



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΩΣ  
ΤΜΗΜΑ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ ΚΑΙ ΑΣΦΑΛΙΣΤΙΚΗΣ ΕΠΙΣΤΗΜΗΣ  
ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΣΠΟΥΔΩΝ  
«ΑΝΑΛΟΓΙΣΤΙΚΗ ΕΠΙΣΤΗΜΗ ΚΑΙ ΔΙΟΙΚΗΤΙΚΗ ΚΙΝΔΥΝΟΥ»

# Ο Χάρτης Κινδύνου (The Risk Map)

Ένα νέο εργαλείο επανελέγχου των μοντέλων  
υπολογισμού της Αξίας σε Κίνδυνο (Value-at-Risk)

**ΕΠΙΜΕΛΕΙΑ ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗΣ ΕΡΓΑΣΙΑΣ: ΦΩΣΤΗΡΑΣ ΝΙΚΟΛΑΟΣ**

**ΑΡΙΘΜΟΣ ΜΗΤΡΩΟΥ: ΜΑΕ 10026**

**ΕΠΙΒΛΕΠΟΥΣΑ ΚΑΘΗΓΗΤΡΙΑ: ΠΑΝΟΠΟΥΛΟΥ ΑΙΚΑΤΕΡΙΝΗ**

[Διπλωματική Εργασία που υποβλήθηκε στο Τμήμα Στατιστικής και Ασφαλιστικής Επιστήμης του Πανεπιστημίου Πειραιώς ως μέρος των απαιτήσεων για την απόκτηση του Μεταπτυχιακού Διπλώματος Ειδίκευσης στην Αναλογιστική Επιστήμη και Διοικητική Κινδύνου]

**ΠΕΙΡΑΙΑΣ 2012**

**Ο Χάρτης Κινδύνου (The Risk Map). Ένα νέο εργαλείο επανελέγχου των μοντέλων υπολογισμού της Αξίας σε Κίνδυνο (Value-at-risk).**

**Τριμελής Επιτροπή:** Γκλεζάκος Μιχαήλ  
Βρόντος Σπυρίδων  
Πανοπούλου Αικατερίνη

## Περιεχόμενα

Περιεχόμενα .....	3
Περίληψη.....	5
Κεφάλαιο 1: Εισαγωγή.....	6
1.1 Εισαγωγικά στοιχεία .....	6
1.2 Σκοπός εργασίας.....	7
1.3 Δομή εργασίας.....	7
Κεφάλαιο 2: Χρήσεις του Χάρτη Κινδύνου (Risk Map).....	9
2.1 Ο κίνδυνος της Αγοράς .....	9
2.2 Ο υπολογισμός της Αξίας σε Κίνδυνο (Value – at – Risk) στον τραπεζικό κλάδο .....	9
2.3 Bank Stressed VaR.....	12
2.4 Expected Shortfall .....	13
2.5 Συστημικός Κίνδυνος.....	14
2.5 Margin Requirements (Απαιτήσεις Περιθωρίου Ασφαλείας) .....	16
Κεφάλαιο 3: Μεθοδολογία.....	19
3.1 Μέτρο της Αξίας σε Κίνδυνο(Value at Risk) .....	19
3.1.1 Μαθηματικός Ορισμός.....	23
3.2 Χάρτης Κινδύνου (Risk Map).....	26
3.3 Έλεγχοι Παραβιάσεων .....	38
3.3.1 Unconditional Coverage Testing.....	38
3.3.2 Έλεγχος Ανεξαρτησίας .....	39
3.3.3 Conditional Coverage Testing.....	42
3.3.4 LR προσέγγιση .....	43
3.3.5 Έλεγχοι βασισμένοι σε παλινδρόμηση .....	44
3.3.6 Έλεγχος Αυτοσυσχέτισης.....	45
3.3.7 Διάρκεια (Duration) μεταξύ των παραβιάσεων των αποδόσεων .....	46
3.3.8 Παράδειγμα .....	47
3.4 Εκτίμηση της Αξίας σε Κίνδυνο (Value at Risk) .....	50
3.4.1 Μέθοδος Διακύμανσης – Συνδιακύμανσης (Variance – Covariance method).....	51
3.4.2 Μέθοδος Ιστορικής προσομοίωσης (Historical Simulation).....	52
3.4.3 RISKMETRICS .....	52

3.5 Οικονομετρική προσέγγιση για τον υπολογισμό του VaR .....	55
3.5.1 GARCH Model .....	55
3.5.2 ARCH Model .....	57
3.5.3 EGARCH Model.....	58
Κεφάλαιο 4: Στατιστική Ανάλυση Δεδομένων .....	59
4.1 Περιγραφικά Στατιστικά .....	60
4.1.1 Έλεγχοι.....	61
4.1.2 Συσχέτιση Μεταβλητών.....	62
4.1.3 Joint test (Ljung – Box statistics).....	63
4.2 Ισοτιμία Euro (€)/ Dollar (\$) .....	63
4.3 Γερμανικό Ομόλογο 10ετούς διάρκειας.....	69
4.4 Πετρέλαιο: Brent – Europe.....	75
4.5 Δείκτης S&P 500.....	81
Κεφάλαιο 5: Εκτίμηση VaR και Χάρτη Κινδύνου.....	86
5.1 EU/ US Foreign Exchange Rate .....	87
5.2 Γερμανικό 10ετές Ομόλογο.....	102
5.3 Πετρέλαιο Brent – Europe.....	117
5.4 Δείκτης S&P 500.....	132
5.5 Συμπεράσματα.....	146
Κεφάλαιο 6: Βιβλιογραφία.....	148

### Περίληψη

Η χρησιμότητα της ορθής χρήσης της διαχείρισης κινδύνου στις μέρες μας, σε ένα δηλαδή αβέβαιο και πολύ συχνά μεταβαλλόμενο χρηματοοικονομικό περιβάλλον, είναι πιο ουσιαστική από ποτέ. Οι διαχειριστές κινδύνου των χρηματοοικονομικών οργανισμών, όσο και οι αναλυτές επιφορτίζονται τόσο με την αξιολόγηση όσο και την επιλογή του κατάλληλου μέτρου υπολογισμού του κινδύνου, με σκοπό την ελαχιστοποίηση των ζημιών. Σε αυτό το σημείο, πρέπει να τονισθεί ότι οι κίνδυνοι χωρίζονται σε αυτούς της αγοράς, του λειτουργικού, και του πιστωτικού. Η παρούσα διπλωματική εργασία πραγματεύεται ένα νέο εργαλείο επανελέγχου του μέτρου της Αξίας σε Κίνδυνο (Value at Risk), τον Χάρτη Κινδύνου (Risk Map) με τον οποίο ελέγχονται δώδεκα (12) μέθοδοι υπολογισμού του Value at Risk, καθώς και οι έλεγχοι παραβιάσεων για το κάθε μοντέλο. Τα αποτελέσματα συνοψίζονται σε διαγράμματα, μέσω των οποίων εξετάζεται αν η μέθοδος είναι αποδεκτή ή όχι σε διαστήματα εμπιστοσύνης 95%, όσο και 99%.

## Κεφάλαιο 1: Εισαγωγή

### 1.1 Εισαγωγικά στοιχεία

Η παγκόσμια οικονομική κοινότητα, έχει πλέον εισέλθει σε μία καινούρια και άγνωστη οικονομική φάση. Ζει μία τεράστια κρίση του χρηματοπιστωτικού συστήματος, η οποία έχει εξωθήσει ανεπτυγμένα κράτη σε δυσμενή θέση, ακόμη και στα όρια της χρεωκοπίας, καθώς επίσης και ισχυρές όσο και σταθερές οικονομίες να χάσουν την σταθερότητα τους. Είναι γνωστό ότι οι οικονομίες σήμερα είναι στενότερα συνδεδεμένες και αλληλοεξαρτώμενες μεταξύ τους. Οι εμπορικές και χρηματοοικονομικές πληροφορίες διακινούνται με ιλιγγιώδη ταχύτητα, χάρη στην τεχνολογία. Αυτό σημαίνει ότι στο άκουσμα μιας είδησης ενός οικονομικού γεγονότος, για παράδειγμα μιας δυσμενούς πολιτικής εξέλιξης, είναι πολύ πιθανόν να δημιουργηθούν μεγάλες αναταράξεις και να αποσταθεροποιηθούν το υπάρχον σύστημα, με εντελώς απρόβλεπτα αποτελέσματα. Όλα τα παραπάνω έχουν ως αποτέλεσμα οι επιχειρήσεις να μην μπορούν να λειτουργούν σήμερα όπως λειτουργούσαν στο παρελθόν. Πρέπει να είναι σε θέση να δράσουν σε ένα οικονομικό περιβάλλον γεμάτο αβεβαιότητα, αστάθεια, εκτεταμένους και απρόβλεπτους επιχειρηματικούς κινδύνους. Απαιτείται ένα αυστηρό οικονομικό πλαίσιο λειτουργίας, προκειμένου η εταιρία να πλοηγηθεί σε ένα έντονα ασταθές νομισματικό και χρηματοπιστωτικό περιβάλλον. Επίσης να αναπτύξουν συστήματα, διαδικασίες και αρχές με τέτοιο τρόπο ώστε να μπορέσουν να προβλέπουν έγκαιρα τις κρίσεις και να τις μετατρέπουν με την σωστή διαχείριση σε ευκαιρίες. Η ανεξέλεγκτη ταχύτητα του ρυθμού των αλλαγών, η ιλιγγιώδης μεταβολή του βαθμού της πολυπλοκότητας του επιχειρηματικού περιβάλλοντος, η ραγδαία κλιμάκωση των κινδύνων είναι πλέον η νέα πραγματικότητα την οποία θα αντιμετωπίζουν στο εξής οι επιχειρήσεις. Είναι μονόδρομος πλέον η θωράκιση τους αλλά και η μεγιστοποίηση του βαθμού ανθεκτικότητας. Όλα τα παραπάνω έχουν ως αποτέλεσμα η αναγκαιότητα για ορθή χρήση της διαχείρισης κινδύνου στις μέρες μας, σε ένα δηλαδή αβέβαιο και πολύ συχνά μεταβαλλόμενο χρηματοοικονομικό περιβάλλον, να είναι πιο ουσιαστική από ποτέ.

Η σημαντικότερη χρήση της διαχείρισης κινδύνου (risk management) και των ρυθμιστικών αρχών είναι η ικανότητα να ανιχνεύουν κακώς προσδιορισμένα μοντέλα κινδύνου που οδηγούν στην διαστρέβλωση των πραγματικών εκθέσεων σε κίνδυνο, κάτι το οποίο θα ήταν δυσμενές όσο και καταστροφικό.

## 1.2 Σκοπός εργασίας

Η παρούσα διπλωματική εργασία έχει ως σκοπό να παρουσιάσει ένα νέο εργαλείο επανελέγχου των μοντέλων υπολογισμού της αξίας σε κίνδυνο (*Value-at-Risk – VaR*), τον χάρτη κινδύνου (*risk map*). Το εργαλείο αυτό υπολογίζει τόσο τον αριθμό όσο και το μέγεθος των ακραίων ζημιών και συνοψίζει γραφικά όλες τις πληροφορίες για τις επιδόσεις ενός μοντέλου κινδύνου. Στηρίζεται στην ιδέα του *VaR super exception* (υπερβολικά μεγάλες υπερβάσεις) το οποίο ορίζεται ως η κατάσταση εκείνη στην οποία η ζημιά υπερβαίνει τόσο το πρότυπο (*standard*) *VaR* όσο και ένα *VaR* που ορίζεται σε μία εξαιρετικά χαμηλή πιθανότητα κάλυψης. Στην συνέχεια, εκτιμάται αν οι ακολουθίες των υπερβάσεων και των εξαιρετικά μεγάλων υπερβάσεων ξεπερνούν τα τεστ επικύρωσης των πρότυπων μοντέλων υπολογισμού του *VaR*. Θα φανεί παρακάτω ότι ο χάρτης κινδύνου (*Risk Map*), μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την επαλήθευση του μοντέλου *VaR* του κινδύνου της αγοράς, του πιστωτικού κινδύνου, ή του λειτουργικού, να επικυρώσει τα μέτρα συστημικού κινδύνου (*CoVaR*) και να αξιολογήσει την συμπεριφορά του συστήματος περιθωρίου (*margin*) της αγοράς παραγώγων χρηματοοικονομικών προϊόντων.

## 1.3 Δομή εργασίας

Η διπλωματική εργασία ο Χάρτης Κινδύνου: Ένα νέο εργαλείο επανελέγχου των μοντέλων υπολογισμού της Αξίας σε Κίνδυνο (*Value – at – Risk*) δομείται σε έξι (6) Κεφάλαια. Το 1<sup>ο</sup> Κεφάλαιο, το οποίο αποτελεί ουσιαστικά και την εισαγωγή στην διπλωματική εργασία, είναι χωρισμένο σε τρεις (3) υποενότητες, οι οποίες περιέχουν τα εισαγωγικά στοιχεία στα οποία περιγράφεται με σαφήνεια το δύσκολο και ευμετάβλητο χρηματοοικονομικό περιβάλλον στο οποίο αναπτύσσονται σήμερα οι χρηματοοικονομικοί οργανισμοί. Στη δεύτερη υποενότητα παρουσιάζεται ο σκοπός της εργασίας και τέλος στην τρίτη η δομή της στην οποία παρουσιάζονται επιγραμματικά τα ακόλουθα Κεφάλαια της εργασίας. Στο 2<sup>ο</sup> Κεφάλαιο παρατίθεται η Χρήση του Χάρτη Κινδύνου στον Κίνδυνο της Αγοράς με σαφή αναφορά στον τραπεζικό κλάδο, στον συστημικό κίνδυνο και τέλος στην αγορά παραγώγων χρηματοοικονομικών προϊόντων, αναφορικά με τις απαιτήσεις του Περιθωρίου Ασφαλείας. Το Κεφάλαιο 3 παρουσιάζει την γενικότερη μεθοδολογία που χρησιμοποιείται από την υπάρχουσα βιβλιογραφία για τον Χάρτη Κινδύνου. Αρχικά παρατίθεται ο ορισμός του μέτρου της Αξίας σε Κίνδυνο (*Value – at – Risk*), καθώς και ο μαθηματικός ορισμός του. Στην συνέχεια ορίζεται ο Χάρτης Κινδύνου, όπως και οι έλεγχοι παραβιάσεων. Επιπρόσθετα,

η εκτίμηση του VaR και τέλος η οικονομετρική προσέγγιση του μέτρου της Αξίας σε Κίνδυνο. Στο Κεφάλαιο 4 παρατίθεται η στατιστική ανάλυση των δεδομένων που έχουν επιλεγθεί. Τέλος στο 5<sup>ο</sup> Κεφάλαιο μπορεί κανείς να ελέγξει τα αποτελέσματα που έχουν εξαχθεί. Αυτό γίνεται μέσω μίας σειράς αποτελεσμάτων τα οποία παρατίθενται σε πίνακες, καθώς επίσης και πολλά γραφήματα που είναι εύκολα κατανοητά.



## Κεφάλαιο 2: Χρήσεις του Χάρτη Κινδύνου (Risk Map)

### 2.1 Ο κίνδυνος της Αγοράς

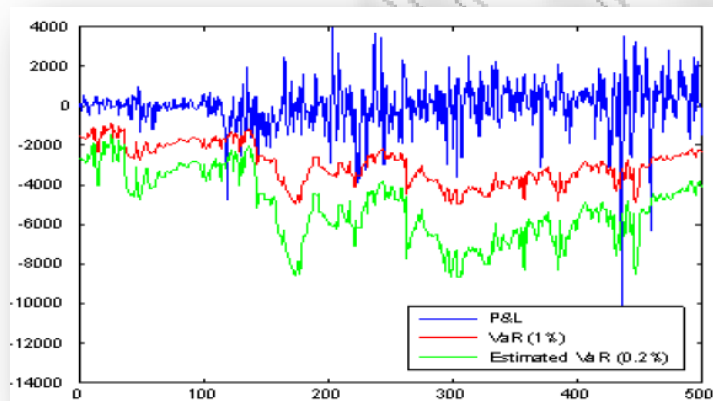
Σ' αυτό το κεφάλαιο παρουσιάζεται μια ποικιλία εφαρμογών για τον Χάρτη Κινδύνου (Risk Map). Οι διαφορετικές περιοχές εφαρμογών περιλαμβάνουν την μοντελοποίηση του κινδύνου της αγοράς, την μέτρηση του συστημικού κινδύνου και τέλος τον υπολογισμό του περιθωρίου ασφαλείας (margin) για τους επενδυτές οι οποίοι χρησιμοποιούν παράγωγα χρηματοοικονομικά προϊόντα. Από την μία εφαρμογή στην άλλη, το μόνο που αλλάζει είναι ο ορισμός της μεταβλητής  $r$ . Στην περίπτωση των τραπεζών, θεωρείται η σειρά των κερδών – ζημιών (P&L) ενός χαρτοφυλακίου τραπεζικών συναλλαγών, η απόδοση των περιουσιακών στοιχείων ενός χρηματοπιστωτικού ιδρύματος και τέλος η αλλαγή των τιμών του χαρτοφυλακίου των παράγωγων χρηματοοικονομικών προϊόντων.

### 2.2 Ο υπολογισμός της Αξίας σε Κίνδυνο (Value – at – Risk) στον τραπεζικό κλάδο

Μία φυσιολογική εφαρμογή του Χάρτη Κινδύνου (Risk Map) είναι ο υπολογισμός της Αξίας σε Κίνδυνο ( $VaR$ ) ενός χρηματοπιστωτικού ιδρύματος μέσω της διαδικασίας παλινδρόμησης των παρατηρήσεων των παρελθόντων ετών. Είναι πράγματι ένα κλειδί τόσο για τους διαχειριστές κινδύνου όσο και τους επόπτες του τραπεζικού συστήματος, με σκοπό να ελεγχθεί η εγκυρότητα της αξίας σε κίνδυνο των τραπεζών, δηλαδή το γεγονός αν οι εκτιμώμενες κεφαλαιακές απαιτήσεις βασίζονται στις εσωτερικές εκτιμήσεις (Jorion, 2007). Οι αναλυτές Berkowitz και O'Brien (2002) απέδειξαν ότι ο υπολογισμός του  $VaR$  των μεγαλύτερων τραπεζών των ΗΠΑ έτειναν να είναι αρκετά συντηρητικός κατά την διάρκεια των τελών της δεκαετίας του 1990. Χρησιμοποιώντας σειρές αποδόσεων από τέσσερις (4) επιχειρηματικές γραμμές από μια μεγάλη διεθνή επιχειρηματική τράπεζα, οι Berkowitz, Christoffersen και Pelletier (2011) βρήκαν αποδείξεις της δυναμικής των διακυμάνσεων και της ομαδοποίησης των παραβιάσεων του  $VaR$ . Από την άλλη οι Fresard, Perignon και Wilhelmsson (2011) επισήμαναν ότι κατά την διάρκεια της παγκόσμιας χρηματοοικονομικής κρίσης, ο αριθμός των παραβιάσεων του  $VaR$  αυξήθηκε απότομα, κάτι το οποίο αντικατοπτρίζεται στο γεγονός ότι ορισμένα χρηματοπιστωτικά ιδρύματα ξεπέρασαν τις πενήντα (50) παραβιάσεις του  $VaR$  κατά την διάρκεια εκείνου του έτους, σε διάστημα

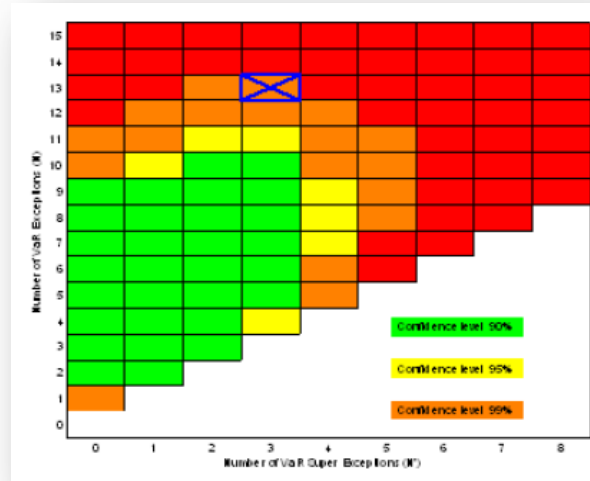
εμπιστοσύνης 1%. Ωστόσο, οι έρευνες που είχαν καταγραφεί σε βιβλιογραφία παλιότερα δεν έπαιρναν υπόψη το μέγεθος των παραβιάσεων του *VaR*.

Σε ανάλογη περίπτωση οι Colletaz, Hurlin και Perignon (2012) χρησιμοποίησαν τα πραγματικά *VaR* και τις αποδόσεις για μία από τις μεγαλύτερες τράπεζες της Ευρώπης, την La Caixa, η οποία είναι η τρίτη μεγαλύτερη Ισπανική τράπεζα. Τα δεδομένα ήταν το *VaR* (1%) της επόμενης μέρας, καθώς επίσης και οι ημερήσιες αποδόσεις για την συγκεκριμένη τράπεζα για την οικονομική περίοδο 2007 – 2008. Καθώς η παραπάνω περίοδος περιλαμβάνει και το ξεκίνημα της μεγάλης χρηματοοικονομικής κρίσης, υπάρχει μια σαφής αλλαγή στην μεταβλητότητα των εσόδων σε σύγκριση με το παρελθόν. Παρακάτω παρατίθεται ένα διάγραμμα το οποίο περιλαμβάνει τόσο την σειρά των κερδών – ζημιών για το διάστημα του ενός έτους που έχει αναφερθεί για την τράπεζα, όσο και τα μέτρα της αξίας σε κίνδυνο (*VaR*) στα δύο επίπεδα εμπιστοσύνης 1% και 0.2%.



Πηγή: Colletaz, Hurlin & Perignon (2011)

Τα συμπεράσματα που μπορούν να εξαχθούν είναι ότι η διακύμανση αυξήθηκε μετά το πέρας του πρώτου τετραμήνου του 2007. Κατά τον ίδιο τρόπο το *VaR* (1%) μεταπήδησε από 2 εκατομμύρια ευρώ κατά την διάρκεια του 2007, σε 4 εκατομμύρια ευρώ αργότερα. Ο τρόπος υπολογισμού των *VaR* και στα δύο διαστήματα εμπιστοσύνης 1% και 0.2% θα αναλυθεί εκτενέστερα στο Κεφάλαιο 3.



Πηγή: Colletaz, Hurlin & Perignon (2011)

Επίσης παρατίθεται και ο Χάρτης Κινδύνου (Risk Map), στον οποίο παρατηρούνται δεκατρείς (13) παραβιάσεις ( $N = 13$ ) καθώς επίσης και τρεις (3) υπερβολικά μεγάλες παραβιάσεις ( $N' = 3$ ). Αυτό αποτυπώνεται ξεκάθαρα στον Χάρτη Κινδύνου στο μαρκαρισμένο σημείο. Ο αριθμός των παραβιάσεων καθορίζει και τις συντεταγμένες του σημείου, που συνδέεται με το υπόδειγμα διαχείρισης κινδύνων που χρησιμοποιείται από τις τράπεζες, όπως αυτό αποτυπώνεται στον Χάρτη Κινδύνου. Επιγραμματικά, μπορεί να βγει το συμπέρασμα ότι μπορεί να απορριφθεί η εγκυρότητα του *VaR* μοντέλου της τράπεζας, καθώς οι παρατηρήσεις είναι εκτός του αποδεχόμενης περιοχής, που στην συγκεκριμένη περίπτωση αποτυπώνεται με το πράσινο χρώμα. Η ζώνη στην οποία δεν υπάρχει ποινή όπως αναφέρθηκε είναι η πράσινη ζώνη στον Χάρτη Κινδύνου, ενώ η μέγιστη ποινή αντιστοιχεί στην κόκκινη περιοχή. Μεταξύ των δύο αυτών περιοχών, η τράπεζα αναλαμβάνει μια αύξηση της ποινής η οποία επιτυγχάνεται ως γραμμική παρεμβολή.

Κάποιος μπορεί να αναρωτηθεί αν η σύνοψη που εμφανίζεται παραπάνω επηρεάζεται από την τιμή της πιθανότητας του  $\alpha'$ . Χρησιμοποιώντας την υπόθεση ότι υπάρχει ένα συνεχές  $VaR(\alpha')$  που σχετίζεται με ένα συνεχές  $\alpha'$ , ο αριθμός των υπερβολικά μεγάλων παραβιάσεων θα παραμείνει ο ίδιος για ένα εύρος της αξίας του  $\alpha'$ . Για το παραπάνω παράδειγμα με την Ισπανική τράπεζα La Caixa, αυτό το εύρος που αναφέρθηκε είναι αρκετά μεγάλο, καθώς μετατρέπεται από  $\alpha/10$  σε  $\alpha/4.3$ . Σ' αυτό το σημείο, πρέπει να τονισθεί ότι το ερώτημα για την αξία του  $\alpha'$  δεν έχει πλέον σημασία για το πλαίσιο της Βασιλείας III. Πράγματι, όπως θα φανεί και παρακάτω, το  $\alpha'$  στην προκειμένη μετατρέπεται σε μια ενδογενής περίπτωση.

Στο πλαίσιο της ρυθμιστικής αρχής των τραπεζών, ο Χάρτης Κινδύνου (Risk Map) μπορεί να χρησιμοποιηθεί για να γενικευθεί το σύστημα «Traffic Light», το οποίο εμπίπτει στο πλαίσιο της επιτροπής της Βασιλείας. Σύμφωνα με την ισχύουσα ρύθμιση, μέρος των κεφαλαιακών απαιτήσεων για τις τράπεζες προέρχονται από την έκθεση σε κίνδυνο της αγοράς των τραπεζών. Πιο συγκεκριμένα, μπορεί να αναφερθεί ότι η επιβάρυνση του κινδύνου της αγοράς (Market Risk Charge) εξαρτάται από το  $VaR(1\%)$  και από έναν πολλαπλασιαστικό παράγοντα, ο οποίος ορίζεται ίσο με το τρία (3) συν έναν όρο ποινής  $\pi$ . Η τιμή της ισχύουσας τιμής εξαρτάται από τον αριθμό των υπερβάσεων:  $\pi = 0$  για  $N < 5$ ,  $\pi = 0.4$  για  $N = 5$ ,  $\pi = 0.5$  για  $N = 6, \dots$ , και  $\pi = 1$  για  $N > 10$ . Η πρόταση που μπορεί να γίνει σε αυτό το σημείο, είναι ότι αυτή η προσέγγιση του από κοινού υπολογισμού του αριθμού και του μεγέθους των παραβιάσεων, μπορεί να εισαχθεί στο πλαίσιο του Χάρτη Κινδύνου (Risk Map).

### 2.3 Bank Stressed VaR

Κάτω από την εποπτεία της Βασιλείας III, όλα τα χρηματοπιστωτικά ιδρύματα που έχουν να κάνουν με εμπορικές συναλλαγές υλικών αντικειμένων, πρέπει να υπολογίζουν τόσο τα  $VaR$  χρησιμοποιώντας πρόσφατα δεδομένα όσο και τα stressed  $VaR$  ( $sVaR$ ), χρησιμοποιώντας δεδομένα από μία ιδιαίτερα ασταθής περίοδο (Επιτροπή της Βασιλείας για την Τραπεζική Εποπτεία, 2011). Όπως θα αναφερθεί εκτενέστερα και παρακάτω, σύμφωνα με την σχέση:

$$VaR_{t|t-1}(a; \beta) = -\sqrt{h_t} F^{-1}(a; \beta)$$

το  $VaR$  είναι μια συσχετισμένη σχέση της υπό συνθήκη διακύμανσης της σειράς των κερδών – ζημιών (P&L) της τράπεζας, η οποία ορίζεται με την μεταβλητή  $h_t$ . Εναλλακτικά, το  $sVaR$  εξαρτάται από μία υπό συνθήκη διακύμανση της σειράς των αποδόσεων, η οποία υπολογίζεται κατά την διάρκεια μιας ιδιαίτερα ευμετάβλητης περιόδου και συμβολίζεται με  $H_t$ .

$$sVaR_{t|t-1}(a; B) = -\sqrt{H_t} F^{-1}(a; B)$$

όπου το  $B$  δηλώνει τις παραμέτρους της κατανομής  $F$  των κερδών – ζημιών (P&L).

Ο Χάρτης Κινδύνου μπορεί να χρησιμοποιηθεί για να επικυρώσει παγκοσμίως τον μηχανισμό του  $VaR$  της τράπεζας χρησιμοποιώντας τόσο τα στοιχεία του  $VaR$  όσο και τα στοιχεία του  $sVaR$ . Αξίζει να σημειωθεί σ' αυτό το σημείο ότι αυτή είναι η πρώτη προσπάθεια για να

επικυρωθεί ένα  $sVaR$ , το οποίο αποτελεί το προτεινόμενο μέτρο του κινδύνου της αγοράς κάτω από τους κανόνες της Βασιλείας III. Για να γίνει το παραπάνω θα πρέπει να ορισθεί το ποσοστό κάλυψης  $\alpha'$  για το οποίο το  $VaR(\alpha'; \beta)$  τείνει όσο το δυνατόν πλησιέστερα στο  $sVaR(\alpha; B)$ :

$$\hat{\alpha}' = \arg \min \left\{ \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T [VaR_{t|t-1}(\alpha'; \beta) - sVaR_{t|t-1}(\alpha; B)]^2 \right\}_{t=1}^T$$

Σ' αυτήν την περίπτωση, ορίζεται μία υπερβολικά μεγάλη παραβίαση ως μια απώλεια, η οποία υπερβαίνει το  $stressed VaR$  και εξετάζει τις σχετικές μεταβλητές:

$$I_t(\alpha') = \begin{cases} 1, & \text{αν } r_t < -sVaR_{t|t-1}(\alpha; B) \\ 0, & \text{αλλιώς} \end{cases}$$

Πιο διεξοδικά οι παραπάνω σχέσεις θα αναλυθούν και παρακάτω.

## 2.4 Expected Shortfall

Παρόμοια με το τι πραγματοποιήθηκε παραπάνω με το  $stressed VaR$ , το μοντέλο κινδύνου μπορεί να υπολογισθεί χρησιμοποιώντας τόσο το  $VaR$  όσο και το αναμενόμενο έλλειμμα (expected shortfall) (ES). Το μέτρο αυτό του κινδύνου ορίζεται ως η μέση απώλεια πέρα του  $VaR$  και παράγεται από το ίδιο μοντέλο κινδύνου όπως και το  $VaR$ . Αρχικά, προσδιορίζεται το  $VaR(\alpha')$  το οποίο αντιστοιχεί στο  $ES(\alpha)$ . Οπότε αν ισχύει η ισότητα:  $VaR(\alpha') = F^{-1}(\alpha')$  τότε  $\alpha' = F(ES(\alpha))$ .

Όταν η κατανομή της σειράς των κερδών – ζημιών είναι γνωστή, τότε μπορεί να υποστηριχθεί και ότι η πιθανότητα  $\alpha'$  είναι ξεκάθαρη. Για παράδειγμα, αν θεωρηθεί ότι η unconditional κατανομή της σειράς των κερδών – ζημιών ακολουθεί την  $t$  - κατανομή, τότε το αναμενόμενο έλλειμμα είναι:

$$ES(\alpha; u) = - \left( \frac{u}{u-1} \right) \left( 1 + \frac{1}{u} F^{-1}(\alpha; u) \right) \frac{f(\alpha; u)}{F(\alpha; u)}$$

όπου οι  $f(x; u)$  και  $F(x; u)$  υποδηλώνουν αντίστοιχα την συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας (probability distribution function) και την αθροιστική συνάρτηση κατανομής (cumulative distribution function) της  $t$  κατανομής με  $u$  βαθμούς ελευθερίας (Zhu και Galbraith, 2010). Εναλλακτικά μπορεί να υπολογισθεί και το  $\alpha'$  σύμφωνα με την σχέση:

$$\hat{\alpha}' = \arg \min \left\{ \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T [VaR_{t|t-1}(a'; \beta) - ES_{t|t-1}(a; \beta)]^2 \right\}_{t=1}^T$$

Τέλος, μπορεί να υπολογισθεί και η δείκτρια μεταβλητή η οποία βασίζεται στο ES σύμφωνα με την σχέση:

$$I_t(a') = \begin{cases} 1, & \text{αν } r_t < -sES_{t|t-1}(a; \beta) \\ 0, & \text{αλλιώς} \end{cases}$$

ενώ θεωρείται και η μηδενική υπόθεση σύμφωνα με την σχέση που θα προσδιορισθεί παρακάτω στο Κεφάλαιο 3.

## 2.5 Συστημικός Κίνδυνος

Με την πρόσφατη μεγάλη παγκόσμια κρίση, η έρευνα για την μέτρηση και πρόβλεψη του συστημικού κινδύνου έγινε πιο δημοφιλής από ποτέ. Πολλές μέθοδοι έχουν αναπτυχθεί το τελευταίο χρονικό διάστημα με σκοπό να μετρήσουν τον συστημικό κίνδυνο (Acharya, 2010, Adrian και Brunnermeier, 2011, Engle και Brownless, 2011). Στο συγκεκριμένο σημείο της διπλωματικής εργασίας, θα αποδειχθεί ότι η μεθοδολογία του Χάρτη Κινδύνου (Risk Map) μπορεί να χρησιμοποιηθεί μέσω της διαδικασίας της παλινδρόμησης (backtest) για την μέτρηση του συστημικού κινδύνου.

Για να αποδειχθούν όσα αναφέρθηκαν παραπάνω θα ακολουθηθεί η εργασία των Adrian και Brunnermeier (2011) και θα οριστεί το μέτρο *CoVaR*, καθώς το μέτρο της αξίας σε κίνδυνο (*VaR*) του υπό συνθήκη χρηματοοικονομικού συστήματος βρίσκεται κάτω από κίνδυνο. Πιο επιστημονικά, το *CoVaR* ορίζεται ως το  $\alpha$  - ποσοστημόριο της υπό συνθήκη κατανομής πιθανοτήτων του χρηματοοικονομικού συστήματος των αποδόσεων των περιουσιακών στοιχείων  $r_j$ .

$$\Pr[r_j \leq -CoVaR^{j|C(r_i)}(a) | C(r_i)] = \alpha$$

όπου το  $C(r_i)$  υποδηλώνει ένα υπό συνθήκη γεγονός που σχετίζεται με την εταιρία  $i$ . Ένα πιθανό υπό συνθήκη γεγονός είναι μια κατάσταση στην οποία η ζημιά της εταιρίας  $i$  υπερβαίνει το *VaR*:

$$\Pr[r_j \leq -CoVaR^{j|i}(a) | r_i \leq -VaR^i(a)] = \alpha$$

Δοθέντος του παραπάνω ορισμού είναι φανερό ότι το  $CoVaR$  μπορεί να προσδιορισθεί με την μέθοδο της παλινδρόμησης στο πλαίσιο του Χάρτη Κινδύνου (Risk Map). Όπως θα φανεί και παρακάτω στον υπολογισμό του  $VaR$ , θα πρέπει να γίνει ανάλυση της συχνότητας της υπό συνθήκη πιθανότητας, καθώς επίσης και το μέγεθος των απωλειών που υπερβαίνουν το  $CoVaR$ . Το επόμενο βήμα, θα παρέχει ορισμένες ζωτικής σημασίας πληροφορίες που έχουν σχέση με την ανθεκτικότητα του χρηματοοικονομικού συστήματος όταν μια συγκεκριμένη εταιρία βρίσκεται κοντά σε ένα χρηματοοικονομικό κίνδυνο.

Ουσιαστικά, ο έλεγχος για να εξαχθεί το αποτέλεσμα του Χάρτη Κινδύνου (Risk Map) επιτρέπει, μέσω της διαδικασίας παλινδρόμησης, να χωρίζει το  $CoVaR$  σε δύο διαστάσεις: τον αριθμό και την σφοδρότητα των υπερβάσεων του  $CoVaR$ . Ορίζεται η παραβίαση του  $CoVaR$  και η υπερβολικά μεγάλη παραβίαση ως  $r_j < -CoVaR^{j|i}(a)$  και  $r_j < -CoVaR^{j|i}(a')$ , αντίστοιχα. Αναλογικά με το  $VaR$  ορίζονται και οι δείκτριες μεταβλητές ως εξής:

$$I^j(q) = \begin{cases} 1, & \text{αν } r_j < -CoVaR^{j|i}(q), \\ 0, & \text{αλλιώς} \end{cases}, \quad \text{για } q = a \text{ ή } q = a'$$

με  $a' < a$ . Εξ ορισμού, οι παραβιάσεις του  $CoVaR$  και οι υπερβολικά μεγάλες παραβιάσεις προκύπτουν από την ακόλουθη σχέση:

$$E[I^j(q)|r_i \leq -VaR^i(q)] = q$$

Ο Χάρτης Κινδύνου (Risk Map) για το  $CoVaR$  μπορεί να κατασκευαστεί, αναλογικά όπως και για τον Χάρτη Κινδύνου της αξίας σε κίνδυνο ( $VaR$  Risk Map). Δοθείσης μιας σειράς εκτιμώμενης με το υπό συνθήκη  $CoVaR$  για το σύστημα,  $\{CoVaR_{t|t-1}^{j|i}(q)\}_{t=1}^T$  για  $q = a$  και  $q = a'$ , υπολογίζεται η σειρά των δεικτριών μεταβλητών  $\{I_t^j(q)\}$ . Ένας αντίστοιχος στατιστικός έλεγχος μέσω του οποίου μπορούν απευθείας να προκύψουν οι δείκτριες μεταβλητές είναι ο  $LR_{MUC}(a, a')$ , ο οποίος θα αναλυθεί παρακάτω. Σ' αυτήν την περίπτωση ισχύει:  $N_1 = \sum_{t=1}^T [I_t^j(a) - I_t^j(a')] \times I_t^i(a)$ ,  $N_2 = \sum_{t=1}^T I_t^j(a') \times I_t^i(a)$  και  $N_0 = T - N_1 - N_2$ . Για ένα δοσμένο χρηματοπιστωτικό ίδρυμα  $i$ , ο αριθμός των παραβιάσεων του  $CoVaR$  και των υπερβολικά μεγάλων παραβιάσεων του  $CoVaR$  αντιστοιχούν σε ένα συγκεκριμένο κελί στον Χάρτη Κινδύνου (Risk Map). Ουσιαστικά, αποτελεί μια απευθείας διάγνωση για την εγκυρότητα των μέτρων συστημικού κινδύνου που έχουν προβλεφθεί, αλλά επίσης ταυτόχρονα μετράει τόσο το μέγεθος, όσο και των αριθμό των παραβιάσεων.

## 2.5 Margin Requirements (Απαιτήσεις Περιθωρίου Ασφαλείας)

Τα μοντέλα κινδύνου επίσης χρησιμοποιούνται για να θέτουν περιθώρια ασφαλείας στις αγορές παραγώγων χρηματοοικονομικών προϊόντων. Σαν παράγωγα χρηματοοικονομικά προϊόντα μπορούν να ορισθούν συμβόλαια ή συμφωνίες μεταξύ δύο πλευρών, η αξία των οποίων παράγεται από την αξία άλλων χρηματοοικονομικών προϊόντων, όπως τα ομόλογα, οι μετοχές, τα νομίσματα, οι χρηματιστηριακοί δείκτες και διάφορα άλλα χρεόγραφα. Η αξία ενός παράγωγου χρηματοοικονομικού προϊόντος είναι συνεπώς συνδεδεμένη και διακυμαίνεται ανάλογα με την τιμή του διαπραγματεύσιμου χρηματοοικονομικού προϊόντος από το οποίο παράγεται. Τα περιθώρια ασφαλείας αποτελούν το κλειδί για να προστατεύονται οι επενδυτές παραγώγων χρηματοοικονομικών προϊόντων σε περίπτωση χρεοκοπίας των συναλλασσόμενων. Το δύσκολο στη συναλλαγή των παραγώγων είναι η θέσπιση του περιθωρίου ασφαλείας, σε αρκετά υψηλό επίπεδο ώστε να ελαχιστοποιείται ο κίνδυνος αθέτησης, αλλά όχι και τόσο υψηλό ώστε να προκαλέσει στους συναλλασσόμενους προβλήματα ρευστότητας.

Το αρχικό περιθώριο ασφαλείας  $C$  για ένα συμβόλαιο μελλοντικής εκπλήρωσης, με θέση αγοράς ή πώλησης (long ή short), θα πρέπει να ορίζεται έτσι ώστε η πιθανότητα μιας μελλοντικής τιμής  $F_t$  να αλλάξει έτσι ώστε,  $r_t = F_t - F_{t-1}$ , και το υπερβάλλον περιθώριο ασφαλείας να είναι ίσο με ένα προκαθορισμένο επίπεδο:

$$\Pr[r_t < -C_{t|t-1}(a)] = \Pr[r_t > C_{t|t-1}(a)] = a$$

Αναλόγως με την αναμενόμενη διακύμανση, η συχνή ανταλλαγή των παραγώγων χρηματοοικονομικών προϊόντων ρυθμίζει το επίπεδο του περιθωρίου ασφαλείας, όπως έχουν αποδείξει και οι Brunnermeier και Pedersen (2009), για τον δείκτη S&P για 500 συμβόλαια μελλοντικής εκπλήρωσης. Η εμπειρική βιβλιογραφία έχει αποδείξει μία ποικιλία κατανομών για τις αλλαγές των τιμών των συμβολαίων μελλοντικής εκπλήρωσης και την δυναμική των διακυμάνσεων (Booth et al., 1997, Cotter, 2001). Η προσέγγιση του Χάρτη Κινδύνου (Risk Map) μπορεί να χρησιμοποιηθεί για τον έλεγχο είτε του πραγματικού περιθωρίου ασφαλείας ή του βέλτιστου περιθωρίου ασφαλείας που σχετίζεται με μια δοσμένη τεχνική μοντελοποίησης, το οποίο δημιουργεί μεγάλες υπερβάσεις και υπερβολικά μεγάλες υπερβάσεις. Η παραπάνω ανάλυση θα πρέπει να διεξαχθεί ξεχωριστά για αριστερές και δεξιές ουρές.

Ένα παρόμοιο πρόβλημα είναι ο προσδιορισμός των απαιτήσεων των περιθωρίων ασφαλείας για τα εκκαθαριστικά μέλη μιας δοσμένης εκκαθαριστικής εταιρίας (Cruz Lopez et al., 2011).



Και σ' αυτήν την περίπτωση, το μοντέλο της αξίας σε κίνδυνο είναι μία από τις δύο τεχνικές που χρησιμοποιούνται για να καθορίζεται το περιθώριο ασφαλείας. Η άλλη είναι το σύστημα SPAN. Το θέμα της επικύρωσης των περιθωρίων ασφαλείας που θέτουν τα εκκαθαριστικά μέλη περνάει στις μέρες μας σε πρώτο πλάνο, καθώς οι εκκαθαριστικές εταιρίες προτιμούν πλέον να εκκαθαρίσουν νέα προϊόντα τα οποία χρησιμοποιούνταν για το εμπόριο συμβολαίων στις τρέχουσες τιμές της αγοράς (over the counter) (Duffie και Zhu, 2011).

Για να αποδειχθεί πως ο Χάρτης Κινδύνου (Risk Map) μπορεί να χρησιμοποιηθεί στο πλαίσιο των εκκαθαριστικών εταιριών, θεωρείται ως  $\omega_{i,t-1}$  το διάνυσμα των θέσεων των εκκαθαριστικών μελών  $i$  στο τέλος της ημέρας  $t - 1$ :

$$\omega_{i,t-1} = \begin{bmatrix} \omega_{i,1,t-1} \\ \dots \\ \omega_{i,D,t-1} \end{bmatrix}$$

όπου το  $D$  είναι ο αριθμός των παράγωγων συμβολαίων (π.χ. συμβόλαια μελλοντικής εκπλήρωσης, δικαιώματα προαίρεσης, CDS και swaps), τα οποία εκκαθαρίζονται από τις εκκαθαριστικές εταιρίες  $i = 1, \dots, N$ . Για να φθάσει κάποιος στο σημείο να υπολογίσει το περιθώριο ασφαλείας για ένα χαρτοφυλάκιο το οποίο εμπεριέχει διάφορα συμβόλαια μέσα, οι εκκαθαριστικές εταιρίες θεωρούν μια σειρά από  $S$  σενάρια τα οποία παρουσιάζουν δυνητικές αλλαγές στην αξία και την μεταβλητότητα των υποκείμενων περιουσιακών στοιχείων. Για κάθε διαφορετικό σενάριο, η αξία του χαρτοφυλακίου επαναυπολογίζεται, ή αποτιμάται βάσει μοντέλου, χρησιμοποιώντας φόρμουλες τιμολόγησης παραγώγων, και στην συνέχεια εκτιμάται η σχετική υποθετική σειρά των κερδών – ζημιών (P&L):

$$\tilde{r}_{i,t} = \begin{bmatrix} \tilde{r}_{i,t}^1 \\ \dots \\ \tilde{r}_{i,t}^S \end{bmatrix}$$

Θεωρείται ότι αυτή η τεχνική, η οποία βασίζεται στην προσομοίωση, επιτρέπει στις εκκαθαριστικές εταιρίες τον υπολογισμό για την διαφοροποίηση ανάμεσα στα υποκείμενα περιουσιακά στοιχεία και στις διάρκειες, οι οποίες έχουν μειωμένες απαιτήσεις ασφαλείας. Από την παραπάνω προσομοίωση της κατανομής της σειράς των κερδών – ζημιών, οι εκκαθαριστικές υπηρεσίες έχουν την δυνατότητα να θέσουν τα περιθώρια ασφαλείας για τα εκκαθαριζόμενα μέλη  $i$  ως εξής:

$$\Pr[\tilde{r}_{i,t}^S < -C_{i,t|t-1}^{VaR}(a)] = a$$

όπου  $s = 1, \dots, S$ . Οι εκκαθαριστικές εταιρίες, προχωρούν με τον ίδιο τρόπο για τα  $N - 1$  άλλα μέλη τους και μόνο για αυτά που είναι ικανά να συσσωρεύσουν αυτό το ποσό ως

εγγύηση στους λογαριασμούς ασφαλείας και τα οποία θα μπορέσουν να συμμετέχουν στην αγορά την επόμενη ημέρα. Ουσιαστικά, το τμήμα διαχείρισης κινδύνου των εκκαθαριστικών εταιριών και οι ρυθμιστικές αρχές ελέγχουν την εγκυρότητα των συστημάτων υπολογισμού των περιθωρίων ασφαλείας. Στην πραγματικότητα, τα παραπάνω τμήματα έχουν ως σκοπό να ελέγξουν τα υποθετικά σοκ χρησιμοποιώντας ακραία σενάρια, τόσο ακραία ώστε οι τιμές των παραγώγων χρηματοοικονομικών προϊόντων να είναι αρκετά αξιόπιστες. Ένα επίπεδο ιδιαίτερης ανησυχίας είναι μία κατάσταση στην οποία η εγγύηση τίθεται σε πολύ χαμηλό επίπεδο. Σ' αυτήν την περίπτωση, η χρεοκοπία (default) μιας εταιρίας μέλους της εκκαθαριστικής εταιρίας δημιουργεί μια μεγάλη εμπορική απώλεια η οποία μπορεί να οδηγήσει σε μια τεράστια υποχώρηση, πολλαπλασιάζοντας την χρεοκοπία μέσα στον εκκαθαριστικό μηχανισμό (Eisenberg και Noe, 2001). Η εκτίμηση του συστήματος του περιθωρίου ασφαλείας μπορεί να διεξαχθεί μέσω της προσέγγισης του Χάρτη Κινδύνου (Risk Map). Όπως και παραπάνω, στην συγκεκριμένη περίπτωση η ανάλυση μπορεί να διεξαχθεί από το εκκαθαριστικό μέλος ή από όλες τις εταιρίες που υπόκεινται σε εκκαθάριση και να εξαχθούν συγκεντρωτικά αποτελέσματα.

## Κεφάλαιο 3: Μεθοδολογία

### 3.1 Μέτρο της Αξίας σε Κίνδυνο(Value at Risk)

Το πρόβλημα της μέτρησης κινδύνου είναι παλιό στη στατιστική, στα οικονομικά όσο και στα χρηματοοικονομικά. Η διαχείριση των χρηματοοικονομικών κινδύνων υπήρξε ένα μεγάλο πρόβλημα που προσπάθησαν στο παρελθόν να λύσουν τα στελέχη τόσο των χρηματοοικονομικών ιδρυμάτων όσο και των ρυθμιστικών αρχών. Αναδρομικές προσεγγίσεις της έννοιας της Αξίας σε Κίνδυνο (Value at Risk) είχαν γίνει στο παρελθόν, αλλά το VaR ως ξεχωριστή έννοια δεν εμφανίζεται μέχρι τα τέλη της δεκαετίας του 1980. Το γενεσιουργό γεγονός ήταν η κατάρρευση του χρηματιστηρίου των ΗΠΑ το 1987. Αυτή ήταν η πρώτη μεγάλη οικονομική κρίση πάνω στην οποία πολλοί ακαδημαϊκοί καθηγητές, καθώς και στελέχη επιχειρήσεων άρχισαν να ερευνούν μοντέλα υπολογισμού κινδύνου έτσι ώστε να μπορέσουν να αποτρέψουν την κατάρρευση των επιχειρήσεων τους, όσο και του χρηματοοικονομικού συστήματος στο σύνολο του. Το οικονομικό κραχ του 1987, έκανε τους ερευνητές να αναθεωρήσουν τελείως τα στατιστικά μοντέλα που είχαν αναπτυχθεί μέχρι εκείνη την στιγμή. Μια επανεξέταση της ιστορίας οδήγησε τους ερευνητές στο συμπέρασμα ότι υπήρχαν επαναλαμβανόμενες χρηματοοικονομικές κρίσεις, μικρότερες ή μεγαλύτερες ανά δεκαετία, οι οποίες όμως αναθεωρούσαν τις στατιστικές παραδοχές που ενσωματώνονταν στα μοντέλα που χρησιμοποιούνταν για την εμπορία, την διαχείριση των επενδύσεων και τις τιμές των παραγώγων. Το Value at Risk (VaR) αναπτύχθηκε ως ένας συστηματικός τρόπος ώστε να διαχωριστούν ακραία γεγονότα, που έχουν μελετηθεί ποιοτικά κατά την διάρκεια της μακρόχρονης οικονομικής ιστορίας και των γεγονότων που συμβαίνουν μέσα σε αυτή, από την καθημερινή κίνηση των τιμών, οι οποίες μελετώνται ποσοτικά χρησιμοποιώντας βραχυπρόθεσμα στοιχεία σε συγκεκριμένες αγορές. Η ανωμαλία στις αγορές και στις συναλλαγές αποκλείστηκαν από την εκτίμηση του VaR με σκοπό να γίνει σωστά παρατηρήσιμο. Βέβαια, δεν είναι πάντα δυνατό να καθορισθεί και να προβλεφθεί ο κίνδυνος και η απώλεια, όπως για παράδειγμα σε ένα ακραίο γεγονός όπως ήταν αυτό της 11<sup>ης</sup> Σεπτεμβρίου στις ΗΠΑ με το τρομοκρατικό χτύπημα στους Δίδυμους Πύργους, το οποίο επέφερε ένα τεράστιο πλήγμα τόσο στην οικονομία των ΗΠΑ, όσο και στις διεθνείς Χρηματοοικονομικές αγορές. Τα οικονομικά γεγονότα που συνέβησαν στην δεκαετία του 1990 όπως αναφέρθηκε και παραπάνω δημιούργησαν την ανάγκη για την δημιουργία του μέτρου της Αξίας σε Κίνδυνο (Value at Risk). Η ανάπτυξη ήταν πιο εκτεταμένη από την J.P Morgan η οποία δημοσίευσε την μεθοδολογία και έδωσε ελεύθερη πρόσβαση στον

υπολογισμό των υποκείμενων παραμέτρων. Αυτή ήταν και η πρώτη φορά που η έννοια του *VaR* εκτέθηκε πέρα από μια μικρή ομάδα στατιστικών ερευνητών. Αργότερα, η υιοθέτηση της Συμφωνίας της Βασιλείας II, αρχής γενομένης από το 1999 μέχρι και σήμερα, έδωσε περαιτέρω ώθηση στην χρήση του *VaR*. Το *VaR* είναι το προτιμώμενο μέτρο για τον κίνδυνο της αγοράς, όμως μπορεί επίσης να χρησιμοποιηθεί και για άλλους κινδύνους.

Ακραίες μεταβολές των τιμών στις χρηματοοικονομικές αγορές είναι σπάνιες άλλα όταν συμβούν δημιουργούν σημαντικά γεγονότα. Για παράδειγμα, το μεγάλο κραχ που συνέβη στην Wall Street τον Οκτώβριο του 1987 καθώς και άλλες μεγάλες οικονομικές κρίσεις, όπως η πτώχευση της επενδυτικής τράπεζας των Lehman Brothers, έχουν προσελκύσει πολύ έντονα το ενδιαφέρον μεταξύ των επενδυτών, των επαγγελματιών και των ερευνητών. Η πρόσφατη παγκόσμια οικονομική κρίση χαρακτηρίζεται από την ουσιώδη αύξηση στην μεταβλητότητα των αγορών, κάτι το οποίο σημαίνει ότι είναι αναγκαία όσο ποτέ η ανάπτυξη τεχνικών για την μείωση των τυχόν απωλειών στην αγορά και του καθορισμού περιθωρίου ασφαλείας τόσο για τους επενδυτές όσο και για τις επιχειρήσεις. Ως αποτέλεσμα των ανωτέρω το μέτρο της αξίας σε κίνδυνο (Value at Risk) έχει γίνει το κυριότερο μέτρο του κινδύνου της αγοράς στην διοίκηση κινδύνου. Η χρησιμότητά του, καθώς και η αδυναμία του παραπάνω μέτρου έχει συζητηθεί ευρύτατα.

Το πιο σημαντικό, όσο και πιο συχνά χρησιμοποιούμενο μέτρο κινδύνου, είναι αυτό της αξίας σε κίνδυνο, δηλαδή το *VaR* (Value at Risk), το οποίο ορίζεται ως η μέγιστη ζημιά η οποία μπορεί να εμφανιστεί σε προκαθορισμένο χρονικό διάστημα με δεδομένο βαθμό βεβαιότητας. Επίσης μπορεί να οριστεί σαν το ακραίο ποσοστιαίο της απόδοσης ή αλλιώς η κατανομή κέρδους - ζημίας (profit-and-loss) (P&L). Το *VaR* είναι ένα μέτρο για τον κίνδυνο της αγοράς και ισούται με την διακύμανση της κατανομής των πιθανών αποδόσεων σε ένα χαρτοφυλάκιο θέσεων για ένα δεδομένο χρονικό ορίζοντα. Το μέτρο κινδύνου Value at Risk (*VaR*), χρησιμοποιείται συνήθως για την κατασκευή χαρτοφυλακίων (Basak και Shapiro, 2001), για την διαχείριση του κινδύνου, για τον χρηματοοικονομικό έλεγχο, για την χρηματοοικονομική πληροφόρηση καθώς και για τον υπολογισμό του απαιτούμενου κεφαλαίου για τον κίνδυνο της αγοράς, τον πιστωτικό και τον λειτουργικό κίνδυνο (Jorion, 2007), για να θέσει περιθώριο ασφαλείας για χαρτοφυλάκιο που περιέχει παράγωγα χρηματοοικονομικά προϊόντα (Booth et al., 2010) και τέλος για να μετρήσει την συμβολή του συστημικού κινδύνου σε ένα χρηματοπιστωτικό ίδρυμα (Adrian and Brunnermeier, 2010). Επίσης, η χρήση του μπορεί να γίνει και για μη χρηματοοικονομικά δεδομένα. Για να γίνει πιο κατανοητό το παραπάνω μέτρο κινδύνου *VaR* ακολουθεί το παρακάτω παράδειγμα: Αν σε ένα χαρτοφυλάκιο μετοχών έχει υπολογισθεί το ημερήσιο *VaR* 5% ότι είναι \$1

εκατομμύριο, αυτό σημαίνει ότι υπάρχει 5% πιθανότητα το χαρτοφυλάκιο να χάσει σε αξία περισσότερο από \$1 εκατομμύριο για μια περίοδο μιας ημέρας, αν δεν υπάρχουν άλλες συναλλαγές. Ανεπίσημα, μια απώλεια \$1 εκατομμυρίου, ή περισσότερων για το συγκεκριμένο χαρτοφυλάκιο, αναμένεται στις επόμενες από μία (1) έως είκοσι (20) μέρες. Μια απώλεια που υπερβαίνει το όριο του *VaR* ονομάζεται «*VaR Break*».

Ένας άλλος ορισμός που μπορεί να δοθεί (Linsmeier, T. and Pearson, D., 1996), είναι το γεγονός ότι το *VaR* είναι ένα μοναδικό, συνοπτικό, στατιστικό μέτρο πιθανών ζημιών ενός χαρτοφυλακίου. Πιο συγκεκριμένα, είναι ένα μέτρο απωλειών λόγω κανονικών κινήσεων της αγοράς. Απώλειες μεγαλύτερες του *VaR* είναι δυνατόν να εμφανιστούν μόνο με μια συγκεκριμένη μικρή πιθανότητα. Είναι ουσιαστικά ένας απλός τρόπος να περιγραφεί το μέγεθος των πιθανών ζημιών ενός χαρτοφυλακίου.

Υπάρχουν διάφοροι τύποι κινδύνου στις χρηματοοικονομικές αγορές. Ο πιστωτικός κίνδυνος, ο λειτουργικός κίνδυνος και ο κίνδυνος της αγοράς είναι οι τρεις (3) κύριες κατηγορίες του χρηματοοικονομικού κινδύνου. Το μέτρο της αξίας σε κίνδυνο (Value at Risk) είναι συνδεδεμένο με τον κίνδυνο της αγοράς, αλλά η έννοια του είναι επίσης εφαρμόσιμη και σε άλλες μορφές κινδύνου. Το *VaR* είναι μία ξεχωριστή εκτίμηση του ποσού από το οποίο η θέση ενός ιδρύματος απέναντι σε μια κατηγορία κινδύνου μπορεί να μειωθεί εξαιτίας της γενικής κίνησης της αγοράς σε μια δεδομένη χρονική περίοδο (Duffie και Pan, 1997) (Jorion, 2006) για μία γενική έκθεση του *VaR*. Το μέτρο αυτό μπορεί να χρησιμοποιηθεί από τα χρηματοοικονομικά ιδρύματα για να αξιολογήσει τους κινδύνους, ή αντίστοιχα μπορεί να χρησιμοποιηθεί από τις ρυθμιστικές αρχές έτσι ώστε να θέσει απαιτήσεις περιθωρίου ασφαλείας. Διαφορετικά, το *VaR* χρησιμοποιείται για να εξασφαλισθεί ότι τα χρηματοπιστωτικά ιδρύματα μπορούν να υπάρχουν στην αγορά ακόμη και μετά από ένα καταστροφικό χρηματοοικονομικό γεγονός. Από την σκοπιά των χρηματοπιστωτικών ιδρυμάτων, το *VaR* μπορεί να ορισθεί ως η μέγιστη απώλεια μια χρηματοοικονομικής θέσης σε δοσμένη χρονική περίοδο για μια δοσμένη πιθανότητα.

Η φιλοσοφία των συστημάτων *VaR* έχει σημαντικές εφαρμογές στη μέτρηση του κινδύνου σε χαρτοφυλάκια μετοχών, ομολόγων και χρηματοοικονομικών παραγώγων. Με την εισαγωγή όμως του εποπτικού πλαισίου της Βασιλείας II, διαδικασίες που βασίζονται στην έννοια του *VaR* αναπτύσσονται και εφαρμόζονται πλέον και στον χώρο του πιστωτικού κινδύνου. Η μέτρηση του πιστωτικού κινδύνου μέσω συστημάτων *VaR* παρέχει μία εκτίμηση για το αναμενόμενο «άνω όριο» των ζημιών ενός χαρτοφυλακίου χορηγήσεων σε ένα προσεχές χρονικό διάστημα, το οποίο συνήθως ορίζεται ως το ένα έτος. Στην πραγματικότητα, τα ποσοστημόρια με βάση τα μέτρα κινδύνου χρησιμοποιούνται για να κατασκευάσουν

χαρτοφυλάκια, να ποσοτικοποιήσουν τα οικονομικά «ανοίγματα» των χρηματοπιστωτικών ιδρυμάτων, όπως επίσης και το κεφάλαιο που απαιτείται για τον κίνδυνο της αγοράς, τον πιστωτικό κίνδυνο και τον λειτουργικό κίνδυνο. Ακόμη θέτουν απαιτήσεις περιθωρίου (margin) για θέσεις που κατέχουν σε παράγωγα χρηματοοικονομικά προϊόντα και μετράνε την συμβολή του συστημικού κινδύνου ενός χρηματοπιστωτικού ιδρύματος.

Ο λειτουργικός κίνδυνος έχει πολλά ιδιαίτερα χαρακτηριστικά που το διαφοροποιούν από τον κίνδυνο της αγοράς και τον πιστωτικό κίνδυνο. Η δομή των σπάνια και δυνητικά υψηλών απωλειών καθιστά την μοντελοποίηση του δύσκολη όσο και πολύπλοκη. Ορισμένες μελέτες τα τελευταία χρόνια, χρησιμοποιούν ακραία σενάρια, που σίγουρα θα βοηθήσουν στο να απλοποιηθεί η μεθοδολογία στον υπολογισμό του *VaR*.

Στην παρούσα εργασία, θα παρουσιασθεί ένα νέο εργαλείο, ο Χάρτης Κινδύνου (Risk Map), το οποίο χρησιμοποιείται για την επικύρωση των διάφορων μοντέλων Value at Risk (*VaR*). Για να γίνει πιο κατανοητό το πώς λειτουργεί το συγκεκριμένο εργαλείο υπολογισμού του κινδύνου, παρατίθεται το ακόλουθο παράδειγμα:

Έχει εκτιμηθεί το *VaR* δύο (2) τραπεζών για την επόμενη μέρα ότι είναι \$100 εκατομμύρια με πιθανότητα 1% και για τις δύο. Αυτό σημαίνει ότι κάθε τράπεζα έχει ένα τοις εκατό (1%) πιθανότητα να χάσει περισσότερα από \$100 εκατομμύρια την επόμενη μέρα. Η υπόθεση για το περασμένο έτος, είναι ότι κάθε τράπεζα έχει αναφέρει τρεις (3) υπερβάσεις του *VaR*, ή μέρες όπου οι εμπορικές απώλειες υπερβαίνουν το παραπάνω *VaR*, αλλά η μέση υπέρβαση του είναι \$1 εκατομμύριο για την τράπεζα Α και \$999 εκατομμύρια για την τράπεζα Β. Σε αυτήν την περίπτωση, οι πρότυπες μεθοδολογίες ιστορικής προσομοίωσης (backtesting), θα υποδείκνυαν ότι οι αποδόσεις των δύο μοντέλων είναι ίσες, το οποίο οδηγεί στο συμπέρασμα ότι και τα δύο μοντέλα έχουν τον ίδιο αριθμό παραβιάσεων. Επίσης είναι και αποδεκτό, καθώς ο ετήσιος αριθμός των υπερβάσεων είναι πολύ κοντά στην αξία που είχε δοθεί ως στόχο, ο οποίος είναι  $2.5 = 1\%$  των 250 ημερών συναλλαγής. Ο λόγος είναι ότι οι υπάρχουσες μεθοδολογίες backtesting εστιάζουν μόνο στον αριθμό των υπερβάσεων του *VaR* και αγνοούν τελείως το μέγεθος αυτών των υπερβάσεων (Berkowitz, 2001) (Stulz, 2008). Ένας σύντομος ορισμός του backtesting που μπορεί να αναφερθεί είναι η στατιστική διαδικασία όπου τα πραγματικά κέρδη και ζημιές συγκρίνονται συστηματικά με τις αντίστοιχες εκτιμήσεις του *VaR*.

Η μέθοδος της Αξίας σε Κίνδυνο (Value at Risk) έχει το προτέρημα να ενσωματώνει σε έναν και μόνο αριθμό την συνολική έκθεση ενός οργανισμού στον κίνδυνο της αγοράς. Η απλή και εύκολη κατανόηση αυτού του αριθμού εξηγεί το λόγο γιατί το *VaR* έγινε τόσο γρήγορα ένα

αναντικατάστατο εργαλείο για την παρουσίαση του αναλαμβανόμενου κινδύνου της αγοράς προς τα ανώτερα διευθυντικά στελέχη, τη διοίκηση καθώς και τους μετόχους. Για παράδειγμα αν έχει υπολογισθεί το *VaR* ενός οργανισμού ότι είναι 10\$ εκατομμύρια με πιθανότητα 5% και θεωρείται ότι η απώλεια είναι μεγάλη, ο οργανισμός θα κάνει αναπροσαρμογή ή κάλυψη (hedging) του συνολικού χαρτοφυλακίου, ώστε να μειώσει το συνολικό *VaR*.

Από την άλλη μεριά, το κυριότερο μειονέκτημα είναι ότι η κατανομή των αποδόσεων δεν είναι κανονική σε πολλές περιπτώσεις. Οι αποδόσεις των δεικτών, των μετοχών και των συναλλαγμάτων έχουν βαριές ουρές (fat tails) και η κατανομή των παραγώγων χρηματοοικονομικών προϊόντων όπως τα δικαιώματα προαίρεσης (options), παρουσιάζουν μεγάλη ασυμμετρία. Αυτό σημαίνει ότι μεγάλες διακυμάνσεις στην αγορά συμβαίνουν πολύ συχνότερα απ' ό τι προβλέπει η κανονική κατανομή.

Ωστόσο στην πράξη, οι συμμετέχοντες στην αγορά ενδιαφέρονται για το μέγεθος των υπερβάσεων του *VaR*. Πράγματι, η σφοδρότητα των εμπορικών απωλειών και όχι οι υπερβάσεις είναι αυτές που διακινδυνεύουν την φερεγγυότητα των χρηματοπιστωτικών ιδρυμάτων. Πρώτα απ' όλα, οι διαχειριστές του κινδύνου των χρηματοπιστωτικών ιδρυμάτων προσπαθούν συστηματικά να μάθουν από προηγούμενες υπερβάσεις και στοιχεία, έτσι ώστε να βελτιώσουν την ικανότητα πρόβλεψης των μοντέλων κινδύνου. Δεύτερον, οι επενδυτές, οι μέτοχοι και γενικά οι χρήστες των οικονομικών καταστάσεων αξιολογούν τις ικανότητες της διαχείρισης κινδύνου μίας δοθείσας οικονομικής κατάστασης ενός χρηματοπιστωτικού ιδρύματος, βασισμένο στα αποτελέσματα backtesting. Τέλος, οι εποπτικές αρχές των τραπεζών επιθυμούν να θέσουν βαρύτερες ποινές, όσον αφορά τις κεφαλαιακές απαιτήσεις, αν μία τράπεζα αντιμετωπίζει εξαιρετικά μεγάλες υπερβάσεις σε σύγκριση με μία τράπεζα που αντιμετωπίζει μέτριες υπερβάσεις. Σ' αυτό το σημείο πρέπει να τονισθεί ότι δεν υπάρχει ένα γενικό πλαίσιο ελέγχου υποθέσεων διαθέσιμο στην βιβλιογραφία που να μετράει τόσο των αριθμό, όσο και τον μέγεθος των υπερβάσεων του *VaR*. Σκοπός της παρούσας εργασίας είναι να καλυφθεί αυτό το κενό.

### 3.1.1 Μαθηματικός Ορισμός

Δοθέντος ενός επίπεδου σημαντικότητας με  $\alpha \in (0, 1)$  το  $VaR$  του χαρτοφυλακίου σε επίπεδο σημαντικότητας  $\alpha$ , δίνεται από τον μικρότερο αριθμό  $\chi$ , τέτοιο ώστε η πιθανότητα η ζημιά  $X$  να ξεπερνά το  $\chi$  να μην είναι μεγαλύτερο από το  $(1 - \alpha)$ . Μαθηματικά αν οριστεί ότι το  $X$  είναι η ζημιά του χαρτοφυλακίου, τότε το  $VaR_\alpha(X)$  είναι το αρνητικό ποσοστημόριο του επιπέδου  $\alpha$ . Αυτό φαίνεται και από την παρακάτω σχέση:

$$VaR_\alpha(X) = -\inf \{x \in R : P(X > x) \leq 1 - \alpha\} = -\inf \{x \in R : F_X(x) > \alpha\}$$

Το αριστερό μέρος της ισότητας είναι και ο ορισμός του  $VaR$ . Αντίστοιχα, το δεξί μέρος της ισότητας συνοψίζει μια υποκείμενη κατανομή πιθανότητας, η οποία υφίσταται μόνο για τον υπολογισμό του  $VaR$  με παραμετρική μέθοδο. Οι αναλυτές του μοντέλου (risk managers) υπολογισμού της αξίας σε κίνδυνο ( $VaR$ ), υποθέτουν ότι κάποια μέτρηση του  $VaR$  μπορεί να έχει απροσδιόριστες απώλειες, κάτι το οποίο συμβαίνει αν οι αγορές είναι κλειστές ή έχουν υψηλή ρευστότητα, ή τέλος αν είναι δύσκολος ο υπολογισμός του ύψους των απωλειών. Ως εκ τούτου, δεν δέχονται τα αποτελέσματα που βασίζονται στην υπόθεση, μιας καλά προσδιορισμένης κατανομής πιθανοτήτων. Από την άλλη υπάρχουν και άλλοι αναλυτές, οι οποίοι προτιμούν να χρησιμοποιούν την υπόθεση μιας καλά προσδιορισμένης κατανομής, αν και συνήθως έχουν βαριές ουρές.

Το  $VaR$  ορίζεται κάτω από ένα πλαίσιο πιθανοτήτων. Αν υποθεθεί ότι την χρονική στιγμή  $t$  έχει υπολογισθεί ο κίνδυνος μια χρηματοοικονομικής θέσης για τις επόμενες  $\ell$  περιόδους. Αν η  $\Delta V(\ell)$  είναι η διαφορά στην αξία των υποκείμενων περιουσιακών στοιχείων της χρηματοοικονομικής θέσης από την χρονική στιγμή  $t$  στην  $t + \ell$  και  $L(\ell)$  να είναι η συνδεόμενη κατανομή απώλειας, τότε το  $L(\ell)$  είναι μία θετική ή αρνητική κατανομή του  $\Delta V(\ell)$  που εξαρτάται από την θέση που κατέχει στην αγορά, δηλαδή αγοράς ή πώλησης (long, short). Έστω, η συσσωρευτική συνάρτηση κατανομής (CDF) του  $L(\ell)$  από το  $F_\ell(x)$ . Ορίζεται λοιπόν το  $VaR$  σαν μια οικονομική θέση κατά την διάρκεια του χρονικού ορίζοντα  $\ell$  με πιθανότητα ουράς  $p$  ως:

$$p = \Pr[L(\ell) \geq VaR] = 1 - \Pr[L(\ell) < VaR] \quad (1)$$

Από τον παραπάνω ορισμό, η πιθανότητα ο κάτοχος μια θέσης αγοράς ή πώλησης να αντιμετωπίσει μία απώλεια ίση ή μεγαλύτερη με το  $VaR$  κατά την διάρκεια του χρονικού ορίζοντα  $\ell$  είναι  $p$ . Εναλλακτικά, το  $VaR$  μπορεί να ερμηνευτεί όπως παρακάτω. Με πιθανότητα  $(1 - p)$ , η ενδεχόμενη απώλεια που αντιμετωπίζεται από τον κάτοχο μιας



χρηματοοικονομικής θέσης κατά την διάρκεια του χρονικού ορίζοντα  $\ell$  πρέπει να είναι μικρότερη από το  $VaR$ .

Ο προηγούμενος ορισμός δείχνει ότι το  $VaR$  εκφράζει την ανησυχία με την ανώτερη συμπεριφορά της ουράς των απωλειών CDF  $F_\ell(x)$ . Για μια μονοπαραγοντική συσσωρευτική συνάρτηση κατανομής (CDF)  $F_\ell(x)$  με πιθανότητα  $q$ , όπου ισχύει  $0 < q < 1$ , η ποσότητα

$$x_q = \inf\{x | F_\ell(x) \geq q\}$$

ορίζεται ως η  $q$ -ιστή κατανομή της  $F_\ell(x)$ , όπου το  $\inf$  δηλώνει τον μικρότερο πραγματικό αριθμό  $x$  που ικανοποιεί την σχέση  $F_\ell(x) \geq q$ . Αν η τυχαία μεταβλητή  $L(\ell)$  της  $F_\ell(x)$  είναι συνεχής, τότε  $q = \Pr[L(\ell) \leq x_q]$ .

Αν η συσσωρευτική συνάρτηση κατανομής (CDF)  $F_\ell(x)$  της σχέσης (1) είναι γνωστή, τότε ισχύει η σχέση  $1 - p = \Pr[L(\ell) < VaR]$  έτσι ώστε το  $VaR$  είναι απλά το  $(1 - p)$ -ιστό ποσοστημόριο της CDF της κατανομής απώλειας  $L(\ell)$  (π.χ.  $VaR = x_{1-p}$ ). Μερικές φορές, το  $VaR$  αναφέρεται ως την ανώτερη  $p$ -ιστή κατανομή επειδή το  $p$  είναι η ανώτερη πιθανότητα ουράς της κατανομής απώλειας. Η CDF είναι άγνωστη στην πράξη, ωστόσο. Η μελέτη του  $VaR$  κατ' ουσία έχει σχέση με την εκτίμηση της CDF και/ή της κατανομής, ειδικά για την ανώτερη συμπεριφορά της ουράς της απώλειας της CDF.

Στις πραγματικές εφαρμογές, ο υπολογισμός του  $VaR$  περιλαμβάνει διαφορετικά δεδομένα:

1. Η πιθανότητα του τόκου  $p$ , η οποία είναι  $p = 0.01$  για την διοίκηση κινδύνου και  $p = 0.001$  για τις προσομοιώσεις ακραίων καταστάσεων.
2. Ο χρονικός ορίζοντας  $\ell$ . Μπορεί να ορισθεί από τις εποπτικές αρχές, όπως είναι μία (1) μέρα ή δέκα (10) μέρες για τον κίνδυνο της αγοράς και ένα (1) ή πέντε (5) χρόνια για τον πιστωτικό κίνδυνο.
3. Η συχνότητα των δεδομένων, η οποία μπορεί να μην είναι η ίδια όπως ο χρονικός ορίζοντας  $\ell$ . Οι ημερήσιες παρατηρήσεις χρησιμοποιούνται συχνά στην ανάλυση του κινδύνου της αγοράς.
4. Η CDF  $F_\ell(x)$  ή τα ποσοστημόρια του.
5. Το ποσό της χρηματοοικονομικής θέσης ή η αξία του χαρτοφυλακίου που έχει άμεση σχέση με τις τιμές της αγοράς (mark-to-market).

Σύμφωνα με τους παραπάνω παράγοντες, η συσσωρευτική συνάρτηση κατανομής  $F_\ell(x)$  εστιάζεται βάσει διάφορων οικονομετρικών μοντέλων. Διαφορετικές μέθοδοι για τον υπολογισμό της CDF εγείρει και διαφορετικές προσεγγίσεις στον υπολογισμό του  $VaR$ .

### 3.2 Χάρτης Κινδύνου (Risk Map)

Η προσέγγιση του χάρτη κινδύνου (Risk Map) υπολογίζει τόσο τον αριθμό όσο και το μέγεθος των υπερβάσεων του  $VaR$ . Η βασική διαίσθηση είναι ότι μία μεγάλη απώλεια όχι μόνο υπερβαίνει το κανονικό  $VaR$  που ορίζεται με πιθανότητα  $a$  (π.χ. 1%), αλλά είναι επίσης πολύ πιθανό να υπερβαίνει ένα  $VaR$  που ορίζεται με μία πολύ μικρότερη πιθανότητα  $a'$  (π.χ. 0.2%). Με την παραπάνω υπόθεση ορίζεται μία υπέρβαση του  $VaR$  σαν  $r_t < -VaR_t(a)$ , όπου το  $r_t$  υποδηλώνει την κατανομή του κέρδους-ζημίας (P&L) και μία υπερβολική υπέρβαση (super exception) του  $VaR$  σαν  $r_t < -VaR_t(a')$ , όπου  $a'$  είναι πολύ μικρότερο από το  $a$ . Στην συνέχεια, εξετάζεται αν οι ακολουθίες των υπερβάσεων και των υπερβολικών υπερβάσεων ικανοποιούν τις πρότυπες συνθήκες του backtesting και τέλος συνοψίζονται γραφικά όλες οι πληροφορίες για τις επιδόσεις του μοντέλου κινδύνου του χάρτη κινδύνου. Η προσέγγιση του χάρτη κινδύνου επιτρέπει στους χρήστες να απλοποιήσουν ένα πρόβλημα που ορίζεται πάνω σε ένα (συχνότητα απώλειας, δριμύτητα απώλειας) τομέα, σε ένα πρόβλημα που ορίζεται πάνω σε ένα (συχνότητα απώλειας, συχνότητα απώλειας) τομέα (Colletaz, Hurlin και Perignon, 2011).

Υπάρχουν αρκετά θετικά στην προσέγγιση του χάρτη κινδύνου. Πρώτον, διατηρεί την απλότητα των πρότυπων τεχνικών επικύρωσης, όπως είναι το unconditional coverage test του Kupiec (1995), ενώ επίσης υπολογίζεται για το μέγεθος των απωλειών. Ως εκ τούτου, η προσέγγιση του χάρτη κινδύνου είναι μία τρισδιάστατη γενίκευση του συστήματος «Traffic Light» (επιτροπή Βασιλείας για την εποπτεία των τραπεζών, 1996), η οποία υπολείπεται της μεθοδολογίας backtest για πολλές εθνικές ρυθμιστικές αρχές των τραπεζών. Δεύτερον, είναι ένα πλαίσιο μιας επίσημου ελέγχου υπόθεσης που παρέχει p-values και διαστήματα απόρριψης. Πράγματι, το παραπάνω επιτρέπει την από κοινού δοκιμή της μηδενικής υπόθεσης, σύμφωνα με την οποία τόσο ο αριθμός των υπερβάσεων όσο και των υπερβολικών υπερβάσεων του  $VaR$  είναι ακριβείς. Τρίτον, η διαδικασία του χάρτη κινδύνου δεν στηρίζεται σε κάποιο μοντέλο (model-free) (τουλάχιστον όταν τόσο το  $VaR(a)$  όσο και το  $VaR(a')$  είναι διαθέσιμα, καθώς στηρίζεται μόνο στην ακολουθία των υπερβάσεων και των υπερβολικών υπερβάσεων). Στην πραγματικότητα, καμία υπόθεση δεν χρειάζεται να γίνει όσον αφορά την κατανομή του κέρδους-ζημιά (P&L). Τέταρτον, μπορεί να χρησιμοποιηθεί γενικά και να εφαρμοσθεί σε οποιοδήποτε μοντέλο του  $VaR$ . Για παράδειγμα, μπορεί να χρησιμοποιηθεί με την διαδικασία του backtest για να υπολογισθεί το  $VaR$  αγοράς σε ένα μοναδικό χαρτοφυλάκιο, σε περιουσιακά στοιχεία, σε επιχειρηματική γραμμή, σε τράπεζα, σε ασφαλιστικές εταιρίες, σε αμοιβαία κεφάλαια ή σε κεφάλαια αντιστάθμισης (Berkowitz,

Christoffersen και Pelletier, 2011). Μπορεί επίσης να αξιολογήσει την εγκυρότητα των *VaR* πιστωτικού κινδύνου (Lopez και Saidenberg, 2000), λειτουργικού κινδύνου (Dahen και Dionne, 2010), ή των *VaR* που βασίζονται στο περιθώριο ασφάλειας που απαιτείται για τους επενδυτές παράγωγων χρηματοοικονομικών προϊόντων (Cruz Lopez et al., 2011). Τέλος, θα δειχθεί ότι ο χάρτης κινδύνου μπορεί να χρησιμοποιηθεί μέσω του backtesting και των μέτρων συστημικού κινδύνου τα οποία πρόσφατα προτάθηκαν από τους Adrian και Brunnermeier (CoVaR, 2010) όπως έχουν ορισθεί.

Δοθέντος ότι το  $r_t$  υποδηλώνει την απόδοση ή την κατανομή κέρδους ζημίας (P&L) ενός χαρτοφυλακίου την χρονική στιγμή  $t$  και το  $VaR_{t|t-1}(a)$  την εκ των προτέρων πρόβλεψη του *VaR* για την επόμενη μέρα για ένα υπό όρους ποσοστό κάλυψης  $a$ , ορίζεται η συνάρτηση  $F_{t-1}$ . Πρακτικά το *VaR* υπολογίζεται χρησιμοποιώντας είτε μη παραμετρικές τεχνικές, όπως είναι η Μέθοδος Ιστορικής Προσομοίωσης (Historical Simulation) (Pritsker, 2006), ή παραμετρικές τεχνικές όπως είναι η τεχνική Monte Carlo (Glasserman, Heidelberg και Shahabuddin, 2000; Broadie, Du και Moallemi, 2011). Αν το μοντέλο *VaR* είναι επαρκές, τότε ισχύει η παρακάτω σχέση:

$$\Pr[r_t < -VaR_{t|t-1}(a)] = a \quad (2)$$

Επίσης, αν το  $I_t(a)$  ορίζεται ως η δείκτρια μεταβλητή, η οποία συνδέεται με την εκ των υστέρων παρατήρηση μιας υπέρβασης του  $VaR(a)$  την χρονική στιγμή  $t$ , τότε ισχύει:

$$I_t(a) = \begin{cases} 1, & \text{αν } r_t < -VaR_{t|t-1}(a) \\ 0, & \text{αλλιώς} \end{cases} \quad (3)$$

Οι διαδικασίες Backtesting, τυπικά βασίζονται μόνο στην διαδικασία παραβιάσεων  $\{I_t(a)\}_{t=1}^T$ . Όπως τονίστηκε και από τον Christoffersen (1998), οι προβλέψεις του *VaR* είναι έγκυρες αν και μόνο αν η σειρά των παραβιάσεων ικανοποιεί την Unconditional Coverage (UC) υπόθεση. Κάτω από την UC υπόθεση, η πιθανότητα μιας εκ των υστέρων απόδοσης που υπερβαίνει την πρόβλεψη του *VaR*, θα πρέπει να είναι ίση με το επίπεδο σημαντικότητας  $a$ . Δηλαδή:

$$\Pr[I_t(a) = 1] = E[I_t(a)] = a \quad (4)$$

Ένας βασικός περιορισμός της παραπάνω προσέγγισης είναι το γεγονός ότι είναι αδύνατον να διακριθεί μεταξύ μιας κατάστασης στην οποία οι απώλειες είναι κάτω αλλά κοντά στο *VaR* (π.χ. η τράπεζα Α στην εισαγωγή) και μία κατάσταση στην οποία οι απώλειες είναι αρκετά πιο κάτω από το *VaR* (π.χ. τράπεζα Β). Μία λύση προτείνεται από τον Lopez (1999a, b), η

οποία συνίσταται στην εξέταση των παραβιάσεων των απωλειών, πέρα και πάνω από το  $VaR$ :

$$L_t(a) = \begin{cases} (r_t + VaR_{t|t-1}(a))^2, & \text{αν } r_t < VaR_{t|t-1}(a) \\ 0, & \text{αλλιώς} \end{cases} \quad (5)$$

Ο Lopez στις εργασίες του προτείνει διάφορα κριτήρια με σκοπό να αξιολογήσει το μέγεθος αυτών των υπερβάσεων των απωλειών. Ωστόσο, κάποια κριτήρια όπως τα παραπάνω αποδίδουν μόνο περιορισμένες πληροφορίες, δεδομένου ότι κανένας κανονιστικός κανόνας δεν μπορεί να συναχθεί για το μέγεθος αυτών των υπερβάσεων των απωλειών.

Μία άλλη προσέγγιση είναι να ληφθεί υπόψη η μέση απώλεια πέρα από το  $VaR$  χρησιμοποιώντας την έννοια του αναμενόμενου ελλείμματος:

$$ES_t(a) = \frac{1}{a} \int_0^a G^{-1}(p) dp \quad (6)$$

Όπου  $G(\cdot)$ , δηλώνει την αθροιστική συνάρτηση κατανομής της σειράς Κέρδους – Ζημίας (P&L)(αποδόσεις) (Artzner et al., 1999; Gordy και Juneja, 2010).

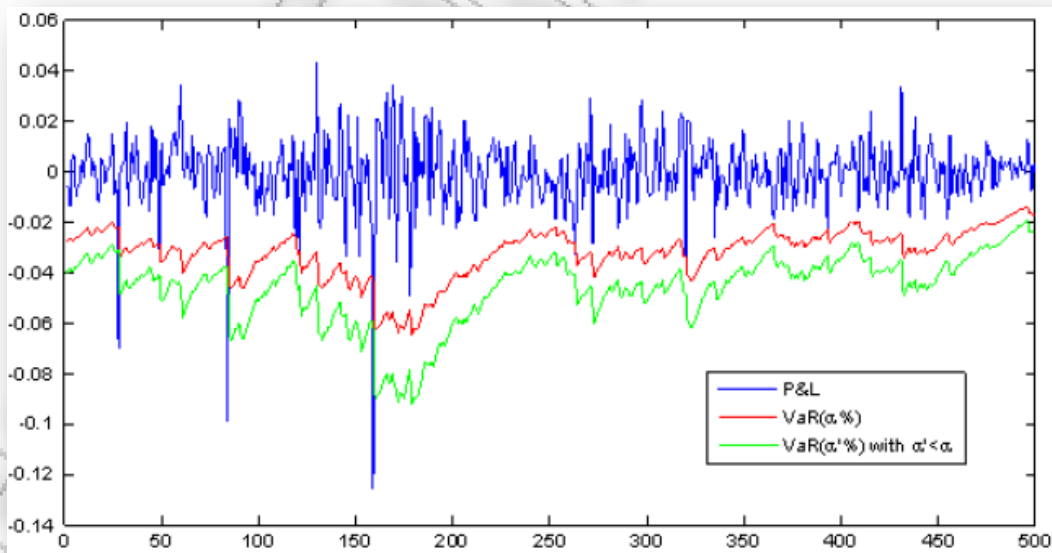
Η βασική ιδέα έγκειται στο ότι η διαφορά μεταξύ της απώλειας και του αναμενόμενου ελλείμματος πρέπει να είναι ίση με το μηδέν (0) τις ημέρες στις οποίες το  $VaR$  παραβιάζεται. Αυτή η εναλλακτική προσέγγιση, είναι ωστόσο δύσκολο στο να εφαρμοστεί, αφού τα αναμενόμενα ελλείμματα τυπικά δεν δημοσιεύονται και δεν αποκαλύπτονται από τις τράπεζες και στις μεθόδους backtesting χρησιμοποιούνται μόνο οι παρατηρήσεις στις οποίες η απώλεια υπερβαίνει το  $VaR$ , οι οποίες οδηγούν σε εξαιρετικά μικρά δείγματα (Christoffersen, 2009). Όπως τονίζεται από τους Adrian και Brunnermeier (2010), το να δουλεύει κανείς με διαφορετικά  $VaRs$  τα οποία ορίζονται σε διαφορετικά επίπεδα σημαντικότητας τείνει να θολώνει την διάκριση μεταξύ του  $VaR$  και του αναμενόμενου ελλείμματος.

Εναλλακτικά, ο Berkowitz (2001) προτείνει την εξέταση ολόκληρου του εύρους της πρόβλεψης, κάτι που επιτρέπει να υπολογίζεται και το μέγεθος των απωλειών. Αν και θεωρητικά, υπάρχουν διαφορετικοί λόγοι που περιορίζουν την ανάπτυξη αυτής της προσέγγισης στην πράξη. Πρώτα απ' όλα, όπως και στο αναμενόμενο έλλειμμα, η συνολική κατανομή των μελλοντικών κατανομών ζημιών – κέρδους (P&L) (αποδόσεις) δεν μπορεί τυπικά να υπολογισθεί από τα χρηματοπιστωτικά ιδρύματα. Δεύτερον, η αποτυχία του μοντέλου που μπορεί να πραγματοποιηθεί σε ολόκληρη την κατανομή ή στην δεξιά ουρά αυτής, έχει περιορισμένο πρακτικό ενδιαφέρον. Τρίτον, με αυτήν την προσέγγιση, οι

επίσημες στατιστικές δοκιμές μπορούν να εξαχθούν κάτω από μόνο δυνατές παραμετρικές παραδοχές (π.χ. κανονική υπόθεση).

Διαφορετικά, στην παρούσα διπλωματική εργασία, προτείνεται ένας τρόπος υπολογισμού του  $VaR$  με την μέθοδο του Backtesting, η οποία βασίζεται στον αριθμό και στην σφοδρότητα των υπερβάσεων του  $VaR$ , χωρίς βέβαια να στηρίζεται ούτε σε ειδικές (ad-hoc) συναρτήσεις απωλειών, ούτε στο αναμενόμενο έλλειμμα και τέλος στο εύρος των προβλέψεων. Η παρακάτω προσέγγιση κάνει χρήση της έννοιας της εξαιρετικά μεγάλης παραβίασης (super expection), η οποία ορίζεται ως μία απώλεια μεγαλύτερη από την  $VaR(a')$  όπου η πιθανότητα κάλυψης  $a'$  είναι πολύ μικρότερη από το  $a$  (π.χ.  $a = 1\%$  και  $a' = 0.2\%$ ). Παρακάτω παρατίθεται (διάγραμμα 1) μία εικονογράφιση της από κοινού εξέλιξης της ημερήσιας κατανομής κέρδους – ζημίας (P&L) (αποδόσεις), όπως επίσης τα  $VaR(a)$  και  $VaR(a')$  για μια υποθετική τράπεζα. Αν παρατηρηθεί προσεκτικά, όπως αναμενόταν, το  $-VaR(a')$  είναι συστηματικά πιο μικρό (πιο αρνητικό) από το  $-VaR(a)$ , καθώς το  $VaR(a')$  μετριέται αρκετά πιο αριστερά στην ουρά της κατανομής κέρδου – ζημίας (P&L). Για την τράπεζα στο παραπάνω παράδειγμα έχουν υπολογισθεί τέσσερις (4) παραβιάσεις ( $r_t < -VaR_{t|t-1}(a)$ ) και τρεις (3) υπερβολικά μεγάλες παραβιάσεις ( $r_t < -VaR_{t|t-1}(a')$ ).

Υπερβάσεις  $VaR$  vs υπερβολικά μεγάλες υπερβάσεις  $VaR$



Πηγη: Colletaz, Hurlin & Perignon, 2011

Όπως και παραπάνω έτσι και εδώ θα ορισθεί μία δείκτρια μεταβλητή που σχετίζεται με το  $VaR_t(a')$  ως εξής:

$$I_t(a') = \begin{cases} 1, & \text{αν } r_t < -VaR_{t|t-1}(a') \\ 0, & \text{αλλιώς} \end{cases}, \text{ όπου } a' < \alpha \quad (7)$$

Το σημαντικότερο στην προσέγγιση του χάρτη κινδύνου (risk map) που εξετάζεται, στην συγκεκριμένη εργασία, είναι τόσο ο υπολογισμός της συχνότητας όσο και του μεγέθους των εμπορικών απωλειών. Αυτό σημαίνει ότι αν η συχνότητα των υπερβολικά μεγάλων παραβιάσεων (super excretion) είναι ασυνήθιστα υψηλή, τότε το μέγεθος των απωλειών σε σχέση με το  $VaR(a)$  είναι πολύ μεγάλο.

Για αυτόν τον λόγο, για τον υπολογισμό δηλαδή τόσο του  $VaR$  των παραβιάσεων όσο και του  $VaR$  των υπερβολικών παραβιάσεων, προτείνεται μία πρότυπη μέθοδο Backtesting. Παίρνοντας υποθετικά μία χρονική σειρά από  $T$  προβλέψεις του  $VaR$  για ένα ποσοστό κάλυψης  $\alpha$  (ενναλλακτικά  $a'$ ) και  $N$  (ενναλλακτικά  $N'$ ) να είναι ο αριθμός των παραβιάσεων που σχετίζονται με το  $VaR$ , τότε:

$$N = \sum_{t=1}^T I_t(a) \quad \text{και} \quad N' = \sum_{t=1}^T I_t(a') \quad (8)$$

Αν υποθεθεί ότι οι μεταβλητές  $I_t(\cdot)$  είναι ανεξάρτητες μεταξύ τους, τότε κάτω από την Unconditional Coverage υπόθεση, ο συνολικός αριθμός των υπερβάσεων του  $VaR$  ακολουθεί την Διωνυμική (Binomial) κατανομή:

$$N \sim B(T, \alpha) \quad (9)$$

με μέση τιμή  $E(N) = \alpha T$  και διακύμανση  $V(N) = \alpha(1-\alpha)T$ . Έτσι, είναι πιθανό να εξεταστεί η unconditional coverage υπόθεση για τις παραβιάσεις του  $VaR$  ως:

$$H_0 : E[I_t(a)] = \alpha \quad (10)$$

$$H_1 : E[I_t(a)] \neq \alpha \quad (11)$$

Κάτω από την μηδενική υπόθεση  $H_0$ , η αντίστοιχη λογαριθμική στατιστική σχέση ορίζεται ως:

$$LR_{UC}(a) = -2 \ln[(1-\alpha)^{T-N} \alpha^N] + 2 \ln \left[ \left(1 - \frac{N}{T}\right)^{T-N} \left(\frac{N}{T}\right)^N \right] \xrightarrow{T \rightarrow \infty} \chi^2(1) \quad (12)$$

όπου το στατιστικό  $LR_{UC}$  κατανέμεται ασυμπτωτικά με την  $\chi_1^2$  κατανομή με ένα (1) βαθμό ελευθερίας. Με μία κριτική ματιά κανείς μπορεί να παρατηρήσει ότι υπάρχουν συνθήκες στις οποίες βάσει του αριθμού  $N$  των παραβιάσεων μπορεί να απορριφθεί η μηδενική υπόθεση  $H_0$  της unconditional coverage υπόθεσης. Αν υποθεθεί ότι το  $l$  είναι το ονομαστικό

μέγεθος της εξέτασης, για να μην απορριφθεί η μηδενική υπόθεση του unconditional coverage ο αριθμός των παραβιάσεων πρέπει να ικανοποιεί την ακόλουθη σχέση:

$$\left(1 - \frac{N}{T}\right) \ln\left(\frac{1-N}{T-aT}\right) + \frac{N}{T} \ln\left(\frac{N}{aT}\right) > \frac{H^{-1}(1-l)}{2T} \quad (13)$$

όπου  $H(\cdot)$  δηλώνει την συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας της  $X_1^2$  κατανομής. Δεν υπάρχει μια πιο αναλυτική έκφραση για την κατάσταση αυτή του  $N$  αλλά ο Jorion (2007) παρέθεσε αριθμητικά μεγέθη για διαφορετικές τιμές του  $T$  και του  $a$ , σε επίπεδο ελέγχου 5% (minimal size).

Ένας παρόμοιος έλεγχος επικύρωσης μπορεί να οριστεί για τις υπερβολικά μεγάλες υπερβιάσεις:

$$H_0 : E [I_t (a')] = a' \quad (14)$$

$$H_1 : E [I_t (a')] \neq a' \quad (15)$$

Ο LR έλεγχος  $LR_{UC}(N')$  μπορεί να οριστεί επίσης από την παραπάνω σχέση (12), αλλά σε αυτήν την περίπτωση χρησιμοποιείται το ποσοστό κάλυψης  $a'$  και ο αντίστοιχος αριθμός παραβιάσεων  $N'$ .

Όπως έχει αναφερθεί και παραπάνω ο στόχος του Χάρτη Κινδύνου (Risk Map) είναι στο να παρουσιάσει τα αποτελέσματα που προκύπτουν από τις μεθόδους Backtesting για μία γνωστή σειρά  $VaR$  σε μία γραφική σύνοψη. Μία πρώτη προσέγγιση είναι η από κοινού εμφάνιση των περιοχών στο διάγραμμα που δεν έχουν απορριφθεί από τους ελέγχους  $LR_{UC}(a)$  και  $LR_{UC}(a')$ . Για να γίνει πιο κατανοητό δίνεται το παρακάτω παράδειγμα: σε πεντακόσιες (500) παρατηρήσεις αν ο αριθμός των υπερβιάσεων του  $VaR(1\%)$  είναι μεταξύ δύο (2) και εννέα (9), δεν μπορεί να απορριφθεί το μοντέλο κινδύνου σε επίπεδο εμπιστοσύνης 95%. Επίσης, αν ο αριθμός των υπερβολικών παραβιάσεων είναι αυστηρά μεγαλύτερος από το δύο (2), απορρίπτεται η εγκυρότητα του μοντέλου  $VaR$  στο ίδιο επίπεδο εμπιστοσύνης και αυτό συμβαίνει διότι οδηγεί σε πάρα πολλές υπερβολικές παραβιάσεις (super exceptions). Επομένως, είναι τότε δυνατό να ελεγχθεί αν καθένα από τα μοντέλα κινδύνου εμπεριέχεται μέσα στην καθολική περιοχή αποδοχής (μη-απόρριψης), για παράδειγμα,  $2 \leq N \leq 9$  και  $N' \leq 3$ . Είναι πολύ σημαντικό σε αυτό το σημείο να τονισθεί ότι σε αυτήν την πρώτη προσέγγιση, ερευνάται αυτή η διπλή διαδικασία επικύρωσης (συχνότητα απώλειας και μέγεθος απώλειας) με ξεχωριστό τρόπο. Πρέπει επίσης να εξετασθεί το  $LR_{UC}(a)$  και το  $LR_{UC}(a')$  ανεξάρτητα, κάτι το οποίο δεν επιτρέπει να ελεγχθεί για το minimal size του ελέγχου π.χ. η πιθανότητα απόρριψης ενός έγκυρου μοντέλου. Μία εναλλακτική προσέγγιση

είναι η από κοινού δοκιμή των αριθμών παραβιάσεων του VaR και των υπερβολικών παραβιάσεων:

$$H_0 : E [I_t(a)] = a \text{ και } E[I_t(a')] = a' \quad (16)$$

Το αντίστοιχο τεστ προέρχεται απευθείας από τον έλεγχο που προτείνεται από τον Perignon και Smith (2008) και συνίσταται στο πολυμεταβλητό unconditional coverage test. Η συσχέτιση μεταξύ τόσο του  $VaR_{t|t-1}(a)$  όσο και του  $VaR_{t|t-1}(a')$  είναι μια δείκτρια μεταβλητή για τα έσοδα που υπάρχουν σε κάθε μη συνεχές διάστημα:

$$J_{1,t} = I_t(a) - I_t(a') = \begin{cases} 1, & \text{αν } -VaR_{t|t-1}(a') < r_t < -VaR_{t|t-1}(a) \\ 0, & \text{αλλιώς} \end{cases} \quad (17)$$

$$J_{2,t} = I_t(a') = \begin{cases} 1, & \text{αν } r_t < -VaR_{t|t-1}(a') \\ 0, & \text{αλλιώς} \end{cases} \quad (18)$$

και  $J_{0,t} = 1 - J_{1,t} - J_{2,t} = 1 - I_t(a)$ . Οι  $\{J_{i,t}\}_{i=0}^2$  είναι τυχαίες μεταβλητές που ακολουθούν την κατανομή Bernoulli και με πιθανότητες  $1 - \alpha$ ,  $\alpha - \alpha'$  και  $\alpha'$  αντίστοιχα. Ωστόσο, αυτές οι παραπάνω τυχαίες μεταβλητές δεν είναι ανεξάρτητες, δεδομένου ότι μία  $J$  μεταβλητή μπορεί να είναι ίση με μία άλλη σε οποιοδήποτε χρονικό σημείο,  $\sum_{i=0}^2 J_{i,t} = 1$ . Μπορεί να εξεταστεί η από κοινού υπόθεση  $H_0$  (σχέση 16) για τις προδιαγραφές του μοντέλου VaR, χρησιμοποιώντας έναν απλό έλεγχο του λόγου πιθανότητας (Likelihood Ratio test). Ορίζεται επίσης ότι  $N_{i,t} = \sum_{t=1}^T J_{i,t}$  για  $i = 0, 1, 2$  η μεταβλητή της οποίας σχετίζεται με τον αριθμό κάθε μίας από τις μεταβλητές που ακολουθούν την κατανομή Bernoulli. Οι Perignon και Smith (2008), μέσα από την εργασία τους τονίζουν ότι τα πολυμεταβλητά unconditional coverage test είναι οι έλεγχοι του λόγου πιθανότητας  $LR_{MUC}$ , αφού οι εμπειρικές συχνότητες παραβιάσεων αποκλίνουν σημαντικά από εκείνες των θεωρητικών. Αυτό δίνεται μέσω του τύπου:

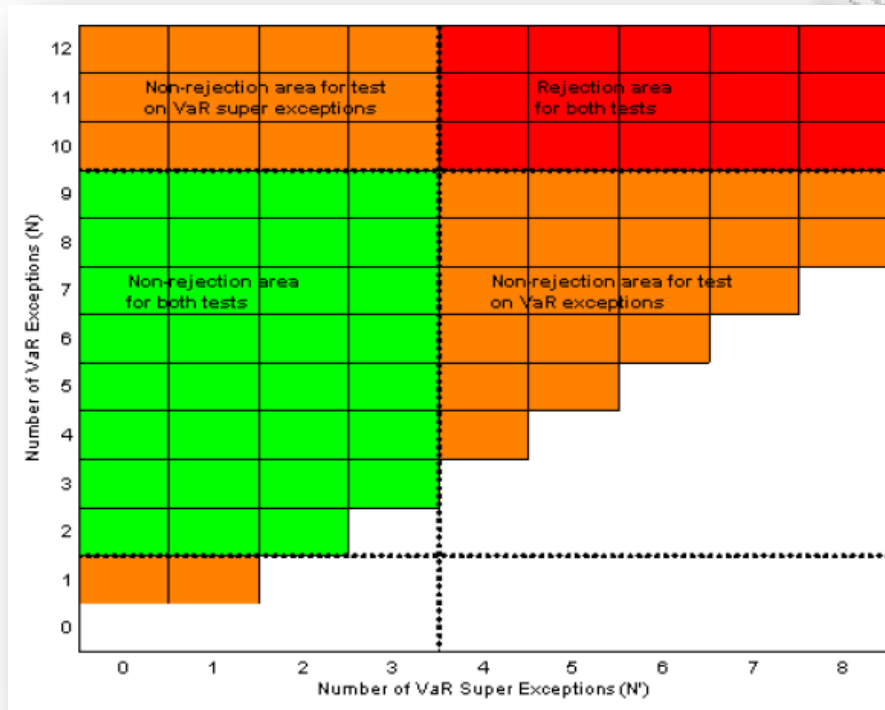
$$LR_{MUC}(a, a') = -2 \ln[(1 - a)^{N_0} (a - a')^{N_1} (a')^{N_2}] \\ + 2 \ln \left[ \left(1 - \frac{N_0}{T}\right)^{N_0} \left(\frac{N_0}{T} - \frac{N_1}{T}\right)^{N_1} \left(\frac{N_2}{T}\right)^{N_2} \right] \xrightarrow{T \rightarrow \infty} \chi^2(2) \quad (19)$$

Κάτω από την μηδενική υπόθεση  $H_0$  (16) του από κοινού conditional coverage test για τις παραβιάσεις και τις υπερβολικές παραβιάσεις του VaR, το  $LR_{MUC}$  είναι στατιστικά ασυμπτωτικό με το  $\chi$  με δύο βαθμούς ελευθερίας. Τα p-values των παραπάνω δοκιμών εμφανίζονται για διαφορετικούς συνδυασμούς αριθμού παραβιάσεων  $N$  και εξαιρετικά μεγάλων παραβιάσεων  $N'$ . Εναλλακτικά, ο Χάρτης Κινδύνου (Risk Map) μπορεί να κατασκευαστεί με βάση τις περιοχές απόρριψης για διαφορετικά επίπεδα εμπιστοσύνης. Σημειώτεον ότι τα κελιά κάτω από την διαγώνιο, στο γράφημα του Χάρτη Κινδύνου, δεν



είναι χρωματιστά έτσι ώστε να αντιστοιχούν σε καταστάσεις στις οποίες ο αριθμός των εξαιρετικά μεγάλων παραβιάσεων υπερβαίνει τον αριθμό των παραβιάσεων, κάτι το οποίο είναι αδύνατο να συμβεί. Παρακάτω παρατίθενται οι εξής υποθέσεις: Αν το ζευγάρι  $(N, N')$  του αριθμού των υπερβάσεων αντιστοιχούν σε ένα πράσινο κελί, συμπεραίνεται ότι δεν μπορεί να απορριφθεί η μηδενική υπόθεση  $E[I_t(a)] = a$  και  $E[I_t(a')] = a'$  σε ένα επίπεδο εμπιστοσύνης 95%. Αν το ζευγάρι  $(N, N')$  του αριθμού των παραβιάσεων αντιστοιχεί στην πορτοκαλί ζώνη, μπορεί να απορριφθεί η μηδενική υπόθεση  $H_0$  στο επίπεδο σημαντικότητας 95%, αλλά όχι στο επίπεδο σημαντικότητας 99%. Τέλος, ένα κόκκινο κελί συνεπάγεται ότι μπορεί να απορριφθεί η μηδενική υπόθεση  $H_0$  σε επίπεδο σημαντικότητας 99%. Μπορεί επίσης να σημειωθεί ότι για τεχνικούς λόγους τα p-values για την πρώτη στήλη των κελιών ( $N' = 0$ ) και τα κελιά της διαγωνίου ( $N' = N$ ) υπολογίζονται από ένα μονομεταβλητό  $LR_{UC}$  έλεγχο, επειδή η πολυμεταβλητή δοκιμή δεν μπορεί να υπολογισθεί σε αυτές τις περιπτώσεις. Κατά τον ίδιο τρόπο, όταν  $N' = N = 0$ , κανένας από τους LR ελέγχους δεν μπορεί να υπολογισθεί.

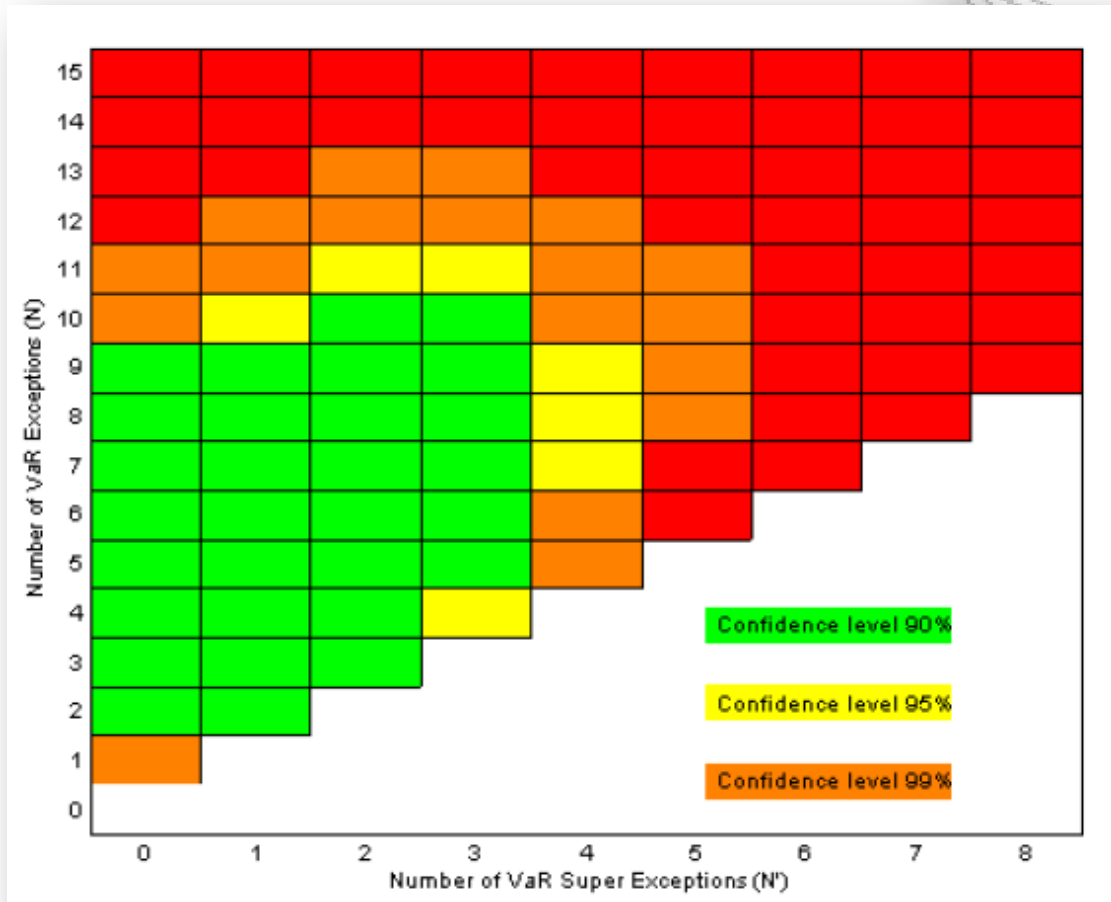
Ο Χάρτης Κινδύνου (Risk Map) βασισμένο σε δύο (2) μονομεταβλητούς ελέγχους κάλυψης (univariate coverage tests).



Πηγή: Colletaz, Hurlin & Perignon, 2011

Το παραπάνω διάγραμμα απεικονίζει τον Χάρτη Κινδύνου (Risk Map) βασισμένο σε δύο (2) μονομεταβλητά unconditional coverage τεστ,  $LR_{UC}(a)$  και  $LR_{UC}(a')$ . Αν ο αριθμός των παραβιάσεων  $N$  του  $VaR(1\%)$  είναι μεταξύ του 2 και του 9, δεν μπορεί να απορριφθεί το μοντέλο κινδύνου σε επίπεδο εμπιστοσύνης 95% και αν ο αριθμός των παραβιάσεων  $N'$  του  $VaR(0.2\%)$  είναι αυστηρά μικρότερος από το τέσσερα (4), δεν μπορεί να απορριφθεί το μοντέλο κινδύνου σε επίπεδο σημαντικότητας 95%. Έτσι, η καθολική περιοχή αποδοχής αντιστοιχεί στα  $2 \leq N \leq 9$  και  $N' \leq 3$ .

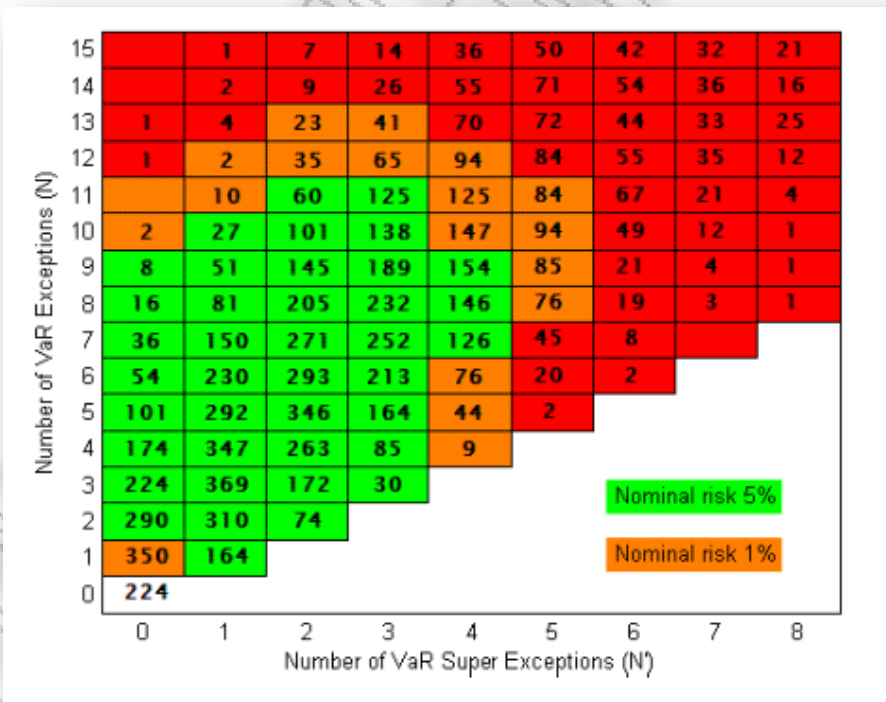
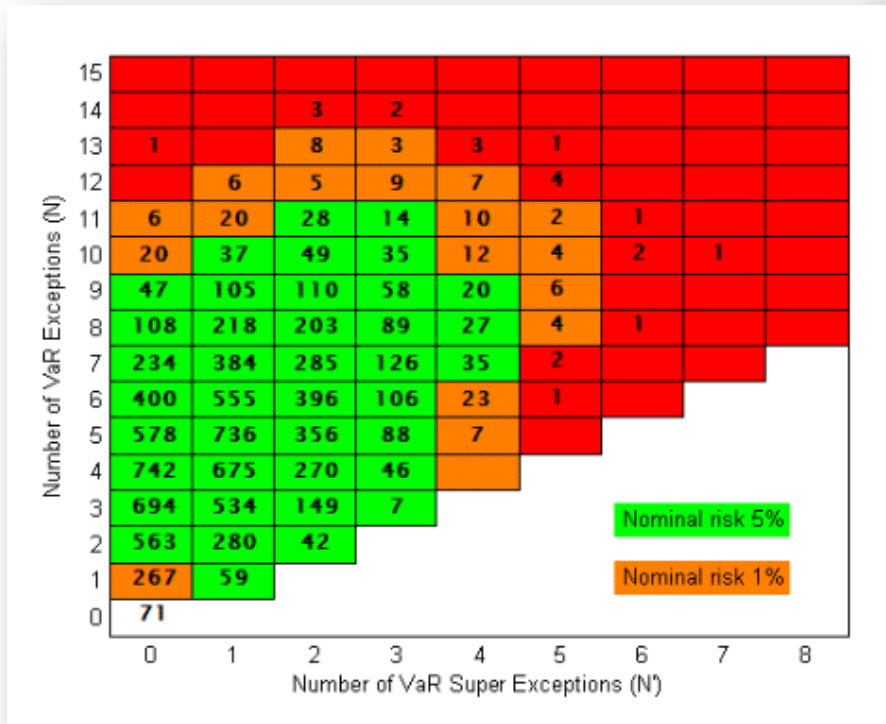
Ο Χάρτης Κινδύνου (The Risk Map)



Πηγή: Colletaz, Hurlin & Perignon, 2011

Το παραπάνω διάγραμμα απεικονίζει τον Χάρτη Κινδύνου (Risk Map) βασισμένο στο p-value ενός πολυμεταβλητού unconditional coverage test,  $LR_{MUC}(a, a')$  για τρία (3) διαφορετικά επίπεδα εμπιστοσύνης 90%, 95% και 99%.

Αποδεκτός vs Μη αποδεκτός Έλεγχος



Πηγή: Colletaz, Hurlin, Perignon, 2011

Ο πρώτος κατά σειρά Χάρτης Κινδύνου (*Risk Map*), αναπαριστά τις εμπειρικές συχνότητες (*empirical frequencies*) για κάθε ζευγάρι  $N, N'$ , όπου  $N$  και  $N'$  ορίζονται ως ο συνολικός αριθμός των παραβιάσεων και των εξαιρετικά μεγάλων παραβιάσεων αντίστοιχα, αποτελέσματα που λαμβάνονται από 10,000 προσομοιώσεις ενός αποδεκτού μοντέλου **VaR**. Ο δεύτερος κατά σειρά Χάρτης Κινδύνου (*Risk Map*) αναπαριστά τις εμπειρικές συχνότητες (*empirical frequencies*) των υπερβάσεων και των υπερβολικά μεγάλων υπερβάσεων του **VaR**, χρησιμοποιώντας τον έλεγχο της Ιστορικής Προσομοίωσης (*Historical Simulation*). Και στις δύο περιπτώσεις οι παράμετροι έχουν ως εξής:  $\alpha = 1\%$ ,  $\alpha' = 0.2\%$  και  $T = 500$ . Τα παραπάνω διαγράμματα παρέχουν πολύ χρήσιμες πληροφορίες για την εγκυρότητα ενός μοντέλου κινδύνου. Για παράδειγμα, αν αναλογισθεί κανείς ένα μοντέλο το οποίο αποφέρει δεκατρείς (13) παραβιάσεις και τρεις (3) υπερβολικά μεγάλες παραβιάσεις, σε αυτήν την περίπτωση, αν επαναληφθεί το πείραμα για πάνω από 10,000 φορές, υπάρχουν μόνο τρεις (3) ευκαιρίες ώστε να προκύψει ένα έγκυρο μοντέλο κινδύνου. Διαφορετικά, ένα αποτέλεσμα όπως ( $N = 5, N' = 1$ ), έχει περισσότερες από επτακόσιες (700) ευκαιρίες στις 10,000 επαναλήψεις να προκύψει σε ένα έγκυρο μοντέλο, κάτι το οποίο σημαίνει ότι το μοντέλο που αναλύθηκε τελευταίο έχει περισσότερες πιθανότητες να είναι έγκυρο.

### 3.3 Έλεγχοι Παραβιάσεων

Η Unconditional Coverage υπόθεση δεν δίνει καμία πληροφορία για την πρόσκαιρη ανεξαρτησία των παραβιάσεων του  $VaR$  των αποδόσεων. Ωστόσο, το να δημιουργηθούν παραβιάσεις των αποδόσεων οι οποίες είναι χρονικά ανεξάρτητες, είναι μία σημαντική ιδιότητα τους για ένα σύστημα, δεδομένου ότι αντικατοπτρίζουν άμεσα μία νέα πληροφορία. Ένα σύστημα αποδόσεων που παραβιάζει αυτήν την ιδιότητα, οδηγείται σε πληθώρα παραβιάσεων.

Είναι σημαντικό σε αυτό το σημείο να τονισθεί ότι αυτές οι δύο ιδιότητες των παραβιάσεων του  $VaR$  των αποδόσεων είναι ανεξάρτητες μεταξύ τους. Επιπρόσθετα, αν ένα  $VaR$  των αποδόσεων δεν ικανοποιεί καμία από τις δύο αυτές υποθέσεις, πρέπει να θεωρηθεί ως μη έγκυρο. Για παράδειγμα, ικανοποιώντας την υπόθεση του unconditional coverage δεν μπορεί να εξαχθεί συμπέρασμα για την πιθανή ύπαρξη πληθώρας παραβιάσεων ούτε την μη συμμόρφωση με την υπόθεση ανεξαρτησίας. Αντίθετα, υπάρχει το conditional coverage του  $VaR$  των αποδόσεων το οποίο ικανοποιεί τόσο την unconditional coverage υπόθεση όσο και την υπόθεση της ανεξαρτησίας.

#### 3.3.1 Unconditional Coverage Testing

Αρχικά πρέπει να εξεταστεί αν το ποσοστό των παραβιάσεων που λαμβάνονται για ένα μοντέλο ιδιαίτερου κινδύνου, το οποίο ονομάζεται  $\pi$ , είναι σημαντικά διαφορετικό από το υποσχόμενο ποσοστό,  $p$ . Το παραπάνω ονομάζεται ως unconditional coverage υπόθεση. Για να εξεταστεί αυτό αναφέρεται η πιθανότητα μιας ανεξάρτητης και ισόνομης μεταβλητής η οποία ακολουθεί την κατανομή Bernoulli ( $\pi$ ) ως εξής:

$$L(\pi) = \prod_{t=1}^T (1 - \pi)^{1 - I_{t+1}} \pi^{I_{t+1}} = (1 - \pi)^{T_0} \pi^{T_1}$$

όπου τα  $T_0$  και  $T_1$  είναι ο αριθμός των μηδέν (0) και των ένα (1) μέσα στο δείγμα. Μπορεί εύκολα να εκτιμηθεί το  $\pi$  από την σχέση  $\hat{\pi} = T_1/T$ , το παρατηρούμενο κλάσμα των παραβιάσεων της ακολουθίας. Συνδέοντας τις εκτιμήσεις μέγιστης πιθανοφάνειας (ML) με την συνάρτηση πιθανοφάνειας, προκύπτει η βελτιστοποιημένη πιθανοφάνεια ως εξής:

$$L(\hat{\pi}) = (1 - T_1/T)^{T_0} (T_1/T)^{T_1}$$

Έστω η μηδενική υπόθεση της Unconditional Coverage υπόθεσης, δηλαδή ότι  $\pi = p$ , όπου  $p$  αποτελεί το ποσοστό κάλυψης του VaR, υπολογίζεται η πιθανοφάνεια:

$$L(\pi) = \prod_{t=1}^T (1-p)^{1-l_{t+1}} p^{l_{t+1}} = (1-p)^{T_0} p^{T_1}$$

Μπορεί επίσης να ελεγχθεί η unconditional coverage υπόθεση χρησιμοποιώντας τον έλεγχο πιθανότητας του ratio test ως εξής:

$$LR_{UC} = -2 \ln[L(p)/L(\hat{\pi})]$$

ασυμπτωτικά, δηλαδή καθώς ο αριθμός των παρατηρήσεων  $T$  τείνει στο άπειρο, ο έλεγχος θα κατανέμεται με την  $\chi^2$  κατανομή με ένα βαθμό ελευθερίας. Αντικαθιστώντας, την πιθανοφάνεια των κατανομών:

$$LR_{UC} = -2 \ln[(1-p)^{T_0} p^{T_1} / \{(1 - T_1/T)^{T_0} (T_1/T)^{T_1}\}] \sim \chi_1^2$$

Επιλέγοντας ένα επίπεδο σημαντικότητας για παράδειγμα 10% για τον έλεγχο, βάσει υπολογισμών προκύπτει μία κριτική τιμή 2.7055 από την κατανομή  $\chi_1^2$ . Αν ο έλεγχος  $LR_{UC}$  είναι μεγαλύτερος από την τιμή 2.7055, τότε απορρίπτεται το VaR μοντέλο στο επίπεδο 10%. Εναλλακτικά, μπορεί να υπολογισθεί η σύνδεση των p-values με τα στατιστικά αποτελέσματα των ελέγχων. Το p-value ορίζεται ως η πιθανότητα να μπορεί ένα δείγμα να επαληθευτεί μέσω της μηδενικής υπόθεσης. Σύμφωνα με την παραπάνω υπόθεση, το p-value υπολογίζεται ως εξής:

$$P - value \equiv 1 - F_{\chi_1^2}(LR_{UC})$$

όπου  $F_{\chi_1^2}(\cdot)$  δηλώνει την αθροιστική συνάρτηση πυκνότητας της μεταβλητής  $\chi^2$  με ένα βαθμό ελευθερίας. Αν το p-value είναι μικρότερο του επιθυμητού επιπέδου σημαντικότητας, τότε απορρίπτεται η μηδενική υπόθεση.

### 3.3.2 Έλεγχος Ανεξαρτησίας

Αν υποθεθεί ότι όλες οι παραβιάσεις του VaR σε ένα δείγμα συμβαίνουν κατά την διάρκεια της ίδιας χρονικής περιόδου, τότε θα μπορούσε κάποιος να είναι ευχαριστημένος με ένα VaR με σωστή μέση (ή unconditional) κάλυψη; Η απάντηση είναι σίγουρα όχι. Για παράδειγμα, αν το VaR στο 5% δίνει ακριβώς το 5% των παραβιάσεων, αλλά όλες αυτές οι παραβιάσεις

βρίσκονται κατά την διάρκεια μιας περιόδου τριών (3) εβδομάδων, τότε ο κίνδυνος μιας πιθανής χρεοκοπίας θα είναι πολύ μεγαλύτερος από το αν οι παραβιάσεις ήταν τυχαία κατανομημένες κατά την διάρκεια του χρόνου. Ως εκ τούτου, θα ήταν πολύ πιθανό να απορριφθούν τα μοντέλα  $VaR$  στα οποία οι παραβιάσεις είναι συγκεντρωμένες στον χρόνο. Μια τέτοιου είδους ομαδοποίηση μπορεί πολύ εύκολα να συμβεί σε ένα  $VaR$  κατασκευασμένο μέσω της μεθόδου της Ιστορικής Προσομοίωσης, αν το υποκείμενο χαρτοφυλάκιο έχει μια ομαδοποιημένη διακύμανση, κάτι το οποίο είναι κοινό σε αποδόσεις περιουσιακών στοιχείων.

Αν οι παραβιάσεις του  $VaR$  είναι ομαδοποιημένες, τότε οι διαχειριστές κινδύνου μπορούν να προβλέψουν αν σήμερα υπάρξει παραβίαση, τότε αύριο υπάρχει πιθανότητα μεγαλύτερη από  $p * 100\%$  να εμφανισθεί παραβίαση επίσης. Κάτι τέτοιο, όπως είναι φυσικό δεν είναι ικανοποιητικό. Σε μία τέτοια περίπτωση, οι διαχειριστές κινδύνου πρέπει να αυξήσουν το  $VaR$  με σκοπό να μειώσουν την υπό συνθήκη πιθανότητα μιας παραβίασης στο επιθυμητό  $p$ .

Απώτερος σκοπός λοιπόν είναι η δημιουργία ενός ελέγχου που μπορεί να είναι ικανός στο να απορρίψει ένα  $VaR$  με ομαδοποιημένες παραβιάσεις. Τελικά, γίνεται η υπόθεση ότι η ακολουθία των παραβιάσεων είναι ανεξάρτητη κατά την διάρκεια του χρόνου και αυτό μπορεί να περιγραφεί ως μια σειρά πρώτης τάξης του Markov με την μήτρα πιθανότητας μετάβασης:

$$\Pi_1 = \begin{bmatrix} 1 - \pi_{01} & \pi_{01} \\ 1 - \pi_{11} & \pi_{11} \end{bmatrix}$$

Αυτές οι πιθανότητες μετάβασης, απλά σημαίνουν ότι υπό την προϋπόθεση να μην υπάρχει παραβίαση σήμερα (δηλαδή,  $I_t = 0$ ), τότε η πιθανότητα η αυριανή μέρα να έχει παραβίαση (δηλαδή,  $I_{t+1} = 1$ ) είναι  $\pi_{01}$ . Η πιθανότητα η αυριανή μέρα να έχει παραβίαση γνωρίζοντας τι συνέβη σήμερα συμβολίζεται ως:

$$\pi_{11} = \Pr(I_t = 1 \text{ και } I_{t+1} = 1)$$

Η ιδιότητα του πρώτου κανόνα του Markov αναφέρεται στην υπόθεση ότι μόνο τα αποτελέσματα του σήμερα μπορούν και να ερμηνεύσουν τα αποτελέσματα του αύριο. Ακόμη, η ακριβής ακολουθία των παραβιάσεων του παρελθόντος δεν ερμηνεύουν μόνο την αξία των  $I_t$  υποθέσεων. Καθώς όμως δύο αποτελέσματα είναι πιθανά (μηδέν (0) και ένα (1)), οι δύο πιθανότητες  $\pi_{01}$  και  $\pi_{11}$  περιγράφουν ολόκληρη την διαδικασία. Η πιθανότητα μιας ακολουθίας μη παραβιάσεων ακολουθώντας μία μη παραβίαση είναι  $1 - \pi_{01}$  και η πιθανότητα μη παραβιάσεων ακολουθώντας μία παραβίαση είναι  $1 - \pi_{11}$ .



Αν θεωρηθεί ένα δείγμα  $T$  παρατηρήσεων, τότε μπορεί να γραφτεί η πιθανοθεωρητική έκφραση του πρώτου κανόνα της διαδικασίας του Markov ως εξής:

$$L(\Pi_1) = (1 - \pi_{01})^{T_{00}} \pi_{01}^{T_{01}} (1 - \pi_{11})^{T_{10}} \pi_{11}^{T_{11}}$$

όπου  $T_{ij}, i, j = 0, 1$  είναι ο αριθμός των παρατηρήσεων με ένα  $j$  να ακολουθεί ένα  $i$ . Παίρνοντας τα πρώτα παράγωγα σε σχέση με  $\pi_{01}$  και  $\pi_{11}$  και ρυθμίζοντας αυτά τα παράγωγα στο μηδέν (0), μπορεί να θεωρηθεί η εκτίμηση της μέγιστης πιθανοφάνειας ως εξής:

$$\widehat{\pi}_{01} = \frac{T_{01}}{T_{00} + T_{01}}$$

$$\widehat{\pi}_{11} = \frac{T_{11}}{T_{10} + T_{11}}$$

Χρησιμοποιώντας το γεγονός ότι οι πιθανότητες πρέπει να έχουν άθροισμα ίσο με ένα (1), ισχύει:

$$\widehat{\pi}_{00} = 1 - \widehat{\pi}_{01}$$

$$\widehat{\pi}_{10} = 1 - \widehat{\pi}_{11}$$

το οποίο δίνει τον πίνακα των εκτιμώμενων πιθανοτήτων μετάβασης

$$\widehat{\Pi}_1 \equiv \begin{bmatrix} \widehat{\pi}_{00} & \widehat{\pi}_{01} \\ \widehat{\pi}_{10} & \widehat{\pi}_{11} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 - \widehat{\pi}_{01} & \widehat{\pi}_{01} \\ 1 - \widehat{\pi}_{11} & \widehat{\pi}_{11} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{T_{00}}{T_{00} + T_{01}} & \frac{T_{01}}{T_{00} + T_{01}} \\ \frac{T_{10}}{T_{10} + T_{11}} & \frac{T_{11}}{T_{10} + T_{11}} \end{bmatrix}$$

Το μεγαλύτερο ερώτημα για τους διαχειριστές κινδύνου έγκειται στο γεγονός της θετικής εξάρτησης, το οποίο σημαίνει ότι η πιθανότητα μιας παραβίασης την οποία ακολουθεί μία παραβίαση ( $\pi_{11}$ ) πρέπει να είναι μεγαλύτερη από την πιθανότητα μιας παραβίασης την οποία ακολουθεί μια μη παραβίαση ( $\pi_{01}$ ). Αν, από την άλλη πλευρά, οι παραβιάσεις είναι ανεξάρτητες μεταξύ τους κατά την διάρκεια του χρόνου, τότε η πιθανότητα μιας παραβίασης αύριο δεν εξαρτάται από το σημερινή μέρα και αναφέρεται ως  $\pi_{01} = \pi_{11} = \pi$ . Κάτω από την υπόθεση ανεξαρτησίας, ο πίνακας μετάβασης είναι:

$$\widehat{\Pi} = \begin{bmatrix} 1 - \hat{\pi} & \hat{\pi} \\ 1 - \hat{\pi} & \hat{\pi} \end{bmatrix}$$

Μπορεί επίσης να εξεταστεί η υπόθεση ανεξαρτησίας ότι  $\pi_{01} = \pi_{11}$  χρησιμοποιώντας έναν πιθανοθεωρητικό έλεγχο:

$$LR_{IND} = -2 \ln[L(\hat{\pi})/L(\hat{\Pi}_1)] \sim \chi_1^2$$

όπου  $L(\hat{\pi})$  είναι η πιθανότητα κάτω από την εναλλακτική υπόθεση του ελέγχου  $LR_{UC}$ . Σε μεγάλα δείγματα, η κατανομή του στατιστικού ελέγχου  $LR_{IND}$  είναι επίσης  $\chi^2$  με ένα βαθμό ελευθερίας. Ωστόσο το p-value μπορεί να υπολογισθεί και μέσω της χρήσης προσομοίωσης, όπως έγινε και παραπάνω. Ουσιαστικά δημιουργήθηκαν 999 τεχνητά δείγματα ανεξάρτητων και ισόνομων μεταβλητών που ακολουθούν την κατανομή Bernoulli, υπολογίσθηκαν 999 τεχνητοί στατιστικοί έλεγχοι και βρέθηκε το μερίδιο των αξιών του προσομοιωμένου ελέγχου που είναι μεγαλύτερος από την πραγματική τιμή του ελέγχου. Πιο πρακτικά, κατά την εφαρμογή του ελέγχου  $LR_{IND}$ , μπορεί κανείς να θεωρήσει τα δείγματα έτσι ώστε  $T_{11} = 0$ . Σ' αυτήν την περίπτωση μπορεί να υπολογισθεί η πιθανοθεωρητική σχέση ως:

$$L(\hat{\Pi}_1) = (1 - \hat{\pi}_{01})^{T_{00}} \hat{\pi}_{01}^{T_{01}}$$

### 3.3.3 Conditional Coverage Testing

Στην συνέχεια, οι ερευνητές ενδιαφέρθηκαν για ένα ταυτόχρονο έλεγχο, αν δηλαδή το μέτρο της Αξίας σε Κίνδυνο ( $VaR$ ) είναι ανεξάρτητο, όπως επίσης και ο μέσος αριθμός των παραβιάσεων είναι σωστός. Μπορεί επιπρόσθετα να ελεγχθεί η από κοινού ανεξαρτησία καθώς επίσης και η σωστή κάλυψη χρησιμοποιώντας το conditional coverage test:

$$LR_{CC} = -2 \ln[L(p)/L(\hat{\Pi}_1)] \sim \chi_2^2$$

που αντιστοιχεί στον έλεγχο ότι  $\pi_{01} = \pi_{11} = p$ .

Αν αναλογισθεί κανείς ότι ο έλεγχος  $LR_{CC}$  παίρνει την πιθανότητα από την μηδενική υπόθεση στον έλεγχο  $LR_{UC}$  και το συνδυάζει με την πιθανότητα από την εναλλακτική υπόθεση στον έλεγχο  $LR_{IND}$ , τότε:

$$\begin{aligned} LR_{CC} &= -2 \ln[L(p)/L(\hat{\Pi}_1)] \\ &= -2 \ln[\{L(p)/L(\hat{\pi})\} \{L(\hat{\pi})/L(\hat{\Pi}_1)\}] \\ &= -2 \ln[L(p)/L(\hat{\pi})] - 2 \ln[L(\hat{\pi})/L(\hat{\Pi}_1)] \\ &= LR_{UC} + LR_{IND} \end{aligned}$$

έτσι ώστε ο από κοινού έλεγχος του conditional coverage μπορεί να παρουσιασθεί απλά αθροίζοντας τους δύο ελέγχους ξεχωριστά, αυτόν του unconditional coverage καθώς και

αυτόν της ανεξαρτησίας. Όπως και παραπάνω, το p-value μπορεί να υπολογισθεί μέσω της προσομοίωσης.

### 3.3.4 LR προσέγγιση

Ο Christoffersen (1998) προτείνει μία LR δοκιμή βασισμένη στην υπόθεση ότι μια διαδικασία των παραβιάσεων των αποδόσεων του VaR,  $I_t(a)$ , μοντελοποιείται με την ακόλουθη μήτρα των πιθανοτήτων μετάβασης:

$$\Pi = \begin{pmatrix} 1 - \pi_{01} & \pi_{01} \\ 1 - \pi_{11} & \pi_{11} \end{pmatrix} \quad (20)$$

όπου  $\pi_{ij} = \Pr[I_t(a) = j \mid I_{t-1}(a) = i]$ , π.χ. η πιθανότητα μετάβασης στην κατάσταση  $j$  την χρονική στιγμή  $t$  με την προϋπόθεση να μεταβεί στην κατάσταση  $i$  την χρονική στιγμή  $t - 1$ . Κάτω από την μηδενική υπόθεση ανεξαρτησίας, ισχύει ότι  $\pi_{01} = \pi_{11} = \beta$  και:

$$H_{0,IND}: \Pi_\beta = \begin{pmatrix} 1 - \beta & \beta \\ 1 - \beta & \beta \end{pmatrix} \quad (21)$$

όπου  $\beta$  υποδηλώνει την πιθανότητα των παραβιάσεων των αποδόσεων, η οποία μπορεί να είναι διαφορετική από το ποσοστό κάλυψης  $\alpha$ . Τα αποτελέσματα των πιθανοτήτων μετάβασης έγκεινται στον τρόπο με τον οποίο η πιθανότητα αντιμετωπίζει μία παραβίαση των αποδόσεων στην παρούσα περίοδο, η οποία εξαρτάται από την ύπαρξη ή μη παραβίασης των αποδόσεων της προηγούμενης περιόδου. Η εκτιμηθείσα πιθανότητα παραβίασης του VaR των αποδόσεων είναι η εμπειρική συχνότητα των παραβιάσεων,  $H/T$ . Εναλλακτικά, οι μη περιορισμοί επιβάλλονται στην μήτρα  $\Pi$ . Το αντίστοιχο στατιστικό LR, δηλώνεται ως  $LR_{IND}$  και ορίζεται ως εξής:

$$LR_{IND} = -2 \ln \left[ \left( 1 - \frac{H}{T} \right)^{T-H} \left( \frac{H}{T} \right)^H \right] + 2 \ln \left[ (1 - \hat{\pi}_{01})^{n_{00}} \hat{\pi}_{01}^{n_{01}} (1 - \hat{\pi}_{11})^{n_{10}} \hat{\pi}_{11}^{n_{11}} \right] \xrightarrow{T \rightarrow \infty} \chi^2(1) \quad (22)$$

όπου  $n_{ij}$  υποδηλώνει τον αριθμό των φορών που ισχύει  $I_t(a) = j$  και  $I_{t-1}(a) = i$ , και:

$$\hat{\pi}_{01} = \frac{n_{01}}{n_{00} + n_{01}} \quad \hat{\pi}_{11} = \frac{n_{11}}{n_{10} + n_{11}} \quad (23)$$

Τέλος, είναι επίσης πιθανό να ελεγχθεί η Conditional Coverage υπόθεση για το VaR των αποδόσεων. Κάτω από την Conditional Coverage υπόθεση, ισχύει:

$$H_{0,CC} : \Pi_\alpha = \begin{pmatrix} 1 - \alpha & \alpha \\ 1 - \alpha & \alpha \end{pmatrix} \quad (24)$$

και επίσης:

$$LR_{CC} = -2 \ln[(1 - a)^{T-H} (a)^H] \\ + 2 \ln[(1 - \hat{\pi}_{01})^{n_{00}} \hat{\pi}_{01}^{n_{01}} (1 - \hat{\pi}_{11})^{n_{10}} \hat{\pi}_{11}^{n_{11}}] \xrightarrow{T \rightarrow \infty} \chi^2(2) \quad (25)$$

Το αντίστοιχο στατιστικό  $LR_{CC}$  αντιστοιχεί στο άθροισμα των στατιστικών  $LR_{UC}$  και  $LR_{IND}$ . Κάτω από την μηδενική Conditional Coverage υπόθεση, ικανοποιείται η σχέση:

$$LR_{CC} = LR_{UC} + LR_{IND} \xrightarrow{T \rightarrow \infty} \chi^2(2) \quad (26)$$

### 3.3.5 Έλεγχοι βασισμένοι σε παλινδρόμηση

Οι Engle και Manganelli (2004) προτείνουν μία εναλλακτική προσέγγιση βασισμένη σε ένα μοντέλο γραμμικής παλινδρόμησης. Αυτό το μοντέλο συνδέει τις υπάρχουσες παραβιάσεις των αποδόσεων με τις παραβιάσεις των προηγούμενων ετών βασισμένες σε παλιότερες πληροφορίες. Αν οριστεί η μεταβλητή  $Hit(a) = I_t(a) - a$ , ως η διαδικασία η οποία συνδέεται με την μεταβλητή  $I_t(a)$ , τότε:

$$Hit_t(a) = \begin{cases} 1 - a, & \text{αν } r_t < -VaR_{t|t-1}(a) \\ -a, & \text{αλλιώς} \end{cases} \quad (27)$$

Ορίζεται παρακάτω το μοντέλο γραμμική παλινδρόμησης:

$$Hit_t(a) = \delta + \sum_{k=1}^K \beta_k Hit_{t-k}(a) + \sum_{k=1}^K \gamma_k z_{t-k} + \varepsilon_t \quad (28)$$

όπου οι μεταβλητές  $z_{t-k}$  ανήκουν στην πληροφορία ορισμένη ως  $\Omega_{t-1}$ . Για παράδειγμα, μπορεί να χρησιμοποιηθούν επίσης οι αποδόσεις με χρονικές υστερήσεις, οι αποδόσεις των τετραγώνων βάσει πληροφοριών του παρελθόντος, κτλ. Οποιαδήποτε και να είναι η επιλεγμένη προδιαγραφή, ο έλεγχος της μηδενικής υπόθεσης της υπό συνθήκης αποδοτικότητας που αντιστοιχεί στον έλεγχο της από κοινού μηδενικής υπόθεσης όλων των συντελεστών παλινδρόμησης είναι:

$$H_{0,CC} : \delta = \beta_k = \gamma_k = 0, \quad \forall k = 1, \dots, K. \quad (29)$$

Η υπόθεση ανεξαρτησίας συνεπάγεται ότι οι συντελεστές  $\beta_k$  και  $\gamma_k$  είναι ίσοι με το μηδέν (0), ενώ η unconditional coverage υπόθεση επαληθεύεται όταν το  $\delta$  είναι ίσο με το μηδέν (0). Πράγματι, κάτω από την μηδενική υπόθεση,  $E[Hit_t(a)] = E(\varepsilon_t) = 0$ , συνεπάγεται ότι βάσει ορισμού  $\Pr[I_t(a) = 1] = E[I_t(a)] = a$ .

Αν ορισθεί επίσης ότι το  $\Psi = (\delta \beta_1 \dots \beta_K \gamma_1 \dots \gamma_K)'$  είναι το διάνυσμα των παραμέτρων  $2K + 1$  σε αυτό το μοντέλο και  $Z$  η μήτρα των εξηγηματικών μεταβλητών του μοντέλου (28), το στατιστικό Wald, ορίζεται ως  $DQ_{CC}$  σε σχέση με την δοκιμή της Conditional Coverage υπόθεσης, τότε επαληθεύεται ότι:

$$DQ_{CC} = \frac{\hat{\Psi}'Z'Z\hat{\Psi}}{\alpha(1-\alpha)} \xrightarrow{T \rightarrow \infty} \chi^2(2K + 1) \quad (30)$$

όπου  $\hat{\Psi}$  είναι η εκτίμηση του  $\Psi$  με την μέθοδο των ελαχίστων τετραγώνων (OLS). Επισημαίνεται ότι, μπορεί επίσης να χρησιμοποιηθεί η Unconditional Coverage υπόθεση, χρησιμοποιώντας την δοκιμή της  $H_{0,UC} : \delta = 0$ , ή δοκιμάζοντας την υπόθεση ανεξαρτησίας (IND) με την δοκιμή  $H_{0,IND} : \beta_k = \gamma_k = 0$ . Μία φυσική επέκταση της δοκιμής των Engle και Manganelli (2004) συνίσταται θεωρώντας ένα δυαδικό μοντέλο συνδέοντας τις υπάρχουσες παραβιάσεις με αυτές του παρελθόντος (Patton 2002; Dumitrescu, Hurlin και Pham 2011).

### 3.3.6 Έλεγχος Αυτοσυσχέτισης

Αντί να χρησιμοποιηθεί ένα μοντέλο παλινδρόμησης, οι Berkowitz, Christoffersen και Pelletier (2011) δοκιμάζουν κατευθείαν την υπόθεση διαφοροποίησης. Έτσι λοιπόν, κάτω από την Conditional Coverage υπόθεση και την παραβίαση των αποδόσεων του VaR, η

διαδικασία  $Hit_t(a)$  είναι μια διαφορά, η οποία μπορεί να είναι ασυχέτιστη. Ένα φυσιολογικό τεστ που μπορεί να χρησιμοποιηθεί επίσης είναι το μονομεταβλητό Ljung-Box τεστ της  $H_{0,CC} : r_1 = \dots = r_K = 0$ , όπου το  $r_k$  υποδηλώνει την  $k$ -ιοστή αυτοσυσχέτιση:

$$LB(K) = T(T + 2) \sum_{k=1}^K \frac{\hat{r}_k^2}{T - k} \xrightarrow{T \rightarrow \infty} \chi^2(K) \quad (31)$$

όπου  $\hat{r}_k$  είναι η εμπειρική αυτοσυσχέτιση της  $k$  τάξης της διαδικασίας  $Hit(a)$ .

### 3.3.7 Διάρκεια (Duration) μεταξύ των παραβιάσεων των αποδόσεων

Οι υποθέσεις Unconditional Coverage, ανεξαρτησίας και οι Conditional Coverage έχουν επίσης μερικές επιπτώσεις σχετικά με τον χρόνο μεταξύ δύο διαδοχικών παραβιάσεων των αποδόσεων του  $VaR$ . Ακολουθώντας τους Christoffersen και Pelletier (2004), θεωρείται ως  $d_u$  η διάρκεια μεταξύ δύο διαδοχικών παραβιάσεων των αποδόσεων του  $VaR$  και ορίζεται ως:

$$d_v = t_v - t_{v-1} \quad (32)$$

όπου  $t_v$  υποδηλώνει το χρονικό διάστημα της  $v$ -ιοστής παραβίασης. Κάτω από την Conditional Coverage υπόθεση, η διαδικασία διάρκειας  $d_i$  ορίζεται από μία συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας ως εξής:

$$f(d_v; a) = a(1 - a)^{d_v - 1} \quad d_v \in \mathbb{N}^* \quad (33)$$

Η παραπάνω κατανομή χαρακτηρίζεται από την χωρίς μνήμη ιδιότητα της παραβίασης των αποδόσεων του  $VaR$  μέσω της διαδικασίας  $I_t(a)$ , το οποίο σημαίνει ότι η πιθανότητα να υπάρξει μία παραβίαση σήμερα δεν εξαρτάται από τον αριθμό των μερών οι οποίες έχουν παρέλθει από την τελευταία παραβίαση. Σημειωτέον ότι  $\mathbb{E}(d_v) = 1/a$ , όπου η Conditional Coverage υπόθεση συνεπάγεται ότι η μέση διάρκεια μεταξύ δύο παραβιάσεων αποδόσεων ισούται με  $1/a$ . Η γενική ιδέα του παραπάνω ελέγχου συνίσταται στον προσδιορισμό μιας κατανομής που έχει σχέση με την κατανομή (33), έτσι ώστε η χωρίς μνήμη ιδιότητα να μπορεί να ελεγχθεί μέσα από τον περιορισμένο αριθμό των παραμέτρων. Σε αυτό το σημείο, οι Christoffersen και Pelletier (2004) χρησιμοποιούν την μηδενική υπόθεση της εκθετικής κατανομής, η οποία έχει σχέση με την συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας (33) ως εξής:

$$g(d_v; a) = a \exp(-ad_v) \quad (34)$$

Κάτω από μία εναλλακτική υπόθεση, οι Christoffersen και Pelletier (2004) χρησιμοποιούν το αξίωμα της κατανομής Weibull για τις μεταβλητές διάρκειας:

$$h(d_v; a, b) = a^b b d_v^{b-1} \exp[-(ad_v)^b] \quad (35)$$

Όπως η εκθετική κατανομή αντιστοιχεί σε μία Weibull κατανομή με  $b = 1$ , ο έλεγχος για την ανεξαρτησία είναι:

$$H_{0,IND} : b = 1 \quad (36)$$

και για την conditional coverage υπόθεση είναι:

$$H_{0,cc} : b = 1, a = a \quad (37)$$

Οι Christoffersen και Pelletier (2004) προτείνουν το αντίστοιχο LR τεστ (Haas 2005) και οι Candelon et al. (2011), εξάγουν μία γενικευμένη μέθοδο των ροπών (GMM). Το τεστ GMM χρησιμοποιείται για να ελέγξει την υπόθεση κατανομής (π.χ. της γεωμετρικής κατανομής), η οποία εφαρμόζεται στην πρόβλεψη της εγκυρότητας του *VaR*. Η χρήση του ελέγχου GMM έχει ως αποτέλεσμα την εκ των υστέρων αξιολόγηση των κινδύνων που έχουν θεσπιστεί από τις ρυθμιστικές αρχές.

### 3.3.8 Παράδειγμα

Παρακάτω παρατίθεται ένα παράδειγμα το οποίο έχει παρουσιασθεί στη εργασία των Hurlin C. και Perignon C. (2011) με τίτλο «Margin Backtesting» για την τράπεζα La Caixa της Ισπανίας. Ουσιαστικά μέσα από μια σειρά ελέγχων, όπως το z-statistic και το Kupiec's LR statistic (1995), τον έλεγχο του Christoffersen P.F (1998), το τεστ των Engle, R.F και Magnanelli, S. (2004) και τέλος ο έλεγχος από τους Colletaz, G., Hurlin, C. και Perignon, C. (2011), παρουσιάζεται διεξοδικά ο τρόπος εξαγωγής του Χάρτη Κινδύνου (*Risk Map*) για έναν συγκεκριμένο μέθοδο υπολογισμού του μέτρου της αξίας σε κίνδυνο (*VaR*).

Παράδειγμα (Hurlin C. και Perignon C. (2011), “Margin Backtesting”, Working Paper, HEC Paris, University of Orleans)

Δεδομένα

Ποσοστό κάλυψης (coverage rate) = 0.01

Αριθμός Παραβιάσεων (Number of violations) = 13

Εμπειρική συχνότητα παραβιάσεων (Empirical frequency of violations) = 0.0260

Μέγεθος δείγματος (sample size) = 500

Z-statistic και Kupiec LR τεστ του Unconditional Coverage(UC)

Kupiec P. (1995), “Techniques for Verifying the Accuracy of Risk Measurement Models, Journal of Derivatives”

$z$  – Statistic = 3.5957 με  $p$ value (bilateral test) = 0.0003

Kupiec’s LR statistic = 9.0059 με  $p$ value = 0.0027

Christoffersen P. F(1998), Testing Interval Forecasts

Unconditional Coverage(UC)test:  $LR_{UC}$  statistic = 9.0059 με  $p$ value = 0.0027

Independence (IND)test (έλεγχος ανεξαρτησίας):  $LR_{IND}$  statistic = 4.2430 με  $p$ value = 0.0394

Conditional Coverage (CC)test:  $LR_{CC}$  statistic = 13.2489 με  $p$ value = 0.0013

Engle, R. F. και Magnanelli, S., (2004),

CAViaR: Conditional Autoregressive Value-at-Risk by Regression Quantiles, JBES

Unconditional Coverage (UC)DQ tests (προσδιορισμός επιτυχιών μόνο με ταξική υστέρηση)

Lag order(τάξη υστέρησης) = 1  $DQ_{UC}$  – statistic = 9.7044 με  $p$ value = 0.0018

Lag order(τάξη υστέρησης) = 2  $DQ_{UC}$  – statistic = 8.9974 με  $p$ value = 0.0027

Lag order(τάξη υστέρησης) = 3  $DQ_{UC}$  – statistic = 9.6849 με  $p$ value = 0.0019

Independence (IND)(έλεγχος ανεξαρτησίας)DQ tests

(προσδιορισμός επιτυχιών μόνο με ταξική υστέρηση)

Lag order(τάξη υστέρησης) = 1  $DQ_{IND}$  – statistic = 22.0188 με  $p$ value = 0.0000

Lag order(τάξη υστέρησης) = 2  $DQ_{IND}$  – statistic = 19.0025 με  $p$ value = 0.0000

Lag order(τάξη υστέρησης) = 3  $DQ_{IND}$  – statistic = 8.6307 με  $p$ value = 0.0033

Conditional Coverage (CC)DQ tests (προσδιορισμών επιτυχιών με ταξική υστέρηση)

Lag order(τάξη υστέρησης) = 1  $DQ_{CC}$  – statistic = 35.0064 με  $p$ value = 0.0000

Lag order(τάξη υστέρησης) = 2  $DQ_{CC}$  – statistic = 36.6400 με  $p$ value = 0.0000

Lag order(τάξη υστέρησης) = 3  $DQ_{CC}$  – statistic = 38.5708 με  $p$ value = 0.0000

Christoffersen P. F. και Pelletier D. (2004), Backtesting Value – at – Risk

A Duration – Based Approach, Journal of Financial Econometrics

Conditional Coverage (CC)LR έλεγχος βασισμένος στην διάρκεια με  $H_0: a$

$= \frac{1}{0.01}$  και  $b = 1$  (εκθετική κατανομή με μέση τιμή ίση με το ποσοστό κάλυψης  $\alpha$ )

$LR_{CC}$  statistic = 14.8254 με  $p$ value = 0.0006



Έλεγχος ανεξαρτησίας βασισμένος στην διάρκεια ((IND)LR) με  $H_0: b = 1$   
(εκθετική κατανομή με έναν εκτιμώμενο μέσο, δυνητικά διαφορετικό από το  $\alpha$ )

$LR_{IND}$  statistic = 7.7861 με  $pvalue = 0.0053$

Colletaz G., Hurlin C. και Perignon C. (2011),  
The Risk Map: a new Tool for Backtesting Value-at-Risk Models, SSRN Working Paper

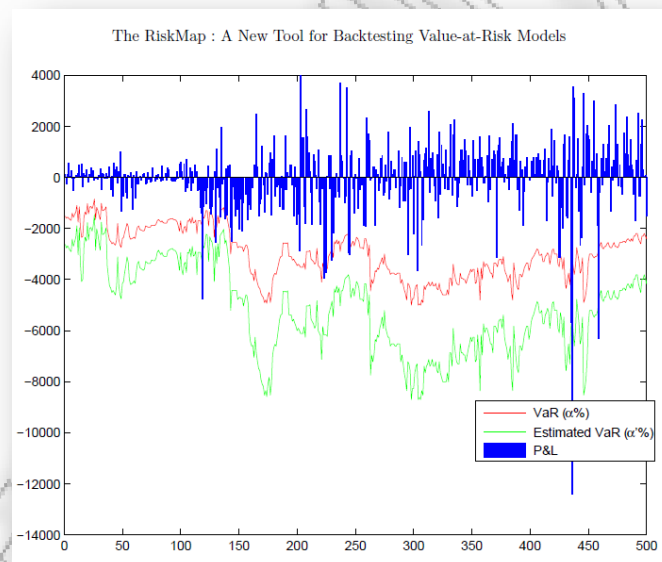
Ποσοστό Κάλυψης για την παραβίαση  $\alpha = 0.01$

Ποσοστό Κάλυψης για την υπερβολικά μεγάλη παραβίαση  $\alpha' = 0.0020$

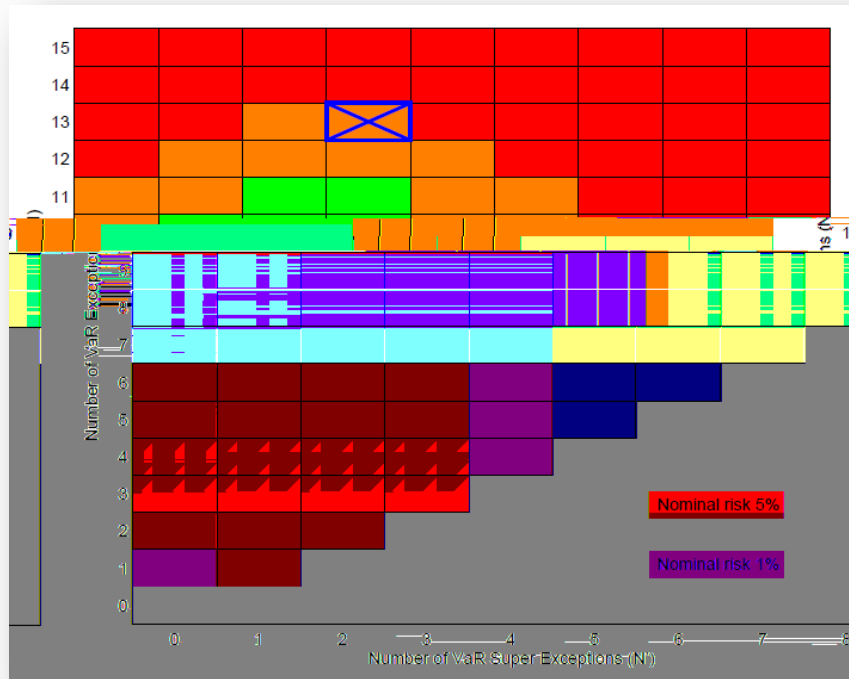
Αριθμός Παραβιάσεων του VaR (0.01) = 13

Αριθμός Παραβιάσεων του VaR(0.002) = 3

$LR_{MUC}$  - statistic = 9.0475 με  $pvalue = 0.0108$



Πηγή: Hurlin, Perignon 2011



Πηγή: Hurlin, Perignon 2011

Το πρώτο διάγραμμα απεικονίζει την ημερήσια σειρά των κερδών – ζημιών (profit – and – loss) (P&L), το  $VaR(a = 1\%)$  και το  $VaR(a' = 0.2\%)$  για την τράπεζα La Caixa μεταξύ της 1<sup>ης</sup> Ιανουαρίου 2007 και της 31<sup>ης</sup> Δεκεμβρίου 2008. Όλα τα διαγράμματα είναι σε χιλιάδες ευρώ. Το ακριβώς από κάτω διάγραμμα απεικονίζει τον Χάρτη Κινδύνου (Risk Map) για την ίδια τράπεζα και με τα ίδια δεδομένα. Σε αυτήν την περίοδο, παρατηρούνται δεκατρείς (13) υπερβάσεις και τρεις (3) υπερβολικά μεγάλες υπερβάσεις, οι οποίες αποτελούν και τις συντεταγμένες στον Χάρτη Κινδύνου (Risk Map). Καθώς ο «σταυρός» πέφτει στην πορτοκαλί περιοχή, μπορεί να απορριφθεί η μηδενική υπόθεση σε επίπεδο εμπιστοσύνης 95%, αλλά όχι σε επίπεδο εμπιστοσύνης 99%.

### 3.4 Εκτίμηση της Αξίας σε Κίνδυνο (Value at Risk)

Συνοπτικά ο τρόπος υπολογισμού του *VaR*, στηρίζεται αρχικά στην τιμή της αγοράς (mark to market) ενός χαρτοφυλακίου, στον υπολογισμό της μεταβλητότητας του συντελεστή κινδύνου, στον καθορισμό του χρονικού ορίζοντα ή της περιόδου διακράτησης, στον καθορισμό επιπέδου εμπιστοσύνης και τέλος στην αναφορά της χειρότερης ενδεχόμενης απώλειας που έχει εξαχθεί από το μέτρο υπολογισμού κινδύνου *VaR*.

Η σύγκριση των εκτιμήσεων του *VaR* που προέρχονται από διαφορετικές προσεγγίσεις του *VaR* ως μέτρηση του κινδύνου αγοράς γίνεται με:

#### 3.4.1 Μέθοδος Διακύμανσης – Συνδιακύμανσης (Variance – Covariance method)

Η παραπάνω μέθοδος θεωρείται η πιο δημοφιλής τεχνική εκτίμησης του *VaR*, η οποία είναι αλλιώς γνωστή ως μέθοδο συσχέτισης (correlation method) και είναι ένας συνδυασμός γραμμικής θέσης με συνδιακύμανση σε πίνακα. Οι υποθέσεις που απαιτούνται για την παραπάνω προσέγγιση είναι, αρχικά, ότι οι αποδόσεις (ή η αξία του χαρτοφυλακίου) ύστερα από χρόνο ίσο με τον επιλεγμένο χρονικό ορίζοντα να ακολουθούν την κανονική κατανομή, οι συσχετίσεις μεταξύ των παραγόντων κινδύνου και η ευαισθησία των τιμών στις αλλαγές των παραγόντων αυτών να είναι σταθερές, και τέλος τα αποτελέσματα να είναι γραμμικά προς τον συντελεστή του παράγοντα κινδύνου. Στην συνέχεια, η μεθοδολογία που χρησιμοποιείται σχετίζεται με τον καθορισμό παραγόντων κινδύνου που απαιτούνται για τον υπολογισμό του *VaR*, τον υπολογισμό των συντελεστών ευαισθησίας των επενδύσεων του χαρτοφυλακίου σε κάθε παράγοντα κινδύνου, την εύρεση ιστορικών δεδομένων για τους παράγοντες κινδύνου και τον υπολογισμό της τυπικής απόκλισης τους καθώς και των συντελεστών συσχέτισης μεταξύ τους. Αυτά αποτελούν μερικά από τα εργαλεία τα οποία βοηθούν στον υπολογισμό του *VaR* χρησιμοποιώντας τις εκτιμώμενες διακυμάνσεις και συνδιακυμάνσεις καθώς επίσης και τα βάρη των τυποποιημένων θέσεων, βάσει ιστορικών παρατηρήσεων. Τα θετικά της μεθόδου αυτής είναι ότι είναι απλή μέθοδος, γρήγορη στον υπολογισμό, μπορεί να επεκταθεί εν καιρώ σε πολλαπλούς κινδύνους και τέλος είναι εύκολη να εξηγηθεί. Αντίθετα, τα αρνητικά της παραπάνω μεθόδου είναι ότι έχει «παχιές ουρές» στην κατανομή των αποδόσεων, επιπλέον ισχύει για γραμμικό χαρτοφυλάκιο και τέλος βασίζεται στην γραμμική προσέγγιση.

### 3.4.2 Μέθοδος Ιστορικής προσομοίωσης (Historical Simulation)

Η παραπάνω μέθοδος είναι η αναπαραγωγή του τρέχοντος χαρτοφυλακίου με χρήση ιστορικών δεδομένων. Το μοντέλο σε αυτή την περίπτωση, υπολογίζει τις πιθανές απώλειες με την βοήθεια πραγματικών ιστορικών αποδόσεων, κάτι το οποίο σημαίνει ότι πρέπει να υπάρχει πλήρης καταγραφή των δεδομένων παρελθόντων χρήσεων. Είναι δηλαδή μια υποθετική προσομοίωση των αποδόσεων του χαρτοφυλακίου, από την οποία και προκύπτει η κατανομή που ακολουθούν. Με βάση την μέθοδο της Ιστορικής Προσομοίωσης, το  $VaR$  ισούται με το αντίστοιχο ποσοστημόριο των  $T$  παρελθοντικών αποδόσεων, δηλαδή:

$$VaR_t = F_a^{-1}(\{\psi_i\}_{i=t-1-T}^{t-1})$$

Η συγκεκριμένη μέθοδος είναι κατάλληλη για μη κανονικές κατανομές, κάτι το οποίο σημαίνει ότι αιτιολογεί την ύπαρξη παχιών ουρών και ασυμμετρίας. Αυτό το γεγονός απλοποιεί τους υπολογισμούς σε περιπτώσεις χαρτοφυλακίων με μεγάλο αριθμό στοιχείων και δείγματα μικρής χρονικής περιόδου. Επίσης, δεν στηρίζεται σε κάποιο παραμετρικό μοντέλο, είναι δηλαδή «model free». Τέλος μπορεί να εξηγηθεί εύκολα. Τα αρνητικά που μπορούν να αναφερθούν είναι ότι μπορεί να κινηθεί μόνο σε ένα δειγματοληπτικό μονοπάτι και ότι γίνεται η παραδοχή ότι το μέλλον και το παρελθόν είναι ομοειδή. Επιπλέον, θεωρείται ως δεδομένο ότι υπάρχουν επαρκή ιστορικά δεδομένα για τις μεταβολές των τιμών. Αυτό μπορεί να γίνει πιο κατανοητό με το παρακάτω παράδειγμα: για να υπάρξουν 1000 ανεξάρτητες προσομοιώσεις, παίρνοντας ημερήσιες τιμές, θα πρέπει να υπάρχουν δεδομένα τεσσάρων (4) ετών, κάτι το οποίο είναι πολύ δύσκολο εφικτό καθώς μπορεί τα στοιχεία αυτά να μην είναι δημοσιοποιημένα ή να μην υπάρχουν τιμές. Επίσης υπάρχει η υπόθεση ότι το παρελθόν αναπαριστά το κοντινό μέλλον επαρκώς, κάτι το οποίο σημαίνει ότι αν παραλειφθούν σημαντικά γεγονότα, οι ουρές δεν θα παρουσιαστούν σωστά και το ανάποδο. Ακόμη, το δείγμα μπορεί να περιλαμβάνει δεδομένα που μπορεί να μην εμφανισθούν ξανά στο μέλλον. Τέλος είναι πολύ αργή στην ενσωμάτωση διαφόρων αλλαγών που εμφανίζονται στην δομή.

### 3.4.3 RISKMETRICS

Το 1995 η επενδυτική τράπεζα J.P. Morgan ανέπτυξε το μέτρο υπολογισμού του μέτρου της αξίας σε κίνδυνο (Value-at-Risk) μέσω της διαδικασίας του Risk Metrics. Η βασική συνεισφορά του παραπάνω μέτρου είναι ότι έκανε τις διακυμάνσεις και τις συνδιακυμάνσεις μεταξύ των στοιχείων του ενεργητικού διαθέσιμα σε οποιονδήποτε ήθελε να έχει πρόσβαση σε αυτά, διευκολύνοντας έτσι τους μελετητές να υπολογίσουν το μέτρο της αξίας σε κίνδυνο (value at risk) ενός χαρτοφυλακίου. Επίσης, οι αποδόσεις από ατομικούς παράγοντες κινδύνου πρέπει να ακολουθούν την κανονική κατανομή, ενώ οι αποδόσεις από μόνες τους μπορεί να μην κατανέμονται κανονικά. Επιπλέον, ακραίες τιμές είναι πάρα πολύ συχνές κάτι το οποίο σημαίνει ότι οι κατανομές έχουν βαριές ουρές, ενώ η υπόθεση που ακολουθείται είναι ότι η τυποποιημένη απόδοση (η οποία υπολογίζεται ως η απόδοση διαιρούμενη με την προβλεπόμενη διακύμανση) κατανέμεται κανονικά. Επιπρόσθετα, όσο αφορά τις τυποποιημένες αποδόσεις δεν είναι το μέγεθος των αποδόσεων που θα πρέπει να εστιάσει κανείς, αλλά το μέγεθος τους σε σχέση με την τυπική απόκλιση. Με άλλα λόγια, μια μεγάλη τιμή στις αποδόσεις (θετική ή αρνητική) σε μια περίοδο υψηλής μεταβλητότητας μπορεί να οδηγήσει σε χαμηλή τυποποιημένη απόδοση, ενώ η ίδια απόδοση μετά από μια περίοδο χαμηλής μεταβλητότητας θα αποφέρει μια ασυνήθιστα υψηλή τυποποιημένη απόδοση.

Όπως αναφέρθηκε και παραπάνω η J.P. Morgan ανέπτυξε την μεθοδολογία Risk Metrics για τον υπολογισμό του VaR (Longerstaey και More, 1995). Στην απλή του μορφή, το Risk Metrics υποθέτει ότι ο συνεχής ημερήσιος υπολογισμός των αποδόσεων ενός χαρτοφυλακίου ακολουθεί μια υποθετική κανονική κατανομή. Ως δεδομένα θεωρούνται οι λογαριθμικές αποδόσεις που ορίζονται ως  $r_t$  και οι πληροφορίες οι οποίες είναι διαθέσιμες την χρονική στιγμή  $t - 1$  για την  $F_{t-1}$ . Η μεθοδολογία Risk Metrics συνοψίζεται στο ότι  $r_t|F_{t-1} \sim N(\mu_t, \sigma_t^2)$ , όπου  $\mu_t$  ορίζεται ως ο υπό συνθήκη μέσος και  $\sigma_t^2$  ορίζεται ως η υπό συνθήκη διακύμανση της  $r_t$ . Επιπρόσθετα, η παραπάνω μέθοδος υποθέτει ότι οι δύο ποσότητες εξελίσσονται κατά την διάρκεια του χρόνου σύμφωνα με ένα απλό μοντέλο:

$$\mu_t = 0, \quad \sigma_t^2 = a\sigma_{t-1}^2 + (1 - a)r_{t-1}^2, \quad 1 > a > 0 \quad (38)$$

Επιπλέον, η μέθοδος συνοψίζει ότι ο λογάριθμος των ημερήσιων τιμών,  $p_t = \ln(P_t)$ , του χαρτοφυλακίου ικανοποιεί την ισότητα  $p_t - p_{t-1} = a_t$ , όπου  $a_t = \sigma_t \epsilon_t$  είναι μία IGARCH(1,1) διαδικασία χωρίς μετατόπιση. Η τιμή του  $a$  είναι συχνά στο διάστημα μεταξύ (0.9, 1), με μία τυπική τιμή 0.94. Μία πολύ θετική ιδιότητα ενός τέτοιου ειδικού τυχαίου μονοπατιού ενός IGARCH μοντέλου είναι το γεγονός ότι μια υποθετική κατανομή μιας

απόδοσης πολλών περιόδων είναι εύκολα διαθέσιμη. Πιο συγκεκριμένα, για ένα χρονικό ορίζοντα  $k$ , οι λογαριθμικές αποδόσεις από την χρονική στιγμή  $t + 1$  στην χρονική στιγμή  $t + k$  (χωρίς αποκλεισμούς) είναι  $r_t[k] = r_{t+1} + \dots + r_{t+k-1} + r_{t+k}$ . Χρησιμοποιείται η τετραγωνική καμπύλη  $[k]$  έτσι ώστε να οριστεί μία απόδοση με  $k$  ορίζοντα. Κάτω από το ειδικό IGARCH(1,1) μοντέλο που φαίνεται στην παραπάνω σχέση (38), η υπό συνθήκη κατανομή  $r_t[k]|F_t$  ακολουθεί την κανονική κατανομή με μέση τιμή ίση με μηδέν (0) και διακύμανση  $\sigma_t^2[k]$ , όπου το  $\sigma_t^2[k]$  μπορεί να υπολογισθεί χρησιμοποιώντας μία μέθοδο πρόβλεψης. Χρησιμοποιώντας την υπόθεση ανεξαρτησίας του  $\epsilon_t$  και το παραπάνω μοντέλο (38) έχουμε:

$$\sigma_t^2[k] = \text{Var}(r_t[k]|F_t) = \sum_{i=1}^k \text{Var}(a_{t+i}|F_t) \quad (39)$$

όπου η ισότητα  $\text{Var}(a_{t+i}|F_t) = E(\sigma_{t+i}^2|F_t)$ , μπορεί να ληφθεί αναδρομικά. Χρησιμοποιώντας τα  $r_{t-1} = a_{t-1} = \sigma_{t-1} \epsilon_{t-1}$ , μπορεί να γραφτεί η εξίσωση της διακύμανσης του μοντέλου IGARCH(1,1) σύμφωνα με την παραπάνω σχέση ως εξής:

$$\sigma_t^2 = \sigma_{t-1}^2 + (1 - a)\sigma_{t-1}^2(\epsilon_{t-1}^2 - 1) \text{ για όλα τα } t.$$

Πιο συγκεκριμένα,

$$\sigma_{t+i}^2 = \sigma_{t+i-1}^2 + (1 - a)\sigma_{t+i-1}^2(\epsilon_{t+i-1}^2 - 1) \text{ για } i = 2, \dots, k.$$

Όταν  $E(\epsilon_{t+i-1}^2 - 1|F_t) = 0$  για  $i \geq 2$  η προηγούμενη ισότητα δείχνει ότι

$$E(\sigma_{t+i}^2|F_t) = E(\sigma_{t+i-1}^2|F_t) \text{ για } i = 2, \dots, k. \quad (40)$$

Για την πρόβλεψη για ένα βήμα μπροστά της διακύμανσης, η σχέση (38) δείχνει ότι  $\sigma_{t+1}^2 = a\sigma_t^2 + (1 - a)r_t^2$ . Ωστόσο η σχέση (40) δείχνει ότι το  $\text{Var}(r_{t+i}|F_t) = \sigma_{t+1}^2$  για  $i \geq 1$  και επίσης  $\sigma_t^2[k] = k\sigma_{t+1}^2$ . Τα αποτελέσματα δείχνουν ότι η  $r_t[k]|F_t \sim N(0, k\sigma_{t+1}^2)$ . Συνεπώς κάτω από το ειδικό μοντέλο IGARCH(1,1) στην σχέση (38) η υπό συνθήκη διακύμανση της  $r_t[k]$  είναι ανάλογη του χρονικού ορίζοντα  $k$  περιόδων. Επομένως, η υπό συνθήκη τυπική απόκλιση ενός ορίζοντα  $k$  περιόδων και κατά συνέπεια των λογαριθμικών αποδόσεων ορίζεται ως  $\sqrt{k}\sigma_{t+1}$ , η οποία είναι  $\sqrt{k}$  φορές του  $\sigma_{t+1}$ .

Επομένως το VaR κάτω από την μεθοδολογία του Risk Metrics μπορεί να υπολογισθεί ως εξής:

$$\text{VaR}(k) = \sqrt{k} \times \text{VaR}$$

Η παραπάνω σχέση αναφέρεται και ως «square root of time rule» στον υπολογισμό του VaR κάτω από την μεθοδολογία του Risk Metrics.

### 3.5 Οικονομετρική προσέγγιση για τον υπολογισμό του VaR

#### 3.5.1 GARCH Model

Μια γενική προσέγγιση του υπολογισμού του VaR έγκειται στη χρήση οικονομετρικών μοντέλων χρονολογικών σειρών. Έστω, οι λογαριθμικές αποδόσεις  $r_t$ , ενός χαρτοφυλακίου. Ένα γενικό μοντέλο χρονολογικών σειρών για  $r_t$  μπορεί να γραφτεί ως εξής:

$$r_t = \varphi_0 + \sum_{i=1}^p \varphi_i r_{t-i} + a_t - \sum_{j=1}^q \theta_j a_{t-j} \quad (41)$$

$$a_t = \sigma_t \epsilon_t$$

$$\sigma_t^2 = a_0 + \sum_{i=1}^u a_i a_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^u \beta_j \sigma_{t-j}^2 \quad (42)$$

Οι παραπάνω σχέσεις (41) και (42) υπολογίζουν τον μέσο και την διακύμανση για την  $r_t$ . Αυτές οι δύο σχέσεις μπορούν να χρησιμοποιηθούν στο να βρεθούν οι προβλέψεις για ένα βήμα μπροστά του υπό συνθήκη μέσου και της υπό συνθήκης διακύμανσης της  $r_t$ , δεδομένου ότι οι παράμετροι είναι γνωστοί. Πιο συγκεκριμένα ισχύει:

$$\hat{r}_t(1) = \varphi_0 + \sum_{i=1}^p \varphi_i r_{t+1-i} - \sum_{j=1}^q \theta_j a_{t+1-j}$$

$$\widehat{\sigma}_t^2(1) = a_0 + \sum_{i=1}^u a_i a_{t+1-i}^2 + \sum_{j=1}^u \beta_j \sigma_{t+1-j}^2$$

Αν επιπρόσθετα υποθεθεί ότι το  $\epsilon_t$  ακολουθεί την κανονική κατανομή, τότε η υπό συνθήκη κατανομή του  $r_{t+1}$  δοθείσης της διαθέσιμης πληροφορίας την χρονική στιγμή  $t$  είναι  $N[\hat{r}_t(1), \widehat{\sigma}_t^2(1)]$ . Οι παραπάνω σχέσεις και η υπό συνθήκη κατανομή μπορεί εύκολα να υπολογίσουν το VaR. Για παράδειγμα, το 95% ποσοστημόριο είναι  $\hat{r}_t(1) + 1.65\widehat{\sigma}_t(1)$ . Αν επίσης υποθεθεί ότι το  $\epsilon_t$  ακολουθεί μια τυπική t-student κατανομή με  $u$  βαθμούς ελευθερίας, τότε το ποσοστημόριο είναι  $\hat{r}_t(1) + t_u^*(1-p)\widehat{\sigma}_t(1)$ , όπου  $t_u^*(1-p)$  είναι η

$(1 - p)$ -ιστό ποσοστημόριο μιας τυποποιημένης t-student κατανομής με  $u$  βαθμούς ελευθερίας.

Η σχέση μεταξύ των ποσοστημορίων μιας t-student κατανομής με  $u$  βαθμούς ελευθερίας, δοσμένου του  $t_u$ , και αυτές των τυποποιημένων κατανομών δοσμένου του  $t_u^*$  είναι:

$$p = \Pr(t_u \leq q) = \Pr\left[\frac{t_u}{\sqrt{u/(u-2)}} \leq \frac{q}{\sqrt{u/(u-2)}}\right] = \Pr\left[t_u^* \leq \frac{q}{\sqrt{u/(u-2)}}\right]$$

όπου  $u > 2$ . Έτσι, αν το  $q$  είναι το  $p$ -ιστό ποσοστημόριο της t-student κατανομής με  $u$  βαθμούς ελευθερίας, τότε  $q/\sqrt{u/(u-2)}$  είναι το  $p$ -ιστό ποσοστημόριο μιας τυποποιημένης t-student κατανομής με  $u$  βαθμούς ελευθερίας. Επομένως, αν το  $\epsilon_t$  του GARCH μοντέλου στην σχέση της διακύμανσης (42) είναι μια τυποποιημένη t-student κατανομής με  $u$  βαθμούς ελευθερίας και η πιθανότητα ανώτερης ουράς είναι  $p$ , τότε το  $(1 - p)$ -ιστό ποσοστημόριο χρησιμοποιείται στο να υπολογισθεί το VaR για χρονικό ορίζοντα μιας περιόδου στον δείκτη του χρόνου  $t$ :

$$\hat{r}_t(1) + \frac{t_u(1-p)\hat{\sigma}_t(1)}{\sqrt{u/(u-2)}}$$

όπου  $t_u(1 - p)$  είναι το  $(1 - p)$ -ιστό ποσοστημόριο μιας t-student κατανομής με  $u$  βαθμούς ελευθερίας.

Μπορεί επίσης να οριστεί η λογαριθμοπιθανοτική σχέση ενός GARCH μοντέλου κάτω από την κανονική κατανομή:

$$L(r_t|\theta) = \sum_{t=1}^T -0.5(\ln 2\pi + \ln \sigma_t^2 + u_t^2)$$

όπου το  $\theta = \{\alpha, \beta, \phi, \theta\}$ , δηλώνει το παραμετρικό διάνυσμα ενός GARCH μοντέλου που ακολουθεί την κανονική κατανομή. Σύμφωνα με τον ορισμό του Jorion (2000), ο υπολογισμός του VaR βασισμένο στην κανονική κατανομή δίνεται από τον τύπο:

$$VaR = Z_c \hat{\sigma}_t + \mu$$

όπου το  $Z_c$  ορίζεται ως το τρίτο αριστερό ποσοστημόριο για την τυπική κανονική κατανομή.

Επιπλέον, σύμφωνα με την εργασία του Bollerslev (1986) υποστηρίζεται ότι η χρήση της t-student κατανομής ως υπό συνθήκη κατανομή για ένα GARCH μοντέλο είναι πιο ικανοποιητική, δεδομένου ότι συγκεντρώνει πιο βαριές ουρές και μεγαλύτερη κύρτωση από την κανονική κατανομή. Κάτω από την ίδια προδιαγραφή της ισότητας του μέσου και της



διακύμανσης η λογαριθμοπιθανοτική σχέση ενός GARCH μοντέλου που ακολουθεί την t-student κατανομή μπορεί να εκφρασθεί ως εξής:

$$L(r_t|\theta) = \sum_{t=1}^T \ln \left( \frac{\Gamma[(u+1)/2]}{\sqrt{\pi(u-2)}\Gamma(u/2)} \right) - \frac{1}{2} \ln \sigma_t^2 - \left( \frac{u+1}{2} \right) \ln \left[ 1 + \frac{u_t^2}{(u-2)} \right]$$

όπου  $\theta = \{\alpha, \beta, \varphi, \theta, u\}$ , δηλώνει την παραμετρική σχέση ενός GARCH μοντέλου που ακολουθεί την t-student κατανομή. Ο υπολογισμός του VaR για την παραπάνω περίπτωση υπολογίζεται από την παρακάτω σχέση:

$$VaR = t_{c,u} \hat{\sigma}_t + \mu$$

όπου η μεταβλητή  $t_{c,u}$  υποδηλώνει το αριστερό τρίτο ποσοστημόριο μιας τυπικής t-student κατανομής με  $u$  βαθμούς ελευθερίας.

### 3.5.2 ARCH Model

Αν υποθεθεί ότι η σειρά των αποδόσεων  $\{\alpha_t\}$  ακολουθούν το μοντέλο ARCH(k) και χαρακτηρίζονται από τις σχέσεις:

$$\alpha_t = \sigma_t \epsilon_t$$

$$\sigma_t^2 = a_0 + \sum_{i=1}^k a_i \alpha_{t-i}^2$$

όπου το  $\{\epsilon_t\}$  είναι μια ακολουθία κατανομημένων ανεξάρτητων και ισόνομων μεταβλητών με:

$$E \epsilon_t = 0, \quad E \epsilon_t^2 = 1$$

και  $\alpha = (\alpha_0, \alpha_1, \dots, \alpha_k)' \in \Theta \subset R^{k+1}$  είναι ένα άγνωστο διάνυσμα παραμέτρων που ικανοποιούν την σχέση:

$$\alpha_0 > 0, \quad \alpha_i \geq 0, \quad 1 \leq i \leq k$$

Επιπλέον, χρησιμοποιείται η υπόθεση  $\beta_1 + \dots + \beta_k < 1$ , ως αυστηρότητα στασιμότητας (Giraitis, Kokoszka και Leipus, 2000), καθώς επίσης και  $E[\epsilon_t^4] < \infty$  για μετέπειτα χρήση.

Για να ορισθεί το μέτρο της Αξίας σε Κίνδυνο (Value at Risk), θα πρέπει να υπολογισθεί η πρόβλεψη για ένα βήμα μπροστά της διακύμανσης  $\sigma_t$ . Για τον σκοπό αυτό, μια

παρατηρηθείσα έκταση  $\{\psi_t\}_{t=1}^n$  θεωρείται διαθέσιμη. Επίσης αν ορισθεί ότι  $\hat{\beta} = (\hat{\beta}_0, \dots, \hat{\beta}_k)'$  ως ένας εκτιμητής που ικανοποιεί τον όρο  $\beta$  έχουμε:

$$\sqrt{n}(\hat{\beta} - \beta) = Op(1)$$

Και ορίζονται επίσης και τα κατάλοιπα ως εξής:

$$\hat{\epsilon}_t = \frac{a_t}{\hat{\sigma}_t}, \quad k < t \leq n$$

όπου

$$\hat{\sigma}_t^2 = \hat{a}_0 + \sum_{i=1}^u \hat{a}_i a_{t-i}^2$$

Αν ακολουθηθεί ο συνήθης τρόπος υπολογισμού του μέτρου της Αξίας σε Κίνδυνο (Value at Risk) τότε:

$$VaR_p^{(c)} = F(p)\hat{\sigma}_t$$

όπου το  $F(p)$  ορίζεται ως το  $p$ - ιστό ποσοστημόριο:

$$F(p) = \inf\{x; F(x) \geq p\}, \quad 0 < p < 1$$

της άγνωστης συνάρτησης κατανομής  $F(\cdot)$  της  $\epsilon_t$ .

### 3.5.3 EGARCH Model

Για να ξεπεραστούν κάποιες αδυναμίες του μοντέλου GARCH στον χειρισμό χρηματοοικονομικών σειρών, ο Nelson (1991) προτείνει το εκθετικό (exponential) GARCH (EGARCH) μοντέλο.

$$\epsilon_t = \sigma_t Z_t$$

$$Z_t \sim i.i.d N(0,1)$$

$$\ln(\sigma_t^2) = a_t + \sum_{k=1}^{\infty} \beta_k g(Z_{t-k}), \beta_1 = 1$$

όπου  $\{a_t\}_{t=-\infty, \infty}$  και  $\{\beta_k\}_{k=1, \infty}$  είναι πραγματικές, μη στοχαστικές, βαθμωτές ακολουθίες και ισχύει:

$$g(Z_t) = \theta Z_t + \gamma[|Z_t| - (2/\pi)^{1/2}]$$

δηλαδή ο λογάριθμος του  $\sigma_t^2$  αποτελεί γραμμική χρονική υστέρηση του  $Z_t$ , όπως επίσης και το  $|Z_t|$  είναι μια χρονική συνάρτηση. Ο μέσος του  $g(Z_t)$  ισούται με το μηδέν (0), οι όροι της είναι ανεξάρτητοι και ισόνομα κατανομημένοι, με δύο μέσους να ισούνται με το μηδέν (0), συνιστώσες σειριακές και ταυτόχρονα ασυσχέτιστες,  $\theta Z_t$  και  $\gamma[|Z_t| - (2/\pi)^{1/2}]$ . Τα δύο στατιστικά επιτρέπουν οποιοδήποτε επιθυμητό βαθμό της υπό όρους συσχέτισης μεταξύ του  $Z_t$  και τις μεταβολές στο  $\ln(\sigma_t^2)$ . Στο μοντέλο GARCH, αυτή η υπό όρους συσχέτιση είναι πάντα ίση με το μηδέν (0). Σ' αυτό το σημείο πρέπει να επισημανθεί ότι για παράδειγμα οι αλλαγές στο επίπεδο της αγοράς των μετοχών είναι αρνητικά συσχετισμένες με τις αλλαγές στην μεταβλητότητα. Αυτοί οι δύο τομείς στο  $g(\cdot)$  επιτρέπει στο EGARCH μοντέλο να καταγράψει αυτήν την συσχέτιση με έναν τρόπο στον οποίο το GARCH μοντέλο δεν μπορεί να λειτουργήσει, μιας και οι αλλαγές στο  $\sigma_t^2$  που εξαρτάται από το  $Z_t^2$ , είναι ασυσχέτιστα με το  $Z_t$ .

## Κεφάλαιο 4: Στατιστική Ανάλυση Δεδομένων

### 4.1 Περιγραφικά Στατιστικά

Τα δεδομένα που χρησιμοποιούνται για την εξαγωγή αποτελεσμάτων για τον Χάρτη Κινδύνου (Risk Map), είναι τέσσερις (4) διαφορετικές χρηματοοικονομικές σειρές οι οποίες κατά σειρά που εμφανίζονται παρακάτω είναι η ισοτιμία Euro (€)/ Dollar (\$), ο δείκτης Πετρελαίου Brent – Europe, το 10ετές Γερμανικό Ομόλογο και τέλος ο δείκτης του Αμερικάνικου Χρηματιστηρίου S&P 500. Όπως είναι φανερό χρησιμοποιήθηκαν τέσσερα στοιχεία που διαπραγματεύονται στο χρηματιστήριο αξιών. Στο σημείο αυτό της εργασίας θα αναφερθούν εκτενέστερα τα περιγραφικά στατιστικά των τεσσάρων σειρών, καθώς και οι διαδικασίες που ακολουθήθηκαν ώστε να εξαχθούν τα αποτελέσματα στατιστικών ελέγχων που πραγματοποιούνται παρακάτω. Θα πρέπει να τονισθεί ότι χρησιμοποιήθηκαν πραγματικές τιμές της αγοράς, όπως επίσης ότι και το δείγμα είναι διαφορετικό μεταξύ των υπό εξέταση χρηματοοικονομικών σειρών.

Αρχικά, παρακάτω αναφέρονται σε πίνακες και διαγράμματα τα περιγραφικά στατιστικά των παραπάνω χρηματοοικονομικών σειρών σε τιμές αγοράς, όπως επίσης και μετά την μετατροπή τους σε λογαριθμικές αποδόσεις. Στην συνέχεια, πραγματοποιείται μια σειρά ελέγχων που αφορούν την μέση απόδοση, την ασυμμετρία καθώς επίσης και την υπερβάλλουσα κύρτωση για να εξαχθεί το συμπέρασμα αν είναι ίσα με το μηδέν (0). Η εξαγωγή συμπερασμάτων από τους παραπάνω ελέγχους βοηθά σε πολλά επίπεδα, όπως για παράδειγμα στο να κρατήσει ένας επενδυτής θέση αγοράς (long) ή θέση πώλησης (short) για ένα χρηματοοικονομικό προϊόν, καθώς επίσης και στην διαχείριση του κινδύνου. Επίσης, θα πραγματοποιηθεί και ο έλεγχος για το αν οι αποδόσεις ακολουθούν την κανονική κατανομή. Αυτό θα γίνει μέσω του ελέγχου Jarque and Berra.

Στην συνέχεια θα εξεταστεί η αυτοσυσχέτιση και η μερική αυτοσυσχέτιση μεταξύ των παρατηρήσεων των σειρών μέσω των κατάλληλων ελέγχων.

#### 4.1.1 Έλεγχοι

Όπως έχει αναφερθεί και παραπάνω οι απλές αποδόσεις μετατρέπονται σε λογαριθμικές αποδόσεις μέσω της διαδικασίας:

$$r_t = \ln(1 + R_t) = \ln \frac{P_t}{P_{t-1}} = p_t - p_{t-1}$$

όπου  $p_t = \ln(P_t)$ . Επίσης, ορίζονται και οι αποδόσεις μιας χρηματοοικονομικής σειράς ως εξής:

$$\begin{aligned} r_t[k] &= \ln(1 + R_t[k]) = \ln [(1 + R_t)(1 + R_{t-1}) \dots (1 + R_{t-k+1})] \\ &= \ln(1 + R_t) + \ln(1 + R_{t-1}) + \dots + \ln(1 + R_{t-k+1}) \\ &= r_t + r_{t-1} + \dots + r_{t-k+1} \end{aligned}$$

Για τον έλεγχο αν η μέση απόδοση είναι ίση με το μηδέν χρησιμοποιείται η υπόθεση  $H_0: \mu = 0$ , έναντι της εναλλακτικής  $H_1: \mu \neq 0$ . Ουσιαστικά, η πρώτη ροπή είναι ο μέσος, ο οποίος και υπολογίζει την κεντρική θέση της κατανομής. Η τρίτη κεντρική ροπή, ή αλλιώς ασυμμετρία χρησιμοποιείται για να συνοψίσει την έκταση της ασυμμετρίας, καθώς επίσης και το πάχος της ουράς. Η υπόθεση που πραγματοποιείται και σ' αυτή την περίπτωση είναι η  $H_0: S(r) = 0$  έναντι της εναλλακτικής υπόθεσης  $H_1: S(r) \neq 0$ , για μία σειρά αποδόσεων χαρτοφυλακίου  $\{r_1, \dots, r_t\}$ . Το στατιστικό  $t$ -ratio υπολογίζεται μέσω του τύπου:

$$t = \frac{\hat{S}_r}{\sqrt{6/T}} \quad (1)$$

όπου  $\hat{S}_r$  είναι η εκτιμώμενη ασυμμετρία και  $T$  το πλήθος των παρατηρήσεων. Απορρίπτεται η μηδενική υπόθεση  $H_0$  σε επίπεδο σημαντικότητας  $\alpha$ , αν  $|t| > Z_{\alpha/2}$ , όπου  $Z_{\alpha/2}$  είναι το άνω  $100(\alpha/2)$ -ιστό ποσοστημόριο της τυπικής κανονικής κατανομής. Εναλλακτικά, μπορεί να υπολογισθεί και μέσω του  $p$ -value των στατιστικών ελέγχων, όπου απορρίπτεται η  $H_0$  αν και μόνο αν το  $p$ -value είναι μικρότερο του  $\alpha$ .

Στην συνέχεια, ορίζεται η ποσότητα  $K - 3$ , όπου  $K$  ορίζεται ως η κύρτωση, η οποία ονομάζεται υπερβάλλουσα κύρτωση και αυτό επειδή ισχύει  $K = 3$  σε μία κανονική κατανομή. Με αυτό τον τρόπο και παίρνοντας υπόψη και τα παραπάνω που έχουν αναφερθεί, μπορεί να εξεταστεί η υπερβάλλουσα κύρτωση της σειράς των αποδόσεων μέσω των υποθέσεων  $H_0: K(r) - 3 = 0$ , έναντι της εναλλακτικής  $H_1: K(r) - 3 \neq 0$ .

Πραγματοποιείται μία παρόμοια διαδικασία όπως και παραπάνω και αυτό ορίζεται με τον στατιστικό έλεγχο

$$t = \frac{\hat{K}(r) - 3}{\sqrt{24/T}} \quad (2)$$

Όπου  $t$  μια ασυμπτωτικά τυπική κανονική τυχαία μεταβλητή και  $\hat{K}(r)$  ορίζεται ως η εκτιμώμενη κύρτωση για την παραπάνω σειρά αποδόσεων. Το πώς ελέγχεται η επάρκεια ή μη του ελέγχου δίνεται από την απόρριψη ή μη της μηδενικής υπόθεσης  $H_0$  αν και μόνο αν το  $p$  - *value* του στατιστικού ελέγχου είναι μικρότερο του επιπέδου εμπιστοσύνης  $\alpha$ . Τέλος, μέσω του ελέγχου Jarque and Berra (1987), συνδυάζονται οι δύο παραπάνω έλεγχοι και προκύπτει:

$$JB = \frac{\hat{S}^2(r)}{6/T} + \frac{[\hat{K}(r) - 3]^2}{24/T} \quad (3)$$

ο οποίος είναι ασυμπτωτικά κατανομημένος με την  $\chi^2$  κατανομή με δύο (2) βαθμούς ελευθερίας, έτσι ώστε να ελεγχθεί αν οι αποδόσεις του χαρτοφυλακίου που εξετάζονται ακολουθούν την κανονική κατανομή. Επίσης, απορρίπτεται η μηδενική υπόθεση  $H_0$  της κανονικότητας αν το  $p$  - *value* του εκτιμώμενου στατιστικού  $JB$  είναι μικρότερο από το επίπεδο εμπιστοσύνης.

#### 4.1.2 Συσχέτιση Μεταβλητών

Ο συντελεστής γραμμικής συσχέτισης μεταξύ δύο ποσοτικών μεταβλητών ορίζεται από το πηλίκο ως:

$$\rho_{X,Y} = \frac{Cov(X,Y)}{\sqrt{Var(X)Var(Y)}}$$

Όπου  $Cov(X,Y)$  ορίζεται ως η συνδιακύμανση των μεταβλητών  $X,Y$  και  $Var(X), Var(Y)$  είναι οι τυπικές αποκλίσεις αυτών. Αυτός ο συντελεστής μετρά την γραμμική σχέση μεταξύ των δύο (2) παραπάνω μεταβλητών μέσω της ανισότητας  $-1 \leq \rho_{X,Y} \leq 1$  και της σχέσης  $\rho_{X,Y} = \rho_{Y,X}$ . Όταν παίρνει την τιμή  $-1$  σημαίνει ότι υπάρχει πλήρης (τέλεια) συσχέτιση και μάλιστα οι τιμές της μιας μεταβλητής αυξάνουν, ενώ οι άλλες μεταβλητές μειώνονται. Ομοίως, η τιμή  $+1$  σημαίνει επίσης πλήρης (τέλεια) συσχέτιση των δύο μεταβλητών και

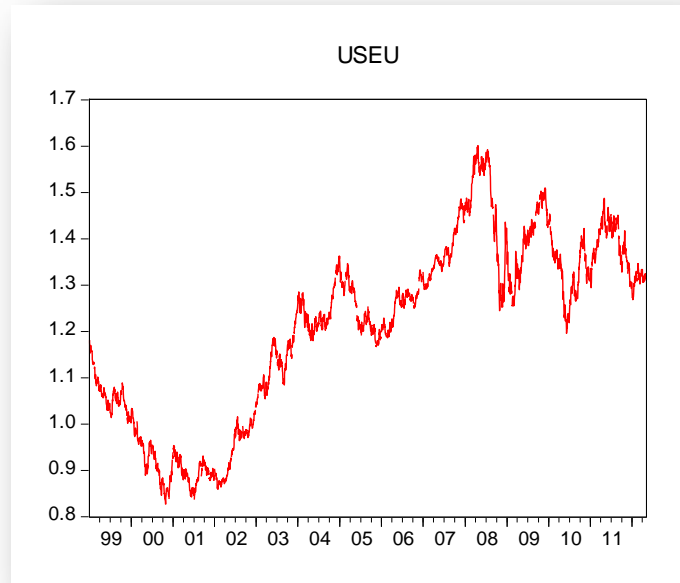
μάλιστα οι τιμές και των δύο βαίνουν αύξουσες ή φθίνουσες. Αντίθετα αν  $\rho_{X,Y} = 0$  τότε οι μεταβλητές  $X$  και  $Y$  θεωρούνται ασυσχέτιστες (ανεξάρτητες).

#### 4.1.3 Joint test (Ljung – Box statistics)

Στις χρηματοοικονομικές σειρές συχνά απαιτείται ο από κοινού έλεγχος των διαφορετικών αυτοσυσχετίσεων των αποδόσεων να είναι ίσος με το μηδέν. Χρησιμοποιείται η μηδενική υπόθεση  $H_0: \rho_1 = \dots = \rho_m = 0$  έναντι της εναλλακτικής υπόθεσης  $H_1: \rho_i \neq 0$  για κάθε  $i \in \{1, \dots, m\}$ . Κάτω από αυτή την υπόθεση, η μεταβλητή  $\{r_t\}$  είναι ανεξάρτητη και ισόνομη με ορισμένες στιγμιαίες προϋποθέσεις και η συσχέτιση είναι ασυμπτωτική με την κατανομή  $\chi_m^2$  με  $m$  βαθμούς ελευθερίας. Η συνθήκη απόρριψης της μηδενικής υπόθεσης  $H_0$  ισχύει αν το  $Q(m) > \chi_\alpha^2$ , όπου το  $Q(m)$  δηλώνει την συσχέτιση στην παρατήρηση  $m$  και επίσης  $\chi_\alpha^2$  είναι το  $100(1 - \alpha)$ -ιστό ποσοτημόριο μίας  $\chi_m^2$  κατανομής με  $m$  βαθμούς ελευθερίας.

#### 4.2 Ισοτιμία Euro (€)/ Dollar (\$)

Την 1<sup>η</sup> Ιανουαρίου 1999 υιοθετήθηκε το ευρώ άυλα με τις συναλλαγματικές ισοτιμίες για τα νομίσματα των κρατών – μελών που είχαν συμφωνήσει να ενταχθούν στην Ενιαία Νομισματική Ένωση (Ευρωζώνη). Την πρώτη μέρα της διαπραγματεύσεως του στο Χρηματιστήριο της Φρανκφούρτης στις 4 Ιανουαρίου 1999 το ευρώ έχει τιμή 1,1747 σε σχέση με το δολάριο των ΗΠΑ. Έτσι και στην συγκεκριμένη περίπτωση το δείγμα που χρησιμοποιήθηκε είναι από τις 4/1/1999 μέχρι και τις 4/5/2012, με πλήθος παρατηρήσεων 3,356. Παρατίθεται το διάγραμμα τιμών της ισοτιμίας.



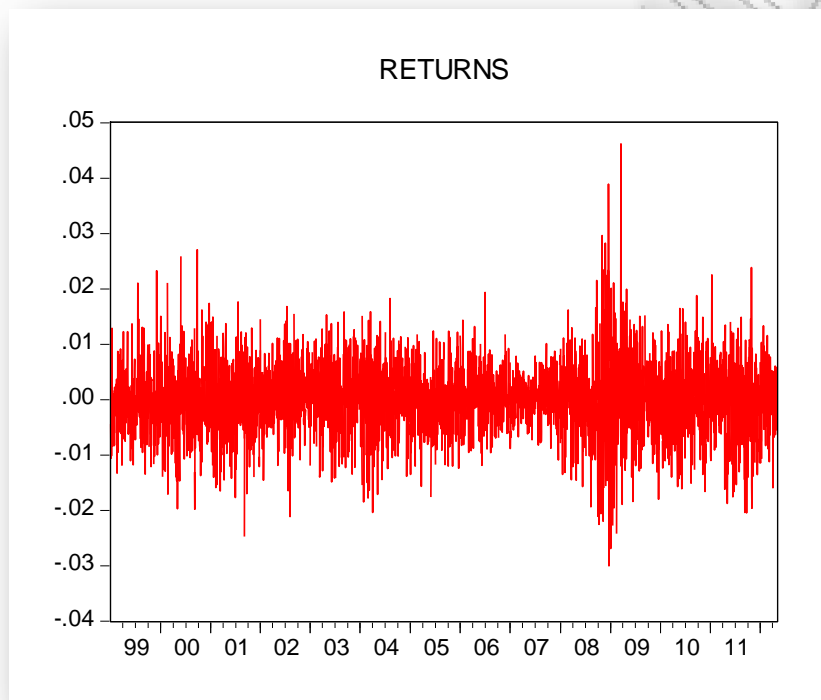
Διάγραμμα τιμών

Όπως έχει αναφερθεί και παραπάνω η ισοτιμία στις 4 Ιανουαρίου 1999 άνοιξε με ένα ευρώ στα 1.1747 δολάρια. Το ιστορικό χαμηλό μέχρι σήμερα έγινε στις 26 Οκτωβρίου του 2000 με ισοτιμία 1 ευρώ = 0.8225 δολάρια. Οι οικονομικοί αναλυτές εκτιμούσαν ότι κακώς η ισοτιμία ευρώ – δολαρίου άνοιξε τόσο ψηλά την 4/1/1999. Αυτό δεν δικαιολογείται από τους ρυθμούς οικονομικής ανάπτυξης και τους λοιπούς οικονομικούς και χρηματοοικονομικούς δείκτες εκείνης της εποχής. Προσεγγίζοντας το επίπεδο ισοτιμίας μεταξύ ευρώ – δολαρίου από την πλευρά της θεωρίας της αγοραστικής δύναμης αποδεικνύεται ότι τη δίκαιη τιμή (fair price) δηλαδή το μακροχρόνιο επίπεδο ισορροπίας της συναλλαγματικής ισοτιμίας δύο νομισμάτων προκειμένου να ισούται η αγοραστική τους δύναμη, για το ευρωπαϊκό νόμισμα αποτελεί η περιοχή των 1.1700 δολαρίων. Η παραπάνω γραφική απεικόνιση αποδεικνύει παρατεταμένη περίοδο ανισορροπίας κατά την οποία η ισοτιμία κυμαινόταν κοντά και γύρω στην δίκαιη τιμή, άλλοτε πιο πάνω και άλλοτε πιο κάτω. Από την γέννηση της ισοτιμίας μέχρι και τον Απρίλιο του 2003, οι τιμές κυμαίνονταν γύρω από την δίκαιη τιμή. Από εκεί και πέρα, η ισοτιμία έχει μία ολόένα και αυξανόμενη τάση. Στα τέλη του Οκτωβρίου του 2007, το δολάριο προσέγγισε περιοχή ακραίων τιμών, δηλαδή 1 ευρώ = 1.43 δολάρια και έκτοτε διατηρείται θεωρητικά σε ιδιαίτερα «ακριβά» επίπεδα. Βέβαια η μέγιστη τιμή που επετεύχθη ποτέ ήταν τον Ιούλιο του 2008 με τιμή 1.5885 ευρώ/ δολάριο. Από εκείνο το σημείο και μετά ξεκίνησε η πτώση της τιμής της ισοτιμίας κάτι που έχει σχέση βέβαια με την μεγάλη οικονομική κρίση που ξέσπασε στις ΗΠΑ, η οποία βέβαια εξαπλώθηκε και επηρέασε όλο το χρηματοοικονομικό περιβάλλον παγκοσμίως. Το ευρωπαϊκό νόμισμα σήμερα (1 ευρώ = 1.31



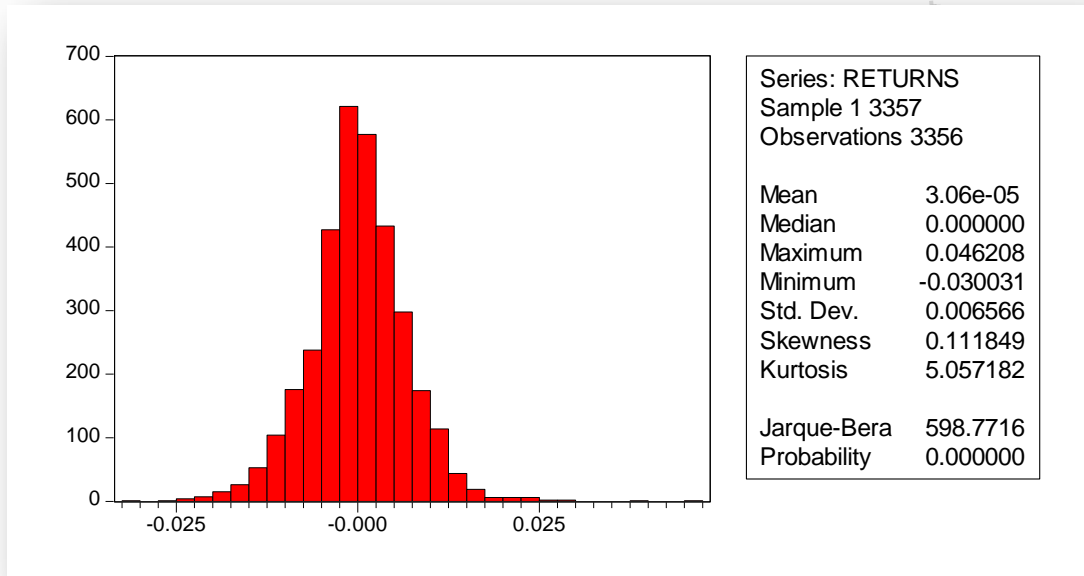
δολάρια) είναι κατά περίπου 29% υπερτιμημένο έναντι της δίκαιης τιμής του (1ευρώ = 1.17 δολάρια).

Όπως έχει αναφερθεί και παραπάνω, όλες οι οικονομικές σειρές μετατρέπονται σε λογαριθμικές αποδόσεις μέσω του τύπου:  $\log(\text{series}/\text{series}(-1))$ . Παρακάτω εμφανίζεται το διάγραμμα αποδόσεων.



Διάγραμμα αποδόσεων

Από το παραπάνω διάγραμμα αποδόσεων παρατηρείται ότι οι αποδόσεις κινούνται γύρω από τον μέσο, κάτι το οποίο είναι απολύτως φυσιολογικό. Επίσης, μπορεί κάποιος να διαπιστώσει την υψηλή διακύμανση στις περιόδους που αναφέρθηκαν και παραπάνω, τότε δηλαδή που υπήρξε τόσο η μέγιστη όσο και η ελάχιστη τιμή της ισοτιμίας, όπως και επίσης στις χρονικές στιγμές εκείνες που υπήρξαν οι πιο βίαιες αυξήσεις όσο και μειώσεις της τιμής του.



- 🚩 Δειγματικός Μέσος Αποδόσεων:  $3.06e^{-0.5}$
- 🚩 Διάμεσος: 0.000000
- 🚩 Μέγιστο Αποδόσεων: 0.046208
- 🚩 Ελάχιστο Αποδόσεων:  $-0.030031$
- 🚩 Τυπική Απόκλιση Αποδόσεων: 0.006566
- 🚩 Ασυμμετρία: 0.111849
- 🚩 Κύρτωση : 5.057182
- 🚩 Υπερβάλλουσα Κύρτωση:  $5.057182 - 3 = 2.057182$

Hypothesis Testing for RETURNS		
Date: 06/12/12 Time: 17:22		
Sample (adjusted): 1 3356		
Included observations: 3356 after adjustments		
Test of Hypothesis: Mean = 0.000000		
-----		
Sample Mean = 3.06e-05		
Sample Std. Dev. = 0.006566		
-----		
Method	Value	Probability
t-statistic	0.270289	0.7870
-----		

#### Έλεγχος μέσου

Στον παραπάνω πίνακα φαίνονται τα αποτελέσματα από τον έλεγχο αν ο μέσος είναι ίσος με το μηδέν (0). Το αποτέλεσμα που εξάγεται είναι ότι σε διάστημα εμπιστοσύνης  $\alpha = 0.05$ , δεν μπορεί να απορριφθεί η μηδενική υπόθεση  $H_0$ , καθώς το  $p - value$  ισούται με 0.7870, το οποίο είναι μεγαλύτερο από το διάστημα εμπιστοσύνης, δηλαδή:  $\alpha = 0.05 < p - value = 0.7870$ . Δεν μπορεί, δηλαδή, να απορριφθεί η υπόθεση ότι ο δειγματικός μέσος των αποδόσεων είναι ίσος με το μηδέν (0).

Στην συνέχεια, παρατίθεται ο έλεγχος ασυμμετρίας ο οποίος έχει αναλυθεί διεξοδικά παραπάνω. Ξεκινώντας θεωρείται η μηδενική υπόθεση  $H_0: S(r) = 0$  έναντι της εναλλακτικής υπόθεσης  $H_1: S(r) \neq 0$ . Το δεύτερο βήμα είναι ο υπολογισμός του στατιστικού t-ratio μέσω του τύπου (1), στον οποίο με αντικατάσταση προκύπτει:

$$t = \frac{0.111849}{\sqrt{6/3356}} = 2.645465$$

Οπότε ως συμπέρασμα μπορεί να εξαχθεί ότι βάσει και του παραπάνω υπολογισμού δηλαδή:  $|t| > Z_{\alpha/2} \Rightarrow 2.645465 > 1.96$ , απορρίπτεται η μηδενική υπόθεση  $H_0$  έναντι της εναλλακτικής  $H_1$ , κάτι το οποίο σημαίνει ότι δεν μπορεί να ειπωθεί ότι δεν υπάρχει ασυμμετρία.

Επιπλέον, θα διενεργηθεί ο έλεγχος για την ύπαρξη υπερβάλλουσας κύρτωσης μέσω της υπόθεσης  $H_0: K(r) - 3 = 0$  έναντι της  $H_1: K(r) - 3 \neq 0$ . Όπως έχει αναφερθεί και παραπάνω μέσω του τύπου (2) και με απλή αντικατάσταση έχουμε:

$$t = \frac{5.057182 - 3}{\sqrt{24/3356}} = 24.330037$$

Οπότε και μετά αυτό τον υπολογισμό προκύπτει ότι  $|t| > Z_{\alpha/2} \Rightarrow 24.330037 > 1.96$ , άρα απορρίπτεται η μηδενική υπόθεση  $H_0$  έναντι της εναλλακτικής  $H_1$ . Στην περίπτωση αυτή

μπορεί επίσης να ειπωθεί ότι επειδή η υπερβάλλουσα κύρτωση είναι θετική, δηλαδή μεγαλύτερη του μηδενός (0) η κατανομή έχει βαριές ουρές, δηλαδή είναι λεπτόκυρτη. Στην πράξη αυτό σημαίνει ότι η παραπάνω κατανομή ευνοεί την ύπαρξη ακραίων τιμών.

Τέλος, θα εξεταστεί αν οι αποδόσεις του χαρτοφυλακίου ακολουθούν την κανονική κατανομή. Αυτό θα γίνει μέσω του ελέγχου Jarque and Berra, όπως αναφέρθηκε και παραπάνω. Μέσω του τύπου (3) και με απλή αντικατάσταση έχουμε:

$$JB = \frac{0.111849}{6/3356} + \frac{[5.057182 - 3]^2}{24/3356} = 598.950146$$

Το αποτέλεσμα που προέκυψε ικανοποιεί την σχέση  $JB > \chi_2^2$ , όπου  $\chi_2^2 = 5.9910$ , οπότε απορρίπτεται η μηδενική υπόθεση  $H_0$  για την κανονικότητα της κατανομής.

Correlogram of RETURNS						
Date: 05/29/12 Time: 10:39						
Sample: 1/04/1999 5/04/2012						
Included observations: 3356						
Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob	
		1	0.013	0.013	0.5911	0.442
		2	-0.017	-0.017	1.5089	0.470
		3	0.002	0.002	1.5169	0.678
		4	0.040	0.040	6.8608	0.143
		5	-0.035	-0.037	11.080	0.050
		6	0.017	0.020	12.094	0.060
		7	0.040	0.038	17.354	0.015
		8	-0.016	-0.018	18.197	0.020
		9	-0.005	-0.000	18.270	0.032
		10	-0.012	-0.015	18.724	0.044
		11	-0.002	-0.003	18.735	0.066
		12	0.008	0.012	18.956	0.090

Θα εξεταστεί αν η αυτοσυσχέτιση στις πρώτες δώδεκα παρατηρήσεις είναι ίση με το μηδέν (0). Έστω η μηδενική υπόθεση  $H_0: \rho_1 = \dots = \rho_m = 0$  έναντι της εναλλακτικής υπόθεσης  $H_1: \rho_i \neq 0$ . Από τον παραπάνω πίνακα προκύπτει ότι  $Q(12) = 18.956$ . Επίσης μέσω υπολογισμών προκύπτει ότι  $\chi_{12}^2(0.05) = 21.026069$ . Επομένως, προκύπτει το συμπέρασμα ότι  $Q(12) < \chi_{12}^2(0.05)$ , το οποίο σημαίνει ότι δεν μπορεί να απορριφθεί η μηδενική υπόθεση  $H_0$ , άρα δεν υπάρχει και αυτοσυσχέτιση μεταξύ των δώδεκα πρώτων lags. Επίσης το  $p$ -value(0.090) είναι μεγαλύτερο του 0.05.

#### 4.3 Γερμανικό Ομόλογο 10ετούς διάρκειας

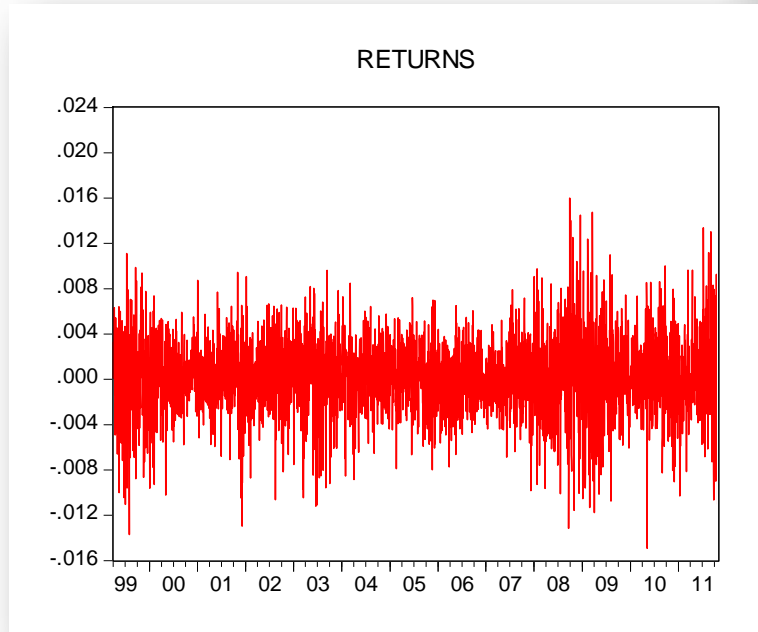
Το ομόλογο είναι ένα χρεόγραφο για το οποίο ο εκδότης του έχει την υποχρέωση να αποπληρώσει στον κάτοχο του την ονομαστική αξία στην λήξη του. Αυτό συμβαίνει στην περίπτωση που το ομόλογο δεν είναι με κουπόνι, καθώς στην περίπτωση αυτή υπάρχει καθορισμένη περιοδική αποπληρωμή του ομολόγου (πληρωμή κουπονιού). Τα ομόλογα εκδίδονται γενικώς για ένα καθορισμένης διάρκειας χρονικό διάστημα και αυτό είναι μεγαλύτερο του ενός έτους. Ουσιαστικά δηλαδή, το ομόλογο αποτελεί ένα δάνειο το οποίο αντλείται από τον εκδότη του δανείου όχι μέσω τραπεζικής διαμεσολάβησης, άλλα μέσω των κεφαλαιαγορών. Για να γίνει πιο σαφές, αναφέρεται ότι ο εκδότης είναι ο οφειλέτης, ο κάτοχος του ομολόγου ο δανειστής και στην περίπτωση που υπάρχει και κουπόνι, αυτό είναι ο τόκος. Το ομόλογο βοηθά τον εκδότη του να χρηματοδοτήσει μακροπρόθεσμες επενδύσεις με ξένα κεφάλαια. Για τα κρατικά ή κυβερνητικά ομόλογα, είναι επίσης ένα είδος δανεισμού για τις χώρες που το εκδίδουν με τα οποία καλύπτουν άμεσα τις δανειακές τους υποχρεώσεις. Συνήθως εκδίδονται για μεγάλα ποσά, θεωρούνται εξαιρετικής πιστωτικής αξίας και έχουν μεγάλη ρευστότητα. Ο λόγος ανάπτυξης τους ήταν τα μεγάλα ελλείμματα του προϋπολογισμού των χωρών και η διεθνοποίηση της αγοράς αυτής, αφού ο αριθμός των ξένων επενδυτών αυξήθηκε κατακόρυφα. Σήμερα το ομόλογο θεωρείται από τις ασφαλέστερες επενδύσεις, αν ληφθεί βέβαια υπόψη και η πιστοληπτική ικανότητα του εκδότη. Το Γερμανικό ομόλογο είναι και το ασφαλέστερο αυτή την στιγμή παγκοσμίως. Δεν πρέπει όμως να παραβλέπονται και οι κίνδυνοι οι οποίοι διέπουν την αγορά ενός ομολόγου. Σε περίπτωση ομολόγου σταθερού επιτοκίου υπάρχει ο κίνδυνος διάβρωσης της αξίας του λόγω πληθωρισμού, όπως επίσης και ο κίνδυνος των επιτοκίων, καθώς η κίνηση επιτοκίων αγοράς και τιμών ομολόγων κινούνται αντιστρόφως ανάλογα. Ακόμη, ο πιστοληπτικός κίνδυνος, δηλαδή ο εκδότης να είναι αφερέγγυος και τέλος ο κίνδυνος ρευστότητας, ο οποίος εξαρτάται από την προσφορά και την ζήτηση που υπάρχει σε μια αγορά ομολόγων.



Διάγραμμα τιμών

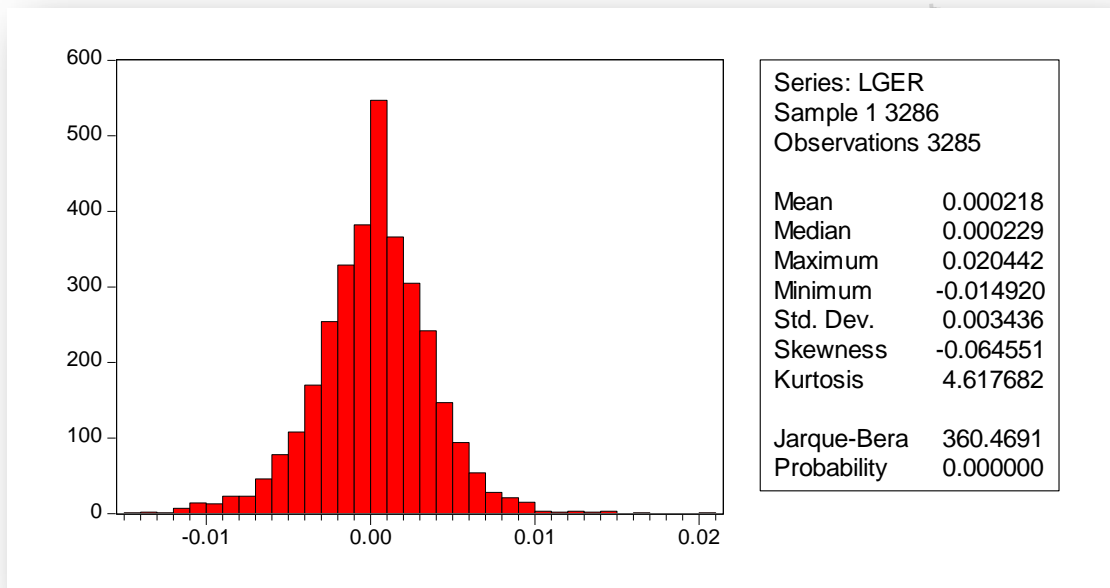
Το 10ετές Γερμανικό ομόλογο που εξετάζεται στην παρούσα διπλωματική εργασία έχει ημερολογιακό εύρος από τις 31 Μαρτίου 1999 έως και τις 2 Νοεμβρίου 2011 και το πλήθος των παρατηρήσεων είναι 3,285. Στο παραπάνω διάγραμμα, παρατηρείται η ανοδική κίνηση που είχε το 10ετές Γερμανικό ομόλογο από την στιγμή της έκδοσης του μέχρι και την αποπληρωμή του. Επιλέχθηκε η συγκεκριμένη χρονική περίοδος γιατί είναι και η απαρχή της Οικονομικής Νομισματικής Ένωσης και η εισαγωγή του νομίσματος του ευρώ, ένα γεγονός το οποίο ενόησε τις μεγάλες και δυνατές οικονομίες της Ευρώπης, πόσο μάλλον την ισχυρότερη από αυτές, τη Γερμανία. Σε αυτό το σημείο, πρέπει να τονισθεί ότι το Γερμανικό Ομόλογο είναι ο «οδηγός» για τα ομόλογα των άλλων κρατών της Ευρωζώνης, καθώς βάσει της τιμής του καθορίζεται και το επιτοκιακό περιθώριο (spread). Ουσιαστικά με τον όρο spread εννοούμε την διαφορά των τιμών των επιτοκίων δανεισμού μεταξύ των χωρών. Ως μονάδα μέτρησης ορίζεται η μονάδα βάσης. Όπως έχει αναφερθεί και παραπάνω, με την ισοτιμία ευρώ – δολαρίου υπάρχει μία μικρή κάμψη από τα μέσα του 1999 μέχρι και τα μέσα του 2000, μιας και η τότε δημιουργία του ενιαίου ευρωπαϊκού νομίσματος ήταν ένα νέο εγχείρημα. Στην πορεία και μέχρι την λήξη του, η ανοδική πορεία είναι έκδηλη με μία μικρή στασιμότητα κοντά στο 2008 λόγω της οικονομικής κρίσης που ξέσπασε στις ΗΠΑ.

Το πρώτο βήμα είναι στο να μετατραπεί η απλή οικονομική σειρά σε λογαριθμικές αποδόσεις μέσω του τύπου:  $\log(\text{series}/\text{series}(-1))$



Διάγραμμα αποδόσεων

Στο παραπάνω διάγραμμα αποδόσεων μπορεί κανείς να παρατηρήσει ότι οι αποδόσεις κινούνται γύρω από τον μέσο (0.000218), κάτι το οποίο είναι αναμενόμενο. Από την άλλη, η διακύμανση δεν φθάνει σε πολύ υψηλά επίπεδα, μιας και το ομόλογο διαγράφει μια σταθερά ανοδική πορεία, χωρίς μεγάλες διακυμάνσεις. Αυτό έχει σχέση και με το ευρύτερο χρηματοοικονομικό περιβάλλον, μιας και η Γερμανία αποτελεί μια από τις πιο σταθερές οικονομίες του κόσμου.



- 🚩 Δειγματικός Μέσος Αποδόσεων: 0.000218
- 🚩 Διάμεσος: 0.000229
- 🚩 Μέγιστο Αποδόσεων: 0.020442
- 🚩 Ελάχιστο Αποδόσεων: -0.014920
- 🚩 Τυπική Απόκλιση Αποδόσεων: 0.003436
- 🚩 Ασυμμετρία: -0.064551
- 🚩 Κύρτωση : 4.617682
- 🚩 Υπερβάλλουσα Κύρτωση:  $4.617682 - 3 = 1.617682$



Hypothesis Testing for LGER		
Date: 06/13/12 Time: 13:35		
Sample (adjusted): 1 3285		
Included observations: 3285 after adjustments		
Test of Hypothesis: Mean = 0.000000		
Sample Mean = 0.000218		
Sample Std. Dev. = 0.003436		
Method	Value	Probability
t-statistic	3.636752	0.0003

#### Έλεγχος μέσου

Στον παραπάνω πίνακα φαίνονται τα αποτελέσματα από τον έλεγχο για το αν ο μέσος είναι ίσος με το μηδέν (0). Το αποτέλεσμα που εξάγεται είναι ότι σε διάστημα εμπιστοσύνης  $\alpha = 0.05$ , απορρίπτεται η μηδενική υπόθεση  $H_0: \mu = 0$  έναντι εναλλακτικής υπόθεσης  $H_1: \mu \neq 0$ , καθώς το  $p$ -value ισούται με 0.0003, το οποίο είναι μικρότερο από το διάστημα εμπιστοσύνης, δηλαδή:  $\alpha = 0.05 > p$ -value = 0.0003. Άρα το συμπέρασμα που προκύπτει είναι ότι δεν μπορεί να απορριφθεί η υπόθεση ότι ο δειγματικός μέσος των αποδόσεων είναι διάφορος του μηδενός (0).

Εν συνεχεία, παρατίθεται ο έλεγχος ασυμμετρίας ο οποίος όπως έχει αναλυθεί διεξοδικά παραπάνω. Ξεκινώντας θεωρείται η μηδενική υπόθεση  $H_0: S(r) = 0$  έναντι της εναλλακτικής υπόθεσης  $H_1: S(r) \neq 0$ . Το δεύτερο βήμα είναι ο υπολογισμός του στατιστικού t-ratio μέσω του τύπου (1), στον οποίο με αντικατάσταση προκύπτει:

$$t = \frac{-0.064551}{\sqrt{6/3285}} = -1.510641$$

Οπότε ως συμπέρασμα μπορεί να εξαχθεί ότι βάσει και του παραπάνω υπολογισμού δηλαδή:  $|t| < Z_{\alpha/2} \Rightarrow 1.510641 < 1.96$ , δεν απορρίπτεται η μηδενική υπόθεση  $H_0$  έναντι της υπόθεσης  $H_1$ , κάτι το οποίο σημαίνει ότι μπορεί να ειπωθεί ότι υπάρχει ασυμμετρία.

Ακόμη, θα διενεργηθεί ο έλεγχος για την ύπαρξη υπερβάλλουσας κύρτωσης μέσω της υπόθεσης  $H_0: K(r) - 3 = 0$  έναντι της  $H_1: K(r) - 3 \neq 0$ . Όπως έχει αναφερθεί και παραπάνω μέσω του τύπου (2) και με απλή αντικατάσταση έχουμε:

$$t = \frac{4.617682 - 3}{\sqrt{24/3285}} = 18.928723$$

Οπότε και μετά από αυτό τον υπολογισμό προκύπτει ότι  $|t| > Z_{\alpha/2} \Rightarrow 18.928723 > 1.96$ , άρα απορρίπτεται η μηδενική υπόθεση  $H_0$  έναντι της εναλλακτικής υπόθεσης  $H_1$ . Στην

περίπτωση αυτή μπορεί επίσης να ειπωθεί ότι επειδή η υπερβάλλουσα κύρτωση είναι θετική, δηλαδή μεγαλύτερη του μηδενός (0) η κατανομή έχει βαριές ουρές, δηλαδή είναι λεπτόκυρτη. Στην πράξη αυτό σημαίνει ότι η παραπάνω κατανομή ευνοεί την ύπαρξη ακραίων τιμών.

Επιπρόσθετα, ελέγχεται αν οι αποδόσεις του χαρτοφυλακίου ακολουθούν την κανονική κατανομή. Αυτό θα γίνει μέσω του ελέγχου Jarque and Berra, όπως αναφέρθηκε και παραπάνω. Μέσω του τύπου (3) και με απλή αντικατάσταση έχουμε:

$$JB = \frac{-0.064551}{6/3285} + \frac{[4.617682 - 3]^2}{24/3285} = 360.678582$$

Το αποτέλεσμα που προέκυψε ικανοποιεί την σχέση  $JB > \chi_2^2$ , όπου  $\chi_2^2 = 5.9910$ , οπότε απορρίπτεται η μηδενική υπόθεση  $H_0$  για την κανονικότητα της κατανομής.

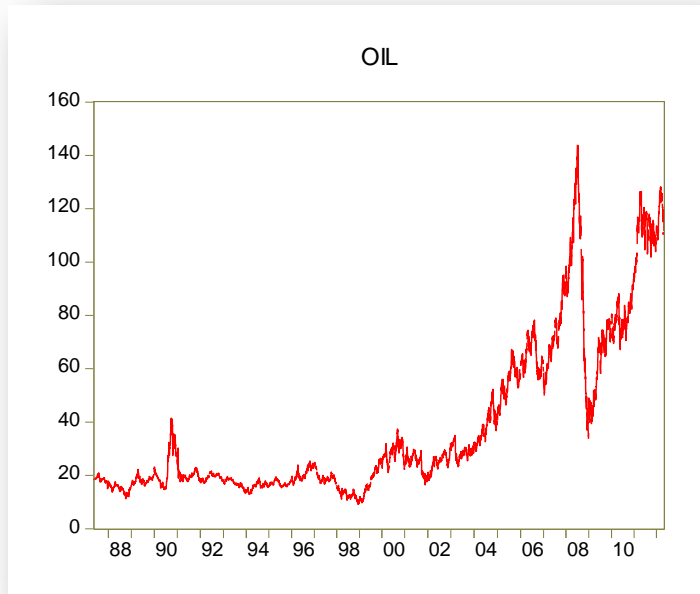
Correlogram of RETURNS						
Date: 05/29/12 Time: 10:52						
Sample: 3/31/1999 11/02/2011						
Included observations: 3285						
Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob	
		1	0.069	0.069	15.503	0.000
		2	-0.016	-0.020	16.310	0.000
		3	-0.032	-0.029	19.607	0.000
		4	0.021	0.025	21.023	0.000
		5	-0.008	-0.012	21.232	0.001
		6	-0.018	-0.017	22.283	0.001
		7	-0.024	-0.020	24.103	0.001
		8	-0.011	-0.009	24.476	0.002
		9	0.013	0.013	25.014	0.003
		10	0.018	0.016	26.131	0.004
		11	-0.011	-0.013	26.507	0.005
		12	0.011	0.014	26.936	0.008

Τέλος, θα εξεταστεί αν η αυτοσυσχέτιση στις πρώτες δώδεκα παρατηρήσεις είναι ίση με το μηδέν (0). Έστω η μηδενική υπόθεση  $H_0: \rho_1 = \dots = \rho_m = 0$  έναντι της εναλλακτικής υπόθεσης  $H_1: \rho_i \neq 0$ . Από τον παραπάνω πίνακα προκύπτει ότι  $Q(12) = 26.936$ . Επίσης μέσω υπολογισμών προκύπτει ότι  $\chi_{12}^2(0.05) = 21.026069$ . Επομένως προκύπτει ότι  $Q(12) > \chi_{12}^2(0.05)$ , το οποίο σημαίνει ότι απορρίπτεται η μηδενική υπόθεση  $H_0$ , οπότε υπάρχει αυτοσυσχέτιση μεταξύ των δώδεκα πρώτων lags. Επίσης το  $p - value(0.008)$  είναι μικρότερο του 0.05.

#### 4.4 Πετρέλαιο: Brent – Europe

Το πετρέλαιο (προέρχεται από τις λέξεις πέτρα και έλαιο), αποτελεί σήμερα την σπουδαιότερη φυσική μορφή ενέργειας. Το πετρέλαιο έχει το σημαντικότερο μερίδιο στην αγορά ενέργειας από κάθε άλλο καύσιμο, μολονότι αυτή η αναλογία μειώνεται. Έτσι, ενώ το 1970 το πετρέλαιο αποτελούσε το 60% της βασικής παροχής ενέργειας, σήμερα έχει μειωθεί στο 44%. Η ζήτηση πετρελαίου αυξάνεται κυρίως στον τομέα των μεταφορών, αφού οι μεταφορές εξαρτώνται αποκλειστικά από αυτό και αποτελούν τον κύριο καταναλωτή του. Αυτός είναι και ο λόγος που μια κρίση στην παροχή πετρελαίου είναι δυσκολότερη να χαλιναγωγηθεί σε αυτόν τον τομέα από οποιαδήποτε άλλη διακοπή παροχής οποιουδήποτε άλλου καυσίμου. Η Ευρώπη έχει επωφεληθεί από την εκμετάλλευση των εγχώριων αποθεμάτων, τα οποία βέβαια είναι περιορισμένα. Τα αποθέματα της Νορβηγίας είναι τα μεγαλύτερα της Ευρώπης και αποτελούν μόλις το 2% των παγκόσμιων αποθεμάτων. Αυτό σημαίνει ότι η εξάρτηση της Ευρώπης από την εισαγωγή πετρελαίου κυρίως από τις χώρες της Μέσης Ανατολής, κυμαίνεται από 60% ως 70% και αυτό το ποσοστό αναμένεται να αυξηθεί τα επόμενα χρόνια εξαιτίας της αύξησης της ζήτησης και της ταυτόχρονης μείωσης των εγχώριων αποθεμάτων. Όπως αναφέρθηκε και παραπάνω, το μεγαλύτερο ποσοστό αποθεμάτων πετρελαίου κατέχουν οι χώρες της Μέσης Ανατολής με ένα ποσοστό κοντά στο 64% παγκοσμίως. Μικρότερα ποσοστά αποθεμάτων κατέχει η Αμερική όπως και οι χώρες της πρώην Σοβιετικής ένωσης, των οποίων όμως τα αποθέματα καταναλώνονται από τις εγγύτερες περιοχές. Ως εκ τούτου, τα επόμενα χρόνια είναι φανερό ότι οι κύριες χώρες εξαγωγής πετρελαίου θα είναι οι χώρες της Μέσης Ανατολής.

Σε αυτό το σημείο πρέπει να τονισθεί ότι οι έντονες διακυμάνσεις των τιμών στις παγκόσμιες αγορές πετρελαίου προσελκύουν το έντονο ενδιαφέρον κυβερνήσεων, επιχειρήσεων και κοινής γνώμης. Αυτό γιατί η αύξηση των τιμών του πετρελαίου εντείνει τις πληθωριστικές πιέσεις λόγω των αλυσιδωτών επιδράσεων του κόστους που προκαλείται στο οικονομικό σύστημα, επιβαρύνοντας τόσο την θέση των επιχειρήσεων όσο και των νοικοκυριών. Η αβεβαιότητα που προκαλούν οι έντονες διακυμάνσεις στις τιμές του πετρελαίου, διαταράσσει την εφαρμογή επενδυτικών προγραμμάτων και μπορεί να οδηγήσει τις οικονομίες σε αστάθεια, ακόμη και σε ύφεση.

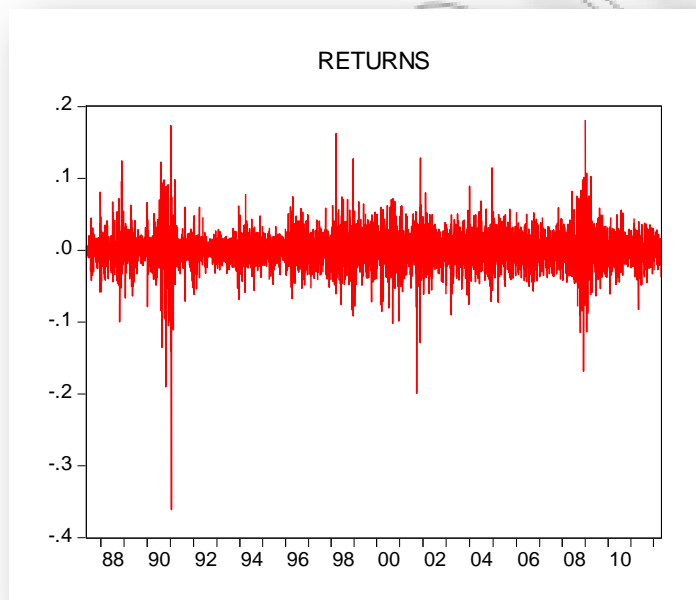


Διάγραμμα Τιμών

Ιστορικά οι τιμές αργού πετρελαίου χαρακτηρίζονται από μία μακροχρόνια σταθερότητα, η οποία όμως κατά περιόδους διαταράσσεται. Το συγκεκριμένο προϊόν έχει αποδεχθεί πολλές φορές στο παρελθόν ευαίσθητο σε παγκόσμιες κρίσεις, πολιτικές μεταβολές, πολέμους και ούτω κάθε εξής, λόγω της μεγάλης ανελαστικότητας της ζήτησης ως προς την τιμή, κάτι το οποίο οφείλεται κατά μεγάλο μέρος στην έλλειψη υποκατάστατων προϊόντων. Κατά τις τελευταίες δεκαετίες, κυρίαρχο ρόλο στην διαμόρφωση των τιμών αργού πετρελαίου παίζει ο OPEC (Organization of Oil Producing Countries), ο οποίος συντονίζει την παραγωγή πετρελαίου των κρατών μελών του και εμμέσως ασκεί επίδραση πάνω στις διαμορφούμενες τιμές. Παρατηρώντας το παραπάνω διάγραμμα, είναι φανερό ότι υπάρχει μία μικρή αύξηση της τιμής του πετρελαίου στις αρχές της δεκαετίας του 1990 και συγκεκριμένα από τα μέσα του 1990 και μέχρι τα μέσα του 1991 λόγω του πόλεμου του Κόλπου, όπως είναι ευρέως γνωστός, δηλαδή τον πόλεμο μεταξύ των συμμαχικών δυνάμεων υπό την καθοδήγηση των ΗΠΑ κατά του Ιράκ για την απελευθέρωση του Κουβέιτ. Επίσης, κάτι παρόμοιο παρατηρείται και στις αρχές του 2000 λόγω και πάλι της επέμβασης των ΗΠΑ στο Ιράκ, μιας χώρας η οποία αποτελεί μία από τις μεγαλύτερες παραγωγούς πετρελαίου παγκοσμίως. Από τότε και μέχρι τα μέσα του 2008 και πιο συγκεκριμένα στις 3 Ιουλίου, υπήρξε η μέγιστη τιμή του στα \$145.29 το βαρέλι, ενώ παρατηρείται μια συνεχώς αυξανόμενη τροχιά της τιμής του, όση περίπου και η παραμονή των Αμερικανικών στρατευμάτων στην περιοχή. Την ίδια χρονιά και λόγω και της οικονομικής κρίσης που ξέσπασε στις ΗΠΑ, η τιμή του αργού πετρελαίου κατρακύλησε στα \$40 το βαρέλι τον Δεκέμβριο. Μετά από μια περικοπή του

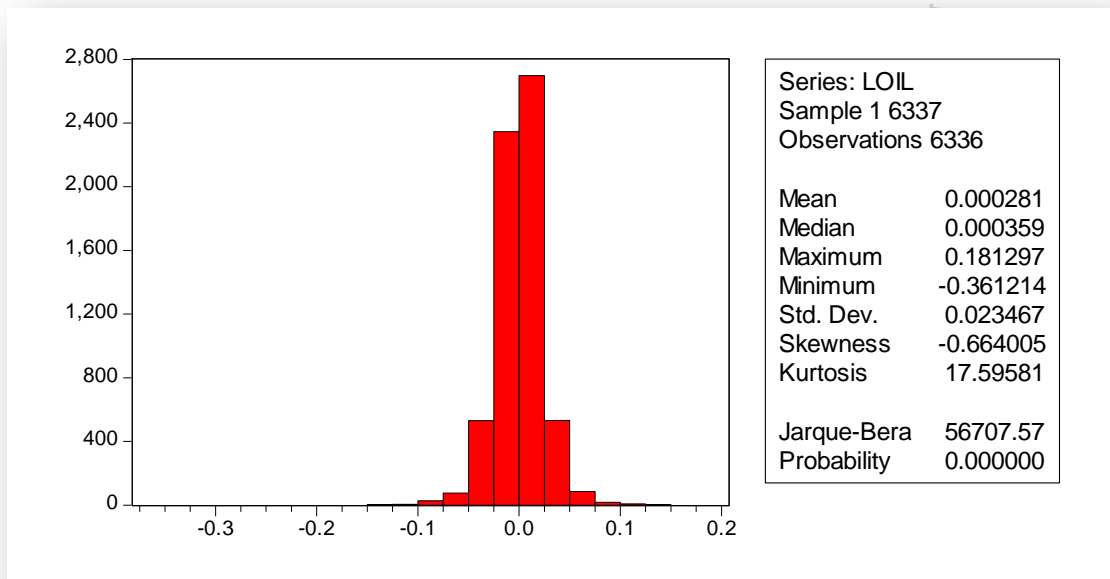
OPEC τον Ιανουάριο του 2009, οι τιμές αυξήθηκαν σταθερά και λόγω της αυξημένης ζήτησης στις χώρες της Ασίας. Τέλος, στα τέλη του Φεβρουαρίου του 2011, οι τιμές αυξήθηκαν και πάλι, ως αποτέλεσμα των απωλειών των εξαγωγών στην Λιβύη, λόγω των εσωτερικών προβλημάτων που αντιμετώπιζε η χώρα και του κινδύνου εμφυλίου πολέμου που ελλόχευε. Από τότε και μέχρι σήμερα, η τιμή του πετρελαίου δεν παρουσιάζει σημαντικές διακυμάνσεις.

Το πρώτο βήμα όπως έχει αναφερθεί και παραπάνω είναι η μετατροπή των απλών αποδόσεων σε ποσοστιαίες λογαριθμικές αποδόσεις χρησιμοποιώντας τον τύπο:  $\log(\text{series}/\text{series}(-1))$ . Το δείγμα που χρησιμοποιείται είναι από τις 20 Μαΐου 1987 έως και τις 8 Μαΐου 2012, με πλήθος παρατηρήσεων 6,336.



Διάγραμμα αποδόσεων

Το παραπάνω διάγραμμα εμφανίζει τις λογαριθμικές αποδόσεις της χρηματοοικονομικής σειράς του Αργού Πετρελαίου. Κάτι το οποίο είναι εμφανές, είναι ότι οι αποδόσεις κινούνται γύρω από τον μέσο (0.000281). Επιπρόσθετα, είναι ξεκάθαρες οι μεγάλες διακυμάνσεις, καθώς επίσης και οι ακραίες τιμές, λόγω κάποιων γεγονότων που αναφέρθηκαν διεξοδικά παραπάνω, τόσο μεταξύ της περιόδου 1990 – 1991, όσο και στις αρχές του 2000 και τέλος στα μέσα του 2008.



- ✚ Δειγματικός Μέσος Αποδόσεων: 0.000281
- ✚ Διάμεσος: 0.000359
- ✚ Μέγιστο Αποδόσεων: 0.181297
- ✚ Ελάχιστο Αποδόσεων: - 0.361214
- ✚ Τυπική Απόκλιση Αποδόσεων: 0.023467
- ✚ Ασυμμετρία: - 0.664005
- ✚ Κύρτωση : 17.59581
- ✚ Υπερβάλλουσα Κύρτωση:  $17.59581 - 3 = 14.59581$

Hypothesis Testing for LOIL		
Date: 06/13/12 Time: 21:13		
Sample (adjusted): 1 6336		
Included observations: 6336 after adjustments		
Test of Hypothesis: Mean = 0.000000		
-----		
Sample Mean = 0.000281		
Sample Std. Dev. = 0.023467		
-----		
Method	Value	Probability
t-statistic	0.952943	0.3407

#### Έλεγχος Μέσου

Στον παραπάνω πίνακα φαίνονται τα αποτελέσματα από τον έλεγχο για το αν ο μέσος είναι ίσος με το μηδέν (0). Το αποτέλεσμα που εξάγεται είναι ότι σε διάστημα εμπιστοσύνης  $\alpha = 0.05$ , δεν μπορεί να απορριφθεί η μηδενική υπόθεση  $H_0$ , καθώς το  $p - value$  ισούται με 0.3407, το οποίο είναι μεγαλύτερο από το διάστημα εμπιστοσύνης, δηλαδή:  $\alpha = 0.05 < p - value = 0.3407$ . Δεν μπορεί δηλαδή να απορριφθεί η υπόθεση ότι ο δειγματικός μέσος των αποδόσεων είναι ίσος με το μηδέν (0).

Επίσης, παρατίθεται ο έλεγχος ασυμμετρίας ο οποίος όπως έχει αναλυθεί διεξοδικά παραπάνω. Ξεκινώντας θεωρείται η μηδενική υπόθεση  $H_0: S(r) = 0$  έναντι της εναλλακτικής υπόθεσης  $H_1: S(r) \neq 0$ . Το δεύτερο βήμα είναι ο υπολογισμός του στατιστικού t-ratio μέσω του τύπου (1), στον οποίο με αντικατάσταση προκύπτει:

$$t = \frac{-0.664005}{\sqrt{6/6336}} = -21.577608$$

Οπότε ως συμπέρασμα μπορεί να εξαχθεί ότι βάσει και του παραπάνω υπολογισμού δηλαδή:  $|t| > Z_{\alpha/2} \Rightarrow 21.577608 > 1.96$ , απορρίπτεται η μηδενική υπόθεση  $H_0$  έναντι της εναλλακτικής  $H_1$ , κάτι το οποίο σημαίνει ότι δεν μπορεί να ειπωθεί ότι δεν υπάρχει ασυμμετρία.

Ακόμη, θα διενεργηθεί ο έλεγχος για την ύπαρξη υπερβάλλουσας κύρτωσης μέσω της υπόθεσης  $H_0: K(r) - 3 = 0$  έναντι της  $H_1: K(r) - 3 \neq 0$ . Όπως έχει αναφερθεί και παραπάνω μέσω του τύπου (2) και με απλή αντικατάσταση έχουμε:

$$t = \frac{17.59581 - 3}{\sqrt{24/6336}} = 237.153842$$

Οπότε και μετά αυτό τον υπολογισμό προκύπτει ότι  $|t| > Z_{\alpha/2} \Rightarrow 237.153842 > 1.96$ , άρα απορρίπτεται η μηδενική υπόθεση  $H_0$  έναντι της εναλλακτικής υπόθεσης  $H_1$ . Στην περίπτωση αυτή μπορεί επίσης να ειπωθεί ότι επειδή η υπερβάλλουσα κύρτωση είναι θετική, δηλαδή μεγαλύτερη του μηδενός (0) η κατανομή έχει βαριές ουρές, δηλαδή είναι λεπτόκυρτη. Στην πράξη αυτό σημαίνει ότι η παραπάνω κατανομή ευνοεί την ύπαρξη ακραίων τιμών.

Επιπρόσθετα, ελέγχεται αν οι αποδόσεις του χαρτοφυλακίου ακολουθούν την κανονική κατανομή. Αυτό θα γίνει μέσω του ελέγχου Jarque and Berra, όπως αναφέρθηκε και παραπάνω. Μέσω του τύπου (3) και με απλή αντικατάσταση έχουμε:

$$JB = \frac{-0.664005}{6/6336} + \frac{[17.59581 - 3]^2}{24/6336} = 56707.57$$

Το αποτέλεσμα που προέκυψε ικανοποιεί την σχέση  $JB > \chi_2^2$ , όπου  $\chi_2^2 = 5.9910$ , οπότε απορρίπτεται η μηδενική υπόθεση  $H_0$  για την κανονικότητα της κατανομής.

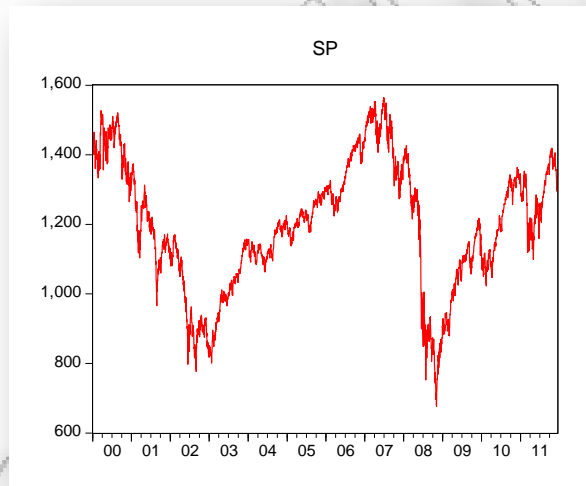
Correlogram of RETURNS						
Date: 05/29/12 Time: 10:24						
Sample: 5/20/1987 5/08/2012						
Included observations: 6336						
Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob	
		1	0.030	0.030	5.7425	0.017
		2	-0.011	-0.012	6.5225	0.038
		3	-0.024	-0.024	10.285	0.016
		4	-0.010	-0.009	10.936	0.027
		5	-0.016	-0.016	12.528	0.028
		6	-0.042	-0.041	23.472	0.001
		7	0.016	0.018	25.148	0.001
		8	-0.006	-0.009	25.406	0.001
		9	0.015	0.013	26.777	0.002
		10	0.004	0.003	26.865	0.003
		11	0.008	0.007	27.242	0.004
		12	-0.003	-0.004	27.315	0.007

Ο έλεγχος για το αν η αυτοσυσχέτιση στις πρώτες δώδεκα παρατηρήσεις είναι ίση με το μηδέν (0) παρουσιάζεται παρακάτω ως εξής: Έστω η μηδενική υπόθεση  $H_0: \rho_1 = \dots = \rho_m = 0$  έναντι της εναλλακτικής υπόθεσης  $H_1: \rho_i \neq 0$ . Από τον παραπάνω πίνακα προκύπτει ότι  $Q(12) = 27.315$ . Επίσης μέσω υπολογισμών προκύπτει ότι  $\chi_{12}^2(0.05) = 21.026069$ . Επομένως προκύπτει ότι  $Q(12) > \chi_{12}^2(0.05)$ , το οποίο σημαίνει ότι απορρίπτεται η μηδενική υπόθεση  $H_0$ , οπότε υπάρχει αυτοσυσχέτιση μεταξύ των δώδεκα πρώτων lags. Επίσης το  $p - value(0.007)$  είναι μικρότερο του 0.05.



#### 4.5 Δείκτης S&P 500

Ο δείκτης S&P 500 ή αλλιώς η Standard and Poor's 500 είναι ένας free – float σταθμισμένος δείκτης κεφαλαιοποίησης που βασίζεται στις τιμές των κοινών μετοχών των πεντακοσίων (500) Αμερικάνικων εταιριών. Είναι ένας από τους πιο κοινούς ακολουθούμενους δείκτες παγκοσμίως, ο οποίος θεωρείται ότι εμφανίζει παραστατικότερα την πορεία της Αμερικάνικης, όσο και της παγκόσμιας οικονομίας. Ο δείκτης Standard and Poor's παρουσίασε τον πρώτο χρηματιστηριακό δείκτη το 1923. Πριν από το 1957, ο πρωταρχικός ημερήσιος χρηματιστηριακός δείκτης ήταν ο «S&P 90» ένας σταθμισμένος δείκτης ο οποίος περιελάμβανε ενενήντα (90) μετοχές. Ο δείκτης S&P 500, όπως υπάρχει σήμερα, ξεκίνησε στις 4 Μαρτίου 1957. Ο δείκτης που εξετάζεται χρησιμοποιείται ευρέως ως μέτρο του γενικού επιπέδου των τιμών.

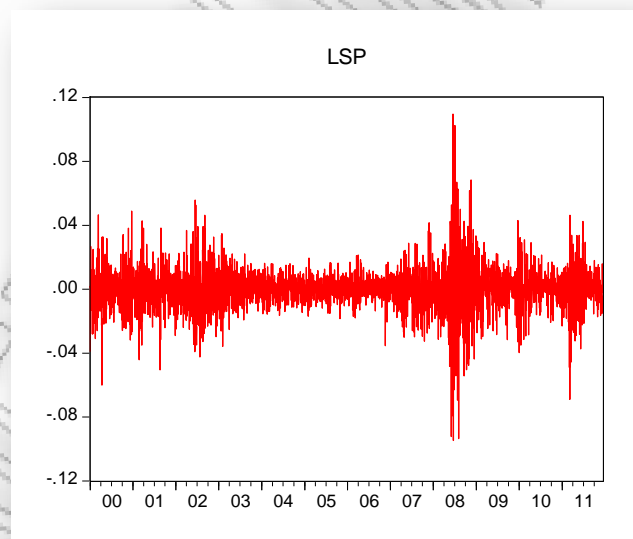


Διάγραμμα Τιμών

Όπως φαίνεται από το παραπάνω διάγραμμα ο δείκτης έφθασε σε ιστορικά υψηλά (μια τιμή η οποία δεν ξεπεράστηκε για επτά (7) έτη) στις 1,552.87 μονάδες στις 24 Μαρτίου 2000, κατά την διάρκεια της μετέπειτα «φούσκας» της εταιρίας dot.com. Στην συνέχεια ο δείκτης S&P 500 έχασε το 50% της αξίας του μέσα σε δύο (2) χρόνια και έφθασε κοντά στις 800 μονάδες τον Ιούλιο του 2002, όμως η κατρακύλα συνεχίστηκε φθάνοντας στις 768.63 μονάδες στις 10 Οκτωβρίου του ίδιου έτους κατά την πτώση του χρηματιστηρίου. Ωστόσο, στις 30 Μαΐου του 2007 ο δείκτης έκλεισε στις 1,530.23 μονάδες, το οποίο ήταν και το πρώτο ιστορικό υψηλό μετά από επτά (7) χρόνια. Το υψηλότερο, βέβαια σημείο του δείκτη πραγματοποιήθηκε στις

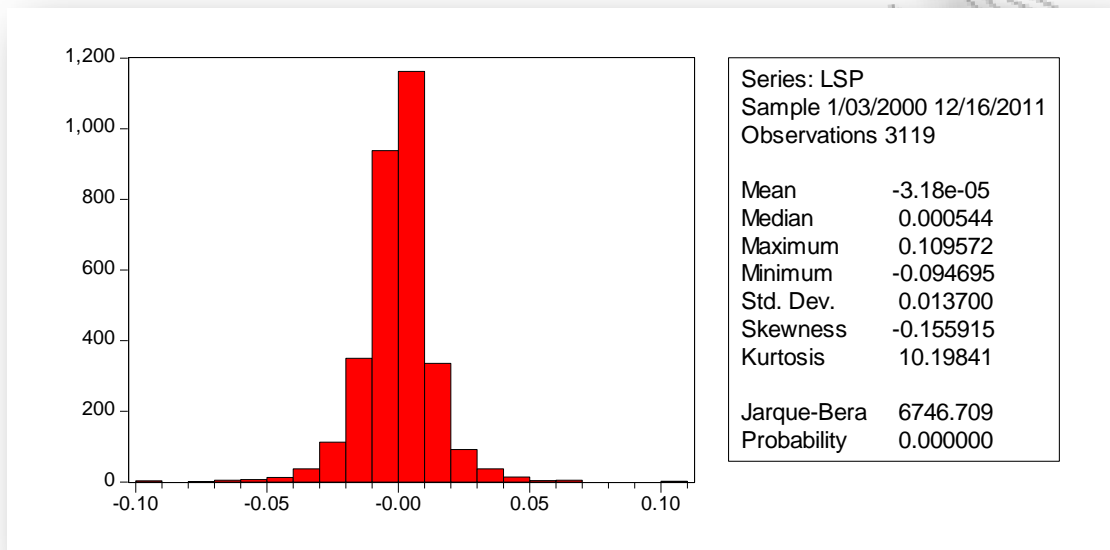
9 Οκτωβρίου 2007 στις 1,565.15 μονάδες. Στα μέσα του 2007 και λόγω της μεγάλης οικονομικής κρίσης, λόγω των στεγαστικών δανείων υψηλού κινδύνου, κάτι που κορυφώθηκε τον Μάρτιο του 2008 ο δείκτης φθάνει στις 676.53 μονάδες, το χαμηλότερο ιστορικό μετά και τις αρχές του 1997. Οι απώλειες του συγκεκριμένου έτους έφθασαν το 45.5%. Οι απώλειες της τριετίας αυτής της κρίσης έφθασε το 80% ενώ στην ευρύτερη αγορά στο μεγάλο κραχ του 1931 είχαν φθάσει στο 50%. Στην συνέχεια, ο δείκτης είχε μια απότομη ανάταση για να κλείσει την 1<sup>η</sup> Δεκεμβρίου 2010 στις 1,260.07 μονάδες, το οποίο μεταφράζεται ως και 78% πάνω από το ιστορικό χαμηλό που είχε συμβεί τρία χρόνια πριν, δηλαδή το 2007 αλλά και 23% πάνω από το υψηλότερο της χρονιάς εκείνης. Το φάσμα των 1,400 μονάδων ξεπεράστηκε μετά από πολύ καιρό στις 15 Μαρτίου 2012, ενώ το υψηλότερο σημείο επιτεύχθηκε στις 2 Απριλίου 2012 στις 1,422.38 μονάδες από τον Μάιο του 2008 και μετά.

Το πρώτο βήμα όπως έχει αναφερθεί και παραπάνω είναι η μετατροπή των απλών αποδόσεων σε λογαριθμικές αποδόσεις χρησιμοποιώντας τον τύπο:  $\log(\text{series}/\text{series}(-1))$ . Το δείγμα που χρησιμοποιείται είναι από τις 4 Ιανουαρίου 2000 έως και τις 16 Ιανουαρίου 2011 με πλήθος παρατηρήσεων 3,120.



Διάγραμμα αποδόσεων

Το διάγραμμα των λογαριθμικών αποδόσεων αναπαριστά με απόλυτη σαφήνεια, όλα τα ιστορικά στοιχεία που αναφέρθηκαν εκτενέστερα παραπάνω, με τα ιστορικά υψηλά και χαμηλά αντίστοιχα. Ακόμη, οι αποδόσεις κινούνται γύρω από τον μέσο, κάτι το οποίο είναι αναμενόμενο. Επιπρόσθετα, μπορεί κάποιος να παρατηρήσει και τις «ήρεμες» περιόδους, για παράδειγμα το διάστημα μεταξύ 2003 έως και 2006.



- ✚ Δειγματικός Μέσος Αποδόσεων:  $-3.18e^{-5}$
- ✚ Διάμεσος: 0.000544
- ✚ Μέγιστο Αποδόσεων: 0.109572
- ✚ Ελάχιστο Αποδόσεων:  $-0.094695$
- ✚ Τυπική Απόκλιση Αποδόσεων: 0.013700
- ✚ Ασυμμετρία:  $-0.155915$
- ✚ Κύρτωση : 10.19841
- ✚ Υπερβάλλουσα Κύρτωση:  $10.19841 - 3 = 7.19841$

Hypothesis Testing for LSP		
Date: 06/14/12 Time: 00:38		
Sample (adjusted): 1/03/2000 12/15/2011		
Included observations: 3119 after adjustments		
Test of Hypothesis: Mean = 0.000000		
Sample Mean = -3.18e-05		
Sample Std. Dev. = 0.013700		
Method	Value	Probability
t-statistic	-0.129629	0.8969

#### Έλεγχος μέσου

Στον παραπάνω πίνακα φαίνονται τα αποτελέσματα από τον έλεγχο αν ο μέσος είναι ίσος με το μηδέν (0). Το αποτέλεσμα που εξάγεται είναι ότι σε διάστημα εμπιστοσύνης  $\alpha = 0.05$ , δεν μπορεί να απορριφθεί η μηδενική υπόθεση  $H_0$ , καθώς το  $p - value$  ισούται με 0.8969, το οποίο είναι μεγαλύτερο από το διάστημα εμπιστοσύνης, δηλαδή:  $\alpha = 0.05 < p - value = 0.8969$ . Δεν μπορεί δηλαδή να απορριφθεί η υπόθεση ότι ο δειγματικός μέσος των αποδόσεων είναι ίσος με το μηδέν (0).

Στην συνέχεια παρατίθεται ο έλεγχος ασυμμετρίας ο οποίος όπως έχει αναλυθεί διεξοδικά παραπάνω. Ξεκινώντας θεωρείται η μηδενική υπόθεση  $H_0: S(r) = 0$  έναντι της εναλλακτικής υπόθεσης  $H_1: S(r) \neq 0$ . Το δεύτερο βήμα είναι ο υπολογισμός του στατιστικού t-ratio μέσω του τύπου (1), στον οποίο με αντικατάσταση προκύπτει:

$$t = \frac{-0.155915}{\sqrt{6/3119}} = -3.554839$$

Οπότε ως συμπέρασμα μπορεί να εξαχθεί ότι βάσει και του παραπάνω υπολογισμού δηλαδή:  $|t| > Z_{\alpha/2} \Rightarrow 3.554839 > 1.96$ , απορρίπτεται η μηδενική υπόθεση  $H_0$  έναντι της υπόθεσης  $H_1$ , κάτι το οποίο σημαίνει ότι δεν μπορεί να ειπωθεί ότι δεν υπάρχει ασυμμετρία.

Επιπλέον, θα διενεργηθεί ο έλεγχος για την ύπαρξη υπερβάλλουσας κύρτωσης μέσω της υπόθεσης  $H_0: K(r) - 3 = 0$  έναντι της  $H_1: K(r) - 3 \neq 0$ . Όπως έχει αναφερθεί και παραπάνω μέσω του τύπου (2) και με απλή αντικατάσταση έχουμε:

$$t = \frac{10.19841 - 3}{\sqrt{24/3119}} = 82.061348$$

Οπότε και μετά αυτό τον υπολογισμό προκύπτει ότι  $|t| > Z_{\alpha/2} \Rightarrow 81.061348 > 1.96$ , άρα απορρίπτεται η μηδενική υπόθεση  $H_0$  έναντι της εναλλακτικής υπόθεσης  $H_1$ . Στην περίπτωση αυτή μπορεί επίσης να ειπωθεί ότι επειδή η υπερβάλλουσα κύρτωση είναι θετική,

δηλαδή μεγαλύτερη του μηδενός (0) η κατανομή έχει βαριές ουρές, δηλαδή είναι λεπτόκυρτη. Στην πράξη αυτό σημαίνει ότι η παραπάνω κατανομή ευνοεί την ύπαρξη ακραίων τιμών.

Ακόμη, θα εξεταστεί αν οι αποδόσεις του χαρτοφυλακίου ακολουθούν την κανονική κατανομή. Αυτό θα γίνει μέσω του ελέγχου Jarque and Berra, όπως αναφέρθηκε και παραπάνω. Μέσω του τύπου (3) και με απλή αντικατάσταση έχουμε:

$$JB = \frac{-0.155915}{6/3119} + \frac{[10.19841 - 3]^2}{24/3119} = 6746.701684$$

Το αποτέλεσμα που προέκυψε ικανοποιεί την σχέση  $JB > \chi_2^2$ , όπου  $\chi_2^2 = 5.9910$ , οπότε απορρίπτεται η μηδενική υπόθεση  $H_0$  για την κανονικότητα της κατανομής.

Correlogram of LSP						
Date: 06/14/12 Time: 00:50						
Sample: 1/03/2000 12/16/2011						
Included observations: 3119						
Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob	
		1	-0.086	-0.086	23.178	0.000
		2	-0.059	-0.067	33.974	0.000
		3	0.026	0.015	36.154	0.000
		4	-0.000	-0.000	36.154	0.000
		5	-0.044	-0.042	42.233	0.000
		6	0.004	-0.004	42.290	0.000
		7	-0.031	-0.036	45.206	0.000
		8	0.019	0.014	46.281	0.000
		9	-0.008	-0.010	46.490	0.000
		10	0.025	0.025	48.379	0.000
		11	-0.024	-0.021	50.116	0.000
		12	0.050	0.048	58.067	0.000

Τέλος, ελέγχεται αν η αυτοσυσχέτιση στις πρώτες δώδεκα παρατηρήσεις είναι ίση με το μηδέν (0). Έστω η μηδενική υπόθεση  $H_0: \rho_1 = \dots = \rho_m = 0$  έναντι της εναλλακτικής υπόθεσης  $H_1: \rho_i \neq 0$ . Από τον παραπάνω πίνακα προκύπτει ότι  $Q(12) = 58.067$ . Επίσης μέσω υπολογισμών προκύπτει ότι  $\chi_{12}^2(0.05) = 21.026069$ . Επομένως προκύπτει ότι  $Q(12) > \chi_{12}^2(0.05)$ , το οποίο σημαίνει ότι απορρίπτεται η μηδενική υπόθεση  $H_0$ , οπότε υπάρχει αυτοσυσχέτιση μεταξύ των δώδεκα πρώτων lags. Επίσης το  $p - value(0.000)$  είναι μικρότερο του 0.05.

## **Κεφάλαιο 5: Εκτίμηση VaR και Χάρτη Κινδύνου**

Στο Κεφάλαιο 5, γίνεται εφαρμογή των μεθόδων υπολογισμού του Value at Risk (VaR) κατά σειρά: Variance – Covariance, Risk Metrics, Historical Simulation 1<sup>st</sup> sample, Historical Simulation 2<sup>nd</sup> sample, Historical Simulation All sample, ARCH Normal Filtered, ARCH Normal, ARCH t-student, GARCH Normal, GARCH t-student, EGARCH Normal, EGARCH t-student. Στην συνέχεια, εμφανίζονται τα αποτελέσματα των επιμέρους ελέγχων παραβιάσεων για κάθε μέθοδο καθώς επίσης και τα p-values (αποτελέσματα στις παρενθέσεις). Επιπρόσθετα, στις τελευταίες στήλες του πίνακα καταγράφονται και οι αριθμοί των παραβιάσεων (επίπεδο εμπιστοσύνης 1%), όπως και των υπερβολικά μεγάλων παραβιάσεων (επίπεδο εμπιστοσύνης 0.2%). Μέσω των εκτιμήσεων αυτών, για κάθε μέθοδο ξεχωριστά εξάγεται και ο Χάρτης Κινδύνου (Risk Map), των οποίων τα αποτελέσματα θα σχολιασθούν διεξοδικά παρακάτω.

## 5.1 EU/ US Foreign Exchange Rate

Η πρώτη χρηματοοικονομική σειρά που εξετάζεται είναι η ισοτιμία Ευρώ / Δολαρίου. Το ημερολογιακό εύρος είναι από τις 4/1/1999 έως και τις 4/5/2012, ενώ το πλήθος των παρατηρήσεων είναι 3,356. Οι έλεγχοι πραγματοποιούνται σε επίπεδο σημαντικότητας 5% ή 1%.

### Backtesting VaR μοντέλων για το EU/ US Foreign Exchange Rate

Tests (μέθοδος υπολογισμού του Value at Risk)	LR_UC statistic	LR_IND statistic	LR_CC statistic	DQ1_UC statistic	DQ2_UC statistic	DQ3_UC statistic
Variance - Covariance	39.9981 (0.0000)	<b>1.8039</b> <b>(0.1792)</b>	41.8021 (0.0000)	58.063 (0.0000)	52.2837 (0.0000)	44.6751 (0.0000)
Risk Metrics	<b>2.9158</b> <b>(0.0877)</b>	<b>0.0647</b> <b>(0.7991)</b>	<b>2.9805</b> <b>(0.2253)</b>	<b>2.4407</b> <b>(0.1182)</b>	<b>2.4501</b> <b>(0.1175)</b>	<b>2.4597</b> <b>(0.1168)</b>
Historical Simulation 1st sample	12.7708 (0.0004)	<b>0.2973</b> <b>(0.5855)</b>	13.0681 (0.0015)	16.5234 (0.0000)	17.2253 (0.0000)	17.9124 (0.0000)
Historical Simulation 2nd sample	18.0293 (0.0000)	<b>1.7218</b> <b>(0.1895)</b>	19.7511 (0.0001)	22.9736 (0.0000)	17.7276 (0.0000)	16.3531 (0.0001)
Historical Simulation All sample	8.2504 (0.0041)	<b>0.5706</b> <b>(0.4500)</b>	<b>8.8211</b> <b>(0.0121)</b>	<b>9.9800</b> <b>(0.0016)</b>	<b>9.4582</b> <b>(0.0021)</b>	<b>8.9781</b> <b>(0.0027)</b>
ARCH Normal Filtered	<b>0.0593</b> <b>(0.8076)</b>	<b>0.2604</b> <b>(0.6098)</b>	<b>0.3197</b> <b>(0.8523)</b>	<b>0.0621</b> <b>(0.8032)</b>	<b>0.0547</b> <b>(0.8151)</b>	<b>0.0571</b> <b>(0.8111)</b>
ARCH Normal	14.4458 (0.0001)	<b>2.1524</b> <b>(0.1424)</b>	16.5981 (0.0002)	17.5868 (0.0000)	14.4471 (0.0001)	12.0405 (0.0005)
ARCH t-student	<b>2.6396</b> <b>(0.1042)</b>	<b>1.2899</b> <b>(0.2561)</b>	<b>3.9295</b> <b>(0.1402)</b>	<b>2.7902</b> <b>(0.0948)</b>	<b>2.5655</b> <b>(0.1092)</b>	<b>2.0811</b> <b>(0.1491)</b>
GARCH Normal	<b>1.1909</b> <b>(0.2751)</b>	<b>0.4080</b> <b>(0.5230)</b>	<b>1.5989</b> <b>(0.4496)</b>	<b>1.3533</b> <b>(0.2447)</b>	<b>1.3982</b> <b>(0.2370)</b>	<b>1.4452</b> <b>(0.2293)</b>
GARCH t-student	<b>0.4601</b> <b>(0.4976)</b>	<b>0.1461</b> <b>(0.7023)</b>	<b>0.6061</b> <b>(0.7385)</b>	<b>0.4362</b> <b>(0.5090)</b>	<b>0.4395</b> <b>(0.5074)</b>	<b>0.4429</b> <b>(0.5057)</b>
EGARCH Normal	<b>0.2844</b> <b>(0.5938)</b>	<b>2.1965</b> <b>(0.1383)</b>	<b>2.4809</b> <b>(0.2893)</b>	<b>0.26100</b> <b>(0.6095)</b>	<b>0.2727</b> <b>(0.6015)</b>	<b>0.2814</b> <b>(0.5958)</b>
EGARCH t-student	<b>1.1909</b> <b>(0.2751)</b>	<b>0.4080</b> <b>(0.5230)</b>	<b>1.5989</b> <b>(0.4496)</b>	<b>1.3533</b> <b>(0.2447)</b>	<b>1.3982</b> <b>(0.2370)</b>	<b>1.4452</b> <b>(0.2293)</b>

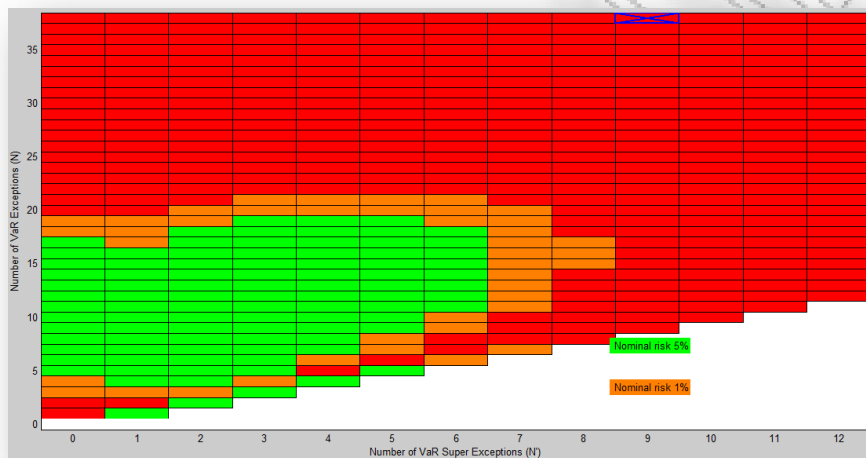
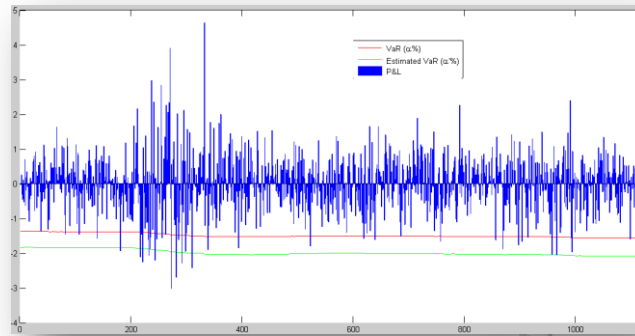
Tests (μέθοδος υπολογισμού του Value at Risk)	DQ1_IND statistic	DQ2_IND statistic	DQ3_IND statistic	DQ1_CC statistic	DQ2_CC statistic	DQ3_CC statistic
Variance - Covariance	<b>8.03122</b> (0.0046)	15.3283 (0.0001)	31.4167 (0.0000)	73.0203 (0.0000)	80.4241 (0.0000)	98.5434 (0.0000)
Risk Metrics	<b>0.0175</b> (0.8946)	<b>0.0354</b> (0.8509)	<b>0.0534</b> (0.8172)	<b>2.4418</b> (0.2950)	<b>2.4524</b> (0.4839)	<b>2.4633</b> (0.6512)
Historical Simulation 1st sample	<b>0.8036</b> (0.3700)	<b>0.0288</b> (0.8653)	<b>0.6061</b> (0.4363)	18.0596 (0.0001)	19.4296 (0.0002)	20.6746 (0.0004)
Historical Simulation 2nd sample	<b>6.2413</b> (0.0125)	37.3105 (0.0000)	38.7620 (0.0000)	31.8021 (0.0000)	70.6947 (0.0000)	74.5306 (0.0000)
Historical Simulation All sample	<b>1.5062</b> (0.2197)	<b>2.9312</b> (0.0869)	<b>4.2814</b> (0.0385)	<b>12.0835</b> (0.0024)	<b>13.5376</b> (0.0036)	<b>14.9169</b> (0.0049)
ARCH Normal Filtered	<b>0.1412</b> (0.7071)	<b>2.3691</b> (0.1238)	<b>1.2215</b> (0.2691)	<b>0.2019</b> (0.9040)	<b>6.6402</b> (0.0843)	<b>6.7454</b> (0.1500)
ARCH Normal	7.7442 (0.0054)	27.0744 (0.0000)	44.8266 (0.0000)	27.5877 (0.0000)	49.0669 (0.0000)	67.6471 (0.0000)
ARCH t-student	<b>3.3174</b> (0.0686)	<b>6.3496</b> (0.0117)	19.1943 (0.0000)	<b>6.3777</b> (0.0412)	<b>9.4232</b> (0.0242)	26.4900 (0.0000)
GARCH Normal	<b>0.2765</b> (0.5990)	<b>0.5615</b> (0.4536)	<b>0.8557</b> (0.3550)	<b>1.5949</b> (0.4505)	<b>1.8881</b> (0.5960)	<b>2.1903</b> (0.7008)
GARCH t-student	<b>0.0594</b> (0.8075)	<b>0.1200</b> (0.7291)	<b>0.1818</b> (0.6699)	<b>0.4888</b> (0.7832)	<b>0.5458</b> (0.9087)	<b>0.6041</b> (0.9626)
EGARCH Normal	<b>5.6643</b> (0.0173)	<b>1.7934</b> (0.1805)	<b>0.8011</b> (0.3707)	<b>5.9636</b> (0.0507)	<b>6.3049</b> (0.0977)	<b>6.4356</b> (0.1689)
EGARCH t-student	<b>0.2765</b> (0.5990)	<b>0.5615</b> (0.4536)	<b>0.8557</b> (0.3550)	<b>1.5949</b> (0.4505)	<b>1.8881</b> (0.5960)	<b>2.1903</b> (0.7008)



Tests (μέθοδος υπολογισμού του Value at Risk)	LR_CC duration	LR_IND duration	LR_MUC statistic	Αριθμός παραβιάσεων (0.010)	Αριθμός παραβιάσεων (0.002)	Empirical frequency of violations
Variance - Covariance	39.5141 (0.0000)	<b>2.5915</b> <b>(0.1074)</b>	42.3232 (0.0000)	38	9	0.0340
Risk Metrics	<b>4.7210</b> <b>(0.0944)</b>	<b>0.4078</b> <b>(0.5231)</b>	<b>1.9734</b> <b>(0.1601)</b>	6	0	0.0054
Historical Simulation 1st sample	12.1464 (0.0023)	<b>1.1179</b> <b>(0.2904)</b>	15.4573 (0.0004)	25	3	0.0223
Historical Simulation 2nd sample	30.2356 (0.0000)	14.2632 (0.0002)	19.92222 (0.0000)	28	7	0.0250
Historical Simulation All sample	<b>9.8506</b> <b>(0.0073)</b>	<b>3.0140</b> <b>(0.0825)</b>	<b>10.8777</b> <b>(0.0043)</b>	22	7	0.0197
ARCH Normal Filtered	<b>9.6256</b> <b>(0.0081)</b>	9.6227 (0.0019)	<b>0.4054</b> <b>(0.8165)</b>	12	2	0.0107
ARCH Normal	22.1041 (0.0000)	9.5067 (0.0020)	15.9929 (0.0003)	26	6	0.0232
ARCH t-student	18.3436 (0.0001)	16.5128 (0.0000)	3.5101 (0.1729)	17	3	0.0152
GARCH Normal	<b>1.3790</b> <b>(0.5018)</b>	<b>0.7209</b> <b>(0.3958)</b>	<b>4.1203</b> <b>(0.1274)</b>	15	1	0.0134
GARCH t-student	<b>1.0132</b> <b>(0.6025)</b>	<b>0.0081</b> <b>(0.9282)</b>	<b>0.1689</b> <b>(0.6811)</b>	9	0	0.0080
EGARCH Normal	<b>1.9633</b> <b>(0.3747)</b>	<b>1.9046</b> <b>(0.1676)</b>	<b>2.3649</b> <b>(0.3065)</b>	13	1	0.0116
EGARCH t-student	<b>2.8247</b> <b>(0.2436)</b>	<b>2.1666</b> <b>(0.1410)</b>	<b>2.3384</b> <b>(0.3106)</b>	15	2	0.0134

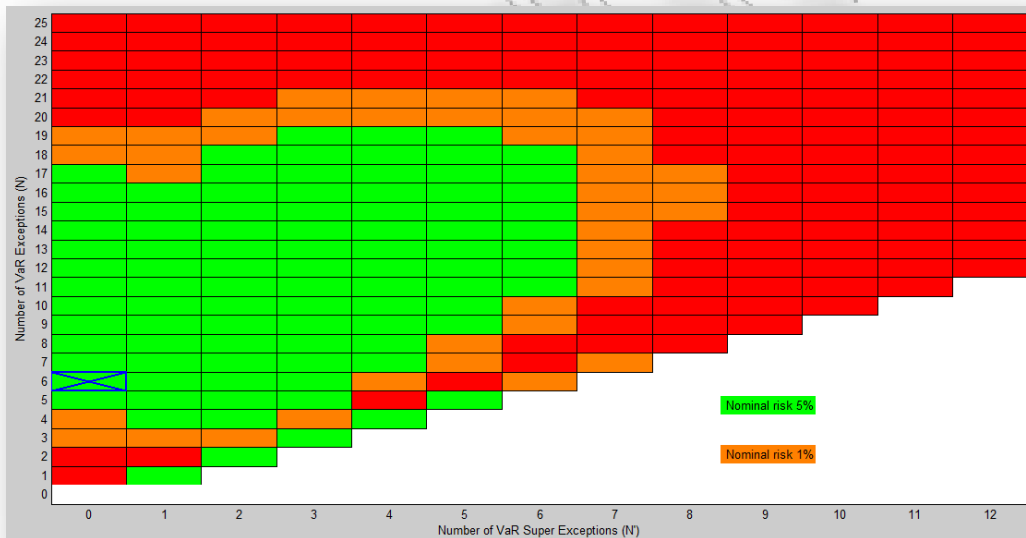
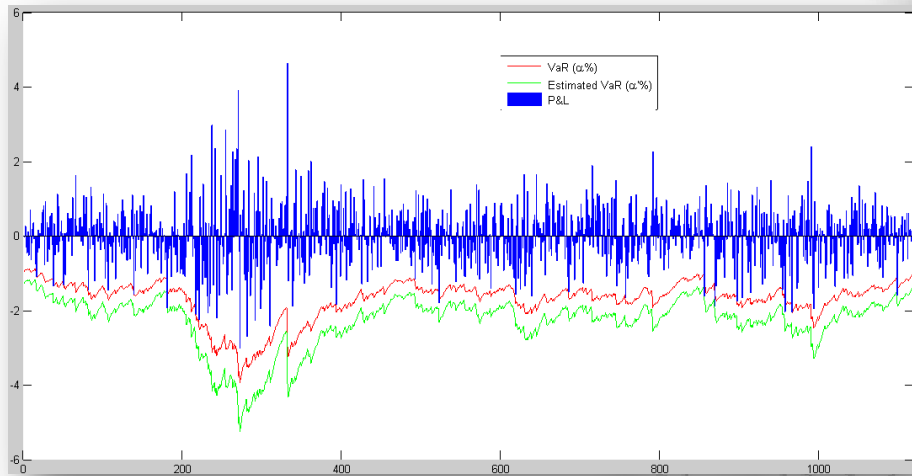
Στους παραπάνω πίνακες, παρατίθενται αποτελέσματα των ελέγχων, εκ των οποίων ορισμένα επισημαίνονται με έντονη γραφή. Είναι τα αποτελέσματα εκείνα στα οποία ο εκάστοτε έλεγχος παραβιάσεων είναι αποδεκτός. Το συμπέρασμα αυτό εξάγεται, λόγω του αρκετά μεγάλου p-value για κάθε έλεγχο. Ενδεικτικά αναφέρεται, ότι από τα αποτελέσματα των πινάκων ο έλεγχος Variance – Covariance δεν γίνεται αποδεκτός, ενώ αντίθετα ο έλεγχος Risk Metrics φαίνεται να είναι αποδεκτός. Επιπλέον, οι τρεις (3) έλεγχοι Ιστορικής Προσομοίωσης (Historical Simulation 1<sup>st</sup> sample, Historical Simulation 2<sup>nd</sup> sample, Historical Simulation All sample) φαίνονται να μην είναι αποδεκτοί, όπως και ο έλεγχος ARCH Normal. Ενώ, το αντίθετο μπορεί να ειπωθεί για τους ελέγχους ARCH Normal Filtered, ARCH t-student, GARCH Normal, GARCH t-student, EGARCH t-student, EGARCH Normal. Όλα τα παραπάνω θα αποτυπωθούν ξεκάθαρα και στον Χάρτη Κινδύνου (Risk Map) για κάθε έλεγχο ξεχωριστά.

Variance – Covariance



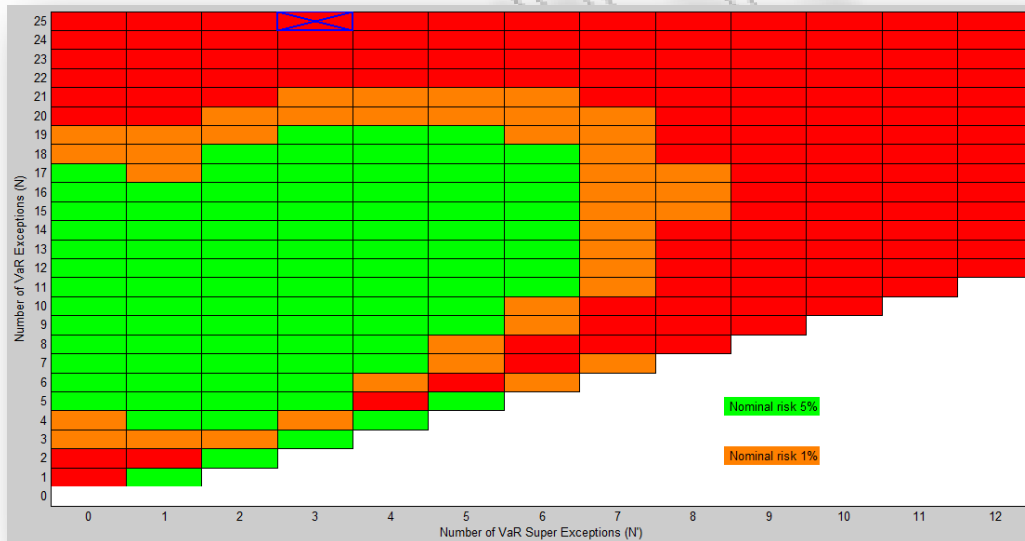
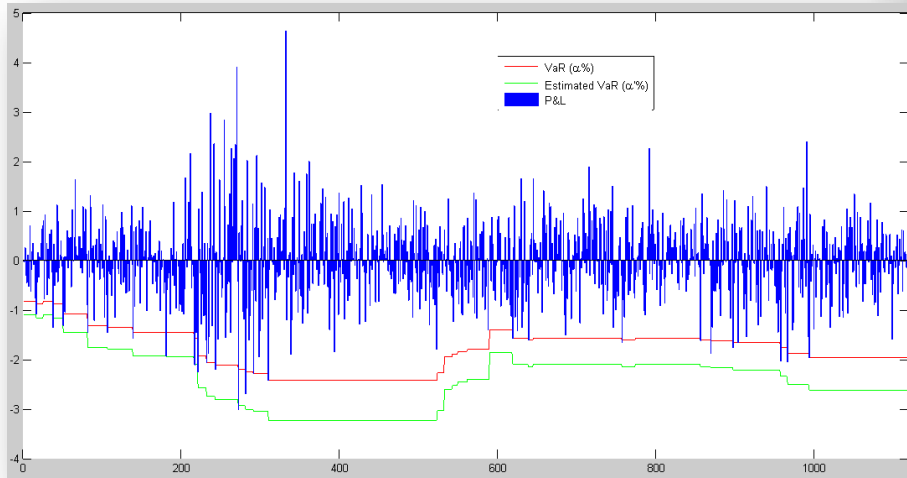
Τα αποτελέσματα του ελέγχου Variance – Covariance συνοψίζονται στα δύο (2) παραπάνω διαγράμματα για την ισοτιμία Ευρώ – Δολαρίου για την περίοδο 4/1/1999 έως και τις 4/5/2012, με πλήθος παρατηρήσεων 3,357. Στο πρώτο κατά σειρά εμφανίζονται οι ποσοστιαίες λογαριθμικές αποδόσεις, το μέτρο της Αξίας σε Κίνδυνο (*VaR*) για διάστημα εμπιστοσύνης 1%, καθώς επίσης και το εκτιμώμενο *VaR* για διάστημα εμπιστοσύνης 0.2%. Σύμφωνα με το διάγραμμα μπορεί κανείς να παρατηρήσει ότι οι εκτιμήσεις του *VaR* και στα δύο διαστήματα εμπιστοσύνης ακολουθούν ευθεία γραμμή, χωρίς να επηρεάζονται από τις διακυμάνσεις των αποδόσεων. Το δεύτερο κατά σειρά διάγραμμα απεικονίζει τον Χάρτη Κινδύνου (Risk Map). Σύμφωνα με τους ελέγχους παραβιάσεων για την μέθοδο υπολογισμού του *VaR* Variance – Covariance, προκύπτουν 38 παραβιάσεις και 9 υπερβολικά μεγάλες παραβιάσεις. Αυτές είναι και οι συντεταγμένες, όπως φαίνονται από τον «σταυρό» στο συγκεκριμένο σημείο. Όπως είναι φανερό ο «σταυρός» κινείται στην κόκκινη περιοχή, κάτι το οποίο σημαίνει ότι το μοντέλο δεν είναι αποδεκτό, καθώς απορρίπτεται η μηδενική υπόθεση και στα δύο επίπεδα εμπιστοσύνης 99% και 95%.

Risk Metrics



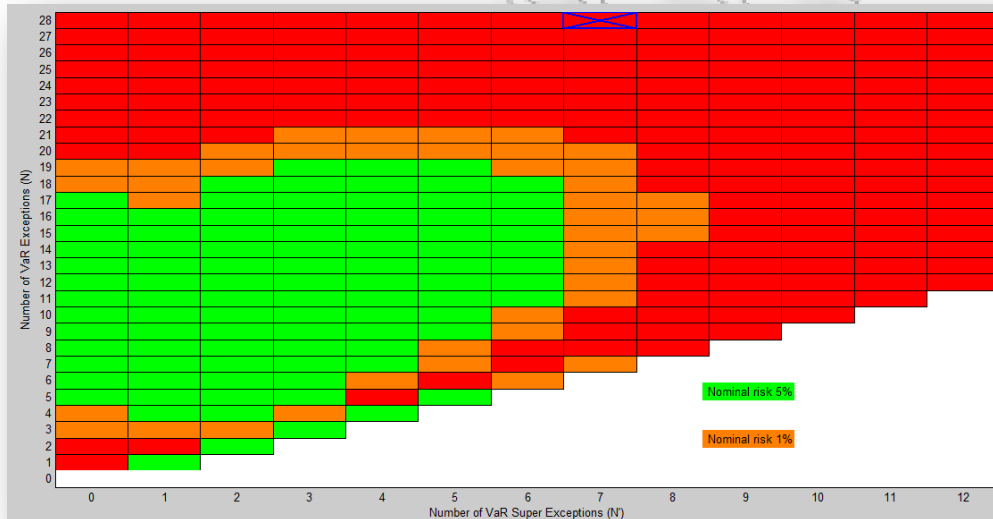
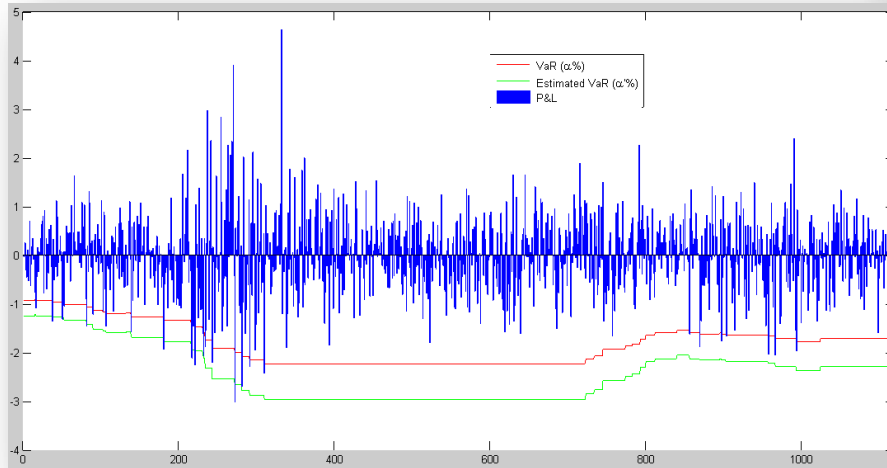
Το δεύτερο μοντέλο υπολογισμού του Value at Risk (*VaR*) που εξετάζεται είναι το Risk Metrics. Το πρώτο διάγραμμα απεικονίζει τις ποσοστιαίες λογαριθμικές αποδόσεις της ισοτιμίας Ευρώ – Δολαρίου. Επίσης τα *VaR* για τα δύο επίπεδα εμπιστοσύνης 1% και 0.2%. Οι γραμμές των *VaR* ακολουθούν τις διακυμάνσεις των αποδόσεων, κάτι το οποίο είναι ένα πρώτο δείγμα γραφής για την αποδοχή του συγκεκριμένου μοντέλου. Το δεύτερο διάγραμμα απεικονίζει τον Χάρτη Κινδύνου (Risk Map). Ο αριθμός των παραβιάσεων είναι έξι (6) και ο αριθμός των υπερβολικά μεγάλων παραβιάσεων είναι μηδέν (0). Οι συντεταγμένες των συγκεκριμένων σημείων είναι εμφανείς, με το μαρκαρισμένο «σταυρό». Η πράσινη περιοχή που βρίσκεται ο «σταυρός» σημαίνει ότι το μοντέλο Risk Metrics δεν μπορεί να απορριφθεί σε διάστημα εμπιστοσύνης 95% και 99%.

Historical Simulation 1st sample



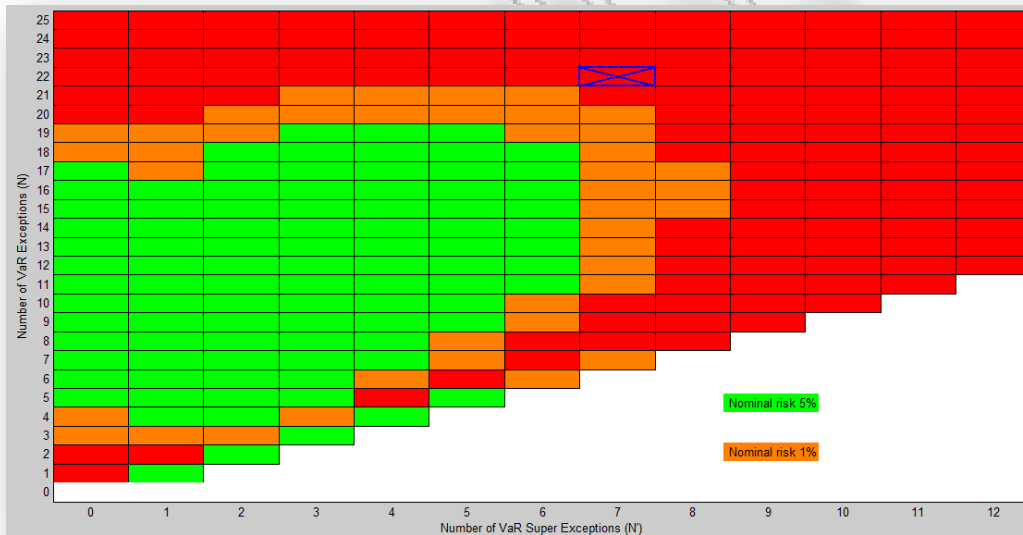
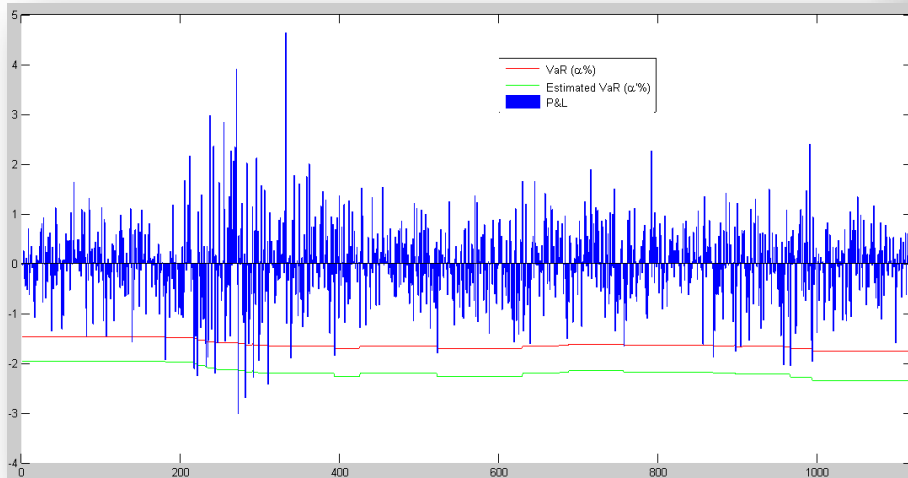
Στα παραπάνω διαγράμματα εξετάζονται τα αποτελέσματα του μοντέλου Historical Simulation 1<sup>st</sup> sample. Το διάγραμμα με τις ποσοστιαίες λογαριθμικές αποδόσεις, το *VaR* (1%) και *VaR* (0.2%), οδηγεί στο συμπέρασμα ότι οι γραμμές των *VaR* δεν ακολουθούν πολύ την γραμμή των αποδόσεων. Το δεύτερο διάγραμμα δείχνει τον Χάρτη Κινδύνου (Risk Map), με τον αριθμό των παραβιάσεων να είναι εικοσιπέντε (25) και των υπερβολικά μεγάλων παραβιάσεων να είναι τρεις (3). Οι συντεταγμένες δείχνουν τον «σταυρό» στην κόκκινη περιοχή, το οποίο σημαίνει ότι μπορεί να απορριφθεί η μηδενική υπόθεση σε διάστημα εμπιστοσύνης 95% και 99%. Οπότε βάσει και της παραπάνω ανάλυσης το μοντέλο δεν μπορεί να γίνει αποδεκτό.

Historical Simulation 2nd sample



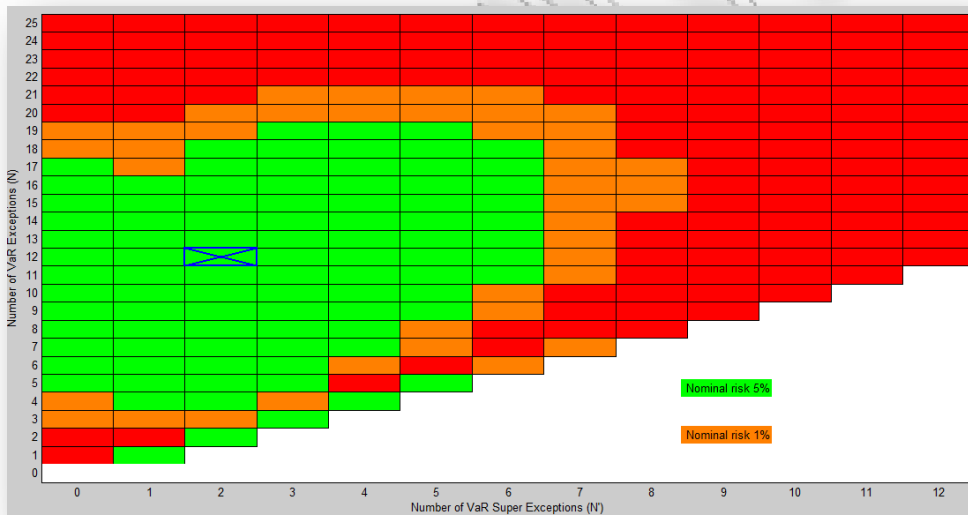
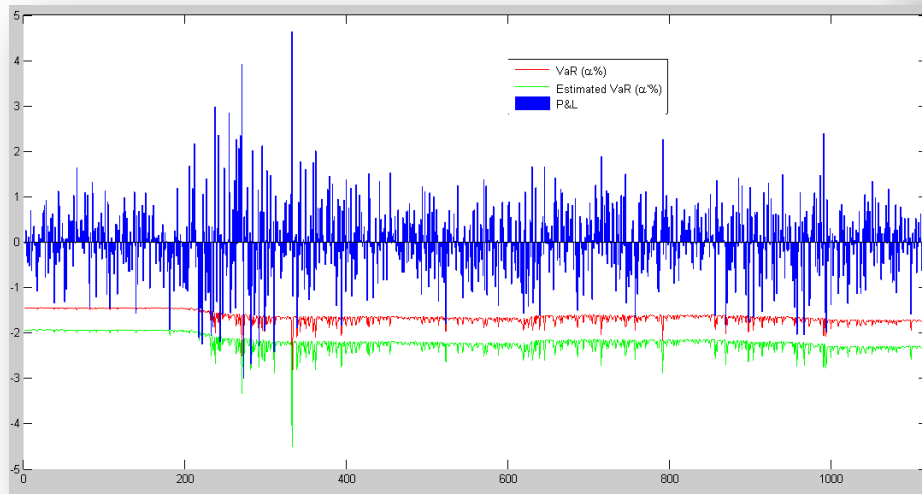
Όπως και στο μοντέλο Historical Simulation 1<sup>st</sup> sample, σε αυτό το σημείο θα γίνει η ανάλυση και για το μοντέλο Historical Simulation 2<sup>nd</sup> sample. Το κοινό διάγραμμα των ποσοστιαίων λογαριθμικών αποδόσεων, των VaR (1%) και VaR (0.2%), δείχνει ότι οι γραμμές των VaR δεν ακολουθούν τη γραμμή των αποδόσεων, ένα πρώτο σημάδι ότι το μοντέλο δεν είναι αποδεκτό. Στην συνέχεια όμως, παρατίθεται ο Χάρτης Κινδύνου (Risk Map) με εικοσιοκτώ (28) παραβιάσεις και επτά (7) υπερβολικά μεγάλες παραβιάσεις. Ο σταυρός βρίσκεται στην κόκκινη περιοχή, το οποίο σημαίνει ότι απορρίπτεται η μηδενική υπόθεση για διάστημα εμπιστοσύνης, τόσο 95%, όσο και 99%. Επομένως, το μοντέλο απορρίπτεται.

Historical Simulation All sample



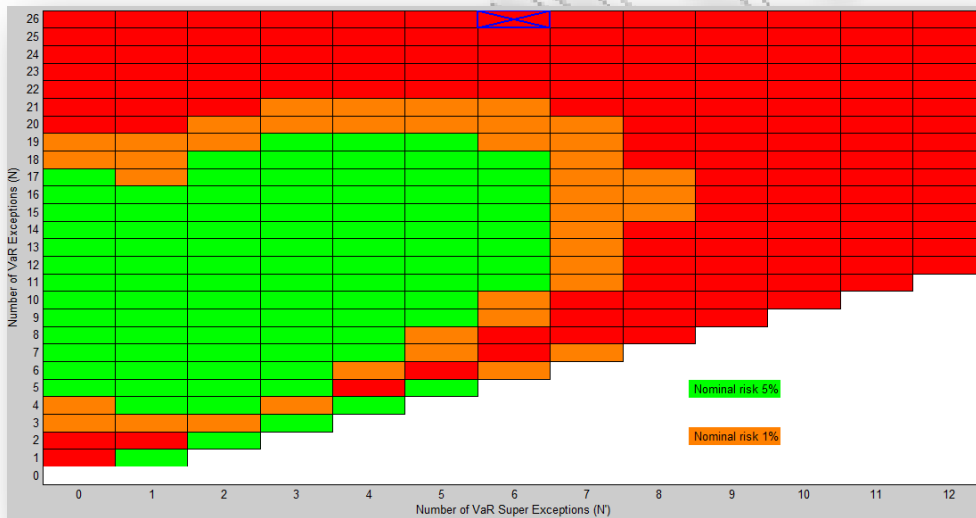
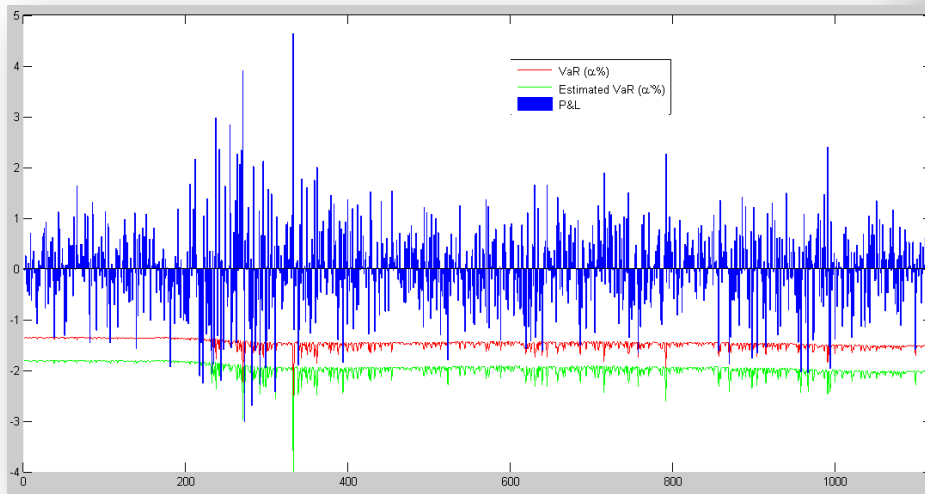
Τα αποτελέσματα της μεθόδου της Ιστορικής Προσομοίωσης για όλο το δείγμα (Historical Simulation all sample), φαίνονται από τα παραπάνω διαγράμματα. Αρχικά, παρατίθεται το διάγραμμα των ποσοστιαίων λογαριθμικών αποδόσεων, του VaR (1%) και του VaR (0.2%), με τις γραμμές των VaR να ακολουθούν ευθεία γραμμή, δηλαδή να μην διαταράσσονται από τις διακυμάνσεις των αποδόσεων. Παρακάτω, ο Χάρτης Κινδύνου (Risk Map) φανερώνει αν το μοντέλο είναι επαρκές ή όχι. Οι παραβιάσεις είναι είκοσι δύο (22) και οι υπερβολικά μεγάλες παραβιάσεις είναι επτά (7). Ουσιαστικά είναι οι συντεταγμένες του «σταυρού», ο οποίος βρίσκεται στην κόκκινη περιοχή, όπου και μπορεί να απορριφθεί η μηδενική υπόθεση για τα διαστήματα εμπιστοσύνης 99% και 95%. Άρα το μοντέλο απορρίπτεται.

ARCH Normal Filtered



Το μοντέλο ARCH Normal Filtered, είναι το επόμενο στην σειρά που εξετάζεται. Η ποσοστιαία λογαριθμική απόδοση αποτυπώνεται στο ίδιο διάγραμμα με τα  $VaR$  (1%) και  $VaR$  (0.2%). Οι γραμμές των  $VaR$  ακολουθούν αυτή της γραμμής της απόδοσης στα σημεία εκείνα όπου υπάρχει υψηλή διακύμανση. Ακολουθεί, ο Χάρτης Κινδύνου (Risk Map), στον οποίο παρατηρούνται δώδεκα (12) παραβιάσεις και δύο (2) υπερβολικά μεγάλες παραβιάσεις. Ο «σταυρός» βρίσκεται στην πράσινη περιοχή του διαγράμματος, κάτι το οποίο σημαίνει ότι δεν μπορεί να απορριφθεί η μηδενική υπόθεση στα επίπεδα εμπιστοσύνης 95% και 99%. Επομένως, το συμπέρασμα που προκύπτει είναι ότι το μοντέλο ARCH Normal Filtered είναι αποδεκτό.

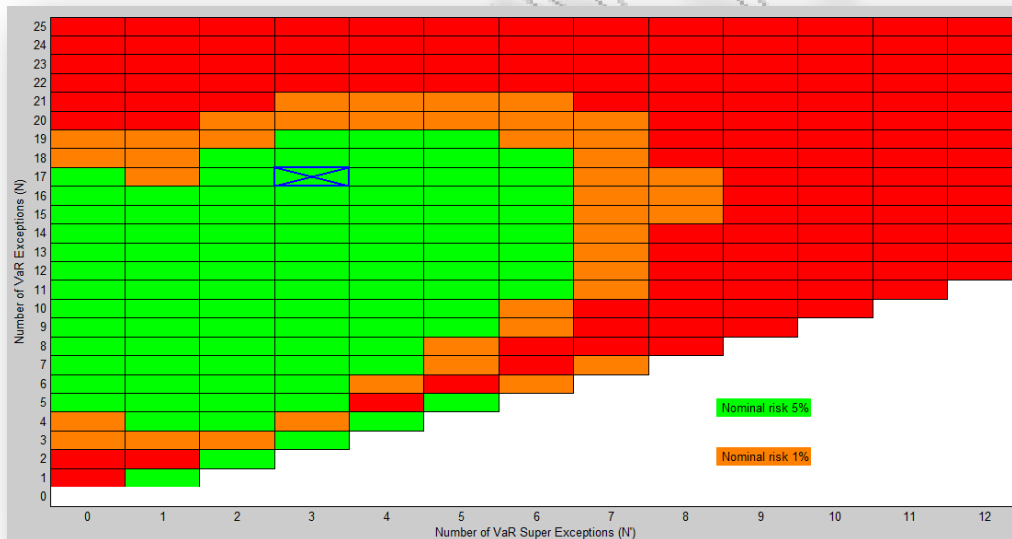
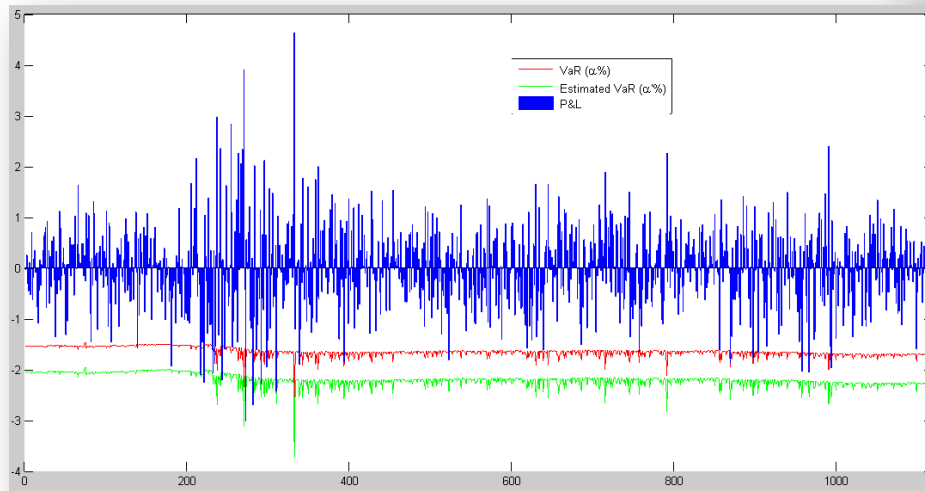
ARCH Normal



Το επόμενο οικονομετρικό μοντέλο που εξετάζεται είναι το ARCH Normal. Οι αποδόσεις της χρηματοοικονομικής σειράς της ισοτιμίας Ευρώ – Δολαρίου απεικονίζονται στο πρώτο κατά σειρά διάγραμμα, όπως επίσης και τα  $VaR$  (1%) και  $VaR$  (0.2%). Μέσω του διαγράμματος δεν μπορεί να βγει κάποιο ασφαλές συμπέρασμα. Στην συνέχεια, παρατίθεται ο Χάρτης Κινδύνου (Risk Map) στον οποίο αποτυπώνονται οι είκοσι έξι (26) παραβιάσεις και οι έξι (6) υπερβολικά μεγάλες παραβιάσεις. Ο «σταυρός», που απεικονίζει τις παραπάνω συντεταγμένες, βρίσκεται στην κόκκινη περιοχή, κάτι το οποίο σημαίνει ότι μπορεί να απορριφθεί η μηδενική υπόθεση για τα επίπεδα εμπιστοσύνης 95% και 99%. Τελικά, το μοντέλο απορρίπτεται.

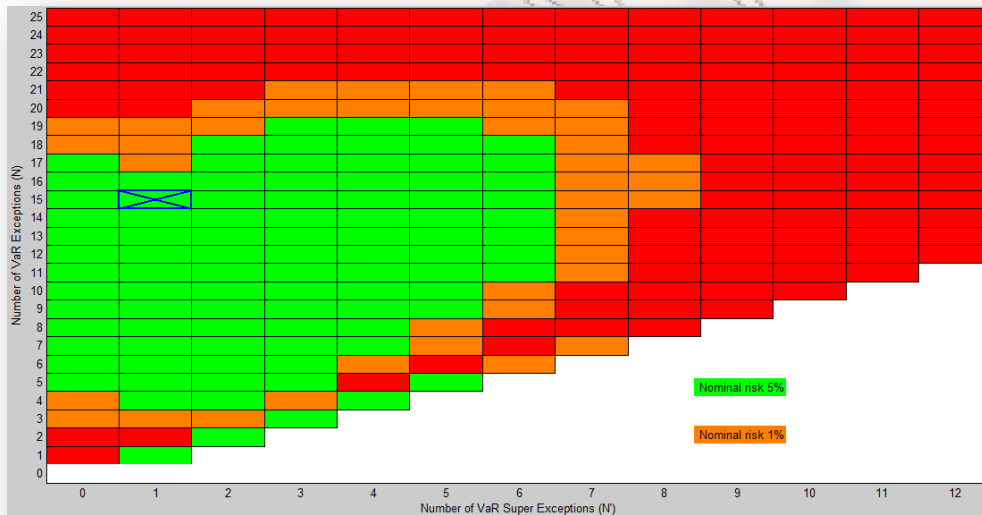
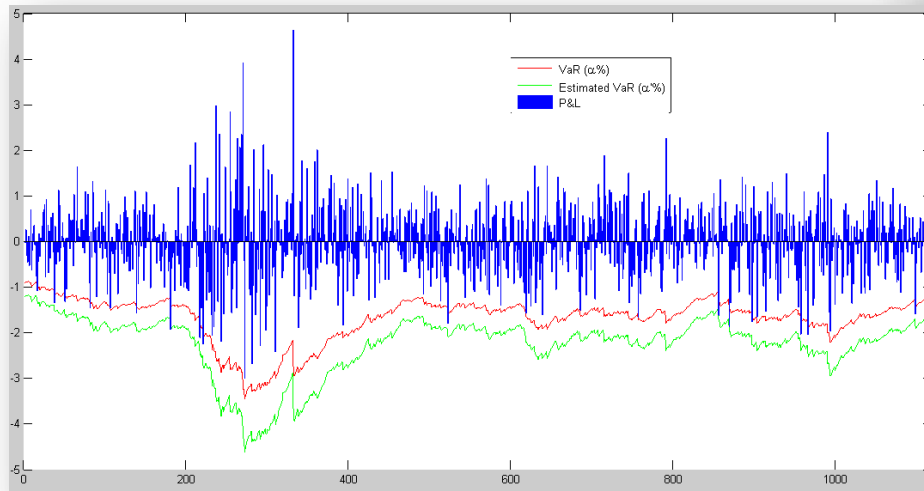


ARCH t-student



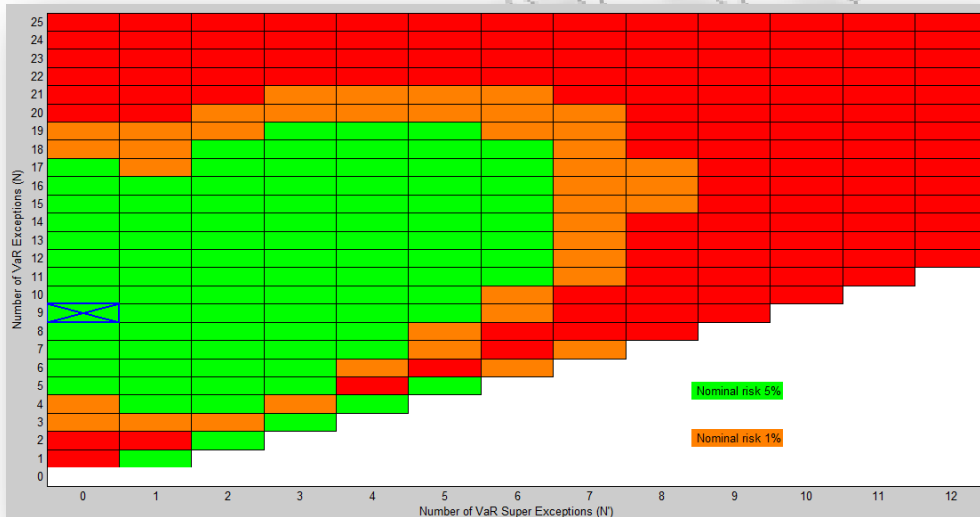
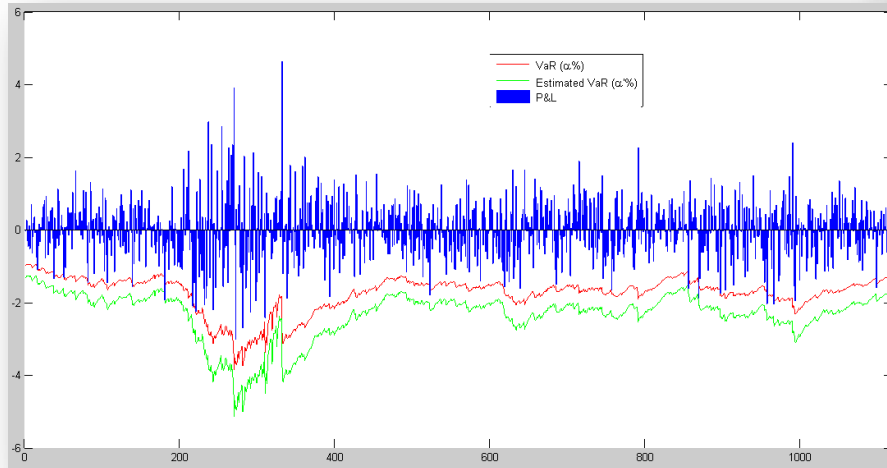
Για την ανάλυση του μοντέλου υπολογισμού του  $VaR$  ARCH t-student, παρατίθενται δύο διαγράμματα. Το πρώτο αποτελεί το κοινό διάγραμμα των ποσοστιαίων λογαριθμικών αποδόσεων και των  $VaR$  (1%) και  $VaR$  (0.2%). Μέσω του διαγράμματος δεν μπορεί να βγει κάποιο ασφαλές συμπέρασμα για την αποδοχή ή μη του συγκεκριμένου μοντέλου. Επιπλέον, στον Χάρτη Κινδύνου (Risk Map), παρατηρούνται δεκαεπτά (17) παραβιάσεις και τρεις (3) υπερβολικά μεγάλες παραβιάσεις. Οι συντεταγμένες αυτών των παραβιάσεων δείχνουν τον «σταυρό» στη πράσινη περιοχή, κάτι το οποίο σημαίνει ότι δεν μπορεί κανείς να απορρίψει την μηδενική υπόθεση σε επίπεδο εμπιστοσύνης 95% και 99% αντίστοιχα. Οπότε, το μοντέλο δεν μπορεί να απορριφθεί.

GARCH Normal



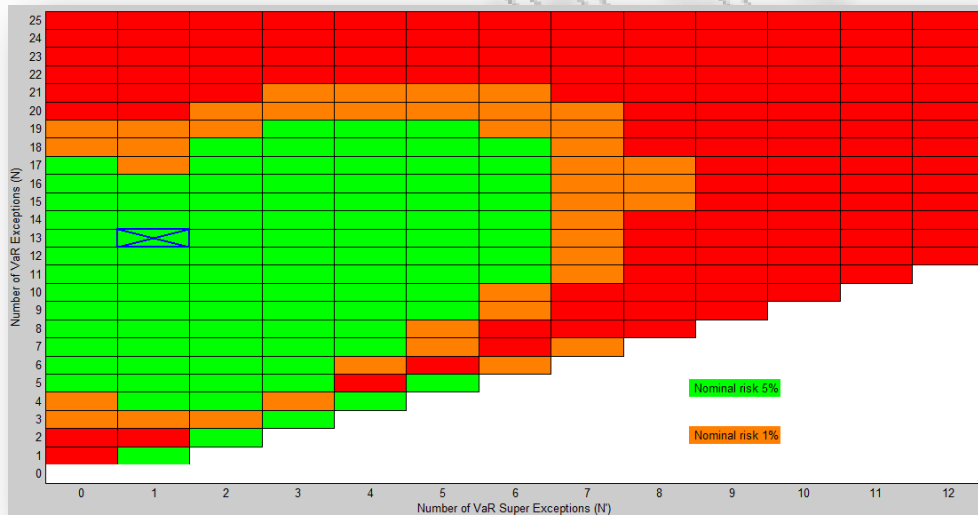
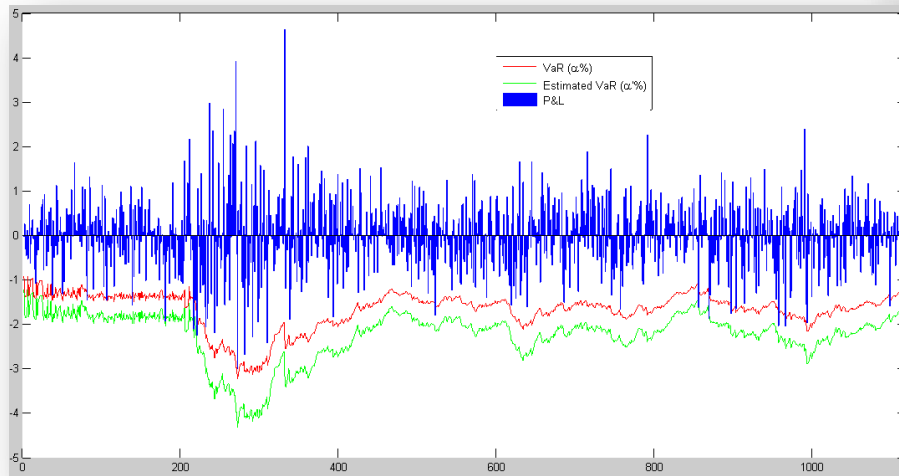
Στην συνέχεια, εξετάζεται το οικονομετρικό μοντέλο GARCH Normal. Το κοινό διάγραμμα των ποσοστιαίων λογαριθμικών αποδόσεων και των  $VaR$  (1%),  $VaR$  (0.2%), δείχνει ότι οι γραμμή των  $VaR$  ακολουθούν την διακύμανση των αποδόσεων. Αυτή είναι μια πρώτη παρατήρηση, ότι το μοντέλο είναι αποδεκτό. Βέβαια, θα επαληθευθεί, μέσω της διαδικασίας του Χάρτη Κινδύνου (Risk Map). Ο αριθμός των παραβιάσεων είναι δεκαπέντε (15) και μία (1) υπερβολικά μεγάλη παραβίαση. Ο σταυρός παρατηρείται στην πράσινη περιοχή του διαγράμματος, κάτι το οποίο σημαίνει ότι δεν μπορεί να απορριφθεί η μηδενική υπόθεση σε επίπεδο εμπιστοσύνης 95% και 99%. Επομένως, το μοντέλο είναι αποδεκτό.

GARCH t-student



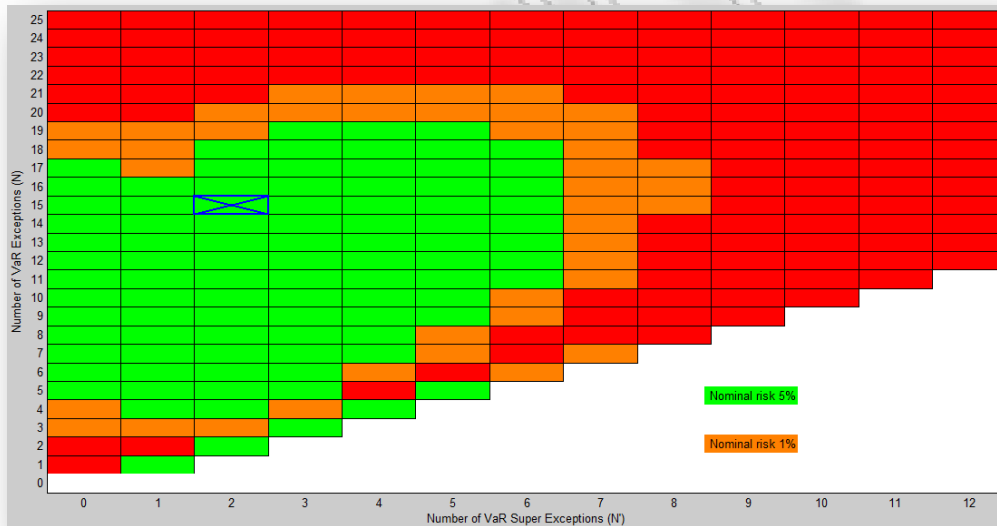
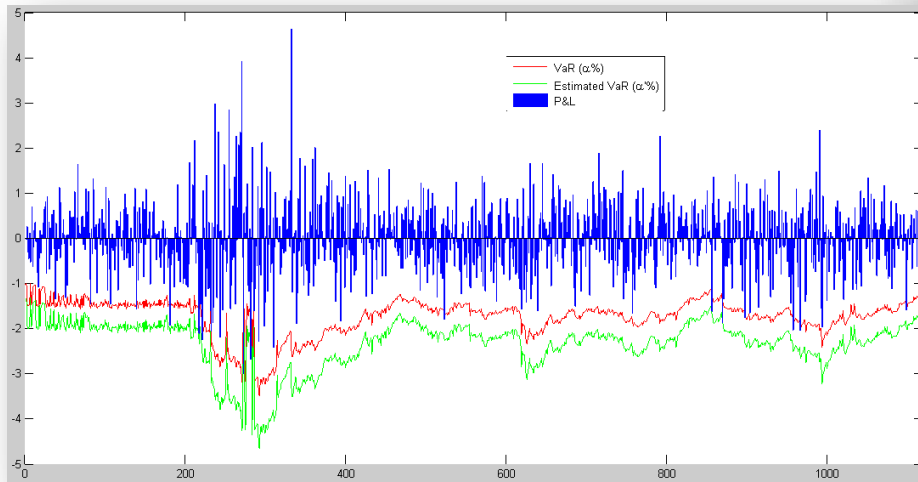
Το πρώτο διάγραμμα που παρουσιάζεται είναι αυτό της από κοινού εμφάνισης των ποσοστιαίων λογαριθμικών αποδόσεων και των  $VaR$  (1%) και  $VaR$  (0.2%). Μέσω του διαγράμματος μπορεί να εξαχθεί το συμπέρασμα ότι τα  $VaR$  ακολουθούν την τροχιά των διακυμάνσεων των αποδόσεων. Επίσης, εμφανίζεται ο Χάρτης Κινδύνου (Risk Map), στον οποίο παρατηρούνται εννέα (9) παραβιάσεις και μηδέν (0) υπερβολικά μεγάλες παραβιάσεις. Ο σταυρός παρατηρείται στην πράσινη περιοχή του διαγράμματος, κάτι το οποίο σημαίνει ότι δεν μπορεί να απορριφθεί η μηδενική υπόθεση σε επίπεδο εμπιστοσύνης 95% και 99%. Επομένως, το μοντέλο είναι αποδεκτό.

EGARCH Normal



Το οικονομετρικό μοντέλο που εξετάζεται σε αυτό το σημείο είναι το EGARCH Normal. Αυτό γίνεται αρχικά, με το κοινό διάγραμμα των ποσοστιαίων λογαριθμικών αποδόσεων και των  $VaR$  (1%),  $VaR$  (0.2%). Οι γραμμές των  $VaR$  φαίνονται να ακολουθούν τις διακυμάνσεις των αποδόσεων. Επίσης, ο Χάρτης Κινδύνου υποδεικνύει ότι για το συγκεκριμένο μοντέλο έχουν αναδειχθεί δεκατρείς (13) παραβιάσεις και μία (1) υπερβολικά μεγάλη παραβίαση. Οπότε από τα παραπάνω προκύπτει ότι ο «σταυρός» βρίσκεται στην πράσινη περιοχή, στην οποία δεν μπορεί να απορριφθεί η μηδενική υπόθεση για επίπεδο εμπιστοσύνης 95% και 99%. Άρα, το συγκεκριμένο μοντέλο είναι αποδεκτό.

EGARCH t-student



Η τελευταία οικονομετρική μέθοδος υπολογισμού του  $VaR$  είναι η EGARCH t-student. Αρχικά, παρατίθεται το κοινό διάγραμμα των ποσοστιαίων λογαριθμικών αποδόσεων και των  $VaR$  (1%),  $VaR$  (0.2%). Όπως και στα παραπάνω μοντέλα, έτσι και σε αυτό που εξετάζεται εδώ, οι γραμμές των  $VaR$  ακολουθούν αυτή της απόδοσης. Στον Χάρτη Κινδύνου (Risk Map) οι παραβιάσεις είναι δεκαπέντε (15) και οι υπερβολικά μεγάλες παραβιάσεις είναι δύο (2). Ο «σταυρός» παρατηρείται στην πράσινη περιοχή, το οποίο σημαίνει ότι δεν μπορεί να απορριφθεί η μηδενική υπόθεση για επίπεδα εμπιστοσύνης 95% και 99%. Επομένως, το μοντέλο δεν μπορεί να απορριφθεί.

## 5.2 Γερμανικό 10ετές Ομόλογο

Η χρηματοοικονομική σειρά που εξετάζεται σε αυτό το σημείο της διπλωματικής εργασίας είναι το Γερμανικό 10ετές ομόλογο. Στους πίνακες εμφανίζονται τα αποτελέσματα που προέκυψαν από την εφαρμογή των μεθόδων υπολογισμού του μέτρου της Αξίας σε Κίνδυνου (VaR) σε επίπεδο σημαντικότητας 5% ή 1%, καθώς και των επιμέρους ελέγχων παραβιάσεων με τα αντίστοιχα p-values (αριθμοί στις παρενθέσεις). Η χρηματοοικονομική σειρά έχει χρονικό εύρος από τις 31/3/1999 έως και τις 2/11/2011 με το πλήθος των παρατηρήσεων να είναι 3,286.

### Backtesting VaR μοντέλων για το Γερμανικό 10ετές Ομόλογο

Tests (μέθοδος υπολογισμού του Value at Risk)	LR_UC statistic	LR_IND statistic	LR_CC statistic	DQ1_UC statistic	DQ2_UC statistic	DQ3_UC statistic
Variance - Covariance	38.6805 (0.0000)	<b>4.2405</b> ( <b>0.0395</b> )	42.9211 (0.0000)	52.5205 (0.0000)	47.4644 (0.0000)	48.2588 (0.0000)
Risk Metrics	<b>0.0840</b> ( <b>0.7719</b> )	<b>0.1845</b> ( <b>0.6675</b> )	<b>0.2685</b> ( <b>0.8744</b> )	<b>0.0831</b> ( <b>0.7732</b> )	<b>0.0829</b> ( <b>0.7734</b> )	<b>0.0828</b> ( <b>0.7736</b> )
Historical Simulation 1st sample	<b>7.3618</b> ( <b>0.0067</b> )	<b>0.6586</b> ( <b>0.4171</b> )	<b>8.0204</b> ( <b>0.0181</b> )	<b>8.7711</b> ( <b>0.0031</b> )	<b>8.2735</b> ( <b>0.0040</b> )	<b>8.6203</b> ( <b>0.0033</b> )
Historical Simulation 2nd sample	<b>8.7325</b> ( <b>0.0031</b> )	<b>0.5452</b> ( <b>0.4603</b> )	<b>9.2777</b> ( <b>0.0097</b> )	10.6623 (0.0011)	9.1700 (0.0025)	9.6066 (0.0019)
Historical Simulation All sample	<b>4.9166</b> ( <b>0.0266</b> )	<b>0.9265</b> ( <b>0.3358</b> )	<b>5.8431</b> ( <b>0.0538</b> )	<b>5.5577</b> ( <b>0.0184</b> )	<b>5.7736</b> ( <b>0.0163</b> )	<b>5.9667</b> ( <b>0.0146</b> )
ARCH Normal Filtered	<b>2.9007</b> ( <b>0.0885</b> )	<b>0.5367</b> ( <b>0.4638</b> )	<b>3.4374</b> ( <b>0.1793</b> )	<b>3.4916</b> ( <b>0.0617</b> )	<b>3.6124</b> ( <b>0.0574</b> )	<b>3.7392</b> ( <b>0.0531</b> )
ARCH Normal	36.2231 (0.0000)	<b>2.4504</b> ( <b>0.1175</b> )	38.6735 (0.0000)	60.9917 (0.0000)	54.0830 (0.0000)	53.5627 (0.0000)
ARCH t-student	15.1053 (0.0001)	<b>1.2660</b> ( <b>0.2605</b> )	16.3713 (0.0003)	21.7950 (0.0000)	21.0385 (0.0000)	21.9177 (0.0000)
GARCH Normal	<b>0.7943</b> ( <b>0.3728</b> )	<b>0.3630</b> ( <b>0.5469</b> )	<b>1.1573</b> ( <b>0.5607</b> )	<b>0.8866</b> ( <b>0.3464</b> )	<b>0.7900</b> ( <b>0.3741</b> )	<b>0.8139</b> ( <b>0.3670</b> )
GARCH t-student	<b>3.8522</b> ( <b>0.0497</b> )	<b>0.6023</b> ( <b>0.4377</b> )	<b>4.4544</b> ( <b>0.1078</b> )	<b>4.7452</b> ( <b>0.0294</b> )	<b>4.9136</b> ( <b>0.0266</b> )	<b>5.0907</b> ( <b>0.0241</b> )
EGARCH Normal	<b>0.1006</b> ( <b>0.7511</b> )	<b>0.2662</b> ( <b>0.6059</b> )	<b>0.3668</b> ( <b>0.8325</b> )	<b>0.1060</b> ( <b>0.7447</b> )	<b>0.0929</b> ( <b>0.7605</b> )	<b>0.0969</b> ( <b>0.7560</b> )
EGARCH t-student	<b>0.0840</b> ( <b>0.7719</b> )	<b>0.1845</b> ( <b>0.6675</b> )	<b>0.2685</b> ( <b>0.8744</b> )	<b>0.0831</b> ( <b>0.7732</b> )	<b>0.0829</b> ( <b>0.7734</b> )	<b>0.0828</b> ( <b>0.7736</b> )

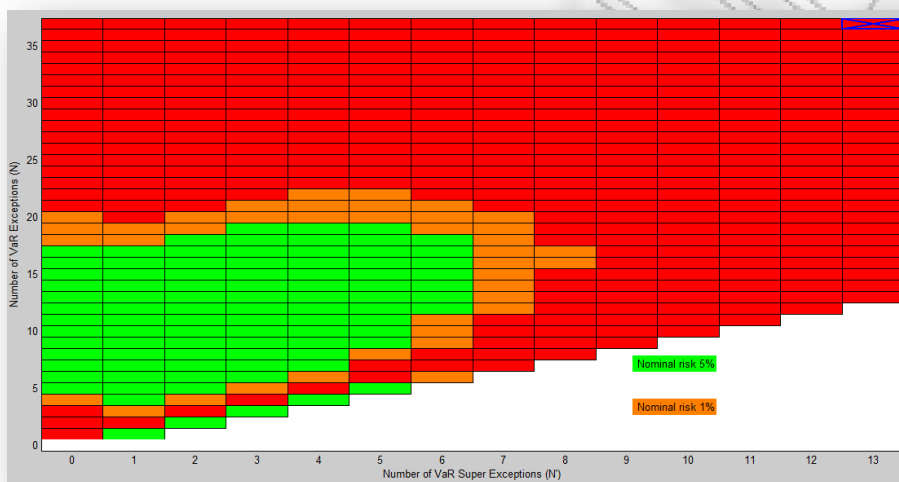
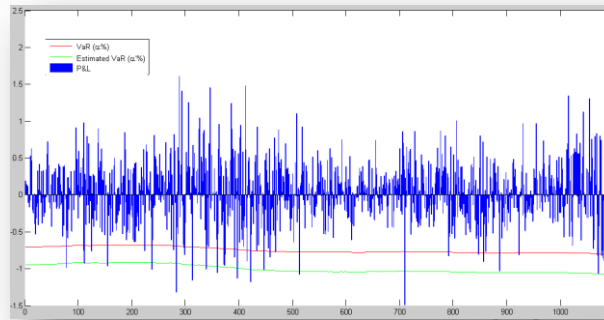
Tests (μέθοδος υπολογισμού του Value at Risk)	DQ1_IND statistic	DQ2_IND statistic	DQ3_IND statistic	DQ1_CC statistic	DQ2_CC statistic	DQ3_CC statistic
Variance - Covariance	21.3470 (0.0000)	26.5084 (0.0000)	14.8430 (0.0001)	84.0512 (0.0000)	90.8486 (0.0000)	91.6428 (0.0000)
Risk Metrics	<b>0.0852</b> <b>(0.7704)</b>	<b>0.1723</b> <b>(0.6781)</b>	<b>0.2613</b> <b>(0.6092)</b>	<b>0.1668</b> <b>(0.9200)</b>	<b>0.2522</b> <b>(0.9688)</b>	<b>0.3396</b> <b>(0.9871)</b>
Historical Simulation 1st sample	<b>1.7472</b> <b>(0.1862)</b>	<b>3.3920</b> <b>(0.0655)</b>	<b>0.9607</b> <b>(0.3270)</b>	<b>11.0915</b> <b>(0.0039)</b>	<b>12.7634</b> <b>(0.0052)</b>	<b>13.7263</b> <b>(0.0082)</b>
Historical Simulation 2nd sample	<b>1.4568</b> <b>(0.2274)</b>	10.2099 (0.0014)	<b>4.2563</b> <b>(0.0391)</b>	12.7510 (0.0017)	23.9399 (0.0000)	25.2398 (0.0000)
Historical Simulation All sample	<b>2.4288</b> <b>(0.1191)</b>	<b>0.3009</b> <b>(0.5833)</b>	<b>0.0013</b> <b>(0.9715)</b>	<b>8.4270</b> <b>(0.0148)</b>	<b>9.1253</b> <b>(0.0277)</b>	<b>9.6514</b> <b>(0.0467)</b>
ARCH Normal Filtered	<b>0.4212</b> <b>(0.5163)</b>	<b>0.8575</b> <b>(0.3544)</b>	<b>1.3097</b> <b>(0.2525)</b>	<b>3.8119</b> <b>(0.1487)</b>	<b>4.2625</b> <b>(0.2345)</b>	<b>4.7291</b> <b>(0.3162)</b>
ARCH Normal	<b>4.0716</b> <b>(0.0436)</b>	<b>0.5933</b> <b>(0.4411)</b>	<b>0.3234</b> <b>(0.5696)</b>	62.0558 (0.0000)	71.3032 (0.0000)	71.4120 (0.0000)
ARCH t-student	<b>1.5195</b> <b>(0.2177)</b>	<b>0.1145</b> <b>(0.7351)</b>	<b>0.9394</b> <b>(0.3324)</b>	22.4605 (0.0000)	23.0450 (0.0000)	24.5317 (0.0001)
GARCH Normal	<b>0.2346</b> <b>(0.6281)</b>	<b>1.5229</b> <b>(0.2172)</b>	<b>0.6158</b> <b>(0.4326)</b>	<b>1.0991</b> <b>(0.5772)</b>	<b>6.0014</b> <b>(0.1115)</b>	<b>6.1914</b> <b>(0.1853)</b>
GARCH t-student	<b>0.5004</b> <b>(0.4793)</b>	<b>1.0198</b> <b>(0.3126)</b>	<b>1.5591</b> <b>(0.2118)</b>	<b>5.1025</b> <b>(0.0780)</b>	<b>5.6392</b> <b>(0.1305)</b>	<b>6.1958</b> <b>(0.1850)</b>
EGARCH Normal	<b>0.1475</b> <b>(0.7010)</b>	<b>2.3343</b> <b>(0.1266)</b>	<b>1.1914</b> <b>(0.2751)</b>	<b>0.2512</b> <b>(0.8820)</b>	<b>6.6488</b> <b>(0.0840)</b>	<b>6.7593</b> <b>(0.1492)</b>
EGARCH t-student	<b>0.0852</b> <b>(0.7704)</b>	<b>0.1723</b> <b>(0.6781)</b>	<b>0.2613</b> <b>(0.6092)</b>	<b>0.1668</b> <b>(0.9200)</b>	<b>0.2522</b> <b>(0.9688)</b>	<b>0.3396</b> <b>(0.9871)</b>

Tests (μέθοδος υπολογισμού του Value at Risk)	LR_CC duration	LR_IND duration	LR_MUC statistic	Αριθμός παραβιάσεων (0.010)	Αριθμός παραβιάσεων (0.002)	Empirical frequency of violations
Variance - Covariance	39.3313 (0.0000)	<b>3.6926</b> <b>(0.0547)</b>	43.7342 (0.0000)	37	13	0.0338
Risk Metrics	<b>5.1940</b> <b>(0.0745)</b>	<b>4.8276</b> <b>(0.0280)</b>	<b>1.9994</b> <b>(0.3680)</b>	10	4	0.0091
Historical Simulation 1st sample	<b>6.2993</b> <b>(0.0429)</b>	<b>0.2871</b> <b>(0.5921)</b>	<b>7.8352</b> <b>(0.0199)</b>	21	5	0.0192
Historical Simulation 2nd sample	<b>8.7685</b> <b>(0.0125)</b>	<b>1.5005</b> <b>(0.2206)</b>	<b>9.1513</b> <b>(0.0103)</b>	22	5	0.0201
Historical Simulation All sample	<b>3.8333</b> <b>(0.1471)</b>	<b>0.0272</b> <b>(0.8689)</b>	<b>5.4336</b> <b>(0.0661)</b>	19	3	0.0174
ARCH Normal Filtered	<b>2.0836</b> <b>(0.3528)</b>	<b>0.0383</b> <b>(0.8447)</b>	<b>3.9076</b> <b>(0.1417)</b>	17	5	0.0155
ARCH Normal	<b>34.8801</b> <b>(0.0000)</b>	<b>1.5955</b> <b>(0.2065)</b>	<b>43.4200</b> <b>(0.0000)</b>	36	14	0.0329
ARCH t-student	<b>13.2074</b> <b>(0.0014)</b>	<b>0.0049</b> <b>(0.9439)</b>	<b>20.0723</b> <b>(0.0000)</b>	26	10	0.0237
GARCH Normal	<b>0.3763</b> <b>(0.8285)</b>	<b>0.0107</b> <b>(0.9175)</b>	<b>0.9272</b> <b>(0.6290)</b>	14	3	0.0128
GARCH t-student	<b>4.0091</b> <b>(0.1347)</b>	<b>1.1423</b> <b>(0.2852)</b>	<b>7.3463</b> <b>(0.0254)</b>	18	7	0.0164
EGARCH Normal	<b>0.0430</b> <b>(0.9787)</b>	<b>0.0427</b> <b>(0.8363)</b>	<b>0.2967</b> <b>(0.8621)</b>	12	3	0.0110
EGARCH t-student	<b>1.7121</b> <b>(0.4248)</b>	<b>1.3458</b> <b>(0.2460)</b>	<b>0.5454</b> <b>(0.7613)</b>	10	3	0.0091

Σύμφωνα με τους παραπάνω πίνακες, καθώς και τα στοιχεία τα οποία είναι τονισμένα, μπορεί κανείς να βγάλει ορισμένα συμπεράσματα για τα μοντέλα υπολογισμού του VaR. Αρχικά, οι μέθοδοι Variance – Covariance, ARCH Normal και η ARCH t-student δεν μπορούν να γίνουν αποδεκτές. Στον αντίποδα, οι έλεγχοι Risk Metrics, Historical Simulation 1<sup>st</sup> sample, Historical Simulation 2<sup>nd</sup> sample, Historical Simulation all sample, ARCH Normal Filtered, GARCH Normal, GARCH t-student, EGARCH Normal, EGARCH t-student, μπορούν να γίνουν αποδεκτοί. Τα παραπάνω, βέβαια αποτελέσματα θα επαληθευθούν και παρακάτω, με τους επιμέρους Χάρτες Κινδύνου (Risk Maps).

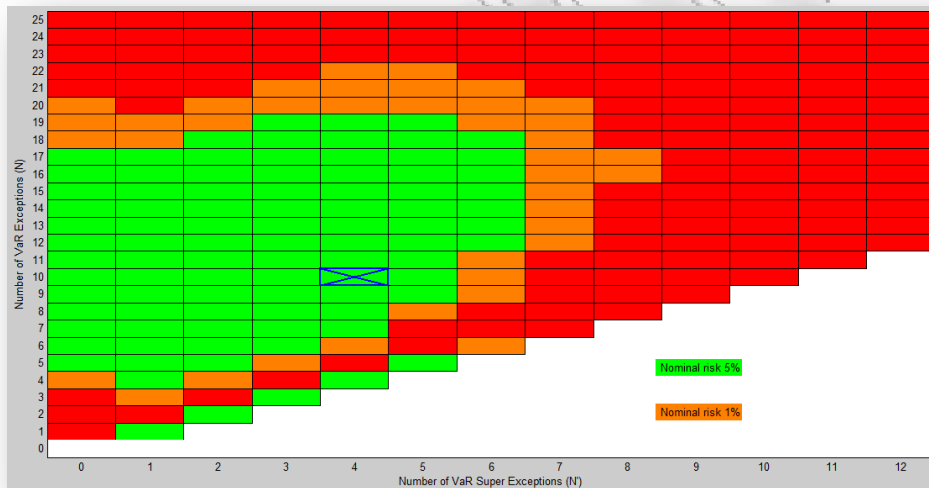
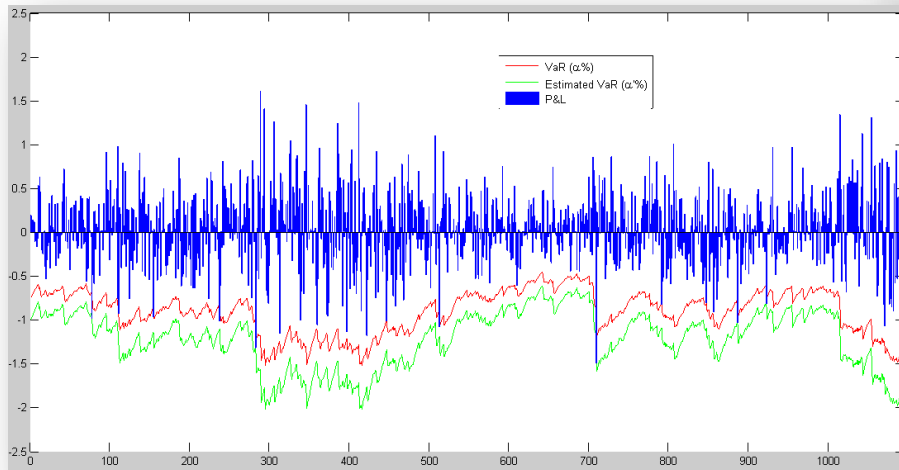


Variance – Covariance



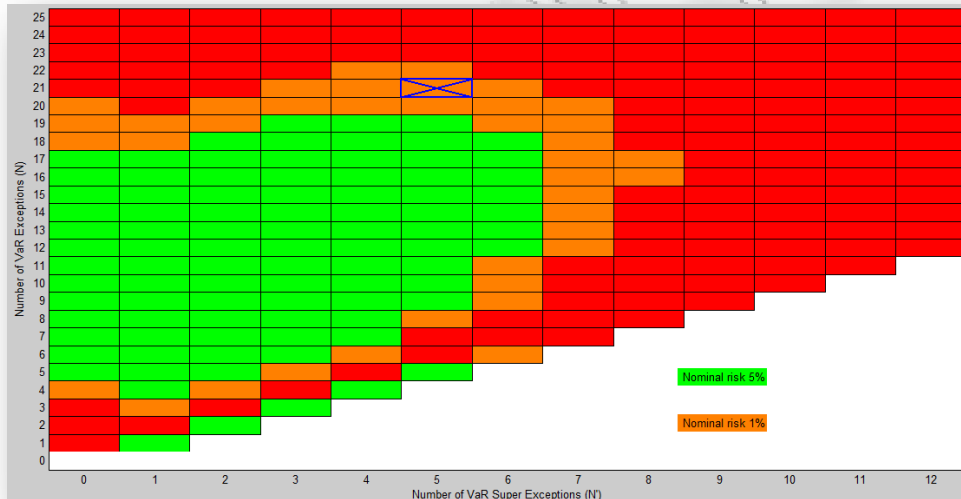
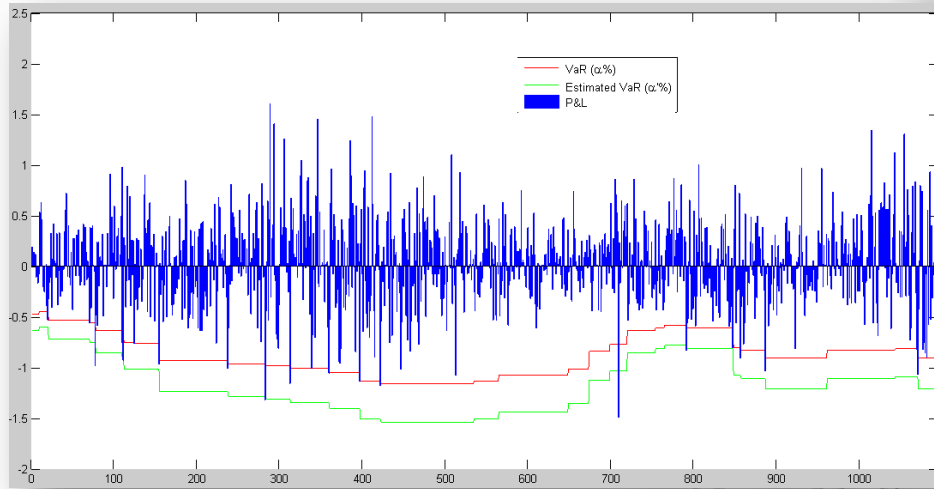
Τα αποτελέσματα του ελέγχου Variance – Covariance συνοψίζονται στα δύο (2) παραπάνω διαγράμματα για το Γερμανικό 10ετές ομόλογο για την περίοδο 31/3/1999 έως και τις 2/11/2011, με πλήθος παρατηρήσεων 3,286. Στο πρώτο κατά σειρά εμφανίζονται οι ποσοστιαίες λογαριθμικές αποδόσεις, το μέτρο της Αξίας σε Κίνδυνο (*VaR*) για διάστημα εμπιστοσύνης 1%, καθώς επίσης και το εκτιμώμενο *VaR* για διάστημα εμπιστοσύνης 0.2%. Σύμφωνα με το διάγραμμα μπορεί κανείς να παρατηρήσει ότι οι εκτιμήσεις του *VaR* και στα δύο διαστήματα εμπιστοσύνης ακολουθούν ευθεία γραμμή, χωρίς να επηρεάζονται από τις διακυμάνσεις των αποδόσεων. Το δεύτερο κατά σειρά διάγραμμα απεικονίζει τον Χάρτη Κινδύνου (Risk Map). Σύμφωνα με τους ελέγχους παραβιάσεων για την μέθοδο υπολογισμού του *VaR* Variance – Covariance, προκύπτουν τριάντα επτά (37) παραβιάσεις και δεκατρείς (13) υπερβολικά μεγάλες παραβιάσεις. Αυτές είναι και οι συντεταγμένες, όπως φαίνονται από τον «σταυρό» στο συγκεκριμένο σημείο. Όπως είναι φανερό ο «σταυρός» κινείται στην κόκκινη περιοχή, κάτι το οποίο σημαίνει ότι το μοντέλο δεν είναι αποδεκτό, καθώς απορρίπτεται η μηδενική υπόθεση και στα δύο επίπεδα εμπιστοσύνης 99% και 95%.

Risk Metrics



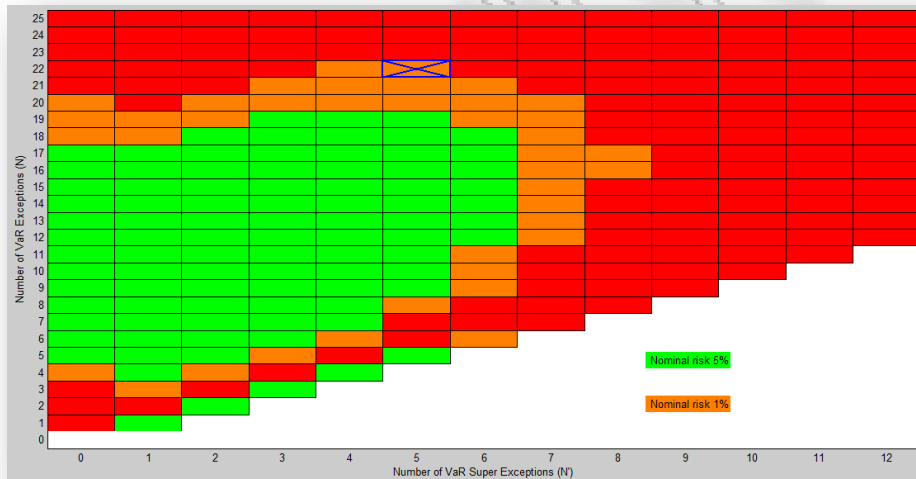
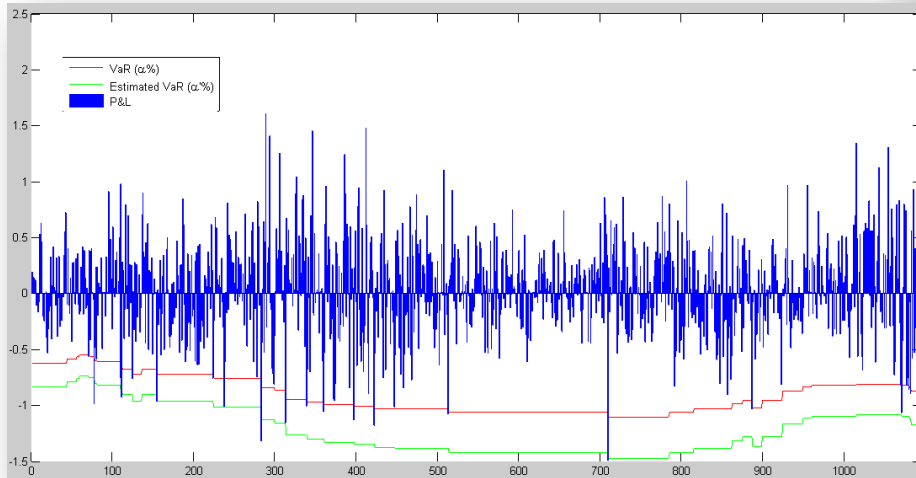
Το δεύτερο μοντέλο υπολογισμού του Value at Risk (*VaR*) που εξετάζεται είναι το Risk Metrics. Το πρώτο διάγραμμα απεικονίζει τις ποσοστιαίες λογαριθμικές αποδόσεις του Γερμανικού 10ετές ομολόγου. Επίσης τα *VaR* για τα δύο επίπεδα εμπιστοσύνης 1% και 0.2%. Οι γραμμές των *VaR* ακολουθούν τις διακυμάνσεις των αποδόσεων, κάτι το οποίο είναι ένα πρώτο δείγμα γραφής για την αποδοχή του συγκεκριμένου μοντέλου. Το δεύτερο διάγραμμα απεικονίζει τον Χάρτη Κινδύνου (Risk Map). Ο αριθμός των παραβιάσεων είναι δέκα (10) και ο αριθμός των υπερβολικά μεγάλων παραβιάσεων είναι τέσσερις (4). Οι συντεταγμένες των συγκεκριμένων σημείων είναι εμφανής, με το μαρκαρισμένο «σταυρό». Η πράσινη περιοχή στην οποία βρίσκεται ο «σταυρός» σημαίνει ότι το μοντέλο Risk Metrics δεν μπορεί να απορριφθεί σε διάστημα εμπιστοσύνης 95%, 99%. Άρα το μοντέλο μπορεί να γίνει αποδεκτό.

Historical Simulation 1st sample



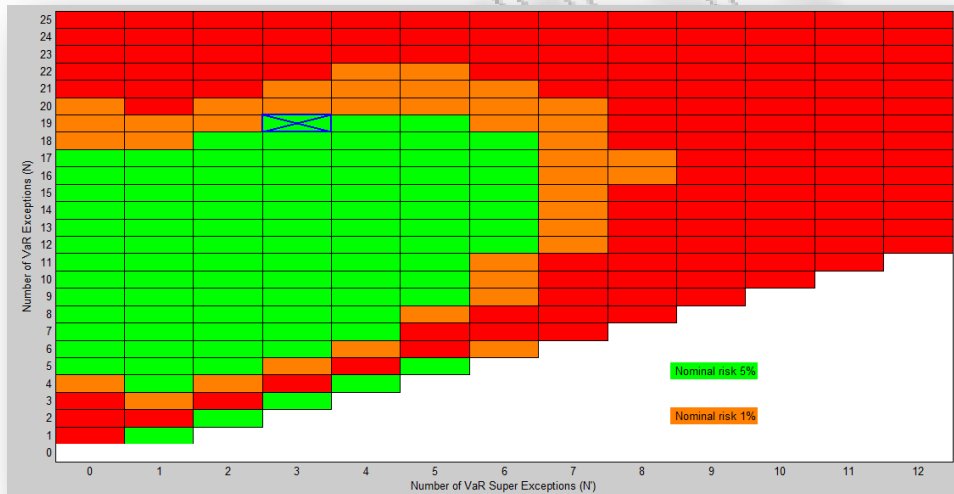
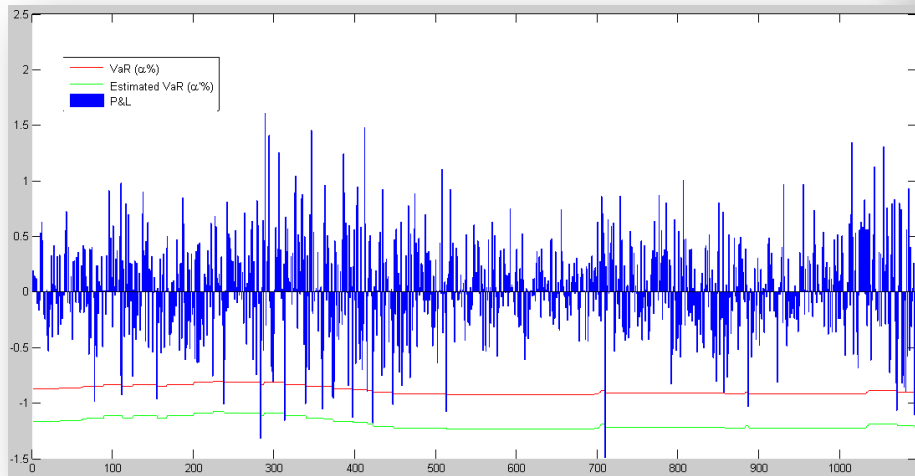
Στα παραπάνω διαγράμματα εξετάζονται τα αποτελέσματα του μοντέλου Historical Simulation 1<sup>st</sup> sample. Το διάγραμμα με τις ποσοστιαίες λογαριθμικές αποδόσεις, το VaR (1%) και VaR (0.2%), οδηγεί στο συμπέρασμα ότι οι γραμμές των VaR ακολουθούν αρκετά την γραμμή των αποδόσεων. Το δεύτερο διάγραμμα δείχνει τον Χάρτη Κινδύνου (Risk Map), με τον αριθμό των παραβιάσεων να είναι εικοσιένα (21) και των υπερβολικά μεγάλων παραβιάσεων να είναι πέντε (5). Οι συντεταγμένες δείχνουν τον «σταυρό» στην πορτοκαλί περιοχή του διαγράμματος, το οποίο σημαίνει ότι μπορεί να απορριφθεί η μηδενική υπόθεση σε διάστημα εμπιστοσύνης 95%, αλλά όχι σε διάστημα εμπιστοσύνης 99%.

Historical Simulation 2nd sample



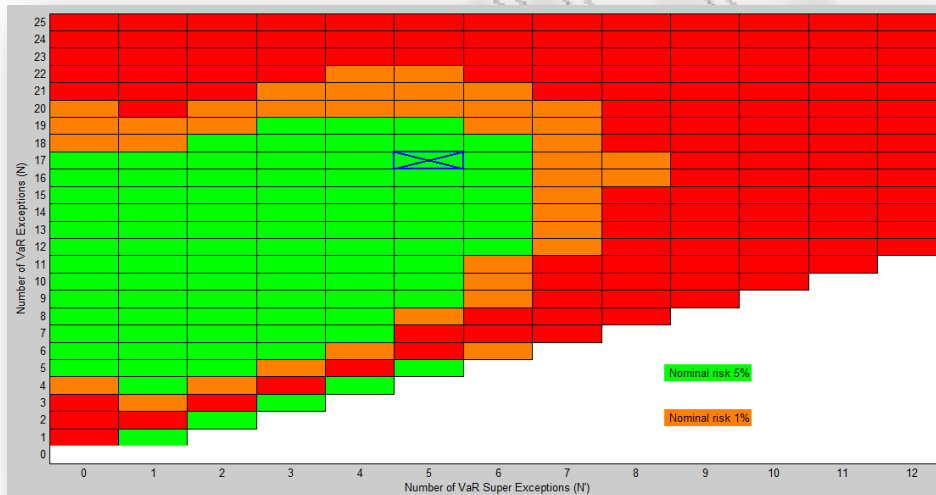
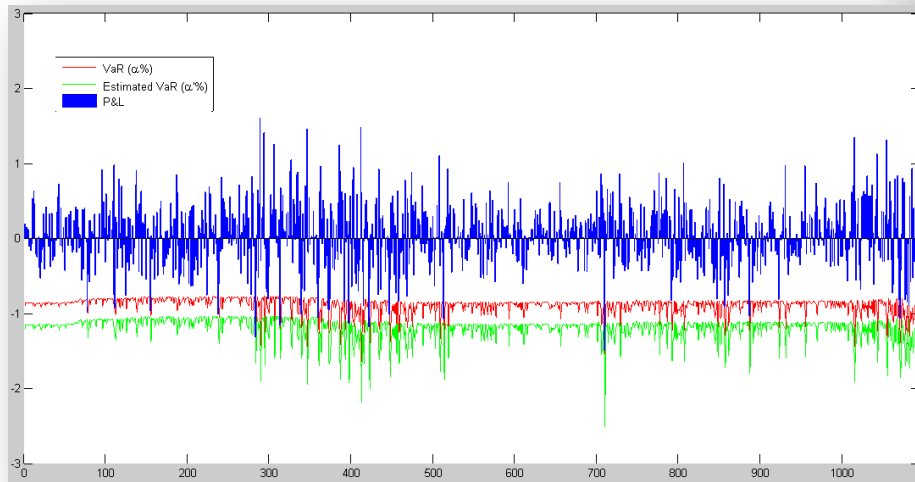
Όπως και στο μοντέλο Historical Simulation 1<sup>st</sup> sample, σε αυτό το σημείο θα γίνει η ανάλυση και για το μοντέλο Historical Simulation 2<sup>nd</sup> sample. Το κοινό διάγραμμα των ποσοστιαίων λογαριθμικών αποδόσεων, των VaR (1%) και VaR (0.2%), δείχνει ότι οι γραμμές των VaR ακολουθούν την γραμμή των αποδόσεων. Στην συνέχεια όμως, παρατίθεται ο Χάρτης Κινδύνου (Risk Map) με είκοσι δύο (22) παραβιάσεις και πέντε (5) υπερβολικά μεγάλες παραβιάσεις. Ο «σταυρός» βρίσκεται στην πορτοκαλί περιοχή, το οποίο σημαίνει ότι απορρίπτεται η μηδενική υπόθεση για διάστημα εμπιστοσύνης 95%, αλλά όχι για διάστημα εμπιστοσύνης 99%.

Historical Simulation All Sample



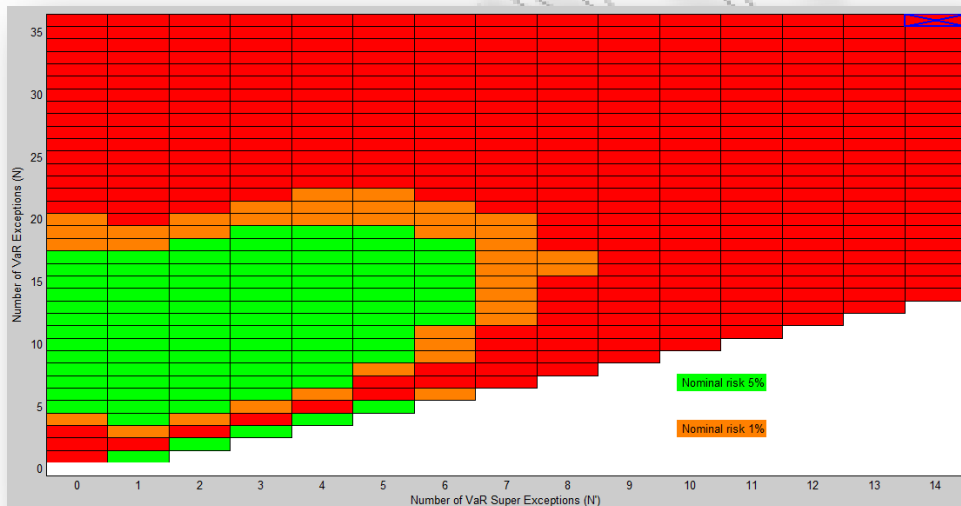
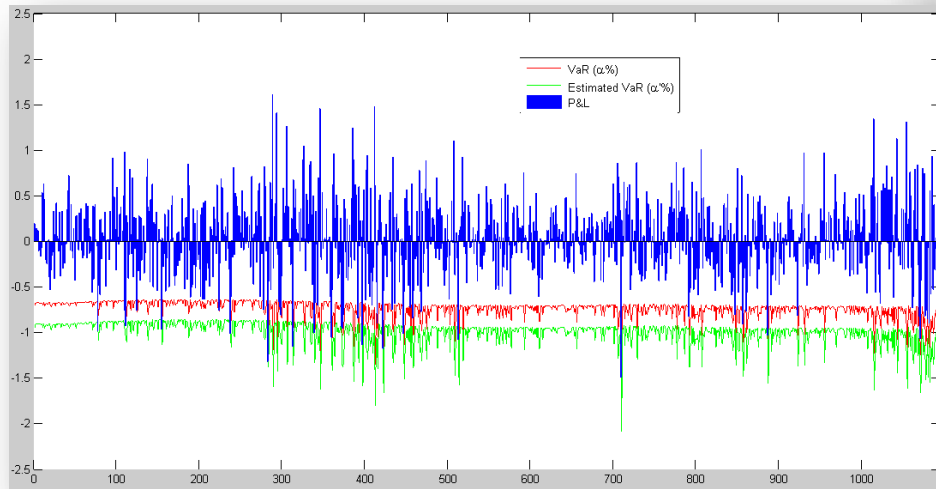
Τα αποτελέσματα της μεθόδου της Ιστορικής Προσομοίωσης για όλο το δείγμα (Historical Simulation all sample), φαίνονται από τα παραπάνω διαγράμματα. Αρχικά, παρατίθεται το διάγραμμα των ποσοστιαίων λογαριθμικών αποδόσεων, του VaR (1%) και του VaR (0.2%). Παρακάτω, ο Χάρτης Κινδύνου (Risk Map) φανερώνει αν το μοντέλο είναι επαρκές ή όχι. Οι παραβιάσεις είναι δεκαεννέα (19) και οι υπερβολικά μεγάλες παραβιάσεις είναι τρεις (3). Ουσιαστικά, είναι δηλαδή οι συντεταγμένες του «σταυρού», ο οποίος βρίσκεται στην πράσινη περιοχή, και σύμφωνα με το οποίο δεν μπορεί να απορριφθεί η μηδενική υπόθεση για τα διαστήματα εμπιστοσύνης 99% και 95%.

ARCH Normal Filtered



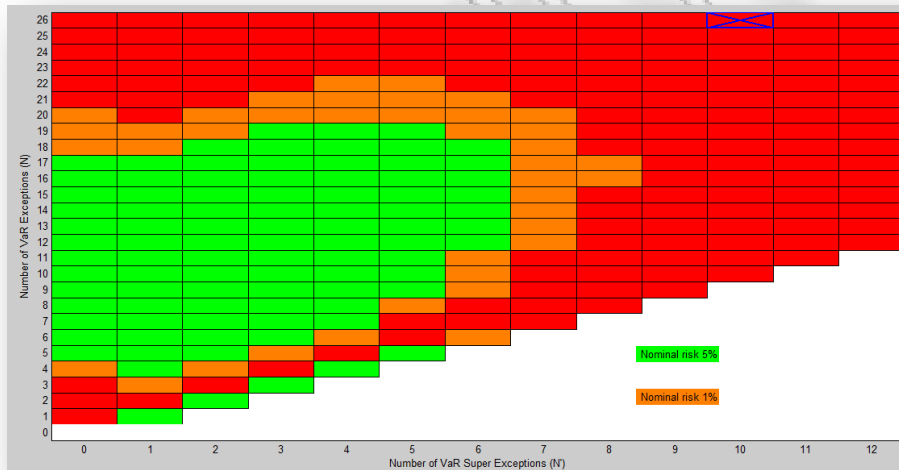
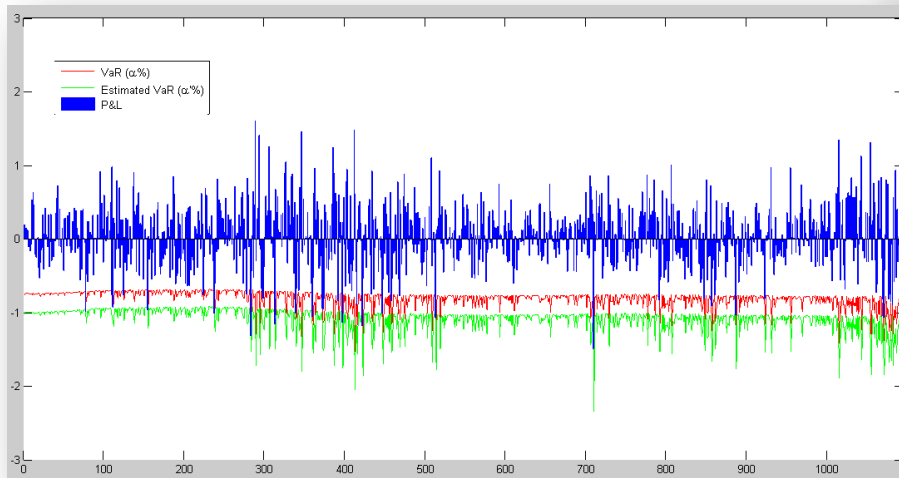
Το μοντέλο ARCH Normal Filtered, είναι το επόμενο στην σειρά που εξετάζεται. Η ποσοστιαία λογαριθμική απόδοση αποτυπώνεται στο ίδιο διάγραμμα με τα  $VaR$  (1%) και  $VaR$  (0.2%). Οι γραμμές των  $VaR$  ακολουθούν αυτή της γραμμής της απόδοσης στα σημεία εκείνα όπου υπάρχει υψηλή διακύμανση. Ακολουθεί, ο Χάρτης Κινδύνου (Risk Map), στον οποίο παρατηρούνται δεκαεπτά (17) παραβιάσεις και πέντε (5) υπερβολικά μεγάλες παραβιάσεις. Ο σταυρός βρίσκεται στην πράσινη περιοχή του διαγράμματος, κάτι το οποίο σημαίνει ότι δεν μπορεί να απορριφθεί η μηδενική υπόθεση στα επίπεδα εμπιστοσύνης 95% και 99%. Επομένως, το συμπέρασμα που προκύπτει είναι ότι το μοντέλο ARCH Normal Filtered είναι αποδεκτό.

ARCH Normal



Το επόμενο οικονομετρικό μοντέλο που εξετάζεται είναι το ARCH Normal. Οι αποδόσεις της χρηματοοικονομικής σειράς του 10ετούς Γερμανικού ομολόγου απεικονίζονται στο πρώτο κατά σειρά διάγραμμα, όπως επίσης και τα  $VaR$  (1%) και  $VaR$  (0.2%). Μέσω του διαγράμματος δεν μπορεί να βγει κάποιο ασφαλές συμπέρασμα. Στην συνέχεια, παρατίθεται ο Χάρτης Κινδύνου (Risk Map) στον οποίο αποτυπώνονται οι τριάντα έξι (36) παραβιάσεις και οι δεκατέσσερις (14) υπερβολικά μεγάλες παραβιάσεις. Ο «σταυρός», που απεικονίζει τις παραπάνω συντεταγμένες, βρίσκεται στην κόκκινη περιοχή, κάτι το οποίο σημαίνει ότι μπορεί να απορριφθεί η μηδενική υπόθεση για τα επίπεδα εμπιστοσύνης 95% και 99%. Τελικά, το μοντέλο απορρίπτεται.

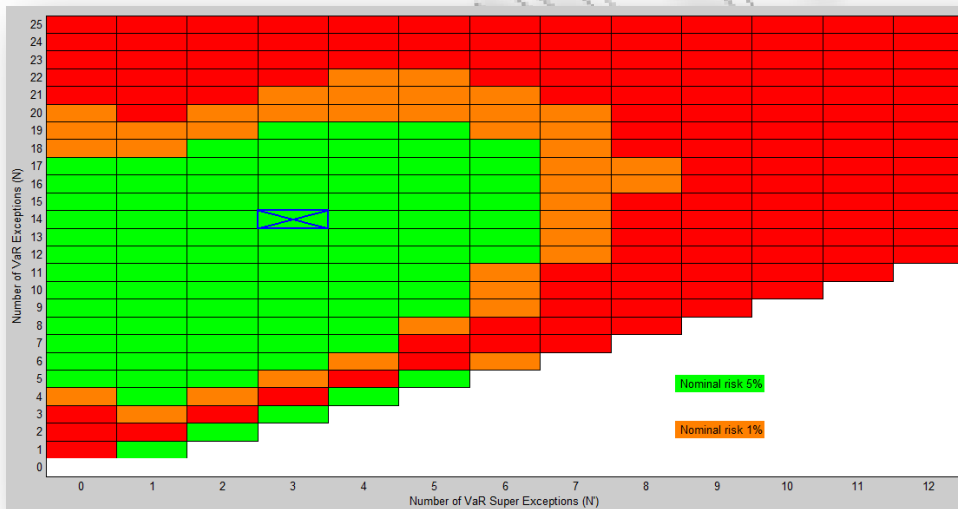
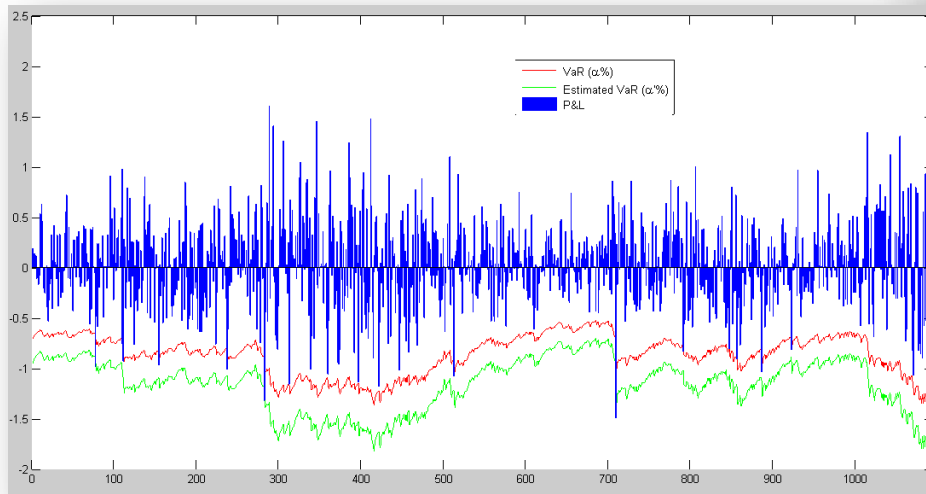
ARCH t – student



Για την ανάλυση του μοντέλου υπολογισμού του *VaR* ARCH t-student, παρατίθενται δύο διαγράμματα. Το πρώτο αποτελεί το κοινό διάγραμμα των ποσοστιαίων λογαριθμικών αποδόσεων και των *VaR* (1%) και *VaR* (0.2%). Μέσω του διαγράμματος δεν μπορεί να βγει κάποιο ασφαλές συμπέρασμα για την αποδοχή ή μη του συγκεκριμένου μοντέλου. Επιπλέον, στον Χάρτη Κινδύνου (Risk Map), παρατηρούνται είκοσι έξι (26) παραβιάσεις και δέκα (10) υπερβολικά μεγάλες παραβιάσεις. Οι συντεταγμένες αυτών των παραβιάσεων δείχνουν τον «σταυρό» στην κόκκινη περιοχή, κάτι το οποίο σημαίνει ότι μπορεί κανείς να απορρίψει την μηδενική υπόθεση σε επίπεδο εμπιστοσύνης 95% και 99% αντίστοιχα. Οπότε, το μοντέλο μπορεί να απορριφθεί.

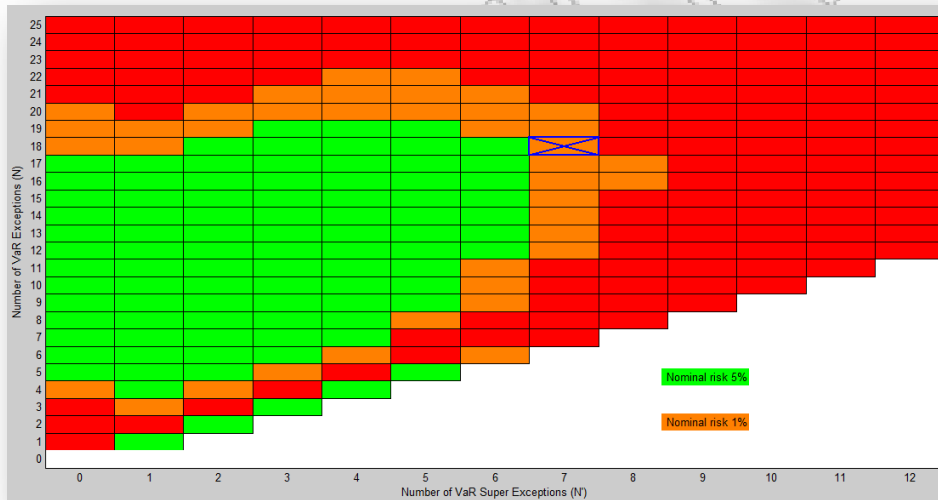
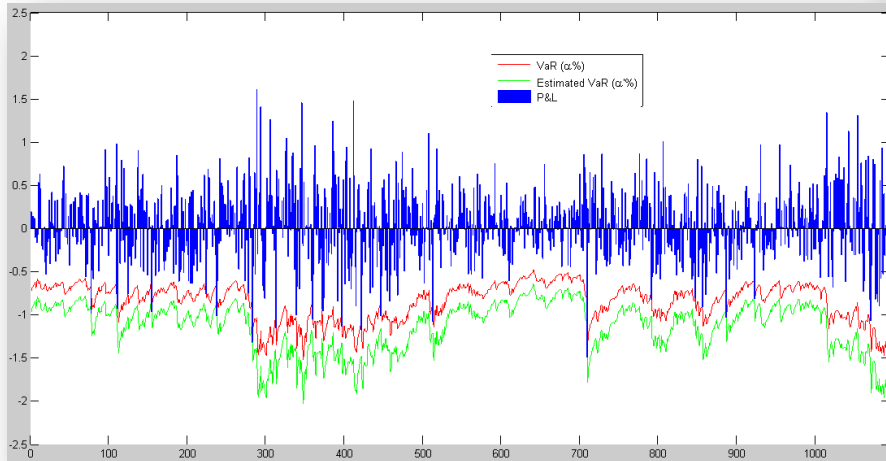


GARCH Normal



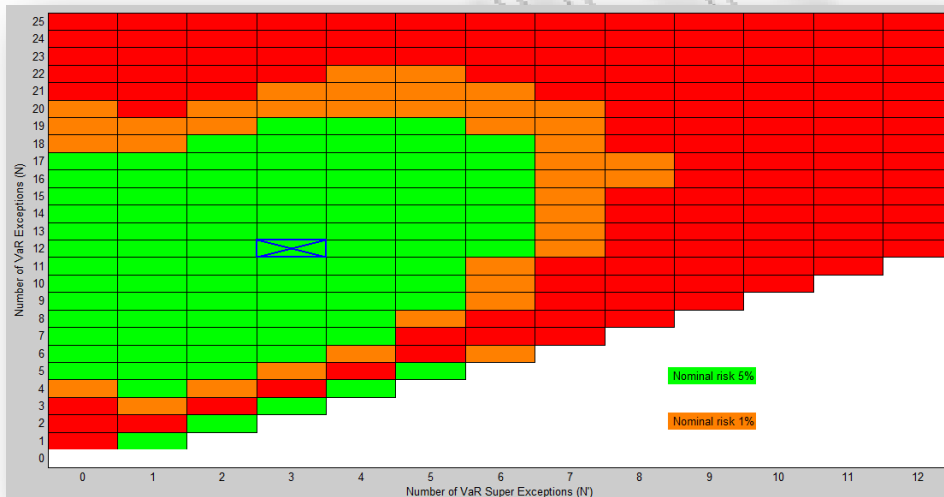
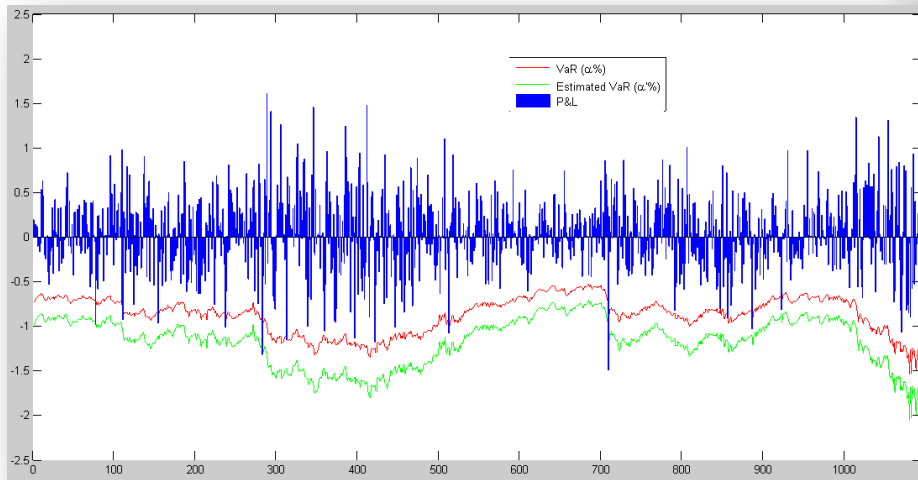
Στην συνέχεια, εξετάζεται το οικονομετρικό μοντέλο GARCH Normal. Το κοινό διάγραμμα των ποσοστιαίων λογαριθμικών αποδόσεων και των  $VaR$  (1%),  $VaR$  (0.2%), δείχνει ότι η γραμμή των  $VaR$  ακολουθεί την διακύμανση των αποδόσεων. Αυτή είναι μια πρώτη παρατήρηση, ότι το μοντέλο είναι αποδεκτό. Βέβαια, θα επαληθευθεί, μέσω της διαδικασίας του Χάρτη Κινδύνου (Risk Map). Ο αριθμός των παραβιάσεων είναι δεκατέσσερις (14) και τρεις (3) υπερβολικά μεγάλες παραβιάσεις. Ο «σταυρός» παρατηρείται στην πράσινη περιοχή του διαγράμματος, κάτι το οποίο σημαίνει ότι δεν μπορεί να απορριφθεί η μηδενική υπόθεση σε επίπεδο εμπιστοσύνης 95% και 99%. Επομένως, το μοντέλο είναι αποδεκτό.

GARCH t – student



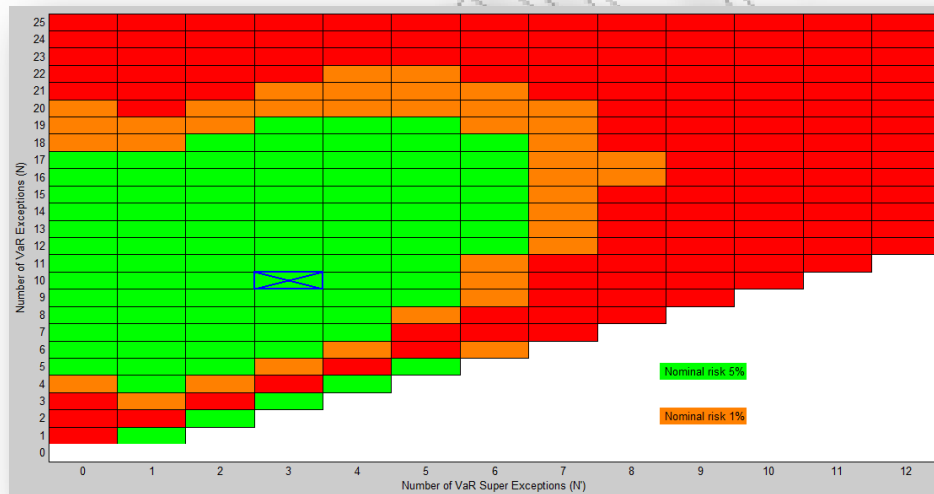
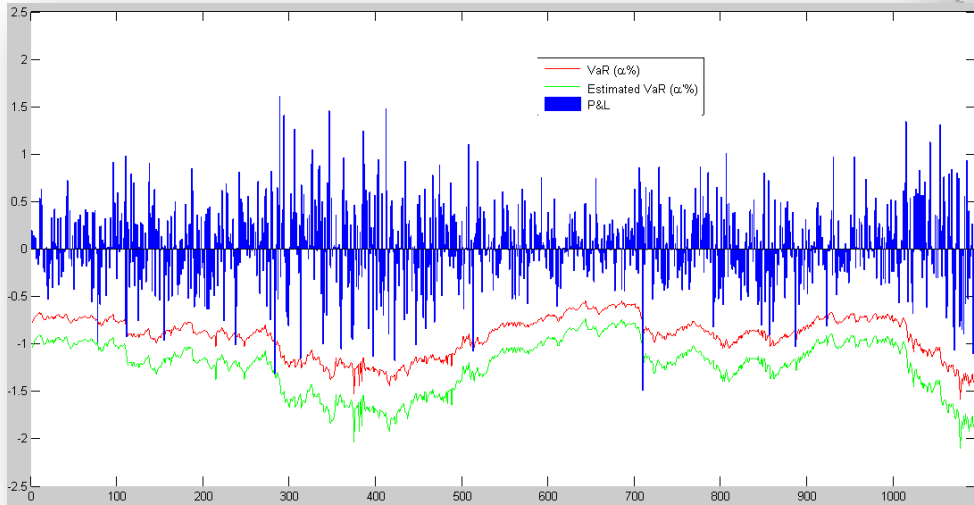
Το πρώτο διάγραμμα που παρουσιάζεται είναι αυτό της από κοινού εμφάνισης των ποσοστιαίων λογαριθμικών αποδόσεων και των  $VaR$  (1%) και  $VaR$  (0.2%). Μέσω του διαγράμματος μπορεί να εξαχθεί το συμπέρασμα ότι τα  $VaR$  ακολουθούν την τροχιά των διακυμάνσεων των αποδόσεων. Επίσης, εμφανίζεται ο Χάρτης Κινδύνου (Risk Map), στον οποίο παρατηρούνται δεκαοχτώ (18) παραβιάσεις και επτά (7) υπερβολικά μεγάλες παραβιάσεις. Ο «σταυρός» παρατηρείται στην πορτοκαλί περιοχή του διαγράμματος, κάτι το οποίο σημαίνει ότι μπορεί να απορριφθεί η μηδενική υπόθεση σε επίπεδο εμπιστοσύνης 95%, αλλά όχι σε επίπεδο εμπιστοσύνης 99%.

EGARCH Normal



Το οικονομετρικό μοντέλο που εξετάζεται σε αυτό το σημείο είναι το EGARCH Normal. Αυτό γίνεται αρχικά, με το κοινό διάγραμμα των ποσοστιαίων λογαριθμικών αποδόσεων και των  $VaR$  (1%),  $VaR$  (0.2%). Τα διαγράμματα των  $VaR$  φαίνονται να ακολουθούν τις διακυμάνσεις των αποδόσεων. Επίσης, ο Χάρτης Κινδύνου αναδεικνύει ότι για το συγκεκριμένο μοντέλο έχουν αναδειχθεί δώδεκα (12) παραβιάσεις και τρεις (3) υπερβολικά μεγάλες παραβιάσεις. Οπότε από τα παραπάνω προκύπτει ότι ο «σταυρός» βρίσκεται στην πράσινη περιοχή, στην οποία δεν μπορεί να απορριφθεί η μηδενική υπόθεση για επίπεδο εμπιστοσύνης 95% και 99%. Άρα, το συγκεκριμένο μοντέλο είναι αποδεκτό.

EGARCH t – student



Η τελευταία οικονομετρική μέθοδος υπολογισμού του  $VaR$  είναι το EGARCH t-student. Αρχικά, παρατίθεται το κοινό διάγραμμα των ποσοστιαίων λογαριθμικών αποδόσεων και των  $VaR$  (1%),  $VaR$  (0.2%). Όπως και στα παραπάνω μοντέλα, έτσι και σε αυτό που εξετάζεται εδώ, οι γραμμές των  $VaR$  ακολουθούν αυτή της απόδοσης. Στον Χάρτη Κινδύνου (Risk Map) οι παραβιάσεις είναι δέκα (10) και οι υπερβολικά μεγάλες παραβιάσεις είναι τρεις (3). Ο «σταυρός» παρατηρείται στην πράσινη περιοχή, το οποίο σημαίνει ότι δεν μπορεί να απορριφθεί η μηδενική υπόθεση για επίπεδα εμπιστοσύνης 95% και 99%. Επομένως, το μοντέλο δεν μπορεί να απορριφθεί.

### 5.3 Πετρέλαιο Brent – Europe

Η χρηματοοικονομική σειρά του Αργού Πετρελαίου (Brent – Europe) έχει εύρος από τις 20/5/1987 έως τις 8/5/2012, με πλήθος παρατηρήσεων 6,336. Εξετάζονται οι μέθοδοι υπολογισμού του Value at Risk (VaR) σε επίπεδο εμπιστοσύνης 5% ή 1%, όπως αναφέρονται στον παρακάτω πίνακα, καθώς επίσης και οι επιμέρους έλεγχοι παραβιάσεων, με τα αντίστοιχα p-values.

Backtesting VaR μοντέλων για το Πετρέλαιο Brent – Europe

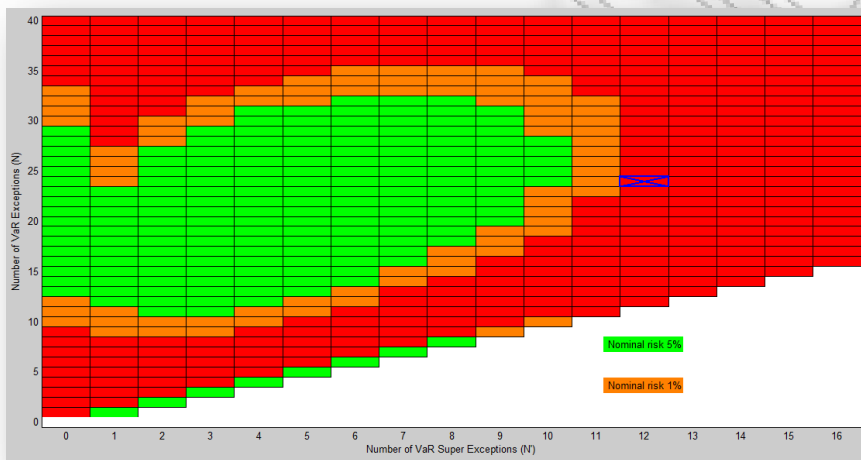
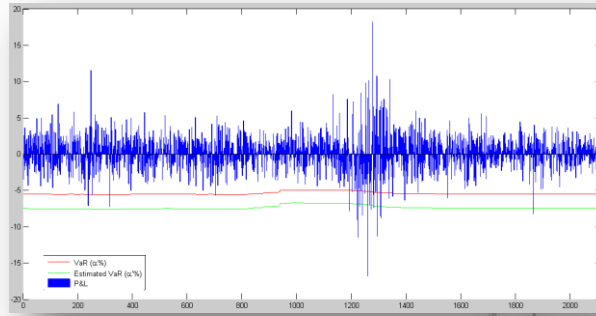
Tests (μέθοδος υπολογισμού του Value at Risk)	LR_UC statistic	LR_IND statistic	LR_CC statistic	DQ1_UC statistic	DQ2_UC statistic	DQ3_UC statistic
Variance - Covariance	0.3827 (0.5361)	9.5863 (0.0020)	9.9690 (0.0068)	0.3130 (0.5758)	0.3313 (0.5649)	0.3105 (0.5774)
Risk Metrics	2.0604 (0.1512)	0.7528 (0.3856)	2.8132 (0.2450)	2.1676 (0.1409)	2.2257 (0.1357)	2.1383 (0.1437)
Historical Simulation 1st sample	1.0656 (0.3019)	0.9544 (0.3286)	2.0201 (0.3642)	1.0839 (0.2978)	1.1173 (0.2905)	1.0618 (0.3028)
Historical Simulation 2nd sample	0.3827 (0.5361)	4.7728 (0.0289)	5.1555 (0.0759)	0.3435 (0.5578)	0.3578 (0.5497)	0.3371 (0.5615)
Historical Simulation All sample	0.4871 (0.4852)	6.9739 (0.0083)	7.4610 (0.0240)	0.3719 (0.5420)	0.3842 (0.5354)	0.3439 (0.5576)
ARCH Normal Filtered	0.0600 (0.8065)	0.3826 (0.5362)	0.4426 (0.8015)	0.0601 (0.8064)	0.0602 (0.8062)	0.0544 (0.8156)
ARCH Normal	0.6837 (0.4083)	0.5992 (0.4389)	1.2829 (0.5265)	0.7413 (0.3892)	0.7635 (0.3822)	0.7248 (0.3946)
ARCH t-student	1.3634 (0.2429)	0.2444 (0.6211)	1.6078 (0.4476)	1.2676 (0.2602)	1.2818 (0.2576)	1.1393 (0.2858)
GARCH Normal	0.3827 (0.5361)	0.5520 (0.4575)	0.9347 (0.6267)	0.4088 (0.5226)	0.4182 (0.5179)	0.4035 (0.5253)
GARCH t-student	0.4871 (0.4852)	0.3096 (0.5779)	0.7967 (0.6714)	0.4707 (0.4297)	0.4787 (0.4891)	0.4142 (0.5198)
EGARCH Normal	0.0006 (0.9808)	0.4220 (0.5159)	0.4226 (0.8095)	0.0006 (0.9806)	0.0005 (0.9822)	0.0004 (0.9846)
EGARCH t-student	1.3634 (0.2429)	0.2444 (0.6211)	1.6078 (0.4476)	1.2676 (0.2602)	1.2818 (0.2576)	1.1393 (0.2585)

Tests (μέθοδος υπολογισμού του Value at Risk)	DQ1_IND statistic	DQ2_IND statistic	DQ3_IND statistic	DQ1_CC statistic	DQ2_CC statistic	DQ3_CC statistic
Variance - Covariance	31.6618 (0.0000)	11.4975 (0.0007)	14.2097 (0.0002)	32.0614 (0.0000)	33.5451 (0.0000)	36.5008 (0.0000)
Risk Metrics	<b>1.4447</b> <b>(0.2294)</b>	<b>0.1155</b> <b>(0.7340)</b>	<b>1.0442</b> <b>(0.3068)</b>	<b>3.7162</b> <b>(0.1560)</b>	<b>4.2503</b> <b>(0.2357)</b>	<b>5.9046</b> <b>(0.2064)</b>
Historical Simulation 1st sample	<b>1.8176</b> <b>(0.1776)</b>	<b>0.2473</b> <b>(0.6190)</b>	<b>1.4498</b> <b>(0.2286)</b>	<b>2.9618</b> <b>(0.2274)</b>	<b>3.4169</b> <b>(0.3317)</b>	<b>5.3344</b> <b>(0.2547)</b>
Historical Simulation 2nd sample	12.6992 (0.0004)	<b>4.1949</b> <b>(0.0405)</b>	<b>6.7494</b> <b>(0.0094)</b>	13.0988 (0.0014)	<b>13.7803</b> <b>(0.0032)</b>	<b>16.3616</b> <b>(0.0026)</b>
Historical Simulation All sample	19.2983 (0.0000)	<b>7.3499</b> <b>(0.0067)</b>	11.9095 (0.0006)	19.7611 (0.0001)	20.4362 (0.0001)	25.0540 (0.0000)
ARCH Normal Filtered	<b>0.1831</b> <b>(0.6687)</b>	<b>0.3700</b> <b>(0.5430)</b>	<b>0.3219</b> <b>(0.5705)</b>	<b>0.2420</b> <b>(0.8860)</b>	<b>0.4280</b> <b>(0.9344)</b>	<b>3.7458</b> <b>(0.4415)</b>
ARCH Normal	<b>0.3584</b> <b>(0.5494)</b>	<b>0.7262</b> <b>(0.3941)</b>	<b>0.0172</b> <b>(0.8957)</b>	<b>1.0825</b> <b>(0.5820)</b>	<b>1.4543</b> <b>(0.6928)</b>	<b>3.4430</b> <b>(0.4866)</b>
ARCH t-student	<b>0.0936</b> <b>(0.7597)</b>	<b>0.1887</b> <b>(0.6640)</b>	<b>0.8706</b> <b>(0.3508)</b>	<b>1.3430</b> <b>(0.5109)</b>	<b>1.4339</b> <b>(0.6976)</b>	<b>6.3202</b> <b>(0.1765)</b>
GARCH Normal	<b>0.3169</b> <b>(0.5734)</b>	<b>0.6279</b> <b>(0.4281)</b>	<b>0.0705</b> <b>(0.7906)</b>	<b>0.7166</b> <b>(0.6989)</b>	<b>1.0308</b> <b>(0.7938)</b>	<b>3.4161</b> <b>(0.4908)</b>
GARCH t-student	<b>0.1333</b> <b>(0.7150)</b>	<b>0.2614</b> <b>(0.6092)</b>	<b>0.6587</b> <b>(0.4170)</b>	<b>0.5961</b> <b>(0.7423)</b>	<b>0.7217</b> <b>(0.8681)</b>	<b>5.0727</b> <b>(0.2799)</b>
EGARCH Normal	<b>0.2120</b> <b>(0.6452)</b>	<b>0.4288</b> <b>(0.5126)</b>	<b>0.2296</b> <b>(0.6319)</b>	<b>0.2126</b> <b>(0.8992)</b>	<b>0.4292</b> <b>(0.9341)</b>	<b>3.4366</b> <b>(0.4876)</b>
EGARCH t-student	<b>0.0936</b> <b>(0.7597)</b>	<b>0.1887</b> <b>(0.6640)</b>	<b>0.8706</b> <b>(0.3508)</b>	<b>1.3430</b> <b>(0.5109)</b>	<b>1.4339</b> <b>(0.6976)</b>	<b>6.3202</b> <b>(0.1765)</b>

Tests (μέθοδος υπολογισμού του Value at Risk)	LR_CC duration	LR_IND duration	LR_MUC statistic	Αριθμός παραβιάσεων (0.010)	Αριθμός παραβιάσεων (0.002)	Empirical frequency of violations
Variance - Covariance	22.2467 (0.0000)	22.0823 (0.0000)	10.5981 (0.0050)	24	12	0.0114
Risk Metrics	<b>1.5259</b> <b>(0.4663)</b>	<b>0.0170</b> <b>(0.8963)</b>	<b>2.5455</b> <b>(0.2801)</b>	28	6	0.0133
Historical Simulation 1st sample	<b>11.2340</b> <b>(0.0036)</b>	10.5576 (0.0012)	<b>2.0080</b> <b>(0.3664)</b>	26	7	0.0123
Historical Simulation 2nd sample	19.7185 (0.0001)	19.5541 (0.0000)	<b>2.6736</b> <b>(0.2627)</b>	24	8	0.0114
Historical Simulation All sample	22.7075 (0.0000)	21.8496 (0.0000)	<b>5.1945</b> <b>(0.0745)</b>	18	8	0.0085
ARCH Normal Filtered	10.8357 (0.0044)	10.6174 (0.0011)	<b>3.7512</b> <b>(0.1533)</b>	20	8	0.0095
ARCH Normal	16.4621 (0.0003)	16.0834 (0.0001)	<b>4.0750</b> <b>(0.1304)</b>	25	9	0.0118
ARCH t-student	<b>10.6523</b> <b>(0.0049)</b>	<b>8.6832</b> <b>(0.0032)</b>	<b>3.1940</b> <b>(0.2025)</b>	16	6	0.0076
GARCH Normal	<b>0.1884</b> <b>(0.9101)</b>	<b>0.0241</b> <b>(0.8767)</b>	<b>0.8731</b> <b>(0.6463)</b>	24	6	0.0114
GARCH t-student	<b>0.8933</b> <b>(0.6398)</b>	<b>0.0355</b> <b>(0.8506)</b>	<b>0.7427</b> <b>(0.6898)</b>	18	5	0.0085
EGARCH Normal	<b>0.2242</b> <b>(0.8939)</b>	<b>0.1648</b> <b>(0.6848)</b>	<b>1.7915</b> <b>(0.4083)</b>	21	7	0.0099
EGARCH t-student	<b>2.4213</b> <b>(0.2980)</b>	<b>0.4522</b> <b>(0.5013)</b>	<b>1.1056</b> <b>(0.5753)</b>	16	4	0.0076

Από τα παραπάνω αποτελέσματα των πινάκων, μπορεί κανείς να διακρίνει ότι το μοντέλο Variance – Covariance πιθανότατα απορρίπτεται. Από την άλλη, όλα οι υπόλοιποι μέθοδοι υπολογισμού του VaR, μπορούν να γίνουν αποδεκτοί, κάτι το οποίο θα αποδειχθεί εκτενέστερα στους Χάρτες Κινδύνου (Risk Maps).

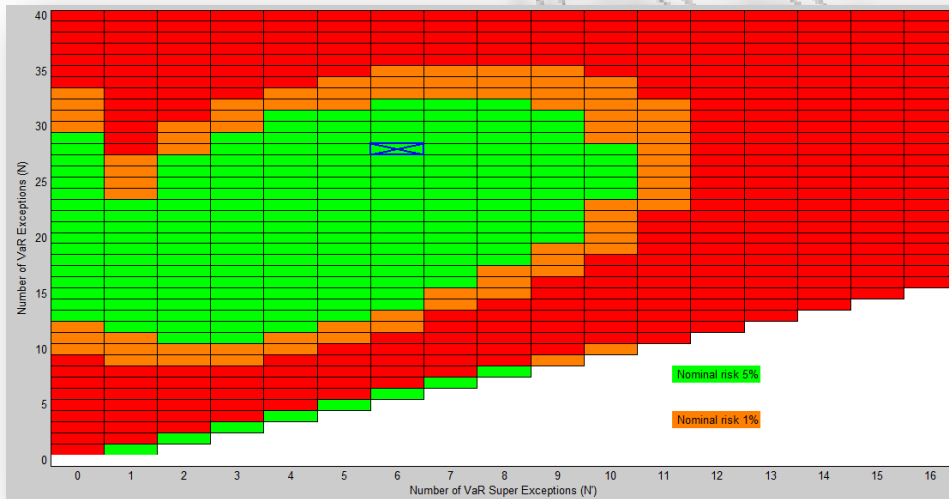
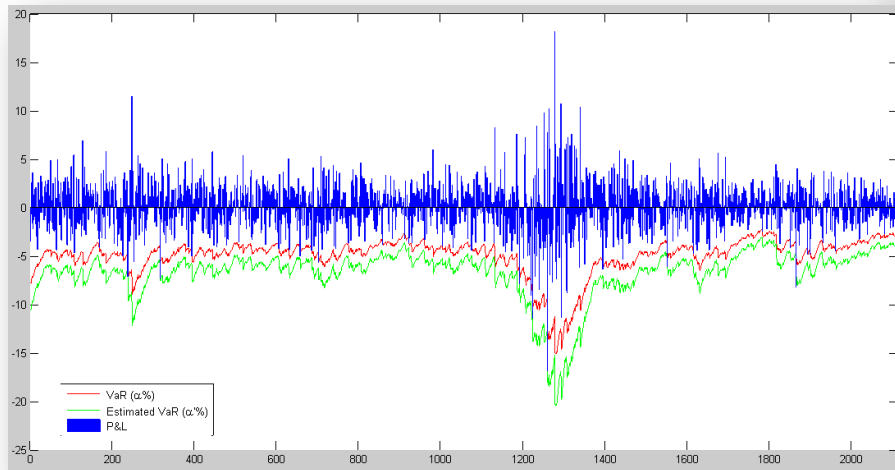
Variance – Covariance



Τα αποτελέσματα του ελέγχου Variance – Covariance συνοψίζονται στα δύο (2) παραπάνω διαγράμματα για το Αργό Πετρέλαιο (Brent – Europe) για την περίοδο 20/5/1987 έως και τις 8/5/2012, με πλήθος παρατηρήσεων 6,336. Στο πρώτο κατά σειρά εμφανίζονται οι ποσοστιαίες λογαριθμικές αποδόσεις, το μέτρο της Αξίας σε Κίνδυνο (*VaR*) για διάστημα εμπιστοσύνης 1%, καθώς επίσης και το εκτιμώμενο *VaR* για διάστημα εμπιστοσύνης 0.2%. Σύμφωνα με το διάγραμμα μπορεί κανείς να παρατηρήσει ότι οι εκτιμήσεις του *VaR* και στα δύο διαστήματα εμπιστοσύνης ακολουθούν ευθεία γραμμή, χωρίς να επηρεάζονται από τις διακυμάνσεις των αποδόσεων. Το δεύτερο κατά σειρά διάγραμμα απεικονίζει τον Χάρτη Κινδύνου (Risk Map). Σύμφωνα με τους ελέγχους παραβιάσεων για την μέθοδο υπολογισμού του *VaR* Variance – Covariance, προκύπτουν είκοσι τέσσερις (24) παραβιάσεις και δώδεκα (12) υπερβολικά μεγάλες παραβιάσεις. Αυτές είναι και οι συντεταγμένες, όπως φαίνονται από τον «σταυρό» στο συγκεκριμένο σημείο. Όπως είναι φανερό ο «σταυρός» κινείται στην κόκκινη περιοχή, κάτι το οποίο σημαίνει ότι το μοντέλο δεν είναι αποδεκτό, καθώς απορρίπτεται η μηδενική υπόθεση και στα δύο επίπεδα εμπιστοσύνης 99% και 95%.

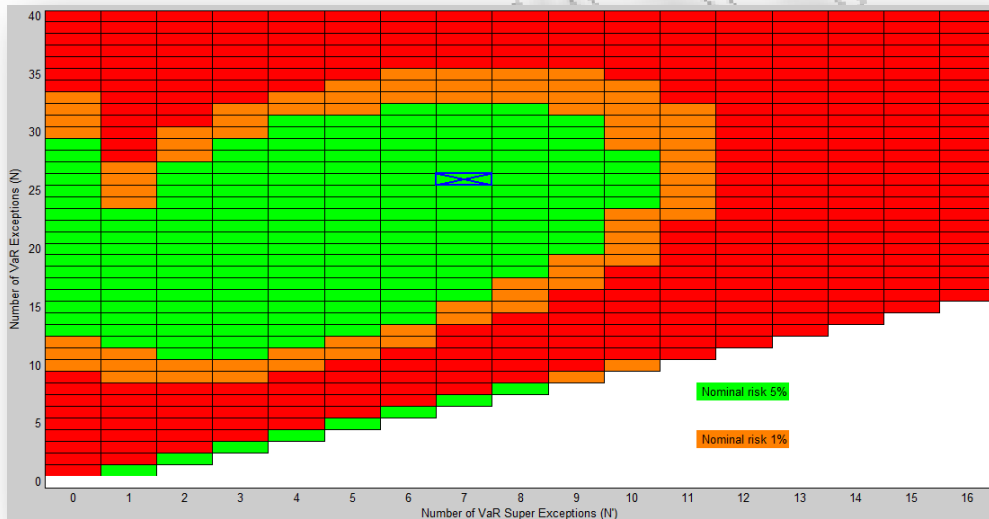
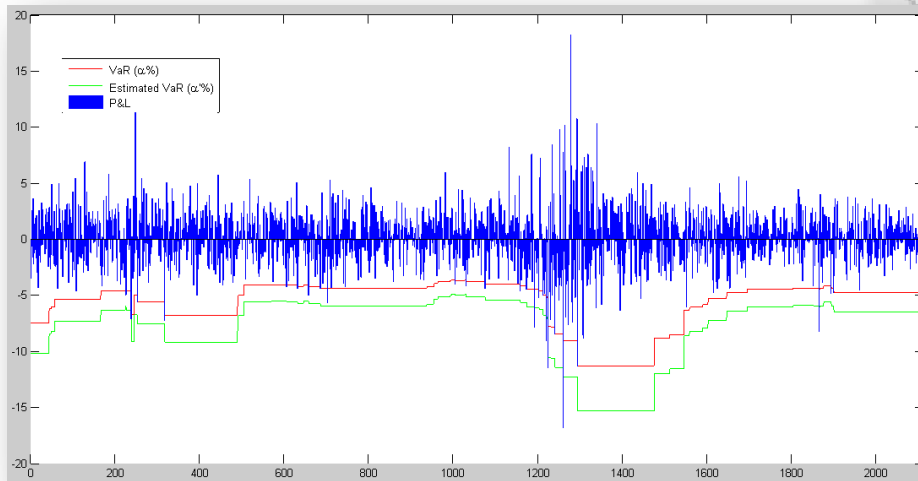


Risk Metrics



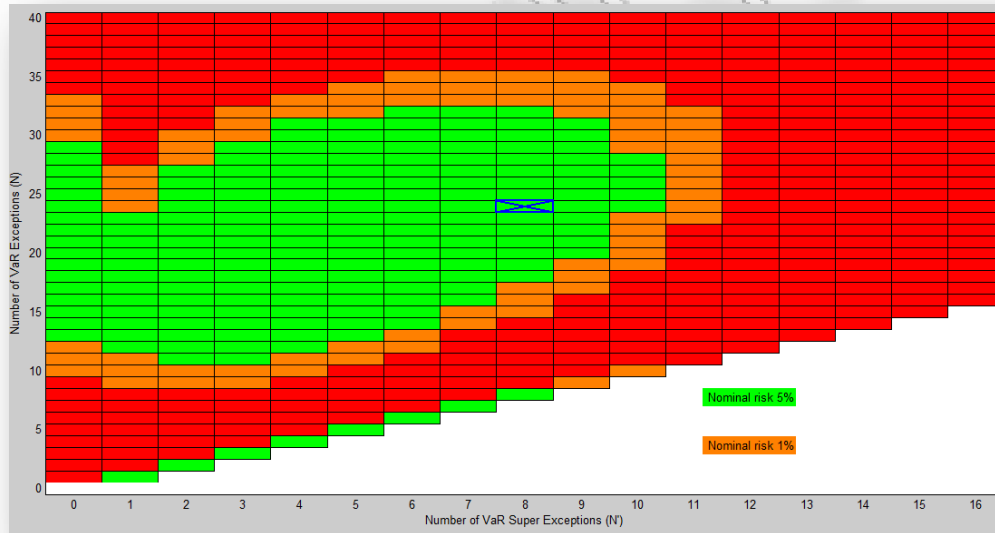
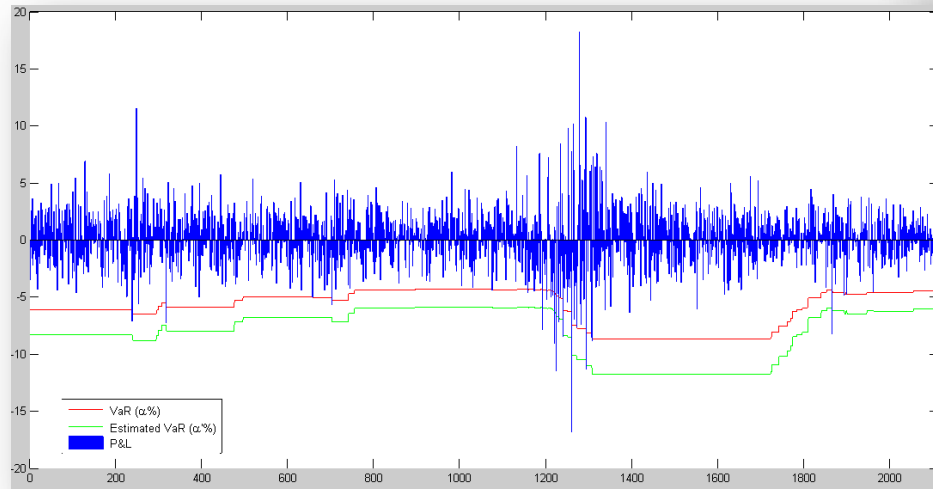
Το δεύτερο μοντέλο υπολογισμού του Value at Risk (*VaR*) που εξετάζεται είναι το Risk Metrics. Το πρώτο διάγραμμα απεικονίζει τις ποσοστιαίες λογαριθμικές αποδόσεις του Αργού Πετρελαίου (Brent – Europe). Επίσης τα *VaR* για τα δύο επίπεδα εμπιστοσύνης 1% και 0.2%. Οι γραμμές των *VaR* ακολουθούν τις διακυμάνσεις των αποδόσεων, κάτι το οποίο αποτελεί ένα πρώτο δείγμα γραφής για την αποδοχή του συγκεκριμένου μοντέλου. Το δεύτερο διάγραμμα απεικονίζει τον Χάρτη Κινδύνου (Risk Map). Ο αριθμός των παραβιάσεων είναι είκοσι οχτώ (28) και ο αριθμός των υπερβολικά μεγάλων παραβιάσεων είναι έξι (6). Οι συντεταγμένες των συγκεκριμένων σημείων είναι εμφανείς, με το μαρκαρισμένο «σταυρό». Η πράσινη περιοχή στην οποία βρίσκεται ο «σταυρός» σημαίνει ότι το μοντέλο Risk Metrics δεν μπορεί να απορριφθεί σε διάστημα εμπιστοσύνης 95%, 99%.

Historical Simulation 1st sample



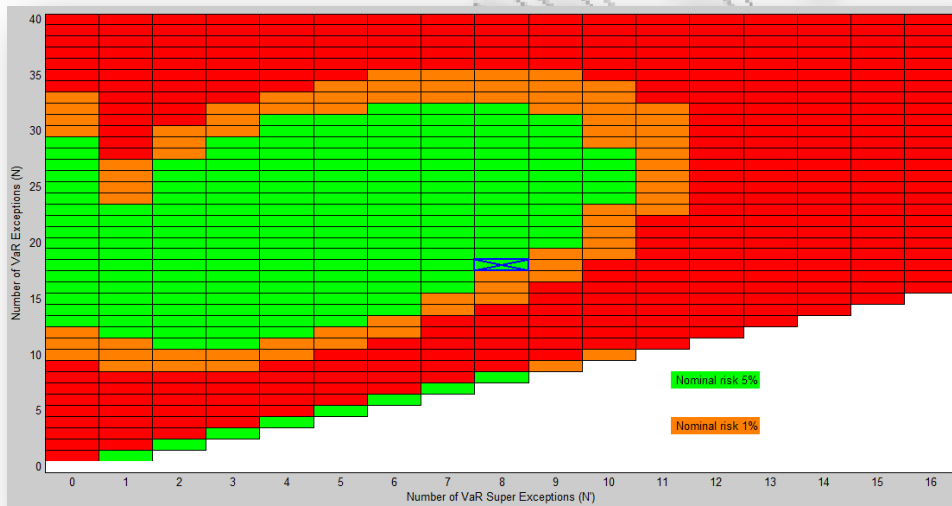
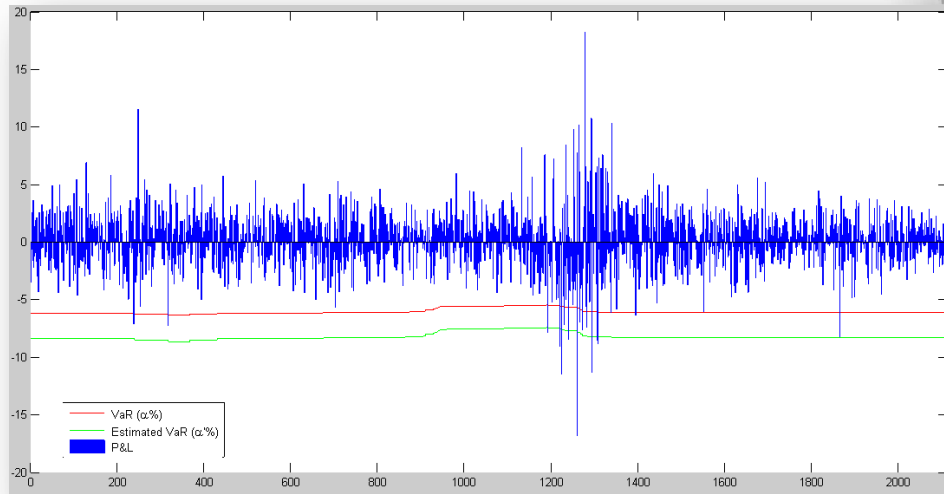
Στα παραπάνω διαγράμματα εξετάζονται τα αποτελέσματα του μοντέλου Historical Simulation 1<sup>st</sup> sample. Το διάγραμμα με τις ποσοστιαίες λογαριθμικές αποδόσεις, το VaR (1%) και VaR (0.2%), οδηγεί στο συμπέρασμα ότι οι γραμμές των VaR ακολουθούν αρκετά την γραμμή των αποδόσεων. Το δεύτερο διάγραμμα δείχνει τον Χάρτη Κινδύνου (Risk Map), με τον αριθμό των παραβιάσεων να είναι είκοσι έξι (26) και των υπερβολικά μεγάλων παραβιάσεων να είναι επτά (7). Οι συντεταγμένες δείχνουν τον «σταυρό» στην πράσινη περιοχή του διαγράμματος, το οποίο σημαίνει ότι δεν μπορεί να απορριφθεί η μηδενική υπόθεση σε διάστημα εμπιστοσύνης 95%, όσο και 99%.

Historical Simulation 2nd sample



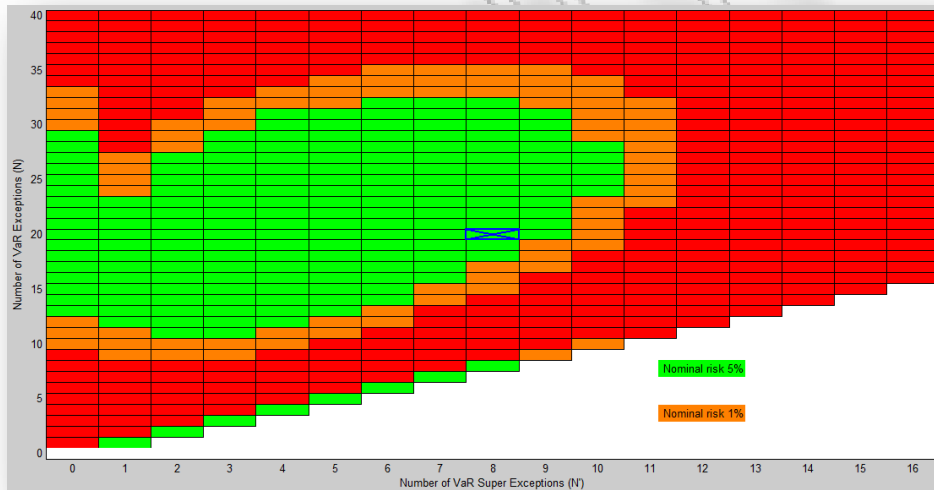
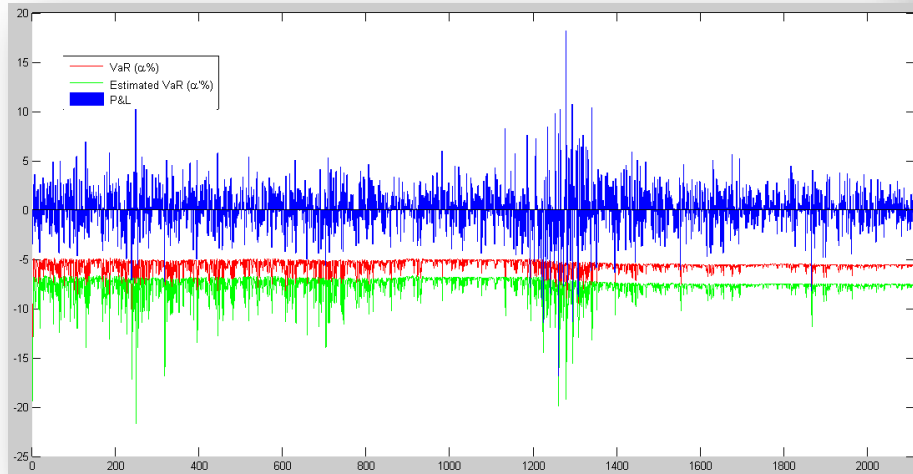
Όπως και στο μοντέλο Historical Simulation 1<sup>st</sup> sample, σε αυτό το σημείο θα γίνει η ανάλυση και για το μοντέλο Historical Simulation 2<sup>nd</sup> sample. Το κοινό διάγραμμα των ποσοστιαίων λογαριθμικών αποδόσεων, των VaR (1%) και VaR (0.2%), δείχνει ότι οι γραμμές των VaR ακολουθούν την γραμμή των αποδόσεων. Στην συνέχεια όμως, παρατίθεται ο Χάρτης Κινδύνου (Risk Map) με είκοσι τέσσερις (24) παραβιάσεις και οκτώ (8) υπερβολικά μεγάλες παραβιάσεις. Ο «σταυρός» βρίσκεται στην πράσινη περιοχή, το οποίο σημαίνει ότι δεν μπορεί να απορριφθεί η μηδενική υπόθεση για διάστημα εμπιστοσύνης 95%, όσο και 99%.

Historical Simulation All sample



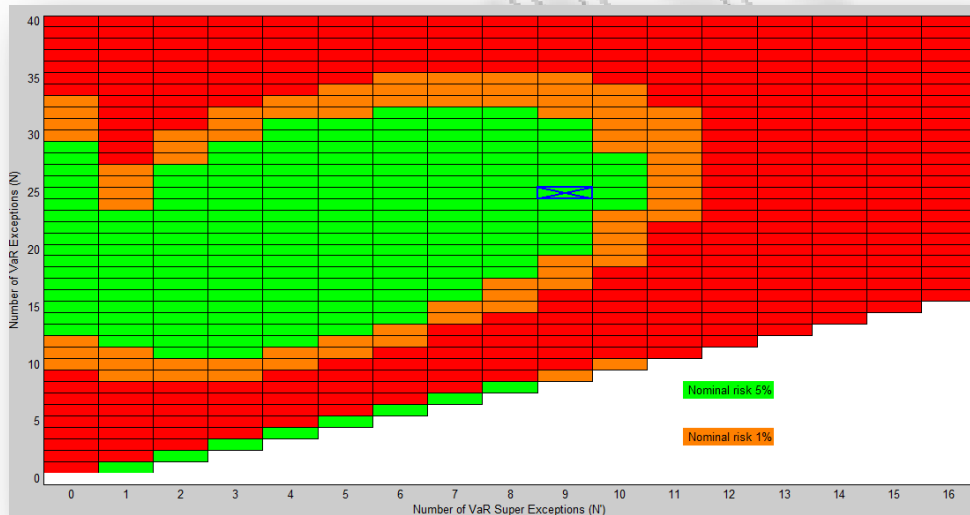
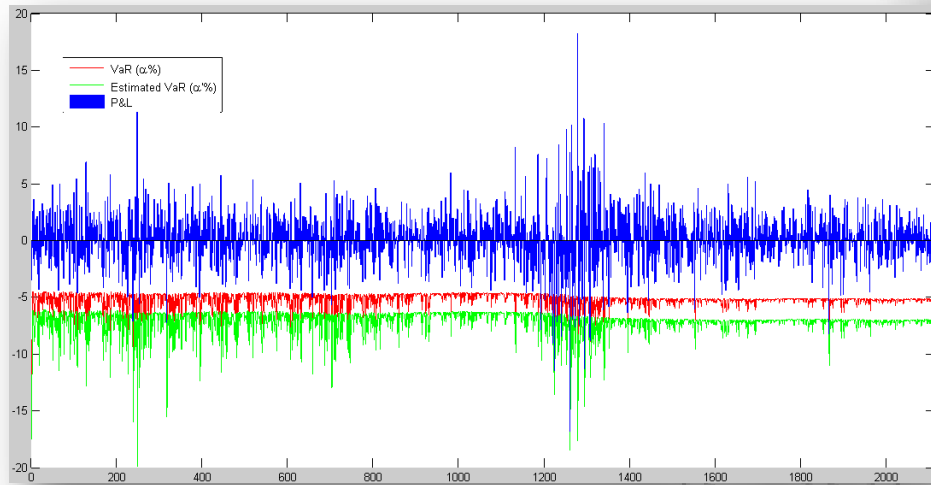
Τα αποτελέσματα της μεθόδου της Ιστορικής Προσομοίωσης για όλο το δείγμα (Historical Simulation all sample), φαίνονται από τα παραπάνω διαγράμματα. Αρχικά, παρατίθεται το διάγραμμα των ποσοστιαίων λογαριθμικών αποδόσεων, του VaR (1%) και του VaR (0.2%). Παρακάτω, ο Χάρτης Κινδύνου (Risk Map) αναπαριστά αν το μοντέλο είναι επαρκές ή όχι. Οι παραβιάσεις είναι δεκαοκτώ (18) και οι υπερβολικά μεγάλες παραβιάσεις είναι οκτώ (8). Ουσιαστικά, αποτελούν τις συντεταγμένες του «σταυρού», ο οποίος βρίσκεται στην πράσινη περιοχή, οπότε δεν μπορεί να απορριφθεί η μηδενική υπόθεση για τα διαστήματα εμπιστοσύνης 99% και 95%.

ARCH Normal Filtered



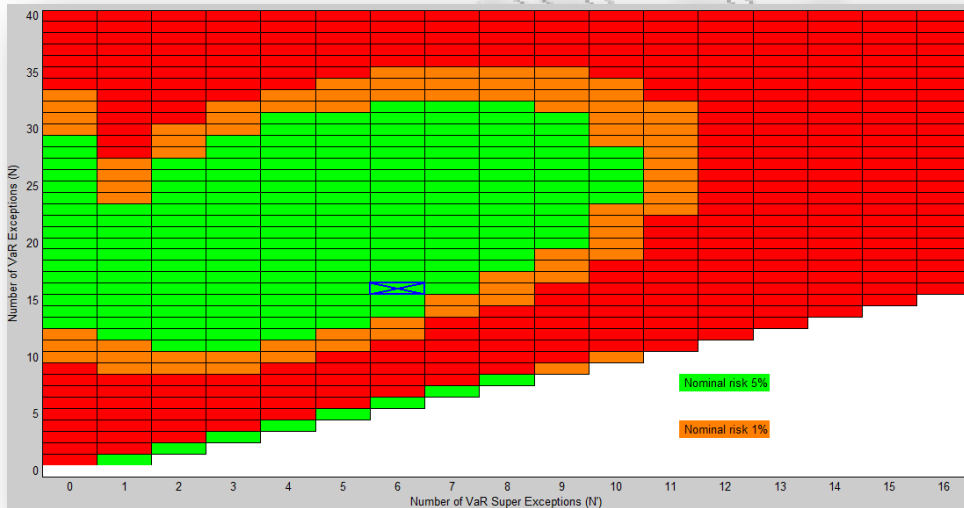
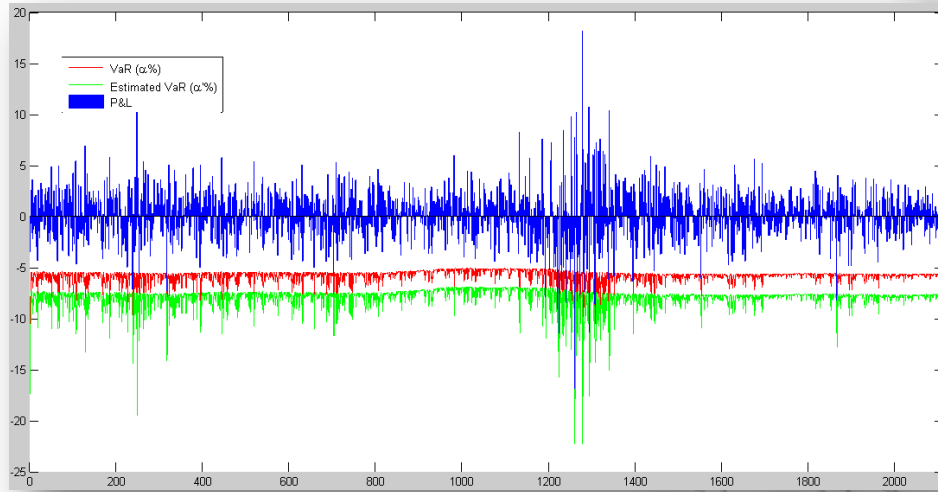
Το μοντέλο ARCH Normal Filtered, είναι το επόμενο στην σειρά που εξετάζεται. Η ποσοστιαία λογαριθμική απόδοση αποτυπώνεται στο ίδιο διάγραμμα με τα VaR (1%) και VaR (0.2%). Οι γραμμές των VaR ακολουθούν αυτή της γραμμής της απόδοσης στα σημεία εκείνα όπου υπάρχει υψηλή διακύμανση. Ακολουθεί, ο Χάρτης Κινδύνου (Risk Map), στον οποίο παρατηρούνται είκοσι (20) παραβιάσεις και οκτώ (8) υπερβολικά μεγάλες παραβιάσεις. Ο «σταυρός» βρίσκεται στην πράσινη περιοχή του διαγράμματος, κάτι το οποίο σημαίνει ότι δεν μπορεί να απορριφθεί η μηδενική υπόθεση στα επίπεδα εμπιστοσύνης 95% και 99%. Επομένως, το συμπέρασμα που προκύπτει είναι ότι το μοντέλο ARCH Normal Filtered είναι αποδεκτό.

ARCH Normal



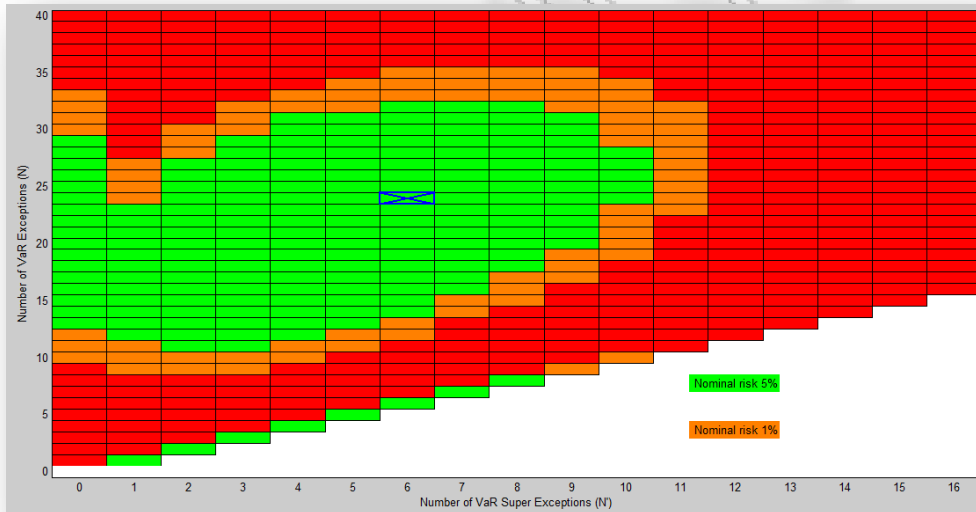
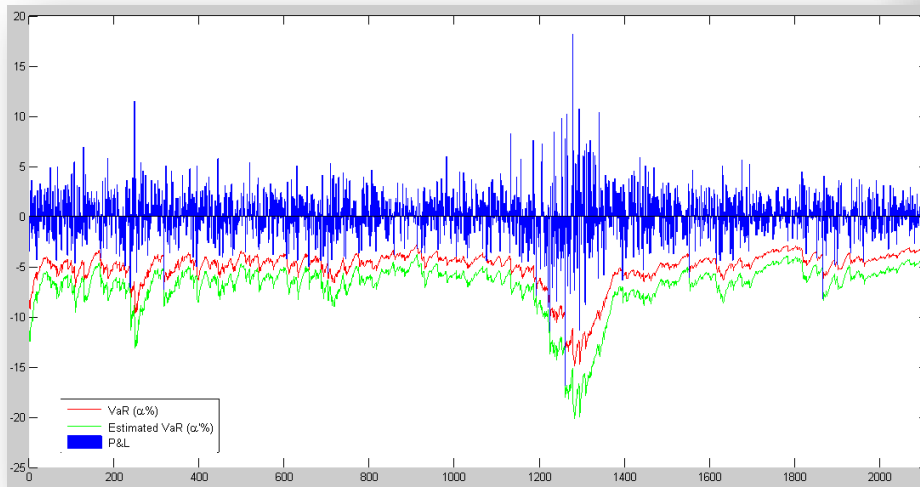
Το επόμενο οικονομετρικό μοντέλο που εξετάζεται είναι το ARCH Normal. Οι αποδόσεις της χρηματοοικονομικής σειράς του Αργού Πετρελαίου (Brent – Europe) απεικονίζονται στο πρώτο κατά σειρά διάγραμμα, όπως επίσης και τα  $VaR$  (1%) και  $VaR$  (0.2%). Μέσω του διαγράμματος μπορεί κανείς να παρατηρήσει ότι οι γραμμές των  $VaR$  ακολουθούν αυτή της απόδοσης. Στην συνέχεια, παρατίθεται ο Χάρτης Κινδύνου (Risk Map) στον οποίο αποτυπώνονται οι εικοσιπέντε (25) παραβιάσεις και οι εννέα (9) υπερβολικά μεγάλες παραβιάσεις. Ο σταυρός, που απεικονίζει τις παραπάνω συντεταγμένες, βρίσκεται στην πράσινη περιοχή, κάτι το οποίο σημαίνει ότι μπορεί να απορριφθεί η μηδενική υπόθεση για τα επίπεδα εμπιστοσύνης 95% και 99%.

ARCH t – student



Για την ανάλυση του μοντέλου υπολογισμού του  $VaR$  ARCH t-student, παρατίθενται δύο διαγράμματα. Το πρώτο αποτελεί το κοινό διάγραμμα των ποσοστιαίων λογαριθμικών αποδόσεων και των  $VaR$  (1%) και  $VaR$  (0.2%). Μέσω του διαγράμματος δεν μπορεί να βγει κάποιο ασφαλές συμπέρασμα για την αποδοχή ή μη του συγκεκριμένου μοντέλου. Επιπλέον, στον Χάρτη Κινδύνου (Risk Map), παρατηρούνται δεκαέξι (16) παραβιάσεις και έξι (6) υπερβολικά μεγάλες παραβιάσεις. Οι συντεταγμένες αυτών των παραβιάσεων δείχνουν τον «σταυρό» στην πράσινη περιοχή, κάτι το οποίο σημαίνει ότι δεν μπορεί κανείς να απορρίψει την μηδενική υπόθεση σε επίπεδο εμπιστοσύνης 95% και 99% αντίστοιχα. Οπότε, το μοντέλο δεν μπορεί να απορριφθεί.

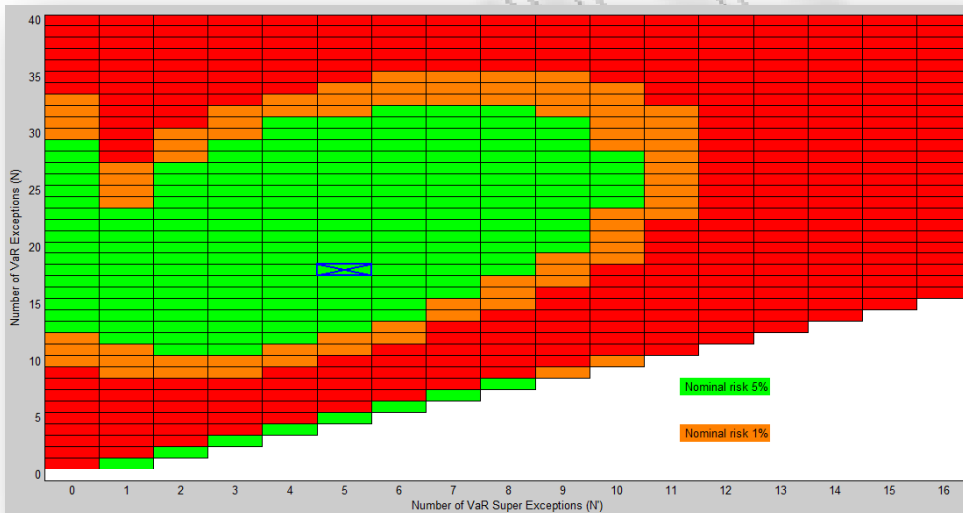
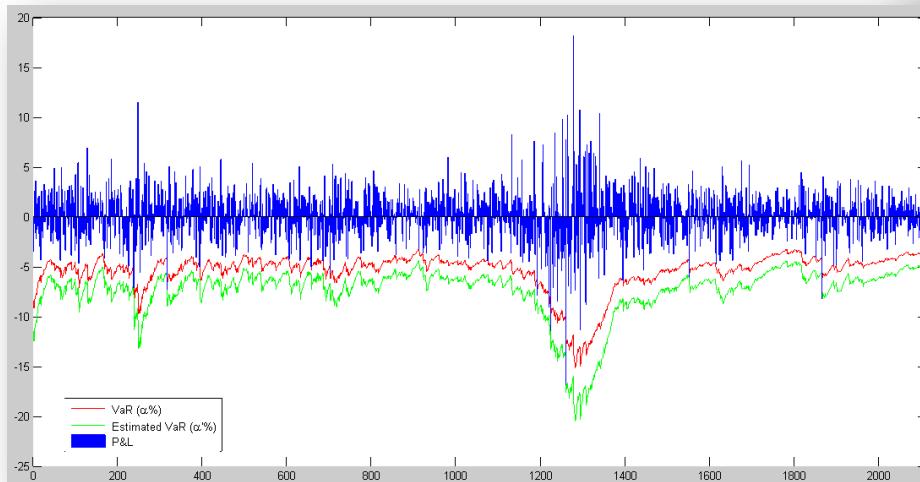
GARCH Normal



Στην συνέχεια, εξετάζεται το οικονομετρικό μοντέλο GARCH Normal. Το κοινό διάγραμμα των ποσοστιαίων λογαριθμικών αποδόσεων και των  $VaR$  (1%),  $VaR$  (0.2%), δείχνει ότι οι γραμμές των  $VaR$  ακολουθεί την διακύμανση των αποδόσεων. Αυτή είναι μια πρώτη παρατήρηση, ότι το μοντέλο είναι αποδεκτό. Βέβαια, θα επαληθευθεί, μέσω της διαδικασίας του Χάρτη Κινδύνου (Risk Map). Ο αριθμός των παραβιάσεων είναι εικοσιτέσσερις (24) και έξι (6) υπερβολικά μεγάλες παραβιάσεις. Ο «σταυρός» παρατηρείται στην πράσινη περιοχή του διαγράμματος, κάτι το οποίο σημαίνει ότι δεν μπορεί να απορριφθεί η μηδενική υπόθεση σε επίπεδο εμπιστοσύνης 95% και 99%. Επομένως, το μοντέλο είναι αποδεκτό.

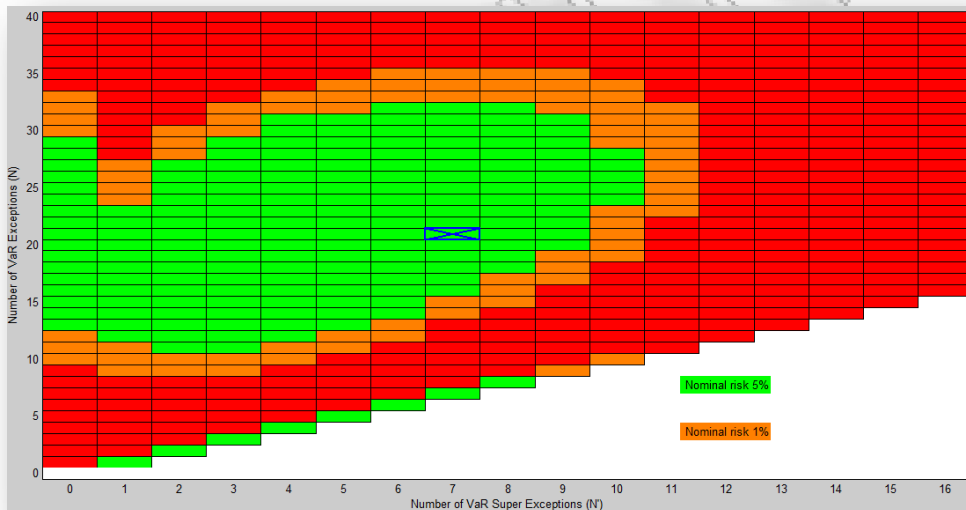
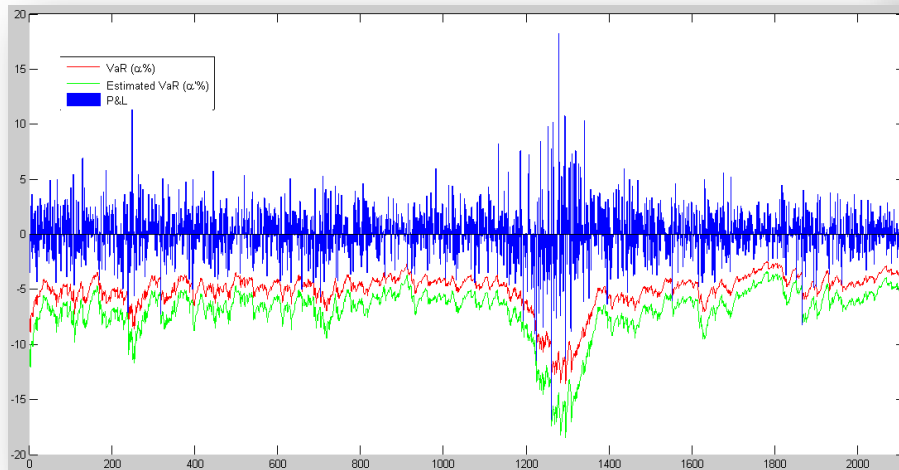


GARCH t – student



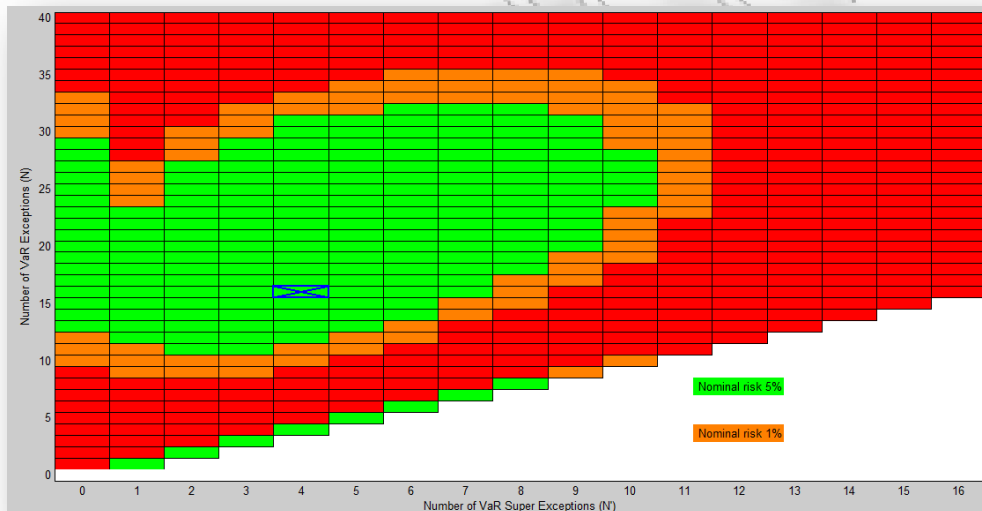
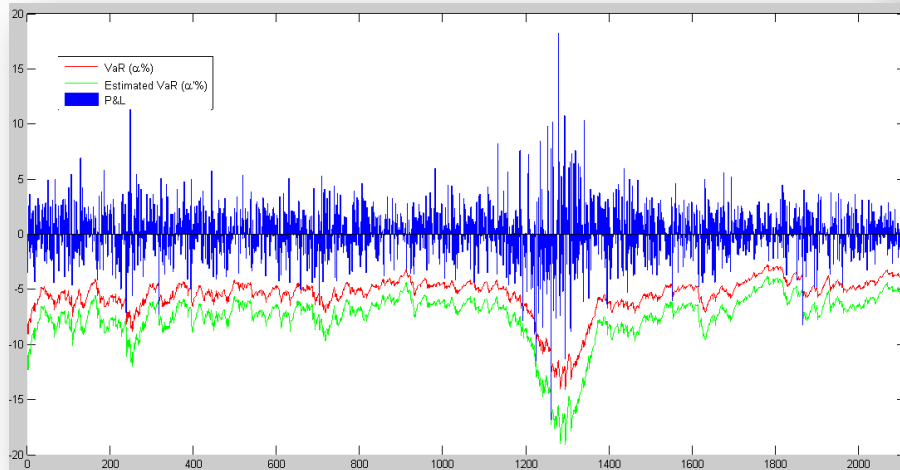
Το πρώτο διάγραμμα που παρουσιάζεται είναι αυτό της από κοινού εμφάνισης των ποσοστιαίων λογαριθμικών αποδόσεων και των  $VaR$  (1%) και  $VaR$  (0.2%). Μέσω του διαγράμματος μπορεί να εξαχθεί το συμπέρασμα ότι τα  $VaR$  ακολουθούν την τροχιά των διακυμάνσεων των αποδόσεων. Επίσης, εμφανίζεται ο Χάρτης Κινδύνου (Risk Map), στον οποίο παρατηρούνται δεκαοχτώ (18) παραβιάσεις και πέντε (5) υπερβολικά μεγάλες παραβιάσεις. Ο «σταυρός» παρατηρείται στην πράσινη περιοχή του διαγράμματος, κάτι το οποίο σημαίνει ότι δεν μπορεί να απορριφθεί η μηδενική υπόθεση σε επίπεδο εμπιστοσύνης 95%, όσο και σε επίπεδο εμπιστοσύνης 99%.

EGARCH Normal



Το οικονομετρικό μοντέλο που εξετάζεται σε αυτό το σημείο είναι το EGARCH Normal. Αυτό γίνεται αρχικά, με το κοινό διάγραμμα των ποσοστιαίων λογαριθμικών αποδόσεων και των  $VaR$  (1%),  $VaR$  (0.2%). Οι γραμμές των  $VaR$  φαίνονται να ακολουθούν τις διακυμάνσεις των αποδόσεων. Επίσης, ο Χάρτης Κινδύνου αναδεικνύει ότι για το συγκεκριμένο μοντέλο έχουν αναδειχθεί είκοσι μία (21) παραβιάσεις και επτά (7) υπερβολικά μεγάλες παραβιάσεις. Οπότε από τα παραπάνω προκύπτει ότι ο «σταυρός» βρίσκεται στην πράσινη περιοχή, στην οποία δεν μπορεί να απορριφθεί η μηδενική υπόθεση για επίπεδο εμπιστοσύνης 95% και 99%. Άρα, το συγκεκριμένο μοντέλο είναι αποδεκτό.

EGARCH t – student



Η τελευταία οικονομετρική μέθοδος υπολογισμού του  $VaR$  είναι το EGARCH t-student. Αρχικά, παρατίθεται το κοινό διάγραμμα των ποσοστιαίων λογαριθμικών αποδόσεων και των  $VaR$  (1%),  $VaR$  (0.2%). Όπως και στα παραπάνω μοντέλα, έτσι και σε αυτό που εξετάζεται εδώ, οι γραμμές των  $VaR$  ακολουθούν αυτή της απόδοσης. Στον Χάρτη Κινδύνου (Risk Map) οι παραβιάσεις είναι δεκαέξι (16) και οι υπερβολικά μεγάλες παραβιάσεις είναι τέσσερις (4). Ο «σταυρός» παρατηρείται στην πράσινη περιοχή, το οποίο σημαίνει ότι δεν μπορεί να απορριφθεί η μηδενική υπόθεση για επίπεδα εμπιστοσύνης 95% και 99%. Επομένως, το μοντέλο δεν μπορεί να απορριφθεί.

5.4 Δείκτης S&P 500

Τέλος, παρατίθενται τα αποτελέσματα των μεθόδων υπολογισμού του VaR σε επίπεδο εμπιστοσύνης 5% ή 1% για την χρηματοοικονομική σειρά του χρηματιστηριακού δείκτη S&P 500. Το εύρος είναι από τις 4/1/2000 έως και τις 16/1/2011, με αριθμό παρατηρήσεων 3,120.

Backtesting VaR μοντέλων για το Δείκτη S&P 500

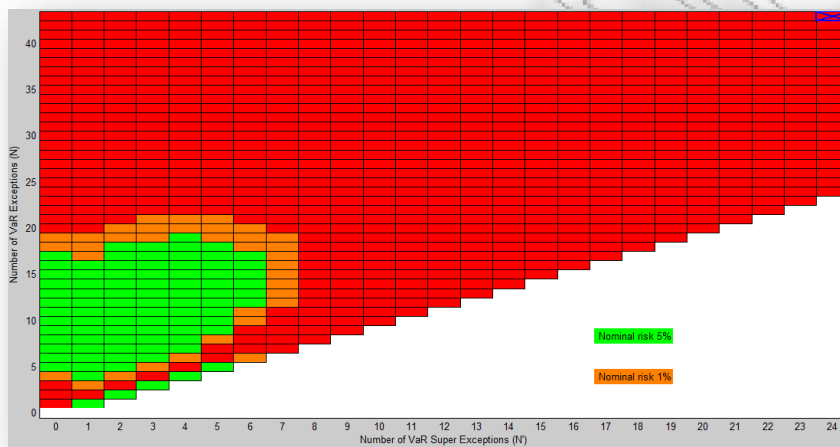
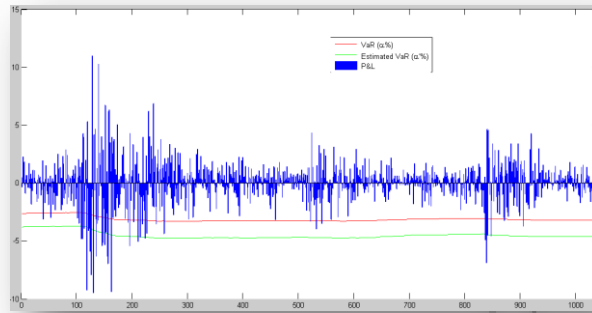
Tests (μέθοδος υπολογισμού του Value at Risk)	LR_UC statistic	LR_IND statistic	LR_CC statistic	DQ1_UC statistic	DQ2_UC statistic	DQ3_UC statistic
Variance - Covariance	57.9756 (0.0000)	<b>4.4174</b> <b>(0.0356)</b>	62.3930 (0.0000)	85.7318 (0.0000)	64.9613 (0.0000)	42.5368 (0.0000)
Risk Metrics	<b>1.1427</b> <b>(0.2851)</b>	<b>0.3825</b> <b>(0.5363)</b>	<b>1.5251</b> <b>(0.4665)</b>	<b>1.3006</b> <b>(0.2541)</b>	<b>0.9877</b> <b>(0.3203)</b>	<b>1.0145</b> <b>(0.3138)</b>
Historical Simulation 1st sample	<b>5.7889</b> <b>(0.0161)</b>	<b>0.7079</b> <b>(0.4001)</b>	<b>6.4968</b> <b>(0.0388)</b>	<b>7.4495</b> <b>(0.0063)</b>	<b>4.1970</b> <b>(0.0405)</b>	<b>3.3791</b> <b>(0.0660)</b>
Historical Simulation 2nd sample	<b>7.0656</b> <b>(0.0079)</b>	<b>3.6369</b> <b>(0.0565)</b>	<b>10.7025</b> <b>(0.0047)</b>	<b>7.5266</b> <b>(0.0061)</b>	<b>4.4586</b> <b>(0.0347)</b>	<b>2.7556</b> <b>(0.0969)</b>
Historical Simulation All sample	29.2303 (0.0000)	<b>2.9217</b> <b>(0.0874)</b>	32.1521 (0.0000)	39.1272 (0.0000)	25.3710 (0.0000)	17.0103 (0.0000)
ARCH Normal Filtered	14.1838 (0.0002)	<b>0.0619</b> <b>(0.9650)</b>	14.1857 (0.0008)	<b>7.9161</b> <b>(0.0049)</b>	<b>7.3471</b> <b>(0.0067)</b>	<b>6.8554</b> <b>(0.0088)</b>
ARCH Normal	<b>7.3796</b> <b>(0.0066)</b>	<b>0.0174</b> <b>(0.8951)</b>	<b>7.3970</b> <b>(0.0248)</b>	<b>5.2479</b> <b>(0.0220)</b>	<b>5.1796</b> <b>(0.0229)</b>	<b>5.1136</b> <b>(0.0237)</b>
ARCH t-student	-	-	-	-	-	-
GARCH Normal	<b>5.7889</b> <b>(0.0161)</b>	<b>0.7079</b> <b>(0.4001)</b>	<b>6.4968</b> <b>(0.0388)</b>	<b>7.4495</b> <b>(0.0063)</b>	<b>5.4818</b> <b>(0.0192)</b>	<b>5.0464</b> <b>(0.0247)</b>
GARCH t-student	<b>35631</b> <b>(0.0591)</b>	<b>0.5656</b> <b>(0.4520)</b>	<b>4.1287</b> <b>(0.1269)</b>	<b>4.3792</b> <b>(0.0364)</b>	<b>3.5308</b> <b>(0.0602)</b>	<b>3.6341</b> <b>(0.0566)</b>
EGARCH Normal	<b>7.0656</b> <b>(0.0079)</b>	<b>0.7851</b> <b>(0.3756)</b>	<b>7.8507</b> <b>(0.0197)</b>	<b>9.2921</b> <b>(0.0023)</b>	<b>6.9740</b> <b>(0.0083)</b>	<b>7.1819</b> <b>(0.0074)</b>
EGARCH t-student	<b>0.0150</b> <b>(0.9026)</b>	<b>0.1944</b> <b>(0.6593)</b>	<b>0.2093</b> <b>(0.9006)</b>	<b>0.0151</b> <b>(0.9023)</b>	<b>0.0118</b> <b>(0.9134)</b>	<b>0.0114</b> <b>(0.9149)</b>

Tests (μέθοδος υπολογισμού του Value at Risk)	DQ1_IND statistic	DQ2_IND statistic	DQ3_IND statistic	DQ1_CC statistic	DQ2_CC statistic	DQ3_CC statistic
Variance - Covariance	25.4140 (0.0000)	80.9099 (0.0000)	190.2687 (0.0000)	128.7974 (0.0000)	189.7727 (0.0000)	329.4869 (0.0000)
Risk Metrics	<b>0.2603</b> <b>(0.6099)</b>	<b>9.7583</b> <b>(0.0018)</b>	<b>5.9703</b> <b>(0.0145)</b>	<b>1.5272</b> <b>(0.0135)</b>	25.4635 (0.0000)	25.6193 (0.0000)
Historical Simulation 1st sample	<b>0.6537</b> <b>(0.4188)</b>	51.1223 (0.0000)	69.7913 (0.0000)	<b>7.8608</b> <b>(0.0196)</b>	124.8070 (0.0000)	143.6100 (0.0000)
Historical Simulation 2nd sample	13.4316 (0.0002)	92.3158 (0.0000)	164.7132 (0.0000)	22.4100 (0.0000)	126.5740 (0.0000)	212.0238 (0.0000)
Historical Simulation All sample	13.2163 (0.0003)	98.5303 (0.0000)	180.9686 (0.0000)	58.6166 (0.0000)	171.8813 (0.0000)	267.7439 (0.0000)
ARCH Normal Filtered	<b>0.0001</b> <b>(0.9923)</b>	<b>0.0002</b> <b>(0.9891)</b>	<b>0.0003</b> <b>(0.9866)</b>	<b>8.5721</b> <b>(0.0138)</b>	<b>8.5621</b> <b>(0.0357)</b>	<b>8.5522</b> <b>(0.0733)</b>
ARCH Normal	<b>0.0025</b> <b>(0.9599)</b>	<b>0.0051</b> <b>(0.9431)</b>	<b>0.0077</b> <b>(0.9302)</b>	<b>5.3118</b> <b>(0.0702)</b>	<b>5.3051</b> <b>(0.1508)</b>	<b>5.2985</b> <b>(0.2580)</b>
ARCH t-student	-	-	-	-	-	-
GARCH Normal	<b>0.6537</b> <b>(0.4188)</b>	14.6523 (0.0001)	17.4257 (0.0000)	<b>7.8608</b> <b>(0.0196)</b>	45.8065 (0.0000)	48.8805 (0.0000)
GARCH t-student	<b>0.4674</b> <b>(0.4942)</b>	<b>6.3970</b> <b>(0.0114)</b>	<b>3.3365</b> <b>(0.0678)</b>	<b>4.7150</b> <b>(0.0947)</b>	22.5452 (0.0001)	22.8650 (0.0001)
EGARCH Normal	<b>0.7632</b> <b>(0.3823)</b>	13.0528 (0.0003)	<b>7.3525</b> <b>(0.0067)</b>	<b>9.7416</b> <b>(0.0077)</b>	44.7856 (0.0000)	45.2457 (0.0000)
EGARCH t-student	<b>0.0945</b> <b>(0.7586)</b>	<b>3.3564</b> <b>(0.0669)</b>	<b>1.9539</b> <b>(0.1622)</b>	<b>0.1093</b> <b>(0.9468)</b>	<b>8.4210</b> <b>(0.0381)</b>	<b>8.4840</b> <b>(0.0754)</b>

Tests (μέθοδος υπολογισμού του Value at Risk)	LR_CC duration	LR_IND duration	LR_MUC statistic	Αριθμός παραβιάσεων (0.010)	Αριθμός παραβιάσεων (0.002)	Empirical frequency of violations
Variance - Covariance	91.3483 (0.0000)	37.2349 (0.0000)	84.6157 (0.0000)	43	24	0.0413
Risk Metrics	<b>2.5355</b> <b>(0.2815)</b>	<b>1.9288</b> <b>(0.1649)</b>	<b>1.1356</b> <b>(0.2866)</b>	14	0	0.0135
Historical Simulation 1st sample	27.3340 (0.0000)	22.7710 (0.0000)	<b>5.7851</b> <b>(0.0554)</b>	19	4	0.0183
Historical Simulation 2nd sample	44.4149 (0.0000)	38.6983 (0.0000)	<b>11.2328</b> <b>(0.0036)</b>	20	8	0.0192
Historical Simulation All sample	70.8261 (0.0000)	44.2712 (0.0000)	38.4252 (0.0000)	32	14	0.0308
ARCH Normal Filtered	-	-	14.2019 (0.0002)	1	0	0.0010
ARCH Normal	<b>11.9346</b> <b>(0.0026)</b>	<b>1.7454</b> <b>(0.1865)</b>	<b>7.3939</b> <b>(0.0065)</b>	3	0	0.0029
ARCH t-student	-	-	-	-	-	-
GARCH Normal	<b>9.7949</b> <b>(0.0075)</b>	<b>5.2318</b> <b>(0.0222)</b>	<b>5.7721</b> <b>(0.0163)</b>	19	0	0.0183
GARCH t-student	<b>4.8206</b> <b>(0.0898)</b>	<b>2.2247</b> <b>(0.1358)</b>	<b>3.5503</b> <b>(0.0595)</b>	17	0	0.0163
EGARCH Normal	<b>6.1104</b> <b>(0.0771)</b>	<b>0.3937</b> <b>(0.5503)</b>	<b>10.8046</b> <b>(0.0045)</b>	20	1	0.0192
EGARCH t-student	<b>2.8490</b> <b>(0.2406)</b>	<b>2.6541</b> <b>(0.1033)</b>	<b>0.0157</b> <b>(0.9002)</b>	10	0	0.0096

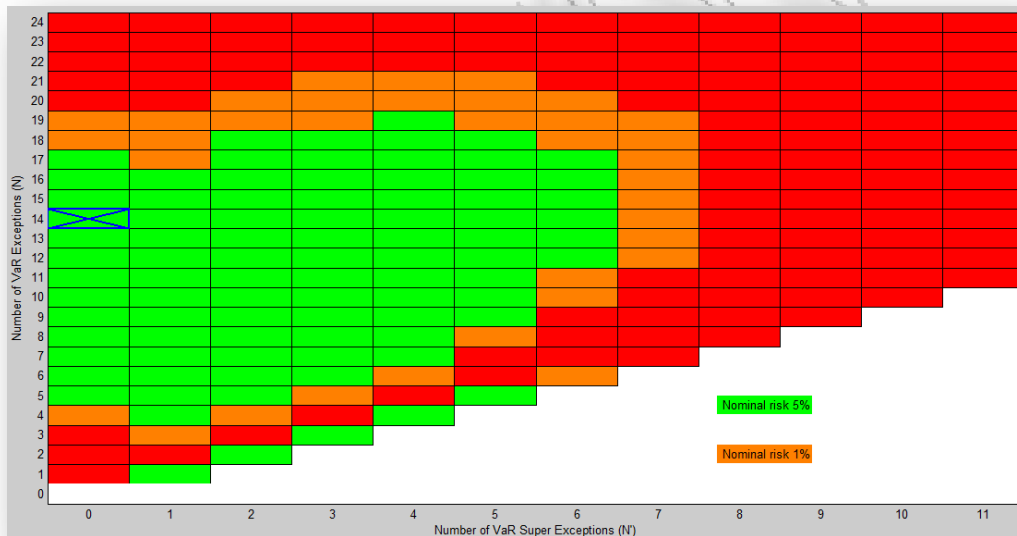
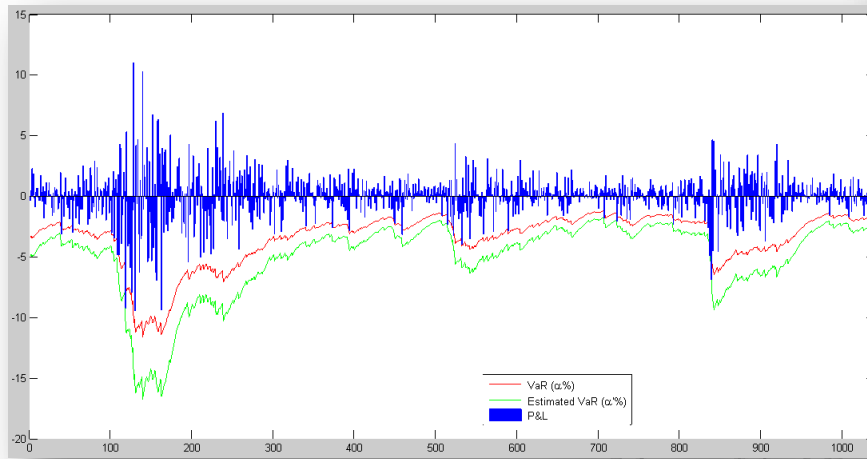
Βάσει των παραπάνω αποτελεσμάτων που παρατίθενται στον πίνακα, δεν μπορούν να εξαχθούν ασφαλή συμπεράσματα για το ποια μοντέλα είναι αποδεκτά και ποια όχι. Από την άλλη παρατηρείται ότι ο έλεγχος ARCH t-student δεν ανέδειξε κάποια αποτελέσματα. Αυτό οφείλεται στο ότι κανένας έλεγχος δεν μπορεί να υπολογισθεί όταν για τον αριθμό των παραβιάσεων ισχύει ότι  $N = N' = 0$ . Παρόμοιο φαινόμενο παρατηρείται και στο μοντέλο ARCH Normal Filtered για τους ελέγχους παραβιάσεων Conditional Coverage LR duration, όπως επίσης και του Independence LR duration. Τα αποτελέσματα των ελέγχων αποτυπώνονται παρακάτω στους Χάρτες Κινδύνου (Risk Maps).

Variance – Covariance



Τα αποτελέσματα του ελέγχου Variance – Covariance συνοψίζονται στα δύο (2) παραπάνω διαγράμματα για τον χρηματιστηριακό δείκτη S&P 500 για την περίοδο 4/1/2000 έως και τις 16/1/2011, με πλήθος παρατηρήσεων 3,120. Στο πρώτο κατά σειρά εμφανίζονται οι ποσοστιαίες λογαριθμικές αποδόσεις, το μέτρο της Αξίας σε Κίνδυνο ( $VaR$ ) για διάστημα εμπιστοσύνης 1%, καθώς επίσης και το εκτιμώμενο  $VaR$  για διάστημα εμπιστοσύνης 0.2%. Σύμφωνα με το διάγραμμα μπορεί κανείς να παρατηρήσει ότι οι εκτιμήσεις του  $VaR$  και στα δύο διαστήματα εμπιστοσύνης ακολουθούν ευθεία γραμμή, χωρίς να επηρεάζονται από τις διακυμάνσεις των αποδόσεων. Το δεύτερο κατά σειρά διάγραμμα απεικονίζει τον Χάρτη Κινδύνου (Risk Map). Σύμφωνα με τους ελέγχους παραβιάσεων για την μέθοδο υπολογισμού του  $VaR$  Variance – Covariance, προκύπτουν σαράντα τρεις (43) παραβιάσεις και εικοσιτέσσερις (24) υπερβολικά μεγάλες παραβιάσεις. Αυτές είναι και οι συντεταγμένες, όπως φαίνονται από τον «σταυρό» στο συγκεκριμένο σημείο. Όπως είναι φανερό ο «σταυρός» κινείται στην κόκκινη περιοχή, κάτι το οποίο σημαίνει ότι το μοντέλο δεν είναι αποδεκτό, καθώς απορρίπτεται η μηδενική υπόθεση και στα δύο επίπεδα εμπιστοσύνης 99% και 95%.

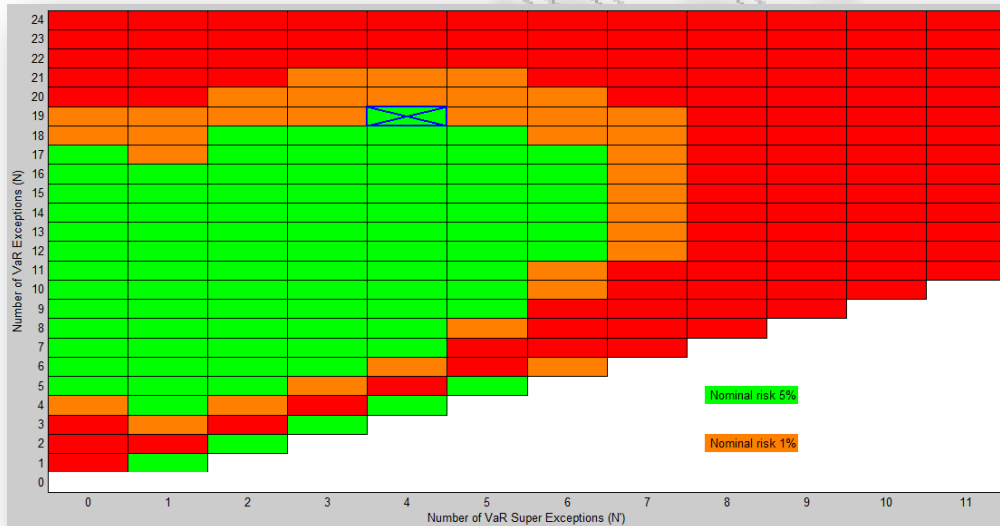
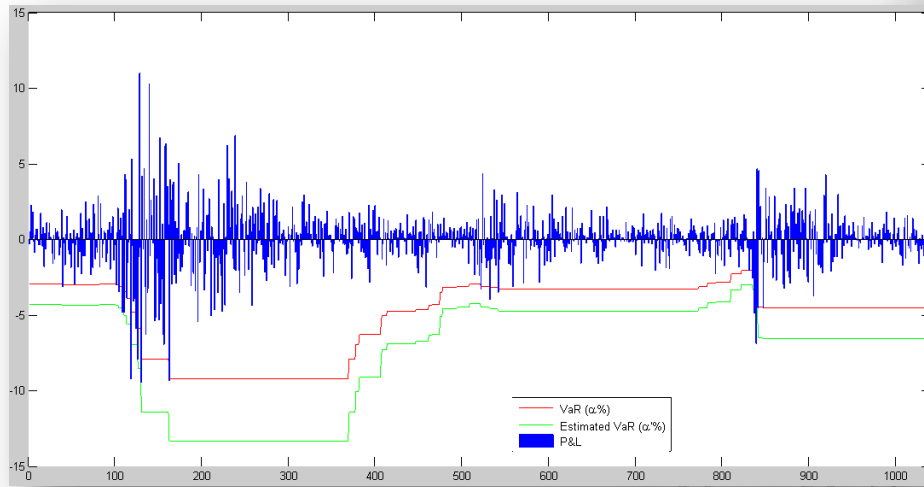
Risk Metrics



Το δεύτερο μοντέλο υπολογισμού του Value at Risk (*VaR*) που εξετάζεται είναι το Risk Metrics. Το πρώτο διάγραμμα απεικονίζει τις ποσοστιαίες λογαριθμικές αποδόσεις του χρηματιστηριακού δείκτη S&P 500. Επίσης τα *VaR* για τα δύο επίπεδα εμπιστοσύνης 1% και 0.2%. Οι γραμμές των *VaR* ακολουθούν τις διακυμάνσεις των αποδόσεων, κάτι το οποίο αποτελεί ένα πρώτο δείγμα γραφής για την αποδοχή του συγκεκριμένου μοντέλου. Το δεύτερο διάγραμμα απεικονίζει τον Χάρτη Κινδύνου (Risk Map). Ο αριθμός των παραβιάσεων είναι δεκατέσσερις (14) και ο αριθμός των υπερβολικά μεγάλων παραβιάσεων είναι μηδέν (0). Οι συντεταγμένες των συγκεκριμένων σημείων είναι εμφανείς, με το μαρκαρισμένο «σταυρό». Η πράσινη περιοχή στην οποία βρίσκεται ο «σταυρός» σημαίνει ότι το μοντέλο Risk Metrics δεν μπορεί να απορριφθεί σε διάστημα εμπιστοσύνης 95%, 99%.

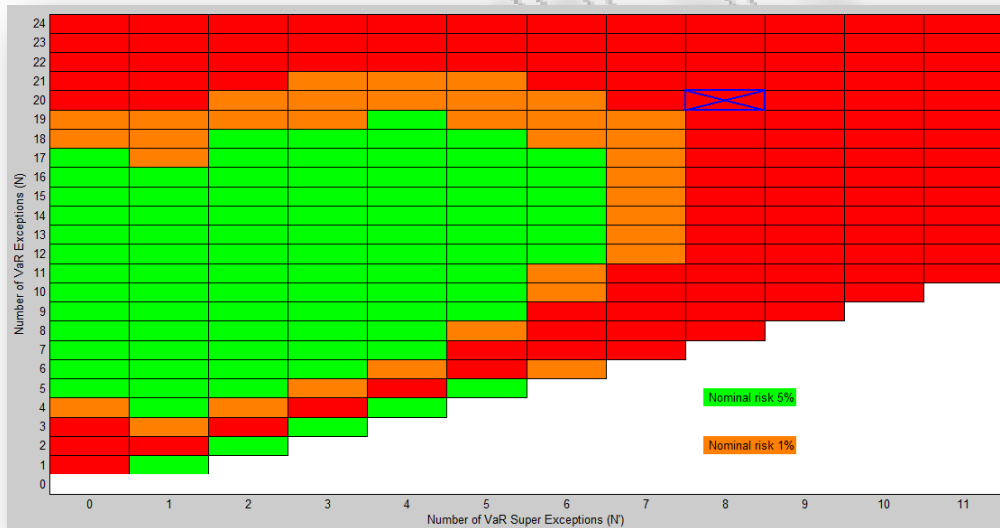
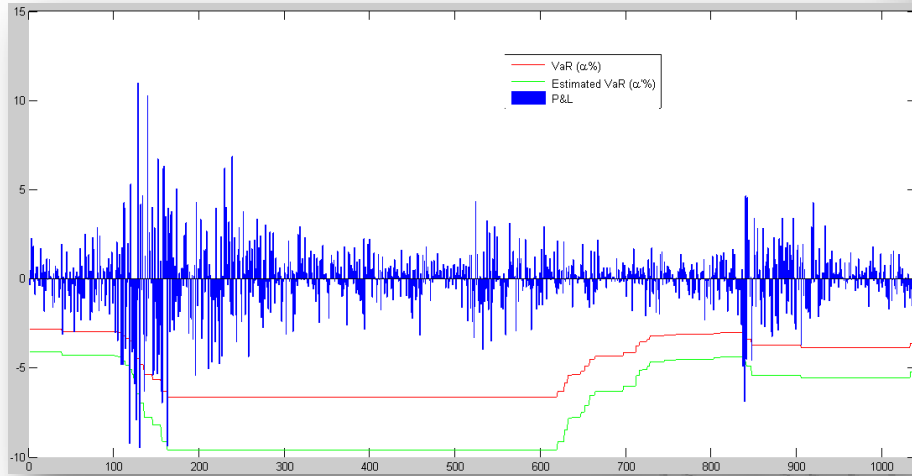


Historical Simulation 1st sample



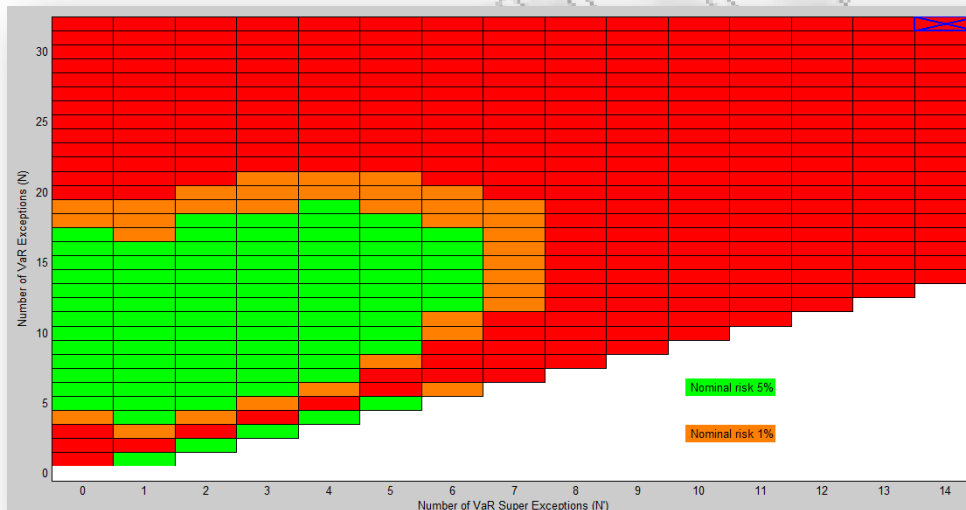
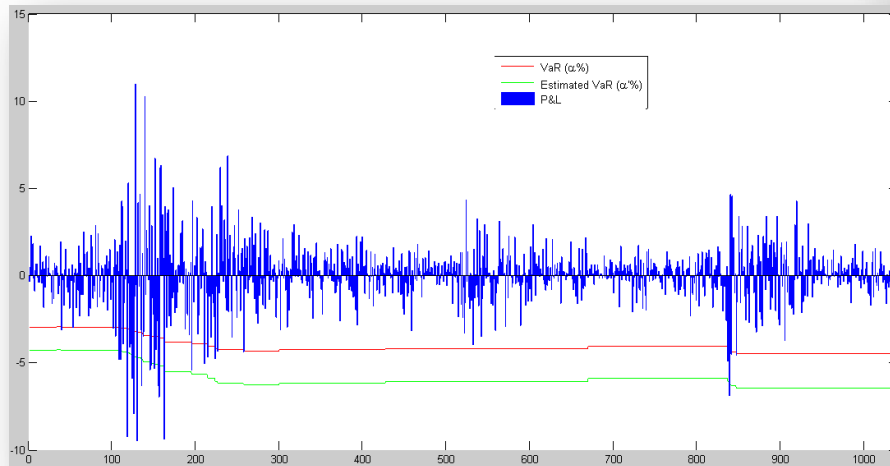
Στα παραπάνω διαγράμματα εξετάζονται τα αποτελέσματα του μοντέλου Historical Simulation 1<sup>st</sup> sample. Το διάγραμμα με τις ποσοστιαίες λογαριθμικές αποδόσεις, το VaR (1%) και VaR (0.2%), οδηγεί στο συμπέρασμα ότι οι γραμμές των VaR ακολουθούν αρκετά την γραμμή των αποδόσεων. Το δεύτερο διάγραμμα δείχνει τον Χάρτη Κινδύνου (Risk Map), με τον αριθμό των παραβιάσεων να είναι δεκαεννέα (19) και των υπερβολικά μεγάλων παραβιάσεων να είναι τέσσερις (4). Οι συντεταγμένες δείχνουν τον «σταυρό» στην πράσινη περιοχή του διαγράμματος, το οποίο σημαίνει ότι δεν μπορεί να απορριφθεί η μηδενική υπόθεση σε διάστημα εμπιστοσύνης 95%, όσο και 99%.

Historical Simulation 2nd sample



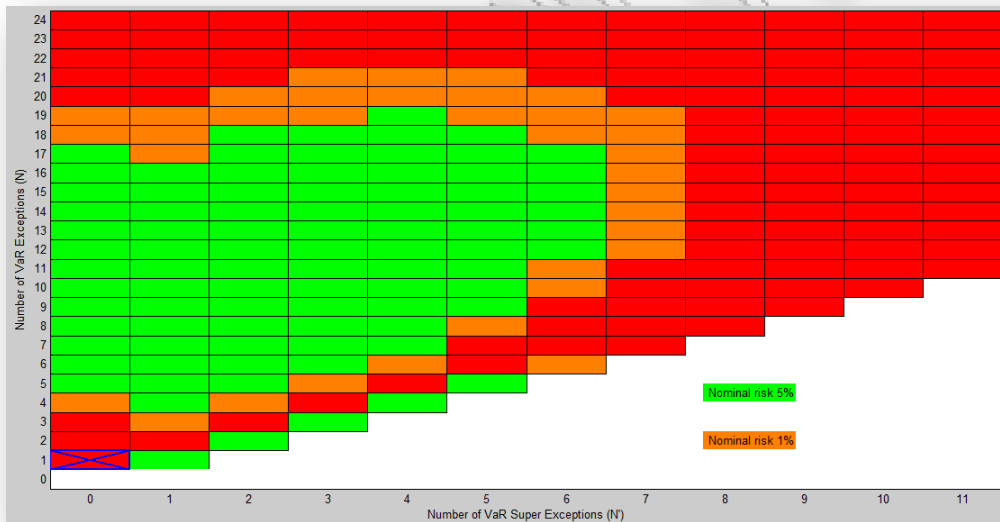
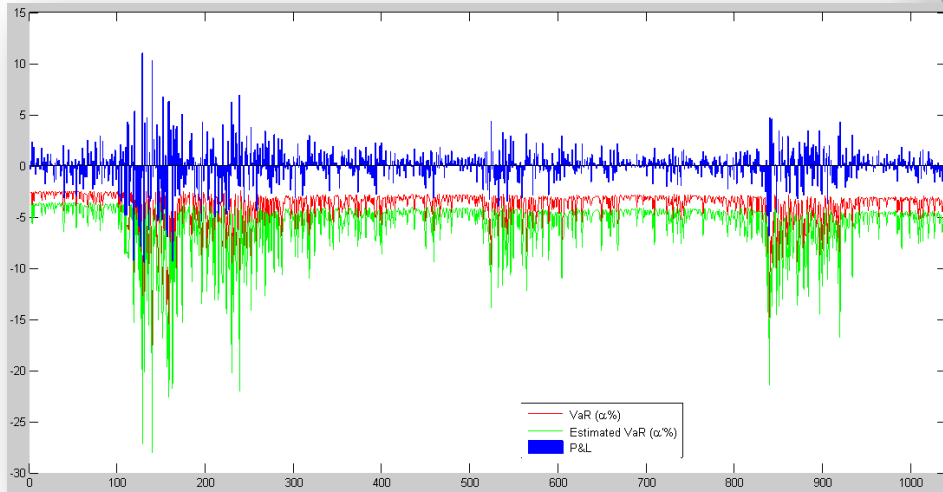
Όπως και στο μοντέλο Historical Simulation 1<sup>st</sup> sample, σε αυτό το σημείο θα γίνει η ανάλυση και για το μοντέλο Historical Simulation 2<sup>nd</sup> sample. Επίσης, παρατίθεται και το κοινό διάγραμμα των ποσοστιαίων λογαριθμικών αποδόσεων, των VaR (1%) και VaR (0.2%). Στην συνέχεια όμως, παρατίθεται ο Χάρτης Κινδύνου (Risk Map) με είκοσι (20) παραβιάσεις και οκτώ (8) υπερβολικά μεγάλες παραβιάσεις. Ο «σταυρός» βρίσκεται στην κόκκινη περιοχή, το οποίο σημαίνει ότι μπορεί να απορριφθεί η μηδενική υπόθεση για διάστημα εμπιστοσύνης 95%, όσο και 99%.

Historical Simulation All sample



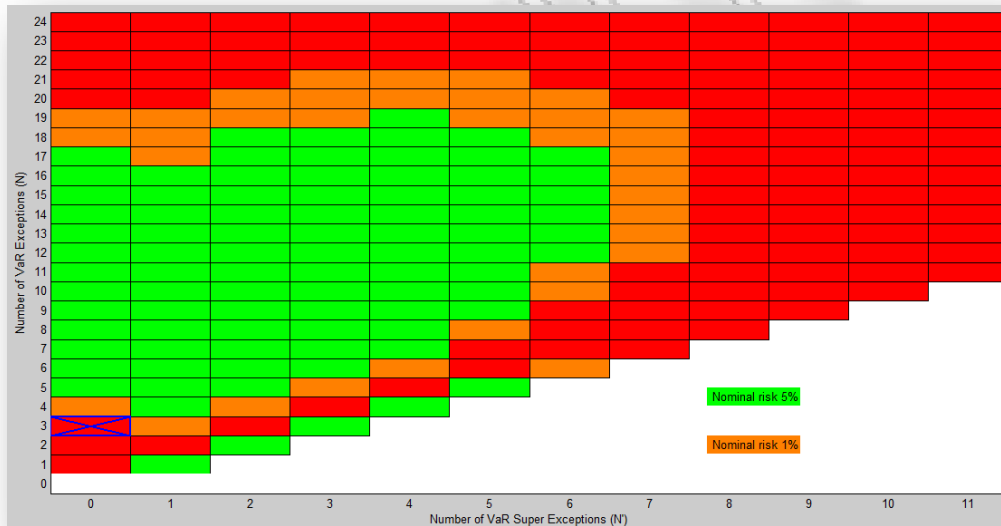
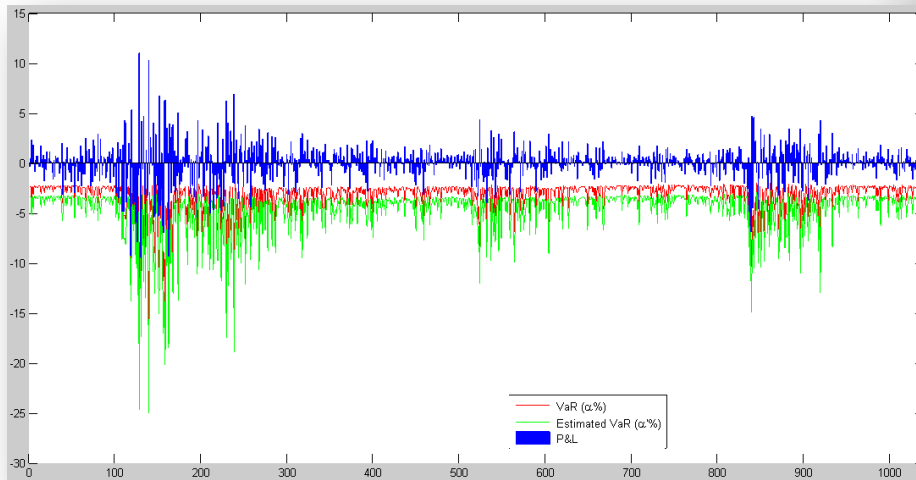
Τα αποτελέσματα της μεθόδου της Ιστορικής Προσομοίωσης για όλο το δείγμα (Historical Simulation all sample), φαίνονται από τα παραπάνω διαγράμματα. Αρχικά, παρατίθεται το διάγραμμα των ποσοστιαίων λογαριθμικών αποδόσεων, του VaR (1%) και του VaR (0.2%). Παρακάτω, ο Χάρτης Κινδύνου (Risk Map) υποδεικνύει αν το μοντέλο είναι επαρκές ή όχι. Οι παραβιάσεις είναι τριάντα δύο (32) και οι υπερβολικά μεγάλες παραβιάσεις είναι δεκατέσσερις (14). Ο «σταυρός» βρίσκεται στην κόκκινη περιοχή, κάτι το οποίο σημαίνει ότι μπορεί να απορριφθεί η μηδενική υπόθεση για το διάστημα εμπιστοσύνης 95%, όσο και για το διάστημα εμπιστοσύνης 99%.

ARCH Normal filtered



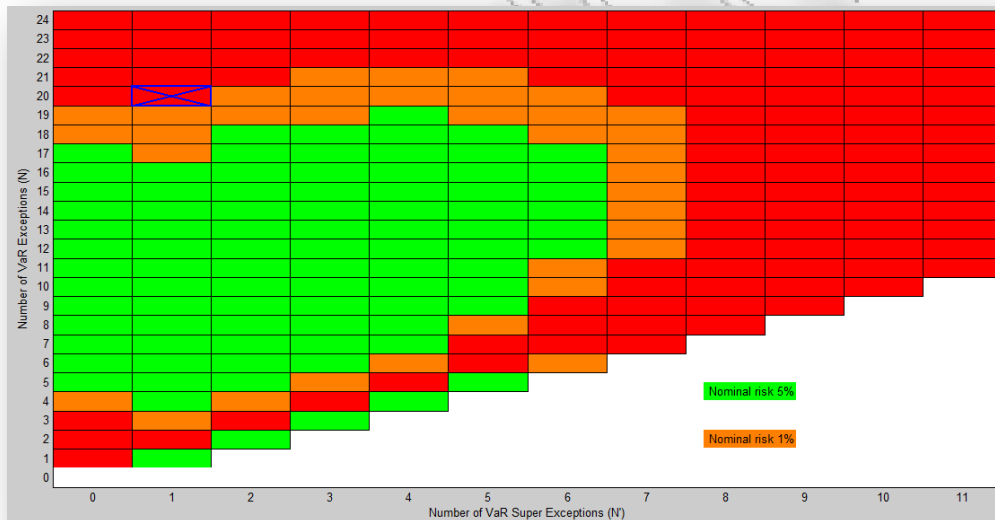
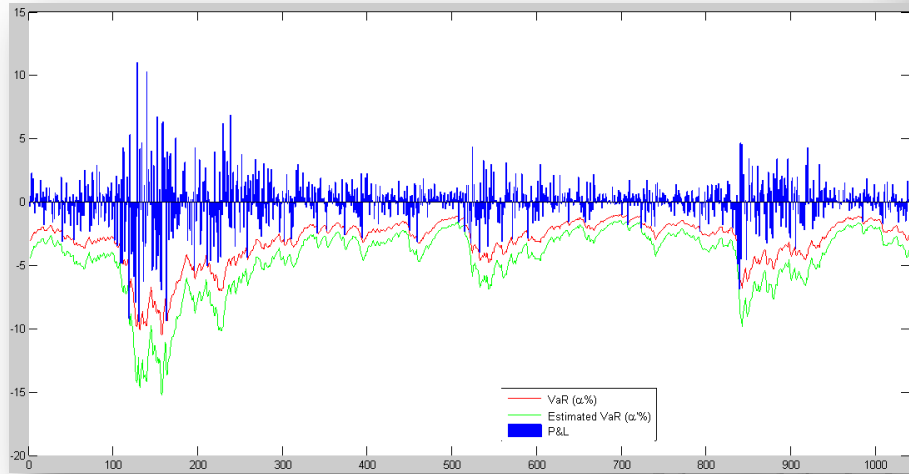
Το μοντέλο ARCH Normal Filtered, είναι το επόμενο στην σειρά που εξετάζεται. Η ποσοστιαία λογαριθμική απόδοση αποτυπώνεται στο ίδιο διάγραμμα με τα VaR (1%) και VaR (0.2%). Οι γραμμές των VaR ακολουθούν αυτή της γραμμής της απόδοσης στα σημεία εκείνα όπου υπάρχει υψηλή διακύμανση. Ακολουθεί, ο Χάρτης Κινδύνου (Risk Map), στον οποίο παρατηρείται μία (1) παραβίαση και καμία (0) υπερβολικά μεγάλη παραβίαση. Ο «σταυρός» βρίσκεται στην κόκκινη περιοχή του διαγράμματος, κάτι το οποίο σημαίνει ότι μπορεί να απορριφθεί η μηδενική υπόθεση στα επίπεδα εμπιστοσύνης 95% και 99%. Επομένως, το συμπέρασμα που προκύπτει είναι ότι το μοντέλο ARCH Normal Filtered δεν είναι αποδεκτό.

ARCH Normal



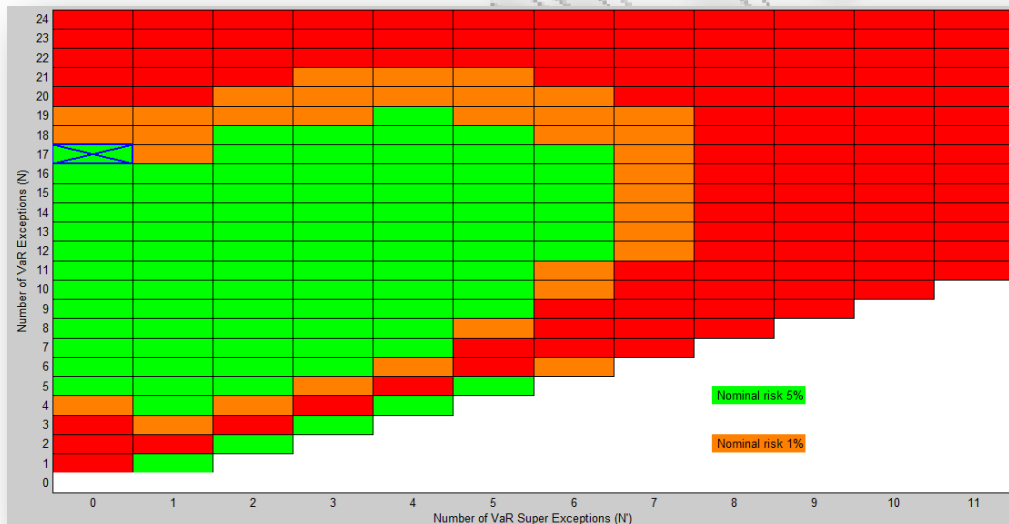
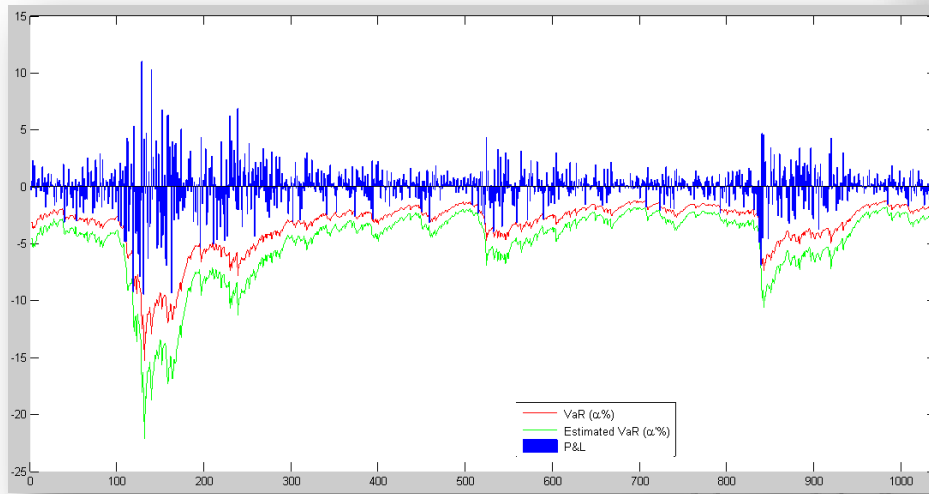
Το επόμενο οικονομετρικό μοντέλο που εξετάζεται είναι το ARCH Normal. Οι αποδόσεις της χρηματοοικονομικής σειράς του χρηματιστηριακού δείκτη S&P 500 απεικονίζονται στο πρώτο κατά σειρά διάγραμμα, όπως επίσης και τα  $VaR$  (1%) και  $VaR$  (0.2%). Μέσω του διαγράμματος μπορεί κανείς να παρατηρήσει ότι οι γραμμές των  $VaR$  ακολουθούν αυτή της απόδοσης. Στην συνέχεια, παρατίθεται ο Χάρτης Κινδύνου (Risk Map) στον οποίο αποτυπώνονται τρεις (3) παραβιάσεις, ενώ δεν παρατηρείται καμία υπερβολικά μεγάλη παραβίαση. Ο «σταυρός», που απεικονίζει τις παραπάνω συντεταγμένες, βρίσκεται στην κόκκινη περιοχή, κάτι το οποίο σημαίνει ότι μπορεί να απορριφθεί η μηδενική υπόθεση για τα επίπεδα εμπιστοσύνης 95% και 99%.

GARCH Normal



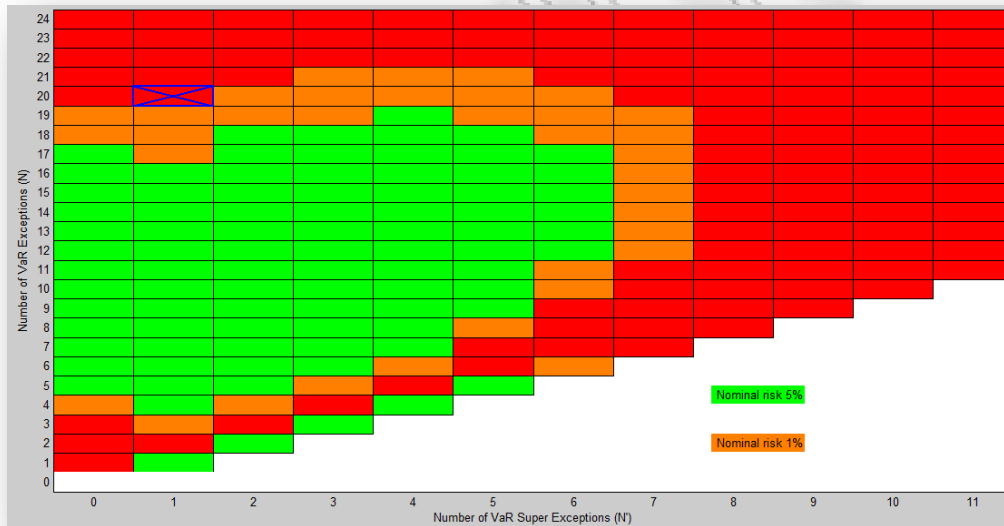
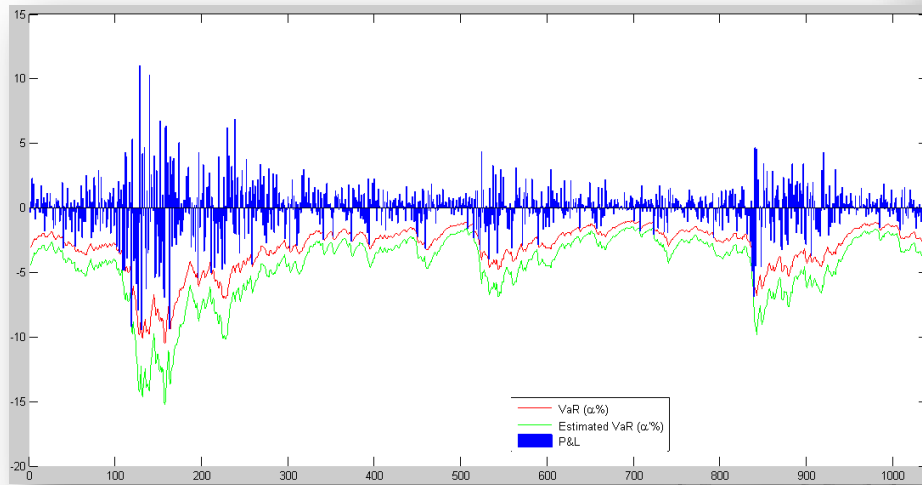
Στην συνέχεια, εξετάζεται το οικονομετρικό μοντέλο GARCH Normal. Το κοινό διάγραμμα των ποσοστιαίων λογαριθμικών αποδόσεων και των  $VaR$  (1%),  $VaR$  (0.2%), δείχνει ότι οι γραμμές των  $VaR$  ακολουθούν τη διακύμανση των αποδόσεων. Μέσω της διαδικασίας του Χάρτη Κινδύνου (Risk Map) θα επαληθευθεί αν το μοντέλο είναι αποδεκτό ή όχι. Ο αριθμός των παραβιάσεων είναι δεκαεννέα (19) και μηδέν (0) οι υπερβολικά μεγάλες παραβιάσεις. Ο «σταυρός» παρατηρείται στην κόκκινη περιοχή του διαγράμματος, κάτι το οποίο σημαίνει ότι μπορεί να απορριφθεί η μηδενική υπόθεση σε επίπεδο εμπιστοσύνης 95% και 99%. Επομένως, το μοντέλο δεν είναι αποδεκτό.

GARCH t – student



Το πρώτο διάγραμμα που παρουσιάζεται είναι αυτό της από κοινού εμφάνισης των ποσοστιαίων λογαριθμικών αποδόσεων και των  $VaR$  (1%) και  $VaR$  (0.2%). Μέσω του διαγράμματος μπορεί να εξαχθεί το συμπέρασμα ότι τα  $VaR$  ακολουθούν την τροχιά των διακυμάνσεων των αποδόσεων. Επίσης, εμφανίζεται ο Χάρτης Κινδύνου (Risk Map), στον οποίο παρατηρούνται μόνο δεκαεπτά (17) παραβιάσεις. Ο «σταυρός» παρατηρείται στην πράσινη περιοχή του διαγράμματος, κάτι το οποίο σημαίνει ότι δεν μπορεί να απορριφθεί η μηδενική υπόθεση σε επίπεδο εμπιστοσύνης 95%, όσο και σε επίπεδο εμπιστοσύνης 99%.

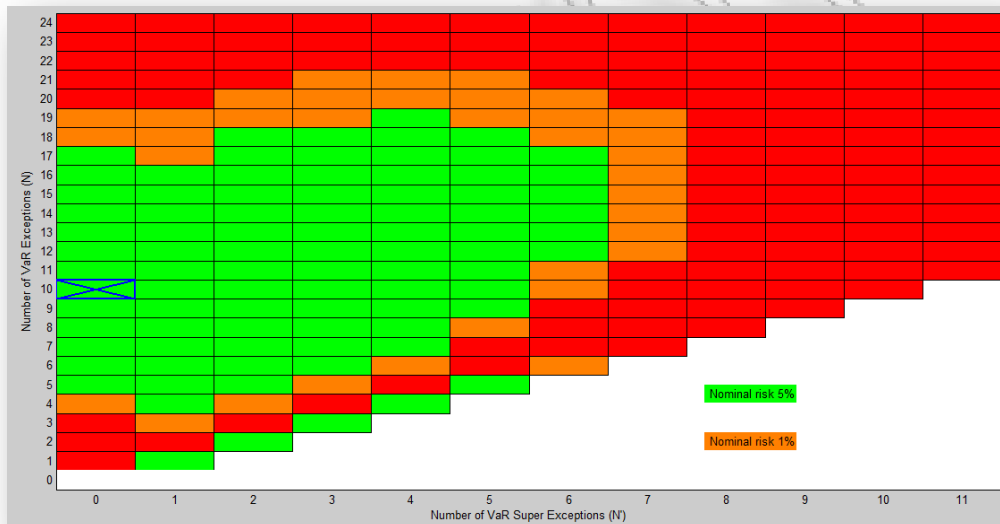
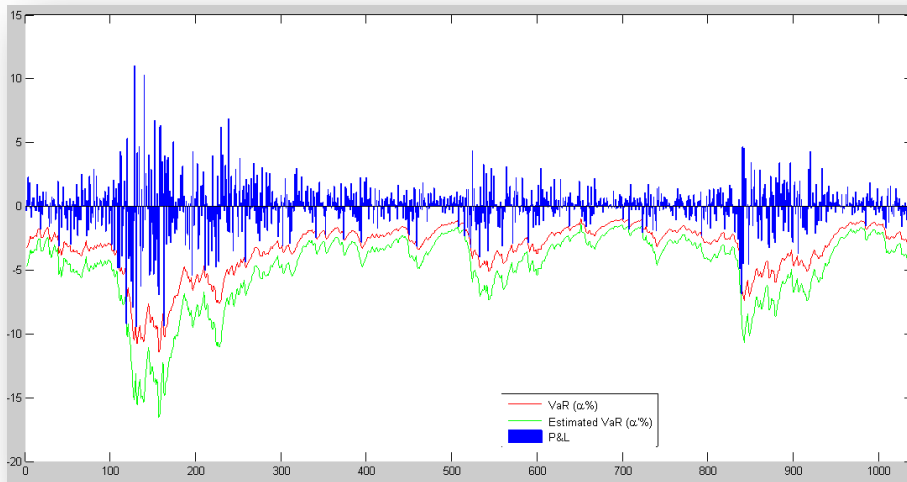
EGARCH Normal



Το οικονομετρικό μοντέλο που εξετάζεται σε αυτό το σημείο είναι το EGARCH Normal. Αυτό γίνεται αρχικά, με το κοινό διάγραμμα των ποσοστιαίων λογαριθμικών αποδόσεων και των  $VaR$  (1%),  $VaR$  (0.2%). Οι γραμμές των  $VaR$  φαίνονται να ακολουθούν τις διακυμάνσεις των αποδόσεων. Επίσης, ο Χάρτης Κινδύνου υποδεικνύει είκοσι (20) παραβιάσεις και μία (1) υπερβολικά μεγάλη παραβίαση. Οπότε από τα παραπάνω προκύπτει ότι ο «σταυρός» βρίσκεται στην κόκκινη περιοχή, στην οποία μπορεί να απορριφθεί η μηδενική υπόθεση για επίπεδο εμπιστοσύνης 95% και 99%. Άρα, το συγκεκριμένο μοντέλο δεν είναι αποδεκτό.



EGARCH t – student



Η τελευταία οικονομετρική μέθοδος υπολογισμού του  $VaR$  είναι το EGARCH t-student. Αρχικά, παρατίθεται το κοινό διάγραμμα των ποσοστιαίων λογαριθμικών αποδόσεων και των  $VaR$  (1%),  $VaR$  (0.2%). Όπως και στα παραπάνω μοντέλα, έτσι και σε αυτό που εξετάζεται εδώ, οι γραμμές των  $VaR$  ακολουθούν αυτή της απόδοσης. Στον Χάρτη Κινδύνου (Risk Map) οι παραβιάσεις είναι δέκα (10) και οι υπερβολικά μεγάλες παραβιάσεις είναι μηδέν (0). Ο «σταυρός» παρατηρείται στην πράσινη περιοχή, το οποίο σημαίνει ότι δεν μπορεί να απορριφθεί η μηδενική υπόθεση για επίπεδα εμπιστοσύνης 95% και 99%. Επομένως, το μοντέλο δεν μπορεί να απορριφθεί.

## 5.5 Συμπεράσματα

Στην παρούσα διπλωματική εργασία, έγινε εκτενέστατη αναφορά σε ένα νέο μέτρο υπολογισμού της Αξίας σε Κίνδυνο (Value at Risk), τον Χάρτη Κινδύνου (Risk Map). Ως δεδομένα χρησιμοποιήθηκαν τέσσερις (4) χρηματοοικονομικές σειρές, η ισοτιμία Ευρώ/ Δολαρίου (€/ \$), το Αργό Πετρέλαιο (Brent – Europe), το Γερμανικό 10ετές ομόλογο και τέλος ο χρηματιστηριακός δείκτης S&P 500. Το εύρος των παρατηρήσεων είναι διαφορετικό για κάθε σειρά. Πραγματοποιήθηκαν δώδεκα (12) μέθοδοι υπολογισμού του Value at Risk (*VaR*), καθώς επίσης και οι επιμέρους έλεγχοι παραβιάσεων. Τα αποτελέσματα αποτυπώθηκαν, για κάθε μέθοδο, στον Χάρτη Κινδύνου (Risk Map), όπως και στο κοινό διάγραμμα των ποσοστιαίων λογαριθμικών αποδόσεων και των *VaR* σε δύο διαφορετικά διαστήματα εμπιστοσύνης 1% και 0.2% αντίστοιχα.

Πιο διεξοδικά, στην ισοτιμία Ευρώ/ Δολαρίου, τα μοντέλα που δεν γίνονται αποδεκτά είναι το Variance – Covariance, το Historical Simulation 1<sup>st</sup> sample, το Historical Simulation 2<sup>nd</sup> sample, το Historical Simulation 2<sup>nd</sup> sample και τέλος το ARCH Normal. Από την άλλη πλευρά, τα μοντέλα που μπορούν να γίνουν αποδεκτά και για τα δύο διαστήματα εμπιστοσύνης 95% και 99% είναι το Risk Metrics, το Arch-Normal Filtered, το ARCH t-student, το GARCH Normal, το GARCH t-student, το EGARCH Normal και τέλος το EGARCH t-student.

Στο Γερμανικό 10ετές ομόλογο, τα μοντέλα τα οποία δεν γίνονται αποδεκτά είναι το Variance – Covariance, το ARCH Normal και το ARCH t-student. Αντίθετα, τα μοντέλα εκείνα στα οποία δεν μπορεί να απορριφθεί η μηδενική υπόθεση σε επίπεδα εμπιστοσύνης 95% και 99% είναι, το Risk Metrics, το Historical Simulation All sample, το ARCH Normal Filtered, το GARCH Normal, το EGARCH Normal και τέλος το EGARCH t-student. Στην συγκεκριμένη χρηματοοικονομική σειρά, στα μοντέλα Historical Simulation 1<sup>st</sup> sample, στο Historical Simulation 2<sup>nd</sup> sample και στο GARCH t-student, απορρίπτεται η μηδενική υπόθεση για διάστημα εμπιστοσύνης 95%, αλλά όχι στο επίπεδο εμπιστοσύνης 99%.

Στο Αργό Πετρέλαιο (Brent – Europe), το μοναδικό μοντέλο στο οποίο μπορεί να απορριφθεί η μηδενική υπόθεση τόσο για το διάστημα εμπιστοσύνης 95%, όσο και για το διάστημα εμπιστοσύνης 99%, είναι το μοντέλο Variance – Covariance. Όλοι οι υπόλοιποι μέθοδοι υπολογισμού του *VaR* είναι αποδεκτοί, δηλαδή δεν μπορεί να απορριφθεί η μηδενική υπόθεση τόσο για διάστημα εμπιστοσύνης 95%, όσο και 99%.

Στον χρηματιστηριακό δείκτη S&P 500, οι μέθοδοι υπολογισμού του *VaR* οι οποίοι μπορούν να απορριφθούν τόσο σε διάστημα εμπιστοσύνης 95%, όσο και σε 99%, είναι ο Variance – Covariance, ο Historical Simulation 2<sup>nd</sup> sample, ο Historical Simulation All sample, ο ARCH Normal Filtered, ο ARCH Normal, GARCH Normal και τέλος ο EGARCH Normal. Στον αντίποδα, τα μοντέλα εκείνα στα οποία δεν μπορεί να απορριφθεί η μηδενική υπόθεση, τόσο σε επίπεδο εμπιστοσύνης 95%, όσο και σε 99%, είναι το Risk Metrics, το Historical Simulation 1<sup>st</sup> sample, το GARCH t-student και τέλος το EGARCH t-student. Η μέθοδος ARCH t-student δεν εξήγαγε αποτελέσματα, μιας και κανένας έλεγχος δεν μπορεί να πραγματοποιηθεί, όταν για τον αριθμό των παραβιάσεων ισχύει  $N = N' = 0$ .

Από αυτή την διαδικασία, το συμπέρασμα που μπορεί να εξαχθεί είναι ότι και στις τέσσερις (4) χρηματοοικονομικές σειρές η μέθοδος Variance – Covariance μπορεί να απορριφθεί, όπως ότι και τα μοντέλα GARCH και EGARCH κάτω από την κανονική όσο και την t-student κατανομή, έχουν καλή εφαρμογή. Από την άλλη, η μέθοδος Risk Metrics, δεν μπορεί να απορριφθεί για καμία από τις τέσσερις (4) χρηματοοικονομικές σειρές.

## **Κεφάλαιο 6: Βιβλιογραφία**

1. Acharya, V. V., L. Pedersen, T. Philippon, M. Richardson (2010), "Measuring Systemic Risk," Working Paper, New York University.
2. Adrian, T., M. K. Brunnermeier (2010), "CoVaR," Working Paper, Princeton University and FRB of New York.
3. Artzner, P., F. Delbaen, J.-M. Eber, D. Heath (1999), "Coherent Measures of Risk," *Mathematical Finance*, 9, 203-228.
4. Basak, S., Shapiro, A. (2001), "Value at Risk Based Risk Management: Optimal Policies and Asset Prices" Working paper.
5. Basel Committee on Banking Supervision (1996), "Supervisory Framework for the Use of Backtesting in Conjunction with the Internal Models Approach to Market Risk Capital Requirements," Bank for International Settlements.
6. Basel Committee on Banking Supervision (2006), "International Convergence of Capital Measurement and Capital Standards: A Revised Framework," Bank for International Settlements.
7. Basel Committee on Banking Supervision (2011a), "Revisions to the Basel II Market Risk Framework," Bank for International Settlements.
8. Basel Committee on Banking Supervision (2011b), "Messages from the Academic Literature on Risk Measurement for the Trading Book," Bank for International Settlements.
9. Bauwens, L., A. Preminger, J. V. K. Rombouts (2010), "Theory and Inference for a Markov Switching GARCH Model," *Econometrics Journal*, 13, 218-244
10. Berkowitz, J. (2001), "Testing Density Forecasts, with Applications to Risk Management," *Journal of Business and Economic Statistics*, 19, 465-474.

11. Berkowitz, J., P. F. Christoffersen, D. Pelletier (2011), "Evaluating Value-at-Risk Models with Desk-Level Data," *Management Science*, forthcoming
12. Berkowitz, J., J. O'Brien (2002), "How Accurate Are Value-At-Risk Models at Commercial Banks?," *Journal of Finance*, 57, 1093-1111.
13. Brunnermeier, M. K., L. H. Pedersen (2009), "Market Liquidity and Funding Liquidity," *Review of Financial Studies*, 22, 2201-2238.
14. Booth, G. G., J. P. Broussard, T. Martikainen, V. Puttonen (1997), "Prudent Margin Levels in the Finnish Stock Index Futures Market," *Management Science*, 43, 1177-1188.
15. Broadie, M., Y. Du, C. C. Moallemi (2011), "Efficient Risk Estimation via Nested Sequential Simulation," *Management Science*, forthcoming.
16. Candelon B., Colletaz, G., Hurlin, C., and Tokpavi, S., (2011), "Backtesting Value-at-Risk: A GMM Duration-based Test," *Journal of Financial Econometrics*, forthcoming
17. Colletaz, G., Hurlin, C., Perignon, C., (2011), "The Risk Map: A New Tool for Backtesting Value-at-Risk Models".
18. Christophersen P. F. (1998), "Evaluating Interval Forecasts," *International Economic Review*, 39, 841-862.
19. Christophersen, P. F. (2009), "Backtesting," in *Encyclopedia of Quantitative Finance*, R. Cont (Editor), Wiley.
20. Christophersen, P. F., D. Pelletier (2004), "Backtesting Value-at-Risk: A Duration-Based Approach", *Journal of Financial Econometrics*, 2, 84-108.
21. Cotter, J. (2001), "Margin Exceedences for European Stock Index Futures using Extreme Value Theory," *Journal of Banking and Finance*, 25, 475-502.

22. Cruz Lopez, J. A., J. H. Harris, C. Perignon (2011), "Clearing House, Margin Requirements and Systemic Risk," *Review of Futures Markets*, forthcoming.
23. Dahan, H., G. Dionne (2010), "Scaling Models for the Severity and Frequency of External Operational Loss Data," *Journal of Banking and Finance*, 34, 1484-1496.
24. Duffie, D., Pan, J. (1997), "An Overview of Value at Risk," Stanford University.
25. Duffie, D., H. Zhu (2010), "Does a Central Clearing Counterparty Reduce Counterparty Risk?," *Review of Asset Pricing Studies*, 1, 74-95.
26. Dumitrescu E. I., Hurlin, C. and Pham, V., (2011), "Backtesting VaR with Dynamic Binary Models," Working Paper, University of Orléans.
27. Eisenberg, L., T. H. Noe (2001), "Systemic Risk in Financial Systems," *Management Science*, 47, 236-249.
28. Engle, R. F., S. Manganelli (2004), "CAViaR: Conditional Autoregressive Value at Risk by Regression Quantiles," *Journal of Business and Economic Statistics*, 22, 367-381.
29. Engle, R.F., Brownless, C. (2011), "Volatility, Correlations and Tails for Systemic Risk Measurement," Working paper.
30. European Central Bank (2009), "Recommendations for Securities Clearing and Settlement Systems in the European Union, ESCB/CESR," Eurosystem Document.
31. Frésard, L., C. Pérignon, A. Wilhelmsson (2011), "The Pernicious Effects of Contaminated Data in Risk Management," *Journal of Banking and Finance*, 35, 2569-2583.
32. Giraitis, L., Kokoszka, P., Leipus, R., Teysiene, G. (2000), "Semiparametric estimation of the intensity of long memory in conditional heteroskedasticity"
33. Glasserman, P., Heidelberger, P., Shahabuddin, P. (2002), "Portfolio Value at Risk with Heavy – tailed Risk Factors," IEOR Department, Columbia University.

34. Gordy, M. B., S. Juneja (2010), "Nested Simulation in Portfolio Risk Management," *Management Science*, 56, 1833-1848.
35. Haas, M., (2005)," Improved duration-based backtesting of Value-at-Risk," *Journal of Risk*, 8, 17-36.
36. Jorion, P. (2007), *Value at Risk: The New Benchmark for Managing Financial Risk*, McGraw-Hill, 3rd Edition.
37. Kupiec, P. (1995), "Techniques for Verifying the Accuracy of Risk Measurement Models," *Journal of Derivatives*, 3, 73-84.
38. Linsmeier, T., Pearson , N. (1996), "Risk Measurement: An Introduction to Value at Risk," Department of Accountancy and Department of Finance.
39. Longerstay, J., More, L. (1995), "Introduction to Risk Metrics," fourth edition, Morgan Guarantee Trust Company.
40. Lopez, J. A., M. R. Saidenberg (2000), "Evaluating Credit Risk Models," *Journal of Banking and Finance*, 24, 151-167.
41. Lopez, J. A. (1999a), "Regulatory Evaluation of Value-at-Risk Models," *Journal of Risk*, 1, 37-64
42. Lopez, J. A. (1999b), "Methods for Evaluating Value-at-Risk Models," *Federal Reserve Bank of San Francisco Economic Review*, 2, 3-17.
43. Nelson, B. (1991), "Conditional Heteroskedasticity in Asset Returns: A New Approach"
44. Patton, A. J., (2002), "Application of Copula Theory in Financial Econometrics.," Ph.D. Dissertation, University of California, San Diego.
45. Pérignon, C., D. R. Smith (2008), "A New Approach to Comparing VaR Estimation Methods," *Journal of Derivatives*, 16, 54-66.

46. Pritsker, M. (2006), "The Hidden Dangers of Historical Simulation," *Journal of Banking and Finance*, 30, 561-582.
47. Stulz, R. (2008), "Risk Management Failures: What Are They and When Do they Happen?," *Journal of Applied Corporate Finance*, 20, 39-48.
48. Taylor, J. W. (2005), "Generating Volatility Forecasts from Value at Risk Estimates," *Management Science*, 51, 712-725.
49. Zhu, D., J. W. Galbraith (2010), "A Generalized Asymmetric Student-t Distribution with Application to Financial Econometrics," *Journal of Econometrics*, 157, 297-305.
50. Tsay R. (2002), *Analysis of financial time series*

Ιστότοποι που προσπελάστηκαν

51. Capital: <http://www.capital.gr>
52. Eviews: <http://www.eviews.com>
53. Run my Code: <http://www.runmycode.org>
54. Ναυτεμπορική: <http://www.naftemporiki.gr>
55. Yahoo finance: <http://www.finance.yahoo.gr>
56. Wikipedia: <http://www.en.wikipedia.org/wiki>