

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ
ΠΕΙΡΑΙΩΣ

**ΤΜΗΜΑ ΒΙΟΜΗΧΑΝΙΚΗΣ
ΔΙΟΙΚΗΣΗΣ ΚΑΙ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΑΣ**

**«ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΣ ΕΝΟΣ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΑΚΟΥ
ΣΥΣΤΗΜΑΤΟΣ ΓΙΑ ΤΗΝ ΔΡΟΜΟΛΟΓΗΣΗ ΣΤΟΛΟΥ
ΟΧΗΜΑΤΩΝ ΜΕ ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΣΕ ΜΕΤΑΦΟΡΙΚΗ
ΕΤΑΙΡΕΙΑ»**

*Η εργασία υποβάλλεται για την μερική κάλυψη των απαιτήσεων με στόχο την
απόκτηση του διπλώματος*

**ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΣΠΟΥΔΩΝ ΣΤΗΝ ΟΡΓΑΝΩΣΗ
ΚΑΙ ΔΙΟΙΚΗΣΗ ΒΙΟΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ
ΕΙΔΙΚΕΥΣΗ : LOGISTICS**

από
**ΤΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΩΣ ΚΑΙ
ΤΟ ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ**

ΠΟΥΠΟΥΖΑΣ ΒΑΣΙΛΕΙΟΣ (ΜΠΛ/0505)

Πειραιάς 2007

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

| | |
|--|----|
| 1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ | 7 |
| 1.1 Το Περιβάλλον των Αστικών Διανομών | 8 |
| 2. ΟΡΙΣΜΟΣ | 10 |
| 3. ΤΟ ΠΡΑΚΤΙΚΟ ΠΡΟΒΛΗΜΑ | 12 |
| 3.1 Περιορισμοί Σχετικοί με Οχήματα..... | 12 |
| 3.2 Περιορισμοί Σχετικοί με Πελάτες..... | 13 |
| 3.3 Άλλοι παράγοντες..... | 14 |
| 4. ΑΝΤΙΚΕΙΜΕΝΙΚΟΣ ΣΚΟΠΟΣ ΔΡΟΜΟΛΟΓΗΣΗΣ | 14 |
| 4.1 Μείωση Λειτουργικού Κόστους Δρομολόγησης..... | 16 |
| 4.2 Αύξηση Παραγωγικότητας της Δρομολόγησης..... | 16 |
| 5. ΤΕΧΝΙΚΕΣ ΕΠΙΛΥΣΗΣ ΑΠΛΩΝ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΩΝ ΔΡΟΜΟΛΟΓΗΣΗΣ ΧΩΡΙΣ ΠΕΡΙΟΡΙΣΜΟΥΣ | 17 |
| 5.1 Ξεχωριστά & Μοναδικά Σημεία Προέλευσης & Προορισμού.. | 17 |
| 5.2 Πολλαπλά Σημεία Προέλευσης και Προορισμού..... | 18 |
| 5.3 Συμπίπτοντα Σημεία Προέλευσης και Προορισμού..... | 19 |
| 6. ΤΕΧΝΙΚΕΣ ΕΠΙΛΥΣΗΣ ΣΥΝΘΕΤΩΝ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΩΝ ΔΡΟΜΟΛΟΓΗΣΗΣ ΜΕ ΠΕΡΙΟΡΙΣΜΟΥΣ | 20 |
| 6.1 Βασικές Αρχές για Αποτελεσματική Δρομολόγηση & Προγραμματισμό | 21 |
| 6.2 Κατηγορίες Προβλημάτων Δρομολόγησης με Περιορισμούς. | 24 |
| 6.2.1 Πρόβλημα Δρομολόγησης Οχημάτων με Συγκεκριμένο Όριο Ικανότητας (<i>Capacitated Vehicle Routing Problem-CVRP</i>)..... | 24 |

| | | |
|--------|---|----|
| 6.2.2 | Πρόβλημα Δρομολόγησης Οχημάτων με Χρονικά Παράθυρα (Vehicle Routing Problem with Time Windows - VRPTW) | 26 |
| 6.2.3 | Πρόβλημα Δρομολόγησης Οχημάτων με Συλλογές κατά την Παράδοση (Vehicle Routing Problem with Pickup and Delivery - VRPPD) | 29 |
| 6.2.4 | Πρόβλημα Δρομολόγησης Οχημάτων με "Backhauls" (Vehicle Routing Problem with Backhauls - VRPB) | 31 |
| 6.2.5 | Πρόβλημα Δρομολόγησης Οχημάτων με Πολλές Αποθήκες (Vehicle Routing Problem with Multiple Depot - MDVRP) | 33 |
| 6.2.6 | Πρόβλημα Δρομολόγησης Οχημάτων Περιόδου (Periodic Vehicle Routing Problem - PVRP) | 34 |
| 6.2.7 | Στοχαστικό (Πιθανολογικό) Πρόβλημα Δρομολόγησης Οχημάτων (Stochastic Vehicle Routing Problem - SVRP) | 36 |
| 6.2.8 | Πρόβλημα Δρομολόγησης Οχημάτων με Διασπασμένες Παραδόσεις (Split Delivery Vehicle Routing Problem - SDVRP) | 38 |
| 6.2.9 | Πρόβλημα Δρομολόγησης Οχημάτων με Δορυφορικές Εγκαταστάσεις (Vehicle Routing Problem with Satellite Facilities) | 39 |
| 6.2.10 | Πρόβλημα Δρομολόγησης Οχημάτων με εφαρμογή της μεθόδου LIFO (Vehicle Routing Problem with LIFO) | 39 |

7. ΒΕΛΤΙΩΜΕΝΑ ΟΡΙΑ ΓΙΑ ΛΥΣΕΙΣ ΔΡΟΜΟΛΟΓΗΣΗΣ

ΟΧΗΜΑΤΩΝ..... 40

7.1 Εισαγωγή..... 40

7.1.1 Προβλήματα CVRP..... 40

7.1.2 Σημείωση..... 44

7.2 Χαμηλότερα Όρια του Βέλτιστου Κόστους Προβλημάτων Δρομολόγησης Οχημάτων (VRP)..... 45

7.3 Αλγόριθμοι Προσέγγισης για SDVRP προβλήματα..... 56

7.3.1 Ευρετική Μέθοδος ITP (Iterated Tour Partitioning)..... 56

7.3.2 Τετραγωνική Ευρετική Μέθοδος ITP..... 65

7.3.2.1 Περίπτωση 1: Όταν $\sum_{i \neq 1} g(i) \geq (1 + b)R$ 67

7.3.2.2 Περίπτωση 2: Όταν $\sum_{i \neq 1} g(i) < (1 + b)R$ 67

| | |
|---|-----------|
| 7.3.2.3 Λόγος Προσέγγισης της Μεθόδου QITP και της Πολυπλοκότητάς της..... | 72 |
| 7.4 Αλγόριθμος Προσέγγισης των Προβλημάτων CVRP | 76 |
| 7.4.1 Περίπτωση 1: Όταν $\sum_{i \neq 1} g(i) \geq (1 + b')R$ | 79 |
| 7.4.2 Περίπτωση 2: Όταν $\sum_{i \neq 1} g(i) < (1 + b')R$ | 79 |
| 7.4.3 Λόγος Προσέγγισης της μεθόδου QUITP και της Πολυπλοκότητάς της | 81 |
| 7.5 Συμπεράσματα..... | 82 |
| 8. ΓΕΩΓΡΑΦΙΚΑ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΩΝ (GEOGRAPHIC INFORMATION SYSTEMS - GIS) | 84 |
| 8.1 Ιστορική Αναδρομή | 84 |
| 8.2 Εισαγωγή..... | 87 |
| 8.3 Συλλογή δεδομένων | 88 |
| 8.3.1 Οχήματα | 88 |
| 8.3.2 Φόρτος Εργασίας Πελατών | 88 |
| 8.4 Ορισμός..... | 89 |
| 8.5 Τεχνικές που χρησιμοποιούνται στα Συστήματα GIS..... | 90 |
| 8.5.1 Δημιουργία Στοιχείων (Data Creation) | 90 |
| 8.5.2 Συσχετισμός Πληροφοριών από Διαφορετικές Πηγές..... | 90 |
| 8.5.3 Αντιπροσώπευση Στοιχείων | 91 |
| 8.5.4 Μη Χωρικά Στοιχεία..... | 93 |
| 8.5.5 Συλλογή Δεδομένων..... | 94 |
| 8.5.6 Μετατροπή Στοιχείων από Raster σε Vector..... | 95 |
| 8.5.7 Προβολές, Συστήματα Συντονισμού και Εγγραφή..... | 96 |
| 8.6 Χωρική ανάλυση με χρήση του συστήματος GIS..... | 97 |
| 8.6.1 Διαμόρφωση (Μοντελοποίηση) Στοιχείων | 97 |
| 8.6.2 Τοπολογική Διαμόρφωση..... | 98 |
| 8.6.3 Δίκτυα..... | 98 |

| | | |
|--------|---|-----|
| 8.6.4 | Χαρτογραφική Διαμόρφωση..... | 99 |
| 8.6.5 | Επικαλύψεις Χαρτών..... | 99 |
| 8.6.6 | Αυτοματοποιημένη Χαρτογραφία..... | 100 |
| 8.6.7 | Γεωστατιστική..... | 101 |
| 8.6.8 | Παρεμβολή..... | 102 |
| 8.6.9 | Γεωκωδικοποίηση..... | 103 |
| 8.6.10 | Αντίστροφη Γεωκωδικοποίηση..... | 104 |
| 8.6.11 | Εξαγωγή Δεδομένων και Χαρτογραφία..... | 105 |
| 8.6.12 | Τεχνικές Γραφικής Έκθεσης & Επίδειξης..... | 105 |
| 8.6.13 | Χωρικά ETL..... | 106 |
| 8.7 | Λογισμικό Συστημάτων GIS..... | 107 |
| 8.7.1 | Υπόβαθρο..... | 107 |
| 8.7.2 | Δημιουργία Δεδομένων..... | 108 |
| 8.7.3 | Γεωγραφικές Βάσεις Δεδομένων..... | 108 |
| 8.7.4 | Διαχείριση και Ανάλυση..... | 109 |
| 8.7.5 | Λογισμικό Στατιστικής..... | 109 |
| 8.7.6 | Αναγνώστες..... | 110 |
| 8.7.7 | API Ιστός (Web API)..... | 110 |
| 8.7.8 | Κινητό GIS..... | 110 |
| 8.7.9 | Λογισμικό GIS Ανοικτής Πηγής..... | 111 |
| 8.8 | Το Μέλλον των GIS Συστημάτων..... | 111 |
| 8.8.1 | Πρότυπα OGC..... | 112 |
| 8.8.2 | Χαρτογράφηση Ιστού (Web mapping)..... | 113 |
| 8.8.3 | Πρόγραμμα Παγκόσμιας Αλλαγής και Ιστορίας Κλίματος..... | 113 |
| 8.8.4 | Προσθήκη της Διάστασης του Χρόνου..... | 114 |
| 8.9 | Συμπεράσματα..... | 116 |
| 8.9.1 | Βέλτιστη Δρομολόγηση με Χρήση Συστημάτων GIS..... | 116 |
| 8.9.2 | Ανάγκη για Βέλτιστη Δρομολόγηση..... | 117 |
| 8.9.3 | Οφέλη από Βέλτιστη Δρομολόγηση..... | 118 |
| 9. | ΜΕΛΕΤΗ ΠΕΡΙΠΤΩΣΗΣ (CASE STUDY) - ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΣΕ | |
| | ΜΕΤΑΦΟΡΙΚΗ ΕΤΑΙΡΕΙΑ | 120 |

| | |
|--|-----|
| 9.1 Γενικά Στοιχεία Εταιρείας..... | 120 |
| 9.2 Συμπεράσματα για την Δρομολόγηση των Οχημάτων Παράδοσης που Προκύπτουν από την Μελέτη Περίπτωσης..... | 121 |
| ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ | 125 |
| ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ | 127 |

1. Εισαγωγή

Στη σύγχρονη εποχή, διαπιστώνεται ότι η λειτουργία των προμηθειών και της διαχείρισης υλικών διαδραματίζει πρωταρχικό ρόλο στην όλη λειτουργία των επιχειρήσεων, με αποτέλεσμα να δίνεται ιδιαίτερη βαρύτητα στις διαδικασίες της διαχείρισης της Αλυσίδας Εφοδιασμού, οι οποίες κατατάσσονται σε δύο κύριες κατηγορίες:

ί. Σχεδιασμός της Εφοδιαστικής Αλυσίδας (SCP), που περιλαμβάνει τις διαδικασίες που αφορούν στην πρόβλεψη των απαιτούμενων υλικών, στο σχεδιασμό παραγωγής και διανομής κ.α. &

ί ί. Εκτέλεση της Εφοδιαστικής Αλυσίδας (SCE), που εστιάζει στην εφαρμογή των αποτελεσμάτων του Σχεδιασμού, χρησιμοποιώντας διαδικασίες όπως ο έλεγχος της παραγωγής και των αποθεμάτων, η διαχείριση των αποθεμάτων, η μεταφορά και η διανομή.

Πιο συγκεκριμένα, ο «Σχεδιασμός της Εφοδιαστικής Αλυσίδας» (SCP) έχει προσελκύσει το ενδιαφέρον κατά τις δύο τελευταίες δεκαετίες, εξαιτίας της σημαντικής του συμβολής στην εξυπηρέτηση των πελατών, στην επίδραση στο κόστος και κατ' επέκταση στην αύξηση της ανταγωνιστικότητας και στις συνεχώς αυξανόμενες απαιτήσεις της παγκόσμιας αγοράς. Σαν αποτέλεσμα της προόδου των ερευνών στον τομέα αυτό, ένας αριθμός από ικανά τεχνολογικά συστήματα έχουν αναπτυχθεί για να βοηθήσουν τις λειτουργίες του SCP όπως το MRP, το MRPII, το ERP καθώς επίσης και ενιαία πληροφοριακά συστήματα SCP.

Αντίθετα, η «Εκτέλεση της Εφοδιαστικής Αλυσίδας» (SCE) στερείται της απαιτούμενης προσοχής, διότι στοιχεία του Σχεδιασμού, όπως η λήψη αποφάσεων και η μείωση του ρίσκου αποτελούν συνήθως το επίκεντρο του ενδιαφέροντος των επιχειρήσεων. Δεδομένης λοιπόν της ανάπτυξης που έχει πραγματωθεί στον τομέα του Σχεδιασμού, όπου μηχανισμοί όπως ο έλεγχος του αποθέματος και η διαχείριση των αποθηκών διερευνώνται πλήρως και υποστηρίζονται από εφαρμογές όπως το WMS (Warehouse Management System), διαπιστώνεται η ανάγκη ανάπτυξης και του τομέα

της Εκτέλεσης, όπου ευκαιρίες βελτίωσης εντοπίζονται ακόμα στο πεδίο της διαχείρισης των διανομών.

Επομένως, η παρούσα μελέτη επικεντρώνεται στη βελτιστοποίηση της δρομολόγησης των οχημάτων, δεδομένων των απαιτήσεων των πελατών και των συνθηκών διανομής. Δεν διερευνά όμως τη διαχείριση οχημάτων σε πραγματικό χρόνο κατά τη διάρκεια της εκτέλεσης των διανομών, με σκοπό την αντίδραση σε απρόβλεπτα γεγονότα που συχνά συμβαίνουν και που μπορεί να επιδεινώσουν την αποδοτικότητα των προκαθορισμένων – στατικών αποφάσεων της δρομολόγησης. Τέτοια γεγονότα που δημιουργούν δραματική αλλαγή της κατάστασης του προβλήματος, περιλαμβάνουν καταστάσεις αυξημένης κίνησης στους δρόμους των αστικών κέντρων, γεγονότα για τα οποία ευθύνονται τα οχήματα (π.χ. μηχανικές βλάβες), γεγονότα που οφείλονται στη αγορά (π.χ. αλλαγή παραγγελίας πελατών ή διάρκεια διανομής) κλπ. τα οποία επιλύονται συνήθως εμπειρικά.

1.1 Το Περιβάλλον των Αστικών Διανομών

Καθώς τα κόστη μεταφοράς κυμαίνονται μεταξύ του ενός τρίτου και των δύο τρίτων του συνολικού κόστους *logistics*, η βελτίωση της απόδοσης ώστε να επιτύχουμε την μέγιστη χρησιμοποίηση του εξοπλισμού των διανομών και του αντίστοιχου προσωπικού, έχει πολύ σπουδαία σημασία.

Οι διανομές αντιμετωπίζουν πολύπλοκα προβλήματα όπως:

Ä Υπολογισμός του βέλτιστου αριθμού σημείων εξυπηρέτησης και τοποθεσίας αυτών, όταν υπάρχουν πελάτες περισσότεροι του ενός και

Ä Εύρεση του βέλτιστου αριθμού οχημάτων και διαδρομών

Η χρονική διάρκεια που απαιτείται για τη μεταφορά των αγαθών επιδρά στον αριθμό των φορτώσεων που μπορούν να πραγματοποιηθούν από ένα όχημα σε μια δεδομένη χρονική περίοδο, καθώς και στα συνολικά κόστη μεταφοράς για όλες τις φορτώσεις. Προκειμένου να μειωθούν τα μεταφορικά κόστη και να βελτιωθεί το επίπεδο εξυπηρέτησης του πελάτη, απαιτείται ο εντοπισμός των διαδρομών εκείνων που μπορεί να

ακολουθήσει ένα όχημα μέσα από ένα σύμπλεγμα δρόμων, ώστε να μειωθεί κατά το μέγιστο δυνατό ο χρόνος παράδοσης και η διανυόμενη απόσταση.

Θα μπορούσαμε να ξεχωρίσουμε τουλάχιστον δύο τρόπους για τη διανομή αγαθών μέσα στην πόλη:

- i* Σταθερές Παραδόσεις &
- ii* Πωλήσεις επί Αυτοκινήτου

Ενώ και στις δύο προαναφερθείσες περιπτώσεις χρησιμοποιείται ένα τυπικό δίκτυο διανομής με (N) αποθήκες από τις οποίες διανέμονται αγαθά σε (M) πελάτες μέσω ενός στόλου (K) οχημάτων, εντούτοις διαφέρουν ως προς τον τρόπο με τον οποίο διαχειρίζονται την εκάστοτε ζήτηση. Οι «*Σταθερές Παραδόσεις*» βασίζονται σε ζήτηση γνωστή εκ των προτέρων (στοιχεία από προηγούμενες παραγγελίες των ίδιων πελατών), ενώ αντίθετα οι «*Πωλήσεις επί Αυτοκινήτου*» λειτουργούν σε ένα περιβάλλον όπου η ζήτηση δεν είναι γνωστή (αβεβαιότητα ζήτησης) και οι παραγγελίες δίνονται κατά τη διάρκεια της επίσκεψης του οχήματος στο χώρο του πελάτη. Η εκτέλεση του καθενός από τα μοντέλα αστικής διανομής δυσχεραίνεται σημαντικά εξαιτίας ενός αριθμού παραγόντων. Ανεξάρτητα από το πόσο καλά έχει σχεδιαστεί το αρχικό πλάνο διανομών, ένας αριθμός από απρόβλεπτα γεγονότα μοιραία μπορούν να συμβούν κατά το στάδιο της εκτέλεσης των διανομών. Εξαιτίας αυτών των απρόσμενων γεγονότων, είναι αναγκαίο να γίνονται ρυθμίσεις σε πραγματικό χρόνο, όπως επαναδρομολόγηση οχημάτων και επανασχεδιασμός του προγράμματος διανομών, ούτως ώστε το πλάνο να αναπροσαρμόζεται στις καινούργιες συνθήκες και να πλησιάζει κατά το μέγιστο τον αντικειμενικό στόχο για τον οποίο είχε αρχικά σχεδιαστεί. Στην περίπτωση των «*Σταθερών Παραδόσεων*», τέτοια γεγονότα μπορούν να περιλαμβάνουν τις συνθήκες κίνησης στους δρόμους της πόλης, την υπερφόρτωση της ράμπας στα σημεία της διανομής, τις πιθανές βλάβες των οχημάτων, διάφορες απρόβλεπτες απαιτήσεις για επιστροφές προϊόντων κ.α. Η κατάσταση αυτή δε επιδεινώνεται στην περίπτωση των «*Πωλήσεων επί Αυτοκινήτου*», όπου η μη αποδοτικότητα συνήθως οφείλεται στην αβεβαιότητα της ζήτησης/διαδρομής του μοντέλου αυτού, αυξάνοντας έτσι τις πολύπλοκες απαιτήσεις για τη λήψη απόφασης σε πραγματικό χρόνο. Για παράδειγμα,

εάν ένα όχημα βρίσκεται ακόμα στα αρχικά σημεία παράδοσης από τις προγραμματισμένες επισκέψεις του, εξαιτίας της αυξημένης ζήτησης στα σημεία αυτά, τότε ένα άλλο όχημα μπορεί να δρομολογηθεί για την κάλυψη των επισκέψεων στα υπόλοιπα σημεία, ώστε να αντιμετωπιστεί αυτό το απρόβλεπτο γεγονός. Επίσης, στην περίπτωση των «Πωλήσεων επί Αυτοκινήτου» μπορεί να προκύψουν ζητήματα που να απαιτούν σύνδεση σε πραγματικό χρόνο με τα συστήματα της εταιρίας, με σκοπό την ενίσχυση διαδικασιών όπως ο έλεγχος της αξιοπιστίας των πελατών, η τιμολόγηση κ.α.

Από τα παραπάνω γίνεται φανερό ότι ενώ είναι απαραίτητο ένα αποδοτικό αρχικό πλάνο δρομολόγησης, σε καμία περίπτωση αυτό δεν επαρκεί για την ελαχιστοποίηση του ρίσκου κατά την εκτέλεση υψηλού επιπέδου συστημάτων διανομής. Το αρχικό πλάνο δρομολόγησης θα πρέπει να είναι ευέλικτο, ώστε λαμβάνοντας και εφαρμόζοντας εξεζητημένες αποφάσεις σε πραγματικό χρόνο, να αντιδρά αποτελεσματικά σε απρόβλεπτα γεγονότα. Η ευελιξία αυτή δύναται να επιτευχθεί μέσω της εκμετάλλευσης της ανάπτυξης της σχετικής με την ασύρματη επικοινωνία τεχνολογίας, τόσο μεταξύ των οχημάτων όσο και μεταξύ αυτών και του κέντρου διανομής, καθώς και με την υποστήριξη αποφάσεων σε πραγματικό χρόνο.

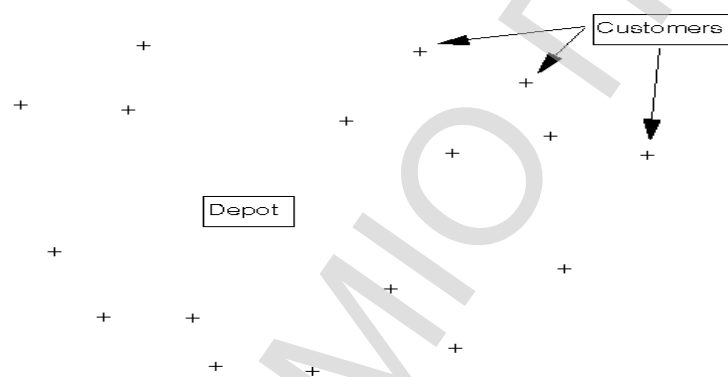
2. Ορισμός

Η Δρομολόγηση Οχημάτων αποτελεί μια κρίσιμη διαδικασία των Logistics. Η ανάπτυξη των τεχνολογικών και πληροφοριακών συστημάτων επιτρέπει την εύκολη μετακίνηση των οχημάτων διανομής και την ασύρματη επικοινωνία μεταξύ τους. Παράλληλα, οι ευκολίες στις διανομές που επιτυγχάνονται μέσω των συστημάτων αυτών, προλειαίνουν το έδαφος για καινοτόμες προσεγγίσεις στην Δρομολόγηση Οχημάτων σε πραγματικό χρόνο καθώς και στη διοίκηση διανομών.

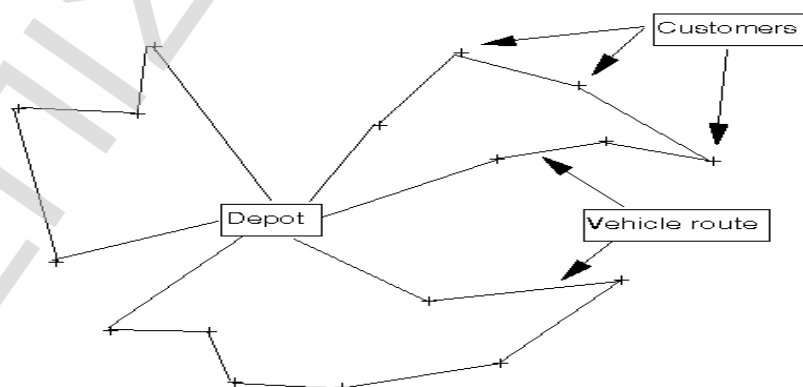
Το Πρόβλημα Δρομολόγησης Οχημάτων (VRP), είναι ένα **συνδυαστικό** πρόβλημα **βελτιστοποίησης** που επιδιώκει την εξυπηρέτηση ενός αριθμού πελατών με έναν διαθέσιμο στόλο οχημάτων. Συνήθως το πρόβλημα έγκειται στην παράδοση των αγαθών που

βρίσκονται σε μια κεντρική αποθήκη, στους πελάτες που έχουν καταχωρήσει παραγγελίες για τα αγαθά αυτά και επιδιωκόμενος στόχος είναι η **ελαχιστοποίηση του κόστους παράδοσης** των αγαθών αυτών στους πελάτες. Πολλές μέθοδοι έχουν αναπτυχθεί για την εύρεση βέλτιστης λύσης στο ανωτέρω πρόβλημα, αλλά ως είθισται, η εύρεση του γενικού ελάχιστου της συνάρτησης κόστους αποτελεί, υπολογιστικά, μια σύνθετη διαδικασία.

Στη συνέχεια παρουσιάζεται η περίπτωση μιας αποθήκης, η οποία περιβάλλεται από διάφορους πελάτες που πρόκειται να εφοδιαστούν από αυτήν.



Στόχος του Διευθυντή της αποθήκης είναι ο σχεδιασμός διαδρομών (όπως παρουσιάζονται παρακάτω) για τα οχήματα παράδοσής του. Το πρόβλημα αυτό του σχεδιασμού διαδρομών είναι γνωστό ως «*Πρόβλημα Δρομολόγησης Οχημάτων*» ή «*Προγραμματισμός Οχημάτων*».



Ως εκ τούτου το πρόβλημα της δρομολόγησης των οχημάτων μπορεί να οριστεί ως **το πρόβλημα σχεδιασμού διαδρομών για τα οχήματα**

παράδοσης (γνωστής χωρητικότητας), που πρόκειται να ξεκινήσουν από μια αποθήκη ώστε να προμηθεύσουν ένα σύνολο πελατών, εγκατεστημένων σε ήδη γνωστές τοποθεσίες και με γνωστές εκ των προτέρων απαιτήσεις προϊόντων. Οι εκάστοτε διαδρομές των οχημάτων σχεδιάζονται συναρτήσει κάποιου στόχου, όπως για παράδειγμα, η συνολική απόσταση που πρέπει να διανύσουν τα οχήματα.

Το ανωτέρω πρόβλημα, που για πρώτη φορά εξετάστηκε σε μία δημοσίευση των Dantzig και Ramser στα τέλη της δεκαετίας του 1950, έχει αποτελέσει πεδίο συστηματικής μελέτης διότι παρόλο που δεν είναι εύκολο ως προς την επίλυσή του, εμφανίζεται σε έναν μεγάλο αριθμό πρακτικών καταστάσεων και αυτό διεγείρει το ενδιαφέρον των μελετητών.

3. Το πρακτικό πρόβλημα

Το «Πρόβλημα Δρομολόγησης Οχημάτων», όπως αντιμετωπίζεται στην πράξη, περιλαμβάνει πολλούς περιορισμούς στις διαδρομές που τα οχήματα παράδοσης μπορούν να ακολουθήσουν (π.χ. συγκεκριμένος αριθμός ωρών εργασίας ενός οδηγού), μερικοί από τους οποίους παρουσιάζονται κατωτέρω, ταξινομημένοι σε περιορισμούς που έχουν σχέση με τα οχήματα και περιορισμούς που σχετίζονται με τους πελάτες.

3.1 Περιορισμοί Σχετικοί με Οχήματα

- ∅ Κάθε όχημα έχει ένα όριο χωρητικότητας (βάρους ή/και όγκου) μεταφερόμενων εμπορευμάτων. Για παράδειγμα, τα βυτιοφόρα οχήματα έχουν περιορισμό στον όγκο καυσίμων που παραδίδουν στα Πρατήρια Υγρών Καυσίμων, ενώ τα λεωφορεία έχουν περιορισμό στον αριθμό επιβατών, κ.α.
- ∅ Ο χρόνος που μεσολαβεί από την αναχώρηση του οχήματος από την αποθήκη έως και την επιστροφή του σε αυτήν εμπίπτει σε νομικούς περιορισμούς για τις ώρες απασχόλησης των οδηγών.

- ∅ Κάθε όχημα υποχρεούται να αναχωρήσει από την αποθήκη σε συγκεκριμένο χρόνο, προκειμένου να εξασφαλιστεί διαθέσιμος χώρος για τα εισερχόμενα για την ανατροφοδότηση οχήματα.
- ∅ Κάθε όχημα παραμένει αναγκαστικά άεργο για ορισμένα χρονικά διαστήματα (περίοδοι ανάπαυσης οδηγών).
- ∅ Κάθε όχημα έχει ένα κόστος (φθορά, καύσιμα κ.α.) ανάλογο της χρήσης του για παραδόσεις.

3.2 Περιορισμοί Σχετικοί με Πελάτες

- ∅ Κάθε πελάτης έχει μια συγκεκριμένη απαίτηση σε παραγγελία που πρέπει να του παραδοθεί ή σε ποσότητα υλικού που πρέπει να συλλεχθεί από αυτόν. Πέρα από τις καθαρές διαδικασίες παράδοσης (π.χ. την ανατροφοδοσία των τοπικών καταστημάτων) υπάρχουν και διαδικασίες που περιλαμβάνουν μόνο συλλογές (π.χ. απορρίμματα, εκκένωση κιβωτίων) καθώς και διαδικασίες που περιλαμβάνουν απαιτήσεις συλλογών και παραδόσεων ταυτόχρονα (π.χ. οι διαδικασίες παράδοσης/συλλογής των εταιριών DHL/Federal Express/UPS). Μερικές φορές αυτή η ποσότητα είναι γνωστή επακριβώς (αιτιοκρατική περίπτωση) ενώ κάποιες άλλες φορές είναι γνωστή, με κάποιον όμως βαθμό αβεβαιότητας (πιθανολογική-στοχαστική περίπτωση).
- ∅ Κάθε πελάτης πρέπει να εξυπηρετηθεί σε συγκεκριμένα χρονικά διαστήματα (χρονικά παράθυρα). Για παράδειγμα, ένας πελάτης μπορεί να δεχτεί παραδόσεις μόνο μεταξύ 10:30-11:30 ή μεταξύ 14:00-16:15. Αυτές οι δύο χρονικές περίοδοι αποτελούν τα «χρονικά παράθυρα» του πελάτη. Τα «χρονικά παράθυρα» είναι **χρήσιμα στους πελάτες**, δεδομένου ότι γνωρίζουν τη χρονική στιγμή της παράδοσης και μπορούν να διαμορφώσουν ανάλογα το πρόγραμμα εργασίας του προσωπικού τους. Τα «χρονικά παράθυρα» είναι **δεσμευτικά για τις επιχειρήσεις** παράδοσης διότι περιορίζουν σημαντικά την ευελιξία τους (π.χ. δύο πελάτες οι οποίοι βρίσκονται σε κοντινή απόσταση μεταξύ τους, ενδέχεται να έχουν διαφορετικά χρονικά παράθυρα).
- ∅ Κάθε πελάτης απαιτεί ένα συγκεκριμένο χρόνο παραμονής του οχήματος.

- ∅ Κάθε πελάτης δεν μπορεί να εξυπηρετηθεί από το σύνολο των οχημάτων λόγω κάποιων περιορισμών προσέγγισης αυτού (π.χ. όγκος ή τύπος οχήματος).
- ∅ Οι πελάτες εξυπηρετούνται με βάση μια σειρά προτεραιότητας όσον αφορά στις παραδόσεις (σε περίπτωση που τα οχήματα δεν μπορούν να εξυπηρετήσουν όλους τους πελάτες). Πρακτικά αυτό μπορεί να συμβεί λόγω της μη διαθεσιμότητας οδηγών/οχημάτων ή λόγω των κακών καιρικών συνθηκών που μειώνουν δραματικά τις ταχύτητες των οχημάτων.
- ∅ Κάθε πελάτης μπορεί να αποδεχτεί ή όχι διασπασμένες επισκέψεις (*split visits*) (παραδοση/συλλογή με περισσότερα από ένα οχήματα).

3.3 Άλλοι παράγοντες

- ∅ Ανάγκη πολλαπλών ανεφοδιασμών κατά τη διάρκεια μιας ημέρας από το ίδιο όχημα, που ενδέχεται να μην επιτρέπονται από την εταιρεία (π.χ. φορτηγά ταχυδρομείων).
- ∅ Ταξίδια με το ίδιο όχημα διάρκειας μεγαλύτερης από μια ημέρα (δηλ. με ολονύκτιες στάσεις) που ενδεχομένως δεν συμφέρουν την εταιρεία.
- ∅ Οχήματα χωρισμένα σε διαμερίσματα με πολλούς διαφορετικούς τύπους προϊόντων προς παράδοση. Οχήματα τέτοιου τύπου είναι τα βυτιοφόρα (*lead/unlead/diesel/LPG*), και τα οχήματα παράδοσης τροφίμων (*frozen/non-frozen*).
- ∅ Ολοκλήρωση δρομολογίου οχήματος σε διαφορετική αποθήκη από εκείνη της αφετηρίας του. (*start/visit/end*).

4. Αντικειμενικός Σκοπός Δρομολόγησης

Η δρομολόγηση των οχημάτων των επιχειρήσεων είναι ένα σύνθετο πρόβλημα μαθηματικού προγραμματισμού, με αντικειμενική συνάρτηση το κόστος μεταφοράς και τους περιορισμούς εξυπηρέτησης που κάθε φορά προτάσσονται από τους πελάτες και τις ιδιαιτερότητες αυτών των περιορισμών.

Στο σχέδιο των διαδρομών οχημάτων θα μπορούσαν να υιοθετηθούν διάφοροι στόχοι για την κάλυψη των ανωτέρω απαιτήσεων. Τρεις βασικοί στόχοι που θα μπορούσαν να αναφερθούν είναι οι ακόλουθοι:

- ü **Ελαχιστοποίηση του αριθμού των χρησιμοποιούμενων οχημάτων** (τα οχήματα, και οι οδηγοί τους, αποτελούν συχνά ένα σταθερό κόστος)
- ü **Ελαχιστοποίηση της συνολικής απόστασης** (ή χρόνου) **που διανύεται** (αυτό αποτελεί συνήθως μεταβλητό κόστος)
- ü **Ελαχιστοποίηση του συνδυασμού του αριθμού των χρησιμοποιούμενων οχημάτων και της συνολικής απόστασης** (ή χρόνου) **του ταξιδιού**

Το κόστος των οχημάτων θεωρείται συχνά ως σταθερό κόστος έτσι ώστε ο πρώτος στόχος όπως φαίνεται ανωτέρω να αντιστοιχεί στην ελαχιστοποίηση των σταθερών δαπανών, ο δεύτερος στόχος να αντιστοιχεί στην ελαχιστοποίηση των μεταβλητών δαπανών ενώ ο τρίτος στόχος να αντιστοιχεί στην ελαχιστοποίηση του συνολικού κόστους (άθροισμα σταθερών και μεταβλητών δαπανών).

Σε όλες τις περιπτώσεις, οι στόχοι αυτοί θα πρέπει να εξασφαλίζονται ταυτόχρονα. Κατά συνέπεια, το προσφερόμενο λογισμικό αφορά σε ένα σύστημα διαχείρισης και συντονισμού του στόλου και του προσωπικού το οποίο θα είναι υπεύθυνο για τη δρομολόγηση του στόλου των οχημάτων των επιχειρήσεων με στόχο την βέλτιστη δυνατή οργάνωση από πλευράς κόστους και ασφάλειας μεταφοράς. Επιπλέον, το λογισμικό αυτό:

Ä Χρησιμοποιεί στο υπολογιστικό περιβάλλον πραγματικά λειτουργικά δεδομένα που σχετίζονται με το κύκλωμα διανομής και δίδονται από τον κάθε πελάτη.

Ä Προτείνει εκείνα τα δρομολόγια που έχουν χαμηλότερο κόστος για την εταιρεία, λαμβάνοντας υπόψη το υφιστάμενο οδικό δίκτυο.

Ä Βελτιώνει σημαντικά το επίπεδο εξυπηρέτησης των υπηρεσιών.

Ά Αξιοποιεί στο μέγιστο τις δυνατότητες και την αποδοτικότητα των αυτοκινήτων και του προσωπικού.

Ά Πραγματοποιεί τον καθημερινό προγραμματισμό της διανομής ενώ υποστηρίζει και τον στρατηγικό σχεδιασμό από πλευράς επιχείρησης.

Ά Επιτυγχάνει τη μέγιστη δυνατή μείωση του κόστους διανομής.

Επιχειρήσεις που ωφελούνται από ένα τέτοιο σύστημα είναι όλες οι επιχειρήσεις του κυκλώματος *Logistics*, οι εταιρείες διανομών και ταχυμεταφορών, οι μεταφορικές επιχειρήσεις, οι επιχειρήσεις που ενδιαφέρονται για προγραμματισμό συναντήσεων πωλητών και εισπρακτόρων και γενικότερα οι επιχειρήσεις που δραστηριοποιούνται στις διανομές.

4.1 Μείωση Λειτουργικού Κόστους Δρομολόγησης

Η μείωση του λειτουργικού κόστους μπορεί να επιτευχθεί με τους ακόλουθους τρόπους:

- ü Μείωση χιλιομετρικών αποστάσεων που συνεπάγεται τη μείωση των εξόδων συντήρησης και ανταλλακτικών
- ü Μείωση ανάγκης καυσίμων
- ü Μείωση απαιτούμενων υπερωριών
- ü Χρησιμοποίηση λιγότερων οχημάτων λόγω καλύτερης κατανομής έργου

4.2 Αύξηση Παραγωγικότητας της Δρομολόγησης

Προκειμένου να επιτευχθεί αύξηση της παραγωγικότητας της δρομολόγησης, η επιχείρηση οφείλει να δώσει έμφαση στα ακόλουθα:

- ü Μείωση χρόνου παραδόσεων - παραλαβών
- ü Επίτευξη βέλτιστων διαδρομών
- ü Συλλογή ίδιου αριθμού παραγγελιών από λιγότερα οχήματα
- ü Δυναμικός προγραμματισμός δρομολογίων
- ü Ανάπτυξη προγράμματος διαχείρισης έκτακτων αναγκών

5. Τεχνικές Επίλυσης Απλών Προβλημάτων Δρομολόγησης Χωρίς Περιορισμούς

Παρά την πληθώρα παραλλαγών στα προβλήματα της δρομολόγησης, οι παραλλαγές αυτές μπορούν να ταξινομηθούν σε μερικούς βασικούς τύπους. Το βασικό πρόβλημα της Δρομολόγησης αποτελεί ένα πρόβλημα εύρεσης μιας διαδρομής μέσα από ένα δίκτυο, όπου το σημείο προέλευσης είναι διαφορετικό από το σημείο προορισμού. Σε μια παραλλαγή του προβλήματος αυτού, μπορεί να υπάρχουν πολλαπλά σημεία προέλευσης και προορισμού, ενώ σε μια άλλη τα σημεία προέλευσης και μπορεί να είναι κοινό με το σημείο προορισμού.

5.1 Ξεχωριστά και Μοναδικά Σημεία Προέλευσης και Προορισμού

Το πρόβλημα της Δρομολόγησης ενός οχήματος μέσω ενός δικτύου, έχει επιλυθεί επιτυχώς από μεθόδους ειδικά σχεδιασμένες γι' αυτό. Η πιο απλή και άμεση τεχνική επίλυσης αυτού του προβλήματος, είναι η μέθοδος της «Συντομότερης Διαδρομής» (shortest route method), που μπορεί να περιγραφεί ως ακολούθως: Μας δίνεται ένα δίκτυο που αποτελείται από «συνδέσμους» και «κόμβους». Κάθε σύνδεσμος έχει ως αρχή έναν κόμβο (κόμβος πηγή) και ως τέλος έναν άλλο (κόμβος προορισμού). Θεωρητικά αντιπροσωπεύει μια διαδρομή που ενώνει τους δύο αυτούς κόμβους ενώ ποσοτικά κάθε σύνδεσμος αντιστοιχίζεται σε ένα κόστος. Αρχικά, όλοι οι κόμβοι θεωρούνται ελεύθεροι, που σημαίνει ότι δεν ανήκουν σε κάποια καθορισμένη διαδρομή. Όταν ένας κόμβος συμπεριλαμβάνεται σε μια διαδρομή, τότε ανήκει πλέον στην λύση του προβλήματος. Θέτοντας ως αρχή ότι ο κόμβος πηγή ανήκει στη λύση (δηλαδή βρίσκεται επάνω στην διαδρομή), τότε η διαδικασία που ακολουθείται για τη λύση του προβλήματος είναι η εξής :

- ο Σκοπός της n-οστής επανάληψης: Με διαδοχικές επαναλήψεις για $n = 1, 2, \dots$ κατατάσσουμε τους κόμβους ανάλογα με την απόστασή τους από τον κόμβο πηγή. Ο κοντινότερος κόμβος αποτελεί τον προορισμό.

- Δεδομένα της n-οστής επανάληψης: Ως δεδομένα λαμβάνονται οι $(n - 1)$ κοντινότεροι κόμβοι στο σημείο προέλευσης, που έχουν επιλυθεί στις προηγούμενες επαναλήψεις, συμπεριλαμβάνοντας τη συντομότερη διαδρομή και απόστασή τους από τον κόμβο πηγή. Αυτοί οι κόμβοι, μαζί με και με τον κόμβο πηγή, θα καλούνται «κόμβοι επίλυσης» (solved nodes), ενώ οι υπόλοιποι θα καλούνται «κόμβοι μη επίλυσης» (unsolved nodes).
- Υποψήφιοι κόμβοι για την επιλογή του n-οστού κοντινότερου κόμβου: Κάθε κόμβος επίλυσης που είναι άμεσα συνδεδεμένος με έναν κλάδο σε έναν ή περισσότερους κόμβους μη επίλυσης παρέχει έναν υποψήφιο – τον κόμβο μη επίλυσης με τον πιο κοντό κλάδο σύνδεσης. Οι διασταυρώσεις (ties), παρέχουν και άλλους υποψήφιους κόμβους.
- Υπολογισμός του n-οστού κοντινότερου κόμβου: Για κάθε τέτοιο κόμβο επίλυσης και του υποψήφιού του, προσθέτουμε την μεταξύ τους απόσταση και την απόσταση της συντομότερης διαδρομής αυτού του κόμβου επίλυσης από τον κόμβο πηγή. Ο υποψήφιος κόμβος με την μικρότερη συνολική απόσταση αποτελεί και τον n-οστό κοντινότερο κόμβο ενώ η συντομότερη διαδρομή του είναι εκείνη που δημιουργεί την απόσταση αυτή.

Οι διάφορες μέθοδοι εύρεσης συντομότερης διαδρομής, επιλύονται εύκολα με τη χρήση Η/Υ, όπου το δίκτυο που αποτελείται από συνδέσμους και κόμβους, μπορεί να διατηρηθεί σε μια βάση δεδομένων. Οι συντομότερες διαδρομές δημιουργούνται χρησιμοποιώντας κάθε φορά ένα διαφορετικό συνδυασμό από ζεύγη κόμβων προέλευσης και προορισμού και συγκρίνοντας το εκάστοτε αποτέλεσμα με τα ήδη υπάρχοντα.

5.2 Πολλαπλά Σημεία Προέλευσης και Προορισμού

Στην περίπτωση που υπάρχουν περισσότερα του ενός σημεία προέλευσης που μπορούν να εξυπηρετούν πολλαπλά σημεία προορισμού, ανακύπτει το πρόβλημα ανάθεσης προορισμών στις πηγές, καθώς και εύρεσης των καλύτερων διαδρομών μεταξύ αυτών. Το πρόβλημα αυτό συμβαίνει συνήθως στην περίπτωση που διατίθενται περισσότεροι του ενός πωλητές, εργοστάσια, ή αποθήκες για την εξυπηρέτηση πολλών πελατών

για το ίδιο προϊόν. Το παραπάνω πρόβλημα γίνεται περισσότερο πολύπλοκο, όταν οι πηγές θέτουν περιορισμό ως προς την ποσότητα της συνολικής απαίτησης των πελατών που μπορεί να καλυφθεί από την κάθε περιοχή. Για την αντιμετώπιση αυτής της κατηγορίας προβλημάτων, την πιο ενδεδειγμένη λύση αποτελεί η χρήση ενός ειδικού τύπου αλγόριθμου γραμμικού προγραμματισμού, γνωστού ως «Μέθοδο Μεταφοράς» (transportation method).

5.3 Συμπίπτοντα Σημεία Προέλευσης και Προορισμού

Οι *logisticians* πολύ συχνά αντιμετωπίζουν προβλήματα δρομολόγησης στα οποία το σημείο προέλευσης συμπίπτει με το σημείο προορισμού. Αυτός ο τύπος των προβλημάτων δρομολόγησης λαμβάνει επίσης χώρα όταν τα οχήματα μεταφοράς είναι ιδιωτικά. Ενδεικτικά παραδείγματα τέτοιων περιπτώσεων είναι:

- Διανομή ποτών και αναψυκτικών σε *bars* και εστιατόρια
- Διανομή καυσίμων
- Διανομή εφημερίδων
- Διανομή προϊόντων που έχουν αγοραστεί μέσω διαδικτύου
- Δρομολόγηση σχολικών λεωφορείων
- Δρομολόγηση οχημάτων ταχυδρομείων
- Μεταφορά των φυλακισμένων μεταξύ των κελιών και της αυλής
- Χονδρική πώληση και μεταφορά από τις αποθήκες στους λιανοπωλητές

Αυτός ο τύπος προβλημάτων δρομολόγησης, που είναι γνωστά ως «Προβλήματα Περιοδεύοντος Πωλητή» (*traveling salesman problems*), αποτελεί επέκταση της περίπτωσης προβλημάτων ξεχωριστών σημείων προέλευσης και προορισμού που αναφέρθηκε ανωτέρω. Η απαίτηση όμως η διαδρομή να μην έχει ολοκληρωθεί ωσότου το όχημα επιστρέψει στο σημείο εκκίνησής του, αποτελεί μια πολύπλοκη παράμετρο. Στόχος του προβλήματος λοιπόν είναι ο καθορισμός της σειράς με την οποία τα σημεία θα πρέπει να δέχονται επίσκεψη, ώστε να ελαχιστοποιηθεί ο συνολικός χρόνος ταξιδιού ή η συνολική απόσταση.

Για την επίλυση του προβλήματος αυτού έχουν προταθεί πολυάριθμες μέθοδοι. Παρόλα αυτά, όταν το πρόβλημα περιέχει πολλά

σημεία ή απαιτείται εύρεση λύσης σε πολύ σύντομο χρονικό διάστημα, η εύρεση της βέλτιστης διαδρομής δεν είναι πρακτική. Αιτία γι' αυτό είναι ότι ο υπολογισμός των μεθόδων βελτιστοποίησης ακόμα και από πολύ γρήγορους υπολογιστές, είναι μια αρκετά χρονοβόρα διαδικασία για πολλά ρεαλιστικά προβλήματα. Εναλλακτική πρόταση για την επίλυση τέτοιων προβλημάτων αποτελεί η **χρήση κάποιων ευρετικών μεθόδων ή συνδυασμού ευρετικών μεθόδων.**

6. Τεχνικές Επίλυσης Σύνθετων Προβλημάτων Δρομολόγησης με Περιορισμούς

Μια επέκταση του βασικού προβλήματος δρομολόγησης οχημάτων (περιοδεύοντας πωλητή – traveling salesman) που παρουσιάστηκε στο προηγούμενο εδάφιο είναι η «Δρομολόγηση και ο Προγραμματισμός Οχημάτων» (Vehicle routing & Scheduling – VRP). Η διαφορά έγκειται στο ότι στην περίπτωση τέτοιου τύπου προβλημάτων, συμπεριλαμβάνονται στο πρόβλημα και ρεαλιστικοί περιορισμοί οι οποίοι παραβλέπονταν στο βασικό πρόβλημα δρομολόγησης. Κάποιοι από αυτούς θα μπορούσαν να είναι τα παρακάτω γεγονότα:

- a. Σε κάθε στάση ο όγκος των προϊόντων που θα συλλεχθούν και στη συνέχεια θα μεταφερθούν, επιδέχεται ένα άνω όριο ώστε να είναι εφικτή η μεταφορά.
- b. Οι τύποι των οχημάτων που διατίθενται προς χρήση θα πρέπει να ποικίλουν όσον αφορά τη χωρητικότητα, τον όγκο και το βάρος για την κάλυψη των διαφορετικών αναγκών κάθε μεταφοράς.
- c. Ο μέγιστος συνολικός χρόνος οδήγησης σε μία διαδρομή επιτρέπεται μόνο όταν έχουν προηγηθεί τουλάχιστον δέκα ώρες ξεκούρασης (σύμφωνα με νόμους σχετικούς με την ασφαλή οδήγηση).
- d. Θα πρέπει να ληφθούν υπόψη πιθανά χρονικά περιθώρια που θέτουν οι πελάτες και εντός των οποίων θα πρέπει να πραγματοποιηθεί η συλλογή και/ή η μεταφορά σε αυτούς (χρονικά παράθυρα – time windows).
- e. Οι συλλογές είναι πιθανόν να επιτρέπονται σε μια διαδρομή, μόνο εφόσον οι διανομές έχουν ολοκληρωθεί.

- f. Οι οδηγοί θα πρέπει να κάνουν διαλείμματα και να ξεκουράζονται για ορισμένα χρονικά διαστήματα κατά τη διάρκεια ενός δρομολογίου.

Τέτοιου είδους περιορισμοί κάνουν το πρόβλημα πιο πολύπλοκο με αποτέλεσμα να δυσχεραίνουν τις προσπάθειες για την εύρεση βέλτιστης λύσης. Είναι γεγονός πως μόνο απλές περιπτώσεις προβλημάτων VRP μπορούν να λυθούν αποτελεσματικά και να ευρεθεί η βέλτιστη λύση. Παρόλα αυτά, αρκετά καλές λύσεις μπορούν να δοθούν με την εφαρμογή βασικών αρχών για καλή δρομολόγηση και προγραμματισμό ή μερικών λογικών ευρετικών μεθόδων.

Παρακάτω εξετάζονται οι αρχές και οι κατηγορίες ενός προβλήματος δρομολόγησης και προγραμματισμού, το οποίο ορίζεται ως ένα πρόβλημα όπου τα φορτηγά ξεκινούν από μια κεντρική αποθήκη, επισκέπτονται αρκετούς πελάτες πραγματοποιώντας τις προγραμματισμένες παραδόσεις τους και επιστρέφουν στην αποθήκη την ίδια ημέρα.

6.1 Βασικές Αρχές για Αποτελεσματική Δρομολόγηση & Προγραμματισμό

Οι βασικές αρχές βάσει των οποίων οι λήπτες των αποφάσεων, όπως οι υπεύθυνοι για τις δρομολογήσεις (δρομολογητές), σχεδιάζουν τα δρομολόγια είναι οι εξής:

1. Ανάθεση στάσεων στα φορτηγά, τις οποίες χωρίζει η ελάχιστη δυνατή απόσταση.

Οι διαδρομές των οχημάτων θα πρέπει να είναι σχεδιασμένες γύρω από κυψέλες στάσεων με την μικρότερη δυνατή απόσταση μεταξύ τους, με σκοπό την ελαχιστοποίηση της απόστασης που πρέπει να διανύσουμε. Ο σχεδιασμός αυτός ελαχιστοποιεί επίσης τον συνολικό χρόνο ταξιδιού.

2. Οι στάσεις που εξυπηρετούνται σε διαφορετικές ημέρες θα πρέπει να ανήκουν σε μη επικαλυπτόμενες κυψέλες.

Όταν οι στάσεις είναι προγραμματισμένες για διαφορετικές μέρες της εβδομάδας, θα πρέπει να θεωρηθούν ως μεμονωμένα προβλήματα δρομολόγησης για την κάθε μέρα ξεχωριστά. Θα πρέπει σε τέτοιες

περιπτώσεις να αποφεύγονται οι επισκέψεις σε σημεία τα οποία έχουμε ήδη επισκεφτεί κάποια προηγούμενη ημέρα. Αυτό μπορεί να οδηγήσει στην ελαχιστοποίηση του αριθμού των οχημάτων που είναι σε θέση να εξυπηρετήσουν μια δεδομένη ζήτηση, καθώς και στην ελαχιστοποίηση του χρόνου ταξιδιού και της διανυόμενης απόστασης στη διάρκεια μιας εβδομάδας.

3. Σχεδιασμός διαδρομών που ξεκινούν από την πιο απομακρυσμένη στάση από την αποθήκη.

Αποδοτικές διαδρομές μπορούν να σχεδιαστούν μέσω της δημιουργίας κυψελών με στάσεις γύρω από την πιο μακρινή στάση από την αποθήκη και με πορεία πίσω προς την αποθήκη. Μόλις βρεθεί η πιο μακρινή στάση, για να εξαντλήσουμε την χωρητικότητα του οχήματος περισυλλέγουμε τη συνολική ποσότητα των προϊόντων από την πιο πυκνή κυψέλη στάσεων γύρω από αυτή τη «στάση κλειδί». Αφού αυτές οι στάσεις έχουν ανατεθεί στο φορτηγό, προσδιορίζεται η πιο μακρινή στάση από την αποθήκη μεταξύ των στάσεων που έχουν απομείνει και ένα άλλο φορτηγό επιφορτίζεται με τις στάσεις αυτές. Συνεχίζουμε με τον ίδιο τρόπο μέχρι όλες οι στάσεις να έχουν ανατεθεί σε φορτηγά.

4. Η σειρά των στάσεων της διαδρομής που ακολουθεί ένα φορτηγό, θα πρέπει να έχει σχήμα σταγόνας. (σε περιπτώσεις που τα οχήματα επιστρέφουν στην αποθήκη από την οποία ξεκίνησαν)

Οι στάσεις θα πρέπει να οριστούν σε μια σειρά όπου οι διαδρομές δεν θα τέμνονται, και η διαδρομή να φαίνεται πως έχει μορφή σταγόνας. Ωστόσο, οι περιορισμοί που οφείλονται στα «χρονικά παράθυρα», καθώς και οι συλλογές που υποχρεωτικά πρέπει να πραγματοποιηθούν μετά τις προγραμματισμένες παραδόσεις, ενδέχεται να δημιουργήσουν διασταυρώσεις στις διαδρομές, διαταράσσοντας το ιδανικό σχήμα σταγόνας.

5. Ιδανικότερες διαδρομές είναι αυτές που σχεδιάζονται χρησιμοποιώντας τα μεγαλύτερα οχήματα που έχουμε στη διάθεσή μας.

Ιδανικά, η χρησιμοποίηση ενός αρκετά μεγάλου οχήματος που είναι σε θέση να εξυπηρετήσει τη ζήτηση όλων των στάσεων εντός μιας

διαδρομής, θα ελαχιστοποιήσει την συνολική διανυόμενη απόσταση ή τον συνολικό χρόνο εξυπηρέτησης. Συνεπώς, τα μεγαλύτερα οχήματα μεταξύ των διαφόρων μεγεθών που απαρτίζουν το στόλο, θα πρέπει να δρομολογούνται πρώτα, δεδομένου ότι θα επιτευχθεί σωστή χρήση αυτών.

6. Οι συλλογές είναι προτιμότερο να συμπεριλαμβάνονται στις διαδρομές των παραδόσεων, από το να προγραμματίζονται για μετά το πέρας των διαδρομών αυτών .

Οι συλλογές θα πρέπει κατά το δυνατόν να πραγματοποιούνται κατά τη διάρκεια της διαδικασίας των παραδόσεων. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα να μειώνεται αισθητά ο αριθμός των διασταυρώσεων των μονοπατιών μιας διαδρομής που συμβαίνουν κατά τον προγραμματισμό των συλλογών για μετά το πέρας των παραδόσεων. Η μείωση αυτή εξαρτάται από την διάρθρωση των οχημάτων, τον όγκο των προς συλλογή προϊόντων και την δυσκολία προσέγγισης των προϊόντων που χρειαζόμαστε μέσα στο όχημα.

7. Μία στάση που απέχει αρκετά από την κυψέλη των στάσεων της διαδρομής ενός οχήματος, αποτελεί ένα καλό υποψήφιο σημείο για εξυπηρέτηση από ένα όχημα διαφορετικού τύπου.

Οι στάσεις που είναι απομονωμένες από τις υπόλοιπες στάσεις μιας κυψέλης, ειδικότερα αυτές με απαιτήσεις μικρού όγκου, κοστίζουν αρκετά τόσο σε χρόνο οδήγησης όσο και σε έξοδα οχήματος. Η χρήση μικρών φορτηγών για την εξυπηρέτηση αυτών των στάσεων, μπορεί να αποδειχθεί οικονομικότερη, ανάλογα με την απομόνωση των στάσεων αυτών και των όγκων που προορίζονται για την εξυπηρέτησή τους. Επιπλέον, μια καλή εναλλακτική λύση θα αποτελούσε η χρησιμοποίηση ενοικιαζόμενων οχημάτων για την εξυπηρέτηση των στάσεων αυτών.

8. Τα περιορισμένης διάρκειας «χρονικά παράθυρα» στάσεων, θα πρέπει να αποφεύγονται.

Όταν τα «χρονικά παράθυρα» έχουν περιορισμένη διάρκεια, μπορούν να μας εξωθήσουν σε μια σειρά παραδόσεων που παρεκκλίνει αρκετά από τα ιδανικά πρότυπα δρομολόγησης.

Τέτοιες αρχές μπορούν εύκολα να διδαχθούν στο προσωπικό διαχείρισης για να παράγουν ικανοποιητικές, αν και όχι απαραίτητα βέλτιστες λύσεις σε ρεαλιστικά προβλήματα δρομολόγησης και προγραμματισμού. Παρόλο που παρέχουν οδηγίες για καλό σχεδιασμό διαδρομής, το προσωπικό διαχείρισης έχει ακόμα την ελευθερία να χειριστεί αυτοβούλως τους περιορισμούς που δεν εμφανίζονται ευθέως στη μεθοδολογία ή τις εξαιρέσεις (επείγουσες παραγγελίες, έργα στους δρόμους) που μπορεί να συμβούν σε κάθε δρομολόγιο του φορτηγού. Διαδρομές που σχεδιάζονται με αυτόν τον συνδυαστικό τρόπο μπορούν να προσφέρουν ουσιαστικές βελτιώσεις έναντι άλλων αποκλειστικά εμπειρικών μεθόδων δρομολόγησης και προγραμματισμού.

6.2 Κατηγορίες Προβλημάτων Δρομολόγησης με Περιορισμούς

Κατά τη διαδικασία της δρομολόγησης παρουσιάζονται καθημερινά διάφοροι περιορισμοί που εξαρτώνται από την πολυπλοκότητα του προβλήματος και τα εκάστοτε ζητούμενα. Οι συνηθέστεροι τύποι προβλημάτων παρατίθενται παρακάτω.

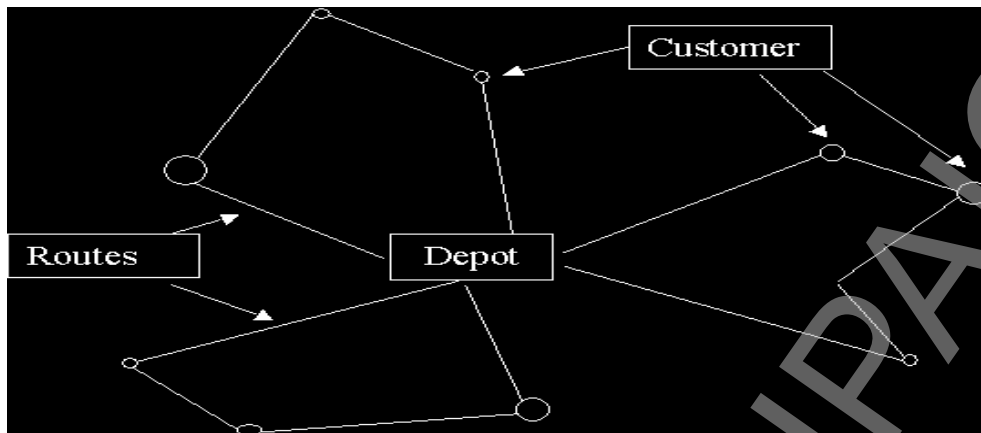
6.2.1 Πρόβλημα Δρομολόγησης Οχημάτων με Συγκεκριμένο Όριο Ικανότητας (Capacitated Vehicle Routing Problem-CVRP)

Το «Πρόβλημα Δρομολόγησης Οχημάτων με Συγκεκριμένο Όριο Ικανότητας» (CVRP), αποτελεί την πιο στοιχειώδη εκδοχή του Προβλήματος Δρομολόγησης. Στο πρόβλημα αυτό, ένας **δεδομένος αριθμός οχημάτων** παράδοσης **συγκεκριμένης χωρητικότητας**, πρέπει να εξυπηρετήσει τις **ήδη γνωστές απαιτήσεις των πελατών** για ίδιου τύπου προϊόντα από μια κοινή αποθήκη. Το κόστος παράδοσης των προϊόντων αυτών στους πελάτες, θα πρέπει να είναι το ελάχιστο δυνατό. Εν ολίγης ένα πρόβλημα CVRP είναι όμοιο με ένα κλασσικό πρόβλημα VRP, με τον πρόσθετο περιορισμό ότι **κάθε όχημα εμφανίζει ένα ανώτατο όριο χωρητικότητας σε προϊόντα που μεταφέρει στους πελάτες**.

Ένα τέτοιο πρόβλημα περιγράφεται ως εξής:

Οι n πελάτες θα πρέπει να εξυπηρετηθούν από μια συγκεκριμένη αποθήκη. Ο κάθε πελάτης απαιτεί μια ποσότητα q_i αγαθών (όπου: $i = 1, \dots, n$), ενώ είναι διαθέσιμος ένας αριθμός οχημάτων χωρητικότητας Q για την πραγματοποίηση αυτών των απαιτούμενων παραδόσεων. Δεδομένης της περιορισμένης χωρητικότητας των οχημάτων, τα οχήματα θα πρέπει να είναι σε θέση να επιστρέφουν περιοδικά στην αποθήκη για να φορτωθούν εκ νέου, όποτε αυτό κρίνεται αναγκαίο. Σε τέτοιου είδους προβλήματα (CVRP), δεν είναι δυνατό να μοιραστεί η παραδοτέα ποσότητα για τον κάθε πελάτη σε παραπάνω του ενός φορτηγά. Επομένως, μια εφικτή λύση ενός προβλήματος CVRP, θα εμφανίζει το σύνολο των διαδρομών κατά τις οποίες κάθε πελάτης δέχεται επίσκεψη μία και μόνο φορά, ενώ η μέγιστη συνολική απαίτηση σε προϊόντα της εκάστοτε διαδρομής, δεν μπορεί να υπερβαίνει την χωρητικότητα Q του οχήματος.

Ένα CVRP πρόβλημα μπορεί να απεικονιστεί γραφικά ως εξής: Η $G = (C, L)$ ορίζεται ως μια πλήρης γραφική παράσταση με ένα καθορισμένο σύνολο κόμβων $c = (c_0, c_1, c_2, \dots, c_n)$ και τόξων $L = (c_i, c_j) : c_i, c_j \leq c, i \leq j$. Σε αυτήν τη γραφική παράσταση, το c_0 είναι η αποθήκη, ενώ οι άλλοι κόμβοι παριστάνουν τους πελάτες που θα πρέπει να εξυπηρετηθούν. Κάθε κόμβος αντιστοιχεί σε μια σταθερή ποσότητα q_i αγαθών που πρέπει να παραδοθούν (μια ποσότητα $q_0 = 0$ αντιστοιχίζεται στην αποθήκη c_0). Σε κάθε τόξο (c_i, c_j) αντιστοιχεί μια τιμή t_{ij} που αντιπροσωπεύει το χρόνο ταξιδιού μεταξύ των c_i και c_j . **Στόχος είναι η εύρεση ενός συνδυασμού διαδρομών που θα ελαχιστοποιεί το συνολικό χρόνο ταξιδιού.** Κάθε διαδρομή αρχίζει αλλά και ολοκληρώνεται στην αποθήκη c_0 , ενώ κάθε κόμβος $c_i (i = 1, \dots, n)$ θα πρέπει να δεχτεί επίσκεψη από το όχημα μία και μόνο φορά. Τέλος, η ποσότητα των μεταφερόμενων αγαθών σε κάθε μία διαδρομή, δεν πρέπει ποτέ να υπερβαίνει τη χωρητικότητα Q των οχημάτων.



Θ **Διατύπωση Προβλήματος:** Ως Q ορίζεται η χωρητικότητα ενός οχήματος. Από μαθηματική άποψη, μια λύση ενός CVRP προβλήματος, ταυτίζεται με τη λύση ενός προβλήματος VRP, με τον πρόσθετο όμως περιορισμό ότι η συνολική απαίτηση όλων των πελατών που εξυπηρετούνται από μια διαδρομή R_i δε θα πρέπει να υπερβαίνει την χωρητικότητα Q των οχημάτων, $Q: \sum_{i=1}^m d_i \leq Q$.

Θ **Στόχος:** Στόχο αποτελεί η ελαχιστοποίηση του στόλου των χρησιμοποιούμενων οχημάτων και του συνολικού χρόνου ταξιδιού.

Θ **Εφικτότητα:** Εφικτή θεωρείται μια λύση όταν η συνολική ποσότητα προϊόντων που διακινούνται μέσω της κάθε διαδρομής, δεν υπερβαίνει τη χωρητικότητα του οχήματος που εκτελεί την συγκεκριμένη διαδρομή.

6.2.2 Πρόβλημα Δρομολόγησης Οχημάτων με Χρονικά Παράθυρα (Vehicle Routing Problem with Time Windows - VRPTW)

Μια σημαντική επέκταση του προβλήματος CVRP το οποίο μελετήθηκε ανωτέρω, αποτελεί το «Πρόβλημα Δρομολόγησης Οχημάτων με Χρονικά Παράθυρα» (VRPTW). Εκτός από τα προαναφερθέντα χαρακτηριστικά ενός CVRP προβλήματος, το πρόβλημα αυτό περιλαμβάνει για την αποθήκη, αλλά και για κάθε πελάτη $c_i (i=0, \dots, n)$, **ένα χρονικό παράθυρο** $[b_i, e_i]$ **κατά τη διάρκεια του οποίου ο κάθε πελάτης θα πρέπει να εξυπηρετηθεί** (όπου b_0 ο νωρίτερος χρόνος εκκίνησης και e_0

ο αργότερος χρόνος επιστροφής του κάθε οχήματος στην αποθήκη). Οι καθορισμένες διαδρομές θα πρέπει να εκτελούνται από έναν στόλο u οχημάτων ιδίου τύπου. Οι πρόσθετοι περιορισμοί του προβλήματος επιβάλλουν ο χρόνος έναρξης της παροχής υπηρεσιών σε κάθε κόμβο $c_i (i=1, \dots, n)$ να είναι μεγαλύτερος ή ίσος του b_i (όπου b_i η αρχή του χρονικού παραθύρου), ενώ ο χρόνος αναχώρησης από κάθε κόμβο c_i να είναι μικρότερος ή ίσος του e_i (όπου e_i το πέρας του χρονικού παραθύρου). Στην περίπτωση που ο χρόνος άφιξης στον πελάτη είναι μικρότερος του b_i , το όχημα είναι υποχρεωμένο να περιμένει ως τη χρονική στιγμή που αποτελεί την αρχή του χρονικού παραθύρου, οπότε και θα ξεκινήσει η διαδικασία παράδοσης των προϊόντων. Πολύ συχνά στην πράξη ο αριθμός u των διαθέσιμων οχημάτων είναι μεταβλητός, οπότε στόχο αποτελεί και η ελαχιστοποίηση του αριθμού αυτών. Συνήθως, από τη χρήση ίδιου αριθμού οχημάτων προκύπτουν δύο διαφορετικές λύσεις, συναρτήσει του εκάστοτε στόχου που έχει τεθεί, όπως η ελαχιστοποίηση του συνολικού χρόνου ταξιδιού ή του συνολικού χρόνου παράδοσης (συμπεριλαμβανομένων των χρόνων αναμονής και παροχής υπηρεσιών).

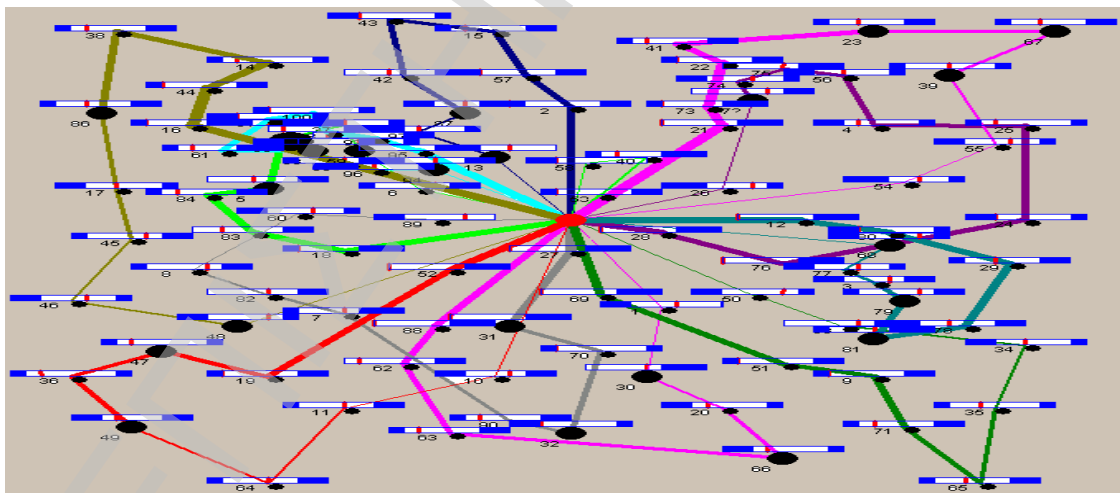
Θ Διατύπωση Προβλήματος: Ως b_{ui} ορίζεται ο χρόνος έναρξης της παροχής υπηρεσιών στον πελάτη i . Προκειμένου να είναι εφικτή μια διαδρομή $R_i = (u_0, u_1, \dots, u_m, u_{m+1})$, θα πρέπει να ισχύει: $e_{ui} \leq b_{ui} \leq l_{ui}, 1 \leq i \leq m$ και $b_{u_m} + d_{u_m} + c_{u_m} \leq l_0$. Δεδομένου ότι ένα όχημα ταξιδεύει στον επόμενο πελάτη αμέσως μόλις εξυπηρετήσει τον τρέχοντα πελάτη, το b_{ui} μπορεί να υπολογιστεί κάθε φορά από τη σχέση $b_{ui} = \max \{e_{ui}, b_{ui-1} + d_{ui-1} + c_{ui-1, ui}\}$ όπου $b_0 = e_0$ και $d_0 = 0$. Κατά συνέπεια, ο χρόνος αναμονής στον πελάτη u_i μπορεί να υπολογιστεί από τον τύπο $W_{ui} = \{0, b_{ui} - b_{ui-1} - d_{ui-1} - c_{i-1, i}\}$, ενώ το κόστος της διαδρομής i υπολογίζεται από τον τύπο

$$C_{VRPTW}(R_i) = \sum_{i=0}^m c_{i,i+1} + \sum_{i=1}^m d_i + \sum_{i=0}^m w_{ui}. \text{ Το κόστος } S \text{ μιας λύσης με χρήση}$$

$$R_1, \dots, R_m \text{ διαδρομών, δίνεται από τη σχέση } F_{VRPTW}(S) = \sum_{i=1}^m (C_{VRPTW}(R_i) + M),$$

όπου M απεικονίζει μια σταθερά. Το M προστίθεται καθώς κύριος στόχος προβλημάτων αυτού του τύπου (VRPTW) θεωρείται η ελαχιστοποίηση του χρησιμοποιούμενου αριθμού οχημάτων. Επιπλέον, το κόστος S θεωρείται εφικτό, όταν όλες οι διαδρομές που αντιστοιχούν σε αυτό είναι επίσης εφικτές και κάθε πελάτης εξυπηρετείται από μια μοναδική διαδρομή. Αρχικά θεωρείται δεδομένο ότι όλα τα οχήματα αναχωρούν από την αποθήκη στο νωρίτερο δυνατό χρόνο e_0 . Εφόσον έχει προκύψει μια λύση για το πρόβλημα, ο χρόνος αναχώρησης κάθε οχήματος από την αποθήκη ρυθμίζεται με τέτοιο τρόπο, ώστε να αποφευχθεί τυχόν περιττός χρόνος αναμονής.

Κατωτέρω απεικονίζεται ένα γράφημα που παριστάνει μια λύση ενός VRPTW προβλήματος. Στο γράφημα αυτό, οι μπλε και άσπρες μπάρες αντιπροσωπεύουν το χρονικό παράθυρο (π.χ. ώρες γραφείου). Πιο συγκεκριμένα, η περιοχή της μπάρας με άσπρο χρώμα αντιπροσωπεύει την χρονική διάρκεια κατά την οποία μπορεί να πραγματοποιηθεί μια παράδοση, ενώ η περιοχή της μπάρας με μπλε χρώμα αντιστοιχεί στο διάστημα που δεν επιτρέπονται παραδόσεις. Παρατηρείται επίσης και η ύπαρξη μιας κόκκινης γραμμής πάνω στη μπάρα, που απεικονίζει το πότε τελικά πραγματοποιήθηκε η παράδοση για την συγκεκριμένη αυτή λύση.



Θ Στόχος: Στόχος ενός τέτοιου προβλήματος, πέρα από την ελαχιστοποίηση του αριθμού των χρησιμοποιούμενων οχημάτων, είναι και η ελαχιστοποίηση του αθροίσματος του χρόνου ταξιδιού και του χρόνου αναμονής που απαιτείται για την εξυπηρέτηση των πελατών μέσα στο απαιτούμενο χρονικό διάστημα.

Θ **Εφικτότητα**: Τα προβλήματα VRPTW, συγκρινόμενα με τα απλά VRP προβλήματα, χαρακτηρίζονται από τους ακόλουθους πρόσθετους περιορισμούς:

- ο Μια λύση κρίνεται ως μη εφικτή, όταν ένας πελάτης εξυπηρετείται μετά το άνω όριο του χρονικού του παραθύρου.
- ο Η άφιξη ενός οχήματος στον πελάτη πριν από το κάτω όριο του χρονικού του παραθύρου, προξενεί στην εκτελούμενη διαδρομή έναν επιπρόσθετο χρόνο αναμονής.
- ο Κάθε διαδρομή θα πρέπει να αρχίζει αλλά και να ολοκληρώνεται, εντός του σχετικού με την αποθήκη χρονικού παραθύρου.
- ο Σε περιπτώσεις ευέλικτων χρονικών ορίων (παραθύρων), η εξυπηρέτηση ενός πελάτη με καθυστέρηση, δεν επηρεάζει απόλυτα την εφικτότητα της λύσης, αλλά συνεπάγεται καθυστέρηση σε όλες τις επόμενες παραδόσεις.

6.2.3 Πρόβλημα Δρομολόγησης Οχημάτων με Συλλογές κατά την Παράδοση (Vehicle Routing Problem with Pickup and Delivery - VRPPD)

Το Πρόβλημα Δρομολόγησης Οχημάτων που περιλαμβάνει Συλλογές κατά τη διάρκεια της Παράδοσης (VRPPD), αποτελεί ένα VRP πρόβλημα στο οποίο προβλέπεται **η πιθανότητα κάποιοι πελάτες να επιστρέψουν μερικά προϊόντα**. Έτσι σε τέτοιου τύπου προβλήματα, είναι αναγκαία η **πρόβλεψη ύπαρξης απαιτούμενου χώρου στο όχημα για την τοποθέτηση των επιστρεφόμενων προϊόντων**. Αυτός ο περιορισμός καθιστά το πρόβλημα προγραμματισμού δυσκολότερο και μπορεί να οδηγήσει σε κακή χρησιμοποίηση της χωρητικότητας των οχημάτων, σε περιπτώσεις μεγάλων διανυόμενων αποστάσεων ή ανάγκης για περισσότερα οχήματα.

Πιο συγκεκριμένα, στη συγκεκριμένη περίπτωση προβλημάτων ισχύουν τα ακόλουθα:

- ο όλες οι παραγγελίες ξεκινούν από την αποθήκη και όλες οι επιστροφές παραγγελιών επιστρέφουν πίσω στην αποθήκη.

- ο δεν υπάρχει καμία ανταλλαγή προϊόντων μεταξύ των πελατών.
- ο όλοι οι πελάτες δέχονται επίσκεψη μόνο μία φορά.

Μια απλοποίηση του προβλήματος αυτού αποτελεί η περίπτωση κατά την οποία κάθε όχημα παραδίδει υποχρεωτικά όλες τις παραγγελίες πριν δεχθεί οποιαδήποτε επιστροφή παραγγελίας.

Θ Διατύπωση Προβλήματος: Το κόστος μιας διαδρομής ταυτίζεται με το κόστος της περίπτωσης του απλού προβλήματος VRP, λαμβάνοντας όμως υπόψη και τους πρόσθετους περιορισμούς που τίθενται από τον **αριθμό των παραδόσεων**, τον **αριθμό των επιστροφών** και τον **όγκο του μεταφερόμενου φορτίου**. Παρακάτω, εξετάζεται αναλυτικά τόσο η εφικτότητα των Παραδόσεων και των Επιστροφών, όσο και του Όγκου του μεταφερόμενου φορτίου.

Αρχικά, θα πρέπει να οριστεί το μέγεθος p ως η ποσότητα απαίτησης για επιστροφή του πελάτη.

a. **Εφικτότητα Παραδόσεων:** Η εφικτότητα των παραδόσεων σχετίζεται με το γεγονός ότι η συνολική ποσότητα των προς παράδοση προϊόντων σε μια διαδρομή, δεν θα πρέπει να υπερβαίνει τη χωρητικότητα του οχήματος. Δεδομένης μιας διαδρομής $R_i = \{u_0, u_1, \dots, u_{m+1}\}$ και της χωρητικότητας C του οχήματος που θα εκτελέσει τη διαδρομή αυτή, εκφράζονται οι ακόλουθοι περιορισμοί: $C_d(u_k) \leq C$ και $C_d(u_{k+1}) > C$, όπου το μέγεθος $C_d(u_k)$ ισοδυναμεί με τη συνολική ποσότητα των αγαθών που μεταφέρθηκαν σε όλους τους πελάτες κατά μήκος της διαδρομής με αφετηρία την αποθήκη u_0 και τελικό προορισμό το σημείο u_k : $C_d(u_k) = \sum_{u_i \in P(1, u_k)} d_i P(1, u_k)$. Η σχέση αυτή δείχνει τους πελάτες που δέχτηκαν επίσκεψη κατά μήκος της διαδρομής από την αποθήκη μέχρι το u_k , συμπεριλαμβανομένου του πελάτη u_k .

b. **Εφικτότητα Επιστροφών:** Με την έννοια εφικτότητα επιστροφών νοείται η εξασφάλιση χώρου στο όχημα για τη μεταφορά των επιστρεφόμενων προϊόντων, η οποία καθορίζεται από τις ακόλουθες σχέσεις: $C_p(u_k) \leq C$ και $C_p(u_{k+1}) > C$. Το μέγεθος $C_p(u_k)$ εκφράζει τη

συνολική ποσότητα των προϊόντων που επεστράφησαν από το σύνολο των πελατών κατά μήκος της διαδρομής αυτής, συμπεριλαμβανομένου και του κόμβου u_k , με: $C_p(u_k) = \sum_{u_i \in P(1, u_k)} P_i$.

- c. **Εφικτότητα Μεταφερόμενου Όγκου Φορτίου**: Η χωρητικότητα του οχήματος μπορεί να καταστεί μη επαρκής σε οποιοδήποτε κόμβο της διαδρομής και για το λόγο αυτό απαιτείται η διάταξη των πελατών στη σωστή σειρά. Ως $L(1) \leq C$ ορίζεται το αρχικό φορτίο με το οποίο το όχημα αναχωρεί από την αποθήκη, ενώ ως $L(u_k)$ ορίζεται το φορτίο του οχήματος αμέσως μετά την επίσκεψη στον πελάτη u_k . Επομένως, το φορτίο του οχήματος σε κάθε σημείο της διαδρομής είναι ίσο με $L(u_k) = C_p(u_k) + L(1) - C_d(i_k)$. Με βάση την εν λόγω εξίσωση, το μεταφερόμενο φορτίο μπορεί να υπερβεί την χωρητικότητα του οχήματος, καθιστώντας τη διαδρομή αυτή μη εφικτή, καθώς το όχημα δεν μπορεί να προσφέρει υπηρεσία στον επόμενο πελάτη u_{k+1} της διαδρομής. Συνεπώς, μια διαδρομή κρίνεται εφικτή, όσον αφορά το μεταφερόμενο φορτίο, όταν ισχύουν τα ακόλουθα: $L(u_k) \leq C$ και $L(u_{k+1}) > C$.

Θ **Στόχος**: Στόχος είναι η ελαχιστοποίηση του αριθμού των χρησιμοποιούμενων οχημάτων και του συνολικού χρόνου ταξιδιού, με τον περιορισμό ότι τα οχήματα πρέπει να έχουν αρκετή διαθέσιμη χωρητικότητα για τη μεταφορά τόσο των παραγγελιών, όσο και των επιστροφών από τους πελάτες.

Θ **Εφικτότητα**: Μια λύση θεωρείται εφικτή όταν η συνολικά μεταφερόμενη ποσότητα δεν υπερβαίνει τα όρια χωρητικότητας του οχήματος που εκτελεί την συγκεκριμένη διαδρομή, λαμβάνοντας υπόψη και τον χώρο που χρειάζεται για τις πιθανές επιστροφές προϊόντων στην αποθήκη.

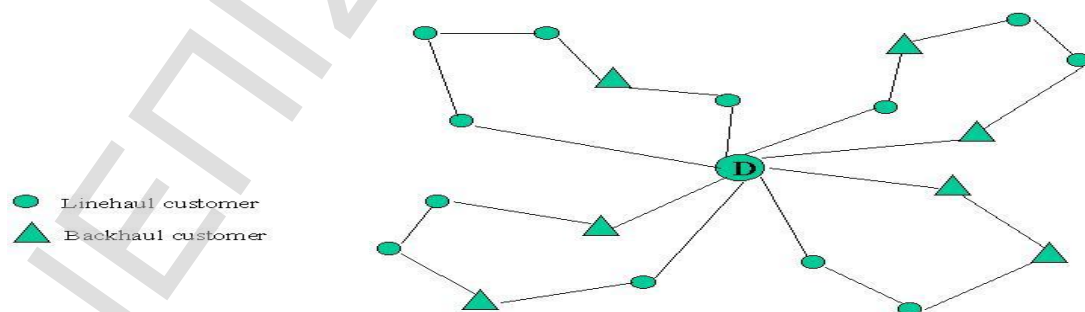
6.2.4 Πρόβλημα Δρομολόγησης Οχημάτων με "Backhauls" (Vehicle Routing Problem with Backhauls - VRPB)

Το «Πρόβλημα Δρομολόγησης Οχημάτων με Backhauls» (VRPB) είναι ένα VRP πρόβλημα στο οποίο **οι πελάτες μπορούν να δεχθούν**

παραγγελίες ή να επιστρέψουν ορισμένα προϊόντα. Σε ένα πρόβλημα VRPPD, όπως περιγράφεται ανωτέρω, απαιτείται να ληφθεί υπόψη το γεγονός ότι οι επιστροφές των πελατών χωρούν στο όχημα. Στην περίπτωση προβλημάτων δρομολόγησης οχημάτων με “backhauls”, η κρισιμότητα της υπόθεσης έγκειται στο γεγονός ότι σε κάθε διαδρομή **όλες οι παραδόσεις πρέπει να γίνουν πριν από οποιοσδήποτε πιθανές επιστροφές.** Σε τέτοιες περιπτώσεις, το φορτίο συγκεντρώνεται στο πίσω μέρος του οχήματος, και μ’ αυτό τον τρόπο αποφεύγεται η -αντιοικονομική- αναδιοργάνωση των φορτίων στις διαδρομές στα σημεία παράδοσης. Οι ποσότητες των προϊόντων που παραδίδονται αλλά και επιστρέφονται, είναι καθορισμένες και γνωστές εκ των προτέρων. Επομένως, η περίπτωση προβλημάτων VRPB είναι παρόμοια με εκείνη των προβλημάτων VRPPD, με τη διαφορά ότι στην πρώτη περίπτωση οι οποιοσδήποτε επιστροφές μπορούν να πραγματοποιηθούν μετά το πέρας όλων των παραδόσεων.

Θ Διατύπωση Προβλήματος: Το κόστος μιας διαδρομής ταυτίζεται με το κόστος της απλής περίπτωσης VRP, λαμβάνοντας όμως υπόψη και τους πρόσθετους περιορισμούς που τίθενται από τον **αριθμό των παραδόσεων**, τον **αριθμό των επιστροφών** και τον **όγκο του μεταφερόμενου φορτίου**. Επομένως η διατύπωση του εν λόγω προβλήματος είναι κοινή με τη διατύπωση του προβλήματος VRPPD, όπως περιγράφηκε ανωτέρω.

Το ακόλουθο διάγραμμα παρουσιάζει τη γραφική απεικόνιση ενός προβλήματος VRPB.



Θ Στόχος: Στόχο αποτελεί ο σχεδιασμός της βέλτιστης διαδρομής που θα ελαχιστοποιεί τη συνολικά διανυόμενη απόσταση.

Θ Εφικτότητα: Ως εφικτή λύση του προβλήματος θεωρείται η εύρεση εκείνου του συνδυασμού διαδρομών, όπου όλες οι παραδόσεις για κάθε διαδρομή ολοκληρώνονται προτού να γίνουν οποιεσδήποτε επιστροφές.

6.2.5 Πρόβλημα Δρομολόγησης Οχημάτων με Πολλές Αποθήκες (Vehicle Routing Problem with Multiple Depot - MDVRP)

Μια **επιχείρηση μπορεί να έχει στην κατοχή της περισσότερες της μιας αποθήκες** από τις οποίες είναι σε θέση να εξυπηρετεί τους πελάτες της. Εάν όλοι οι πελάτες είναι συγκεντρωμένοι γύρω από τις αποθήκες, τότε το πρόβλημα των διανομών θα πρέπει να θεωρηθεί ως ένας συνδυασμός ανεξάρτητων προβλημάτων VRPs. Στην περίπτωση όμως που οι πελάτες δεν είναι ομοιόμορφα κατανεμημένοι γύρω από τις αποθήκες, απαιτείται η επίλυση ενός αρκετά πολύπλοκου «Προβλήματος Δρομολόγησης Οχημάτων με Πολλές Αποθήκες».

Στην περίπτωση ενός MDVRP προβλήματος, γίνεται η ανάθεση των πελατών στις διάφορες αποθήκες, κάθε μία εκ των οποίων διαθέτει ένα στόλο οχημάτων. Κάθε όχημα έχοντας ως αφετηρία του μια αποθήκη, τροφοδοτεί τους πελάτες που εξυπηρετούνται από τη συγκεκριμένη αποθήκη και τέλος επιστρέφει ξανά στο σημείο από το οποίο ξεκίνησε.

Θ Διατύπωση Προβλήματος: Το «Πρόβλημα Δρομολόγησης Οχημάτων με Πολλές Αποθήκες» (MDVRP), αποτελεί επέκταση του γενικού προβλήματος VRP. Ως αποτέλεσμα της επέκτασης αυτής, θα πρέπει να γίνει αντιστοίχιση του βέλτιστου συνδυασμού με $V = \{u_1, \dots, u_n\} \cup V_0$, όπου η ποσότητα $V_0 = \{u_{01}, \dots, u_{0d}\}$ εκφράζει τις βέλτιστες συνθήκες των αποθηκών. Μια διαδρομή i ορίζεται ως, $R_i = \{d, u_1, \dots, u_m, d\}$ με $d \in V_0$, ενώ το κόστος μιας διαδρομής υπολογίζεται ακριβώς όπως και στην περίπτωση των VRP προβλημάτων.

Θ Στόχος: Στόχο αποτελεί η ελαχιστοποίηση του αριθμού των χρησιμοποιούμενων οχημάτων καθώς και της διανυόμενης απόστασης, ενώ

η συνολική απαίτηση για προϊόντα από τους πελάτες πρέπει να υλοποιηθεί από τις διάφορες αποθήκες.

Θ **Εφικτότητα**: Μια λύση κρίνεται εφικτή όταν κάθε διαδρομή ικανοποιεί μεν τους περιορισμούς που τίθενται και στην περίπτωση ενός VRP προβλήματος, αλλά και όταν δε, κάθε όχημα αρχίζει και ολοκληρώνει το δρομολόγιό του στην ίδια αποθήκη.

6.2.6 Πρόβλημα Δρομολόγησης Οχημάτων Περιόδου (Periodic Vehicle Routing Problem - PVRP)

Στην περίπτωση ενός τυπικού προβλήματος VRP, οι διάφορες διανομές προγραμματίζονται για το χρονικό διάστημα μίας μόνο ημέρας. Τα Προβλήματα όμως «Δρομολόγησης Οχημάτων Περιόδου» (PVRP), περιπλέκουν το απλό αυτό πρόβλημα, **επεκτείνοντας το χρονικό διάστημα του προγραμματισμού των διαδρομών σε M ημέρες.**

Θ **Διατύπωση Προβλήματος**: Κάθε πελάτης, καθημερινά, έχει μια δεδομένη απαίτηση σε προϊόντα, που θα πρέπει να ικανοποιηθεί πλήρως από μία και μόνο επίσκεψη ενός οχήματος. Εάν η περίοδος για την οποία προγραμματίζονται οι διαδρομές είναι μία ημέρα ($M=1$), τότε το συγκεκριμένο πρόβλημα (PVRP), ταυτίζεται με το τυπικό πρόβλημα VRP. Στην περίπτωση των προβλημάτων αυτών, κάθε πελάτης θα πρέπει να δέχεται επίσκεψη k φορές, όπου $1 \leq k \leq M$. Ένα PVRP πρόβλημα, μπορεί να θεωρηθεί ως ένα πρόβλημα σχεδιασμού ενός συνόλου ημερήσιων διαδρομών, προγραμματισμένες με τρόπο που θα ικανοποιεί τους περιορισμούς που έχουν τεθεί, ώστε να επιτυγχάνεται η ελαχιστοποίηση του συνολικού κόστους. Ένα τέτοιο πρόβλημα μπορεί επίσης να θεωρηθεί και ως ένα **Πολύ-επίπεδο Συνδυαστικό Πρόβλημα Βελτιστοποίησης**, τα διάφορα επίπεδα του οποίου εξετάζονται πιο αναλυτικά κατωτέρω:

a. **Πρώτο Επίπεδο**: Στο επίπεδο αυτό, στόχο αποτελεί η δημιουργία μιας ομάδας εφικτών εναλλακτικών λύσεων (συνδυασμών) για κάθε πελάτη. Για παράδειγμα, όταν η περίοδος για την οποία προγραμματίζονται οι διανομές αποτελείται από 3 ημέρες ($t=3$), δηλαδή $\{d_1, d_2, d_3\}$, τότε οι πιθανοί συνδυασμοί που προκύπτουν είναι:

$0 \rightarrow 000; 1 \rightarrow 001; 2 \rightarrow 010; 3 \rightarrow 011; 4 \rightarrow 100; 5 \rightarrow 101; 6 \rightarrow 110$ και $7 \rightarrow 111$. Σε περίπτωση που κάποιος πελάτης απαιτεί δύο επισκέψεις, τότε για τον πελάτη αυτό ισχύουν οι παρακάτω εναλλακτικές λύσεις επίσκεψης: $\{d_1, d_2\}, \{d_1, d_3\}$, και $\{d_2, d_3\}$ (ήτοι οι επιλογές 3, 5 και 6 του παρακάτω πίνακα).

| Πελάτης | Ημερήσια Ζήτηση | Αριθμός Επισκέψεων | Πλήθος Συνδυασμών | Πιθανοί Συνδυασμοί |
|----------------|------------------------|---------------------------|--------------------------|---------------------------|
| 1 | 30 | 1 | 3 | 1.2.4 |
| 2 | 20 | 2 | 3 | 3.5.6 |
| 3 | 20 | 2 | 3 | 3.5.6 |
| 4 | 30 | 2 | 3 | 1.2.4 |
| 5 | 10 | 3 | 1 | 7 |

- b. Δεύτερο Επίπεδο:** Στο δεύτερο αυτό επίπεδο, θα πρέπει να επιλεγεί μία από τις εναλλακτικές λύσεις για κάθε πελάτη όπως αυτές υπολογίστηκαν στο προηγούμενο επίπεδο, με τρόπο που θα εξασφαλίζει την ισχύ των περιορισμών που έχουν τεθεί για τις διανομές. Κατά συνέπεια, θα πρέπει να γίνει η επιλογή των πελατών που θα δεχτούν επίσκεψη την κάθε μία ημέρα της περιόδου.
- c. Τρίτο Επίπεδο:** Στο τρίτο και τελευταίο επίπεδο πραγματοποιείται η επίλυση του Προβλήματος της Δρομολόγησης των Οχημάτων για την κάθε μία ημέρα της περιόδου.

Θ Στόχος: Στόχο και αυτής της κατηγορίας προβλημάτων Δρομολόγησης, αποτελεί η ελαχιστοποίηση του αριθμού των χρησιμοποιούμενων οχημάτων, καθώς και του συνολικού χρόνου ταξιδιού που απαιτείται για την εξυπηρέτηση όλων των πελατών.

Θ Εφικτότητα: Μια λύση θεωρείται εφικτή στην περίπτωση που ικανοποιείται το σύνολο των περιορισμών του τυπικού προβλήματος VRP, με την διαφορά όμως ότι στην εν λόγω περίπτωση, ένα όχημα ενδέχεται να μην επιστρέφει στην αποθήκη την ίδια μέρα κατά την οποία αναχώρησε από αυτήν. Επιπλέον, κατά τη διάρκεια των M -ημερών της χρονικής περιόδου των διανομών, κάθε πελάτης θα πρέπει να δεχτεί επίσκεψη τουλάχιστον μία φορά.

6.2.7 Στοχαστικό (Πιθανολογικό) Πρόβλημα Δρομολόγησης Οχημάτων (Stochastic Vehicle Routing Problem - SVRP)

Η κατηγορία των «Στοχαστικών (Πιθανολογικών) Προβλημάτων Δρομολόγησης» (SVRP), περιλαμβάνει περιπτώσεις προβλημάτων όπου **ένα ή και περισσότερα στοιχεία του προβλήματος** (όπως πελάτες και απαιτήσεις πελατών), **δεν θεωρούνται σταθερά**, αλλά μπορούν ανά πάσα στιγμή να μεταβληθούν. Παρακάτω αναφέρονται τρεις διαφορετικές περιπτώσεις τέτοιων προβλημάτων:

- Στοχαστικοί (Πιθανολογικοί) Πελάτες:** Η πιθανότητα κάθε πελάτη u_i να πραγματοποιήσει μια παραγγελία είναι p_i , ενώ αντίστοιχα μια παραγγελία δεν πραγματοποιείται από τον πελάτη με πιθανότητα $1 - p_i$.
- Στοχαστικές Απαιτήσεις Πελατών:** Η ζήτηση d_i του κάθε πελάτη δεν έχει σταθερή τιμή, αλλά αποτελεί μια τυχαία μεταβλητή.
- Στοχαστικός Χρόνος Εξυπηρέτησης-Ταξιδιού:** Τόσο ο χρόνος που απαιτείται για την εξυπηρέτηση του κάθε πελάτη (d_i), όσο και ο χρόνος που χρειάζεται το όχημα για να τους προσεγγίσει (t_{ij}), δεν είναι σταθερός.

Σε περιπτώσεις προβλημάτων SVRP, προκειμένου να προκύψει η βέλτιστη διαδρομή, πραγματοποιούνται δύο στάδια επίλυσης. Στο Πρώτο Στάδιο λαμβάνεται μια πρώτη λύση πριν γίνουν ακόμα γνωστές οι τυχαίες μεταβλητές, ενώ στη συνέχεια στο επόμενο στάδιο, γνωρίζοντας πλέον τις τιμές των τυχαίων μεταβλητών, ακολουθούνται ορισμένα διορθωτικά μέτρα αυτής της πρώτης λύσης.

Θ **Διατύπωση Προβλήματος:** Στο πρόβλημα αυτό θα πρέπει να επιτευχθεί η ελαχιστοποίηση της ακόλουθης σχέσης: $\sum_{i \leq j} c_{ij} x_{ij} + Q(x)$, όπου:

- Ως x_{ij} ορίζεται μια ακέραιη μεταβλητή ίση με τη χρονική στιγμή εμφάνισης των κόμβων (u_i, u_j) στη λύση του πρώτου σταδίου. Εάν $i, j > 1$, τότε το x_{ij} μπορεί να πάρει μόνο τις τιμές 0 ή 1, ενώ εάν $i = 1$,

το x_{ij} είναι ίσο με 2, στην περίπτωση που το όχημα κατευθύνεται από την αποθήκη στον κόμβο u_i .

- ο Ως $Q(x)$ ορίζεται η μετάβαση στο δεύτερο στάδιο. Η μετάβαση αυτή στο δεύτερο στάδιο καθιστά το πρόβλημα εξαρτώμενο, καθώς μπορεί να επιτευχθεί με διαφορετικούς τρόπους.

Για παράδειγμα, σε ένα SVRP πρόβλημα με περιορισμένη χωρητικότητα, οι πιθανές ενέργειες προσφυγής είναι:

- Επιστροφή του οχήματος στην αποθήκη όταν είναι πλήρες, προκειμένου να αποθέσει τα προϊόντα, και στη συνέχεια πραγματοποίηση των υπόλοιπων συλλογών σύμφωνα με το πρόγραμμα.
- Επιστροφή του οχήματος στην αποθήκη όταν είναι πλήρες, όπως και στην προηγούμενη περίπτωση, και επανα-βελτιστοποίηση της εναπομείνουσας διαδρομής.
- Προγραμματισμός μιας προληπτικής επιστροφής στην αποθήκη ακόμα κι αν το όχημα δεν είναι πλήρες. Σε μια τέτοια περίπτωση, η παρούσα απόφαση θα μπορούσε να εξαρτηθεί από το ποσό που έχει ήδη εισπραχθεί και από την απόσταση που χωρίζει το όχημα από την αποθήκη.
- Ένα όχημα το οποίο δεν είναι ακόμα πλήρες θα πρέπει να επιστρέψει στην αποθήκη μόνο στην περίπτωση που είναι γνωστό ότι η μετάβαση στον επόμενο πελάτη θα το ανάγκαζε να ξεπεράσει τη χωρητικότητά του.

Θ Στόχος: Στόχος και για το εν λόγω πρόβλημα είναι η ελαχιστοποίηση του αριθμού των χρησιμοποιούμενων οχημάτων και του συνολικού χρόνου ταξιδιού που απαιτείται για την εξυπηρέτηση όλων των πελατών.

Θ Εφικτότητα: Όταν οι τιμές ορισμένων στοιχείων δεν είναι σταθερές αλλά μεταβάλλονται τυχαία, δεν είναι πλέον δυνατό να ικανοποιούνται οι περιορισμοί στο σύνολό τους για όλες τις πιθανές τιμές των τυχαίων μεταβλητών. Σε τέτοιες περιπτώσεις προβλημάτων, ο υπεύθυνος για την Δρομολόγηση έχει δύο επιλογές:

- ο είτε να ικανοποιήσει κάποιους από τους περιορισμούς με μια δεδομένη πιθανότητα,

- ο είτε να προχωρήσει στην ενσωμάτωση ενός μοντέλου (προτύπου) διορθωτικών ενεργειών που ενεργοποιείται σε περιπτώσεις μη ικανοποίησης κάποιου περιορισμού.

6.2.8 Πρόβλημα Δρομολόγησης Οχημάτων με Διασπασμένες Παραδόσεις (Split Delivery Vehicle Routing Problem - SDVRP)

Το «Πρόβλημα Δρομολόγησης Οχημάτων με Διασπασμένες Παραδόσεις» (SDVRP), αποτελεί μια πιο απλή εκδοχή ενός τυπικού VRP προβλήματος, παρόλο που η βέλτιστη λύση στα προβλήματα αυτά, είναι δυσκολότερο να επιτευχθεί από ότι στα VRP προβλήματα. Στο εν λόγω πρόβλημα, **κάθε πελάτης έχει τη δυνατότητα να εξυπηρετηθεί από περισσότερα του ενός οχήματα** κατά τη διάρκεια της ημέρας, όταν όμως το γεγονός αυτό μειώνει τις γενικές δαπάνες. Η απλούστευση αυτή κρίνεται πολύ σημαντική στην περίπτωση που ο όγκος των παραγγελιών του πελάτη, αγγίζει το όριο χωρητικότητας ενός οχήματος.

Θ **Διατύπωση Προβλήματος:** Ο μετασχηματισμός ενός VRP προβλήματος σε ένα πρόβλημα SDVRP, επιτυγχάνεται εύκολα με την κατάτμηση των παραδόσεων, μέσω της διάσπασης της παραγγελίας του κάθε πελάτη σε μικρότερες αδιαίρετες παραγγελίες. Στη συνέχεια πραγματοποιείται η κατά το δυνατόν ελαχιστοποίηση του συνολικού κόστους όλων των διαδρομών που έχουν προκύψει από τη διάσπαση αυτή.

Θ **Στόχος:** Στόχο του προβλήματος αυτού, αποτελεί η ελαχιστοποίηση του αριθμού των χρησιμοποιούμενων οχημάτων, καθώς και ο απαιτούμενος χρόνος για την εξυπηρέτηση όλων των πελατών.

Θ **Εφικτότητα:** Μια λύση χαρακτηρίζεται εφικτή, όταν ικανοποιούνται όλοι οι περιορισμοί ενός VRP προβλήματος, με εξαίρεση την ικανότητα ενός πελάτη να εξυπηρετηθεί από περισσότερα του ενός οχήματα.

6.2.9 Πρόβλημα Δρομολόγησης Οχημάτων με Δορυφορικές Εγκαταστάσεις (Vehicle Routing Problem with Satellite Facilities)

Μια σημαντική πτυχή του Προβλήματος Δρομολόγησης Οχημάτων (VRP) που κατά ένα μεγάλο μέρος έχει αγνοηθεί, είναι η χρήση των **Δορυφορικών Εγκαταστάσεων** που παρέχουν τη **δυνατότητα ασύρματης επικοινωνίας** των **οχημάτων με την αποθήκη** ανά πάσα στιγμή. Η δορυφορική επικοινωνία των οχημάτων με την αποθήκη, **επιτρέπει στους οδηγούς να συνεχίσουν τις παραδόσεις μέχρι και την ολοκλήρωση της προγραμματισμένης διαδρομής, χωρίς να είναι αναγκασμένοι να επιστρέψουν στην κεντρική αποθήκη**. Ο εν λόγω τρόπος επικοινωνίας, χρησιμοποιείται κατά κόρον στη διανομή καυσίμων, καθώς και ορισμένων προϊόντων λιανικής πώλησης.

6.2.10 Πρόβλημα Δρομολόγησης Οχημάτων με εφαρμογή της μεθόδου LIFO (Vehicle Routing Problem with LIFO)

Στο πλαίσιο αυτό, ο όρος “LIFO” σημαίνει “Last In – First Out” (ότι εισέρχεται τελευταίο, εξέρχεται πρώτο). Το πρόβλημα αυτό είναι παρόμοιο με ένα Πρόβλημα Δρομολόγησης με Συλλογές κατά τις Παραδόσεις (VRPPD), εκτός του πρόσθετου περιορισμού που αφορά στο μέγεθος του φορτίου των χρησιμοποιούμενων οχημάτων. Σε κάθε σταθμό παράδοσης, **τα προϊόντα που παραδίδονται πρώτα στον πελάτη, είναι αυτά που παραλήφθηκαν πιο πρόσφατα από την αποθήκη (LIFO)**. Η χρήση της συγκεκριμένης μεθόδου, μειώνει τους χρόνους φόρτωσης και εκφόρτωσης στα σημεία παράδοσης, καθώς επιτυγχάνεται ανά πάσα στιγμή άμεση πρόσβαση στα προϊόντα που θα πρέπει να παραδοθούν στον πελάτη.

7. Βελτιωμένα Όρια για Λύσεις Δρομολόγησης Οχημάτων

7.1 Εισαγωγή

Στο κεφάλαιο αυτό περιγράφεται αναλυτικά η λειτουργία ενός αλγόριθμου για την επίλυση προβλημάτων δρομολόγησης οχημάτων, βασιζόμενου σε μαθηματικά μοντέλα και εξισώσεις για την εξαγωγή της βέλτιστης διαδρομής που θα ακολουθηθεί.

7.1.1 Προβλήματα CVRP

Ορίζεται η παράμετρος G , όπου $G=(V,E)$ ένας μη ευθύγραμμος γράφος, με κάθε ακμή (i,j) να έχει κόστος διαδρομής $c_{ij} \geq 0$. Θεωρείται επίσης, ότι ο πίνακας κόστους ικανοποιεί την τριγωνική ανισότητα. Ο κόμβος 1 αντιπροσωπεύει τον αποθηκευτικό χώρο, ενώ οι κόμβοι $2, \dots, n$ τους πελάτες. Κάθε κόμβος εκτός του κόμβου 1, απαιτεί μια ποσότητα προϊόντων $q_i \in \mathbb{N}$. Στο εν λόγω πρόβλημα συμμετέχει ένας αριθμός οχημάτων όμοιου τύπου χωρητικότητας $Q \in \mathbb{N}$ το καθένα, τα οποία πρόκειται να εξυπηρετήσουν τον κάθε πελάτη i . Επιπλέον, η διαδρομή που ακολουθεί κάθε όχημα έχει τόσο ως αρχή, όσο και ως τέλος τον κόμβο 1, ενώ κανένα όχημα δεν μπορεί να μεταφέρει μεγαλύτερη ποσότητα προϊόντων από τη χωρητικότητά του Q . Το κόστος κάθε λύσης υπολογίζεται από το άθροισμα του κόστους των διαδρομών που εκτελεί το κάθε όχημα. Ζητούμενο του προβλήματος αυτού αποτελεί ο προγραμματισμός της δρομολόγησης με το ελάχιστο δυνατό κόστος των οχημάτων που θα ικανοποιήσουν τις απαιτήσεις όλων των πελατών. Το πρόβλημα κατά το οποίο η απαίτηση ενός πελάτη μπορεί να ικανοποιηθεί από περισσότερα του ενός οχήματα (*split delivery*), είναι γνωστό ως "*Split Delivery Vehicle Routing Problem*" (*SDVRP*). Ορίζοντας κάθε πελάτη ως i , και ως q_i τη ζήτηση για προϊόντα, ως q_i ορίζονται οι πελάτες με μοναδιαία απαίτηση και μηδενική μεταξύ τους απόσταση. Σε αυτή την περίπτωση, ένα πρόβλημα *SDVRP* μπορεί να μετασχηματιστεί σε ένα «*Πρόβλημα Δρομολόγησης Οχημάτων Μοναδιαίας Ζήτησης*», το οποίο είναι επίσης

γνωστό ως "*Capacitated Vehicle Routing Problem with Equal Demand*" (*ECVRP*). Όταν όμως δεν επιτρέπονται διασπασμένες παραδόσεις (*split demand*), τότε το πρόβλημα είναι γνωστό ως "*Capacitated Vehicle Routing Problem*" (*CVRP*), ενώ όταν δεν υπάρχει ενδιαφέρον για εστίαση σε τέτοιες διαφοροποιήσεις, το πρόβλημα καλείται απλά ως ένα «*Πρόβλημα Δρομολόγησης Οχημάτων*» (*Vehicle Routing Problem-VRP*).

Η πολυπλοκότητα της λύσης των *VRP* προβλημάτων εξαρτάται από τη χωρητικότητα Q του κάθε οχήματος και από το κόστος της κάθε διαδρομής. Στην περίπτωση κατά την οποία $Q=2$, ένα *VRP* πρόβλημα μπορεί να επιλυθεί σε πολυωνυμικό χρόνο, μετατρέποντας το πρόβλημα αυτό σε ένα «*Πρόβλημα Σύγκλισης Ελάχιστου Βάρους*». Παρόλα αυτά, όταν $Q \geq 3$, η επίλυση του προβλήματος αποτελεί μια αρκετά πολύπλοκη διαδικασία. Εάν η χωρητικότητα Q του οχήματος θεωρείται σταθερή, τότε το ευκλείδειο πρόβλημα *ECVRP*, επιδέχεται ένα «*Σχήμα Προσεγγιστικού Πολυωνυμικού Χρόνου*» (*PTAS – Polynomial Time Approximation Scheme*). Το πρόβλημα αυτό έκανε για πρώτη φορά τη εμφάνισή του στα συγγράμματα των *Haimovich* και *Rinnooy Kan*. Μεταγενέστερα ο *Asano* πέτυχε τη βελτίωση του χρόνου λειτουργίας των οχημάτων, χρησιμοποιώντας το Σχήμα αυτό (*PTAS*) του ευκλείδειου προβλήματος *TSP*. Όπως προαναφέρθηκε η γενική περίπτωση μέτρησης, είναι μια ιδιαίτερα πολύπλοκη διαδικασία για κάθε $Q \geq 3$. Το γεγονός αυτό σημαίνει ότι υπάρχει ένα $d > 0$, τέτοιο ώστε να μην υπάρχει κάποιος αλγόριθμος προσέγγισης $1+d$, εκτός από $P = NP$. Η βελτίωση της σχέσης προσέγγισης για σταθερή χωρητικότητα Q , έχει αρκετό ενδιαφέρον, εφόσον μερικά προβλήματα που εμφανίζονται στην πράξη έχουν μικρή τιμή Q .

Η τελευταία Ανάλυση Περίπτωσης και Ανάλυση Πιθανοτήτων που πραγματοποιήθηκε για τα *VRP* προβλήματα, ήταν στο σύγγραμμα των *Haimovich* και *Rinnooy Kan*. Στο σύγγραμμα αυτό, εμφάνισαν ένα κατώτατο όριο κόστους ενός *VRP* προβλήματος, και βασιζόμενοι σε αυτό, εξήγαγαν τα αποτελέσματά τους, ενώ και κάποια μεταγενέστερα συγγράμματα, βασίζονταν επίσης στο κατώτατο αυτό όριο, προκειμένου να εξασφαλίσουν μια βελτίωση ή γενίκευση των αποτελεσμάτων της προσέγγισης ενός τέτοιου προβλήματος. Οι πρωταρχικές συμβολές του συγγράμματος αυτού των *Haimovich* και *Rinnooy Kan*, είναι οι ακόλουθες:

1. Παροχή μη γραμμικών ανισώσεων, οι οποίες αποδεικνύονται χρήσιμες για τη βελτίωση των ορίων των προβλημάτων VRP.
2. Βελτίωση των αποτελεσμάτων της προσέγγισης των Altinkemer και Gavich, καθώς και των προβλημάτων VRP που περιέχουν Τριγωνικές Ανισότητες, με ή χωρίς διασπασμένες παραδόσεις. Η βελτίωση αυτή, μολονότι μικρή, έρχεται να δώσει απάντηση σε ένα χρόνιο ερώτημα για το εάν υπάρχει περιθώριο για οποιαδήποτε βελτίωση.
3. Παρουσίαση της εφαρμογής της Ευρετικής Μεθόδου (ITP – Iterated Tour Partitioning) των Altinkemer και Gavich, για προβλήματα SDVRP, σε πολυωνυμικό χρόνο.

Στην περίπτωση κατά την οποία οι πελάτες παρουσιάζουν Μοναδιαία Ζήτηση (προβλήματα ECVRP), η ευρετική μέθοδος ITP των Altinkemer και Gavich, λαμβάνει μία a -βέλτιστη διαδρομή «Περιοδεύοντος Πωλητή» (a -optimal Traveling Salesman Tour) σαν μέρος των εισροών, και στη συνέχεια εξάγει μία λύση με μέγιστο κόστος $1 + (1 - \frac{1}{Q})a$ φορές την βέλτιστη λύση. Πιο συγκεκριμένα, η σχέση προσέγγισης της μεθόδου αυτής βασίζεται στην προσέγγιση του προβλήματος TSP, και λαμβάνοντας υπόψη την ευκολία προσέγγισης του TSP με τριγωνική ανισότητα, η τρέχουσα βέλτιστη λύση θα είναι $a = \frac{3}{2}$ (από τον υπολογισμό του αλγόριθμου του Χριστοφίδη). Όταν οι βρόχοι αποτελούν σημεία της επιφάνειας και το κόστος του ταξιδιού ισούται με την Ευκλείδεια απόσταση, τότε το μέγεθος a μπορεί να λάβει την τιμή $1 + \epsilon$, για κάθε $\epsilon \geq 0$.

Εάν οι πελάτες δεν παρουσιάζουν την ίδια ζήτηση, ενώ δεν είναι επιτρεπτές και οι διασπασμένες παραδόσεις (περίπτωση CVRP προβλημάτων), η Ευρετική Μέθοδος ITP «Μη Σταθερής Βαρύτητας» (Unequal-weight Iterated Tour Partitioning, UITP) που δημιουργήθηκε από τους Altinkemer και Gavich, αποτελεί έναν αλγόριθμο προσέγγισης της μορφής $2 + (1 - \frac{2}{Q})a$. Κάνοντας την ίδια υπόθεση και για τη χωρητικότητα Q , μια Βέλτιστη Διαδρομή Περιοδεύοντος Πωλητή είναι επίσης μέρος των εισροών. Η μελέτη των Haimovich και Rinnooy Kan, αναλύει τους

αλγόριθμους αυτούς, λαμβάνοντας υπόψη την χειρότερη πιθανή περίπτωση. Η εφαρμογή της μεθόδου ITP στα SDVRP προβλήματα, χρειάζεται χρόνο $O(S(n, Q))$, όπου $S(n, Q)$ ο χρόνος που απαιτείται για την ταξινόμηση n ακεραίων στο διάστημα $[1, Q]$. Πιο συγκεκριμένα, ο χρόνος που απαιτείται για την υλοποίηση της μεθόδου μη σταθερής βαρύτητας (UITP), ταυτίζεται με τον αντίστοιχο χρόνο υλοποίησης της ITP μεθόδου ($O(S(n, Q))$). Σε προγενέστερες μελέτες, τα προβλήματα SDVRP μετατρέπονταν σε ECVRP προβλήματα, εξαιτίας ενός μετασχηματισμού που λάμβανε χώρα πριν από τη χρησιμοποίηση της μεθόδου ITP.

Θα ακολουθήσει ο υπολογισμός της «Τετραγωνικής Ευρετικής Μεθόδου ITP» (Quadratic Iterated Tour Partitioning - QITP) για την επίλυση ενός SDVRP προβλήματος, καθώς και της «Ανόμοιας Τετραγωνικής Ευρετικής Μεθόδου ITP» (Quadratic Unequal Iterated Tour Partitioning - QUITP) για την επίλυση ενός προβλήματος CVRP αντίστοιχα. Η προσέγγιση της πρώτης εκ των δύο μεθόδων δίνεται από τη σχέση $1 - a(a, Q) + (1 - \frac{1}{Q})a$, ενώ της δεύτερης από την ακόλουθη $2 - b(a, Q) + (1 - \frac{2}{Q})$. Τα μεγέθη $a(a, Q), b(a, Q)$, αποτελούν κάποιες βελτιώσεις στις σχέσεις προσέγγισης των ITP και UITP αντίστοιχα, ενώ εξασφαλίζεται και η ισχύς των ακόλουθων ανισώσεων $a(a, Q), b(a, Q) \geq \frac{1}{3Q^3}$, για κάθε $a \geq 1$ και $Q \geq 3$. Για παράδειγμα, όταν $a = \frac{3}{2}$ και $Q \geq 3$, εξασφαλίζεται ότι $a(\frac{3}{2}, Q) \geq \frac{1}{4Q^2}$ και $b(\frac{3}{2}, Q) \geq \frac{1}{3Q^2}$. Ο

χρόνος ισχύος των αλγορίθμων αυτών είναι $O(n^2 \log n)$. Η αύξηση της χρονικής διάρκειας της σχετικής με τη χρονική διάρκεια εφαρμογής των μεθόδων ITP και UITP, δεν αποτελεί δυσχερή λειτουργία εφόσον γίνεται αντιληπτό πως όλοι αυτοί οι αλγόριθμοι περιλαμβάνουν μια βέλτιστη διαδρομή στις εισροές τους. Η καλύτερη εφαρμογή του αλγόριθμου του Χριστοφίδη για ένα πρόβλημα TSP, πραγματοποιείται σε χρονικό διάστημα $O(n^{2.5})$.

Ο μηχανισμός εφαρμογής της μεθόδου QITP (αντίστοιχα και της QUITP) έχει ως ακολούθως: Εάν το νέο χαμηλότερο τετραγωνικό όριο είναι

σημαντικά μεγαλύτερο από το αντίστοιχο παλαιότερο, τότε η μέθοδος ΙΤΡ (αντίστοιχα και η UITP) είναι σε θέση να βελτιώσει τη σχέση προσέγγισης αυτού, καθώς επιτυγχάνεται η εύρεση ενός πιο «αυστηρού» κατώτατου τετραγωνικού ορίου. Εάν όμως το νέο χαμηλότερο τετραγωνικό όριο δεν είναι ουσιαστικά μεγαλύτερο από το παλαιότερο, συνεχίζεται η συλλογή κάποιων πληροφοριών για τη δημιουργία μιας λύσης με χαμηλότερο κόστος.

Οι μέθοδοι QITP και QUITP ανήκουν στην κατηγορία των αλγορίθμων που εφαρμόζονται σε προβλήματα VRP, της μορφής «*πρώτον διαδρομή – δεύτερον κυψέλη*». Παρόλο που αυτός ο τύπος των αλγορίθμων εγγυάται καλές λύσεις, δεν είναι ανταγωνιστικός σε σύγκριση με τους «*Αλγόριθμους Τοπικής Ανεύρεσης*» (local search algorithms).

7.1.2 Σημείωση

Μια λύση ενός VRP προβλήματος έχει τη μορφή (K, u_k, d_i^k) , όπου K ο αριθμός των χρησιμοποιούμενων οχημάτων, u_k η διαδρομή που ακολουθεί το κάθε όχημα και d_i^k η απαίτηση του πελάτη i που εξυπηρετείται από το K όχημα. Όταν δεν επιτρέπονται διασπασμένες παραδόσεις, το μέγεθος d_i^k παίρνει είτε τιμή 0 είτε q_i^k . Η ποσότητα $c(u_k)$, παριστάνει το κόστος της διαδρομής του οχήματος K . Στο σημείο αυτό θα πρέπει να σημειωθεί πως οι όροι της Δρομολόγησης και της Υποδρομολόγησης θεωρούνται ισοδύναμοι. Η απόσταση της ακτίνας δίνεται από τη σχέση $R = \sum_{i=2}^n 2C_{1i} \frac{q_i}{Q}$, όπως υποστηρίζουν στο σύγγραμμά τους και οι Haïmovich και Rinnooy Kan. Επιπλέον, θεωρείται πως η ποσότητα $c(TSP)$ αντιπροσωπεύει το κόστος μιας βέλτιστης διαδρομής στο G .

Κατά τον μετασχηματισμό ενός «*Προβλήματος Δρομολόγησης Διασπασμένων Παραδόσεων*» (SDVRP), σε «*Πρόβλημα Μοναδιαίας Ζήτησης*», γίνεται αντικατάσταση κάθε πελάτη i που έχει απαίτηση για q_i προϊόντα, με μια ομάδα q_i πελατών με μηδενική μεταξύ τους απόσταση,

που ο καθένας τους εμφανίζει μοναδιαία ζήτηση. Σε μια τέτοια περίπτωση, οι q_i βρόχοι αντιπροσωπεύουν τον ίδιο αρχικό πελάτη.

7.2 Χαμηλότερα Όρια του Βέλτιστου Κόστους Προβλημάτων Δρομολόγησης Οχημάτων (VRP)

Στο τμήμα αυτό, γίνεται μια παρουσίαση τόσο κάποιων ήδη γνωστών κατώτατων ορίων, όσο και ορισμένων νέων για το βέλτιστο κόστος Προβλημάτων Δρομολόγησης Οχημάτων. Προκειμένου να επιτευχθεί κάποια απλοποίηση της «Σημείωσης» που προηγήθηκε, ορισμένα από τα όρια παρουσιάζονται για περιπτώσεις προβλημάτων Δρομολόγησης Μοναδιαίας Ζήτησης. Τα όρια αυτά, ισχύουν επίσης σε περιπτώσεις προβλημάτων SDVRP και CVRP, εφόσον όμως είναι εφικτός ο μετασχηματισμός ενός τέτοιου προβλήματος σε ένα πρόβλημα VRP με μοναδιαία ζήτηση. Το σημαντικότερο αποτέλεσμα που λαμβάνεται στο παρόν εδάφιο, αποτελεί το κατώτατο όριο που προκύπτει από την εφαρμογή του *Θεωρήματος 1*, και το οποίο βελτιώνει το κατώτατο όριο που δίνεται από τους Haimovich και Rinnooy Kan. Στα εδάφια που ακολουθούν, το όριο αυτό χρησιμοποιείται για τη βελτίωση της σχέσης προσέγγισης των αλγορίθμων των Altinkemer και Gavich για περιπτώσεις Προβλημάτων Δρομολόγησης SDVRP και CVRP.

Από την εφαρμογή του παρακάτω Λήμματος προκύπτει ένα κατώτατο όριο για το κόστος της δρομολόγησης ενός οχήματος.

Λήμμα 1: Θεωρώντας πως το W ισοδυναμεί με οποιαδήποτε υποδιαδρομή που διέρχεται από την αποθήκη, ισχύει η ακόλουθη σχέση:

$$\sum_{(i,j) \in W} c_{ij} \geq \sum_{i \in W / \{1\}} \frac{2c_{1i}}{|W| - 1}$$

Απόδειξη: Η ισχύς της παραπάνω σχέσης αποδεικνύεται από την «Τριγωνική Ανισότητα», $\sum_{(i,j) \in W} c_{ij} \geq \max\{2c_{1i} : i \in W / \{1\}\}$. Επιπλέον ισχύει

η ανισότητα, $\max\{2c_{1i} : i \in W / \{1\}\} \geq \sum_{i \in W / \{1\}} \frac{2c_{1i}}{|W| - 1}$, δεδομένου ότι η

μέγιστη τιμή του c_{1i} μεταξύ των $i \in W \setminus \{1\}$, είναι τουλάχιστον ίση με τον μέσο όρο των $i \in W \setminus \{1\}$.

Στο λήμμα που προηγήθηκε, βασίζεται και το παρακάτω που διατυπώθηκε από τους Haimovich και Rinnooy Kan.

Λήμμα 2: Το ελάχιστο κόστος δρομολόγησης $c(u_k)$ ενός οχήματος u_k με χωρητικότητα Q , το οποίο μεταφέρει d_i^k μονάδες προϊόντος στον πελάτη i , δίνεται από τη σχέση: $\sum_{i=2}^n 2c_{1i} \frac{d_i^k}{Q}$.

Απόδειξη: Η απόδειξη του λήμματος αυτού, επιτυγχάνεται με την αντικατάσταση κάθε πελάτη i από d_i^k πελάτες με μηδενική μεταξύ τους απόσταση. Εξαιτίας αυτού, η διαδρομή που ακολουθεί το όχημα u_k , μπορεί να θεωρηθεί σαν μια υποδιαδρομή W , η οποία περνά από την αποθήκη και από ένα σύνολο $\sum_{i=2}^n d_i^k \leq Q$ πελατών. Από την εφαρμογή του Λήμματος 1 για την υποδιαδρομή W , λαμβάνεται η επιθυμητή ανισότητα.

Λήμμα 3: Το κόστος $c(TSP)$ μιας βέλτιστης διαδρομής, αποτελεί ένα κατώτατο όριο κόστους σε ένα Πρόβλημα Δρομολόγησης (VRP).

Απόδειξη: Δεδομένης μιας βέλτιστης λύσης ενός προβλήματος δρομολόγησης (VRP), μπορεί να σχεδιαστεί μια νέα διαδρομή με μικρότερο ή ίσο κόστος, που προκύπτει από τη συγχώνευση όλων των υποδιαδρομών σε μία, αποφεύγοντας με τον τρόπο αυτό το πέρασμα από βρόχους που έχουν ήδη δεχτεί επίσκεψη. Το κόστος αυτής της τελικής διαδρομής είναι το πολύ ίσο με αυτό της δρομολόγησης που προκύπτει ύστερα από τη χρήση της *Τριγωνικής Ανισότητας*.

Με εφαρμογή των δύο προηγούμενων λημμάτων, προκύπτει το ακόλουθο κατώτατο όριο κόστους του Προβλήματος Δρομολόγησης.

Λήμμα 4: Το κόστος της βέλτιστης λύσης δρομολόγησης είναι τουλάχιστον ίσο με τη μέγιστη τιμή της πιο κάτω σχέσης:

$$\max \left\{ \sum_{i=2}^n 2c_{1i} \frac{q_i}{Q}; c(TSP) \right\}$$

Το μέγεθος $W(i, j)$ παριστάνει την υποδιαδρομή η οποία περνάει μόνο από τους πελάτες i και j και την αποθήκη με κόστος $c(W(i, j))$, ενώ εάν $i = j$, η υποδιαδρομή αυτή περνάει μόνο από τον πελάτη i και την αποθήκη. Τα δύο ακόλουθα λήμματα, αποτελούν και τα πιο σημαντικά λήμματα της ανάλυσης αυτής.

Λήμμα 5: Θεωρείται πως το W παριστάνει κάθε υποδιαδρομή που διέρχεται από την αποθήκη. Στη περίπτωση αυτή ισχύει και η πιο κάτω σχέση:

$$\sum_{(i,j) \in W} c_{ij} \geq \sum_{i,j \in W \setminus \{1\}} \frac{c(W(i, j))}{(|W| - 1)^2} \quad (1)$$

Απόδειξη: Η απόδειξη είναι παρόμοια με αυτή του Λήμματος 1, με την εφαρμογή της τριγωνικής ανισότητας

$\sum_{i,j \in W} c_{ij} \geq \max\{c(W(i, j)): i, j \in W \setminus \{1\}\}$. Ισχύει επίσης και η ακόλουθη

ανισότητα: $\max\{c(W(i, j)): i, j \in W \setminus \{1\}\} \geq \sum_{i,j \in W \setminus \{1\}} \frac{c(W(i, j))}{(|W| - 1)^2}$, καθώς η

μέγιστη τιμή του κόστους $c(W(i, j))$, για $i, j \in W \setminus \{1\}$ ισούται τουλάχιστον με το μέσο όρο του κόστους $c(W(i, j))$, για $i, j \in W \setminus \{1\}$.

Το κατώτατο όριο που προέκυψε από την εφαρμογή του λήμματος αυτού, μπορεί να εκφραστεί με τον πιο κάτω τρόπο.

Πόρισμα 1: Θεωρώντας ότι το W παριστάνει κάθε διαδρομή που περνάει από την αποθήκη, ισχύει η ακόλουθη σχέση:

$$\sum_{(i,j) \in W} c_{ij} \geq \sum_{i \in W \setminus \{1\}} \frac{2c_{1i}}{(|W| - 1)} + \sum_{i,j \in W \setminus \{1\}} \frac{c_{ij}}{(|W| - 1)^2} \quad (2)$$

Απόδειξη: Δεδομένου ότι το κόστος της υποδιαδρομής $W(i, j)$ είναι ίσο με το άθροισμα $c_{1i} + c_{ij} + c_{1j}$, το κατώτατο όριο που δίνεται από τη σχέση (1), μπορεί να αναδιατυπωθεί ως εξής:

$$\sum_{i, j \in W/\{1\}} \frac{c(W(i, j))}{(|W|-1)^2} = \quad (3)$$

$$\sum_{i, j \in W/\{1\}} \frac{c_{1i}}{(|W|-1)^2} + \sum_{i, j \in W/\{1\}} \frac{c_{ij}}{(|W|-1)^2} + \sum_{i, j \in W/\{1\}} \frac{c_{1j}}{(|W|-1)^2} = \quad (4)$$

$$\sum_{i \in W/\{1\}} \frac{2c_{1i}}{(|W|-1)} + \sum_{i, j \in W/\{1\}} \frac{c_{ij}}{(|W|-1)^2}. \quad (5)$$

Από το πόρισμα αυτό προκύπτει και το ακόλουθο όριο του κόστους δρομολόγησης.

Πόρισμα 2: Για μια δεδομένη λύση (K, u_k, d_i^k) ενός προβλήματος *VRP*, το ελάχιστο κόστος αυτής δίνεται από τη σχέση:

$$\sum_{k=1}^K \sum_{i=2}^n 2c_{1i} \frac{d_i^k}{\sum_{t=2}^n d_t^k} + \sum_{k=1}^K \sum_{i, j \in \{2, \dots, n\}} c_{ij} \frac{d_i^k d_j^k}{\left(\sum_{t=2}^n d_t^k\right)^2} \quad (6)$$

Απόδειξη: Είναι αρκετό να αποδειχτεί ότι το κόστος του οχήματος u_k

είναι τουλάχιστον: $\sum_{i=2}^n 2c_{1i} \frac{d_i^k}{\sum_{t=2}^n d_t^k} + \sum_{i, j \in \{2, \dots, n\}} c_{ij} \frac{d_i^k d_j^k}{\left(\sum_{t=2}^n d_t^k\right)^2}$.

Κάθε πελάτης i μπορεί να μετατραπεί σε d_i^k πελάτες με μηδενική μεταξύ τους απόσταση και μοναδιαία ζήτηση. Συνεπώς, η δρομολόγηση του οχήματος u_k μπορεί να παρουσιαστεί και ως μια υποδιαδρομή W που διέρχεται από την αποθήκη και από τους πελάτες με μοναδιαία ζήτηση $|W|-1 = \sum_{t=2}^n d_t^k$. Εκφράζοντας την ανισότητα (2) σε όρους αρχικών πελατών, επιτυγχάνεται η ποσότητα $c(u_k)$, να είναι τουλάχιστον:

$$\sum_{i=2}^n 2c_{1i} \frac{d_i^k}{\sum_{t=2}^n d_t^k} + \sum_{i,j \in \{2, \dots, n\}} c_{ij} \frac{d_i^k d_j^k}{\left(\sum_{t=2}^n d_t^k\right)^2} \quad (7)$$

Στη συνέχεια του εδαφίου αυτού, παρουσιάζεται ένα κατώτατο όριο για το κόστος $c(\text{VRP})$ της δρομολόγησης, ο υπολογισμός του οποίου είναι αποδοτικός για κάθε τιμή της χωρητικότητας Q . Το όριο αυτό θα χρησιμοποιηθεί και στα ακόλουθα εδάφια με σκοπό τη βελτίωση της σχέσης προσέγγισης των αλγορίθμων των Altinkemer και Gavich, όταν η χωρητικότητα Q παραμένει σταθερή.

Στη συνέχεια παρουσιάζονται κάποιοι ορισμοί που θα φανούν χρήσιμοι στην επίλυση προβλημάτων δρομολόγησης. Ο πρώτος από τους ορισμούς αυτούς ισχύει σε περιπτώσεις δρομολόγησης μοναδιαίας ζήτησης, ενώ μπορεί να εφαρμοστεί και σε περιπτώσεις SDVRP ή CVRP προβλημάτων, αφού όμως μετασχηματιστούν σε μοναδιαίας ζήτησης προβλήματα δρομολόγησης. Ο Ορισμός 2 που έπεται, αποτελεί μια γενίκευση του Ορισμού 1 σε περιπτώσεις άνισης ζήτησης, χωρίς την ανάγκη μετατροπής του προβλήματος σε ένα μοναδιαίας ζήτησης πρόβλημα.

Ορισμός 1: Για δεδομένους πελάτες i , θεωρείται πως $i(1), \dots, i(n-1)$ είναι οι πελάτες που έχουν διαταχθεί ανάλογα με την εγγύτητά τους στο i , και για το οποίο ισχύει $i(1)=i$ και $c_{i,i(s)} \leq c_{i,i(s+1)}$, για όλα τα $1 \leq s \leq n-1$. Υποθέτοντας ότι $q_i=1$ για όλους τους i πελάτες, το κόστος διανομής προκύπτει από τη σχέση

$$g(i) = \min_{1 \leq t \leq \min\{Q, n-1\}} \left\{ 2c_{1i} \frac{1}{t} + \sum_{1 \leq j \leq t} c_{i,i(j)} \frac{1}{t^2} \right\},$$
 ενώ ο συνδυασμός των επιλεχθέντων πελατών από το i είναι $F(i) = \{i(1), i(2), \dots, i(s_i)\}$, όπου s_i ο ακέραιος αριθμός του διαστήματος $1 \leq t \leq \min\{Q, n-1\}$, που ελαχιστοποιεί την ακόλουθη σχέση: $2c_{1i} \frac{1}{t} + \sum_{1 \leq j \leq t} c_{i,i(j)} \frac{1}{t^2}$.

Το κόστος διανομής $g(i)$ περιλαμβάνει το ακτινικό (radial) κόστος και το κόστος κάλυψης των αποστάσεων που σχετίζονται με τον πελάτη i , ενώ οι βρόχοι $F(i)$ παριστάνουν τους πελάτες i οι οποίοι θα επέλεγαν να μοιραστούν ένα όχημα με στόχο την ελαχιστοποίηση του κόστους $g(i)$. Το σύνολο των κοστών $g(i)$ όλων των i πελατών, αποτελεί μια απλοποίηση του τετραγωνικού κόστους (σχέση 6) που ισούται τουλάχιστον με το ακτινικό κόστος, όπως θα φανεί στη συνέχεια και από το Λήμμα 6.

Η σχηματική απεικόνιση των ορισμών αυτών, για περιπτώσεις δρομολόγησης μοναδιαίας ζήτησης, παρουσιάζεται στο Σχήμα 1. Στο παράδειγμα του σχήματος, υπάρχουν 12 πελάτες που τοποθετούνται επάνω σε μοναδιαίο κύκλο. Η απόσταση μεταξύ οποιωνδήποτε σημείων ισούται με την Ευκλείδεια απόσταση. Πιο συγκεκριμένα, η απόσταση μεταξύ δύο διαδοχικών πελατών είναι $2\sin(2\pi/24)=0,5176$, ενώ η χωρητικότητα Q του οχήματος είναι ίση με 3. Υπολογίζονται τα $g(2)$ και $F(2)$, ενώ ο υπολογισμός των εναπομεινάντων $g(i)$ και $F(i)$ είναι παρόμοιος, καθώς η απόσταση είναι συμμετρική. Κατά τον υπολογισμό του $g(2)$, και καθώς $Q=3$, παρατηρείται πως ο πελάτης 2 μπορεί είτε να επιλέξει να μην μοιραστεί το όχημα, είτε να μοιραστεί το όχημα με τον πλησιέστερο πελάτη ή τους δύο πλησιέστερους πελάτες. Εξαιτίας αυτού ισχύει $g(2) = \min \left\{ 2 \frac{c_{1,2}}{1}; 2 \frac{c_{1,2}}{2} + \frac{c_{2,3}}{2^2}; 2 \frac{c_{1,2}}{3} + \frac{c_{2,3}}{3^2} + \frac{c_{2,13}}{3^2} \right\} = \min \{2; 1,1294 \dots; 0,7816 \dots\}$. Στην εν λόγω περίπτωση, το $g(2)$ είναι ίσο με 0,7816... και συνεπώς για το $F(2)$, ο συνδυασμός των πελατών που έχουν επιλεγθεί από τον πελάτη 2 είναι $F(2) = \{2, 3, 13\}$. Λόγω της ύπαρξης συμμετρίας στο παράδειγμά μας, το $g(i)$ ισούται επίσης με 0,7816..., ενώ $F(i) = \{i, i-1, i+1\}$ για κάθε πελάτη i .

Το κόστος $g(i)$ που δίνεται από παραπάνω σχέση, μπορεί να θεωρηθεί και ως ένας τρόπος διανομής σε κάθε πελάτη με ένα κατώτατο όριο στη λύση αυτού του κόστους διανομής. Επισημαίνεται το ενδεχόμενο ύπαρξης περισσότερων φυσικών τρόπων διανομής με ένα κατώτατο όριο για το κόστος της δρομολόγησης οχημάτων προς τους πελάτες. Ως παράδειγμα, μπορεί να θεωρηθεί η ποσότητα $m(i)$ που ισούται με

$$m(i) = \min \left\{ \frac{c(W)}{|W|-1} \right\} \quad (8),$$
 όπου W μία υποδιαδρομή η οποία περιλαμβάνει τα i και 1 , και $|W| \leq Q + 1$.

Στην προκειμένη περίπτωση, το άθροισμα $\sum_{i=2}^n m(i)$, αποτελεί ένα κατώτατο όριο κόστους δρομολόγησης με μοναδιαία ζήτηση. Το όριο αυτό εφαρμόζεται επίσης σε προβλήματα SDVRP και CVRP μετά τον μετασχηματισμό τους σε προβλήματα μοναδιαίας ζήτησης και μπορεί να υπολογιστεί σε πολυωνυμικό (polynomial) χρόνο, όταν όμως η χωρητικότητα Q του οχήματος θεωρείται σταθερή. Ενδιαφέρον παρουσιάζει επίσης το γεγονός ότι τα αθροίσματα $\sum_{i=2}^n m(i)$ και $\sum_{i=2}^n g(i)$ δεν είναι «παραβλητά», που σημαίνει ότι υπάρχουν περιπτώσεις όπου το $\sum_{i=2}^n m(i)$ είναι μεγαλύτερο του $\sum_{i=2}^n g(i)$.

Το σχέδιο της σύνδεσης σε κάθε πελάτη i ενός ακτινικού κόστους, καθώς και ενός κόστους σχετικού με τη μέση απόσταση των πλησιέστερων σε αυτόν πελατών, εμφανίζεται σε συγγράμματα των Dror και Ball. Όταν οι πελάτες δεν εμφανίζουν μοναδιαία ζήτηση, το πρόβλημα μπορεί να μετασχηματιστεί σε ένα «Πρόβλημα Ισοδύναμης Ζήτησης» και να οριστεί το μέγεθος $g(i)$ για έναν αρχικό πελάτη, ως άθροισμα $g(j)$ πελατών με μοναδιαία ζήτηση, οι οποίοι τον αντικαθιστούν. Διεξοδικά, ο ορισμός για το $g(i)$ μπορεί να γενικευτεί, με σκοπό τη αποφυγή ενός ψευδοπολυωνυμικού (pseudo polynomial) μετασχηματισμού για περιπτώσεις μοναδιαίας ζήτησης. Για κάθε πελάτη i , θεωρούνται ως $i(1), \dots, i(n-1)$ οι διατεταγμένοι πελάτες ανάλογα με την εγγύτητά τους στο i , ενώ ισχύει $i(1) = i$ και $c_{i,i(s)} \leq c_{i,i(s+1)}$, για όλα τα $1 \leq s \leq n-1$. Το μέγεθος $T(i)$ ισοδυναμεί με έναν ακέραιο αριθμό, τέτοιο ώστε να ισχύουν οι ανισότητες $\sum_{l=1}^{T(i)-1} q_{i(l)} < Q$ και $\sum_{l=1}^{T(i)} q_{i(l)} \geq Q$. Ο πελάτης i παρακολουθεί κυρίως τους $t \leq T(i)$ πελάτες εκ των $i(1), \dots, i(t)$ πελατών, ώστε να μοιραστεί με αυτούς ένα όχημα στοχεύοντας με αυτόν τον τρόπο στην ελαχιστοποίηση του κόστους του $g(i)$. Για κάθε $1 \leq j \leq T(i)$ ισχύει:

$$q_{i(j)} = \begin{cases} q_{i(1)} = q_i, j = 1, \\ q_{i(j)}, 1 \leq j \leq T(i), \\ Q - \sum_{l=1}^{j-1} q_{i(l)}, 1 \leq j = T(i) \end{cases}$$

Για κάθε $1 \leq t \leq T(i)$, ορίζεται η χωρητικότητα Q ίση με $Q_i(t) = \min \left\{ Q; \sum_{l=1}^t q_{i(l)} \right\}$. Ο ακόλουθος ορισμός αποτελεί γενίκευση του *Ορισμού 1*, για περιπτώσεις SDVRP και CVRP προβλημάτων.

Ορισμός 2: Για δεδομένο πελάτη i , οι $i(1), \dots, i(n-1)$ αποτελούν τους πελάτες που έχουν διαταχθεί ανάλογα με την εγγύτητά τους στο i , για το οποίο ισχύει: $i(1) = i$ και $c_{i,i(s)} \leq c_{i,i(s+1)}$, για όλα τα $1 \leq s \leq n-1$. Το κόστος διανομής του i θεωρείται ίσο με

$$g(i) = \min_{1 \leq t \leq T(i)} \left\{ 2c_{1i} \frac{q_{i(1)}}{Q_i(t)} + \sum_{1 \leq j \leq t} c_{i,i(j)} \frac{q_{i(1)} q_{i(j)}}{Q_i(t)^2} \right\}, \text{ με τον}$$

επιλεγμένο συνδυασμό πελατών από το i να είναι $F(i) = \{i(1), i(2), \dots, i(s_i)\}$, όπου s_i ακέραιος αριθμός $1 \leq t \leq T(i)$, που ελαχιστοποιεί την ποσότητα

$$\min_{1 \leq t \leq T(i)} \left\{ 2c_{1i} \frac{q_{i(1)}}{Q_i(t)} + \sum_{1 \leq j \leq t} c_{i,i(j)} \frac{q_{i(1)} q_{i(j)}}{Q_i(t)^2} \right\}.$$

Ο εν λόγω ορισμός είναι παρόμοιος με τον αμέσως προηγούμενο, αφότου μετασχηματιστεί το πρόβλημά σε πρόβλημα μοναδιαίας ζήτησης. Ακριβέστερα, παρουσιάζεται στην ακόλουθη πρόταση, η απόδειξη της οποίας προκύπτει εύκολα από τους *Ορισμούς 1* και *2*.

Συμπέρασμα 1: Έστω ότι το i αποτελεί μια περίπτωση ενός προβλήματος δρομολόγησης (VRP), και για κάθε πελάτη i , καθορίζεται το μέγεθος $g(i)$ όπως στον *Ορισμό 2*. Τότε λαμβάνεται μια νέα περίπτωση i' για δρομολόγηση (VRP) μοναδιαίας ζήτησης, που προκύπτει από αντικατάσταση κάθε πελάτη i με ζήτηση q_i , από

q_i πελάτες $J_1^i, \dots, J_{q_i}^i$ με μοναδιαία ζήτηση και μηδενική μεταξύ τους απόσταση. Για κάθε πελάτη j_t^i στο μετασχηματισμένο πρόβλημα, λαμβάνεται το μέγεθος $g(j_t^i)$ όπως και στον Ορισμό 1. Σε μια τέτοια περίπτωση, για κάθε αρχικό πελάτη i θα ισχύει: $g(i) = \sum_{t=1}^{q_i} g(j_t^i)$.

Η ταξινόμηση των πελατών λαμβάνοντας υπόψη την απόσταση του i , απαιτεί χρόνο $O(n \log n)$, ενώ μετά το μετασχηματισμό του προβλήματος που προαναφέρθηκε, ο υπολογισμός των $g(i), F(i)$, μπορεί να πραγματοποιηθεί σε χρόνο $O(n)$. Εξαιτίας αυτού, απαιτείται χρόνος $O(n^2 \log n)$ για τον υπολογισμό των $g(i), F(i)$, για όλα τα i . Το όριο που δίνεται από τη σχέση $\sum_{i \neq 1} g(i)$, ισούται τουλάχιστον με το ακτινικό κόστος, ενώ είναι το πολύ ίσο με το κόστος δρομολόγησης (VRP), όπως παρουσιάζεται και στο κατωτέρω λήμμα.

Λήμμα 6:

$$R \leq \sum_{i=2}^n g(i) \leq c(\text{VRP})$$

Απόδειξη: Για την απλοποίηση της απόδειξης, η ζήτηση θεωρείται πως είναι μοναδιαία. Είναι εμφανές από τον ορισμό για το $g(i)$ ότι ισχύει η

ανισότητα $2c_{1i} \frac{1}{Q} \leq g(i)$, επομένως ισχύει και:

$\sum_{i \neq 1} 2c_{1i} \frac{1}{Q} = R \leq \sum_{i \neq 1} g(i)$. Γίνεται επίσης η θεώρηση πως κάθε πελάτης δέχεται επίσκεψη από ένα και μόνο όχημα. Για την απόδειξη της ακόλουθης ανισότητας $\sum_{i=2}^n g(i) \leq c(\text{VRP})$, αρκεί να αποδειχθεί ότι για κάθε όχημα u , το κόστος δρομολόγησης αυτού, ισούται τουλάχιστον με το άθροισμα του κόστους $g(i)$ για κάθε πελάτη i που δέχεται επίσκεψη από το όχημα u . Με άλλα λόγια, είναι αρκετό να αποδειχθεί πως για κάθε υποδιαδρομή

W , η οποία διέρχεται το πολύ από Q πελάτες, ισχύει η ανισότητα $c(W) \geq \sum_{i \in W / \{1\}} g(i)$. Με τη βοήθεια του *Πορίσματος 1* ισχύει:

$$\sum_{(i,j) \in W} c_{ij} \geq \sum_{i \in W / \{1\}} \frac{2c_{1i}}{(|W|-1)} + \sum_{i,j \in W / \{1\}} \frac{c_{ij}}{(|W|-1)^2} \quad (9)$$

Οι ανισότητες που ακολουθούν προκύπτουν από τον ορισμό που δόθηκε για το $g(i)$, ενώ υπενθυμίζεται ότι οι $i(1), \dots, i(n-1)$ είναι οι πελάτες που έχουν διαταχθεί σύμφωνα με την εγγύτητά τους στον πελάτη i .

$$\frac{2c_{1i}}{(|W|-1)} + \sum_{j \in W / \{1\}} \frac{c_{ij}}{(|W|-1)^2} \geq \frac{2c_{1i}}{(|W|-1)} + \sum_{i \leq j \leq |W|-1} \frac{c_{i,i(j)}}{(|W|-1)^2} \geq g(i) \quad (10)$$

Από το συνδυασμό των σχέσεων (9) και (10), μπορεί να αποδειχθεί η ισχύς της παρακάτω ανισότητας: $c(W) \geq \sum_{i \in W / \{1\}} g(i)$.

Ολοκληρώνοντας το εδάφιο αυτό, θα πρέπει να αναφερθεί πως το κατώτατο όριο του κόστους δρομολόγησης (VRP), είναι τουλάχιστον εξίσου καλό με αυτό που προέκυψε από την εφαρμογή του *Λήμματος 4*.

Θεώρημα 1: Το κόστος της βέλτιστης λύσης του προβλήματος δρομολόγησης είναι τουλάχιστον ίσο με:

$$\max \left\{ \sum_{i \neq 1} g(i); c(TSP) \right\}$$

Στα επόμενα εδάφια θα αναλυθούν τα ακόλουθα βοηθητικά γραφήματα.

Ορισμός 3: Για κάθε πελάτη i , το μέγεθος $F(i)$ αντιπροσωπεύει τον συνδυασμό των επιλεχθέντων πελατών από το i , όπως προσδιορίστηκε στον Ορισμό 2, ενώ το $G = (V / \{1\}, E)$ αποτελεί τη Γραφική Παράσταση του κόστους διανομής, σχεδιασμένο για τους

$\{2, \dots, n\}$ πελάτες που ενώνονται με ακμές

$$E = \{(i, j) : i \in V \setminus \{1\} j \in F(i) \setminus \{i\}\}.$$

Ο συνδυασμός $F(i)$, είναι ο συνδυασμός εκείνων των πελατών, που θα επιθυμούσαν να μοιραστούν ένα όχημα προκειμένου να ελαχιστοποιηθεί το κόστος της διανομής $g(i)$. Στην περίπτωση αυτή, το γράφημα G ενώνει τους πελάτες i, j , με αποτέλεσμα το j να ανήκει στο $F(i)$ ή το i να ανήκει στο $F(j)$.

Ορισμός 4: Το μέγεθος C_r , θεωρείται σαν ένα στοιχείο που συνδέεται με τη γραφική παράσταση G , με συσσωρευμένη ζήτηση και τροποποιημένο ακτινικό κόστος που δίνονται από τις σχέσεις:

$$q(C_r) = \sum_{i \in C_r} q_i \text{ και } R(C_r) = \sum_{i \in C_r} \frac{2c_{1i}q_i}{\min\{Q; |C_r|\}} \text{ αντίστοιχα. Το}$$

συνολικό κόστος της διανομής υπολογίζεται ως ακολούθως:

$$G(C_r) = \sum_{i \in C_r} g(i) \text{ και } H(C_r) = \sum_{i \in C_r} \sum_{j \in F(i)} \frac{c_{ij}}{\min\{Q^2; q(C_r)^2\}}.$$

Ως $H(C_r)$, καλείται το τροποποιημένο κόστος της απόστασης μεταξύ των C_r . Θεωρώντας τα c_1, \dots, c_m ως τα στοιχεία που βρίσκονται πάνω στη γραφική παράσταση G , ισχύει η σχέση: $F = \sum_{r=1}^m H(C_r)$.

Οι ανωτέρω ορισμοί, μπορούν εύκολα να απεικονιστούν, χρησιμοποιώντας τη μοναδιαία ζήτηση δρομολόγηση του Σχήματος 1. Όπως προαναφέρθηκε, ο συνδυασμός των πελατών που επιλέχθηκε από τους i πελάτες, είναι $F(i) = \{i, i-1, i+1\}$ και

$$g(i) = 2\frac{1}{3} + 2\frac{2 \sin(2p/24)}{3^2} = 0,7816 \dots, \text{ ενώ ο συνδυασμός των τόξων } E$$

είναι: $E = \{(i, i+1) : 1 \leq i \leq 13\}$, και συνδέεται με τη γραφική παράσταση G του κόστους διανομής. Το τροποποιημένο ακτινικό κόστος του συνδυασμού

αυτού, είναι ίσο με $R(G) = \sum_{i=2}^{13} 2\frac{1}{3} = 8$, ενώ το συνολικό του κόστος

διανομής και το τροποποιημένο κόστος της μεταξύ τους απόστασης, είναι

$$G(G) = \sum_{i=2}^{13} 0,7816... = 9,3803... \quad \text{και}$$

$$H(G) = \sum_{i=2}^{13} 2 \frac{2\sin(2p/24)}{3^2} = 1,3803... \quad \text{αντιστοίχως. Στο εν λόγω}$$

παράδειγμα ισχύει και η ακόλουθη ισότητα: $F = H(G)$.

Τα παραπάνω μεγέθη που υπολογίστηκαν, είναι σε θέση να ικανοποιήσουν τις ακόλουθες ιδιότητες, οι οποίες θεωρούνται στοιχειώδεις και ισχύουν χωρίς απόδειξη.

Συμπέρασμα 2: Τα στοιχεία c_1, \dots, c_m , είναι τα στοιχεία εκείνα που σχετίζονται άμεσα με το γράφημα G , με το μέγεθος R να αντιπροσωπεύει το ακτινικό κόστος. Τότε,

(1) $R(C_r) + H(C_r) \leq G(C_r)$ για όλα τα $1 \leq r \leq m$. Πιο συγκεκριμένα, ισχύει: $R(C_r) \leq G(C_r)$.

$$(2) \sum_{r=1}^m G(C_r) = \sum_{i \neq 1} g(i)$$

$$(3) \sum_{r=1}^m R(C_r) \leq \sum_{i \neq 1} g(i)$$

(4) Το στοιχείο β , όπου $\beta > 0$, ισούται με έναν αριθμό τέτοιο, ώστε να ισχύει $\sum_{i \neq 1} g(i) \leq (1 + \beta)R$. Στην περίπτωση που ισχύει η προηγούμενη ανισότητα, θα ισχύει επίσης $F = \sum_{r=1}^m H(C_r) \leq \beta R$.

7.3 Αλγόριθμοι Προσέγγισης για SDVRP προβλήματα

7.3.1 Ευρετική Μέθοδος ITP (Iterated Tour Partitioning)

Η Ευρετική Μέθοδος ITP, των Altinkemer και Gavich, βρίσκει εφαρμογή σε περιπτώσεις προβλημάτων SDVRP. Η εφαρμογή της μεθόδου αυτής, αρχικά απαιτεί χρόνο $O(Qn)$ και συνεπώς, τρέχει σε γραμμικό χρόνο όταν η χωρητικότητα Q παραμένει σταθερή. Όταν όμως η χωρητικότητα είναι ένα μέρος των εισροών (input), ο αλγόριθμος αυτός θα

είναι ψευδοπολυωνυμικός (*pseudo polynomial*). Στόχο για τη συνέχεια αποτελεί η βελτίωση του τρέχοντα χρόνου $S(n, Q)$, ο οποίος ισοδυναμεί με τον ελάχιστο χρόνο ταξινόμησης n ακεραίων στο διάστημα $[1, Q]$. Για παράδειγμα, εάν ο τρέχον χρόνος για έναν αλγόριθμο ταξινόμησης, όπως η συσσωρευμένη ταξινόμηση είναι $O(n \log n)$, ισχύει η ισότητα $S(n, Q) = O(n \log n)$. Όταν όμως $Q = O(n^p)$, για μερικές σταθερές τιμές του p , ο τρέχον χρόνος $S(n, Q)$ ισούται με $O(n)$, εφόσον η ακτινική (*radix*) ταξινόμηση στην περίπτωση αυτή απαιτεί επίσης χρόνο $O(n)$.

Η Ευρετική Μέθοδος ITP λαμβάνει μια διαδρομή $(1, i_1, i_2, \dots, i_{n-1}, 1)$, με κόστος το πολύ ίσο με $ac(TSP)$, σαν μέρος των εισροών και στη συνέχεια εξάγει μία λύση για το πρόβλημα SDVRP εντός της $1 + (1 - \frac{1}{Q})a$ βέλτιστης λύσης. Στην αρχική λειτουργία της μεθόδου ITP, γίνεται αντικατάσταση κάθε πελάτη i με ζήτηση q_i , από q_i πελάτες με μοναδιαία ζήτηση ο καθένας και μηδενική μεταξύ τους απόσταση. Στο μετασχηματισμένο γράφημα, ο αριθμός των πελατών είναι $m = \sum_{i=2}^n q_i$, ενώ η διαδρομή ενός μετασχηματισμένου γραφήματος $(1, j_1, \dots, j_m, 1)$, προκύπτει από την αντικατάσταση στην αρχική διαδρομή $(1, i_1, i_2, \dots, i_{n-1}, 1)$, κάθε πελάτη i από q_i διαδοχικούς πελάτες με μοναδιαία ζήτηση και μηδενική μεταξύ τους απόσταση. Για κάθε $1 \leq t \leq Q$, προσδιορίζεται η ζητούμενη διαδρομή στο μετασχηματισμένο διάγραμμα, ως ακολούθως: η $route_t$ αποτελεί την ένωση των $K_t = \left\lceil \frac{m-t}{Q} \right\rceil + 1$ υποδιαδρομών $u_1^t = (1, j_1, \dots, j_t, 1)$, $u_2^t = (1, j_{t+1}, \dots, j_{t+Q}, 1)$, $u_3^t = (1, j_{t+Q+1}, \dots, j_{t+2Q}, 1)$, ..., $u_{\left\lceil \frac{m-t}{Q} \right\rceil + 1}^t = \left(1, j_{\left(\left\lceil \frac{m-t}{Q} \right\rceil - 1 \right) Q + t + 1}, \dots, j_m, 1 \right)$. Επομένως, η $route_t$ μετασχηματίζει τη διαδρομή $(1, j_1, \dots, j_m, 1)$, σε υποδιαδρομές με Q πελάτες η κάθε μία (πιθανότατα εκτός της πρώτης και της τελευταίας

διαδρομής). Η λύση $route_{t+1}$ διαφέρει από την $route_t$, στο ότι οι αρχικοί και οι τελικοί πελάτες που δέχονται επίσκεψη από κάθε όχημα μετατοπίζονται κατά μία θέση.

Θεωρώντας το βρόχο 1 σαν μια αποθήκη, όπου $j_0 = j_{m+1}$, το συνολικό κόστος όλων των λύσεων θα είναι:

$$\sum_{t=1}^Q c(route_t) = (Q+1)(c1_{j_1} + c1_{j_m}) + 2 \sum_{p=2}^{m-1} c1_{j_p} + (Q-1) \sum_{p=1}^{m-1} c_{j_p j_{p+1}} =$$

$$2 \sum_{p=1}^m c1_{j_p} + (Q-1) \sum_{p=0}^m c_{j_p j_{p+1}} \leq$$

$$\sum_{i=2}^n 2c1_i q_i + (Q-1)ac(TSP).$$

Το μέσο κόστος των λύσεων αυτών είναι το πολύ ίσο με $R + (1 - \frac{1}{Q})ac(TSP)$, ενώ στην καλύτερη δυνατή περίπτωση, μία τουλάχιστον από τις λύσεις έχει κόστος ίσο με τον μέσο όρο. Εφόσον $\max\{R; c(TSP)\}$ είναι το κατώτατο όριο του βέλτιστου κόστους ενός προβλήματος SDVRP, μία από τις λύσεις θα βρίσκεται εντός του $1 + (1 - \frac{1}{Q})a$ βέλτιστου κόστους.

Το θεώρημα που ακολουθεί έχει διατυπωθεί από τους Altinkemer και Gavich.

Θεώρημα 2: Δεδομένης μιας διαδρομής T με κόστος C_T σαν μέρος των εισροών, η ευρετική μέθοδος ITP εξάγει μία λύση για το πρόβλημα SDVRP με μέγιστο κόστος $R + (1 - \frac{1}{Q})C_T$, ενώ λαμβάνοντας μια βέλτιστη διαδρομή a σαν μέρος των εισροών, η μέθοδος ITP αποτελεί έναν αλγόριθμο προσέγγισης $1 + (1 - \frac{1}{Q})a$ για τα SDVRP προβλήματα. Η μέθοδος αυτή τρέχει σε χρόνο $O(Qn)$.

Όπως προαναφέρθηκε, όταν το μέγεθος Q αποτελεί μέρος των εισροών, ο τρέχον χρόνος της ITP μεθόδου θα είναι ψευδοπολυωνυμικός (pseudo polynomial). Κατωτέρω, παρουσιάζεται ένα παράδειγμα της μεθόδου ITP που τρέχει σε πολυωνυμικό χρόνο, και για να είναι αυτό εφικτό θα πρέπει να αποφευχθεί ο ψευδοπολυωνυμικός μετασχηματισμός ενός SDVRP προβλήματος σε πρόβλημα ECVRP. Αρχικά παρατίθεται ο ακόλουθος ορισμός.

Ορισμός 5: Το $T = (1, i_1, \dots, i_{n-1}, 1)$ αποτελεί μία διαδρομή, με τα $route_1, \dots, route_Q$ να είναι οι λύσεις που προκύπτουν από τη διαδρομή αυτή εφαρμόζοντας την ITP μέθοδο. Για κάθε αρχικό πελάτη όπου $i_p \neq i_1$, ένας αριθμός $1 \leq t \leq Q$, είναι ο αριθμός εκκίνησης των πελατών i_p (σύμφωνα με την διαδρομή T), όταν το πρώτο όχημα που επισκέπτεται τον πελάτη i_p στην λύση $route_t$ δεν μπορεί να επισκεφτεί τον αμέσως προηγούμενο πελάτη i_{p-1} . Εξαιτίας αυτού, για κάθε $2 \leq p \leq n-1$, το t αποτελεί τον αριθμό εκκίνησης του i_p όταν τα $1 \leq t \leq Q$ και $\sum_{s=1}^{p-1} q_{i_s} - t$ είναι διαιρετά από το Q .

| Πελάτης i | q_i | Αριθμός Εκκίνησης του i | $\sum_{s=1}^{i-1} q_i$ |
|-------------|-------|---------------------------|------------------------|
| 2 | 1 | - | - |
| 3 | 4 | 1 | 1 |
| 4 | 4 | 5 | 5 |
| 5 | 1 | 4 | 9 |
| 6 | - | 5 | 10 |

Πίνακας 1

Αριθμοί εκκίνησης για την διαδρομή $(1, 2, 3, 4, 5, 1)$ με $Q = 5$.

Ένας αριθμός $1 \leq t \leq Q$ αποτελεί σημείο καμπής όταν $t = 1$ και τα κόστη των λύσεων $route_{t-1}, route_t$, είναι διαφορετικά.

Η αναγκαιότητα του ορισμού αυτού, θα γίνει πιο εμφανής στην απόδειξη του επόμενου λήμματος. Για κάθε σταθερό $2 \leq p \leq n$, υπάρχει

ακριβώς μία τιμή για το t , τέτοια ώστε τα ποσά που προκύπτουν από τις σχέσεις $1 \leq t \leq Q$ και $\sum_{s=1}^{p-1} q_{i_s} - t$, να είναι διαιρετά από το Q . Συνεπώς, υπάρχει ακριβώς ένας αριθμός εκκίνησης για κάθε πελάτη i_p , καθώς και ένας επιπλέον αριθμός εκκίνησης. Ειδικότερα, ο αριθμός των διαφορετικών αριθμών εκκίνησης είναι το πολύ ίσος με n . Στην περίπτωση που ο t αντιπροσωπεύει έναν επιπλέον αριθμό εκκίνησης, η λύση $route_t$ χρησιμοποιεί ένα όχημα λιγότερο από την $route_{t-1}$.

Ο Πίνακας 1, παρουσιάζει ένα παράδειγμα με τους αριθμούς εκκίνησης για μια περίπτωση δρομολόγησης για την εξυπηρέτηση 5 πελατών. Στο παράδειγμα αυτό, για τη διαδρομή T ισχύει: $T = (1,2,3,4,5,1)$, με $Q=5$. Στον πίνακα αυτό εμφανίζεται επίσης η ζήτηση ανά πελάτη. Στο εν λόγω παράδειγμα, ο συνδυασμός των αριθμών εκκίνησης είναι $\{1,4,5\}$. Όπως θα φανεί και στο Λήμμα 7, προκειμένου να εντοπιστεί η διαδρομή με το ελάχιστο κόστος μεταξύ των $route_1, \dots, route_5$, είναι αρκετό να αναζητηθούν οι διαδρομές για τις οποίες ισχύει: $t=1$, και τότε, τόσο ο αριθμός t , όσο ο $t-1$ θα αποτελούν αριθμούς εκκίνησης. Στο συγκεκριμένο παράδειγμα, οι υπό ανάλυση διαδρομές θα είναι οι $route_1, route_2, route_4, route_5$. Από τις διαδρομές αυτές, δεν είναι απαραίτητο να αναλυθεί η διαδρομή 3 $route_3 : u_1^3 = (1,2,3,3,1), u_2^3 = (1,3,3,4,4,4,1), u_3^3 = (1,4,5,1)$, καθώς από την διαδρομή αυτή προκύπτει το ίδιο κόστος με την διαδρομή 2, $route_2 : u_1^2 = (1,2,3,1), u_2^2 = (1,3,3,3,4,4,1), u_3^2 = (1,4,4,5,1)$. Αυτό συμβαίνει, διότι και οι δύο αυτές λύσεις, δρομολογούν τα οχήματα με τον ίδιο ακριβώς τρόπο, με μόνη διαφορά τη ζήτηση που είναι σε θέση να εξυπηρετηθεί από κάθε όχημα.

Το παρακάτω λήμμα, προϋποθέτει τον υπολογισμό του κόστους των $O(n)$ λύσεων, από τις Q λύσεις του διαστήματος $route_1, \dots, route_Q$.

Λήμμα 7: Θεωρείται μία διαδρομή $T = (1, i_1, \dots, i_{n-1}, 1)$, και έστω $route_1, \dots, route_Q$ οι λύσεις που προκύπτουν με την ευρετική μέθοδο

ΙΤΡ. Ο συνδυασμός του κόστους των λύσεων $\{c(route_1), \dots, c(route_Q)\}$ έχει $O(n)$ στοιχεία.

Απόδειξη: Έστω η δρομολόγηση του k -οστού οχήματος, $u_k^{t+1} = (1, j_{t+(k-2)Q+2}, \dots, j_{t+(k-1)Q+2}, 1)$ στο μετασχηματισμένο διάγραμμα για τη λύση $route_{t+1}$ και η αντίστοιχη δρομολόγηση, $u_k^t = (1, j_{t+(k-2)Q+1}, \dots, j_{t+(k-1)Q+1}, 1)$ για τη λύση $route_t$. Παρατηρείται ότι οι δρομολογήσεις αυτές είναι ίδιες αν εξαιρεθούν οι όροι $j_{t+(k-2)Q+1}$, $j_{t+(k-1)Q+2}$ που αντιστοιχούν στον πρώτο και στον τελευταίο πελάτη που δέχεται επίσκεψη από τα οχήματα u_k^t, u_k^{t+1} αντίστοιχα. Όμως, εάν οι όροι $j_{t+(k-2)Q+1}$ και $j_{t+(k-1)Q+2}$, αντιπροσωπεύουν τον ίδιο αρχικό πελάτη, κι εάν οι $j_{t+(k-1)Q+1}$ και $j_{t+(k-1)Q+2}$, αντιπροσωπεύουν τον ίδιο τελικό πελάτη, τα κόστη των δύο οχημάτων θα ταυτίζονται και τα οχήματα u_k^t, u_k^{t+1} , θα επισκέπτονται τους ίδιους πελάτες με την ίδια ακριβώς σειρά.

Από τον ορισμό για ένα σημείο καμπής είναι φανερό ότι ο συνολικός αριθμός των διαφορετικών κοστών $c(route_1), \dots, c(route_Q)$ είναι το πολύ ίσος με τον συνολικό αριθμό των σημείων καμπής. Μια απαραίτητη προϋπόθεση για την ύπαρξη ενός σημείου καμπής για $t \neq 1$, είναι είτε η διαδρομή $route_{t-1}$ να χρησιμοποιεί ένα όχημα περισσότερο από την $route_t$, είτε να χρησιμοποιούν τον ίδιο αριθμό οχημάτων, αλλά το κόστος του u_k^{t-1} να είναι διαφορετικό από το κόστος του u_k^t για κάποιες τιμές του k . Η πρώτη περίπτωση συμβαίνει όταν το t είναι το επιπλέον σημείο εκκίνησης. Η δεύτερη συμβαίνει όταν τα u_k^{t-1}, u_k^t , έχουν διαφορετικούς αρχικούς ή τελικούς πελάτες, που σημαίνει ότι οποιοσδήποτε από τους $t, t-1$, είναι ο αριθμός εκκίνησης ορισμένων πελατών i_p . Συνεπώς, ο συνολικός αριθμός των σημείων καμπής (και επιπλέον ο συνολικός αριθμός των διαδρομών με διαφορετικά κόστη) είναι επίσης $O(n)$.

Στο Σχήμα 2 παρουσιάζεται συγκεντρωτικά η λειτουργία της μεθόδου ITP, ενώ το ακόλουθο θεώρημα αποτελεί μια απόδειξη για την αποδοτικότητα της ευρετικής αυτής μεθόδου.

Θεώρημα 3: Η λύση της ευρετικής μεθόδου ITP, μπορεί να υπολογιστεί σε χρόνο $O(S(n, Q))$, όπου $S(n, Q)$ είναι ο χρόνος ταξινόμησης n ακεραίων στο διάστημα $[1, Q]$.

Απόδειξη: Αρχικά πρέπει να αποδειχτεί ότι ο ψευδοκώδικας (pseudo code) που εμφανίζεται στο Σχήμα 2, αποτελεί μια εφαρμογή της μεθόδου ITP, όπου η $route_{best}$ αποτελεί τη βέλτιστη λύση μεταξύ των $route_1, \dots, route_Q$. Το αποτέλεσμα αυτό προκύπτει από την απόδειξη του Λήμματος 7, όπου η $route_t$ λαμβάνεται ως η βέλτιστη λύση. Για τη λύση αυτή ισχύει ότι $t = 1$, ή ένας εκ των $t, t - 1$, ταυτίζεται με τον αριθμό εκκίνησης ορισμένων πελατών.

Αναλύοντας την πολυπλοκότητα αυτής της εφαρμογής της ευρετικής μεθόδου ITP, τα βήματα 1 έως 4 λαμβάνουν χώρα σε γραμμικό χρόνο, καθώς ο t_{p+1} , ο αριθμός εκκίνησης του πελάτη i_{p+1} , μπορεί να υπολογιστεί από τον αριθμό εκκίνησης t_p σε χρόνο $O(1)$. Το βήμα 5, απαιτεί χρόνο $O(S(n, Q))$, όπου $S(n, Q)$ είναι ο χρόνος που απαιτείται για την ταξινόμηση n ακέραιων αριθμών στο διάστημα $[1, Q]$, ενώ τα βήματα 6, 7 και 8 πραγματοποιούνται σε χρόνο $O(n)$. Ο απαιτούμενος χρόνος για τον υπολογισμό του κόστους $c(route_1)$ είναι $O(n)$, εφόσον το κόστος αυτό μπορεί να εκφραστεί ως συνάρτηση του κόστους της αρχικής διαδρομής T , του αριθμού των οχημάτων τα οποία ξεκινούν από ή καταλήγουν στον πελάτη i_p (που μπορεί να υπολογιστεί σε χρόνο $O(n)$ για όλους τους πελάτες), και του συνδυασμού των πελατών που έχουν το 1 σαν αριθμό εκκίνησης. Έστω ότι στο βήμα 11, ο υπολογισμός του κόστους της διαδρομής $route_{t_{p+1}}$, από $c(route_{t_p})$ και ο συνδυασμός $S_{t_{p+1}}$ χρειάζονται χρόνο $O(|S_{t_p}|)$. Πρώτον, το $c(route_{t_{p+1}})$, μπορεί να εκφραστεί ως εξής:

$$c(\text{route}_{t_p+1}) = c(\text{route}_{t_p}) + \left(\sum_{k=1}^{K_{t_p}} c(u_k^{t_p+1}) - c(u_k^{t_p}) \right) \quad (11)$$

Δεύτερον, ο αριθμός των ζευγαριών των οχημάτων $u_k^{t_p}, u_k^{t_p+1}$, με διαφορετικά κόστη είναι $O(|S_{t_p}|)$. Αυτό συμβαίνει, καθώς ένα όχημα $u_k^{t_p+1}$, το οποίο δεν επισκέπτεται κάποιο πελάτη στο διάστημα S_{t_p} , εμφανίζει το ίδιο κόστος με το $u_k^{t_p}$ όχημα, και μεταξύ των οχημάτων $u_k^{t_p+1}$ που επισκέπτονται έναν πελάτη $i \in S_{t_p}$, υπάρχουν το πολύ δύο (το πρώτο και το τελευταίο όχημα που επισκέπτονται τον πελάτη i), ούτως ώστε το ζεύγος $u_k^{t_p}, u_k^{t_p+1}$ να έχει διαφορετικό κόστος. Τελικά, για κάθε τιμή του k , η διαφορά $c(u_k^{t_p+1}) - c(u_k^{t_p})$, μπορεί να υπολογιστεί σε χρόνο $O(1)$, καθώς οι διαδρομές αυτές διαφέρουν μόνο στον πρώτο και τον τελευταίο πελάτη. Επομένως, η απαίτηση σε χρόνο των βημάτων 9 έως και 13 είναι: $O(\sum_{t \in \text{PossibleBreakingPoints}} |S_t|) = O(n)$.

Η πιο δύσκολη από όλες τις διαδικασίες των παραπάνω βημάτων, είναι η ταξινόμηση που πραγματοποιείται στο βήμα 5, και η οποία ολοκληρώνεται σε χρόνο $O(S(n, Q))$.

Ανατρέχοντας στο παράδειγμα του Πίνακα 1, ο συνδυασμός των πιθανών σημείων καμπής (Possible Breaking Points) είναι $\{1,2,4,5\}$. Για παράδειγμα, το κόστος της διαδρομής 4, $\text{route}_4 : u_1^4 = (1,2,3,3,3,1), u_2^4 = (1,3,4,4,4,4,1), u_3^4 = (1,5,1)$, υπολογίζεται στο βήμα 11 με τη βοήθεια του κόστους της διαδρομής 2, $\text{route}_2 : u_1^2 = (1,2,3,1), u_2^2 = (1,3,3,3,4,4,1), u_3^2 = (1,4,4,5,1)$ και $S_4 = \{5\}$.

Συγκρίνοντας τις δύο αυτές δρομολογήσεις, το μοναδικό όχημα u_k , για το οποίο το κόστος $c(u_k^4)$ μπορεί να διαφέρει από το $c(u_k^2)$, είναι το u_3 . Αυτό είναι και το μοναδικό όχημα της διαδρομής 4 (route_4), που είτε ξεκινάει, είτε καταλήγει στον πελάτη $5 \in S_4$.

ΕΙΣΕΡΧΟΜΕΝΑ (INPUT): Περίπτωση I ενός προβλήματος $SDVRP$, μία α-βέλτιστη διαδρομή $(1, i_1, \dots, i_{n-1}, 1)$ για το I .

ΕΞΕΡΧΟΜΕΝΑ (OUTPUT): Μία λύση για το πρόβλημα $SDVRP$.

- 1) Πιθανά Σημεία Καμψής = \emptyset ; (*Possible Breaking Points*)
- 2) Για κάθε $2 \leq p \leq n$, γίνεται έναρξη
- 3) Υπολογισμός του t_p , ενός μοναδικού αριθμού στο διάστημα $1 \leq t \leq Q$, τέτοιου ώστε η ποσότητα $\sum_{s=1}^p q_{i_s} - t$, να είναι διαιρετή από το Q ;
- 4) Πιθανά Σημεία Καμψής \leftarrow Πιθανά Σημεία Καμψής $\cup \{t_p, t_p + 1\}$;

End of For loop;

- 5) Ταξινόμηση του συνόλου των Πιθανών Σημείων Καμψής κατά αύξουσα σειρά;
- 6) Για κάθε $t \in$ Πιθανά Σημεία Καμψής, υπολογίζεται ο συνδυασμός $S_t = \{ \text{πελάτες } i_p \text{ με αριθμό εκκίνησης είτε } t, \text{ είτε } t-1 \}$;
- 7) Υπολογισμός του $c(\text{route}_1)$;
- 8) Καλύτερο (βέλτιστο) = 1, Προηγούμενο = 1
- 9) Ενώ τα Πιθανά Σημεία Καμψής = \emptyset , προκύπτει:
- 10) $t =$ το πρώτο στοιχείο από τα Πιθανά Σημεία Καμψής;
- 11) Υπολογισμός του $c(\text{route}_t)$, με τη βοήθεια του $c(\text{route}_{\text{previous}})$, καθώς και του συνδυασμού S_t ;
- 12) Εάν ισχύει η ανισότητα $c(\text{route}_t) < c(\text{route}_{\text{previous}})$, τότε η βέλτιστη λύση θα είναι t ($\text{best} = t$);
- 13) Προηγούμενη = t ($\text{previous} = t$);
- 14) Διαγραφή του t από τα Πιθανά Σημεία Καμψής;

End of While loop;

- 15) Λήψη της βέλτιστης διαδρομής ($\text{route}_{\text{best}}$);

Σχήμα 2: Παράδειγμα Εφαρμογής της Ευρετικής Μεθόδου ITP (Iterated Tour Partitioning)

7.3.2 Τετραγωνική Ευρετική Μέθοδος ΙΤΡ

Η σχέση προσέγγισης ενός SDVRP προβλήματος που προτείνει η μέθοδος ΙΤΡ, βασίζεται στο κατώτατο όριο του βέλτιστου κόστους που δίνεται στο Λήμμα 4. Στο εδάφιο αυτό αναπτύσσεται η «Τετραγωνική Ευρετική Μέθοδος ΙΤΡ» (QITP). Σύμφωνα με τη μέθοδο αυτή, εφαρμόζεται μια σχέση προσέγγισης που βασίζεται στο κατώτερο όριο κόστους που προκύπτει από την εφαρμογή του Θεωρήματος 1, ενώ χρησιμοποιεί την ΙΤΡ μέθοδο, σαν μια υπολειτουργία της κατά την οποία παραλαμβάνεται μία διαδρομή με κόστος C_T , και εξάγεται μία λύση για τις περιπτώσεις προβλημάτων SDVRP, με μέγιστο κόστος $R + (1 - \frac{1}{Q})C_T$. Ως β , όπου $\beta > 0$, ορίζεται μία τιμή η οποία στη συνέχεια σταθεροποιείται. Η περιγραφή της Τετραγωνικής Ευρετικής Μεθόδου (QITP) για περιπτώσεις προβλημάτων SDVRP, απεικονίζεται στο Σχήμα 3. Ο μηχανισμός της μεθόδου αυτής (QITP) λειτουργεί ως εξής: εάν το κατώτερο όριο $\sum_{i \neq 1} g(i)$, είναι τουλάχιστον $(1+\beta)$ φορές μεγαλύτερο από το ακτινικό κόστος, τότε η μέθοδος ΙΤΡ βελτιώνει τη σχέση προσέγγισης, εφόσον εντοπίζεται ένα καλύτερο κατώτατο όριο. Εάν όμως το όριο αυτό ($\sum_{i \neq 1} g(i)$), δεν είναι μεγαλύτερο από $(1+b)R$, τότε τα τόξα που παριστάνουν το κόστος διανομής στο γράφημα G (βλέπε Ορισμό 3), δεν θα είναι αποτελεσματικά. Στην περίπτωση αυτή, τα τόξα αυτά χρησιμοποιούνται για την κατασκευή υποδιαδρομών για κάθε συστατικό στοιχείο του γραφήματος G , και οι υποδιαδρομές αυτές μετασχηματίζονται σε έγκυρες δρομολογήσεις εξαιτίας της χρήσης της μεθόδου ΙΤΡ.

Η ανάλυση της μεθόδου QITP, διαχωρίζεται σε δύο υποπεριπτώσεις: στην παράγραφο 3.2.1., αναλύεται η περίπτωση κατά την οποία ισχύει η ανισότητα $\sum_{i \neq 1} g(i) \geq (1+b)R$, ενώ στην 3.2.2. αναλύεται η περίπτωση κατά την οποία ισχύει η ανισότητα $\sum_{i \neq 1} g(i) \leq (1+b)R$. Τέλος στην παράγραφο 3.2.3., συνδυάζονται οι δύο προηγούμενες περιπτώσεις, προκειμένου να προκύψει η σχέση προσέγγισης του QITP, και η υπολογιστική της πολυπλοκότητα.

ΕΙΣΕΡΧΟΜΕΝΑ (INPUTS): Περίπτωση I ενός προβλήματος $SDVRP$, μία a -βέλτιστη διαδρομή για το I .

ΕΞΕΡΧΟΜΕΝΑ (OUTPUTS): Μία λύση για το πρόβλημα $SDVRP$

- 1) Υπολογίζεται το ακτινικό κόστος R , καθώς και τα $F(i), g(i)$ για όλους τους πελάτες i ;
- 2) Εάν, $\sum_{i \neq 1} g(i) \geq (1+b)R$, τότε προκύπτει λύση από τη χρήση της ευρεστικής μεθόδου ΙΤΡ

Αλλιώς ξεκινάμε

- 3) Υπολογίζεται το διανεμημένο κόστος του γραφήματος G ; (βλέπε Ορισμό 3)
 - 4) Υπολογίζονται τα συστατικά μέρη C_1, \dots, C_m του γραφήματος G ;
 - 5) Για κάθε $1 \leq r \leq m$, υπολογίζεται μία υποδιαδρομή T_r για το C_r ; (βλέπε Λήμμα 8)
 - 6) Για κάθε $1 \leq r \leq m$, τέτοιο ώστε να ισχύει η ανισότητα $q(C_r) \geq Q+1$, χρησιμοποιείται η μέθοδος ΙΤΡ για το μετασχηματισμό της υποδιαδρομής T_r σε μια δρομολόγηση για το C_r ;
 - 7) Εξαγωγή της λύσης που προέκυψε από τα βήματα 5) και 6);
- Τέλος

Σχήμα 3: Τετραγωνική Ευρετική Μέθοδος ΙΤΡ (QITP)

7.3.2.1 Περίπτωση 1: Όταν $\sum_{i \neq 1} g(i) \geq (1+b)R$

Το μέγεθος g ορίζεται ως

$$g := 1 - \frac{b}{b+1} + \left(1 - \frac{1}{Q}\right)a \quad (12)$$

Στην περίπτωση κατά την οποία ισχύει η ανισότητα $\sum_{i \neq 1} g(i) \geq (1+b)R$, η μέθοδος QITP εξαγάγει την ίδια λύση με την ITP. Τότε, η ITP μέθοδος βελτιώνει το λόγο προσέγγισης, καθώς το κατώτατο όριο του *Θεωρήματος 1* είναι ακριβέστερο από το αντίστοιχο του *Λήμματος 4*. Πιο συγκεκριμένα, η ευρετική μέθοδος ITP, η οποία εξαγάγει μια λύση με κόστος το πολύ ίσο με $R + \left(1 - \frac{1}{Q}\right)ac(TSP)$, αποτελεί έναν αλγόριθμο g -προσέγγισης εφόσον ισχύει

$$\frac{R + \left(1 - \frac{1}{Q}\right)ac(TSP)}{\max\left\{\sum_{i \neq 1} g(i); c(TSP)\right\}} \leq \frac{R}{\sum_{i \neq 1} g(i)} + \frac{\left(1 - \frac{1}{Q}\right)ac(TSP)}{c(TSP)} \leq g \quad (13)$$

7.3.2.2 Περίπτωση 2: Όταν $\sum_{i \neq 1} g(i) < (1+b)R$

Όταν ισχύει η ανισότητα $\sum_{i \neq 1} g(i) < (1+b)R$, λαμβάνεται υπόψη η γραφική παράσταση του διανεμημένου κόστους $G=(V/\{1\}E)$ που σχηματίζεται από τους πελάτες οι οποίοι συνδέονται με ακμές $E\{(i, j) : i \in V/\{1\}, j \in F(i)/\{i\}\}$, όπως παρουσιάστηκε στον *Ορισμό 3*. Το ακόλουθο λήμμα παρουσιάζει το πώς μπορεί να κατασκευαστεί μια υποδιαδρομή για κάθε συστατικό μέρος της γραφικής παράστασης G .

Λήμμα 8: Θεωρείται πως το μέγεθος C_r αποτελεί ένα συστατικό μέρος της γραφικής παράστασης G του διανεμημένου κόστους με συσσωρευμένη ζήτηση $\alpha(C_r)$, ενώ τα $R(C_r)$, $H(C_r)$ αποτελούν το τροποποιημένο ακτινικό κόστος και το τροποποιημένο κόστος της

απόστασης μεταξύ των C_r αντίστοιχα (όπως παρουσιάστηκε και στον Ορισμό 4). Μεταξύ της αποθήκης και όλων των πελατών του C_r , υπάρχει μια υποδιαδρομή, με κόστος το πολύ ίσο με

$$\sum_{i \in C_r} 2c_{1,i} \frac{q_i}{q(C_r)} + 2\left(1 - \frac{1}{q(C_r)}\right) Q^2 H(C_r) \quad (14)$$

με την εύρεσή της να απαιτεί χρόνο $O(|C_r|^2)$.

Απόδειξη: Για την απλοποίηση του προβλήματος, γίνεται η υπόθεση ότι κάθε πελάτης εμφανίζει μοναδιαία ζήτηση, με το $s = |C_r| = q(C_r)$ να αποτελεί τον αριθμό των πελατών του C_r . Στη συνέχεια γίνεται επαναπροσδιορισμός των πελατών του C_r ως i_1, \dots, i_s , ακολουθώντας τη σειρά εμφάνισής τους στο βάθος της πρώτης αναζήτησης του C_r . Τα τόξα στο δέντρο του βάθους της πρώτης αναζήτησης είναι της μορφής (i, j) όπου $i, j \in C_r$ και $j \in F(i)$ ή $i \in F(j)$, και συνεπώς το κόστος της προαναφερθείσας διαδικασίας θα είναι

το πολύ ίσο με $\sum_{i \in C_r, j \in F(i)} c_{i,j} \leq Q^2 H(C_r)$. Εάν όλα τα τόξα του

δέντρου διπλασιαστούν, μπορεί να κατασκευαστεί μία "Eulerian" υποδιαδρομή η οποία θα επισκέπτεται τους i_1, \dots, i_s πελάτες (με αυτή τη σειρά), με μέγιστο κόστος $2Q^2 H(C_r)$. Με τη βοήθεια της *Τριγωνικής Ανισότητας*, η υποδιαδρομή (i_1, \dots, i_s, i_1) η οποία προκύπτει από την παραπάνω υποδιαδρομή, θα έχει κόστος το πολύ ίσο με $2Q^2 H(C_r)$.

Επεκτείνοντας την υποδιαδρομή αυτή, ώστε να ξεκινά και να καταλήγει στην αποθήκη του Κόμβου 1, και για $1 \leq t \leq s$, λαμβάνεται η υποδιαδρομή $1, i_t, i_{t+1}, \dots, i_{t+s}, 1$ (όπου οι δείκτες είναι κυκλικοί). Το άθροισμα τώρα του κόστους όλων αυτών των υποδιαδρομών θα είναι

$2 \sum_{j=1}^s c_{1i_j} + (s-1) \sum_{j=1}^s c_{i_j i_{j+1}}$, όπου $i_{s+1} = i_1$, με το μέσο κόστος να είναι:

$$2 \sum_{j=1}^s c_{1i_j} \frac{1}{s} + \left(1 - \frac{1}{s}\right) \sum_{j=1}^s c_{i_j i_{j+1}} \leq \sum_{i \in C_r} 2c_{1,i} \frac{q_i}{q(C_r)} + 2\left(1 - \frac{1}{q(C_r)}\right) Q^2 H(C_r)$$

Τουλάχιστον μια από αυτές τις λύσεις όπου $s = q(C_r)$, έχει κόστος το πολύ ίσο με το μέσο κόστος.

Το βάθος της πρώτης αναζήτησης στο C_r , αποτελεί το πιο δύσκολο στάδιο (**bottleneck operation**) της εφαρμογής που περιγράφηκε ανωτέρω, με απαίτηση σε χρόνο $O(|C_r|^2)$, με τις εναπομείνουσες διαδικασίες να χρειάζονται χρόνο ίσο με $O(|C_r|)$.

Στο *Σχήμα 4*, παρουσιάζεται ένα παράδειγμα ενός στοιχείου C_r με τέσσερις πελάτες μοναδιαίας ζήτησης ο καθένας, όπου $Q = 3$ και η συσσωρευμένη ζήτηση είναι $q(C_r) = 4$. Οι πελάτες είναι ήδη ταξινομημένοι σύμφωνα με το βάθος της πρώτης αναζήτησης ως i_1, i_2, i_3, i_4 , με το $F(i)$, το οποίο αποτελεί το συνδυασμό των επιλεχθέντων πελατών από κάθε πελάτη $i \in C_r$, να είναι:

$F(i_1) = \{i_1, i_2, i_4\}, F(i_2) = \{i_2, i_1, i_4\}, F(i_3) = \{i_3, i_2, i_4\}, F(i_4) = \{i_4, i_1, i_2\}$. Τα τόξα του στοιχείου C_r είναι $(i_1, i_2), (i_1, i_4), (i_2, i_3), (i_2, i_4), (i_3, i_4)$, ενώ το τροποποιημένο κόστος της απόστασης $H(C_r)$, μεταξύ των C_r , ισούται με

$$\frac{1}{Q^2} (c_{i_1 i_2} + c_{i_1 i_4} + c_{i_2 i_1} + c_{i_2 i_4} + c_{i_3 i_2} + c_{i_3 i_4} + c_{i_4 i_1} + c_{i_4 i_2})$$

$$= \frac{1}{3^2} (2+2+2+2+3+3+2+2) = \frac{18}{9}.$$

Η υποδιαδρομή $(i_1, i_2, i_3, i_4, i_1)$ που προκύπτει από το βάθος της πρώτης αναζήτησης (**depth first search**), στο C_r , έχει κόστος $2+3+3+2 = 10$, ενώ μεταξύ των υποδιαδρομών $(1, i_1, i_2, i_3, i_4, 1), (1, i_2, i_3, i_4, i_1, 1), (1, i_3, i_4, i_1, i_2, 1), (1, i_4, i_1, i_2, i_3, 1)$, αυτή με το ελάχιστο κόστος είναι η $(1, i_3, i_4, i_1, i_2, 1)$, με κόστος το οποίο ικανοποιεί την ανισότητα του **Λήμματος 8**:

$$10 + 3 + 2 + 2 + 10 = 27 < \sum_{j=1}^4 2 \frac{c_{1, i_j}}{q(C_r)} + 2 \left(1 - \frac{1}{q(C_r)}\right) Q^2 H(C_r)$$

$$= 20 + 2 \frac{3}{4} 3^2 \frac{18}{3^2} = 47$$

Η ανάλυση της υποδιαδρομής που πραγματοποιήθηκε στο λήμμα αυτό, διαχωρίζεται σε δύο κατηγορίες, ανάλογα με το εάν η συνολική ζήτηση των πελατών του στοιχείου C_r είναι το πολύ ίση με Q ή όχι.

è **Όταν** $q(C_r) \leq Q$

Όταν $q(C_r) \leq Q$, η υποδιαδρομή που δημιουργήθηκε από την εφαρμογή του Λήμματος 8, αποτελεί μια έγκυρη δρομολόγηση.

Λήμμα 9: Θεωρείται πως το C_r είναι ένα συστατικό στοιχείο της γραφικής παράστασης G του διανεμημένου κόστους, με συσσωρευμένη ζήτηση $q(C_r)$ το πολύ ίση με Q . Η υποδιαδρομή που προέκυψε από την εφαρμογή του Λήμματος 8 για το C_r , αποτελεί μια έγκυρη δρομολόγηση για την εξυπηρέτηση των πελατών στο C_r , με μέγιστο κόστος που δίνεται από την ακόλουθη σχέση:

$$R(C_r) + 2\left(1 - \frac{1}{Q}\right)Q^2 H(C_r).$$

Απόδειξη: Εφόσον η συσσωρευμένη ζήτηση του C_r έχει μικρότερη τιμή από το μέγεθος Q , η υποδιαδρομή που αποκτήθηκε από το Λήμμα 8, αποτελεί μια έγκυρη δρομολόγηση για το C_r . Το κόστος της δρομολόγησης

αυτής είναι το πολύ $R(C_r) + 2\left(1 - \frac{1}{Q}\right)Q^2 H(C_r)$, καθώς ισχύει

$$R(C_r) = \sum_{i \in C_r} 2c_{1,i} \frac{q_i}{q(C_r)}, \text{ και } \left(1 - \frac{1}{q(C_r)}\right)Q^2 H(C_r) \leq \left(1 - \frac{1}{Q}\right)Q^2 H(C_r),$$

όταν η συσσωρευμένη ζήτηση $q(C_r)$ είναι το πολύ ίση με Q .

è **Όταν** $q(C_r) \geq Q+1$

Το Λήμμα 10 που έπεται, παρουσιάζει το πώς η υποδιαδρομή που αποκτήθηκε στο Λήμμα 8, μπορεί να μετασχηματιστεί σε έναν έγκυρο

συνδυασμό δρομολογήσεων, για ένα συστατικό στοιχείο του γραφήματος G με συσσωρευμένη ζήτηση $q(C_r) \geq Q+1$.

Λήμμα 10: Το C_r θεωρείται ως ένα συστατικό στοιχείο του γραφήματος G , με συσσωρευμένη ζήτηση $q(C_r)$ τουλάχιστον ίση με $Q+1$. Με τη χρησιμοποίηση της ευρετικής μεθόδου ΙΤΡ, διαχωρίζεται η υποδιαδρομή για το C_r που προέκυψε από το Λήμμα 8, σε ένα συνδυασμό δρομολογήσεων για τους πελάτες στο C_r , με μέγιστο κόστος $(2 - \frac{2}{Q+1})R(C_r) + 2(1 - \frac{1}{Q})Q^2H(C_r)$.

Απόδειξη: Το κόστος της υποδιαδρομής που αποκτήθηκε στο Λήμμα 8, είναι το πολύ ίσο με $\sum_{i \in C_r} 2c_{1,i} \frac{q_i}{q(C_r)} + 2(1 - \frac{1}{q(C_r)})Q^2H(C_r)$.

Εφαρμόζοντας την μέθοδο ΙΤΡ για τον διαχωρισμό αυτής της υποδιαδρομής, προκύπτει ένας συνδυασμός δρομολογίων για τους πελάτες του C_r , το μέγιστο κόστος των οποίων δίνεται από τη σχέση:

$$\begin{aligned} & \sum_{i \in C_r} 2c_{1,i} \frac{q_i}{Q} + (1 - \frac{1}{Q})(\sum_{i \in C_r} 2c_{1,i} \frac{q_i}{q(C_r)} + 2(1 - \frac{1}{q(C_r)})Q^2H(C_r)) \\ & \leq \sum_{i \in C_r} 2c_{1,i} \frac{q_i}{Q} + (1 - \frac{1}{Q})(\sum_{i \in C_r} 2c_{1,i} \frac{q_i}{q(C_r)} + 2Q^2H(C_r)) \end{aligned} \quad (15)$$

Εφόσον $q(C_r) \geq Q+1$, ισχύει η ανισότητα $\sum_{i \in C_r} 2c_{1,i} \frac{q_i}{q(C_r)} \leq (1 - \frac{1}{Q+1})R(C_r)$,

και επομένως, το κόστος του συνδυασμού των δρομολογήσεων που προέκυψε από τη χρησιμοποίηση της μεθόδου ΙΤΡ, ισούται το πολύ με:

$$(2 - \frac{2}{Q+1})R(C_r) + 2(1 - \frac{1}{Q})Q^2H(C_r).$$

Τα Λήμματα 9 και 10 προϋποθέτουν ότι για κάθε συστατικό στοιχείο C_r του γραφήματος G , υπάρχει ένας συνδυασμός δρομολογήσεων που μεταφέρουν προϊόντα προς όλους τους πελάτες που εξυπηρετούνται από τις δρομολογήσεις αυτές με μέγιστο κόστος

$$\left(2 - \frac{2}{Q+1}\right)R(C_r) + 2\left(1 - \frac{1}{Q}\right)Q^2 H(C_r) \quad (16)$$

Από την Πρόταση 2, ισχύει η ανισότητα $\sum_{r=1}^m R(C_r) \leq \sum_{i \neq 1} g(i)$, με την ισχύ της ταυτότητας $F = \sum_{r=1}^m H(C_r)$ να επιβεβαιώνεται από τον ορισμό για το F . Επομένως, το μέγιστο συνολικό κόστος των δρομολογίων για όλα τα συστατικά στοιχεία C_1, \dots, C_m , θα είναι:

$$\left(2 - \frac{2}{Q+1}\right)\sum_{i \neq 1} g(i) + 2\left(1 - \frac{1}{Q}\right)Q^2 F \quad (17)$$

Εάν $\sum_{i \neq 1} g(i) \leq (1+b)R$, τότε ισχύει και η ακόλουθη ανισότητα $F \leq bR$ (βλέπε Πρόταση 2). Στην περίπτωση αυτή, ο λόγος του πάνω ορίου προς το κατώτατο όριο $\sum_{i \neq 1} g(i)$, θα είναι το πολύ:

| Χωρητικότητα Q | 3 | 4 | 5 | 6 |
|----------------------------|--------|--------|--------|--------|
| Λόγος Προσέγγισης του ITP | 1.6667 | 1.7500 | 1.8000 | 1.8333 |
| Λόγος Προσέγγισης του QITP | 1.6540 | 1.7440 | 1.7968 | 1.8314 |

Πίνακας 2

Λόγος Προσέγγισης για προβλήματα SDVRP με μικρό Q , όταν $a = 1$.

| Χωρητικότητα Q | 3 | 4 | 5 | 6 |
|----------------------------|--------|--------|--------|--------|
| Λόγος Προσέγγισης του ITP | 2.0000 | 2.1250 | 2.2000 | 2.2500 |
| Λόγος Προσέγγισης του QITP | 1.9629 | 2.1044 | 2.1872 | 2.2413 |

Πίνακας 3

Λόγος Προσέγγισης για προβλήματα SDVRP με μικρό Q , όταν $a = \frac{3}{2}$.

$$\left(2 - \frac{2}{Q+1}\right) + 2b\left(1 - \frac{1}{Q}\right)Q^2 \quad (18)$$

7.3.2.3 Λόγος Προσέγγισης της Μεθόδου QITP και της Πολυπλοκότητάς της

Εάν $\sum_{i \neq 1} g(i) \geq (1+b)R$, ο αλγόριθμος εξαγει τη λύση που προκύπτει και από την εφαρμογή της μεθόδου ITP, με λόγο προσέγγισης που δίνεται από τη σχέση (12), ενώ εάν $\sum_{i \neq 1} g(i) \leq (1+b)R$, από τη χρήση του αλγόριθμου, προκύπτει μία λύση με λόγο προσέγγισης που δίνεται από

τη σχέση (18). Από το συνδυασμό των δύο παραπάνω περιπτώσεων, προκύπτει ότι ο λόγος προσέγγισης του αλγορίθμου δίνεται από τη σχέση:

$$\max\left\{\left(2 - \frac{2}{Q+1}\right) + 2b\left(1 - \frac{1}{Q}\right)Q^2; 1 - \frac{b}{b+1} + \left(1 - \frac{1}{Q}\right)a\right\}$$

Η διαδικασία που απομένει να πραγματοποιηθεί, είναι η επιλογή του b με το βέλτιστο δυνατό τρόπο. Από την εφαρμογή της σχέσης (12) επιτυγχάνεται ελάττωση του b , ενώ αντίθετα αύξηση του b επιτυγχάνεται ύστερα από την εφαρμογή της σχέσης (18). Στην περίπτωση κατά την οποία $b=0$, ο όρος (12) είναι μικρότερος από τον (18), όμως όταν η τιμή την οποία παίρνει το b είναι αρκετά μεγάλη, ισχύει το αντίστροφο. Επομένως, η τιμή του b , για την οποία προκύπτει ο καλύτερος λόγος, είναι αυτή που εξισώνει και τους δύο όρους, και η οποία αποτελεί τη θετική λύση της ακόλουθης σχέσης

$$p_{(a,Q)}(b) = (2Q^2 - 2Q)b^2 + \left(2 - a + \frac{a}{Q} - \frac{2}{Q+1} + 2Q^2 - 2Q\right)b + \left(1 - a + \frac{a}{Q} - \frac{2}{Q+1}\right)$$

Θεωρώντας την $b^*(a, Q)$, σαν τη βέλτιστη τιμή του b , και θέτοντας $a(a, Q) = \frac{b^*(a, Q)}{b^*(a, Q) + 1}$, ο λόγος προσέγγισης του αλγορίθμου θα είναι ο εξής: $1 - a(a, Q) + \left(1 - \frac{1}{Q}\right)a$.

Στους Πίνακες 2 και 3 απεικονίζονται οι λόγοι προσέγγισης για μικρές τιμές του Q , όταν $a=1$ και $a = \frac{3}{2}$ αντίστοιχα.

Το Θεώρημα 4 που ακολουθεί, συνοψίζει το κύριο συμπέρασμα που προκύπτει από το εν λόγω εδάφιο.

Θεώρημα 4: Δεδομένης μιας a -βέλτιστης διαδρομής σαν μέρος των εισροών, η ευρετική μέθοδος QITP είναι ένας $1 - a(a, Q) + \left(1 - \frac{1}{Q}\right)a$ αλγόριθμος προσέγγισης για περιπτώσεις προβλημάτων SDVRP. Η ποσότητα $a(a, Q)$, ισούται τουλάχιστον με $\frac{1}{3Q^3}$ για κάθε $a \geq 1$ και $Q \geq 3$. Πιο συγκεκριμένα για $a = \frac{3}{2}$, η τιμή της $a\left(\frac{3}{2}, Q\right)$ είναι

τουλάχιστον $\frac{1}{4Q^2}$, για κάθε $Q \geq 3$. Τέλος, ο τρέχον χρόνος του αλγόριθμου αυτού είναι $O(n^2 \log n)$.

Απόδειξη: Αρχικά αποδεικνύεται ότι $a(a, Q) \geq \frac{1}{3Q^3}$, για κάθε $a \geq 1$ και Q αρκετά μεγάλο. Στη συνέχεια επιλέγεται μία τιμή $b = \frac{1}{3Q^3 - 1}$. Τον λόγο προσέγγισης του αλγόριθμου αποτελεί ο μεγαλύτερος λόγος που προκύπτει από τις σχέσεις (12) και (18). Πιο συγκεκριμένα, για $b = \frac{1}{3Q^3 - 1}$, είναι εύκολο να αποδειχτεί ότι ο περιορισμός (12) είναι το πολύ

$$2 - \frac{2}{Q+1} + 2b(1 - \frac{1}{Q})Q^2 \leq 2 - \frac{2}{Q+1} + \frac{2}{3Q} \quad (19)$$

, ενώ για την ίδια τιμή του β , ο περιορισμός (18) είναι τουλάχιστον

$$1 - \frac{\frac{1}{3Q^3 - 1}}{\frac{1}{3Q^3 - 1} + 1} + (1 - \frac{1}{Q})a = 1 - \frac{1}{3Q^3} + (1 - \frac{1}{Q})a \quad (20)$$

$$\geq 2 - \frac{1}{3Q^3} - \frac{1}{Q} \quad (21)$$

για κάθε $Q \geq 1$ και $a \geq 1$. Μπορεί εύκολα να παρατηρηθεί ότι για αρκετά μεγάλες τιμές του Q , το κατώτατο όριο της σχέσης (21) υπερσχύει του ανώτερου ορίου της (19). Πιο συγκεκριμένα, αυτό συμβαίνει για τιμές του Q μεγαλύτερες του 6 ($Q \geq 6$). Συνεπώς, ο λόγος προσέγγισης του αλγόριθμου αυτού, ισούται το πολύ με την εξίσωση (20), όπου τότε ισχύει: $a(a, Q) \geq \frac{1}{3Q^3}$, για κάθε $a \geq 1$, $Q \geq 6$.

Στην περίπτωση που $a = \frac{3}{2}$, μια παρόμοια παραδοχή δείχνει ότι η τιμή $a(\frac{3}{2}, Q)$ ισούται τουλάχιστον με $\frac{1}{4Q^2}$ για αρκετά μεγάλες όμως τιμές του Q . Τότε, ορίζεται $b = \frac{1}{4Q^2 - 1}$, με τη σχέση (12) να είναι το πολύ

$2 - \frac{2}{Q+1} + \frac{1}{2}$, ενώ η ελάχιστη τιμή της (18) είναι $\frac{5}{2} - \frac{3}{2Q} - \frac{1}{4Q^2}$. Μπορεί

εύκολα να παρατηρηθεί πως η σχέση (18) είναι τουλάχιστον ίση με την (12), όταν $Q \geq 4$, ενώ εξαιτίας αυτού ισχύει η ανισότητα $a(\frac{3}{2}, Q) \geq \frac{1}{4Q^2}$.

Απομένει προς απόδειξη η ισχύς της ανισότητας $a(a, Q) \geq \frac{1}{3Q^3}$, για κάθε $a \geq 1$ και $3 \leq Q \leq 6$, καθώς και της $a(\frac{3}{2}, Q) \geq \frac{1}{4Q^2}$, για $a = \frac{3}{2}$ και $3 \leq Q \leq 6$. Στον Πίνακα 3 απεικονίζεται ο λόγος προσέγγισης της μεθόδου QITP, όταν η επιλογή του b πραγματοποιείται με τον καλύτερο δυνατό τρόπο, καθώς επίσης συμπεραίνεται ότι $a(\frac{3}{2}, Q) \geq \frac{1}{4Q^2}$ για $3 \leq Q \leq 6$.

Προκειμένου να δειχτεί ότι $a(a, Q) \geq \frac{1}{3Q^3}$, για κάθε $a \geq 1$ και $3 \leq Q \leq 6$, γίνεται ο ισχυρισμός πως η σχέση $a(a, Q) = \frac{b^*(a, Q)}{b^*(a, Q) + 1}$ δεν μειώνεται στο a . Για την απόδειξη αυτού του ισχυρισμού, είναι αρκετό να δειχτεί πως η βέλτιστη τιμή $b^*(a, Q)$ που αντιπροσωπεύει μια τιμή του a , δεν μπορεί να μειωθεί. Επιπλέον, ισχύει η ανισότητα $b^*(a', Q) \geq b^*(a, Q)$, όταν $a \leq a'$ και για την απόδειξή της, υπενθυμίζεται ότι η ποσότητα $b^*(a, Q)$, έχει οριστεί έτσι ώστε οι σχέσεις (12) και (18) να είναι ίσες. Εάν αντικατασταθεί η τιμή a από μία μεγαλύτερη τιμή a' (ενώ τα Q και b παραμένουν σταθερά), προκύπτει αύξηση της σχέσης (18), τη στιγμή που η σχέση (12) παραμένει αμετάβλητη. Αυξάνοντας την τιμή του β , επιτυγχάνεται μείωση του αποτελέσματος της σχέσης (12), και ανάλογη αύξηση της σχέσης (18), με αποτέλεσμα να αποκαθίσταται ισότητα των δύο αυτών σχέσεων για κάποια τιμή του β , κάτι που αποτελεί ζητούμενο στη φάση αυτή του προβλήματος. Επομένως, η ποσότητα $b^*(a', Q)$, θα πρέπει να είναι μεγαλύτερη από την $b^*(a, Q)$, όταν όμως $a \leq a'$.

Λαμβάνοντας υπόψη τα στοιχεία του Πίνακα 2, προκύπτει ότι $a(1, Q) \geq \frac{1}{3Q^3}$, για $3 \leq Q \leq 6$ και καθώς η σχέση $a(a, Q) = \frac{b^*(a, Q)}{b^*(a, Q) + 1}$, δεν μειώνεται στο a , ισχύει η ανισότητα $a(a, Q) \geq \frac{1}{3Q^3}$ για κάθε $a \geq 1$ και $3 \leq Q \leq 6$. Τα παραπάνω συμπληρώνουν την απόδειξη του λόγου προσέγγισης της μεθόδου QITP.

Η ανάλυση του τρέχοντα χρόνου του αλγόριθμου έχει ως εξής: Ο υπολογισμός των μεγεθών $F(i), g(i)$ για όλους τους πελάτες i (βλέπε βήμα 1), απαιτεί χρόνο $O(n^2 \log n)$, με την μέθοδο ITP να εφαρμόζεται σε χρόνο $O(S(n, Q)) = O(n \log n)$ (βλέπε ενότητα 3.1). Ο υπολογισμός τόσο της γραφικής παράστασης G , και των συστατικών της στοιχείων (βήματα 3 και 4), όσο και της υποδιαδρομής για κάθε συνδεδεμένο στοιχείο (βήμα 5, Λήμμα 8), απαιτεί χρόνο $O(n^2)$. Τέλος, με τη χρησιμοποίηση της μεθόδου ITP για το διαχωρισμό των υποδιαδρομών των συστατικών στοιχείων του C_r , ούτως ώστε $q(C_r) \geq Q + 1$, απαιτείται χρόνος $\sum_{r=1}^m O(S(|C_r|, Q)) = O(S(n, Q))$, με αποτέλεσμα ο συνολικός τρέχον χρόνος να είναι $O(n^2 \log n)$.

Παρατηρείται πως ο βέλτιστος λόγος προσέγγισης για το πρόβλημα του περιοδεύοντος πωλητή με τριγωνική ανισότητα, είναι $a = \frac{3}{2}$, ο οποίος προκύπτει από τη χρησιμοποίηση του αλγόριθμου του Χριστοφίδη, που τρέχει σε χρόνο $O(n^{2.5})$. Συμπερασματικά, ο χρόνος αυτός προσέγγισης, είναι καλύτερος από αυτόν που απαιτεί η χρησιμοποίηση της ευρετικής μεθόδου QITP.

7.4 Αλγόριθμος Προσέγγισης των Προβλημάτων CVRP

Η ευρετική μέθοδος UITP που διατυπώθηκε από τους Altinkemer και Gavich, παράγει έναν ορθό λόγο προσέγγισης $2 + (1 - \frac{2}{Q})a$, σε περιπτώσεις κατά τις οποίες δεν επιτρέπονται διασπασμένες παραδόσεις (split delivery)

στους πελάτες και με την προϋπόθεση πως το μέγεθος Q είναι ένας άρτιος αριθμός. Εάν το Q δεν είναι άρτιος, τα Q, q_i μπορούν να κλιμακωθούν, με τρόπο που να μετατρέπει το Q σε άρτιο, έτσι ώστε να είναι εφικτή η εφαρμογή της μεθόδου UITP και ακολούθως δηλώνεται το αποτέλεσμα της ευρετικής αυτής μεθόδου. Παρατηρείται τέλος, πως μια επιπλέον κλιμάκωση των Q, q_i προς τα πάνω, χειροτερεύει τον λόγο προσέγγισης της μεθόδου UITP.

Θεώρημα 5: Θεωρώντας ως ομαλή τη χωρητικότητα Q των οχημάτων και δεδομένης μιας διαδρομής T με κόστος C_T σαν μέρος των εισροών, η μέθοδος UITP εξάγει μία λύση για τα προβλήματα CVRP με μέγιστο κόστος που δίνεται από την κατωτέρω σχέση:

$$2R + (1 - \frac{2}{Q})C_T$$

Πιο συγκεκριμένα, δεδομένης μιας α -βέλτιστης διαδρομής σαν μέρος των εισροών, η μέθοδος UITP αποτελεί έναν αλγόριθμο προσέγγισης της μορφής $2 + (1 - \frac{2}{Q})\alpha$ για περιπτώσεις προβλημάτων CVRP.

Η ευρετική μέθοδος UITP, χρησιμοποιεί τη μέθοδο ITP σαν μια υπολειτουργία της. Η χρησιμοποίηση της ITP μεθόδου, αποτελεί και την πιο δαπανηρή διαδικασία της μεθόδου UITP και συνεπώς ο απαιτούμενος χρόνος για την πραγματοποίησή της θα είναι επίσης $O(S(n, Q)) = O(n \log n)$. Στο εδάφιο αυτό, παρουσιάζεται η μέθοδος QUITP (Quadratic Unequal Iterated Tour Partitioning), η οποία αποτελεί προσαρμογή του αλγόριθμου που αναπτύχθηκε στο προηγούμενο εδάφιο, για τη λύση προβλημάτων CVRP χρησιμοποιώντας σαν μια υπολειτουργία τη μέθοδο UITP. Η μέθοδος UITP, θεωρείται σαν ένα μαύρο κουτί στο οποίο εισέρχεται μια διαδρομή κόστους C_T , και εξάγεται από αυτό μια εγγυημένη δρομολόγηση για περιπτώσεις CVRP προβλημάτων, με μέγιστο κόστος $2R + (1 - \frac{2}{Q})C_T$. Για κάθε πελάτη i , υπολογίζεται το κόστος της

διανομής σε αυτόν $g(i)$, καθώς και ο επιλεγμένος συνδυασμός πελατών $F(i)$, όπως αυτός καθορίστηκε στον *Ορισμό 2*.

Η μέθοδος QUITP για προβλήματα CVRP, περιγράφεται στο *Σχήμα 3*, όπου στο σχήμα αυτό, στο μέγεθος b' αντιστοιχεί μία τιμή που τείνει να γίνει σταθερή.

Η ανάλυση της μεθόδου QUITP είναι παρόμοια με αυτήν της QITP μεθόδου του προηγούμενου εδαφίου. Στις δύο ακόλουθες παραγράφους, αναλύεται πότε η ποσότητα $\sum_{i \neq 1} g(i)$ είναι αρκετά μεγαλύτερη από το ακτινικό κόστος R , και πότε όχι, ενώ στη παράγραφο 7.4.3. παρουσιάζεται ο λόγος προσέγγισης του QUITP καθώς και η πολυπλοκότητά του.

ΕΙΣΕΡΧΟΜΕΝΑ (INPUTS): Περίπτωση I ενός προβλήματος CVRP, μία α -βέλτιστη διαδρομή για το I .

ΕΞΕΡΧΟΜΕΝΑ (OUTPUTS): Μία λύση για το πρόβλημα CVRP

- 1) Υπολογίζεται το ακτινικό κόστος R , το κόστος διανομής $g(i)$, και ο συνδυασμός των πελατών $F(i)$ για όλους τους i πελάτες;
- 2) Εάν $\sum_{i \neq 1} g(i) \geq (1 + b')R$, τότε προκύπτει η εξερχόμενη λύση με τη χρησιμοποίηση της μεθόδου UITP

Αλλιώς ξεκινάμε

- 3) Υπολογίζεται το γράφημα G για το κόστος διανομής; (βλέπε *Ορισμό 3*)
- 4) Υπολογίζονται τα συστατικά στοιχεία C_1, \dots, C_m του γραφήματος G ;
- 5) Για κάθε $1 \leq r \leq m$, υπολογίζεται μια υποδιαδρομή T_r για το C_r ; (βλέπε *Λήμμα 8*)
- 6) Για κάθε $1 \leq r \leq m$, τέτοιο ώστε $q(C_r) \geq Q+1$, γίνεται χρήση της μεθόδου UITP για τον μετασχηματισμό της υποδιαδρομής T_r , σε μια έγκυρη δρομολόγηση για το C_r ;
- 7) Εξαγωγή της λύσης που προέκυψε στα βήματα 5 και 6;

Σχήμα 5: Ευρητική Μέθοδος QUITP

7.4.1 Περίπτωση 1: Όταν $\sum_{i \neq 1} g(i) \geq (1 + b')R$

Για το g' ισχύει η ακόλουθη σχέση:

$$g' = 2 - \frac{2b'}{b'+1} + (1 - \frac{2}{Q})a \quad (22)$$

Εάν ισχύει η ανισότητα $\sum_{i \neq 1} g(i) \geq (1 + b')R$, τότε η μέθοδος UTP αποτελεί έναν αλγόριθμο g' -προσέγγισης, εφόσον το κατώτερο όριο του που προκύπτει από την εφαρμογή του Θεωρήματος 1, είναι ακριβέστερο από αυτό του Λήμματος 4.

7.4.2 Περίπτωση 2: Όταν $\sum_{i \neq 1} g(i) < (1 + b')R$

Εάν ισχύει η ανισότητα $\sum_{i \neq 1} g(i) < (1 + b')R$, ακολουθείται μια πανομοιότυπη διαδικασία με αυτή της προηγούμενης παραγράφου, με τη διαφορά όμως ότι στη λύση που προκύπτει δεν περιλαμβάνονται διασπασμένες παραδόσεις. Θεωρώντας πως $G = (V/\{1\}, E)$ είναι το γράφημα του κόστους διανομής που σχηματίζεται από τους πελάτες που είναι συνδεδεμένοι με ακμές $E = \{(i, j) : i \in V/\{1\}, j \in F(i)/\{i\}\}$ και πως τα C_1, \dots, C_m αποτελούν τα συστατικά στοιχεία του γραφήματος αυτού, αναλύονται οι δύο ακόλουθες περιπτώσεις:

è Όταν $q(C_r) \leq Q$

Όπως αναφέρθηκε και στο Λήμμα 9, οι απαιτήσεις των πελατών ενός συστατικού στοιχείου C_r με συσσωρευμένη ζήτηση $q(C_r) \leq Q$, μπορούν να μεταφερθούν από ένα όχημα με μέγιστο κόστος

$$R(C_r) + 2(1 - \frac{1}{Q})Q^2 H(C_r) \quad (23)$$

è **Όταν** $q(C_r) \geq Q+1$

Εάν ένα συστατικό στοιχείο C_r , εμφανίζει συσσωρευμένη ζήτηση $q(C_r) \geq Q+1$, ισχύει το ακόλουθο λήμμα.

Λήμμα 11: Θεωρείται πως το μέγεθος C_r αποτελεί ένα συστατικό στοιχείο του γραφήματος G του κόστους διανομής, με συσσωρευμένη ζήτηση $q(C_r)$ τουλάχιστον ίση με $Q+1$, ενώ το μέγεθος T παριστάνει μια υποδιαδρομή που περνάει από την αποθήκη και από όλους τους πελάτες στο C_r (βλέπε Λήμμα 8). Η μέθοδος **UITP** διαχωρίζει την υποδιαδρομή T , σε δύο έγκυρους συνδυασμούς διαδρομών για τους πελάτες στο C_r , χωρίς διασπασμένη ζήτηση και με μέγιστο κόστος

$$\left(3 - \frac{2}{Q} - \frac{1}{Q+1} + \frac{2}{Q(Q+1)}\right)R(C_r) + 2\left(1 - \frac{2}{Q}\right)Q^2H(C_r)$$

Απόδειξη: Η υποδιαδρομή που περνάει από την αποθήκη και από τους πελάτες στο C_r , που παρουσιάστηκε στο Λήμμα 8, έχει κόστος το πολύ

$$\sum_{i \in C_r} 2c_{1,i} \frac{q_i}{q(C_r)} + 2\left(1 - \frac{1}{q(C_r)}\right)Q^2H(C_r) .$$

Εφαρμόζοντας την μέθοδο **UITP** στην υποδιαδρομή αυτή (βλέπε Θεώρημα 5), δημιουργείται ένας συνδυασμός διαδρομών για τους πελάτες στο C_r με μέγιστο κόστος που δίνεται από την παρακάτω σχέση:

$$\sum_{i \in C_r} 4c_{1,i} \frac{q_i}{Q} + \left(1 - \frac{2}{Q}\right) \left(\sum_{i \in C_r} 2c_{1,i} \frac{q_i}{q(C_r)} + 2\left(1 - \frac{1}{q(C_r)}\right)Q^2H(C_r) \right) \quad (24)$$

Η ανισότητα $\sum_{i \in C_r} 2c_{1,i} \frac{q_i}{q(C_r)} \leq \left(1 - \frac{1}{Q+1}\right)R(C_r)$ ισχύει, εφόσον $q(C_r) \geq Q+1$ και συνεπώς το κόστος της δρομολόγησης, όπως αυτή προκύπτει από τη μέθοδο **UITP** για το C_r , είναι το πολύ

$$\left(3 - \frac{2}{Q} - \frac{1}{Q+1} + \frac{2}{Q(Q+1)}\right)R(C_r) + 2\left(1 - \frac{2}{Q}\right)Q^2H(C_r) .$$

Δεδομένου ενός συστατικού στοιχείου C_r , και με βάση τα Λήμματα 9 και 11, μπορεί να δημιουργηθεί ένας συνδυασμός διαδρομών για όλους τους πελάτες του C_r , με μέγιστο κόστος

$$\left(3 - \frac{2}{Q} - \frac{1}{Q+1} + \frac{2}{Q(Q+1)}\right)R(C_r) + 2\left(1 - \frac{1}{Q}\right)Q^2H(C_r). \quad \text{Από την ανισότητα}$$

$$\sum_{r=1}^m R(C_r) \leq \sum_{i \neq 1} g(i) \quad (\text{βλέπε Πρόταση 2}) \quad \text{και την ταυτότητα}$$

$$\sum_{r=1}^m H(C_r) = F, \quad \text{προκύπτει ότι το συνολικό κόστος των δρομολογίων για}$$

όλα τα συνδεδεμένα στοιχεία C_1, \dots, C_m του γραφήματος G , που κατασκευάστηκε στα Λήμματα 9 και 11, θα είναι το πολύ

$$\left(3 - \frac{2}{Q} - \frac{1}{Q+1} + \frac{2}{Q(Q+1)}\right)\left(\sum_{i \neq 1} g(i)\right) + 2\left(1 - \frac{1}{Q}\right)Q^2F \quad (25)$$

Εάν $\sum_{i \neq 1} g(i) \leq (1 + b')R$, τότε ο λόγος της σχέσης (25) με κατώτερο όριο $\sum_{i \neq 1} g(i)$, θα είναι το πολύ

$$3 - \frac{2}{Q} - \frac{1}{Q+1} + \frac{2}{Q(Q+1)} + 2\left(1 - \frac{1}{Q}\right)Q^2b' \quad (26)$$

7.4.3 Λόγος Προσέγγισης της μεθόδου QUIP και της Πολυπλοκότητάς της

Ο εγγυημένος λόγος προσέγγισης της μεθόδου αυτής, που προκύπτει από τον συνδυασμό των σχέσεων (22) και (26), έχει ως εξής:

$$\max \left\{ \left(3 - \frac{2}{Q} - \frac{1}{Q+1} + \frac{2}{Q(Q+1)}\right) + 2\left(1 - \frac{1}{Q}\right)Q^2b'; 2 - \frac{2b'}{b'+1} + \left(1 - \frac{2}{Q}\right)a \right\}$$

| Χωρητικότητα Q | 4 | 6 | 8 | 10 |
|----------------------------|--------|--------|--------|--------|
| Λόγος Προσέγγισης του UIP | 2.5000 | 2.6667 | 2.7500 | 2.8000 |
| Λόγος Προσέγγισης του QUIP | 2.4923 | 2.6636 | 2.7485 | 2.7992 |

Πίνακας 4

Λόγος προσέγγισης για περιπτώσεις προβλημάτων CVRP, για μικρές τιμές του Q όταν $a=1$.

| Χωρητικότητα Q | 4 | 6 | 8 | 10 |
|----------------------------|--------|--------|--------|--------|
| Λόγος Προσέγγισης του UIP | 2.7500 | 3.0000 | 3.1250 | 3.2000 |
| Λόγος Προσέγγισης του QUIP | 2.7234 | 2.9863 | 3.1170 | 3.1948 |

Πίνακας 5

Λόγος προσέγγισης για περιπτώσεις προβλημάτων CVRP, για μικρές τιμές του Q όταν $a = \frac{3}{2}$.

Όπως και στο προηγούμενο εδάφιο, η θετική λύση της τετραγωνικής ρίζας αποτελεί τη βέλτιστη τιμή b' . Οι Πίνακες 4 και 5 που εμφανίζονται παραπάνω, απεικονίζουν τους λόγους προσέγγισης για μικρές τιμές του Q , όταν $a=1$ και $a = \frac{3}{2}$ αντίστοιχα.

Θεώρημα 6: Θεωρώντας το Q σαν έναν άρτιο αριθμό και δεδομένης μιας a -βέλτιστης διαδρομής, η μέθοδος QUITP είναι ένας $2 - b(a, Q) + (1 - \frac{2}{Q})a$ αλγόριθμος προσέγγισης για περιπτώσεις προβλημάτων CVRP. Η μικρότερη τιμή που αντιστοιχεί στο μέγεθος $b(a, Q)$ είναι $\frac{1}{3Q^3}$, για κάθε $a \geq 1$ και $Q \geq 4$, ενώ πιο συγκεκριμένα για $a = \frac{3}{2}$ και κάθε $Q \geq 4$, το μέγεθος $b(\frac{3}{2}, Q)$ είναι τουλάχιστον ίσο με $\frac{1}{3Q^2}$, με τρέχοντα χρόνο $O(n^2 \log n)$.

Η απόδειξη του θεωρήματος αυτού, είναι παρόμοια με αυτήν του Θεωρήματος 4 του προηγούμενου εδαφίου.

7.5 Συμπεράσματα

Στο κεφάλαιο αυτό αναλύθηκε ένα νέο τετραγωνικό κατώτερο όριο στο κόστος ενός VRP προβλήματος, το οποίο βελτιώνει το ακτινικό κόστος του κατώτερου ορίου. Παρουσιάστηκε επίσης μία ελαστικότητα στο κατώτερο όριο, με την οποία επιτυγχάνεται βελτίωση του ορίου που διατυπώθηκε από τους Haimovich και Rinnooy Kan, και το οποίο υπολογίζεται σε πολυωνυμικό (polynomial) χρόνο. Βασισμένες στο κατώτερο αυτό όριο, είναι οι ευρετικές μέθοδοι QITP και QUITP (Quadratic Iterated Tour Partitioning- Quadratic Unequal Iterated Tour Partitioning), που αναπτύσσονται για περιπτώσεις προβλημάτων SDVRP και CVRP

αντίστοιχα και οι οποίες βελτιώνουν τους λόγους προσέγγισης των αλγορίθμων των Altinkemer και Gavich, όταν η χωρητικότητα Q παραμένει σταθερή. Ο χρόνος που απαιτείται για την υλοποίηση των αλγορίθμων αυτών είναι $O(n^2 \log n)$, με αποτέλεσμα η εκτέλεσή τους να μην αποτελεί ανασταλτικό (bottleneck) παράγοντα. Πιο συγκεκριμένα, παρατηρείται πως όλοι οι προαναφερόμενοι αλγόριθμοι για περιπτώσεις προβλημάτων VRP, λαμβάνουν μία α-βέλτιστη διαδρομή σαν μέρος των εισροών, με τον τρέχοντα βέλτιστο αλγόριθμο προσέγγισης ενός TSP προβλήματος με τριγωνική ανισότητα, να απαιτεί χρόνο $O(n^{25})$.

Επιπλέον, προκύπτει ότι η χρησιμοποίηση της μεθόδου ITP σε περιπτώσεις SDVRP προβλημάτων, απαιτεί χρόνο $O(S(n, Q))$, όπου $O(S(n, Q))$ είναι ο χρόνος που χρειάζεται για την ταξινόμηση n ακεραίων στο διάστημα $[1, Q]$. Η αρχική λειτουργία της μεθόδου ITP απαιτούσε χρόνο $O(Qn)$, με αποτέλεσμα να είναι ψευδοπολυωνυμική (pseudo polynomial), όταν η χωρητικότητα Q αποτελεί μέρος των εισροών.

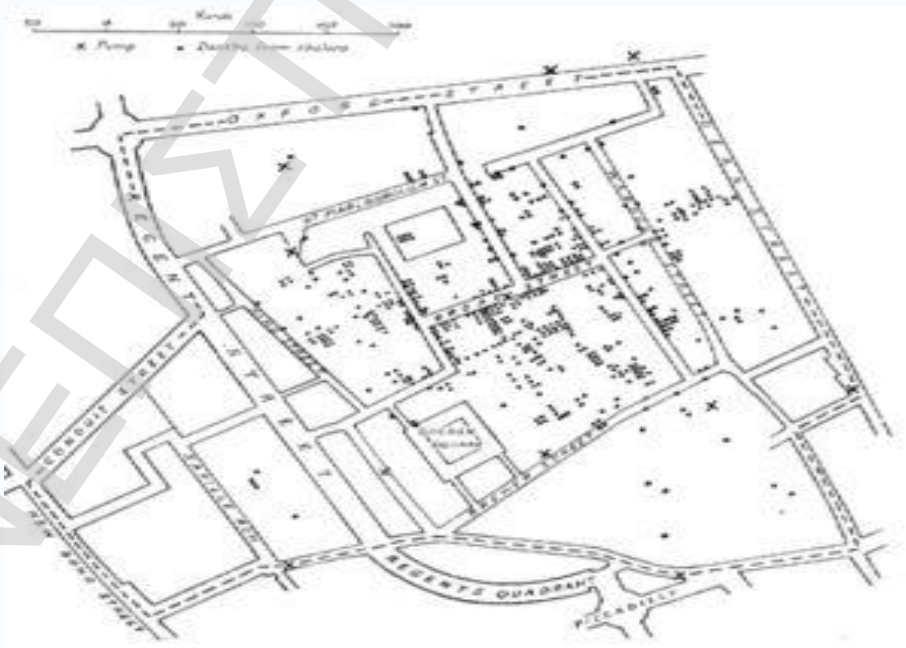
Σύμφωνα με τα «Ανοιχτά Προβλήματα» (open problems), παρατηρείται πως το κατώτερο όριο που χρησιμοποιείται στην ανωτέρω ανάλυση (Λήμμα 6), προκύπτει από μια ελαστικότητα του ορίου που δίνεται στο Πόρισμα 2, ενώ μία πιο άμεση «Τετραγωνική Ελαστικότητα» του Πορίσματος 2, ίσως και να μην μπορεί να υπολογιστεί πολύ εύκολα. Θα παρουσίαζε ιδιαίτερο ενδιαφέρον η εύρεση μιας πιο ουσιαστικής και με περισσότερη ακρίβεια ελαστικότητας του ορίου αυτού, η οποία επίσης θα μπορούσε να υπολογιστεί σε πολυωνυμικό (polynomial) χρόνο και να οδηγήσει σε αλγόριθμους καλύτερης προσέγγισης.

8. Γεωγραφικά Συστήματα Πληροφοριών ***(Geographic Information Systems - GIS)***

8.1 Ιστορική Αναδρομή

Πριν από 35.000 χρόνια, στους τοίχους των σπηλαίων κοντά στην περιοχή Lascaux της Γαλλίας, κυνηγοί απεικόνιζαν τα ζώα που κυνηγούσαν. Για την παγίδευση των ζώων, οι κυνηγοί σχεδίαζαν κάποιες διαδρομές που αντιπροσώπευαν την πορεία που θα έπρεπε να ακολουθήσουν. Αν και απλοϊκά σε σύγκριση με τις σύγχρονες τεχνολογίες, αυτά τα πρόωρα σχέδια μιμούνται τη δομή στοιχείων των σύγχρονων «Γεωγραφικών Συστημάτων Πληροφοριών».

Μεταγενέστερα, το 1854 χρονολογείται η πρώτη χρήση της Γεωγραφικής Μεθόδου. Το έτος εκείνο ο John Snow απεικόνισε την εξάπλωση μιας επιδημίας χολέρας στο Λονδίνο, χρησιμοποιώντας σημεία που αντιστοιχούσαν στις θέσεις των κρουσμάτων. Η μελέτη του για τα σημεία εξάπλωσης της χολέρας, οδήγησε στην πηγή της ασθένειας που ήταν μια μολυσμένη υδραντλία. Ενδεικτικά παρουσιάζεται ο χάρτης που χρησιμοποίησε ο John Snow για την αντιμετώπιση του προβλήματος.



Ενώ τα βασικά στοιχεία της τοπολογίας προϋπήρχαν στην Χαρτογραφία, ο χάρτης του John Snow ήταν πρωτοποριακός για την εποχή του, χρησιμοποιώντας χαρτογραφικές μεθόδους για την απεικόνιση των συστάδων των γεωγραφικά εξαρτώμενων φαινομένων για πρώτη φορά.

Στα πρώτα χρόνια του 20^{ου} αιώνα αναπτύχθηκε ευρέως η «Λιθογραφία Φωτογραφιών», τεχνική στην οποία οι χάρτες χωρίζονται σε διάφορα στρώματα. Στις αρχές της δεκαετίας του 1960 η ανάπτυξη του υλικού των υπολογιστών (hardware) στο πλαίσιο της έρευνας για τα πυρηνικά όπλα, αποτέλεσε το υπόβαθρο για την εξέλιξη και στον τομέα της χαρτογράφησης. Πιο συγκεκριμένα το έτος 1964 ήταν η χρονιά που εμφανίστηκε το πρώτο παγκοσμίως πραγματικό λειτουργικό σύστημα GIS στην Οτάβα του Καναδά από το ομοσπονδιακό τμήμα ενέργειας. Ανεπτυγμένο από τον Roger Tomlinson, ονομάστηκε «Καναδικό Γεωγραφικό Σύστημα Πληροφοριών» (CGIS) και χρησιμοποιήθηκε για την αποθήκευση, ανάλυση και χειρισμό των συλλεχθέντων στοιχείων από τον υπεύθυνο για τις χαρτογραφήσεις οργανισμό (Canada Land Inventory - CLI). Αυτό αποτέλεσε και μια πρωτοβουλία ώστε να καθοριστεί η κατανομή εδάφους για τον «αγροτικό» Καναδά με τη χαρτογράφηση των πληροφοριών για τη γη, τη γεωργία, την άγρια φύση, τα υδρόβια πουλιά, τη δασονομία, και τη χρήση εδάφους σε μια κλίμακα 1:250.000.

Το σύστημα αυτό (CGIS), το οποίο δεν υπήρξε ποτέ διαθέσιμο σε εμπορική μορφή, αποτέλεσε μια βελτιωμένη έκδοση χαρτογράφησης, εφόσον είχε την ικανότητα να πραγματοποιεί τόσο επικαλύψεις και μετρήσεις, όσο και ψηφιοποιήσεις. Υποστήριζε ένα εθνικό σύστημα και κωδικοποιούσε τις γραμμές ως τόξα, έχοντας ενσωματωμένη μια πραγματική τοπολογία, ενώ μπορούσε να αποθηκεύει τις ιδιότητες και τις διάφορες τοπικές πληροφορίες σε ξεχωριστά αρχεία. Ως αποτέλεσμα αυτών των δυνατοτήτων του συστήματος, ο Tomlinson είχε τώρα γίνει γνωστός ως «πατέρας του GIS». Η χρήση του συστήματος CGIS διήρκεσε ως τη δεκαετία του 1990 και στη συνέχεια αποτέλεσε τη βάση για την ανάπτυξη της μεγαλύτερης ψηφιακής βάσης δεδομένων των πόρων του εδάφους του Καναδά. Το σύστημα που αναπτύχθηκε ήταν βασισμένο σε έναν κεντρικό υπολογιστή, ο οποίος υποστήριζε τόσο τον ομοσπονδιακό όσο και τον τοπικό προγραμματισμό και τη διαχείριση των πόρων. Τα σύνολα των

σύνθετων στοιχείων που είχε τη δυνατότητα να αναλύει, αφορούσαν ακόμα και μια ολόκληρη ήπειρο.

Επίσης το έτος 1964, ο Howard T Fisher, διαμόρφωσε ένα εργαστήριο για την «Ηλεκτρονική Γραφιστική και τη Χωρική Ανάλυση» (Computer Graphics and Spatial Analysis) στο Πανεπιστήμιο του Χάρβαρντ (LCGSA 1965-1991), όπου αναπτύχθηκε ένας αριθμός από σημαντικές θεωρητικές έννοιες για την χωρική επεξεργασία δεδομένων. Επιπλέον, μέχρι τη δεκαετία του 1970, ο Howard T Fisher, είχε καταφέρει να δημιουργήσει κάποιους κώδικες και συστήματα λογισμικού, όπως τα "SYMAP", "GRID", και "ODYSSEY", που αποτέλεσαν εμπνευσμένες πηγές για την μελλοντική εμπορική ανάπτυξη στα πανεπιστήμια, τα ερευνητικά κέντρα, και τις εταιρίες παγκοσμίως.

Μέχρι τα τέλη της δεκαετίας του 1970, διάφορες εμπορικές εφαρμογές χαρτογράφησης πωλούνταν από προμηθευτές όπως Autodesk, ESRI, MapInfo, Intergraph, General Electric (GE Small world) και CARIS, οι οποίες ενσωμάτωναν επιτυχώς πολλά από τα χαρακτηριστικά γνωρίσματα του CGIS συστήματος. Οι εφαρμογές αυτές συνδύαζαν την προσέγγιση της πρώτης γενιάς χαρτογράφησης για το διαχωρισμό των χωρικών πληροφοριών (spatial information) και των πληροφοριών των σχετικών με τις ιδιότητες, με μια προσέγγιση δεύτερης γενιάς για την οργάνωση των ιδιοτήτων των διαφόρων στοιχείων στις δομές βάσεων δεδομένων (database structures). Η ανάπτυξη της βιομηχανίας κατά τις δεκαετίες 1980 και 1990 οφείλεται στην αυξανόμενη χρήση τόσο των GIS συστημάτων στους τερματικούς σταθμούς Unix, όσο και του προσωπικού υπολογιστή (PC). Μέχρι το τέλος του 20^{ου} αιώνα, η ταχεία ανάπτυξη των διαφόρων συστημάτων ήταν βασισμένη πάνω σε σχετικά λίγες πλατφόρμες, με τους χρήστες να αρχίζουν να εξαγωγή την έννοια της εξέτασης των στοιχείων GIS μέσω του Διαδικτύου και κάποιων προτύπων μεταφοράς. Πιο πρόσφατα, παρατηρείται μια αυξανόμενη τάση χρήσης ελευθέρων (open source) GIS προγραμμάτων, όπως τα GRASS GIS και Quantum GIS, τα οποία τρέχουν σε μια σειρά λειτουργικών συστημάτων και μπορούν να προσαρμοστούν έτσι ώστε να είναι σε θέση να εκτελούν κάποιο συγκεκριμένο σκοπό.

8.2 Εισαγωγή

Η Ελλάδα, όπως και πολλές άλλες χώρες, έχει διαιρεθεί με βάση τους αλφαριθμητικούς *Ταχυδρομικούς Κώδικες*, σε έναν αριθμό περιοχών, όπου σε κάθε περιοχή αντιστοιχεί ένας ταχυδρομικός κώδικας. Από ιστορικά στοιχεία που είναι αποθηκευμένα σε μία βάση δεδομένων, για μια συγκεκριμένη περίοδο του έτους, μπορεί εύκολα να υπολογιστεί ο αριθμός των σπιτιών ανά ταχυδρομική περιοχή που έχει απαίτηση για κάποια παράδοση. Με τον τρόπο αυτό, επιτυγχάνεται μείωση το συνολικού φόρτου εργασίας και ταχύτερη παράδοση στον πελάτη (στα σπίτια).

Το πρόβλημα το οποίο προκύπτει, αποτελεί ένα «*Πρόβλημα Δρομολόγησης Οχημάτων*» όπου κάθε πελάτης αντιπροσωπεύει μια ταχυδρομική περιοχή με μια εκτίμηση του φόρτου εργασίας να περιλαμβάνεται στην παράδοση στον κάθε πελάτη. Δεδομένου ότι η παράδοση εντός μιας ταχυδρομικής περιοχής περιλαμβάνει επισκέψεις στα σπίτια της περιοχής αυτής, ο οδηγός του οχήματος παράδοσης θα πρέπει να γνωρίζει καλά τη συγκεκριμένη περιοχή. Ένας οδηγός που συμβουλευέται συνεχώς έναν χάρτη, ή που ρωτά τους περαστικούς για τον τρόπο προσέγγισης των σημείων παράδοσης, προφανώς δεν αποτελεί μια αποτελεσματική και αξιόπιστη λειτουργία παράδοσης. Για την αποφυγή τέτοιων περιστατικών, οι επιχειρήσεις χρησιμοποιούν μια σειρά από «*Σταθερές Διαδρομές*», όπου οι ίδιες διαδρομές οχημάτων χρησιμοποιούνται αμετάβλητες από τον ίδιο οδηγό για μια δεδομένη χρονική περίοδο (π.χ. κατά τη διάρκεια μιας εποχής του έτους).

Ως εκ τούτου, προκύπτει ένα σχετικά πολύπλοκο Πρόβλημα Δρομολόγησης Οχημάτων, με απαίτηση όμως για σχεδιασμό Σταθερών Διαδρομών.

Παρόλα αυτά, μια περαιτέρω απλοποίηση του προβλήματος κρίνεται εφικτή. Αυτό που θα πρέπει οπωσδήποτε να ληφθεί υπόψη, είναι η δυνατότητα των σταθερών αυτών διαδρομών που θα οριστούν και θα χρησιμοποιηθούν, να μπορούν να εξυπηρετήσουν τους πελάτες κατά την περίοδο αιχμής της επιχείρησης. Προσδιορίζοντας επακριβώς τις μέγιστες απαιτήσεις των πελατών ανά ημέρα (π.χ. της χειμερινής περιόδου), στόχο αποτελεί ο σχεδιασμός των διαδρομών εκείνων που θα είναι σε θέση να αντιμετωπίσουν αυτή τη μέγιστη δυνατή ζήτηση. Για εξοικονόμηση χρόνου,

κρίνεται απαραίτητος ο συσχετισμός των απαιτήσεων κάποιων πελατών ανάλογα με τη φύση της επιχείρησής τους. Επομένως, προκύπτει ένα «Πρόβλημα Δρομολόγησης Περιόδου», για την επίλυση του οποίου είναι διαθέσιμοι αρκετοί πιθανοί αλγόριθμοι.

Όπως προαναφέρθηκε, μετά τη συνάθροιση, κάθε πελάτης ανήκει σε μία ταχυδρομική περιοχή, η οποία αντιπροσωπεύει μια συγκεκριμένη περιοχή επάνω στο χάρτη. Μερικές περιοχές είναι όμορες, ενώ μερικές άλλες όχι. Δεδομένου ότι ο οδηγός κάθε οχήματος είναι εξοικειωμένος με την περιοχή, καθώς και για ιστορικούς λόγους, η επιχείρηση απαιτεί οι διαδρομές που θα ακολουθηθούν από τα οχήματα να είναι σχεδιασμένες με τέτοιο τρόπο, ώστε παρακείμενοι πελάτες να εξυπηρετούνται από το ίδιο όχημα. Σε γεωγραφικούς όρους, οι ταχυδρομικές περιοχές για την εξυπηρέτηση των οποίων σχεδιάζεται μια διαδρομή, θα πρέπει να είναι συνεχείς.

8.3 Συλλογή δεδομένων

Κατωτέρω γίνεται αναφορά των στοιχείων που λαμβάνονται υπόψη για τη δρομολόγηση των οχημάτων:

8.3.1 Οχήματα

Βασικό περιορισμό στα προβλήματα δρομολόγησης αποτελεί ο συνολικός χρόνος παράδοσης, ενώ το φυσικό μέγεθος και η χωρητικότητα των οχημάτων δεν αποτελούν περιορισμούς που σχετίζονται άμεσα με τις διαδικασίες της επιχείρησης.

8.3.2 Φόρτος Εργασίας Πελατών

Όπως έχει ήδη αναφερθεί, η επιχείρηση υπολογίζει το φόρτο εργασίας κατά την παράδοση σε κάθε πελάτη από διάφορα διαθέσιμα ιστορικά στοιχεία. Δεδομένου ότι κάθε πελάτης αντιπροσωπεύει μια συγκεκριμένη ταχυδρομική περιοχή, ο φόρτος εργασίας έχει δύο βασικά συστατικά:

Α Τον χρόνο που απαιτείται για τη διαδρομή από το ένα σημείο (σπίτι) στο άλλο. Ο χρόνος αυτός υπολογίζεται από την επίλυση του

«Προβλήματος του Περιοδεύοντος Πωλητή» (travelling salesman problem).

Ά Τον χρόνο που απαιτεί η εκφόρτωση και παράδοση των εμπορευμάτων σε κάθε σημείο (σπίτι). Ο χρόνος αυτός εκτιμάται χρησιμοποιώντας τις σταθερές (πρότυπα) της επιχείρησης που αφορούν τους χρόνους παράδοσης.

8.4 Ορισμός

Ένα «Γεωγραφικό Σύστημα Πληροφοριών» (GIS) αποτελεί ένα σύστημα για τη **Συλλογή, Αποθήκευση, Ανάλυση** και **Διαχείριση Στοιχείων** και **Ιδιοτήτων**, που σχετίζονται με τη Γη. Πιο συγκεκριμένα, είναι ένα Πληροφοριακό Σύστημα ικανό να συγκεντρώνει, αποθηκεύει, συντάσσει, αναλύει, διαχωρίζει, και εκθέτει πληροφορίες σχετικές με Γεωγραφικά Στοιχεία. Γενικότερα, τα GIS συστήματα αποτελούν εργαλεία που επιτρέπουν στους χρήστες τους τη δημιουργία διαδοχικών ερωτημάτων (αναζητήσεις δημιουργημένες από το χρήστη), την ανάλυση χωρικών πληροφοριών, την έκδοση στοιχείων και χαρτών, και τέλος την παρουσίαση των αποτελεσμάτων όλων αυτών των λειτουργιών. Η επιστήμη πάνω στην οποία βασίζονται πολλές εφαρμογές και συστήματα που διδάσκονται στα προγράμματα σπουδών πολλών πανεπιστημίων, είναι **η Επιστήμη των Γεωγραφικών Πληροφοριών**.

Η Τεχνολογία των Γεωγραφικών Πληροφοριακών Συστημάτων μπορεί να χρησιμοποιηθεί για Επιστημονικές Έρευνες, για τη Διαχείριση των Πόρων, για τη Διαχείριση των Περιουσιακών Στοιχείων, για την Εκτίμηση της Περιβαλλοντικής Επίδρασης και για τον Αστικό Προγραμματισμό. Επίσης χρησιμοποιείται από επιστήμες όπως η Χαρτογραφία, η Εγκληματολογία και η Ιστορία, καθώς και από ορισμένα τμήματα και λειτουργίες μιας επιχείρησης όπως οι Πωλήσεις, το Marketing και φυσικά **ο Προγραμματισμός των Διανομών (Routing)**. Για παράδειγμα, σε περιπτώσεις φυσικής καταστροφής, ένα GIS σύστημα καθίσταται ικανό να υπολογίζει εύκολα τους χρόνους απόκρισης έκτακτης ανάγκης, βοηθώντας τους αρμόδιους να ανταποκριθούν άμεσα σε τέτοια προβλήματα. Επιπλέον, ένα Γεωγραφικό Πληροφοριακό Σύστημα μπορεί να

χρησιμοποιηθεί και για τον εντοπισμό των υδροβιότοπων εκείνων, που χρειάζονται προστασία από τη ρύπανση, καθώς και από μια επιχείρηση για την ανεύρεση νέων δυνητικών πελατών, παρόμοιων με τους ήδη υπάρχοντες, με αποτέλεσμα οι πωλήσεις της επιχείρησης να μπορέσουν να επεκταθούν και σε νέες αγορές.

8.5 Τεχνικές που χρησιμοποιούνται στα Συστήματα GIS

8.5.1 Δημιουργία Στοιχείων (Data Creation)

Τα GIS συστήματα τα οποία βασίζονται επάνω σε σύγχρονες τεχνολογίες, χρησιμοποιούν ψηφιακές πληροφορίες, για τις οποίες εφαρμόζεται μια ποικιλία μεθόδων ψηφιακής δημιουργίας αρχείων. Την **πιο διαδεδομένη μέθοδο δημιουργίας αρχείων** αποτελεί η **Ψηφιοποίηση**, κατά την οποία ένας χάρτης σε έντυπη μορφή (ή ένα πλάνο ερευνών), μεταφέρεται σε ένα ψηφιακό μέσο, μέσω της χρήσης ενός προγράμματος CAD, καθώς και προγραμμάτων που σχετίζονται με τα Γεωγραφικά Συστήματα.

8.5.2 Συσχετισμός Πληροφοριών από Διαφορετικές Πηγές

Εάν είναι εφικτό να αντληθούν πληροφορίες για τις βροχοπτώσεις σε ένα κράτος από τις διάφορες αεροφωτογραφίες που λαμβάνονται, τότε μπορεί να δοθεί απάντηση και στο ερώτημα για το ποιοι υδροβιότοποι είναι αυτοί που απειλούνται με ξήρανση και για ποιες χρονικές περιόδους του έτους. Απάντηση σε τέτοιου είδους ερωτήματα είναι σε θέση να δώσει ένα σύστημα GIS, το οποίο μπορεί να λαμβάνει και να επεξεργάζεται πληροφορίες από πολλές διαφορετικές πηγές και σε πολλές διαφορετικές μορφές. Την κύρια απαίτηση για τα στοιχεία της πηγής, αποτελεί η γνώση των θέσεων των μεταβλητών, που μπορούν να προσδιοριστούν τόσο από τις συντεταγμένες x , y , και z του γεωγραφικού μήκους, πλάτους και ύψους αντίστοιχα, όσο και από άλλα συστήματα γεωκωδικοποίησης (geocode), όπως οι ZIP Codes και οι δείκτες μιλίων στις εθνικές οδούς. Οποιαδήποτε υπαρκτή στο χώρο μεταβλητή, μπορεί να τροφοδοτήσει ένα GIS σύστημα, ενώ στο σύστημα μπορούν επίσης να εισαχθούν τα διάφορα είδη στοιχείων σε έντυπη μορφή. Αξιοσημείωτο είναι επίσης το ότι οι διάφορες βάσεις

δεδομένων των Ηλεκτρονικών Υπολογιστών που μπορούν να εισαχθούν άμεσα σε ένα σύστημα GIS, δημιουργούνται συνήθως από κυβερνητικούς οργανισμούς, αλλά και από διάφορες μη κρατικές οργανώσεις.

Ένα GIS σύστημα είναι επίσης ικανό να **μετατρέπει τις υπάρχουσες σε ψηφιακή μορφή πληροφορίες σε μορφές που μπορεί εύκολα να αναγνωρίσει αλλά και να χρησιμοποιήσει**. Για παράδειγμα, οι ψηφιακές φωτογραφίες από δορυφόρο που παράγονται μέσω της *Τηλεπισκόπησης*, μπορούν να αναλυθούν ώστε να παραγάγουν ένα είδος ψηφιακών πληροφοριών για τις «φυτικές καλύψεις» σε μορφή χάρτη (map-like layer). Μία αρκετά διαδεδομένη μέθοδος που αποσκοπεί στην ονομασία των αντικειμένων των GIS συστημάτων, είναι η GTGN (Getty Thesaurus of Geographic Names), η οποία αποτελεί ένα δομημένο λεξιλόγιο που περιέχει περίπου 1.000.000 ονόματα και άλλες πληροφορίες σχετικές με τις διάφορες θέσεις.

8.5.3 Αντιπροσώπευση Στοιχείων

Ένα GIS σύστημα παριστάνει σε ψηφιακή μορφή πραγματικά αντικείμενα όπως δρόμους, έδαφος κλπ, τα οποία μπορούν να χωριστούν σε δύο υποκατηγορίες:

- a. ξεχωριστά (διαιρετά) αντικείμενα όπως τα σπίτια και
- b. συνεχή πεδία (μη διαιρετά) όπως το ποσοστό της βροχόπτωσης.

Για τις δύο αυτές κατηγορίες, υπάρχουν δύο μέθοδοι που χρησιμοποιούνται ευρέως για την αποθήκευση στοιχείων σε ένα GIS σύστημα και οι οποίες αναλύονται παρακάτω.

1. Raster



Digital elevation model, map (image), and vector data

Τα στοιχεία αυτής της μορφής παριστάνουν εικόνες (raster images) και αποτελούνται από *Σειρές* και *Στήλες* που σχηματίζουν κελιά, όπου σε κάθε κελί εκτός από το ακριβές χρώμα, αποθηκεύεται και μία τιμή η οποία μπορεί να είναι, είτε συγκεκριμένη (περίπτωση της χρήσης του εδάφους), είτε συνεχής (περίπτωση βροχοπτώσεων). Σε περιπτώσεις κατά τις οποίες κανένα στοιχείο δεν είναι διαθέσιμο, στο κελί θα αποθηκεύεται μηδενική τιμή. Ενώ σε ένα κελί αυτής της μορφής, αποθηκεύεται μια τιμή, με τη χρησιμοποίηση ζωνών (raster bands) μπορεί να διευρυνθεί το κελί αυτό, ώστε να αντιπροσωπεύει τα “RGB” χρώματα (κόκκινο, πράσινο, μπλε), τους χρωματιστούς χάρτες (color maps), ή έναν εκτεταμένο πίνακα που διαθέτει μια σειρά για κάθε μία τιμή των κελιών. Το πλάτος των κελιών είναι αυτό που δείχνει το πόσο καλός συνδυασμός στοιχείων (raster data set) έχει επιτευχθεί. Για παράδειγμα, σε μια εικόνα από ραντάρ με ακτίνες laser (LIDAR raster), κάθε κελί μπορεί να ισοδυναμεί με ένα pixel το οποίο αντιπροσωπεύει μια περιοχή τριών μέτρων ή και περισσότερο. Συνήθως τα κελιά αντιπροσωπεύουν τετράγωνα περιοχές του εδάφους, χωρίς όμως να αποκλείονται και άλλες μορφές.

2. Vector

Τα «*Διανυσματικά Στοιχεία*» (Vector data) αναπαριστούν πραγματικά αντικείμενα, μέσω της χρήσης γεωμετρικών στοιχείων όπως *Σημεία*, *Γραμμές* (μια σειρά από σημεία), ή *Πολύγωνα*, κατά τη χρησιμοποίηση των οποίων, θα πρέπει να εφαρμόζονται οι κανόνες της τοπολογίας ώστε να μη θίγεται η ακεραιότητα του χώρου (π.χ. τα πολύγωνα δεν πρέπει να επικαλύπτονται). Τα διανυσματικά στοιχεία μπορούν επίσης να χρησιμοποιηθούν και για την αντιπροσώπευση συνεχώς μεταβαλλόμενων φαινομένων. Οι γραμμές του περιγράμματος (Contour lines), καθώς και τα «*τριγωνικά ανώμαλα δίκτυα*» (triangulated irregular networks – TIN) χρησιμοποιούνται για να απεικονίσουν το γεωμετρικό ύψος ή και άλλες συνεχώς μεταβαλλόμενες τιμές. Τα δίκτυα αυτά (TINs) καταγράφουν τις τιμές στα διάφορα σημεία, οι οποίες συνδέονται με γραμμές ώστε να διαμορφώσουν ένα ανώμαλο πλέγμα τριγώνων, με τη μορφή των τριγώνων αυτών να αντιπροσωπεύει την επιφάνεια των εκτάσεων.

è **Πλεονεκτήματα – Μειονεκτήματα της χρήσης Raster & Vector στοιχείων**

Η χρησιμοποίηση στοιχείων “*raster*” ή “*vector*” που αντιπροσωπεύουν την πραγματικότητα, εμφανίζει τόσο πλεονεκτήματα όσο και μειονεκτήματα. Παρόλο που στα “*raster*” στοιχεία οι λειτουργίες επικάλυψης είναι πιο εύκολες από τις αντίστοιχες λειτουργίες των διανυσματικών (*vector*) στοιχείων, τα “*vector*” στοιχεία συνήθως είναι ευκολότερα ως προς την καταχώρηση, την κλιμάκωση και τον επανασχεδιασμό, γεγονός που μπορεί να τα καταστήσει πολύ πιο απλά όσον αφορά στο συνδυασμό διανυσματικών στρωμάτων από διαφορετικές πηγές. Επιπλέον, το σύνολο των στοιχείων “*raster*” καταγράφει μια τιμή για κάθε σημείο της περιοχής που καλύπτεται, ενώ τα “*vector*” στοιχεία αποθηκεύουν μόνο τα ζητούμενα σημεία, με αποτέλεσμα να απαιτούν λιγότερο χώρο αποθήκευσης. Τα “*vector*” στοιχεία επίσης, παριστάνονται ως διανυσματικά γραφήματα (*graphics*) που χρησιμοποιούνται στους παραδοσιακούς χάρτες, με τα “*raster*” στοιχεία να εμφανίζονται ως μια εικόνα της οποίας τα όρια καθορίζονται επακριβώς. Τέλος, τα “*vector*” στοιχεία κρίνονται πιο συμβατά με το περιβάλλον των βάσεων δεδομένων και μπορούν να αποτελούν μια κανονική στήλη ενός σχετικού πίνακα.

8.5.4 Μη Χωρικά Στοιχεία

Εκτός από τα χωρικά στοιχεία τα οποία αντιπροσωπεύονται από τις συντεταγμένες ενός διανύσματος ή τη θέση ενός “*raster*” κελιού, μπορούν επίσης να αποθηκευτούν και κάποια πρόσθετα **μη-χωρικά στοιχεία**, όπως είναι οι **ιδιότητες ενός αντικειμένου**. Για παράδειγμα, σε ένα «δασικό» πολύγωνο μπορεί να αντιστοιχεί μια τιμή, καθώς επίσης πρόσθετες πληροφορίες σχετικές με τα είδη των δέντρων. Στις περιπτώσεις στοιχείων “*raster*”, σε κάθε κελί εκτός από την τιμή μπορεί να αποθηκευτούν και κάποιες πληροφορίες σχετικές με τις ιδιότητες των αντικειμένων, ενώ οι πληροφορίες αυτές μπορούν επίσης να χρησιμοποιηθούν για τον προσδιορισμό ορισμένων αρχείων ενός άλλου πίνακα.

8.5.5 Συλλογή Δεδομένων

Η διαδικασία συλλογής δεδομένων (στοιχείων), τα οποία χρησιμοποιούνται από τα διάφορα συστήματα GIS, αποτελεί μια αρκετά χρονοβόρα διαδικασία για τους χειριστές των συστημάτων αυτών. Στη συνέχεια, για την εισαγωγή των στοιχείων αυτών σε ένα σύστημα GIS, όπου εκεί γίνεται η αποθήκευσή τους σε ψηφιακή μορφή, υπάρχουν ποικίλες μέθοδοι. Η εισαγωγή των στοιχείων ερευνών σε ένα σύστημα GIS από κάποια συστήματα συλλογής ψηφιακών δεδομένων, μπορεί να πραγματοποιηθεί άμεσα, όπως και οι θέσεις από ένα *“Global Positioning System”* (GPS), που αποτελεί ένα άλλο εργαλείο ερευνών, σε ένα σύστημα GIS. Τα στοιχεία τα οποία τυπώνονται σε χαρτί ή σε PET film χάρτες, θα πρέπει να μετατραπούν σε ψηφιακά δεδομένα. Καθώς ένας χειριστής επισημαίνει τα Σημεία, τις Γραμμές, και τα Όρια των Πολυγώνων σε έναν χάρτη, ο Ψηφιοποιητής (digitizer) παράγει διανυσματικά στοιχεία. Επομένως τα *“raster”* στοιχεία ενός χάρτη, θα μπορούσαν να υποβληθούν σε περαιτέρω επεξεργασία προκειμένου να μετατραπούν σε μια σειρά από διανυσματικά στοιχεία.

Έναν επίσης σημαντικό ρόλο στη συλλογή δεδομένων, διαδραματίζουν τα απομακρυσμένα στοιχεία, τα οποία αποτελούνται από αισθητήρες που συνδέονται με μια πλατφόρμα. Οι αισθητήρες αυτοί, περιλαμβάνουν φωτογραφικές μηχανές, ψηφιακούς σαρωτές (scanners) και ραντάρ με ακτίνες laser (LIDAR), ενώ οι πλατφόρμες αποτελούνται συνήθως από δορυφόρους.

Στη σημερινή εποχή, η πλειοψηφία των ψηφιακών στοιχείων προέρχεται από την ερμηνεία των διάφορων φωτογραφιών και αεροφωτογραφιών. Οι τερματικοί σταθμοί *«Μαλακών Αντιγράφων»* (Soft Copy Workstations), χρησιμοποιούνται για την άμεση ψηφιοποίηση των χαρακτηριστικών γνωρισμάτων από τα *«Στερεοφωνικά Ζευγάρια»* (stereo pairs) των ψηφιακών φωτογραφιών. Τα συστήματα αυτά, επιτρέπουν τη σύλληψη των στοιχείων σε 2 και 3 διαστάσεις, όπου οι ανυψώσεις μπορούν εύκολα να μετρηθούν από ένα *«Στερεοφωνικό Ζευγάρι»*, χρησιμοποιώντας τις αρχές της Φωτομετρίας (photogrammetry). Στις μέρες μας επίσης, η ανίχνευση (σάρωση) των εναέριων αναλογικών φωτογραφιών, μπορεί να πραγματοποιηθεί πριν από την εισαγωγή σε ένα σύστημα *«Μαλακών*

Αντιγράφων», εφόσον όμως οι ψηφιακές φωτογραφικές μηχανές υψηλής ευκρίνειας γίνονται όλο και πιο οικονομικές, το βήμα αυτό θα υποσκελιστεί.

Μία ακόμα **σημαντική πηγή χωρικών στοιχείων**, αποτελεί η «*Δορυφορική Τηλεπισκόπηση*». Κατά τη λειτουργία της μεθόδου αυτής, οι δορυφόροι χρησιμοποιούν διαφορετικές συσκευασίες αισθητήρων για την παθητική μέτρηση του συντελεστή ανάκλασης, από τα μέρη του ηλεκτρομαγνητικού φάσματος ή των ραδιοκυμάτων που εστάλησαν από έναν ενεργό αισθητήρα όπως είναι το ραντάρ. Η Τηλεπισκόπηση συλλέγει “*raster*” στοιχεία, τα οποία αν υποβληθούν σε περαιτέρω επεξεργασία, μπορούν να προσδιορίσουν αντικείμενα αλλά και κατηγορίες ενδιαφέροντος, όπως είναι η κάλυψη του εδάφους.

Κατά τη συλλογή των στοιχείων, ο χρήστης του συστήματος θα πρέπει να γνωρίζει εάν τα στοιχεία αυτά πρέπει να συλλεχθούν με μια σχετική ακρίβεια ή με την βέλτιστη δυνατή ακρίβεια. Η ακρίβεια των συλλεχθέντων στοιχείων είναι σε θέση να επηρεάσει όχι μόνο την ερμηνεία των πληροφοριών, αλλά και το συνολικό κόστος της συλλογής.

Εκτός από τη συλλογή και την είσοδο των χωρικών στοιχείων, τα στοιχεία που σχετίζονται με τις ιδιότητες των αντικειμένων, εισάγονται επίσης σε ένα σύστημα GIS. Τα διανυσματικά (vector) στοιχεία, περιλαμβάνουν πρόσθετες πληροφορίες για τα αντικείμενα που αντιπροσωπεύονται στο σύστημα.

Όταν η εισαγωγή των στοιχείων σε ένα σύστημα GIS ολοκληρωθεί, απαιτείται συνήθως μια επιπλέον επεξεργασία των στοιχείων αυτών, προκειμένου να εξαλειφθούν τα λάθη. Πριν από την πραγματοποίηση μιας «προηγμένης ανάλυσης», πρέπει να διαπιστωθεί πως τα διανυσματικά στοιχεία είναι «τοπολογικά ορθά» (topologically correct). Παραδείγματος χάριν, σε ένα οδικό δίκτυο, οι γραμμές θα πρέπει να συνδέουν τους κόμβους σε μια διατομή. Περιπτώσεις λαθών όπως “undershoots” και τα “overshoots” θα πρέπει επίσης να εξαλειφθούν.

8.5.6 Μετατροπή Στοιχείων από Raster σε Vector

Η αναδόμηση στοιχείων μπορεί να πραγματοποιηθεί από ένα σύστημα GIS για την μετατροπή των στοιχείων σε διαφορετικά σχήματα. Για παράδειγμα, ένα σύστημα GIS μπορεί να χρησιμοποιηθεί για να

μετατρέψει έναν δορυφορικό χάρτη σε μια διανυσματική μορφή, σχηματίζοντας γραμμές γύρω από όλα τα κελιά που παρουσιάζουν την ίδια ταξινόμηση, λαμβάνοντας υπόψη κάποιες χωρικές σχέσεις των κελιών, όπως τη γειτνίαση ή τον συνυπολογισμό.

Η πιο προηγμένη επεξεργασία δεδομένων μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την επεξεργασία μιας εικόνας (*image processing*). Η τεχνική αυτή καθώς και ποικίλες άλλες τεχνικές συμπεριλαμβανομένης της χρήσης των δύο μετατροπών διαστάσεων *Fourier*, αναπτύχθηκε προς το τέλος της δεκαετίας του 1960 από τη *NASA* και τον ιδιωτικό τομέα για την δημιουργία φεύτικων χρωμάτων μεγαλύτερης αντίθεσης.

Εφόσον η συλλογή και η αποθήκευση των ψηφιακών δεδομένων, μπορεί να πραγματοποιηθεί με διάφορους τρόπους, οι δύο πηγές στοιχείων μπορούν να μην είναι εξ ολοκλήρου συμβατές. Συνεπώς, ***ένα GIS σύστημα θα πρέπει να είναι σε θέση να μετατρέπει τα γεωγραφικά δεδομένα (geographic data) από τη μια δομή στην άλλη.***

8.5.7 Προβολές, Συστήματα Συντονισμού και Εγγραφή

Ένας ιδιόκτητος χάρτης, καθώς και ένας χάρτης εδάφους έχουν τη δυνατότητα να παρουσιάζουν στοιχεία σε διαφορετικές κλίμακες. Οι πληροφορίες που διαθέτουν οι χάρτες ενός συστήματος GIS, θα πρέπει να καταγράφονται και να διαχειρίζονται με τέτοιο τρόπο ώστε να ταιριάζουν με τις πληροφορίες που συγκεντρώνονται και από άλλους χάρτες. Τα ψηφιακά δεδομένα πριν από την ανάλυσή τους, ίσως πρέπει να υποβληθούν και σε άλλους χειρισμούς, προβολές και συντονισμένες μετατροπές (π.χ. να ενσωματώνονται σε ένα GIS σύστημα).

Η απεικόνιση της Γης μπορεί να πραγματοποιηθεί σύμφωνα με διάφορα πρότυπα, καθένα εκ των οποίων παρέχει ένα διαφορετικό συνδυασμό συντεταγμένων (π.χ., γεωγραφικό πλάτος, γεωγραφικό μήκος, γεωγραφικό ύψος) για οποιοδήποτε σημείο πάνω στην επιφάνειά της. Το πιο απλό από τα πρότυπα αυτά, θεωρεί τη Γη σαν μια τέλεια σφαίρα, ενώ δεδομένου ότι αρκετές μετρήσεις της γης έχουν πραγματοποιηθεί, τα πρότυπα της γης έχουν αποκτήσει μια πιο ακριβή αλλά και πολύπλοκη μορφή. Στην πραγματικότητα, υπάρχουν πρότυπα που αφορούν κάποιες συγκεκριμένες περιοχές της γης, τα οποία παρέχουν αυξημένη ακρίβεια

(π.χ., βορειοαμερικανικό στοιχείο, 1927 - NAD27 – λειτουργεί πολύ καλά στη Βόρεια Αμερική, αλλά όχι και στην Ευρώπη).

Ένα θεμελιώδες συστατικό της κατασκευής χαρτών είναι η **Προβολή (Projection)**, η οποία αποτελεί ένα **μαθηματικό τρόπο μεταβίβασης πληροφοριών από ένα πρότυπο της γης, που αντιπροσωπεύει μια τρισδιάστατη κυρτή επιφάνεια, σε ένα δυσδιάστατο μεσαίου μεγέθους χαρτί ή σε μια οθόνη υπολογιστή**. Εφόσον κάθε προβολή ταιριάζει ιδιαίτερα σε συγκεκριμένες χρήσεις, διαφορετικές προβολές χρησιμοποιούνται για τους διάφορους τύπους χαρτών. Για παράδειγμα, μια προβολή που ειδικεύεται στον προσδιορισμό της μορφής των ηπείρων, μπορεί να διαστρεβλώσει τα σχετικά με αυτές μεγέθη.

Καθώς ένα μεγάλο μέρος των πληροφοριών ενός GIS συστήματος προέρχεται από ήδη υπάρχοντες χάρτες, το σύστημα αυτό μπορεί να χρησιμοποιήσει τη δύναμη επεξεργασίας του Ηλεκτρονικού Υπολογιστή προκειμένου να μετασχηματίσει σε μια κοινή προβολή και ένα κοινό σύστημα συντονισμού, τις ψηφιακές πληροφορίες, οι οποίες έχουν συλλεχθεί από πηγές με διαφορετικές προβολές ή/και διαφορετικά συστήματα συντονισμού. Στην περίπτωση κατά την οποία **οι πληροφορίες αφορούν εικόνες**, η παραπάνω διαδικασία καλείται **Επανόρθωση (rectification)**.

8.6 Χωρική ανάλυση με χρήση του συστήματος GIS

8.6.1 Διαμόρφωση (Μοντελοποίηση) Στοιχείων

Η συσχέτιση των χαρτών που απεικονίζουν υδροβιότοπους, με τα ποσά των βροχοπτώσεων που καταγράφονται στα διάφορα σημεία (π.χ. αερολιμένες, τηλεοπτικοί σταθμοί, σχολεία κλπ.), αποτελεί μια πολύ δύσκολη διαδικασία. Εντούτοις, ένα σύστημα GIS, λαμβάνοντας πληροφορίες για τα διάφορα χαρακτηριστικά της γήινης επιφάνειας, του υπεδάφους και της ατμόσφαιρας, μπορεί να πραγματοποιήσει μια δυσδιάστατη αλλά και τρισδιάστατη απεικόνιση των χαρακτηριστικών αυτών. Για παράδειγμα, με τη βοήθεια ενός τέτοιου συστήματος, και μάλιστα σε πολύ σύντομο χρονικό διάστημα, μπορεί να σχεδιαστεί ένας χάρτης με «γραμμές ισοπληθών» ή περιγράμματα, τα οποία παρουσιάζουν τα διαφορετικά ποσά των βροχοπτώσεων. Ένας τέτοιος χάρτης μπορεί να

θεωρηθεί ως «Χάρτης Περιγράμματος Βροχοπτώσεων» (rainfall contour map). Ένας αρκετά μεγάλος αριθμός από πολύπλοκες μεθόδους είναι ικανές να υπολογίσουν τα χαρακτηριστικά των επιφανειών, λαμβάνοντας έναν περιορισμένο αριθμό μετρήσεων στα σημεία αυτά. Ένας χάρτης περιγράμματος δύο διαστάσεων, προκύπτει ύστερα από μετρήσεις της επιφάνειας στα σημεία των βροχοπτώσεων, ενώ μπορεί να αναλυθεί και με τη βοήθεια ενός οποιουδήποτε άλλου χάρτη σε ένα σύστημα GIS ο οποίος καλύπτει την ίδια περιοχή.

Οι «γραμμές ισοπληθών», οι οποίες αντιπροσωπεύουν τα περιγράμματα ανύψωσης, μαζί με την «ανάλυση κλίσεων», το «σκιασμένο ανάγλυφο» καθώς και άλλα αντικείμενα αναπαράστασης του γεωμετρικού ύψους, μπορούν να χαραχθούν από μια σειρά τρισδιάστατων σημείων ή το «Ψηφιακό Πρότυπο Μέτρησης» του γεωμετρικού ύψους. Οι διαχωριστικές γραμμές των υδάτων, μπορούν να καθοριστούν εύκολα για οποιαδήποτε δεδομένη έκταση, μέσω του υπολογισμού όλων των παρακείμενων σε αυτές περιοχών.

8.6.2 Τοπολογική Διαμόρφωση

Ένα σύστημα GIS είναι ικανό να αναγνωρίζει και να αναλύει τις όποιες χωρικές σχέσεις υπάρχουν μεταξύ των στοιχείων που είναι αποθηκευμένα σε ψηφιακή μορφή. Για παράδειγμα, μπορεί να αναγνωρίζει αν υπάρχουν εργοστάσια ή πρατήρια υγρών καυσίμων σε μια συγκεκριμένη περιοχή, και αν υπάρχουν, σε ποιο συγκεκριμένο σημείο είναι εγκατεστημένα. Οι τοπολογικές αυτές σχέσεις, που συνήθως περιλαμβάνουν τη γειτνίαση (τι γειτονεύει με τι), τη συγκράτηση (τι εσωκλείει τι) και την εγγύτητα (πόσο κοντά είναι κάτι σε κάτι άλλο), αποτελούν πρόσφορο έδαφος για την εκτέλεση μιας σύνθετης χωρικής διαμόρφωσης και ανάλυσης.

8.6.3 Δίκτυα

Ένα σύστημα GIS μπορεί να μιμηθεί τη δρομολόγηση των υλικών κατά μήκος ενός γραμμικού δικτύου. Τιμές όπως η κλίση, το όριο ταχύτητας και η διάμετρος σωλήνων, μπορούν να ενσωματωθούν στη διαμόρφωση των δικτύων με σκοπό να περιγραφεί με μεγαλύτερη ακρίβεια

η ροή του φαινομένου. Παραδείγματος χάριν, μπορεί να δοθεί απάντηση σε ερωτήματα σχετικά με το πόσο χρονικό διάστημα είναι αρκετό για την εισχώρηση ενός καταστρεπτικού ρύπου σε έναν υδροβιότοπο, όταν όλα τα εργοστάσια πλησίον του υδροβιότοπου αυτού, επρόκειτο τυχαία να απελευθερώσουν τις χημικές τους ουσίες στον ποταμό την ίδια χρονική στιγμή. Η διαμόρφωση δικτύων υιοθετείται συνήθως από λειτουργίες όπως ο «Προγραμματισμός των Μεταφορών» (transportation planning), η «Υδρολογική Διαμόρφωση» (hydrology modeling) και η «Δημιουργία Υποδομής» (infrastructure modeling).

8.6.4 Χαρτογραφική Διαμόρφωση

Ο όρος «Χαρτογραφική Διαμόρφωση» (cartographic modeling) που πιθανώς χρησιμοποιήθηκε για πρώτη φορά από τον Dana Tomlin στη διατριβή του και αργότερα στο βιβλίο του που έφερε και τον ομώνυμο τίτλο, αναφέρεται σε μια διαδικασία κατά την οποία παράγονται, υποβάλλονται σε επεξεργασία και στη συνέχεια αναλύονται, διάφορα στρώματα της ίδιας περιοχής. Ο Tomlin χρησιμοποίησε μόνο “raster” στρώματα, όμως η μέθοδος των επικαλύψεων η οποία παρουσιάζεται κατωτέρω, μπορεί να χρησιμοποιηθεί γενικότερα. Οι διαδικασίες στα στρώματα των χαρτών μπορούν να συνδυαστούν με κάποιους αλγορίθμους, και ενδεχομένως με κάποια πρότυπα προσομοίωσης ή βελτιστοποίησης.

8.6.5 Επικαλύψεις Χαρτών

Οι επικαλύψεις αυτές των χαρτών, που είναι παρόμοιες με τις μαθηματικές επικαλύψεις των διαγραμμάτων Venn (Venn diagrams), αποτελούν συνδυασμό δύο ξεχωριστών χωρικών συνόλων στοιχείων (σημείων, γραμμών ή πολυγώνων), ώστε να δημιουργηθεί ένα νέο διανυσματικό σύνολο στοιχείων. Πιο συγκεκριμένα, μία «Επικάλυψη Ένωσης» (union overlay), συνδυάζει τα γεωγραφικά χαρακτηριστικά γνωρίσματα και τους πίνακες ιδιοτήτων και των δύο εισερχομένων στοιχείων προς μια νέα ενιαία εξαγωγή, ενώ μία «Διασταυρωμένη Επικάλυψη» (intersect overlay), καθορίζει την περιοχή όπου και τα δύο εισερχόμενα στοιχεία επικαλύπτονται, διατηρώντας παράλληλα και ένα

σύνολο τομέων ιδιοτήτων για κάθε ένα από αυτά τα στοιχεία. Τέλος, σε μία «*Συμμετρική Επικάλυψη Διαφοράς*» (*symmetric difference overlay*), καθορίζεται μια περιοχή εξαγωγής η οποία περιλαμβάνει το συνολικό τομέα και των δύο εισερχόμενων στοιχείων εκτός από την επικαλυπτόμενη περιοχή.

Η εξαγωγή των στοιχείων είναι μια διαδικασία των GIS συστημάτων παρόμοια με τη διανυσματική επικάλυψη, αν και μπορεί να χρησιμοποιηθεί τόσο σε *"raster"* όσο και σε *"vector"* ανάλυση. Εκτός από το συνδυασμό των ιδιοτήτων και των χαρακτηριστικών γνωρισμάτων και των δύο συνόλων στοιχείων, η εξαγωγή στοιχείων χρησιμοποιεί επίσης έναν «συνδετήρα» (*clip*) ή μία «μάσκα» (*mask*) για την εξαγωγή των χαρακτηριστικών γνωρισμάτων ενός συνόλου στοιχείων, τα οποία ανήκουν σε ένα άλλο σύνολο στοιχείων.

Σε περιπτώσεις ανάλυσης στοιχείων *"raster"*, η επικάλυψη του συνόλου των στοιχείων ολοκληρώνεται μέσω μιας διαδικασίας που είναι γνωστή ως «*Τοπική Λειτουργία σε Πολλαπλά Raster*» ή πιο απλά «*Άλγεβρα Χαρτών*», που χρησιμοποιεί μια λειτουργία η οποία συνδυάζει τις τιμές της κάθε μήτρας *"raster"*. Η λειτουργία αυτή, μπορεί επίσης να θεωρήσει κάποια εισερχόμενα στοιχεία σημαντικότερα από κάποια άλλα, μέσω της χρήσης ενός «Προτύπου Δεικτών» (*index model*), ικανού να υπολογίζει την επιρροή κάποιων παραγόντων σε ένα γεωγραφικό φαινόμενο.

8.6.6 Αυτοματοποιημένη Χαρτογραφία

Ένα σύστημα GIS, χρησιμοποιείται κατά τη διαμόρφωση της ψηφιακής χαρτογραφίας ως μία **ημιαυτοματοποιημένη διαδικασία κατασκευής χαρτών**, αποκαλούμενη ως «*Αυτοματοποιημένη Χαρτογραφία*» (*Automated Cartography*). Δεδομένου ότι στις περισσότερες περιπτώσεις δεν κρίνεται απαραίτητη η χρησιμοποίηση όλων των λειτουργιών ενός συστήματος GIS, η διαδικασία αυτή μπορεί να θεωρηθεί σαν ένα υποσύνολο ενός τέτοιου συστήματος, ισοδύναμο με το στάδιο της «*Απεικόνισης*» (*visualization*). Τα στοιχεία που προκύπτουν από την χαρτογραφία μπορούν να είναι είτε σε ψηφιακή, είτε σε έντυπη μορφή, ενώ με τη χρησιμοποίηση σύγχρονων τεχνικών ανάλυσης, καθίσταται εφικτός ο σχεδιασμός χαρτών υψηλής ποιότητας και μάλιστα σε πολύ σύντομο χρονικό διάστημα. Το κυριότερο πρόβλημα που καλείται να

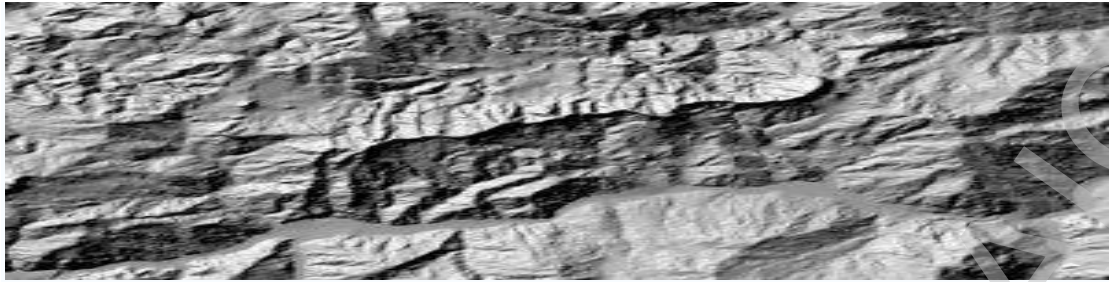
αντιμετωπίσει η «Αυτοματοποιημένη Χαρτογραφία», σχετίζεται με τη χρησιμοποίηση ενός ενιαίου συνόλου στοιχείων για την παραγωγή πολλών ειδών προϊόντων σε ποικίλες κλίμακες, μία τεχνική που είναι γνωστή ως «Γενίκευση» (Generalization).

8.6.7 Γεωστατιστική

Η «Γεωστατιστική» αποτελεί ένα σχέδιο ανάλυσης σημείων, το οποίο παράγει προβλέψεις για τους τομείς, με τη βοήθεια των δεδομένων για τα διάφορα σημεία. Είναι ένας τρόπος εντοπισμού των στατιστικών ιδιοτήτων αυτών των δεδομένων, ο οποίος διαφοροποιείται από τις γενικές αρχές της στατιστικής, στο γεγονός ότι χρησιμοποιεί τόσο τη θεωρία των «Γραφικών Παραστάσεων» (graph theory), όσο και την «Άλγεβρα των Μητρώων» (matrix algebra) με σκοπό να μειώσει τον αριθμό των παραμέτρων των δεδομένων. Θα πρέπει επίσης να αναφερθεί ότι κατά τη λειτουργία της «Γεωστατιστικής» αναλύονται μόνο οι δευτερεύουσες ιδιότητες των στοιχείων των συστημάτων GIS.

Κατά τη διάρκεια των μετρήσεων των διαφόρων φαινομένων, η ακρίβεια οποιασδήποτε επόμενης ανάλυσης εξαρτάται άμεσα από τις μεθόδους παρατήρησης, ενώ λόγω της φύσης κάποιων δεδομένων (π.χ. επικρατούσες κυκλοφοριακές ρυθμίσεις σε κάποια αστικά κέντρα, καιρικές συνθήκες πάνω από τον Ειρηνικό Ωκεανό, κλπ.), ένας σταθερός ή μερικές φορές μεταβλητός βαθμός ακρίβειας, χάνεται πάντοτε κατά τη μέτρηση. Η απώλεια αυτή της ακρίβειας καθορίζεται από την κλίμακα που έχει οριστεί για τη διανομή των δεδομένων.

Για να καθοριστεί η στατιστική σχετικότητα της ανάλυσης αυτής και δεδομένων των περιορισμών των μεθόδων της εφαρμοσμένης στατιστικής και της συλλογής των δεδομένων, καθορίζεται ένας μέσος όρος προκειμένου να προβλεφθεί η συμπεριφορά των μορίων, των σημείων, και των θέσεων που δεν είναι άμεσα μετρήσιμα.



Το πρότυπο Hill shade προήλθε από ένα Ψηφιακό Πρότυπο Γεωμετρικού Ύψους (Digital Elevation Model - DEM) της περιοχής Valestra στα Βόρεια Απέννινα της Ιταλίας.

8.6.8 Παρεμβολή

Με τον όρο «Παρεμβολή» (Interpolation), περιγράφεται μια διαδικασία κατά την οποία από μία επιφάνεια, δημιουργείται συνήθως ένα σύνολο στοιχείων “raster” μορφής, μέσω της εισαγωγής των συλλεχθέντων στοιχείων σε έναν αριθμό δειγμάτων από διάφορα σημεία. Υπάρχουν διάφορες μορφές «Παρεμβολής», όπου καθεμιά από αυτές μεταχειρίζεται με διαφορετικό τρόπο τα δεδομένα, ανάλογα με τις ιδιότητες που χαρακτηρίζουν το σύνολό τους. Μια πρώτη εκτίμηση που προκύπτει από τη σύγκριση των μεθόδων παρεμβολής, σχετίζεται με το εάν και κατά πόσο θα πρέπει να αλλάξουν (ακριβώς ή κατά προσέγγιση) τα «Δεδομένα της Πηγής» (source data). Ακολουθώντας, θα πρέπει να εξεταστεί η υποκειμενικότητα ή η αντικειμενικότητα των μεθόδων, σύμφωνα με την οποιαδήποτε ανθρώπινη ερμηνεία, και εν συνεχεία εξετάζεται η φύση των μεταβάσεων μεταξύ των σημείων, εάν δηλαδή οι μεταβάσεις αυτές είναι απότομες ή βαθμιαίες. Τέλος, εξετάζεται εάν αυτές οι μέθοδοι είναι γενικές, χρησιμοποιώντας το σύνολο των ακέραιων στοιχείων ώστε να διαμορφωθεί το πρότυπο ή τοπικές, όπου ένας αλγόριθμος επαναλαμβάνεται για ένα μικρό τμήμα της εξεταζόμενης έκτασης.

Θα πρέπει επίσης να αναφερθεί πως η «Παρεμβολή» αποτελεί μια αιτιολογημένη μέτρηση, εξαιτίας μιας «Χωρικής Αυτοσυσχέτισης» (Spatial Autocorrelation Principle), η οποία είναι ικανή να αναγνωρίζει τόσο εάν τα συλλεχθέντα στοιχεία από μια οποιαδήποτε θέση εμφανίζουν αρκετές ομοιότητες, όσο και την επιρροή των θέσεων εκείνων πάνω στα πλησιέστερα σημεία.

Κατωτέρω αναγράφονται κάποιες μαθηματικές μέθοδοι οι οποίες χρησιμοποιούνται για τη διαμόρφωση των δεδομένων:

- ο τα «Ψηφιακά Πρότυπα Γεωμετρικού Ύψους» (Digital Elevation Models - DEM)
- ο τα «Τριγωνομετρικά Ανώμαλα Δίκτυα» (Triangulated Irregular Networks – TIN)
- ο οι «Αλγόριθμοι Εύρεσης Γωνιών» (Edge Finding Algorithms)
- ο τα «Πολύγωνα Theissen» (Theissen Polygons)
- ο η «Ανάλυση Fourier» (Fourier Analysis)
- ο οι «Σταθμισμένοι Κινοούμενοι Μέσοι» (Weighted Moving Averages)
- ο η «Σταθμισμένη Αντίστροφη Απόσταση» (Inverse Distance Weighted)
- ο οι «Κινοούμενοι Μέσοι Όροι» (Moving Averages)

8.6.9 Γεωκωδικοποίηση

Η «Γεωκωδικοποίηση» αποτελεί μια λειτουργία που **υπολογίζει**, με τη βοήθεια των διευθύνσεων των οδών, **τις ακριβείς θέσεις των διαφόρων αντικειμένων** (με x , y συντεταγμένες). Για την κωδικοποίηση των μεμονωμένων διευθύνσεων, απαιτείται η χρησιμοποίηση ενός θέματος αναφοράς, όπως για παράδειγμα, ένα αρχείο οδικών κεντρικών γραμμών με σειρές διευθύνσεων. Οι μεμονωμένες θέσεις των διευθύνσεων υπολογίζονται από την εξέταση των σειρών των διευθύνσεων κατά μήκος ενός οδικού τμήματος και παρέχονται συνήθως υπό μορφή πίνακα ή βάσης δεδομένων. Στη συνέχεια θα τοποθετηθεί ένα σημείο από το σύστημα GIS εκεί όπου ανήκει η συγκεκριμένη διεύθυνση κατά μήκος του τμήματος της κεντρικής γραμμής. Για παράδειγμα, μία διεύθυνση με τον αριθμό 500, θα βρίσκεται στο κέντρο ενός τμήματος της γραμμής, όπου έχει ως αρχικό σημείο τον αριθμό 1 και τελικό τον αριθμό 1000. Η τεχνική αυτή της «Γεωκωδικοποίησης», μπορεί επίσης να εφαρμοστεί και για πραγματικά στοιχεία δεμάτων, χαρακτηριστικά των οποίων συναντώνται σε δημοτικούς φορολογικούς χάρτες, όπου το αποτέλεσμα που θα προκύψει θα είναι ένα διάστημα τοποθετημένο σε αντιδιαστολή με ένα σημείο. Θα πρέπει επίσης να σημειωθεί ότι κατά την εφαρμογή της τεχνικής της «Γεωκωδικοποίησης», εμφανίζονται και κάποιες (ενδεχομένως επικίνδυνες) προειδοποιήσεις οι οποίες συχνά αγνοούνται κατά τη χρησιμοποίηση της «Παρεμβολής».

Σε περιπτώσεις κατά τις οποίες η ορθογραφία των διευθύνσεων διαφέρει, χρησιμοποιείται ένας αριθμός αλγορίθμων, ικανός να προσφέρει βοήθεια στο ταίριασμα των διευθύνσεων. Οι πληροφορίες που παρέχονται σχετικά με τις διάφορες διευθύνσεις, όπως το γεγονός ότι μια ιδιαίτερη οντότητα (π.χ. το ταχυδρομείο) ή μια οργάνωση διαθέτει τα απαιτούμενα στοιχεία, ενδέχεται να μην ταιριάζουν εξ ολοκλήρου με το θέμα αναφοράς. Εντούτοις, μπορούν να υπάρξουν διάφορες παραλλαγές ως προς την ορθογραφία των ονομάτων των οδών, τα ονόματα κοινοτήτων κ.λπ. Συνεπώς, δίνεται η δυνατότητα στο χρήστη να θέσει ορισμένα πιο αυστηρά κριτήρια ταιριάσματος, ή να απλοποιήσει όπου κρίνεται αναγκαίο τις παραμέτρους εκείνες που θα βοηθήσουν στη χαρτογράφηση περισσότερων διευθύνσεων. Τέλος, θα πρέπει να δοθεί ιδιαίτερη προσοχή στην αναθεώρηση των αποτελεσμάτων, ούτως ώστε να μην υπάρξει λανθασμένη ή ανακριβής χαρτογράφηση των διευθύνσεων εξαιτίας μιας υπερβολικά ενθουσιώδους διαδικασίας ταιριάσματος των παραμέτρων.

8.6.10 Αντίστροφη Γεωκωδικοποίηση

«*Αντίστροφη Γεωκωδικοποίηση*» καλείται η διαδικασία της επιστροφής ενός υπολογισμένου αριθμού διεύθυνσης οδών που αφορά σε μια δεδομένη συντεταγμένη. Για παράδειγμα, όταν ένας χρήστης επιλέγει ένα σύνολο συγκεκριμένων κεντρικών οδικών γραμμών (παρέχοντας με τον τρόπο αυτό μια συντεταγμένη), επιστρέφονται οι πληροφορίες που απεικονίζουν τον αριθμό των σπιτιών που εκτιμάται και ο οποίος παρεμβάλλεται από μια σειρά που ορίζεται στο οδικό αυτό τμήμα. Εάν ο χρήστης επιλέξει ένα μεσαίο σημείο ενός τμήματος που έχει ως αρχή του τη διεύθυνση με τον αριθμό 1 και πέρασ τον αριθμό 100, η αντίστοιχη επιστρεφόμενη τιμή θα βρίσκεται κάπου κοντά στην τιμή 50. Τελειώνοντας θα πρέπει να σημειωθεί ότι κατά την τεχνική της «*Αντίστροφης Γεωκωδικοποίησης*», δεν επιστρέφονται πραγματικές διευθύνσεις, αλλά μόνο εκτιμήσεις σχετικές με το τι θα πρέπει να βασιστεί επάνω σε κάθε προκαθορισμένη περιοχή.

8.6.11 Εξαγωγή Δεδομένων και Χαρτογραφία

Η σύγχρονη «Χαρτογραφία», που στην πλειοψηφία της πραγματοποιείται με τη βοήθεια Ηλεκτρονικών Υπολογιστών χρησιμοποιώντας συνήθως ένα σύστημα GIS, αποτελεί ένα πλάνο για το σχεδιασμό των χαρτών. Τα περισσότερα λογισμικά των GIS συστημάτων, προσφέρουν στο χρήστη ουσιαστικό έλεγχο της εμφάνισης των στοιχείων.

Με τη χρησιμοποίηση της «Χαρτογραφίας» εξυπηρετούνται οι δύο ακόλουθες πολύ σημαντικές λειτουργίες:

1. Απεικόνιση των γραφικών παραστάσεων στην οθόνη ενός Ηλεκτρονικού Υπολογιστή ή σε χαρτί, μεταβιβάζοντας με τον τρόπο αυτό τα αποτελέσματα της ανάλυσης στους υπεύθυνους για τη λήψη απόφασης. Αρκετά είδη γραφικών παραστάσεων, μεταξύ των οποίων και κάποιοι «Χάρτες Τοίχων» (Wall Maps), είναι δυνατό να σχεδιαστούν για την απεικόνιση των αποτελεσμάτων, επιτρέποντας με τον τρόπο αυτό στον αναγνώστη να τα κατανοήσει και να τα ερμηνεύσει πιο εύκολα. Επιπλέον, ορισμένοι «Κεντρικοί Διαδικτυακοί Χάρτες» (Web Map Servers) συμβάλλουν στη διευκόλυνση της διανομής των χαρτών που έχουν ήδη σχεδιαστεί μέσω των Web Browsers, χρησιμοποιώντας μια σειρά προγραμμάτων όπως AJAX, Java, Flash, κλπ., βασισμένων στο Web.
2. Για περαιτέρω ανάλυση και χρήση, μπορεί να χρησιμοποιηθεί και μια σειρά από άλλα είδη βάσεων δεδομένων. Ένα ενδεικτικό παράδειγμα αποτελεί ένας κατάλογος που περιλαμβάνει όλες τις διευθύνσεις σε ακτίνα ενός μιλίου από έναν τοξικό ρύπο.

8.6.12 Τεχνικές Γραφικής Έκθεσης & Επίδειξης

Οι παραδοσιακοί χάρτες αποτελούν αφαιρέσεις του πραγματικού κόσμου και ουσιαστικά για το σχεδιασμό τους πραγματοποιείται μια δειγματοληψία των πιο σημαντικών στοιχείων, η απεικόνιση των οποίων γίνεται στη συνέχεια σε ένα φύλλο χαρτί, με χρησιμοποίηση συμβόλων που αντιπροσωπεύσουν τα φυσικά αντικείμενα. Τα σύμβολα αυτά, θα πρέπει να είναι σχεδιασμένα κατά τέτοιο τρόπο ώστε να μπορούν να αναγνωριστούν και να ερμηνευτούν εύκολα από τους χρήστες. Εφόσον η πραγματική μορφή του εδάφους δεν μπορεί να απεικονιστεί αλλά μόνο να κατανοηθεί,

οι «*Τοπογραφικοί Χάρτες*» (Topographic Maps) χρησιμοποιούνται για την παρουσίαση της μορφής της επιφάνειας του εδάφους με «Γραμμές Περιγράμματος» (contour lines).

Τη σημερινή εποχή, όπου τεχνικές γραφικής έκθεσης όπως η σκίαση, βασίζονται στο εκάστοτε υψόμετρο, σε ένα σύστημα GIS, οι σχέσεις μεταξύ των στοιχείων των χαρτών μπορούν να γίνουν ορατές, παρέχοντας τη δυνατότητα για πιο εύκολη εξαγωγή και ανάλυση των απαιτούμενων πληροφοριών. Παραδείγματος χάριν, σε ένα τέτοιο σύστημα, δύο τύποι δεδομένων συνδυάζονται, ώστε να εκφράσουν την άποψη μιας μερίδας του πληθυσμού κάποιας περιοχής.

Παρακάτω γίνεται περιγραφή δύο βασικών τύπων απεικόνισης:

- Το «*Ψηφιακό Πρότυπο Γεωμετρικού Ύψους*» (Digital Elevation Model), που αποτελείται από ανυψώσεις στην επιφάνεια οι οποίες καταγράφονται σε ένα οριζόντιο πλέγμα 30m. Από τις ανυψώσεις αυτές, οι υψηλές χρωματίζονται με λευκό χρώμα, ενώ αντίστοιχες χαμηλές με μαύρο.
- Ο χάρτης "*Landsat Thematic Mapper*", ο οποίος παρουσιάζει με υπέρυθρο χρώμα μια εικόνα μιας συγκεκριμένης περιοχής με ανάλυση σε pixels των 30m, καθώς επίσης στοιχεία εικόνων, για τα σημεία αυτά ανά pixel, όπως κάνουν και οι «Πληροφορίες Ανύψωσης».

Ένα σύστημα GIS μπορεί επίσης να καταχωρεί και να συνδυάζει δύο εικόνες, προκειμένου να προσδώσει σε αυτές μια τρισδιάστατη μορφή, χρησιμοποιώντας τα «*Θεματικά Pixels Εικόνας*» (Thematic Mapper Image Pixels). Η έκθεση μέσω ενός συστήματος GIS, εξαρτάται από τη χρονική στιγμή της εξέτασης από τον παρατηρητή, καθώς και την συγκεκριμένη ημέρα πραγματοποίησής της, ώστε να αποδοθούν με τον κατάλληλο τρόπο οι σκιές που δημιουργούνται από τις ακτίνες του ηλίου σε εκείνο το γεωγραφικό πλάτος, το γεωγραφικό μήκος και τη χρονική στιγμή της ημέρας.

8.6.13 Χωρικά ETL

Τα «*Χωρικά Εργαλεία ETL*» έχουν την ικανότητα να επεξεργάζονται τα δεδομένα ενός παραδοσιακού λογισμικού Extract, Transform και Load

(ETL), εστιάζοντας κυρίως στις ρυθμίσεις των χωρικών στοιχείων. Επιπλέον, παρέχουν στους χρήστες των GIS συστημάτων, τη δυνατότητα να μπορούν να μεταφράζουν τα στοιχεία μεταξύ διαφορετικών προτύπων και ξεχωριστών (μοναδικών) σχημάτων, με ταυτόχρονο μετασχηματισμό των γεωμετρικών τους σχημάτων.

8.7 Λογισμικό Συστημάτων GIS

Με τη χρησιμοποίηση των πολυάριθμων εφαρμογών του Λογισμικού των συστημάτων GIS, επιτυγχάνεται προσέγγιση, μεταφορά, μετασχηματισμός, επεξεργασία και επίδειξη όλων των γεωγραφικών πληροφοριών. Στο χώρο της Βιομηχανίας, προσφέρονται διάφορα προγράμματα λογισμικού από τις επιχειρήσεις, μεταξύ των οποίων τα ESRI και MapInfo, τα οποία προσφέρουν μια πλήρη γκάμα εργαλείων. Ο Δημόσιος τομέας και ο Στρατός, χρησιμοποιούν συνήθως ορισμένα αντίγραφα λογισμικού συστημάτων όπως τα GRASS, ενώ πιο σπάνια χρησιμοποιούν μια σειρά από εξειδικευμένα προγράμματα τα οποία ικανοποιούν μια πολύ συγκεκριμένη ανάγκη. Παρόλο που η ύπαρξη των εργαλείων αποσκοπεί στην παρουσίαση του συνόλου των δεδομένων των συστημάτων GIS, η δημόσια πρόσβαση σε γεωγραφικές πληροφορίες βασίζεται σε προγράμματα online σύνδεσης όπως το Google Earth και η «Διαδικτυακή Χαρτογράφηση» (Interactive Web Mapping).

8.7.1 Υπόβαθρο

Παλαιότερα, μέχρι τα τέλη της δεκαετίας του '90, τα δεδομένα των GIS συστημάτων στηρίζονταν κυρίως στη χρήση μεγάλων υπολογιστικών μονάδων που τα αποθήκευαν συνήθως σε διάφορα εσωτερικά αρχεία, με αποτέλεσμα το λογισμικό να αποτελεί ένα αυτόνομο προϊόν. Εντούτοις, εξαιτίας τόσο της ραγδαίας ανάπτυξης του διαδικτύου και των δικτύων (networks), όσο και της αυξημένης απαίτησης για διανεμημένα γεωγραφικά στοιχεία, το λογισμικό των συστημάτων GIS μετέβαλε σταδιακά ολόκληρη τη φιλοσοφία του σχετικά με την παράδοση δεδομένων πέρα από ένα δίκτυο. Αυτό έχει ως συνέπεια, στις μέρες μας, το λογισμικό των συστημάτων GIS να πωλείται συνήθως σαν συνδυασμός διαφόρων διαλειτουργικών εφαρμογών και API's.

8.7.2 Δημιουργία Δεδομένων

Αρχικά, για την προετοιμασία των προς χρήση στοιχείων μέσα σε ένα GIS σύστημα, χρησιμοποιείται το «Λογισμικό Επεξεργασίας» των συστημάτων GIS, το οποίο συμβάλει στον μετασχηματισμό των ακατέργαστων γεωγραφικών δεδομένων, σε μια πιο εύχρηστη μορφή για το σύστημα. Ένα σχετικό παράδειγμα, αποτελεί μια αεροφωτογραφία η οποία πιθανότατα θα πρέπει να τεντωθεί κατά τέτοιο τρόπο ώστε τα pixels να ευθυγραμμίζονται με τις διαβαθμίσεις τόσο του γεωγραφικού μήκους, όσο και του γεωγραφικού πλάτους. Το «Λογισμικό Επεξεργασίας» μπορεί επίσης να χρησιμοποιηθεί για την επίτευξη κάποιων μετασχηματισμών που απαιτούνται κατά την ανάλυση του λογισμικού ενός GIS συστήματος, υπό την προϋπόθεση όμως ότι οι αλλαγές αυτές θα είναι μόνιμες, αρκετά σύνθετες και θα επιτευχθεί σημαντική εξοικονόμηση χρόνου. Ο ειδικός αυτός τύπος λογισμικού, μπορεί να χρησιμοποιηθεί μόνο από άτομα εξειδικευμένα στις αρχές της «Φωτογραφομετρίας» (photogrammetry) ή/και στις αρχές της Πληροφορικής τις σχετικές με την επεξεργασία των συστημάτων GIS.

Πιο συγκεκριμένα, ένα πρόγραμμα **AutoCAD**, χρησιμοποιείται κυρίως από προγράμματα εφαρμοσμένης μηχανικής, ενώ μπορεί επίσης να χρησιμοποιηθεί και για το σχεδιασμό διανυσματικών χαρτών, διαθέτοντας παράλληλα χρήσιμα στοιχεία για τα συστήματα GIS. Επιπλέον, δεδομένου ότι ένα τέτοιο πρόγραμμα υποστηρίζει την ψηφιοποίηση των δεδομένων, αποτελεί ένα εξαιρετικά χρήσιμο εργαλείο. Τα ακατέργαστα γεωγραφικά δεδομένα μπορούν να εκδοθούν σε πολλές τυποποιημένες εφαρμογές βάσεων δεδομένων και υπολογισμών σε "spreadsheet", ενώ σε μερικές άλλες περιπτώσεις ένας συντάκτης κειμένων μπορεί να χρησιμοποιηθεί, εφόσον κρίνεται απαραίτητη η λήψη ιδιαίτερης προσοχής για τον κατάλληλο μετασχηματισμό των δεδομένων αυτών. Τέτοιου είδους παραδείγματα αποτελούν τα προγράμματα OrthoEngine και ArcEditor.

8.7.3 Γεωγραφικές Βάσεις Δεδομένων

Μία βάση δεδομένων με «Γεωγραφικά Στοιχεία», είναι μια βάση δεδομένων με δυνατότητα αποθήκευσης, συζήτησης και χειρισμού γεωγραφικών πληροφοριών και χωρικών στοιχείων.

8.7.4 Διαχείριση και Ανάλυση

Το «Λογισμικό Ανάλυσης», λαμβάνει τα δεδομένα ενός συστήματος GIS και τα συνδυάζει με τέτοιο τρόπο ώστε να είναι εφικτή η οπτική τους ανάλυση. Επομένως, μπορεί να σχεδιαστεί ένας λεπτομερής χάρτης, μια εικόνα ή ακόμα και μια ταινία για την καλύτερη επικοινωνία ιδεών και εννοιών όσον αφορά μια περιοχή ενδιαφέροντος. Χρησιμοποιείται συνήθως από άτομα εκπαιδευμένα στη χαρτογραφία, τη γεωγραφία ή από έναν επαγγελματία πάνω σε GIS εφαρμογές, δεδομένου ότι αυτός ο τύπος εφαρμογής είναι αρκετά σύνθετος και απαιτεί κάποιο εύλογο χρονικό διάστημα η εξειδίκευση πάνω σε αυτόν. Το λογισμικό που εκτελεί το μετασχηματισμό σε “*raster*” και “*vector*” στοιχεία, μερικές φορές διαφορετικών “*datum*”, συστημάτων πλέγματος ή συστημάτων αναφοράς, σε μια συνεχή εικόνα. Μπορεί επίσης να αναλύσει και κάποιες αλλαγές κατά τη διάρκεια του χρόνου μέσα σε μια συγκεκριμένη περιοχή. Το λογισμικό αυτό αποτελεί κεντρικό στοιχείο μιας επαγγελματικής ανάλυσης και παρουσίασης των δεδομένων ενός συστήματος GIS. Στα παραδείγματα περιλαμβάνεται η οικογένεια ArcGIS των εφαρμογών ESRI GIS, Small world, XMap και GRASS.

8.7.5 Λογισμικό Στατιστικής

Το «Λογισμικό Στατιστικής» ενός συστήματος GIS χρησιμοποιεί μια σειρά από τυποποιημένα ερωτήματα προς τις βάσεις δεδομένων, ώστε να ανακτήσει και να αναλύσει τα στοιχεία που θα οδηγήσουν στο αποτέλεσμα. Αποτελεί ένα πολύ χρήσιμο εργαλείο τόσο για τους ειδικούς της επιστήμης των Ηλεκτρονικών Υπολογιστών, όσο και για τους στατιστικούς που έχουν σαν αντικείμενο εργασίας τη μελέτη κάποιου τομέα που θα βοηθήσει στη λήψη κυβερνητικών αποφάσεων, αλλά και αποφάσεων σχετικών με το *marketing*. Το λογισμικό στατιστικής ενός συστήματος GIS χρησιμοποιεί προγράμματα όπως το τυποποιημένο σύστημα DBMS (Πρόγραμμα Διαχείρισης Βάσεων Δεδομένων). Προγράμματα όπως τα MySQL και ArcSDE πολλές φορές είναι «στημένα» πάνω στους κεντρικούς υπολογιστές ούτως ώστε να μπορούν να επικοινωνούν με τους Web Browsers. Ένα παράδειγμα της χρησιμότητας του λογισμικού αυτού, είναι η αναζήτηση των ατόμων με εισόδημα μεγαλύτερο των 60.000\$, που ζουν σε ένα

ορισμένο σύμπλεγμα οδών, από μια βάση δεδομένων με σχετικά στοιχεία (π.χ. ταχυδρομικοί κώδικες, θέσεις οδών).

8.7.6 Αναγνώστες

Οι «Αναγνώστες» των συστημάτων GIS αποτελούν εφαρμογές, οι οποίες επιτρέπουν στους χρήστες την εύκολη πρόσβαση στους χάρτες που δημιουργούνται μέσω της χρήσης ενός συστήματος GIS, καθώς και στα δεδομένα που αυτό διαχειρίζεται. Οι «Αναγνώστες» μπορούν να είναι αυτόνομες εφαρμογές που εγκαθίστανται τοπικά, αν και γενικά συνδέονται με τους κεντρικούς υπολογιστές των βάσεων δεδομένων μέσω του Διαδικτύου προκειμένου να έχουν πρόσβαση σε σχετικές πληροφορίες. Μπορούν επίσης να περιληφθούν ως ενσωματωμένη εφαρμογή μέσα σε μια ιστοσελίδα, ώστε να μην προκύψει η ανάγκη για τοπική εγκατάσταση. Για να είναι απλοί και εύχρηστοι είναι σχεδιασμένοι με τέτοιο τρόπο ώστε να δίνουν έμφαση στη σφαιρική κάλυψη, στα ορατά φωτεινά στοιχεία “*raster*” και στα διανυσματικά στοιχεία (*vector data*). Τέτοια παραδείγματα εφαρμογών αποτελούν τα: Google Earth, NASA World Wind, ArcGIS Explorer και GeoPDF.

8.7.7 API Ιστός (Web API)

Ο εν λόγω ιστός εξελίχθηκε από τα χειρόγραφα που ήταν κοινά στα περισσότερα πρώιμα συστήματα GIS και σχεδιάζεται για την παράδοση των δεδομένων σε έναν Web Browser πελάτη από έναν κεντρικό υπολογιστή (server) GIS. Ο προγραμματισμός του βασίζεται σε ευρέως χρησιμοποιούμενες γλώσσες (*scripting language*) όπως η VBA και η JavaScript. Οι ιστοί API χρησιμοποιούνται για να χτίσουν ένα σύστημα κεντρικών υπολογιστών για την παράδοση στοιχείων GIS που είναι διαθέσιμα σε ένα τοπικό δίκτυο intranet ή δημόσια μέσω του Διαδικτύου.

8.7.8 Κινητό GIS

Με τη διαδεδομένη υιοθέτηση των συστημάτων GPS είναι πλέον συχνή η εφαρμογή τους στις κινητές συσκευές όπου χρησιμοποιούνται για την συλλογή δεδομένων και την ενσωμάτωση αυτών στις ήδη υπάρχουσες βάσεις δεδομένων.

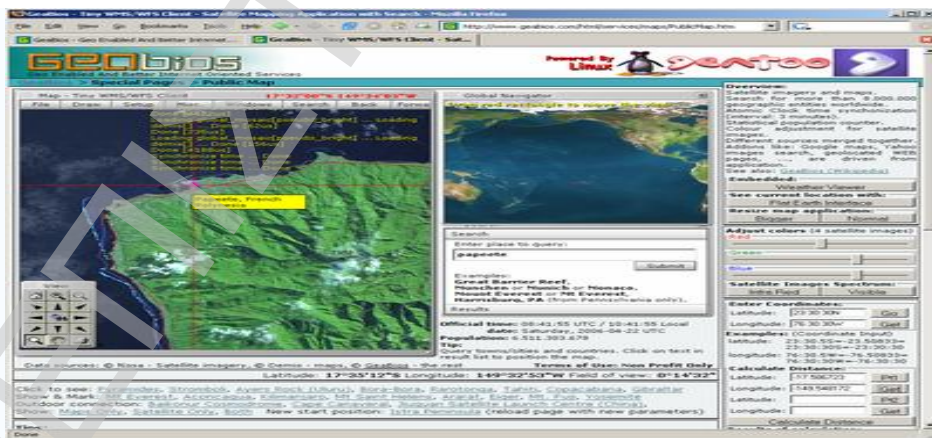
8.7.9 Λογισμικό GIS Ανοικτής Πηγής

Πολλοί στόχοι των συστημάτων GIS μπορούν να επιτευχθούν με το ελεύθερο λογισμικό ή λογισμικό ανοικτής πηγής, ενώ ο προσανατολισμός προς αυτήν τη κατεύθυνση είναι προφανής από τις πρόσφατες ενέργειες του διεθνούς ιδρύματος "OSGeo" που άρχισε να υποστηρίζει και να χτίζει το πιο υψηλής ποιότητας "geospatial" λογισμικό ανοικτής πηγής.

Η ανάπτυξη του λογισμικού ανοικτής πηγής εξελίσσεται διαρκώς, ειδικά για εφαρμογές Ιστού, με την ευρεία χρήση σχημάτων στοιχείων, όπως το "Shape File format" για τα διανυσματικά δεδομένα και το "Geotiff" για τα "raster" δεδομένα, καθώς επίσης και την υιοθέτηση των "Open Geospatial Consortium - OGC" πρωτοκόλλων όπως το "Web Mapping Service - WMS" και το "Web Feature Service - WFS". Το λογισμικό ανοικτής πηγής GIS περιλαμβάνει τα προγράμματα GRASS GIS, Quantum GIS, Map Server, PostGIS, uDig, Open JUMP και gvSIG.

Η μεγάλη ανάπτυξη των συστημάτων GIS ανοικτής πηγής, έχει οδηγήσει στη δημιουργία βιβλιοθηκών τις οποίες χρησιμοποιούν διάφορες ανεξάρτητες εφαρμογές, μεταξύ των οποίων τα προγράμματα GDAL/OGR και Open Source Java GIS toolkit.

8.8 Το Μέλλον των GIS Συστημάτων



Πολλές εφαρμογές ωφελούνται από την τεχνολογία των συστημάτων GIS, με συνέπεια να υπάρχει μια ενεργός αγορά που έχει οδηγήσει σε χαμηλότερα κόστη καθώς και σε συνεχείς βελτιώσεις στα τμήματα υλικού και λογισμικού των συστημάτων αυτών. Οι εξελίξεις αυτές,

στη συνέχεια, θα οδηγήσουν σε μια ευρύτερη χρήση της τεχνολογίας αυτής στην επιστήμη, την κυβέρνηση, τις επιχειρήσεις και τη βιομηχανία, με εφαρμογές που αφορούν στην ακίνητη περιουσία, στη δημόσια υγεία, στη χαρτογράφηση εγκλημάτων, στην εθνική υπεράσπιση, στη βιώσιμη ανάπτυξη, στους φυσικούς πόρους, στις μεταφορές και στα logistics. Τα GIS επίσης προσανατολίζονται σε τοπικά βασισμένες υπηρεσίες (*location – based services - LBS*). Οι υπηρεσίες αυτές επιτρέπουν στα συστήματα GPS να δείχνουν τη θέση τους σε σχέση με τοποθεσίες όπως τα κοντινότερα εστιατόρια ή πρατήρια υγρών καυσίμων, ή ακόμα και με κάποιους κινητούς στόχους όπως τα παιδιά ή αυτοκίνητα αστυνομίας, καθώς επίσης και να αναμεταδίδουν τη θέση τους πίσω σε έναν κεντρικό υπολογιστή για ενημέρωση ή άλλη επεξεργασία. Οι υπηρεσίες αυτές συνεχίζουν να αναπτύσσονται με την εξέλιξη της λειτουργίας των συστημάτων GPS, η οποία διαδραματίζεται παράλληλα με την ανάπτυξη της ηλεκτρονικής και των ολοκληρωμένων συστημάτων πάνω σε κινητές συσκευές (κινητά τηλέφωνα, PDA, lap-top).

8.8.1 Πρότυπα OGC

Η κοινοπραξία *Open Geospatial Consortium (OGC)* είναι μια διεθνής βιομηχανική κοινοπραξία 333 επιχειρήσεων, κυβερνητικών αντιπροσωπειών και πανεπιστημίων, που συμμετέχουν σε μια διαδικασία συναίνεσης προκειμένου να αναπτύξουν δημοσίως τις διαθέσιμες “*geoprocessing*” προδιαγραφές τους. Οι ανοικτές διεπαφές (*interfaces*) και τα πρωτόκολλα που καθορίζονται από τις προδιαγραφές του *OpenGIS*, υποστηρίζουν την παροχή ασύρματων υπηρεσιών καθώς και τοπικά βασισμένων υπηρεσιών, την *mainstream IT*, ενώ τέλος ενθαρρύνουν τους υπεύθυνους για την ανάπτυξη τεχνολογίας που θα καταστήσει προσιτές σύνθετες χωρικές πληροφορίες και υπηρεσίες.

Τα προϊόντα των συστημάτων GIS κατανέμονται μέσω του OGC σε δύο κατηγορίες, βασισμένες στο κατά πόσο πιστά το λογισμικό ακολουθεί τις προδιαγραφές που έχει ορίσει το OGC: τα ενδοτικά προϊόντα και τα προϊόντα διευκόλυνσης.

Α Ενδοτικά Προϊόντα (*Compliant Products*): Είναι προϊόντα λογισμικού που συμμορφώνονται με τις προδιαγραφές του *OpenGIS*. Όταν ένα προϊόν

έχει εξεταστεί και πιστοποιηθεί ως ενδοτικό (compliant), μέσω του προγράμματος εξέτασης του OGC (OGC Testing Program), το προϊόν καταχωρείται αυτόματα ως "compliant" στην περιοχή αυτή.

Ä Προϊόντα Διευκόλυνσης: Είναι προϊόντα λογισμικού που προσεγγίζουν τις προδιαγραφές του OpenGIS αλλά δεν έχουν περάσει ακόμα από τις απαιτούμενες δοκιμές, οι οποίες παρόλα αυτά δεν είναι διαθέσιμες για όλες τις προδιαγραφές. Οι υπεύθυνοι για την ανάπτυξη μπορούν να καταχωρήσουν τα προϊόντα τους ως εφαρμογή των εγκεκριμένων προδιαγραφών, αν και το OGC διατηρεί το δικαίωμα για αναθεώρηση και έλεγχο κάθε προϊόντος.

8.8.2 Χαρτογράφηση Ιστού (Web mapping)

Τα τελευταία χρόνια έχει σημειωθεί μια έκρηξη των εφαρμογών χαρτογράφησης Ιστού, όπως οι Google Maps, Map Quest, Yahoo Maps, Rand McNally. Αυτοί οι διαδικτυακοί τόποι (websites), παρέχουν δημόσια πρόσβαση σε έναν μεγάλο αριθμό γεωγραφικών στοιχείων, δίνοντας έμφαση στις αεροφωτογραφίες.

Μερικοί από τους χάρτες αυτούς, όπως οι χάρτες του Google (Google Maps), εκθέτουν ένα API, που επιτρέπει στους χρήστες να χρησιμοποιήσουν κάποιες συνηθισμένες εφαρμογές. Τέτοιες εφαρμογές περιλαμβάνουν χάρτες οδών καθώς και εναέρια/δορυφορικά στοιχεία που έχουν ορισμένα χαρακτηριστικά όπως η γεωκωδικοποίηση "Geocoding", οι αναζητήσεις και οι λειτουργίες δρομολόγησης.

Τέλος, ανεξάρτητες εφαρμογές, όπως οι ESRI's ArcIMS, ArcGIS Server, Autodesk's Map guide και το Map Server ανοικτής πηγής, χρησιμοποιούνται για τη δημοσίευση γεωγραφικών πληροφοριών στον Ιστό.

8.8.3 Πρόγραμμα Παγκόσμιας Αλλαγής και Ιστορίας Κλίματος

Οι χάρτες χρησιμοποιούνται παραδοσιακά για την εξερεύνηση της Γης και για την εκμετάλλευση των πόρων της. Η τεχνολογία των GIS συστημάτων, ως μια επέκταση της επιστήμης της Χαρτογράφησης, έχει ενισχύσει την αποδοτικότητα και τη δυνατότητα ανάλυσης της

παραδοσιακής χαρτογράφησης. Στις μέρες μας, καθώς η επιστημονική κοινότητα αναγνωρίζει τις περιβαλλοντικές συνέπειες της ανθρώπινης δραστηριότητας, η τεχνολογία των συστημάτων GIS αποτελεί ένα ουσιαστικό εργαλείο στην προσπάθεια για κατανόηση της διαδικασίας της παγκόσμιας αλλαγής. Ποικίλες πηγές χαρτών και δορυφορικών πληροφοριών, μπορούν να απεικονίσουν τις αλληλεπιδράσεις των σύνθετων φυσικών συστημάτων.

Μέσω μιας λειτουργίας γνωστής ως απεικόνιση, ένα σύστημα GIS μπορεί να χρησιμοποιηθεί για να παραγάγει εικόνες - όχι μόνο χάρτες, αλλά και σχέδια, κινούμενα σχέδια, καθώς και άλλα προϊόντα χαρτογράφησης. Οι εικόνες αυτές επιτρέπουν στους ερευνητές να βλέπουν τα αντικείμενα της μελέτης τους με τρόπο που παλαιότερα δεν ήταν εφικτός, ενώ είναι συχνά εξίσου χρήσιμες στην κοινοποίηση των τεχνικών εννοιών για τη μελέτη θεμάτων σχετικών με συστήματα GIS και από μη ειδικευμένους επιστήμονες.

8.8.4 Προσθήκη της Διάστασης του Χρόνου

Η κατάσταση της γήινης επιφάνειας, της ατμόσφαιρας και του υπεδάφους μπορεί να εξεταστεί με δορυφορικά δεδομένα που προκύπτουν από τα συστήματα GIS. Μέσω αυτών των δεδομένων η τεχνολογία GIS δίνει τη δυνατότητα στους ερευνητές να εξετάσουν τις αλλαγές της Γη με το πέρασμα του χρόνου.

Για παράδειγμα, οι αλλαγές της βλάστησης κατά τη διάρκεια μιας εύφορης εποχής, μπορούν να μετρηθούν ώστε να καθορίσουν πότε η ξηρασία ήταν πιο έντονη σε μια συγκεκριμένη περιοχή. Η τελική γραφική απεικόνιση, γνωστή ως «Ομαλοποιημένος Δείκτης Βλάστησης», αποτελεί ένα πρόχειρο μέτρο της κατάστασης των φυτών. Η μελέτη με δύο μεταβλητές κατά τη διάρκεια του χρόνου, θα επέτρεπε στους ερευνητές να ανιχνεύσουν ορισμένες τοπικές διαφορές που προκαλούνται από την καθυστέρηση μιας βροχόπτωσης και την επίδρασή της στη βλάστηση. Τέτοιου είδους αναλύσεις είναι δυνατές εξαιτίας της τεχνολογίας των συστημάτων GIS σε συνδυασμό με τη διαθεσιμότητα των ψηφιακών συστημάτων σε τοπική και παγκόσμια κλίμακα. Οι δορυφορικοί αισθητήρες που χρησιμοποιούνται για τη δημιουργία μιας γραφικής παράστασης της

βλάστησης, αποτελούν το “Advanced Very High Resolution Radiometer - AVHRR”. Αυτό το σύστημα αισθητήρων ανιχνεύει τα ποσά ενέργειας που ανακλώνται από τη γήινη επιφάνεια κατά μήκος των διαφόρων ζωνών του φάσματος για περιοχές επιφάνειας περίπου ενός τετραγωνικού χιλιομέτρου. Ο δορυφορικός αισθητήρας παράγει εικόνες μιας συγκεκριμένης περιοχής της Γης δύο φορές την ημέρα. Το σύστημα AVHRR είναι ένα μόνο από τα πολλά συστήματα αισθητήρων που χρησιμοποιούνται για την ανάλυση της γήινης επιφάνειας, ενώ η συνεχής έρευνα στον τομέα αναμένεται να προσφέρει αισθητήρες προηγμένης τεχνολογίας που θα εξάγουν ακόμα περισσότερα στοιχεία.

Τα συστήματα GIS και η σχετική με αυτά τεχνολογία, θα συμβάλλουν πολύ στη διαχείριση και την ανάλυση αυτών των μεγάλων όγκων στοιχείων. Έτσι ενδέχεται να επιτευχθεί καλύτερη κατανόηση των επίγειων φυσικών διαδικασιών και ως εκ τούτου καλύτερη οργάνωση των ανθρώπινων δραστηριοτήτων, ώστε να οριστούν οι ισορροπίες μεταξύ της παγκόσμιας οικονομίας και της προστασίας του περιβάλλοντος.

Εκτός από την ενσωμάτωση του χρόνου στις περιβαλλοντικές μελέτες, τα συστήματα GIS εξετάζονται επίσης για τη δυνατότητά τους να ακολουθούν και να απεικονίζουν την πρόοδο των ανθρώπων σε όλες τις καθημερινές τους δραστηριότητες. Ένα συγκεκριμένο παράδειγμα από την περιοχή αυτή είναι η πρόσφατη δημοσιοποίηση στοιχείων που αφορούν στο σύνολο του πληθυσμού για συγκεκριμένα χρονικά διαστήματα από την Αμερικανική Απογραφή (US Census). Σε αυτό το σύνολο στοιχείων, οι πληθυσμοί των πόλεων παρουσιάζονται κατά την διάρκεια της ημέρας και της νύχτας, δίνοντας έμφαση στο σχέδιο της συγκέντρωσης και της διασποράς, τα οποία παράγονται από τα εναλλασσόμενα σχέδια της Βορείου Αμερικής (North American commuting patterns). Η επεξεργασία των στοιχείων που απαιτούνται για να παράγουν τα αποτελέσματα αυτά, δεν θα ήταν δυνατόν να επιτευχθεί χωρίς τη χρήση των συστημάτων GIS.

Η χρήση των διαφόρων συστημάτων για την προβολή των στοιχείων που περιλαμβάνει ένα σύστημα GIS, γνωστά ως «Χωρικά Συστήματα Υποστήριξης Αποφάσεων» (Spatial Decision Support Systems), παρέχει τη δυνατότητα στους αρμόδιους για τη λήψη ορισμένων πολιτικών αποφάσεων.

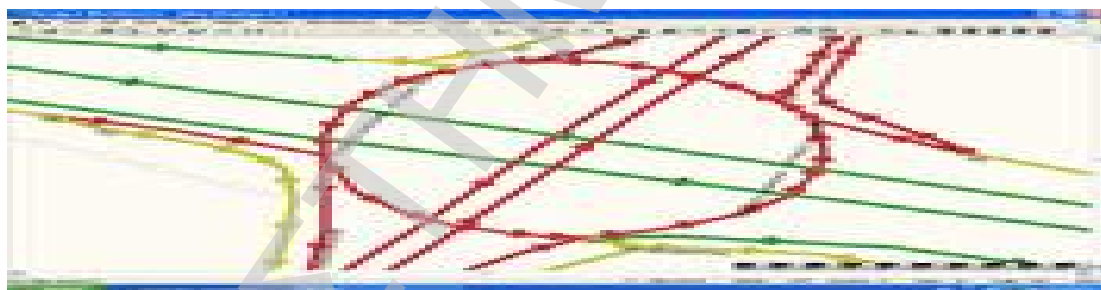
8.9 Συμπεράσματα

8.9.1 Βέλτιστη Δρομολόγηση με Χρήση Συστημάτων GIS

Ένα σύστημα δρομολόγησης, στην απλούστερη μορφή του, προτείνει τη βέλτιστη, ως προς την απόσταση, διαδρομή ανάμεσα σε δυο γεωγραφικά σημεία.

Οι σύγχρονες εφαρμογές δρομολόγησης έχουν εμπλουτιστεί με πληθώρα λειτουργιών-ευκολιών που ανταποκρίνονται στις ολοένα και αυξανόμενες ανάγκες των εταιρειών που δραστηριοποιούνται στο νευραλγικό τομέα των μεταφορών. Η εξάπλωση της χρήσης τέτοιων συστημάτων υπόσχεται τη ριζική αλλαγή στον τομέα της διαχείρισης οχημάτων.

Στο παρελθόν τα συστήματα δρομολόγησης παρείχαν γενικές μόνο πληροφορίες. Ήταν επομένως χρήσιμα μόνο σε επίπεδο στρατηγικού σχεδιασμού και όχι στην καθημερινή πρακτική και δραστηριοποίηση των φορέων μεταφοράς. Σήμερα διασυνδέονται με λεπτομερή GIS (Geographical Information Systems) για τη δημιουργία αναλυτικών διαδρομών υψηλής ακρίβειας σε ελάχιστο χρόνο.



Τμήμα GIS για εφαρμογές δρομολόγησης.

Επενδύοντας σε τεχνολογία βέλτιστης δρομολόγησης οι διαχειριστές του στόλου έχουν πλέον τη δυνατότητα να αξιοποιήσουν σε μέγιστο βαθμό τα οχήματα που διαθέτουν και να ανεβάσουν τον πήχη στην εξυπηρέτηση των πελατών τους. **Ως άμεσο αποτέλεσμα θα έχουν αυξημένη απόδοση** (περισσότερα δρομολόγια με τον ίδιο αριθμό οχημάτων), **πιο ισορροπημένα φορτία και άμεση επιστροφή των χρημάτων που επένδυσαν μέσω της οικονομίας αλλά και της αυξημένης παραγωγικότητας.**

8.9.2 Ανάγκη για Βέλτιστη Δρομολόγηση

Ο προγραμματισμός και η παρακολούθηση των μεταφορών είναι μια εξαιρετικά πολύπλοκη διαδικασία. Μια πληθώρα προβλημάτων και εξελίξεων αναγκάζουν τους διαχειριστές των στόλων να αναζητούν συνεχώς μεθόδους για τη βελτίωση της οργάνωσης των δραστηριοτήτων τους.

Ä Τα περιθώρια κέρδους μειώνονται. Στη σύγχρονη απαιτητική αγορά επιβιώνουν μόνο όσοι προγραμματίζουν τις καθημερινές εργασίες τους ορθολογικά και ελέγχουν συνεχώς τα αποτελέσματά τους.

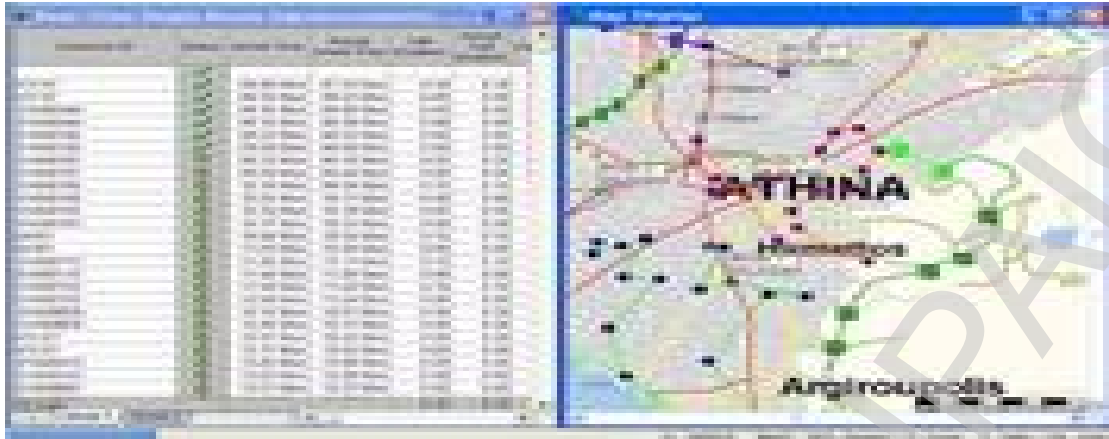
Ä Οι ανάγκες για μεταφορές καθίστανται ολοένα και πιο δυναμικές. Αυξάνουν τα δρομολόγια κατ' αίτηση (on demand) σε αντίθεση με τις σταθερές διαδρομές. Νέες εμπορικές πρακτικές όπως το ηλεκτρονικό εμπόριο αναμένεται να ενισχύσουν αυτήν την τάση.

Ä Με τη συγκέντρωση των υπηρεσιών αποθήκευσης και μεταφοράς σε ενιαίους φορείς (3PL) δημιουργούνται ζητήματα αλληλεπίδρασης των δυο αυτών, μέχρι πρότινος, διακριτών λειτουργιών.

Ä Οι συνθήκες κίνησης ιδιαίτερα σε αστικές περιοχές επιδεινώνονται ενώ πλέον τίθενται και περιορισμοί στην κίνηση σε εθνικές οδούς (πχ απαγόρευση κίνησης τις Κυριακές). Ένας σύγχρονος οργανισμός καλείται να αντιδρά άμεσα σε τέτοιες αλλαγές.

Ä Ο ανταγωνισμός αυξάνεται όπως και οι απαιτήσεις των πελατών. Η παροχή υψηλού, και σταθερού, επιπέδου υπηρεσιών (quality of service) είναι πλέον προϋπόθεση για την επιτυχία.

Όλοι αυτοί οι τομείς μπορούν να βελτιωθούν δραματικά με τη χρήση Σύγχρονων Εφαρμογών Δρομολόγησης. Αυτοματοποιώντας τον πυρήνα της εργασίας μεταφοράς αγαθών, που είναι ο σχεδιασμός και η παραγωγή δρομολογίων, οι εταιρείες μπορούν να επιτύχουν σημαντικότερα οφέλη.



Παρακολούθηση της εξέλιξη δρομολογίου σε πραγματικό χρόνο

8.9.3 Οφέλη από Βέλτιστη Δρομολόγηση

Υπάρχουν πολλοί τομείς της καθημερινής δραστηριότητας των μεταφορέων που χρήζουν διορθωτικών κινήσεων. **Η αυτόματη παραγωγή δρομολογίων, που λαμβάνει υπ' όψη πληθώρα παραμέτρων ποσοτικών** (πχ απόσταση, βάρος, όγκος, αξία) **αλλά και ποιοτικών** (πχ προτιμήσεις πελάτη για το χρόνο παράδοσης ή τον τύπο οχήματος που θεωρεί αποδεκτό) **είναι δυνατόν να έχει ως αποτέλεσμα:**

Ä Την καλύτερη αξιοποίηση των πόρων της εταιρίας. Αύξηση παραγωγικότητας με περισσότερες παραδόσεις και λιγότερα δρομολόγια και μεγιστοποίηση της χρήσης του ωφέλιμου χώρου των οχημάτων. Ενώ τα οφέλη είναι άμεσα μετρήσιμα σε οικονομικούς όρους.

Ä Την ακριβέστερη και αξιόπιστη πρόβλεψη των χρόνων παράδοσης και παραλαβής. Αυτό οδηγεί σε καλύτερη οργάνωση της εργασίας του μεταφορέα αλλά και του πελάτη που παραλαμβάνει άρα σε καλύτερο επίπεδο λειτουργίας και εξυπηρέτησης.

Ä Η παραγωγή λεπτομερούς σχεδίου δρομολογίων δύναται να οδηγήσει και στη βέλτιστη αξιοποίηση της αποθήκης. Ο χρόνος που απαιτείται για τη συλλογή παραγγελιών (*picking*) μειώνεται καθώς η αποθήκη λειτουργεί πλέον με συγκεκριμένο χρονοδιάγραμμα

διανομών και γνωρίζει πολύ νωρίτερα τις ανάγκες που πρέπει να εξυπηρετήσει.

Ä Μείωση χρόνου αναμονής για φόρτωση ή παράδοση. Ελαχιστοποίηση των «νεκρών χρόνων» κατά τους οποίους τα οχήματα δεν εκτελούν χρήσιμη εργασία.

Ä Τη δημιουργία ενός ισχυρού εργαλείου διοίκησης. Το αρχικό πρόγραμμα καθώς και οι πληροφορίες εκτέλεσης του, μέσω συστημάτων τηλεματικής, παρέχουν μια πλήρη και έγκυρη εικόνα της δραστηριότητας των οχημάτων σε πραγματικό χρόνο.

Ä Την ύπαρξη ενός αξιόπιστου συστήματος στρατηγικού σχεδιασμού. Είναι χαρακτηριστική η ευκολία και η ταχύτητα με την οποία μια εφαρμογή δρομολόγησης μπορεί να παρουσιάσει εναλλακτικά σενάρια χρήσης του στόλου των οχημάτων (με κατάλληλη παραμετροποίηση). Καθίσταται πλέον εφικτός ο προγραμματισμός με βάση μακροχρόνιους στόχους αλλά και ο άμεσος έλεγχος των επιπτώσεων κάθε πιθανής αλλαγής-τροποποίησης στη δραστηριότητα των οχημάτων. Υπό αυτή την έννοια μια εφαρμογή δρομολόγησης είναι για έναν *dispatcher/logistician* ότι το *Spreadsheet* για έναν οικονομικό αναλυτή.

Συνεπώς, μια εφαρμογή αυτόματης δρομολόγησης συντείνει **στον αμεσότερο και ακριβέστερο προγραμματισμό και έλεγχο των διανομών**. Και είναι γνωστό πως **«Αυτός που ελέγχει τον προγραμματισμό των διανομών ελέγχει και το κόστος τους»**.



9. Μελέτη Περίπτωσης (Case Study) - Εφαρμογή σε Μεταφορική Εταιρεία

Σε μια προσπάθεια για πληρέστερη περιγραφή της λειτουργίας της Δρομολόγησης των Οχημάτων, πέρα από την θεωρητική και μαθηματική προσέγγιση που πραγματοποιήθηκε στα προηγούμενα κεφάλαια, στο παρόν κεφάλαιο περιγράφεται με συντομία η διαδικασία της Δρομολόγησης όπως αυτή πραγματοποιείται μέσα από ένα πραγματικό παράδειγμα σε μεταφορική εταιρεία. Δεδομένου ότι αρκετές φορές η θεωρία ενδέχεται να διαφοροποιείται από την πραγματικότητα, κατωτέρω γίνεται αναφορά στα σημεία εκείνα που έχουν ήδη περιγραφεί θεωρητικά, αλλά κατά την εφαρμογή τους εμφανίζουν διαφοροποιήσεις. Τέλος, παρουσιάζονται τα συμπεράσματα που προέκυψαν από απαντήσεις που δόθηκαν από την Μεταφορική Εταιρεία «*DELATOLAS EXPRESS CARGO S.A*» σε συγκεκριμένα ερωτήματα (βλέπε Παράρτημα) σχετικά με την Δρομολόγηση των Οχημάτων.

9.1 Γενικά Στοιχεία Εταιρείας

Ο Όμιλος Εταιριών «*DELATOLAS*» δραστηριοποιείται στους χώρους εκείνους που παρέχουν τη δυνατότητα για πλήρεις και **ολοκληρωμένες υπηρεσίες στις μεταφορές και τα logistics**. Οι τρεις εταιρείες του ομίλου είναι οι εξής:

- ü *DELATOLAS EXPRESS CARGO* – Μεταφορών & Αποθηκείσεων, 3PL υπηρεσιών
- ü *DELATOLAS EXPRESS CARGO* – Μεταφορική εταιρεία
- ü *DELATOLAS COURIER* – Ταχυμεταφορές

Οι εταιρείες αυτές παρέχουν υπηρεσίες εθνικών μεταφορών για πλήρη φορτία (*Full Truck*) από και προς κάθε σημείο της Ελλάδας, όπως και υπηρεσίες διανομής, με παραλαβή από τις εγκαταστάσεις του πελάτη

και παράδοση σε όλη την Ελλάδα. Επίσης, για τις διανομές εμπορευμάτων στην επαρχία, η «*DELATOLAS EXPRESS CARGO S.A.*» διαθέτει ένα άρτια οργανωμένο δίκτυο διανομών, μέσω ειδικών συνεργατών – ανταποκριτών, έτσι ώστε κάθε παράδοση να πραγματοποιείται μέσα σε 24 ώρες σε όλα τα αστικά κέντρα της χώρας.

Πιο συγκεκριμένα, για τις Αστικές Διανομές, η εταιρεία «*DELATOLAS EXPRESS CARGO S.A.*» προσφέρει ολοκληρωμένες υπηρεσίες με εξειδίκευση στην παράδοση κατ' οίκον (Home Delivery). Για τις διανομές αυτές η εταιρεία χρησιμοποιεί 9 φορτηγά Δημοσίας Χρήσης (Δ.Χ. με καρότσα 4–6 μέτρων) με τον όγκο των διακινούμενων προϊόντων σε ημερήσια βάση να ανέρχεται κατά προσέγγιση στα $225 m^3$. Θα πρέπει να αναφερθεί πως η εταιρεία, όπως και κάθε μεταφορική & 3PL εταιρεία, υποχρεούται από το Νόμο να χρησιμοποιεί αποκλειστικά φορτηγά Δημοσίας Χρήσης. Ο αριθμός των ατόμων που επιφορτίζονται με την εργασία των παραδόσεων ανά όχημα είναι 2, καθώς πέραν του οδηγού κρίνεται απαραίτητη και η ύπαρξη ενός βοηθού (συνοδηγός) εξαιτίας του γεγονότος ότι οι παραδόσεις που πραγματοποιεί η εταιρεία είναι πάντοτε “door-to-door”. Τέλος, η εταιρεία αναλαμβάνει τόσο την παράδοση όσο και την τοποθέτηση των εμπορευμάτων στο σημείο το οποίο θα υποδείξει ο πελάτης, καθώς και την αποσυσκευασία και αποκομιδή των υλικών συσκευασίας.

9.2 Συμπεράσματα για την Δρομολόγηση των Οχημάτων Παράδοσης που Προκύπτουν από την Μελέτη Περίπτωσης

Παρά το γεγονός ότι τη σημερινή εποχή υπάρχει πληθώρα λογισμικών εφαρμογών για την Δρομολόγηση των Οχημάτων, εντούτοις η συγκεκριμένη λειτουργία εκτελείται προς το παρόν κυρίως εμπειρικά. Αυτό συμβαίνει συνήθως διότι οι ελληνικές τουλάχιστον μεταφορικές εταιρείες δεν διαθέτουν ακόμα το απαιτούμενο επίπεδο οργάνωσης στις αποθήκες τους και στο Μηχανογραφικό τους Σύστημα ώστε να είναι σε θέση να χρησιμοποιήσουν πολύπλοκα συστήματα Δρομολόγησης. Η ενσωμάτωση τέτοιων Λογισμικών Πακέτων μέσα στα επόμενα χρόνια κρίνεται αναγκαία. Ένας επιπλέον λόγος ο οποίος δυσκολεύει αρκετά τη χρήση τέτοιων

συστημάτων είναι το ότι οι παραγγελίες των πελατών δεν εισέρχονται στο σύστημα της εταιρείας ανά τακτά χρονικά διαστήματα. Έτσι για παράδειγμα, κάποια παραγγελία ενδέχεται να εισέλθει στο σύστημα ενώ έχει ήδη ξεκινήσει η διαδικασία της Δρομολόγησης των παραδόσεων και για να συμπεριληφθεί και αυτή στη λίστα με τις υπόλοιπες παραγγελίες, θα πρέπει να γίνει επανεκκίνηση του Προγράμματος Δρομολόγησης. Επομένως, παρατηρείται πως ενώ με τη χρήση των Λογισμικών Πακέτων προκύπτει η βέλτιστη διαδρομή σε πολύ σύντομο χρονικό διάστημα, στην πράξη αυτά δεν αποδεικνύονται αρκετά ευέλικτα ώστε να μπορούν να αντιμετωπίζουν καταστάσεις όπως η ανωτέρω. Παρόλα αυτά, απώτερος στόχος της Δρομολόγησης παραμένει πάντα η ελαχιστοποίηση του χρόνου παράδοσης με το ελάχιστο δυνατό κόστος για την εταιρεία.

Όπως συμβαίνει και με τις περισσότερες εταιρείες του κλάδου, έτσι και η εταιρεία «*DELATOLAS EXPRESS CARGO S.A.*» δεν έχει επενδύσει μέχρι στιγμής στην αγορά κάποιου Λογισμικού Πακέτου Δρομολόγησης, με τη συγκεκριμένη διαδικασία να υλοποιείται προς το παρόν εμπειρικά. Ωστόσο, η εταιρεία απασχολεί εξειδικευμένο προσωπικό για την Δρομολόγηση των Οχημάτων της. Με τη διαδικασία αυτή είναι αποκλειστικά επιφορτισμένο ένα άτομο, ο Υπεύθυνος Δρομολόγησης, όπου εμπειρικά και με βάση τα ιστορικά στοιχεία που του είναι διαθέσιμα από προηγούμενες παραδόσεις, πραγματοποιεί το σχεδιασμό των καθημερινών δρομολογίων.

Παρά το γεγονός ότι ο σχεδιασμός των καθημερινών Δρομολογίων πραγματοποιείται εμπειρικά, ο τρόπος με τον οποίο γίνεται η Δρομολόγηση των Οχημάτων είναι αρκετά ευέλικτος ώστε να είναι εφικτή πιθανή αναπροσαρμογή του λόγω απρόβλεπτων γεγονότων, όπως η ύπαρξη αυξημένης κίνησης στους αστικούς δρόμους, πιθανές μηχανικές βλάβες των οχημάτων παράδοσης, ακραία καιρικά φαινόμενα κ.α. Ένας επιπλέον παράγοντας που δυσχεραίνει τις παραδόσεις και αποτελεί πρόβλημα για το σύνολο των Μεταφορικών Εταιρειών αφορά στην απαγόρευση της κυκλοφορίας οχημάτων παράδοσης στο κέντρο της Αθήνας για κάποιες ώρες της ημέρας. Οι παραδόσεις σε αυτές τις περιοχές επιτρέπονται μόνο πριν τις 7:00π.μ. και μεταξύ 3:00 – 5:00μ.μ. Τα απρόβλεπτα αυτά γεγονότα αντιμετωπίζονται συνήθως μέσω της χρήσης GPS-GPRS συστημάτων που είναι ενσωματωμένα στα οχήματα παράδοσης και

παρέχουν τη δυνατότητα on-line επικοινωνίας με την εταιρεία για την αντιμετώπιση οποιουδήποτε προβλήματος.

Πιο συγκεκριμένα, όσον αφορά στην εταιρεία «*DELATOLAS EXPRESS CARGO S.A.*», γίνεται μερική χρήση (όχι από όλα τα οχήματα) τέτοιων συστημάτων. Ωστόσο στο άμεσο μέλλον κρίνεται αναγκαία για την εταιρεία η χρήση συστημάτων ασύρματης επικοινωνίας από το σύνολο των οχημάτων που χρησιμοποιεί. Η συγκεκριμένη εταιρεία αντιμετωπίζει συνήθως τέτοιες απρόβλεπτες καταστάσεις μέσω των συνεργιών της με λοιπές εταιρείες του Ομίλου. Για παράδειγμα σε περίπτωση μηχανικής βλάβης σε κάποιο όχημα κατά τη διάρκεια των παραδόσεων, ένα δεύτερο όχημα, άλλης εταιρείας του Ομίλου, στρατολογείται προκειμένου να διεκπεραιώσει την διανομή των εναπομεινάντων προϊόντων.

Όπως έχει προαναφερθεί, ένας παράγοντας που δυσκολεύει αρκετά τη Δρομολόγηση των οχημάτων των διαφόρων εταιρειών, είναι η επιβολή από τους πελάτες ορισμένων χρονικών περιορισμών (Χρονικά Παράθυρα) όσον αφορά τους χρόνους παράδοσης. Στην πράξη βέβαια το ποσοστό των πελατών που επιβάλλουν χρονικούς περιορισμούς δεν είναι μεγάλο, είναι όμως ικανό να προβληματίσει αρκετά τον υπεύθυνο Δρομολόγησης, ειδικότερα σε περιπτώσεις όπου το χρονικό διάστημα εντός του οποίου θα πρέπει να πραγματοποιηθεί κάποια παράδοση είναι περιορισμένο. Για τη συγκεκριμένη Μεταφορική Εταιρεία το ποσοστό αυτό των πελατών ανέρχεται κατά προσέγγιση στο 10% επί του συνόλου αυτών. Χρονικούς περιορισμούς ως προς την παράδοση επιβάλλουν συνήθως πελάτες συγκεκριμένων εταιρειών (π.χ. εταιρείες ακριβών επίπλων πολυτελείας), οι οποίοι είναι και αρκετά απαιτητικοί όσον αφορά την εξυπηρέτησή τους.

Μία ακόμα περίπτωση η οποία έχει αναλυθεί σε προηγούμενο κεφάλαιο αφορά στις «Διασπασμένες Παραδόσεις» κατά τις οποίες δρομολογούνται από την εταιρεία περισσότερα του ενός οχήματα για την εξυπηρέτηση του ίδιου πελάτη στο χρονικό διάστημα μιας ημέρας. Μια τέτοια περίπτωση πολύ σπάνια απαντάται στην πραγματικότητα καθώς δεν κρίνεται καθόλου συμφέρουσα για την οποιαδήποτε Μεταφορική Εταιρεία. Ενδείκνυται μόνο για έκτακτες περιπτώσεις και για μεταφερόμενα φορτία αρκετά μεγάλης αξίας.

Όσον αφορά τις περιπτώσεις «Πολλαπλών Παραδόσεων» στον ίδιο πελάτη στο διάστημα μιας ημέρας, αυτό συμβαίνει κυρίως σε «θεωρητικό»

επίπεδο. Στην πράξη σχεδόν ποτέ δεν εμφανίζεται ένα τέτοιο ενδεχόμενο όσο απαιτητικός και να είναι κάποιος πελάτης. Συγκεκριμένα, για την εταιρεία «*DELATOLAS EXPRESS CARGO S.A.*» ακόμα και για περιπτώσεις μεταφοράς ευπαθών προϊόντων (π.χ. φρέσκα τρόφιμα, γαλακτοκομικά προϊόντα), δεν έχει ποτέ απαιτηθεί παράδοση στον ίδιο πελάτη δύο φορές την ημέρα (π.χ. πρωί, απόγευμα).

Αναφορικά με τις παραλαβές, τόσο για την υπό συζήτηση εταιρεία όσο και για τις περισσότερες άλλωστε μεταφορικές εταιρείες, αυτές πραγματοποιούνται συνήθως ταυτόχρονα με τις παραδόσεις (περίπτωση παραλαβών κατά την παράδοση). Σημαντικό μειονέκτημα της συγκεκριμένης μεθόδου, αποτελεί το γεγονός ότι επιβάλλονται συνεχείς αναταξινομήσεις του φορτίου για κάθε νέα παραλαβή. Παρόλα αυτά, το κόστος για την εταιρεία είναι αρκετά χαμηλότερο σε σχέση με αυτό που θα είχε εάν το όχημα πραγματοποιούσε μία επιπλέον αντίστροφη διαδρομή για τις παραλαβές σε περίπτωση που τις προγραμματίζει για μετά το πέρας των παραδόσεων.

Επίσης, πρέπει να αναφερθεί πως όπως και οι περισσότερες από τις Μεταφορικές Εταιρείες, έτσι και η «*DELATOLAS EXPRESS CARGO S.A.*» αρκετά συχνά σχεδιάζει δρομολόγια η διάρκεια των οποίων είναι μεγαλύτερη της μιας ημέρας. Τέτοιου είδους δρομολόγια σχεδιάζονται μόνο για παραδόσεις προϊόντων σε πελάτες οι οποίοι βρίσκονται εκτός του λεκανοπεδίου της Αττικής. Τέλος, όπως έχει ήδη αναφερθεί, κάθε μεταφορική & 3PL εταιρεία, υποχρεούται από το Νόμο να χρησιμοποιεί αποκλειστικά φορτηγά Δημοσίας Χρήσης. Το γεγονός αυτό επηρεάζει άμεσα τον σχεδιασμό των δρομολογίων καθώς η διαδρομή που εκτελεί το κάθε όχημα δεν έχει κυκλική μορφή (σχήμα σταγόνας) όπως έχει σημειωθεί σε προηγούμενο κεφάλαιο, εφόσον το κάθε όχημα μετά την ολοκλήρωση του προγραμματισμένου δρομολογίου δεν επιστρέφει πίσω στην αποθήκη. Η κάθε διαδρομή σχεδιάζεται με τέτοιο τρόπο έτσι ώστε να έχει ως αφετηρία την αποθήκη της εταιρείας και ως πέρας το σημείο παράδοσης που βρίσκεται πλησιέστερα στην κατοικία του εκάστοτε οδηγού.

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

Έντυπη (ελληνική):

- Ανατομία των Business Logistics/ Βλάσης Γιαννάκαινας
- Προγραμματισμός Παραγωγής/ Κώστας Παπλής
- Εφαρμογές Γεωγραφικών Συστημάτων Πληροφοριών (1999)/ Κ. Κουτσόπουλος (Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο)
- Γεωγραφικά Συστήματα Πληροφοριών και Ανάλυση Χώρου/ Κ. Κουτσόπουλος (Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο)

Έντυπη (ξενόγλωσση):

- World Class Supply Management – The Key to Supply Chain Management (seventh edition)/ David N. Burt, Donald W. Dobler, Stephen L. Starling
- Business Logistics Supply Chain Management – Planning, Organizing, and Controlling the Supply Chain (fifth edition)/ Ronald H. Ballou

Ηλεκτρονική:

- A Dynamic Real-Time Vehicle Routing System for Distribution Operations/ Basileios Zeimpekis and George M. Giaglis
- Solving a Dynamic Real-Life Vehicle Routing Problem/ Asvin Goel and Volker Gruhn
- The Vehicle Routing Problem: Application of GIS technology in the Fleet Management Environment / Mohamed Ahmed, Phil Dougherty, Sandi Graham, Heather Jakab
- Improved bounds for Vehicle Routing solutions: Agustin Bompadre, Moshe Dror, James B. Orlin
- Vehicle Routing Problem: Doing it the Evolutionary Way/ Penousal Machado, Jorge Tavares, Francisco B. Pereira, Ernesto Costa
- Solving Capacitated Vehicle Routing Problem with Branch-and-cut Methods/ Matko Botincan
- Vehicle Routing and Scheduling/ Martin Savelsbergh – The Logistics Institute Georgia Institute of Technology
- <http://www.idsia.ch/~monaldo/vrp.html>
- http://en.wikipedia.org/wiki/Vehicle_routing_problem
- <http://people.brunel.ac.uk/~mastjjb/jeb/or/vrp.html>
- http://osiris.tuwien.ac.at/~wgarn/VehicleRouting/vehicle_routing.html
- <http://neo.lcc.uma.es/radi-aeb/WebVRP/>
- http://neo.lcc.uma.es/radi-aeb/WebVRP/index.html?/Problem_Descriptions/CVRPDesc.html
- <http://www.certh.gr/567224CD.el.aspx>
- http://www.g4s.com/gre/gr/gr-telematics/gr-telematics-products-corporate/gr-telematics-products-optimal_route.htm
- <http://www.faethon.gr/content/view/130/90/1/1/lang.iso-8859-7/>
- <http://www.elogistics.gr/apPDFs/04BestRoutingSystem-F.pdf>

- http://www.ncgia.buffalo.edu/gishist/bar_harbor.html
- http://en.wikipedia.org/wiki/Geographic_information_system
- <http://gislounge.com/what-is-gis/>
- <http://www.faethon.gr/content/view/130/90/lang.iso-8859-7/>
- <https://www.cs.tcd.ie/courses/baict/bass/4ict5/Networks06.pdf>

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΩΣ

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ

REQUEST FOR INFORMATION

| | |
|---------------------------|-------|
| ΕΠΩΝΥΜΙΑ ΕΤΑΙΡΙΑΣ: | |
| ΔΙΕΥΘΥΝΣΗ : | |
| ΤΗΛ. : | |
| E-MAIL : | |
| ΥΠΗΡΕΣΙΕΣ : | |

ΓΕΝΙΚΕΣ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΕΣ

1. Ποιος είναι ο όγκος των διακινούμενων προϊόντων από την εταιρεία σας σε ημερήσια βάση;

.....

.....

.....

.....

2. Ποιος είναι ο συνολικός αριθμός των οχημάτων που χρησιμοποιούνται για τις μεταφορές;

.....

.....

.....

2.1. Τι τύποι οχημάτων χρησιμοποιούνται, και ποιος ο αριθμός του καθενός;

.....

.....

.....

2.2. Από τα οχήματα αυτά, ποιο είναι το ποσοστό των ιδιόκτητων και ποιο των μισθωμένων; (εάν υπάρχουν)

.....

.....

.....

3. Ποιος είναι ο αριθμός των ατόμων που επιφορτίζονται με την εργασία των παραδόσεων ανά όχημα;

.....
.....

4. Η εταιρεία σας διαθέτει ιδιόκτητες αποθήκες;

ΝΑΙ **ΟΧΙ**

4.1. Εάν ναι, ποιος ο αριθμός αυτών;

.....
.....
.....
.....

ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΕΣ ΣΧΕΤΙΚΕΣ ΜΕ ΤΗΝ ΔΡΟΜΟΛΟΓΗΣΗ ΤΩΝ ΟΧΗΜΑΤΩΝ

5. Με ποιο τρόπο πραγματοποιείται ο σχεδιασμός της Δρομολόγησης και ποιο στόχο εξυπηρετεί; (π.χ. ελαχιστοποίηση χρόνου παράδοσης, ελαχιστοποίηση κόστους κλπ.) – Έχετε επενδύσει στην αγορά κάποιου λογισμικού Δρομολόγησης ή η συγκεκριμένη διαδικασία υλοποιείται εμπειρικά;

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

6. Χρησιμοποιείτε εξειδικευμένο προσωπικό για το σχεδιασμό της Δρομολόγησης; **ΝΑΙ** **ΟΧΙ**

6.1. Εάν όχι, ποιοι είναι υπεύθυνοι για τη συγκεκριμένη λειτουργία;

.....

.....

.....

7. Παρέχεται η δυνατότητα από την εταιρεία σας για πολλαπλές παραδόσεις στον ίδιο πελάτη στο διάστημα μιας ημέρας;

ΝΑΙ **ΟΧΙ**

7.1. Εάν ναι, πόσο συχνά συμβαίνει κάτι τέτοιο και για πόσους πελάτες κατά προσέγγιση;

.....

.....

.....

8. Είναι αρκετά ευέλικτο το σύστημα Δρομολόγησης της εταιρείας σας, ούτως ώστε να είναι σε θέση να αναπροσαρμόζεται σε απρόβλεπτα γεγονότα; *(αυξημένη κίνηση στους αστικούς δρόμους, μηχανική βλάβη οχήματος κλπ.)*

ΝΑΙ **ΟΧΙ**

8.1. Γίνεται χρήση GPS – GPRS συστημάτων από τα οχήματα της εταιρείας σας, που βοηθούν στην αντιμετώπιση τέτοιων προβλημάτων;

ΝΑΙ **ΟΧΙ**

8.2. Με ποιο τρόπο αντιμετωπίζονται τέτοιες απρόβλεπτες καταστάσεις;

.....

.....

.....

9. Ποιο είναι το ποσοστό των πελατών σας (κατά προσέγγιση) που σας επιβάλλει χρονικούς περιορισμούς όσον αφορά τους χρόνους παράδοσης;

.....

.....

.....

.....

10. Οι παραλαβές προϊόντων προγραμματίζονται για μετά το πέρας των παραδόσεων στην ίδια διαδρομή ή κρίνεται πιο συμφέρον οι δύο αυτές λειτουργίες να πραγματοποιούνται ταυτόχρονα για τον κάθε πελάτη; (περίπτωση παραλαβών κατά την παράδοση)

.....

.....

.....

11. Μπορούν να δρομολογηθούν από την εταιρεία σας περισσότερα του ενός οχήματος για την εξυπηρέτηση του ίδιου πελάτη κατά το χρονικό διάστημα μιας ημέρας; (περίπτωση διασπασμένων παραδόσεων) **ΝΑΙ** **ΟΧΙ**

11.1. Εάν ναι, πόσο συχνά συμβαίνει αυτό και για ποιες περιπτώσεις;

.....

.....

.....

12. Είναι εφικτός από την εταιρεία σας ο σχεδιασμός ενός δρομολογίου αστικών διανομών, η διάρκεια του οποίου να είναι μεγαλύτερη της μίας ημέρας; **ΝΑΙ** **ΟΧΙ**

12.1. Εάν ναι, για ποιες περιπτώσεις κρίνεται συμφέρον ένας τέτοιος σχεδιασμός;

.....

.....

.....

.....

.....

13. Σε περίπτωση που διαθέτετε παραπάνω από μία αποθήκη, η δρομολόγηση των οχημάτων σας πραγματοποιείται πάντοτε με τέτοιο τρόπο ώστε για κάθε όχημα το σημείο αναχώρησης να ταυτίζεται με το σημείο άφιξης; **ΝΑΙ** **ΟΧΙ**

13.1. Ποιο σκοπό εξυπηρετεί αυτό;

.....

.....

.....

.....

ΕΚΠΡΟΣΩΠΟΣ ΕΤΑΙΡΕΙΑΣ:

ΘΕΣΗ :

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ :

ΥΠΟΓΡΑΦΗ :