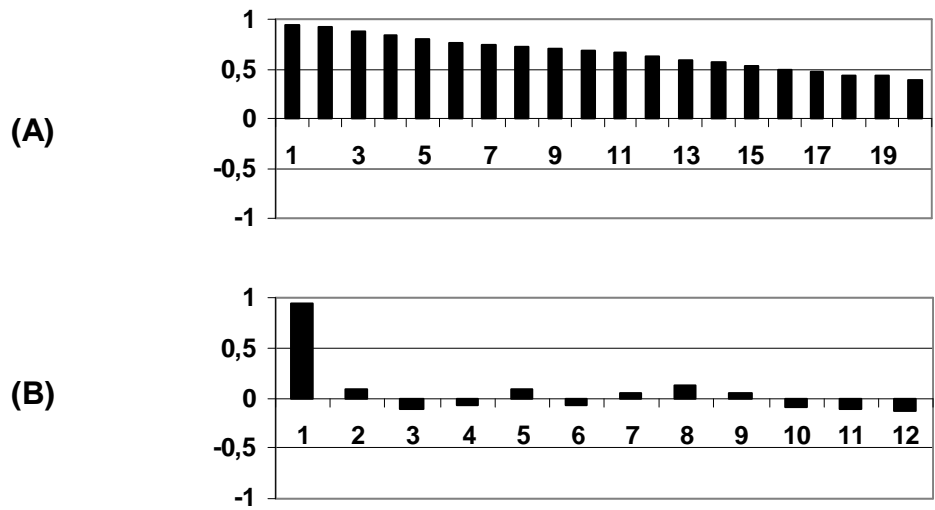
του augmented Dickey – Fuller test, με το οποίο γίνεται έλεγχος για την ύπαρξη μοναδιαίας ρίζας στο χαρακτηριστικό πολυώνυμο της διαδικασίας από την οποία προέρχονται οι σειρές.

του augmented Dickey – Fuller test, με το οποίο γίνεται έλεγχος για την ύπαρξη μοναδιαίας ρίζας στο χαρακτηριστικό πολυώνυμο της διαδικασίας από την οποία προέρχονται οι σειρές.

4.3.1 ΔΙΕΡΕΥΝΗΣΗ ΣΤΑΣΙΜΟΤΗΤΑΣ ΜΕ ΤΗ ΧΡΗΣΗ ΤΩΝ ACF ΚΑΙ ΤΩΝ PACF

Οι δειγματικές συναρτήσεις αυτοσυσχέτισης (ACF) και οι δειγματικές συναρτήσεις μερικής αυτοσυσχέτισης (PACF) των σειρών των τιμών του δείκτη και των σειρών των τιμών του συμβολαίου futures παρουσιάζονται στα Διαγράμματα 4.3 και 4.4 αντίστοιχα. Από το Διάγραμμα 4.3 φαίνεται ότι η σειρά των τιμών του δείκτη προκύπτει από μια μη στάσιμη διαδικασία ή από μια AR(1) διαδικασία με πολύ μεγάλη τιμή του δειγματικού συντελεστή αυτοσυσχέτισης πρώτου βαθμού, η τιμή του οποίου είναι ίση 0,95, δηλαδή πολύ κοντά στη μονάδα.

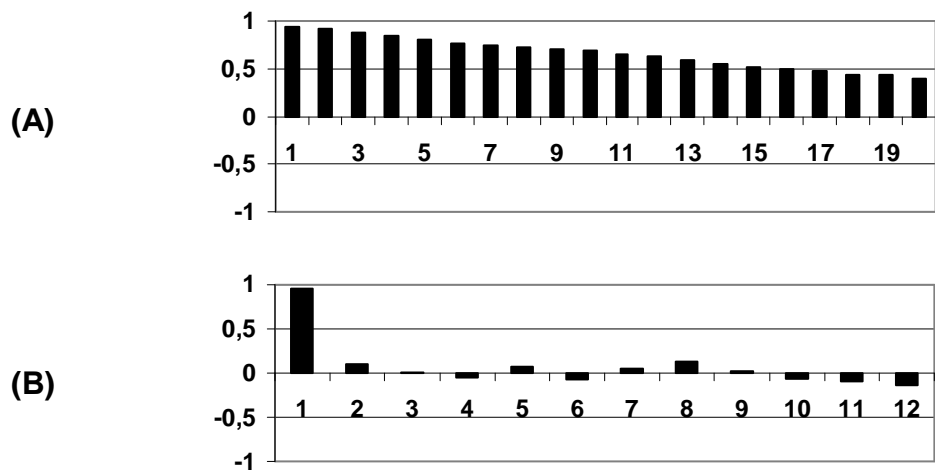
Επίσης, από το Διάγραμμα 4.3 (A) μπορούμε να πούμε ότι καθώς οι δειγματικοί συντελεστές αυτοσυσχέτισης φθίνουν αργά, υπάρχει ένδειξη ότι η στοχαστική διαδικασία από την οποία προέρχεται η σειρά εγγίζει τα όρια της μη στασιμότητας. Τα ίδια συμπεράσματα προκύπτουν για τη σειρά του συμβολαίου futures με βάση το Διάγραμμα 4.4, όπου και σε αυτήν την περίπτωση ο δειγματικός συντελεστής αυτοσυσχέτισης πρώτου βαθμού είναι ίσος με 0,95.



ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ 4.3

(A) ACF ΣΕΙΡΑΣ ΤΙΜΩΝ ΔΕΙΚΤΗ NYSE COMPOSITE

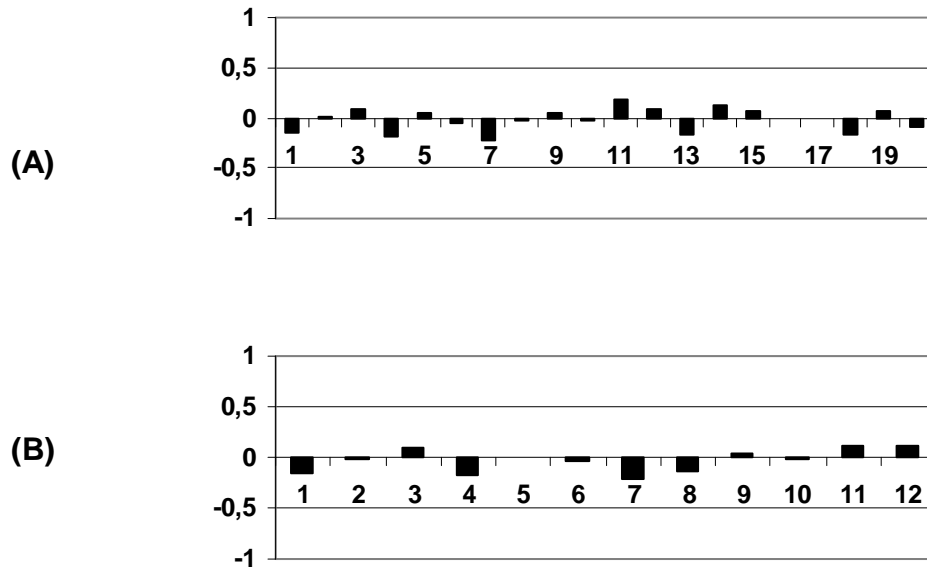
(B) PACF ΣΕΙΡΑΣ ΤΙΜΩΝ ΔΕΙΚΤΗ NYSE COMPOSITE



ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ 4.4

(A) ACF ΣΕΙΡΑΣ ΤΙΜΩΝ ΣΥΜΒΟΛΑΙΟΥ FUTURES

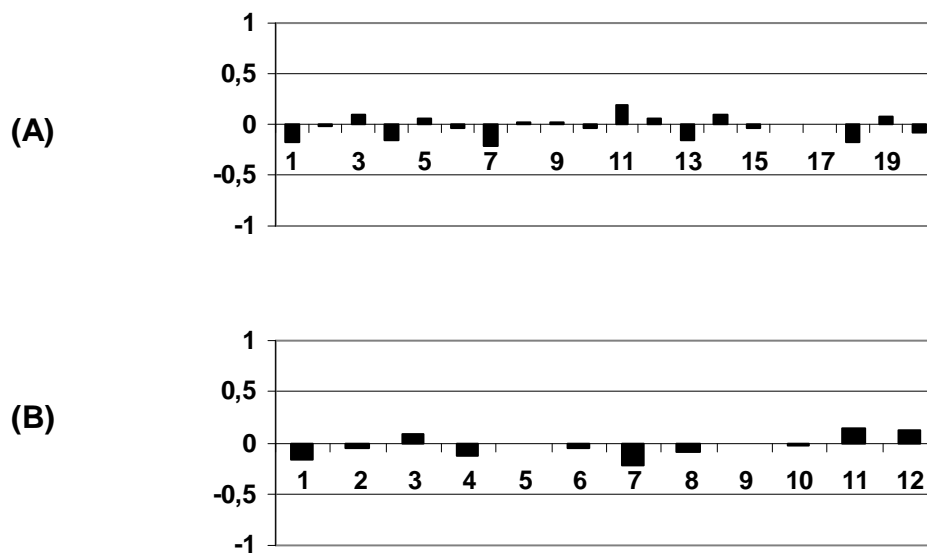
(B) PACF ΣΕΙΡΑΣ ΤΙΜΩΝ ΣΥΜΒΟΛΑΙΟΥ FUTURES



ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ 4.5

(A) ACF ΣΕΙΡΑΣ ΤΩΝ ΠΡΩΤΩΝ ΔΙΑΦΟΡΩΝ ΤΩΝ ΤΙΜΩΝ ΤΟΥ ΔΕΙΚΤΗ

(B) PACF ΣΕΙΡΑΣ ΤΩΝ ΠΡΩΤΩΝ ΔΙΑΦΟΡΩΝ ΤΩΝ ΤΙΜΩΝ ΤΟΥ ΔΕΙΚΤΗ



ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ 4.6

(A) ACF ΣΕΙΡΑΣ ΤΩΝ ΠΡΩΤΩΝ ΔΙΑΦΟΡΩΝ ΤΩΝ ΤΙΜΩΝ ΤΟΥ ΣΥΜΒΟΛΑΙΟΥ

(B) PACF ΣΕΙΡΑΣ ΤΩΝ ΠΡΩΤΩΝ ΔΙΑΦΟΡΩΝ ΤΩΝ ΤΙΜΩΝ ΤΟΥ ΣΥΜΒΟΛΑΙΟΥ

Οι δειγματικές συναρτήσεις αυτοσυσχέτισης (ACF) και οι δειγματικές συναρτήσεις μερικής αυτοσυσχέτισης (PACF) των σειρών των πρώτων διαφορών των τιμών του δείκτη και των σειρών των πρώτων τιμών του συμβολαίου futures παρουσιάζονται στο Διαγράμματα 4.5 και στο Διάγραμμα 4.6 αντίστοιχα. Από τα διαγράμματα αυτά παρατηρούμε ότι τιμές των δειγματικών αυτοσυσχετίσεων και των δειγματικών μερικών αυτοσυσχετίσεων είναι πολύ κοντά στο μηδέν, οπότε μπορούμε να πούμε ότι οι σειρές αντιστοιχούν σε διαδικασίες λευκού θορύβου, δηλαδή είναι στάσιμες.

4.3.2 ΔΙΕΡΕΥΝΗΣΗ ΣΤΑΣΙΜΟΤΗΤΑΣ ΜΕ ΤΗ ΧΡΗΣΗ ΤΟΥ AUGMENTED DICKEY – FULLER TEST

Για μια διαδικασία ARIMA(p, 1, q) το augmented Dickey – Fuller test βασίζεται στο παρακάτω μοντέλο παλινδρόμησης:

$$\Delta X_t = \alpha + \beta X_{t-1} + \sum_{j=1}^k \gamma_j \Delta X_{t-j} + \varepsilon_t \quad (4.1)$$

Ο έλεγχος για μια μοναδιαία αυτοπαλινδρόμη ρίζα ισοδυναμεί με τον έλεγχο της υπόθεσης ότι $\beta = 0$, χρησιμοποιώντας την παρακάτω στατιστική:

$$\hat{t} = \frac{\hat{\beta}}{se(\hat{\beta})} \quad (4.2)$$

όπου $se(\hat{\beta})$ είναι ο εκτιμητής του τυπικού σφάλματος του $\hat{\beta}$. Η στατιστική που δίνει η σχέση (4.6) ακολουθεί την κατανομή των Dickey – Fuller.

Για να προχωρήσουμε στον έλεγχο αυτό απαραίτητη προϋπόθεση είναι ο προσδιορισμός του k . Σύμφωνα με τους Agiakloglou, C. και Newbold, P. (1992) η αποτελεσματικότητα του augmented Dickey – Fuller test επηρεάζεται από το k . Όταν η τιμή του k είναι μεγάλη, η αποτελεσματικότητα του ελέγχου βελτιώνεται, καθώς τα εμπειρικά επίπεδα σημαντικότητας προσεγγίζουν τα ονομαστικά και είναι λιγότερο πιθανόν να απορρίψουμε την υπόθεση της ύπαρξης μοναδιαίας ρίζας. Ωστόσο, η χρήση ενός μεγάλου k περιλαμβάνει ένα κόστος, το οποίο είναι η μείωση της δύναμης του ελέγχου. Οι Agiakloglou και Newbold για την επιλογή του μοντέλου δοκίμασαν τιμές για το k από 0 έως 10 χρησιμοποιώντας το AIC (Akaike Information Criterion), το οποίο υπολογίζεται ως εξής:

$$AIC = \ln\left(\frac{SSE}{n}\right) + \frac{2p}{n} \quad (4.3)$$

όπου για τη σχέση (4.1) αντιστοιχεί $p = k + 2$. Βασισμένοι στην ανάλυση των Agiakloglou και Newbold, παίρνουμε τιμές για το k από 0 έως 10 και λαμβάνουμε τις αντίστοιχες τιμές AIC. Τα αποτελέσματα με βάση τη σειρά των τιμών του δείκτη για $n = 138$ παρουσιάζονται στον Πίνακα 4.1. Από τον πίνακα αυτό η μικρότερη τιμή του AIC αντιστοιχεί στο $k = 8$. Οι επόμενες μικρότερες τιμές του αντιστοιχούν στο $k = 7$ και στο $k = 1$. Για $k = 8$ ισχύει:

$$\hat{t} = \frac{\hat{\beta}}{se(\hat{\beta})} = 0,204$$

Από τον πίνακα κατανομής των Dickey – Fuller παίρνουμε την κριτική τιμή για επίπεδο σημαντικότητας 5%, η οποία είναι $-2,89$, εφόσον στο υπόδειγμα που χρησιμοποιούμε σύμφωνα με τη σχέση (4.1) περιλαμβάνεται ο σταθερός όρος. Για $k = 8$ ισχύει παρατηρούμε ότι $0,204 > -2,89$, οπότε δεν μπορούμε να απορρίψουμε την υπόθεση $\beta = 0$, πράγμα που σημαίνει ότι η σειρά των τιμών του δείκτη είναι μη στάσιμη. Από τον Πίνακα 4.1 παρατηρούμε επίσης ότι ανεξάρτητα της τιμής του k η υπόθεση δεν μπορεί να απορριφθεί, πράγμα που σημαίνει ότι η τιμή του k δεν παίζει καθοριστικό ρόλο στον έλεγχο της ύπαρξης μοναδιαίας αυτοσυσχετιζόμενης ρίζας.

ΠΙΝΑΚΑΣ 4.1

ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ AIC ΓΙΑ ΤΗ ΣΕΙΡΑ ΤΩΝ ΤΙΜΩΝ ΤΟΥ NYSE COMPOSITE

k	$p = k + 2$	SSE	AIC	\hat{t}
0	2	35.729	5,585	-0,97746
1	3	35.002	5,579	-0,68103
2	4	35.001	5,594	-0,65812
3	5	34.586	5,596	-0,84647
4	6	33.658	5,584	-0,51515
5	7	33.640	5,598	-0,55178
6	8	33.628	5,612	-0,50794
7	9	32.025	5,577	-0,06784
8	10	31.386	5,572	0,20404
9	11	31.344	5,585	0,12074
10	12	31.341	5,599	0,14710

ΠΙΝΑΚΑΣ 4.2

ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ AIC ΓΙΑ ΤΗ ΣΕΙΡΑ ΤΩΝ ΤΙΜΩΝ ΤΟΥ ΣΥΜΒΟΛΑΙΟΥ FUTURES

k	p = k + 2	SSE	AIC	\hat{t}
0	2	38.424	5,658	-0,98607
1	3	37.490	5,648	-0,66373
2	4	37.432	5,661	-0,58146
3	5	37.070	5,666	-0,74809
4	6	36.469	5,664	-0,49911
5	7	36.434	5,677	-0,55129
6	8	36.401	5,691	-0,48645
7	9	34.580	5,654	-0,03939
8	10	34.270	5,660	0,13708
9	11	34.267	5,674	0,15430
10	12	34.244	5,688	0,22068

Για τον έλεγχο της στασιμότητας της σειράς των τιμών των συμβολαίων futures ακολουθούμε την ίδια διαδικασία για $n = 138$. Από τα αποτελέσματα του Πίνακα 4.2 επιλέγουμε το μικρότερο AIC, το οποίο αντιστοιχεί στο $k = 1$. Η επόμενη μικρότερη τιμή του AIC αντιστοιχεί στο $k = 7$. Για $k = 1$ ισχύει:

$$\hat{t} = \frac{\hat{\beta}}{se(\hat{\beta})} = -0,664$$

Από τον πίνακα κατανομής των Dickey – Fuller παίρνουμε την κριτική τιμή για επίπεδο σημαντικότητας 5%, η οποία είναι $-2,89$, εφόσον στο υπόδειγμα που χρησιμοποιούμε περιλαμβάνεται ο σταθερός όρος. Από τον Πίνακα 4.2 παρατηρούμε ότι $-0,664 > -2,89$, οπότε δεν μπορούμε να απορρίψουμε την υπόθεση $\beta = 0$, πράγμα που σημαίνει ότι η σειρά των τιμών του συμβολαίου futures είναι μη στάσιμη. Και σε αυτήν την περίπτωση παρατηρούμε ότι ανεξάρτητα της τιμής του k η υπόθεση δεν μπορεί να απορριφθεί.

4.4 ΕΛΕΓΧΟΣ ΣΥΝΟΛΟΚΛΗΡΩΣΗΣ ΤΩΝ ΣΕΙΡΩΝ

Σύμφωνα με τη μεθοδολογία των Engle, R. F. και Granger, C. W. J., (1987) για να δούμε εάν δυο σειρές συνολοκληρώνονται, θα πρέπει πρώτα να εξετάσουμε τη στασιμότητά τους και την τάξη ολοκλήρωσής τους. Σε περίπτωση που οι σειρές είναι στάσιμες ή δεν έχουν την ίδια τάξη ολοκλήρωσης, τότες αυτές δεν συνολοκληρώνονται. Από τον έλεγχο της στασιμότητας με τη χρήση του augmented Dickey – Fuller test διαπιστώσαμε ότι οι σειρές χαρακτηρίζονται από μη στασιμότητα. Επίσης, από τα ACF και PACF των σειρών των πρώτων διαφορών των τιμών παρατηρήσαμε ότι οι σειρές είναι στάσιμες. Επομένως, μπορούμε να πούμε ότι οι σειρές είναι ολοκληρώσιμες πρώτης τάξης.

Το επόμενο βήμα για τον έλεγχο της ύπαρξης σχέσης συνολοκλήρωσης μεταξύ των τιμών του δείκτη και του εν λόγου συμβολαίου είναι η εκτίμηση της σχέσης μακροχρόνιας ισορροπίας, η οποία εκφράζεται με την παρακάτω σχέση:

$$S_t = \alpha + \beta F_t + \varepsilon_t \quad (4.4)$$

Εάν οι σειρές συνολοκληρώνονται, τότε οι παράμετροι α και β είναι στατιστικά σημαντικές και ο συντελεστής προσδιορισμού είναι μεγάλος, που σημαίνει ότι υπάρχει έντονη γραμμική σχέση μεταξύ των δυο σειρών. Ο Πίνακας 4.3 δίνει τις εκτιμήσεις των α και β και τον συντελεστή προσδιορισμού R^2 . Από τα στοιχεία του πίνακα παρατηρούμε ότι ισχύουν οι παραπάνω υποθέσεις, οπότε έχουμε μια

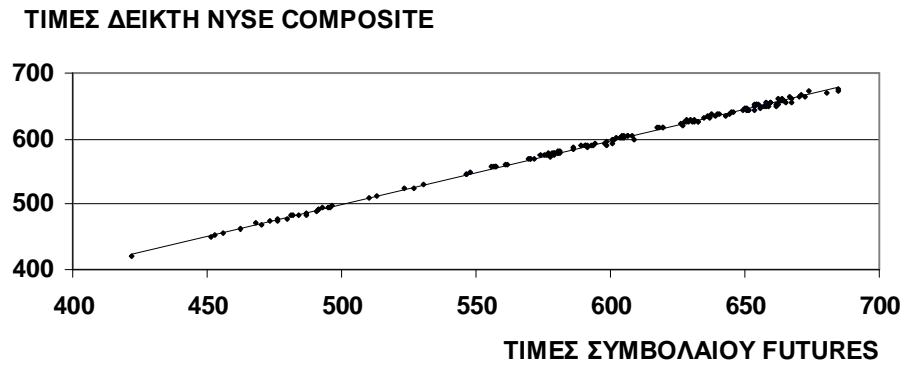
ένδειξη ύπαρξης συνολοκλήρωσης μεταξύ των δυο σειρών. Παρατηρώντας τα Διαγράμματα 4.1 και 4.7 καταλήγουμε στα ίδια συμπεράσματα. Στο Διάγραμμα 4.1 βλέπουμε ότι οι σειρές κινούνται παράλληλα προς την ίδια κατεύθυνση κατά τη διάρκεια του χρόνου, ενώ στο Διάγραμμα 4.7, όπου απεικονίζονται τα ζεύγη των spot τιμών και των τιμών των συμβολαίων futures, φαίνεται καθαρά η έντονη θετική γραμμική σχέση των δυο σειρών. Η γραμμή παλινδρόμησης στο Διάγραμμα 4.7 εκφράζει τη μακροχρόνια ισορροπία μεταξύ των σειρών, ενώ οι αποκλίσεις από τη γραμμή εκφράζουν τις αποκλίσεις από τη μακροχρόνια ισορροπία. Για να υπάρχει σχέση συνολοκλήρωσης θα πρέπει οι αποκλίσεις αυτές να αποτελούν στάσιμη σειρά, κάτι που εξετάζεται αμέσως παρακάτω.

ΠΙΝΑΚΑΣ 4.3

ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΕΚΤΙΜΗΣΗΣ OLS

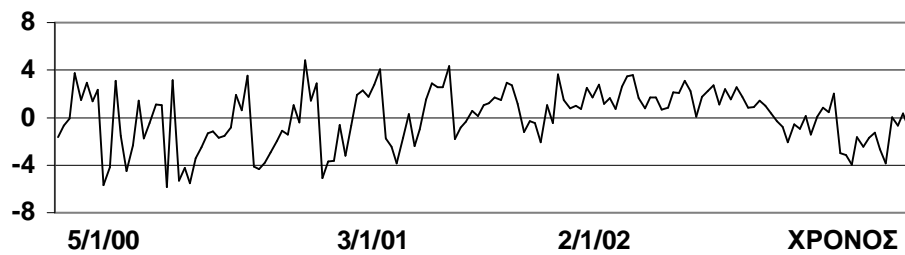
	$R^2 = 0,9985$	$SSE = 833,84$	$n = 149$
Variable	Estimated Coefficient	Standard Error	T-Ratio
F_t	0,96539	0,30777E-02	313,68
Constant	17,888	1,8401	9,72

Σε περίπτωση που οι αποκλίσεις από τη μακροχρόνια ισορροπία αποτελούν στάσιμη σειρά, είναι δηλαδή $I(0)$, τότε οι δυο σειρές συνολοκληρώνονται, είναι δηλαδή $CI(1,1)$. Στο Διάγραμμα 4.8 παρουσιάζεται η σειρά των εκτιμηθεισών τιμών των καταλοίπων της σχέσης (4.8). Από τα ACF και PACF που απεικονίζονται στο Διάγραμμα 4.9 μπορούμε να πούμε ότι η σειρά προέρχεται από μια στάσιμη διαδικασία, καθώς οι δειγματικοί συντελεστές αυτοσυσχέτισης φθίνουν γρήγορα.



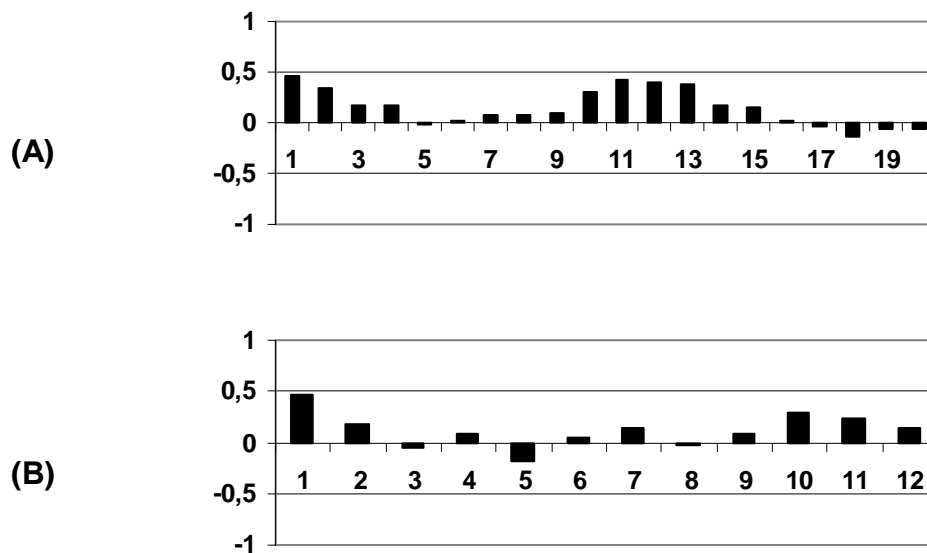
ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ 4.7

**ΑΠΕΙΚΟΝΙΣΗ ΤΩΝ ΖΕΥΓΩΝ ΤΩΝ ΤΙΜΩΝ ΤΟΥ ΔΕΙΚΤΗ NYSE COMPOSITE
ΚΑΙ ΤΩΝ ΤΙΜΩΝ ΤΟΥ ΣΥΜΒΟΛΑΙΟΥ FUTURES**



ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ 4.8

ΤΙΜΕΣ ΚΑΤΑΛΟΙΠΩΝ ΑΠΟ ΤΗ ΣΧΕΣΗ (4.4)



ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ 4.9

(A) ACF ΣΕΙΡΑΣ ΤΩΝ ΚΑΤΑΛΟΙΠΩΝ ΑΠΟ ΤΗ ΣΧΕΣΗ (4.4)

(B) PACF ΣΕΙΡΑΣ ΤΩΝ ΚΑΤΑΛΟΙΠΩΝ ΑΠΟ ΤΗ ΣΧΕΣΗ (4.4)

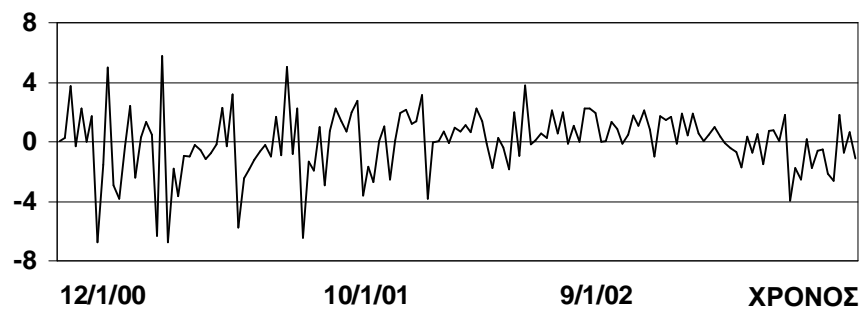
Στη συνέχεια ελέγχουμε τη στασιμότητα των καταλοίπων με τη χρήση του Dickey – Fuller test. Ο έλεγχος αυτός πραγματοποιείται με βάση το ακόλουθο υπόδειγμα:

$$\Delta \hat{\varepsilon}_t = \alpha_1 \hat{\varepsilon}_{t-1} + u_t \quad (4.5)$$

Εφόσον η σειρά των καταλοίπων προέρχεται από μια εξίσωση παλινδρόμησης δε χρειάζεται να περιλάβουμε το σταθερό όρο στη σχέση (4.5). Ο έλεγχος γίνεται με την παρακάτω στατιστική:

$$\hat{\tau} = \frac{\hat{\alpha}_1}{\text{se}(\hat{\alpha}_1)} = -7,4$$

Από τον πίνακα της κατανομής των Dickey – Fuller παίρνουμε την κριτική τιμή για επίπεδο σημαντικότητας 5%, η οποία είναι $-1,95$, εφόσον στο υπόδειγμα που χρησιμοποιούμε σύμφωνα με τη σχέση (4.5) δεν περιλαμβάνεται ο σταθερός όρος. Παρατηρούμε ότι $-1,95 > -7,4$, οπότε μπορούμε να απορρίψουμε την υπόθεση ότι $\alpha_1 = 0$, πράγμα που σημαίνει ότι η σειρά των καταλοίπων είναι στάσιμη και ότι οι σειρές των τιμών του δείκτη και του συμβολαίου είναι CI(1,1). Επειδή η σειρά των καταλοίπων προέρχεται από μια εξίσωση παλινδρόμησης, η διακύμανση των καταλοίπων είναι η μικρότερη δυνατή, πράγμα που σημαίνει ότι ο έλεγχος για τη στασιμότητα της σειράς των καταλοίπων με τη σχέση (4.5) μεροληπτεί υπέρ της απόρριψης της αρχικής υπόθεσης $\alpha_1 = 0$.



ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ 4.10

ΤΙΜΕΣ ΚΑΤΑΛΟΙΠΩΝ ΑΠΟ ΤΗ ΣΧΕΣΗ (4.5)

Επίσης, πρέπει να σημειωθεί ότι εάν τα κατάλοιπα της σχέσης (4.5) δεν ακολουθούν διαδικασία λευκού θορύβου, τότε θα πρέπει να χρησιμοποιηθεί υπόδειγμα μεγαλύτερου βαθμού από αυτό της σχέσης (4.5). Τα κατάλοιπα της σχέσης (4.5) απεικονίζονται στο Διάγραμμα 4.10 και μπορούμε να πούμε ότι ακολουθούν διαδικασία λευκού θορύβου. Επομένως, θεωρούμε ότι οι σειρές συνολοκληρώνονται, οπότε τα κατάλοιπα από τη σχέση (4.4) μπορούν να χρησιμοποιηθούν για την εκτίμηση του υποδείγματος διόρθωσης σφάλματος, το οποίο εξετάζεται παρακάτω.

4.5 ΕΚΤΙΜΗΣΗ ΔΕΙΚΤΗ ΑΝΤΙΣΤΑΘΜΙΣΗΣ

Για την εκτίμηση του δείκτη αντιστάθμισης χρησιμοποιούμε τη μέθοδο της παλινδρόμησης και το υπόδειγμα διόρθωσης σφάλματος, εφόσον τα κατάλοιπα από τη σχέση μακροχρόνιας ισορροπίας των τιμών των δυο αγορών αποτελούν στάσιμη σειρά. Οι σταθεροί δείκτες αντιστάθμισης που προκύπτουν από τις παραπάνω μεθόδους χρησιμοποιούνται για τη μέτρηση της αποτελεσματικότητας της αντιστάθμισης, με τη βοήθεια της οποίας είναι εφικτή η σύγκριση των παραπάνω δεικτών.

4.5.1 ΕΚΤΙΜΗΣΗ ΔΕΙΚΤΗ ΑΝΤΙΣΤΑΘΜΙΣΗΣ ΜΕ ΤΗ ΜΕΘΟΔΟ ΤΗΣ ΠΑΛΙΝΔΡΟΜΗΣΗΣ

Όπως είδαμε στο προηγούμενο κεφάλαιο ο δείκτης αντιστάθμισης N_t μπορεί να εκτιμηθεί με τη μέθοδο της παλινδρόμησης, η οποία εκφράζεται με την εξής σχέση:

$$\Delta S_t = \alpha + \beta \Delta F_t + \varepsilon_t \quad (4.8)$$

και δίνεται από την εκτίμηση του συντελεστή β .

ΠΙΝΑΚΑΣ 4.4

ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΕΚΤΙΜΗΣΗΣ ΤΟΥ ΜΟΝΤΕΛΟΥ ΤΗΣ ΠΑΛΙΝΔΡΟΜΗΣΗΣ

	$R^2 = 0,9762$	$SSE = 894,10$	$n = 148$
Variable	Estimated Coefficient	Standard Error	T-Ratio
ΔF_t	0,94976	0,12284E-01	77,319
Constant	-0,11289E-01	0,20380	-0,55393E-01

Ο Πίνακας 4.4 περιλαμβάνει τις εκτιμήσεις των α και β , τα τυπικά σφάλματα των εκτιμητών και τον συντελεστή προσδιορισμού R^2 . Η κριτική τιμή για τον έλεγχο της σημαντικότητας των παραμέτρων α και β είναι η $t_{n-2, \alpha/2}$, η οποία από τον πίνακα της κατανομής t για επίπεδο σημαντικότητας 5% είναι ίση με 1,97 περίπου. Η παράμετρος α δεν είναι στατιστικά σημαντική, καθώς $-0,055 > -1,97$, σε αντίθεση με την παράμετρο β , η οποία είναι στατιστικά σημαντική, εφόσον $77,319 > 1,97$. Η

εκτίμηση της παραμέτρου β αποτελεί μια εκτίμηση του δείκτη αντιστάθμισης N_f , οπότε θα ισχύει $N_f = 0,94976$ για $n = 148$.

4.5.2 ΕΚΤΙΜΗΣΗ ΔΕΙΚΤΗ ΑΝΤΙΣΤΑΘΜΙΣΗΣ ΜΕ ΤΟ ΥΠΟΔΕΙΓΜΑ ΔΙΟΡΘΩΣΗΣ ΣΦΑΛΜΑΤΟΣ

Εφόσον υποθέσαμε ότι υπάρχει σχέση συνολοκλήρωσης μεταξύ των σειρών των τιμών των δύο αγορών, τότε το υπόδειγμα διόρθωσης σφάλματος που προκύπτει είναι το εξής:

$$\Delta S_t = c_S + \sum_{i=1}^k b_{S_i} \Delta S_{t-i} + \sum_{i=1}^k d_{S_i} \Delta F_{t-i} + g_S \hat{\epsilon}_{t-1} + w_{S_t} \quad (4.7)$$

$$\Delta F_t = c_F + \sum_{i=1}^k b_{F_i} \Delta S_{t-i} + \sum_{i=1}^k d_{F_i} \Delta F_{t-i} + g_F \hat{\epsilon}_{t-1} + w_{F_t} \quad (4.8)$$

όπου ο όρος διόρθωσης σφάλματος $\hat{\epsilon}_{t-1}$ αναφέρεται στο εκτιμηθέν σφάλμα της περιόδου $t - 1$ από τη σχέση (4.4).

Για την επιλογή του k λαμβάνουμε υπ' όψιν την ανάλυση των Agiakloglou και Newbold, παίρνοντας τιμές για το k από 1 έως 5 και υπολογίζουμε τις αντίστοιχες τιμές AIC. Από τον Πίνακα 4.5 παρατηρούμε ότι η μικρότερη τιμή του AIC αντιστοιχεί στο $k = 2$. Για $k = 2$ προκύπτει το παρακάτω υπόδειγμα διόρθωσης σφάλματος:

$$\Delta S_t = c_S + b_{S1}\Delta S_{t-1} + b_{S2}\Delta S_{t-2} + d_{S1}\Delta F_{t-1} + d_{S2}\Delta F_{t-2} + g_S \hat{\epsilon}_{t-1} + w_{St} \quad (4.9)$$

$$\Delta F_t = c_F + b_{F1}\Delta S_{t-1} + b_{F2}\Delta S_{t-2} + d_{F1}\Delta F_{t-1} + d_{F2}\Delta F_{t-2} + g_F \hat{\epsilon}_{t-1} + w_{Ft} \quad (4.10)$$

όπου w_S και w_F είναι τα τυχαία σφάλματα των υποδειγμάτων (4.9) και (4.10) αντίστοιχα. Σημειώνεται ότι για τιμές του k μεγαλύτερες του 5 δεν προκύπτουν στατιστικά σημαντικά αποτελέσματα.

ΠΙΝΑΚΑΣ 4.5

ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ AIC ΓΙΑ ΤΗΝ ΕΠΙΛΟΓΗ ΤΗΣ ΤΑΞΗΣ ΤΟΥ ΥΠΟΔΕΙΓΜΑΤΟΣ ΔΙΟΡΘΩΣΗΣ ΣΦΑΛΜΑΤΟΣ

k	$p = 2k + 2$	SSE	AIC	n = 143
1	4	35.585	5,573	
2	6	34.277	5,563	
3	8	33.519	5,569	
4	10	32.516	5,567	
5	12	32.503	5,594	

Τα παραπάνω αποτελέσματα βασίζονται στη σειρά των spot τιμών.

k	$p = 2k + 2$	SSE	AIC	n = 143
1	4	38.426	5,687	
2	6	37.056	5,680	
3	8	36.155	5,684	
4	10	35.226	5,687	
5	12	35.198	5,715	

Τα παραπάνω αποτελέσματα βασίζονται στη σειρά των τιμών του συμβολαίου futures.

Ο Πίνακας 4.6 περιλαμβάνει τις εκτιμήσεις των παραμέτρων του υποδείγματος διόρθωσης σφάλματος, το οποίο περιγράφεται από τις σχέσεις (4.9) και (4.10). Η κριτική τιμή για τον έλεγχο της σημαντικότητας παραμέτρων είναι η $t_{n-6,\alpha/2}$, η οποία

από τον πίνακα της κατανομής t για επίπεδο σημαντικότητας 5% είναι ίση με 1,977 περίπου. Στον Πίνακα 4.6 παρατηρούμε ότι για επίπεδο σημαντικότητας 5% οι συντελεστές ταχύτητας προσαρμογής g_s και g_F δεν είναι στατιστικά σημαντικοί, πράγμα το οποίο σημαίνει ότι οι σχέσεις (4.9) και (4.10) αποτελούν ένα μοντέλο VAR.

ΠΙΝΑΚΑΣ 4.6

ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΕΚΤΙΜΗΣΗΣ ΤΟΥ ΜΟΝΤΕΛΟΥ ΔΙΟΡΘΩΣΗΣ ΣΦΑΛΜΑΤΟΣ

	$R^2 = 0,0673$	$SSE = 34.277$	$n = 143$
Variable	Estimated Coefficient	Standard Error	T-Ratio
ΔS_{t-1}	0,9684	0,74090	1,3071
ΔS_{t-2}	1,4262	0,63138	2,2588 **
ΔF_{t-1}	-1,0965	0,71865	-1,5258
ΔF_{t-2}	-1,4001	0,61260	-2,2856 **
g_s	-1,3014	0,70518	-1,8456 *
Constant	-1,1365	1,3288	-0,8552

Τα παραπάνω αποτελέσματα βασίζονται στη σειρά των spot τιμών.

	$R^2 = 0,0654$	$SSE = 37.056$	$n = 143$
Variable	Estimated Coefficient	Standard Error	T-Ratio
ΔS_{t-1}	1,1767	0,77035	-1,7654 *
ΔS_{t-2}	1,4333	0,65647	-2,2366 **
ΔF_{t-1}	-1,3192	0,74721	1,5275
ΔF_{t-2}	-1,4246	0,63694	2,1834 **
g_F	-0,8778	0,73320	-1,1973
Constant	-1,1761	1,3816	-0,8512

Τα παραπάνω αποτελέσματα βασίζονται στη σειρά των τιμών του συμβολαίου.

* Στατιστικά σημαντικοί συντελεστές σε επίπεδο σημαντικότητας 10%.

** Στατιστικά σημαντικοί συντελεστές σε επίπεδο σημαντικότητας 5%.

Σε επίπεδο σημαντικότητας 10% η κριτική τιμή για τον έλεγχο της σημαντικότητας από τον πίνακα της κατανομής t είναι ίση με 1,6558 περίπου. Στην περίπτωση αυτή ο συντελεστής g_S είναι στατιστικά σημαντικός σε αντίθεση με το συντελεστή g_F . Αυτό σημαίνει ότι η μεταβολή της τιμής του συμβολαίου futures t κατά την περίοδο t δεν προσαρμόζεται στην απόκλιση από μη μακροχρόνια ισορροπία της περιόδου $t - 1$. Εάν ο συντελεστής g_F δεν είναι στατιστικά σημαντικός, τότε σύμφωνα με τη σχέση αιτίου – αιτιατού του Granger (Granger causality) θα πρέπει τουλάχιστον ένας από τους συντελεστές b_{F1} , b_{F2} της σχέσης (4.10) να είναι στατιστικά σημαντικός για να έχει ισχύ το υπόδειγμα διόρθωσης σφάλματος. Για επίπεδο εμπιστοσύνης 10% και οι δυο συντελεστές b_{F1} , b_{F2} είναι στατιστικά σημαντικοί. Το αρνητικό πρόσημο του συντελεστή ταχύτητας προσαρμογής δηλώνει ότι σε μια θετική απόκλιση από μη μακροχρόνια ισορροπία της προηγούμενης περιόδου, δηλαδή όταν η τιμή του συμβολαίου είναι μεγαλύτερη από την τιμή του δείκτη κατά την προηγούμενη περίοδο, η τιμή του δείκτη θα μειωθεί ώστε να επέλθει ισορροπία.

Στη συνέχεια ελέγχουμε την υπόθεση ότι όλοι οι παράμετροι της σχέσης (4.9) είναι στατιστικά μη σημαντικοί με τη στατιστική F , η οποία είναι η εξής:

$$F = \frac{n-k-1}{k} \frac{R^2}{1-R^2} \quad (4.11)$$

Υπολογίζουμε την F και βρίσκουμε ότι $F = 1,76$. Η κριτική τιμή για τον έλεγχο της υπόθεσης είναι η $F_{k,n-k-1,\alpha}$, η οποία από τον πίνακα της κατανομής F για επίπεδο

σημαντικότητας 1% είναι ίση με 3,17, οπότε αποδεχόμαστε την υπόθεση ότι όλοι οι συντελεστές της σχέσης (4.9) είναι στατιστικά μη σημαντικοί. Για τη σχέση (4.10) αντίστοιχα η F είναι ίση με 1.91, οπότε απορρίπτεται η υπόθεση. Για επίπεδο σηματοκότητας 10% η κριτική τιμή είναι 1,9, οπότε οριακά γίνεται δεκτή η υπόθεση.

Όπως είδαμε στο προηγούμενο κεφάλαιο ο δείκτης αντιστάθμισης που εκτιμάται από το υπόδειγμα διόρθωσης σφάλματος είναι:

$$N_f = \frac{\sigma_{SF}}{\sigma_F^2} \quad (4.12)$$

εφόσον θέσουμε $\text{Var}(\varepsilon_{St}) = \sigma_S^2$, $\text{Var}(\varepsilon_{Ft}) = \sigma_F^2$ και $\text{Cov}(\varepsilon_{St}, \varepsilon_{Ft}) = \sigma_{SF}$. Έπειτα από υπολογισμούς ο δείκτης αντιστάθμισης που δίνει η σχέση (4.12) είναι ίσος με 0,953416 για $n = 143$.

4.6 ΣΥΓΚΡΙΣΗ ΤΕΧΝΙΚΩΝ ΑΝΤΙΣΤΑΘΜΙΣΗΣ

Για να εκτιμήσουμε την αποτελεσματικότητα της αντιστάθμισης λαμβάνουμε τις εβδομαδιαίες αποδόσεις του χαρτοφυλακίου που δημιουργήσαμε, βασισμένοι σε 143 παρατηρήσεις, ώστε να μπορούν να γίνουν συγκρίσεις μεταξύ της μεθόδου της παλινδρόμησης και του υποδείγματος διόρθωσης σφάλματος. Στη συνέχεια υπολογίζουμε τη διακύμανση των αποδόσεων του χαρτοφυλακίου, η οποία δίνεται από την παρακάτω σχέση:

$$\text{Var}(\Delta S_t - N_f \Delta F_t) \quad (4.13)$$

Χρησιμοποιώντας στη σχέση (4.13) διαφορετικό δείκτη αντιστάθμισης N_f , ανάλογα με τη μέθοδο εκτίμησης που εφαρμόζουμε, μπορούμε να προβούμε σε συγκρίσεις για την αποτελεσματικότητα της κάθε μεθόδου, η οποία βασίζεται στη μείωση της διακύμανσης των αποδόσεων του χαρτοφυλακίου. Ο Πίνακας 4.7 παρακάτω δίνει τις διακυμάνσεις των αποδόσεων του χαρτοφυλακίου σε περίπτωση μη αντισταθμισμένης θέσης (unhedged position), δηλαδή όταν $N_f = 0$, σε περίπτωση απλής αντιστάθμισης (naive hedge), όπου $N_f = 1$, σε περίπτωση χρησιμοποίησης της μεθόδου της παλινδρόμησης (OLS hedge) και τέλος σε περίπτωση αντιστάθμισης με το υπόδειγμα διόρθωσης σφάλματος (CI hedge). Ο δείκτης του υποδείγματος διόρθωσης σφάλματος είναι μεγαλύτερος από το δείκτη αντιστάθμιση από το μοντέλο της παλινδρόμησης, καθώς λαμβάνει υπ' όψιν την ύπαρξη σχέσης συνολοκλήρωσης μεταξύ των σειρών. Από τον πίνακα επίσης διαπιστώνουμε ότι η μείωση της διακύμανσης του χαρτοφυλακίου με τις δυο μεθόδους είναι σχεδόν ίση.

ΠΙΝΑΚΑΣ 4.7

ΔΙΑΚΥΜΑΝΣΗ ΑΝΤΙΣΤΑΘΜΙΣΜΕΝΟΥ ΧΑΡΤΟΦΥΛΑΚΙΟΥ

Hedge Type	Variance
Unhedged Position ($N_f = 0$)	258,76045
Naive Hedge ($N_f = 1$)	6,80726
OLS Hedge ($N_f = 0,951169$)	6,14146
CI Hedge ($N_f = 0,953416$)	6,14287

Το ποσοστό μείωσης της διακύμανσης με τη μέθοδο της παλινδρόμησης σε σχέση με τους άλλους τύπους αντιστάθμισης υπολογίζεται με τον παρακάτω τύπο:

$$\frac{\text{Var}_{\text{others}} - \text{Var}_{\text{regression}}}{\text{Var}_{\text{others}}} \quad (4.14)$$

Με τη χρήση της σχέσης (4.14) σχηματίζουμε τον Πίνακα 4.8, ο οποίος δίνει τα ποσοστά μείωσης της διακύμανσης της αντιστάθμισης με την μέθοδο της παλινδρόμησης σε σχέση με τις άλλες μορφές αντιστάθμισης. Η μείωση της διακύμανσης σε σχέση με την απλή αντιστάθμιση είναι 9,78%, οπότε η μέθοδος της παλινδρόμησης είναι αρκετά αποτελεσματική στην αντιστάθμιση κινδύνου. Το ίδιο ισχύει για το δείκτη του υποδείγματος διόρθωσης σφάλματος, ο οποίος μειώνει τη διακύμανση σε σχέση με την απλή αντιστάθμιση κατά 9.76%

ΠΙΝΑΚΑΣ 4.8

ΠΟΣΟΣΤΑ ΜΕΙΩΣΗΣ ΔΙΑΚΥΜΑΝΣΗΣ ΜΕ OLS

Hedge Type	Μειώσεις %
Unhedged Position	97,63
Naive Hedge	9,78
CI Hedge	0,023

Όπως είδαμε στο δεύτερο κεφάλαιο η αποτελεσματικότητα σύμφωνα με τον Ederington είναι το ποσοστό της διακύμανσης της μη αντισταθμισμένης θέσης που μειώνεται με την αντιστάθμιση δίνεται από τη σχέση:

$$\frac{\text{Var}_{\text{unhedged}} - \text{Var}_{\text{regression}}}{\text{Var}_{\text{unhedged}}} \quad (4.15)$$

Από τη σχέση (4.15) προκύπτει ότι η αποτελεσματικότητα της αντιστάθμισης ελάχιστης διακύμανσης είναι ίση με 97,63% και είναι ίση με το συντελεστή προσδιορισμού R^2 που προκύπτει από την παλινδρόμηση για $n = 143$.

4.7 ΑΝΑΚΕΦΑΛΑΙΩΣΗ

Η ανάπτυξη των αγορών των συμβολαίων futures τα τελευταία χρόνια έχει εστιάσει το ενδιαφέρον των ερευνητών στην αντιστάθμιση κινδύνου. Τα συμβόλαια αυτά όπως είδαμε στα δυο πρώτα κεφάλαια μπορούν να δώσουν στον επενδυτή την ευκαιρία να αντισταθμίσει τον κίνδυνο που ενέχει η ανάληψη μιας επένδυσης, καθιστώντας παράλληλα δυνατή την αποκόμιση κέρδους. Ο διπλός ρόλος των συμβολαίων για τον οποίο είναι δημοφιλή εκφράζεται μέσω της αναμενόμενης χρησιμότητας του επενδυτή. Η μεγιστοποίηση της σχέσης αυτής ως προς το δείκτη αντιστάθμισης δίνει τον άριστο δείκτη.

Ο δείκτης αυτός υπό την προϋπόθεση ότι οι τιμές των συμβολαίων ακολουθούν στοχαστική διαδικασία martingale και ότι η από κοινού κατανομή των spot τιμών και των τιμών των συμβολαίων futures παραμένει σταθερή είναι ίσος με τον καθαρό δείκτη, ο οποίος λαμβάνει υπ' όψιν μόνο τον κίνδυνο. Η πρώτη υπόθεση ισχύει στην πράξη σε αντίθεση με τη δεύτερη. Στην περίπτωση αυτή τα μοντέλα GARCH, τα οποία δίνουν μεταβαλλόμενους στο χρόνο δείκτες αντιστάθμισης, προτιμούνται από πολλούς ερευνητές.

Ωστόσο, η βελτίωση της αποτελεσματικότητας της αντιστάθμισης με τη χρήση δεικτών, οι οποίοι προκύπτουν από τα μοντέλα GARCH, όπως είναι το Vector GARCH και το Constant Correlation GARCH, έχει αμφισβητηθεί. Σε πολλές περιπτώσεις ο κίνδυνος μιας αντισταθμισμένης θέσης, για τη λήψη της οποίας λαμβάνονται υπ' όψιν μεταβαλλόμενοι στο χρόνο δείκτες αντιστάθμισης, δε μειώνεται σημαντικά ή ακόμα αυξάνεται σε σχέση με τον κίνδυνο που αντιστοιχεί σε σταθερούς δείκτες. Επίσης, στις περιπτώσεις αυτές είναι απαραίτητη η συνεχής αναπροσαρμογή των χαρτοφυλακίων. Βελτιώσεις των μοντέλων GARCH από τους Hamilton, J. D. και Susmel, R. (1994) και Klaassen, F. (1998) ίσως μπορέσουν να δώσουν λύση.

Τα μοντέλα που δίνουν σταθερούς δείκτες αντιστάθμισης είναι η παλινδρόμηση και το υπόδειγμα διόρθωσης σφάλματος. Στο κεφάλαιο αυτό εκτιμήθηκαν δείκτες αντιστάθμισης με τα δυο αυτά μοντέλα για το συμβόλαιο futures στο δείκτη NYSE COMPOSITE. Για την εκτίμηση μέσω του δεύτερου μοντέλου είναι απαραίτητη πρώτα η διαπίστωση ύπαρξης σχέσης συνολοκλήρωσης μεταξύ των σειρών των τιμών των συμβολαίων futures και των τιμών κλεισίματος του δείκτη. Η μεθοδολογία που χρησιμοποιήθηκε ξεκινάει με τον έλεγχο της συμπεριφοράς των ACF και PACF της σειράς των καταλοίπων από την παλινδρόμηση της τιμής του δείκτη πάνω στην τιμή του συμβολαίου. Έπειτα γίνεται έλεγχος της στασιμότητας της σειράς των καταλοίπων με το Dickey – Fuller test. Η σειρά είναι στάσιμη οπότε περιλαμβάνεται η γραμμική σχέση που συνδέει τις σειρές στο υπόδειγμα διόρθωσης σφάλματος.

Από την εκτίμηση του υποδείγματος διόρθωσης σφάλματος προκύπτει ότι ο συντελεστής ταχύτητας προσαρμογής που αντιστοιχεί στη σειρά των τιμών του συμβολαίου futures δεν είναι στατιστικά σημαντικός. Αυτό οδηγεί στο συμπέρασμα ότι η μεταβολή της τιμής του συμβολαίου δεν προσαρμόζεται στην απόκλιση από τη μακροχρόνια ισορροπία της προηγούμενης περιόδου. Ωστόσο, οι συντελεστές των μεταβολών των τιμών του δείκτη κατά τις δυο προηγούμενες περιόδους είναι στατιστικά σημαντικοί, οπότε το υπόδειγμα έχει ισχύ. Από την εκτίμηση των παραμέτρων της παλινδρόμησης προκύπτει ότι ο σταθερός όρος δεν είναι στατιστικά σημαντικός σε αντίθεση με την παράμετρο β , η οποία αποτελεί εκτίμηση του δείκτη αντιστάθμισης.

Στο υπόδειγμα διόρθωσης σφάλματος ο δείκτης αντιστάθμισης είναι ίσος με την υπό συνθήκη συνδιακύμανση των μεταβολών των τιμών του δείκτη και του συμβολαίου δια την υπό συνθήκη διακύμανση των μεταβολών των τιμών του συμβολαίου. Ο υπολογισμός του γίνεται με διαίρεση της συνδιακύμανσης των καταλοίπων των μεταβολών των τιμών των δυο σειρών προς τη διακύμανση των καταλοίπων της σειράς των τιμών του συμβολαίου. Η τιμή του είναι μεγαλύτερη από την τιμή της εκτίμησης της παραμέτρου β του μοντέλου της παλινδρόμησης, πράγμα το οποίο αποδεικνύεται στο προηγούμενο κεφάλαιο.

Όσον αφορά στην αποτελεσματικότητα της αντιστάθμισης, παρατηρείται ότι αυτή βελτιώνεται σημαντικά με τους δείκτες αντιστάθμισης των δυο μοντέλων. Η μείωση με τη χρήση του δείκτη από την παλινδρόμηση είναι οριακά μεγαλύτερη, που

σημαίνει ότι η αναμενόμενη χρησιμότητα του αντισταθμιστή, η οποία εκφράζεται από τη σχέση (2) του Παραρτήματος είναι μεγαλύτερη από αυτή που θα είχε αν λάμβανε υπ' όψιν το δείκτη από το υπόδειγμα διόρθωσης σφάλματος. Σε περίπτωση που ο επενδυτής αποστρέφεται τον κίνδυνο, ο βαθμός αποστροφής του κινδύνου α μεγάλος, οπότε τόσο μεγαλύτερη θα είναι η χρησιμότητα. Εάν ο επενδυτής είναι ριψοκίνδυνος, τότε η μικρή διαφορά στη μείωση της διακύμανσης δεν έχει για αυτόν σημασία.

ΕΠΙΛΕΓΜΕΝΗ ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

- Agiakloglou, C., "A Note on the Unit Root Test Based on the Sample Autocorrelations", Spoudai, University of Piraeus, Vol. 46, 1996.
- Agiakloglou, C., "A Selective Review on the Issue of Testing for a Unit Autoregressive Root", Spoudai, University of Piraeus, Vol. 49, 1999.
- Agiakloglou, C. and Newbold, P., "Empirical Evidence on Dickey – Fuller – Type Tests", Journal of Time Series Analysis, Vol. 13, 1992.
- Agiakloglou, C. and Newbold, P., "The Balance Between Size and Power in Dickey – Fuller Tests with Data – Dependent Rules for the Choice of Truncation Lag", Economic Letters, Vol. 52, 1996.
- Baillie, R. T. and Myers, R. J., "Bivariate GARCH Estimation of the Optimal Commodity Futures Hedge", Journal of Applied Econometrics, Vol. 6, No 2, 1991.
- Enders, W., "Applied Econometric Time Series", USA, John Wiley & Sons, Inc., 1995.
- Green, W. H., "Econometric Analysis", USA, Prentice Hall, 2000.
- Kroner, K. F. and Sultan, J., "Time-Varying Distributions and Dynamic Hedging with Foreign Currency Futures", Journal of Financial and Quantitative Analysis, Vol. 28, No 4, 1993.
- Lien, D., Tse, Y. K. and Tsui, A. K. C., "Evaluating the Hedging Performance of the Constant – Correlation GARCH Model", Applied Financial Economics, Vol. 12, No 11, 2002.

- Park, T. H. and Switzer, L. N., "Time-Varying Distributions and the Optimal Hedge Ratios for Stock Index Futures", Applied Financial Economics, Vol. 5, No 3, 1999.

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

- Agiakloglou, C., "A Selective Review on the Issue of Testing for a Unit Autoregressive Root", Spoudai, University of Piraeus, Vol. 49, 1999.
- Agiakloglou, C., "A Note on the Unit Root Test Based on the Sample Autocorrelations", Spoudai, University of Piraeus, Vol. 46, 1996.
- Agiakloglou, C. and Newbold, P., "The Balance Between Size and Power in Dickey – Fuller Tests with Data – Dependent Rules for the Choice of Truncation Lag", Economic Letters, Vol. 52, 1996.
- Agiakloglou, C. and Newbold, P., "Empirical Evidence on Dickey – Fuller – Type Tests", Journal of Time Series Analysis, Vol. 13, 1992.
- Arditti, Fred D., "Derivatives: A Comprehensive Resource for Options, Futures, Interest Rate Swaps And Mortgage Securities", USA, Harvard Business School Press, 1996.
- Baillie, R. T. and Myers, R. J., "Bivariate GARCH Estimation of the Optimal Commodity Futures Hedge", Journal of Applied Econometrics, Vol. 6, No 2, 1991.
- Bodie, Z., Kane, A. and Marcus, A. J., "Investments", USA, McGraw-Hill, 1999.
- Brailsford, T. J., Corrigan K. and Heaney, R., "A Comparison of Measures of Hedging Effectiveness: A Case Study Using the Australian All Ordinaries Share Price Index Futures Contract", Journal of Multinational Financial Management, Vol. 11, 2001.

- Brenner, R. J. and Kroner, K. F. "Arbitrage, Cointegration, and Testing the Unbiasedness in Financial Markets", *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, Vol. 30, No 1, 1995.
- Castelino, M. G., "Hedge Effectiveness: Basis Risk and Minimum – Variance Hedging", *The Journal of Futures Markets*, Vol. 12 , No 2, 1992.
- Chance, D. M., "An Introduction to Derivatives", Orlando, The Dryden Press, 1995.
- Chang, J. S. K. and Shanker, L. "A Risk – Return Measure of Hedging Effectiveness: A Comment", *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, Vol. 22, No 3, 1987.
- Cecchetti, S. G., Cumby, D. E. and Figlewski, S., "Estimation of Optimal Futures Hedge", *Review of Economics and Statistics*, Vol. 70, No 4, 1988.
- Ederington, L. H., "The Hedging Performance of the New Futures Markets", *The Journal of Finance*, Vol. 34, No 1, 1979.
- Enders, W., "Applied Econometric Time Series", USA, John Wiley & Sons, Inc., 1995.
- Engle, R. F. and Granger, C. W. J., "Cointegration, and Error Correction: Representation, Estimation and Testing", *Econometrica*, Vol. 55, No 2, 1987.
- Fabozzi, F. J., "Investment Management", USA, Prentice Hall, 1999.
- Fabozzi, F. J. and Modigliani, F., "Capital Markets: Institutions and Instruments", New Jersey, Prentice Hall, 1996.
- Fabozzi, F. J., Modigliani, F. and Ferri, M. G., "Foundations of Financial Markets and Institutions", USA, Prentice Hall, 1998.

- Fama, E. and French, K., "Commodity Futures Prices: Some Evidence on the Forecast Power, Premiums and the Theory of Storage", *Journal of Business*, Vol. 60, No 1, 1987.
- Figlewski, S., "Hedging Performance and Basis Risk in Stock Index Futures", *Journal of Finance*, Vol. 39, No 3, 1984.
- Fishburn, P. C., "Mean – Risk Analysis with Risk Associated with Below – Target Returns", *The American Economic Review*, Vol. 67, No 2, 1977.
- Franklce, C. T., "The Hedging Performance of the New Futures Market: Comment", *The Journal of Finance*, Vol. 35, No 5, 1980.
- Garbade, K. D. and Silber, W. L., "Price Movements and Price Discovery in Futures and Cash Markets", *Review of Economics and Statistics*, Vol. 65, No 1, 1983.
- Green, W. H., "Econometric Analysis", USA, Prentice Hall, 2000.
- Howard, C. T., and D'Antonio, L. J., "A Risk – Return Measure of Hedging Effectiveness: A Reply", *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, Vol. 22, No 3, 1987.
- Howard, C. T., and D'Antonio, L. J., "A Risk – Return Measure of Hedging Effectiveness ", *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, Vol. 19, No 1, 1984.
- Hull, J. C., "Options, Futures and Other Derivatives", New Jersey, Prentice Hall, 2000.
- Johnson, L. L., "The Theory of Hedging and Speculation in Commodity Futures", *Review of Economic Studies*, Vol. 27, 1960.

- Johnson, L. J. and Walther, C. H., "New Evidence of the Effectiveness of Portfolio Hedges in Currency Forward Markets", *Management International Review*, Vol. 24, No 2, 1984.
- Jones, C. P., "Investments: Analysis and Management", USA, John Wiley & Sons, 2000.
- Jong, A., Roon, F. and Veld, C., "Out-of-Sample Hedging Effectiveness of Currency Futures for Alternative Models and Hedging Strategies", *The Journal of Futures Markets*, Vol. 17, No 7, 1997.
- Kawaller, I. G., Koch, P. D. and Kock, T. W., "The temporal price relationship between S&P 500 Futures and the S&P 500 Index", *Journal of Finance*, Vol. 42, No 5, 1987.
- Kolb, R. W., "Futures, Options and Swaps", USA, Blackwell Publishers, 1997.
- Kolb, R. W., "Financial Derivatives", USA, Institut Of Finance, 1993.
- Kroner, K. F. and Sultan, J., "Time-Varying Distributions and Dynamic Hedging with Foreign Currency Futures", *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, Vol. 28, No 4, 1993.
- Laughunn, D. L., Payne J. W. and Crum, R. L., "Managerial Risk Preferences for Below – Target Returns", *Management Science*, Vol. 26, No 12, 1980.
- Lien, D., "Optimal Hedging and Spreading in Cointegrated Markets", *Economics Letters*, Vol. 40, No 1, 1992.
- Lien, D. and Tse, Y. K., "Fractional Cointegration and Futures Hedging", *The Journal of Futures Markets*, Vol. 19, No 4, 1999.

- Lien, D., Tse, Y. K. and Tsui, A. K. C., "Evaluating the Hedging Performance of the Constant – Correlation GARCH Model", *Applied Financial Economics*, Vol. 12, No 11, 2002.
- Marshall, J. F., "Futures and Options Contracting: Theory And Practice", Cincinnati, South-Western Publishing Co, 1989.
- Miller, S. M. and Russek, F. S., "Co-integration and Error-correction Models", *Southern Economic Journal*, Vol. 57, No 1, 1990.
- Myers, R. J. and Thompson, S. R., "Generalized Optimal Hedge Ratio Estimation", *American Journal of Agricultural Economics*, Vol. 71, No 4, 1989.
- Park, T. H. and Switzer, L. N., "Time-Varying Distributions and the Optimal Hedge Ratios for Stock Index Futures", *Applied Financial Economics*, Vol. 5, No 3, 1999.
- Petzel, T. E., "Financial Futures and Options: A Guide To Markets, Applications, And Strategies", USA, Greenwood Press, 1989.
- Powers, M. J. and Castelino, M. G., "Inside the Financial Futures Markets", Canada, John Wiley & Sons, 1991.
- Radcliffe, R. C., "Investment: Concepts, Analysis, Strategy", USA, Addison-Wesley, 1997.
- Sharpe, W. F., Alexander, G. J., and Bailey, J. V., "Investments", USA, Prentice Hall, 1999.
- Siegel, D. R. and Siegel, D. F., "Futures Markets", USA, The Dryden Press, 1990.
- Stein, J. L., "The Simultaneous Determination of Spot and Futures Prices", *The American Economic Review*, Vol. 51, 1961.

- Tse, Y. K., "Lead – Lag Relationship between Spot and Futures Prices of the Nikkei Stock Average", *Journal of Forecasting*, Vol. 14, No 7, 1995.
- Yuh-Dauh Lyuu, "Financial Engineering and Computation: Principles, Mathematics, Algorithms", UK, Cambridge University Press, 2002.

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ

Η απόδοση του χαρτοφυλακίου ενός αντισταθμιστή, ο οποίος έχει ήδη λάβει θέση long σε μια μονάδα στη spot αγορά και λαμβάνει θέση short σε $N_{f,t}$ μονάδες στην αγορά των συμβολαίων futures, δίνεται από τον παρακάτω τύπο:

$$x_{t+1} = \Delta S_{t+1} - N_{f,t} \Delta F_{t+1} \quad (1)$$

Σε κάθε χρονική στιγμή t η συνάρτηση της αναμενόμενης χρησιμότητας κινδύνου – απόδοσης που αντιστοιχεί στον αντισταθμιστή έχει την εξής μορφή:

$$E_t U(x_{t+1}) = E_t(x_{t+1}) - \alpha \text{Var}_t(x_{t+1}) \quad (2)$$

όπου α είναι ο βαθμός αποστροφής του κινδύνου ($\alpha > 0$). Ο δείκτης t στην αναμενόμενη απόδοση και στη διακύμανση δηλώνουν ότι υπολογίζονται με βάση τις πληροφορίες που είναι διαθέσιμες τη χρονική στιγμή t . Ο αντισταθμιστής επιλέγει το N_f , το οποίο μεγιστοποιεί τη χρησιμότητά του. Από τις σχέσεις (1) και (2) προκύπτει:

$$E_t U(x_{t+1}) = E_t(\Delta S_{t+1}) - N_{f,t} E_t(\Delta F_{t+1}) - \alpha [\text{Var}_t(\Delta S_{t+1}) + N_{f,t}^2 \text{Var}_t(\Delta F_{t+1}) - 2N_{f,t} \text{Cov}_t(\Delta S_{t+1}, \Delta F_{t+1})] \quad (3)$$

Από τη μεγιστοποίηση της σχέσης (3) ως προς N_f προκύπτει ο άριστος δείκτης αντιστάθμισης, ο οποίος είναι:

$$N_{f,t}^* = \frac{F_t - E_t[F_{t+1}] + 2\alpha \text{Cov}_t(\Delta S_{t+1}, \Delta F_{t+1})}{2\alpha \text{Var}_t[\Delta F_{t+1}]} \quad (4)$$

Αν υποτεθεί ότι οι τιμές των συμβολαίων futures προέρχονται από διαδικασία martingale, τότε ισχύει $E_t[F_{t+1}] = F_t$ και η σχέση (4) γίνεται:

$$N_{f,t}^* = \frac{\text{Cov}_t(\Delta S_{t+1}, \Delta F_{t+1})}{\text{Var}_t[\Delta F_{t+1}]} \quad (5)$$

Αν υποτεθεί ότι η από κοινού κατανομή των spot τιμών και των τιμών των συμβολαίων futures είναι σταθερή, τότε ο άριστος δείκτης αντιστάθμισης της σχέσης (5) είναι ίσος με τον καθαρό δείκτη, ο οποίος είναι σταθερός.

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ ΙΙ

ACF ΚΑΙ PACF ΣΕΙΡΑΣ ΤΙΜΩΝ ΔΕΙΚΤΗ NYSE COMPOSITE

LAGS	ACF	PACF
1	0,95	0,95
2	0,92	0,09
3	0,88	-0,10
4	0,84	-0,06
5	0,81	0,09
6	0,77	-0,07
7	0,75	0,05
8	0,73	0,13
9	0,71	0,05
10	0,69	-0,09
11	0,66	-0,11
12	0,63	-0,12
13	0,59	
14	0,56	
15	0,52	
16	0,49	
17	0,47	
18	0,44	
19	0,43	
20	0,40	

ACF ΚΑΙ PACF ΣΕΙΡΑΣ ΤΩΝ ΠΡΩΤΩΝ ΔΙΑΦΟΡΩΝ ΤΩΝ ΤΙΜΩΝ ΤΟΥ ΔΕΙΚΤΗ NYSE COMPOSITE

LAGS	ACF	PACF
1	-0,15	0,95
2	0,01	0,09
3	0,09	-0,10
4	-0,19	-0,06
5	0,05	0,09
6	-0,04	-0,07

7	-0,22	0,05
8	-0,03	0,13
9	0,04	0,05
10	-0,03	-0,09
11	0,18	-0,11
12	0,08	-0,12
13	-0,17	
14	0,13	
15	0,06	
16	0,00	
17	-0,01	
18	-0,17	
19	0,07	
20	-0,08	

**ACF ΚΑΙ PACF ΣΕΙΡΑΣ ΤΩΝ ΤΙΜΩΝ ΤΟΥ ΣΥΜΒΟΛΑΙΟΥ
FUTURES ΣΤΟ ΔΕΙΚΤΗ NYSE COMPOSITE**

LAGS	ACF	PACF
1	0,95	0,95
2	0,92	0,10
3	0,88	0,01
4	0,85	-0,05
5	0,82	0,07
6	0,78	-0,07
7	0,76	0,05
8	0,74	0,13
9	0,72	0,02
10	0,70	-0,06
11	0,67	-0,09
12	0,64	-0,14
13	0,60	
14	0,57	
15	0,54	
16	0,51	
17	0,48	
18	0,45	
19	0,44	
20	0,41	

**ACF ΚΑΙ PACF ΣΕΙΡΑΣ ΤΩΝ ΠΡΩΤΩΝ ΔΙΑΦΟΡΩΝ ΤΩΝ ΤΙΜΩΝ ΤΟΥ
ΣΥΜΒΟΛΑΙΟΥ FUTURES ΣΤΟ ΔΕΙΚΤΗ NYSE COMPOSITE**

LAGS	ACF	PACF
1	-0,17	-0,17
2	-0,02	-0,05
3	0,09	0,08
4	-0,15	-0,13
5	0,05	0,00
6	-0,04	-0,04
7	-0,21	-0,21
8	0,01	-0,09
9	0,01	-0,01
10	-0,03	-0,02
11	0,19	0,15
12	0,06	0,13
13	-0,15	
14	0,10	
15	-0,03	
16	0,00	
17	0,00	
18	-0,18	
19	0,08	
20	-0,08	

ACF ΚΑΙ PACF ΣΕΙΡΑΣ ΤΩΝ ΚΑΤΑΛΟΙΠΩΝ ΑΠΟ ΤΗΝ ΠΑΛΙΝΔΡΟΜΗΣΗ

LAGS	ACF	PACF
1	0,46	0,46
2	0,35	0,19
3	0,18	-0,05
4	0,18	0,09
5	-0,02	-0,18
6	0,01	0,04
7	0,08	0,15
8	0,07	-0,03
9	0,10	0,09
10	0,30	0,29
11	0,42	0,23
12	0,41	0,14
13	0,39	

14	0,18
15	0,15
16	0,02
17	-0,04
18	-0,13
19	-0,06
20	-0,06
