

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΩΣ
Σχολή Χρηματοοικονομικής και Στατιστικής



Τμήμα Στατιστικής και Ασφαλιστικής Επιστήμης

ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΣΠΟΥΔΩΝ ΣΤΗΝ
ΑΝΑΛΟΓΙΣΤΙΚΗ ΕΠΙΣΤΗΜΗ ΚΑΙ
ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗ ΚΙΝΔΥΝΩΝ

ΕΝΑΣ ΔΕΙΚΤΗΣ ΕΥΑΙΣΘΗΣΙΑΣ ΓΙΑ ΤΟ
ΠΡΟΣΔΟΚΙΜΟ ΖΩΗΣ ΜΕ ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΣΤΙΣ
ΡΑΝΤΕΣ ΖΩΗΣ

Νικόλαος Νικολαΐδης

Διπλωματική Εργασία

που υποβλήθηκε στο Τμήμα Στατιστικής και Ασφαλιστικής
Επιστήμης του Πανεπιστημίου Πειραιώς ως μέρος των
απαιτήσεων για την απόκτηση του Μεταπτυχιακού
Διπλώματος Ειδίκευσης στην Αναλογιστική Επιστήμη και
Διαχείριση Κινδύνων

Πειραιάς
Ιούλιος 2023

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΩΣ

Σχολή Χρηματοοικονομικής και Στατιστικής



Τμήμα Στατιστικής και Ασφαλιστικής Επιστήμης

**ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΣΠΟΥΔΩΝ ΣΤΗΝ
ΑΝΑΛΟΓΙΣΤΙΚΗ ΕΠΙΣΤΗΜΗ ΚΑΙ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗ
ΚΙΝΔΥΝΩΝ**

**ΕΝΑΣ ΔΕΙΚΤΗΣ ΕΥΑΙΣΘΗΣΙΑΣ ΓΙΑ ΤΟ
ΠΡΟΣΔΟΚΙΜΟ ΖΩΗΣ ΜΕ ΕΦΑΡΜΟΓΗ
ΣΤΙΣ ΡΑΝΤΕΣ ΖΩΗΣ**

Νικόλαος Νικολαΐδης

Διπλωματική Εργασία

*που υποβλήθηκε στο Τμήμα Στατιστικής και Ασφαλιστικής
Επιστήμης του Πανεπιστημίου Πειραιώς ως μέρος των
απαιτήσεων για την απόκτηση του Μεταπτυχιακού
Διπλώματος Ειδίκευσης στην *Αναλογιστική Επιστήμη και
Διαχείριση Κινδύνων**

Πειραιάς
Ιούλιος 2023

Η παρούσα Διπλωματική Εργασία εγκρίθηκε ομόφωνα από την Τριμελή Εξεταστική Επιτροπή που ορίστηκε από τη Συνέλευση του Τμήματος Στατιστικής και Ασφαλιστικής Επιστήμης του Πανεπιστημίου Πειραιώς στην υπ' αριθμ. συνεδρίασή της, σύμφωνα με τον Εσωτερικό Κανονισμό Λειτουργίας του Προγράμματος Μεταπτυχιακών Σπουδών στην Αναλογιστική Επιστήμη και Διαχείριση Κινδύνων.

Τα μέλη της Επιτροπής ήταν:

- Αναπληρωτής Καθηγητής: Γεώργιος Ψαρράκος (Επιβλέπων)
- Καθηγήτρια: Γεωργία Βεροπούλου
- Επίκουρος Καθηγητής: Παναγιώτης Ξένος

Η έγκριση της Διπλωματικής Εργασίας από το Τμήμα Στατιστικής και Ασφαλιστικής Επιστήμης του Πανεπιστημίου Πειραιώς δεν υποδηλώνει αποδοχή των γνώμών του συγγραφέα.

UNIVERSITY OF PIRAEUS
School of Finance and Statistics



Department of Statistics and Insurance Science

**POSTGRADUATE PROGRAM IN
ACTUARIAL SCIENCE AND RISK MANAGEMENT**

**A SENSITIVITY INDEX OF LIFE
EXPECTANCY WITH APPLICATION TO
LIFE ANNUITIES**

By

Nikolaos Nikolaidis

MSc Dissertation

submitted to the Department of Statistics and Insurance
Science of the University of Piraeus in partial fulfilment of
the requirements for the degree of Master of Science in
Actuarial Science and Risk Management

Piraeus, Greece
July 2023

*Στους γονείς μου
Στέλιο και Μαρία*

Ευχαριστίες

Φτάνοντας στο τέλος αυτής της διαδρομής, θα ήθελα να ευχαριστήσω θερμά τον κ. Ψαρράκο Γεώργιο, για την διαρκή καθοδήγηση, την πολύτιμη βοήθεια του, την υπομονή του αλλά και το χρόνο που αφιέρωσε για την ολοκλήρωση αυτής της διπλωματικής εργασίας.

Θα ήθελα επίσης, να ευχαριστήσω την κα. Βεροπούλου Γεωργία και τον κ. Ξένο Παναγιώτη για τον χρόνο που αφιέρωσαν ως μέλη της συμβουλευτικής επιτροπής.

Στην συνέχεια, θα ήθελα να ευχαριστήσω την οικογένειά μου, για την συνεχή υποστήριξη, που μου παρείχε καθ' όλη την διάρκεια των σπουδών μου και για την αμέριστη εμπιστοσύνη σε κάθε επιλογή μου.

Τέλος, θα ήθελα να ευχαριστήσω, τους αδελφικούς μου φίλους, όπου είναι δίπλα μου όλα αυτά τα χρόνια, στηρίζοντας κάθε επιλογή μου.

Περίληψη

Ένα από τα σημαντικότερα χαρακτηριστικά ενός πίνακα ζωής είναι το προσδόκιμο ζωής. Στην εργασία αυτή θα μελετηθεί ένας δείκτης ευαισθησίας που κατασκευάζεται εφαρμόζοντας μια διαταραχή στην ένταση θνησιμότητας. Συγκεκριμένα, θα διερευνηθεί πως μια πολύ μικρή αλλαγή στην ένταση θνησιμότητας σε κάθε ηλικία επηρεάζει το προσδόκιμο ζωής. Η εργασία θα μελετήσει σε θεωρητικό επίπεδο ενδιαφέροντα άρθρα από την διεθνή βιβλιογραφία που σχετίζονται με το προσδόκιμο ζωής ξεκινώντας από το άρθρο του Vaupel (1986). Θα ακολουθήσει το έργο των Haberman et al. (2011), όπου θα μελετηθεί η ευαισθησία του κόστους μίας ασφάλειας ζωής στις αλλαγές της μακροζωίας και έπειτα θα δοθεί η οπτική ενός νέου πλάνου συνταξιοδότησης όπως έχει καταγραφεί στο πρόσφατο άρθρο των Alvarez et al. (2021).

Abstract

One of the most important features of a life table is life expectancy. In this paper we will study a sensitivity index constructed by applying a perturbation to the mortality intensity. In particular, we will investigate how a very small change in mortality intensity at any age affects life expectancy. The paper will study at a theoretical level interesting articles from the international literature related to life expectancy starting with the article by Vaupel (1986). It will follow the work of Haberman et al. (2011), where the sensitivity of the cost of a life insurance policy to changes in longevity will be studied and then the perspective of a new retirement plan as documented in the recent article by Alvarez et al. (2021) will be given.

Περιεχόμενα

Ευχαριστίες.....	ix
Περίληψη	xi
Abstract.....	xiii
Περιεχόμενα	xv
Κατάλογος Πινάκων	xviii
Κατάλογος Σχημάτων.....	xix
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1: Βασικές Έννοιες	1
1.1 Εισαγωγή	1
1.2 Πίνακες Επιβίωσης.....	3
1.2.1 Διάφορα είδη πινάκων επιβίωσης	3
1.3 Δομή πινάκων	5
1.4 Ένταση θνησιμότητας	7
1.5 Η έννοια της εντροπίας.....	8
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2: Πώς η μεταβολή της θνησιμότητας επηρεάζει το προσδόκιμο ζωής	10
2.1 Εισαγωγή.....	10
2.2 Μέτρα της υγείας του πληθυσμού	10
2.3 Ορισμοί της υγείας και πηγές δεδομένων	11
2.4 Η βασική πρώτη σκέψη.....	14
2.5 Πώς η μείωση της θνησιμότητας αυξάνει το προσδόκιμο ζωής.....	16
2.5.1 Μείωση της θνησιμότητας- η εναλλακτική μέθοδος.....	18
2.6 Η δυνατότητα μείωσης της θνησιμότητας βάση μοντέλου	20
2.7 Η πρόοδος του προσδόκιμου ζωής έναντι της θνησιμότητας	22
2.8 Ετερογένεια και αντίκτυπος στο προσδόκιμο ζωής.....	25
2.9 Τα βασικά συμπεράσματα	26
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3: Εντροπία, μακροζωία και το κόστος των προσόδων	27
3.1 Εισαγωγή.....	27
3.2 Το θεωρητικό υπόβαθρο.....	27
3.3 Ο σκοπός του άρθρου.....	29
3.4 Εντροπία και θνησιμότητα	30
3.5 Εντροπία και πρόσοδοι	32
3.6 Πρακτικό μέρος του άρθρου.....	34

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4: Η σύνδεση της ηλικίας συνταξιοδότησης με το προσδόκιμο ζωής δεν μειώνει την δημογραφικές επιπτώσεις της άνισης διάρκειας ζωής.....	45
4.1 Εισαγωγή.....	45
4.1 Η βασική ιδέα του άρθρου	45
4.2 Το συνταξιοδοτικό σύστημα της Δανίας	46
4.3 Μέθοδοι και δεδομένα	48
4.4 Δημογραφικά μέτρα.....	50
4.5 Αποτελέσματα.....	52
4.5.1 Αποτελέσματα με βάση κοινωνικοοικονομικές μεταβλητές	55
4.5.2 Αποτελέσματα με βάση όλες τις μεταβλητές	57
4.5.3 Διαφοροποίηση ηλικίας συνταξιοδότησης σε σχέση με τους υπόλοιπους παράγοντες	59
4.6 Βασικά συμπεράσματα του άρθρου.....	60
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5: Συμπεράσματα.....	63
5.1 Εισαγωγή.....	63
5.2 Συμπεράσματα από τα άρθρα.....	63
5.3 Συζήτηση	66
Π1 Κώδικες που χρησιμοποιήθηκαν στο πρόγραμμα R	67
Βιβλιογραφία	71

Κατάλογος Πινάκων

Πίνακας 1.1: Παράδειγμα πίνακα επιβίωση γενεάς ανά φύλο/ηλικία Πηγή: (Beltrán-Sánchez & Subramanian 2019)	3
Πίνακας 1.2: Παράδειγμα πίνακα επιβίωσης περιόδου ανά φύλο/ηλικία Πηγή: (Glotzer et al. 2013)	4
Πίνακας 1.1: Παράδειγμα πίνακα επιβίωση γενεάς ανά φύλο/ηλικία Πηγή: (Beltrán-Sánchez & Subramanian, 2019)	3
Πίνακας 1.2: Παράδειγμα πίνακα επιβίωσης περιόδου ανά φύλο/ηλικία Πηγή: (Glotzer et al., 2013)	4
Πίνακας 2. 1: Δυνατότητα εξοικονόμησης ζωής, ηλικίες κάτω των 5, άνω των 65 και προσδόκιμο ζωής για τους άνδρες της Σουηδίας (Vaurel, 1986)	23
Πίνακας 2. 2: Δυνατότητα εξοικονόμησης ζωής, ηλικίες κάτω των 5, άνω των 65 και προσδόκιμο ζωής για τις γυναίκες της Σουηδίας (Vaurel, 1986)	24

Κατάλογος Σχημάτων

Σχήμα 2. 1: Τιμές του $\int_x^{x+5} h(a)da$ για άνδρες και γυναίκες της Σουηδίας το 1982 (Γράφημα στην R).....	20
Σχήμα 2. 2: Το ενδεχόμενο εξοικονόμησης ετών ζωής H , το ποσοστό αυτού του δυναμικού κάτω από ηλικία 5 ετών και άνω των 65 ετών για επιλεγμένους σουηδικούς ανδρικούς πληθυσμούς (Γράφημα στην R).....	23
Σχήμα 2. 3: Το ενδεχόμενο εξοικονόμησης ετών ζωής H , το ποσοστό αυτού του δυναμικού κάτω από ηλικία 5 ετών και άνω των 65 ετών για επιλεγμένους σουηδικούς γυναικείους πληθυσμούς (Γράφημα στην R).....	24
Σχήμα 3. 1: Βαθμός εντροπίας σε όλο το ηλικιακό εύρος για το γυναικείο πληθυσμό (Γράφημα στην R).....	35
Σχήμα 3. 2: Βαθμός εντροπίας σε όλο το ηλικιακό εύρος για τον ανδρικό πληθυσμό (Γράφημα στην R).....	35
Σχήμα 3. 3: Εντροπία γυναικείοι πληθυσμοί 60 χρονών (Γράφημα στην R).....	38
Σχήμα 3. 4: Εντροπία ανδρικοί πληθυσμοί 60 χρονών (Γράφημα στην R).....	38
Σχήμα 3. 5: Εντροπία στην ηλικία των 70 ετών.....	39
Σχήμα 3. 6: Θνησιμότητα και εντροπία στο Gompertz Law.....	42
Σχήμα 3. 7: Διαφορετικές τιμές a και c και θνησιμότητα.....	43
Σχήμα 3. 8: Διαφορετικά επίπεδα ενδιαφέροντος και θνησιμότητα.....	43
Σχήμα 4. 1: Τα δύο σενάρια των συνταξιοδοτικών προγραμμάτων (Alvarez et al., 2021).....	53
Σχήμα 4. 2: Πιθανότητες επιβίωσης ανά κοινωνικοοικονομική ομάδα. Οι πίνακες A και B υποδεικνύουν τις πιθανότητες επιβίωσης από την ηλικία των 50 ετών έως την ηλικία συνταξιοδότησης (c και t). Πίνακες Γ και Δ δείχνουν την πιθανότητα επιβίωσης 14.5 έτη μετά τη συνταξιοδότηση (c και t). Στερεά και διακεκομμένες γραμμές υποδεικνύουν την πιθανότητα επιβίωσης στις ηλικίες συνταξιοδότησης c και t , αντίστοιχα. Οι γκριζες γραμμές δείχνουν τις πιθανότητες που υπολογίζονται για το σύνολο του πληθυσμού. Και τα δύο φύλα, 1985-2016.	55
Σχήμα 4. 3: Κοινωνικοί και δημογραφικοί παράγοντες σύνδεσης με τα δύο σενάρια (Alvarez et al., 2021).....	57
Σχήμα 4. 4: Ανισότητες μεταβλητών και κοινωνικοοικονομικών-δημογραφικών ομάδων.....	57
Σχήμα 4. 5: Μελέτη ανά φύλο και κοινωνική ομάδα (Vaupel J, 1986).....	58
Σχήμα 4. 6: Ηλικίες στόχοι-συνταξιοδότησης με εφαρμογή κοινωνικοοικονομικών παραγόντων (Alvarez et al., 2021).....	59

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1: Βασικές Έννοιες

1.1 Εισαγωγή

Ένας όρος που συναντά κανείς στις επιστήμες που συνδυάζουν την οικονομία και την ασφάλεια είναι αυτός του προσδόκιμου ζωής. Η έννοια του προσδόκιμου ζωής αποδίδεται ως τα χρόνια που αναμένεται σύμφωνα με υπολογισμούς να ζήσει ένα μέσο άτομο. (Beltrán-Sánchez et al., 2015). Πολλές φορές εντοπίζεται στη διεθνή βιβλιογραφία και ως προσδόκιμο επιβίωσης. Πολύ συχνά οργανισμοί υγείας αλλά και η στατιστική επιστήμη μελετούν το προσδόκιμο ζωής των ανθρώπων για να εντοπίσουν αν αυξήθηκε ή μειώθηκε και τους λόγους που μπορεί να έχουν προκαλέσει μια τέτοια μείωση ή αύξηση, βλέπε Galvani-Townsend (2022).

Ο Keyfitz δημοσίευσε το βιβλίο του, Applied Mathematical Demography (Εφαρμοσμένη Μαθηματική Δημογραφία), στο οποίο καινοτόμησε για την εποχή καθώς δείχνει ένα σύνολο από τρόπους με τους οποίους καθημερινά απλά μαθηματικά εργαλεία μπορούν να βοηθήσουν στην μελέτη ζητημάτων που αφορούν το πληθυσμό, βλέπε Keyfitz (1985). Ουσιαστικά εισήγαγε την έννοια της εντροπίας και την ανέλυσε στο πλαίσιο των συνεχών αλλαγών στο προσδόκιμο ζωής.

Χρόνια αργότερα το άρθρο των Haberman et al. (2011) επέκτεινε αυτήν την οπτική καθώς την ενέταξε στο τρόπο με το οποίο συμβαίνουν συνεχώς μεταβολές στο προσδόκιμο της ζωής ενός ανθρώπου. Στο συγκεκριμένο άρθρο εξήχθη ως αποτέλεσμα ότι όσο υψηλότερο θεωρείται το επίπεδο της εντροπίας στη μεταβλητή που ονομάζεται προσδόκιμο ζωής, τόσο η μεταβλητή αυτή εμφανίζει μεγαλύτερη τάση να ανταποκρίνεται στη μεταβολή που θα δημιουργήσει η ένταση της θνησιμότητας από ότι θα συνέβαινε αν υπήρχε ένα χαμηλότερο επίπεδο εντροπίας (βλέπε Κεφάλαιο 3).

Ωστόσο, αυτό το ζήτημα είχε διατυπωθεί στη διεθνή βιβλιογραφία χρόνια νωρίτερα από τον Vaupel και τους συνεργάτες του, στο θέμα της ποιότητας ζωής και της αποτροπής θανάτων

χρησιμοποιώντας κυρίως ένα σύνολο από ράντες ζωής. Ο κύριος προβληματισμός σε αυτό το έργο ήταν το που θα έπρεπε να επικεντρωθεί η προσπάθεια αύξησης του προσδόκιμου ζωής, δηλαδή αν έπρεπε να δοθεί βαρύτητα στις ζωές των ηλικιωμένων που από ένα σημείο και έπειτα δεν παρουσιάζουν επικινδυνότητα ή στα άτομα του πληθυσμού που βρίσκονται στη βρεφική ηλικία, βλέπε Vaupel (1986).

Το τρίτο άρθρο είναι αρκετά πρόσφατο καθώς δημοσιεύτηκε το 2021. Μελέτα την σύνδεση του προσδόκιμου ζωής με την ηλικία συνταξιοδότησης και τον αντίκτυπο που μπορεί να έχει στην οικονομία. Προτείνει έναν άλλο τρόπο συνταξιοδότησης έχοντας ως μελέτη περίπτωση την χώρα της Δανίας. Έχοντας λοιπόν, ως δεδομένα ένα προσδόκιμο ζωής στο μέσο άνθρωπο έπειτα από μια ηλικία, κατά μέσο όρο τα 14.5 χρόνια, στον οποίο η ηλικία δεν διαδραματίζει σημαντικό ρόλο αλλά η κοινωνικό-οικονομική ομάδα που ανήκει το άτομο βασισμένο σε μαθηματικά μοντέλα των προηγούμενων άρθρων, Alvarez et al. (2021).

Η δομή της συγκεκριμένης εργασίας αποτελείται από πέντε κεφάλαια. Το πρώτο κεφάλαιο είναι μικρό σε έκταση και αφορά εισαγωγικές έννοιες στους πίνακες επιβίωσης, για να είναι πιο εύκολη η μετάβαση στις επόμενες ενότητες καθώς και τον ορισμό της εντροπίας, ο οποίος συνοδεύεται και από ένα σύντομο παράδειγμα κατανόησης. Στο δεύτερο κεφάλαιο δίνονται αποτελέσματα από το άρθρο του Vaupel (1986), στο τρίτο κεφάλαιο, από το άρθρο των Haberman et al. και το τέταρτο κεφάλαιο αφορά το πιο πρόσφατο άρθρο των Alvarez et al.. Κάθε ένα από αυτά τα τρία κεφάλαια μελετούν την σημαντικότητα των άρθρων, αναλύουν τους μαθηματικούς τους τύπους και συγκεντρώνουν συμπεράσματα για το τέλος. Στο δεύτερο και τρίτο κεφάλαιο γίνονται ορισμένες εξαγωγές πινάκων με βάση την στατιστική γλώσσα προγραμματισμού R από τα δεδομένα που δίνονται στο άρθρο. Τα συμπεράσματα βρίσκονται στο πέμπτο κεφάλαιο της εργασίας.

1.2 Πίνακες Επιβίωσης

Σκοπός του κεφαλαίου αυτού είναι να παρουσιάσει ένα εναλλακτικό τρόπο μέτρησης της θνησιμότητας ενός πληθυσμού βάση των πινάκων επιβίωσης. Βασικός στόχος αυτού του πίνακα είναι να παρουσιαστεί αναλυτικά η ειδική βάση της ηλικίας θνησιμότητας ενός πληθυσμού. Η χρήση των πινάκων επιβίωσης είναι ευρύτατη και αναγκαία στη δημογραφική ανάλυση, καθώς δεν μελετά μόνο την θνησιμότητα ενός πληθυσμού αλλά προβάλλει και τον ίδιο τον πληθυσμό, δημιουργεί μελέτες περί της γεννητικότητας και βοηθά σε πολλαπλούς τομείς όπως είναι ο ασφαλιστικός τομέας και η υγειονομική περίθαλψη.

1.2.1 Διάφορα είδη πινάκων επιβίωσης

Η πρώτη κατηγορία είναι οι πίνακες Επιβίωσης Γενεάς (Cohort Life Tables). Σε αυτούς τους πίνακες θεωρούμε ότι υπάρχει μια ομάδα που έχει έναν αριθμό l_0 ατόμων. Το χαρακτηριστικό αυτών των ατόμων είναι πως έχουν γεννηθεί όλοι το ίδιο έτος, άρα έτσι προσδιορίζονται ως πληθυσμός μίας γενεάς, το λεγόμενο cohort generation. Σε αυτήν την περίπτωση θεωρείται πως τα άτομα αυτά αποτελούν μια ομάδα κλειστή, δηλαδή αυτό σημαίνει πως δεν υπάρχει κανένα είδος μετανάστευσης.

Age	Birth Cohort				Time Period							
	Males		Females		Males				Females			
	1750-1885	1886-1925	1750-1885	1886-1925	1750-1790	1791-1885	1886-1960	1961-2005	1750-1790	1791-1885	1886-1960	1961-2017
0	0.168	0.417	0.165	0.513	-0.033	0.176	0.329	0.192	-0.027	0.175	0.333	0.222
65	0.046	0.070	0.047	0.154	-0.044	0.044	0.027	0.107	-0.043	0.051	0.037	0.142
75	0.028	0.068	0.028	0.118	-0.028	0.033	0.015	0.060	-0.026	0.037	0.021	0.100
85	0.013	0.036	0.013	0.059	-0.028	0.025	0.012	0.019	-0.026	0.025	0.013	0.041
100	0.011	-0.004	0.005	0.004	-0.014	0.024	0.004	-0.008	-0.014	0.021	0.006	-0.016

Πίνακας 1.1: Παράδειγμα πίνακα επιβίωση γενεάς ανά φύλο/ηλικία Πηγή: (Beltrán-Sánchez & Subramanian, 2019)

Όσο παρατηρείται χρονική πρόοδος η γενεά αυτή ξεκινά να συρρικνώνεται, αφού όπως είναι φυσικό τα μέλη της ξεκινούν να εκλείπουν. Η κατά ηλικία θνησιμότητα στα μέλη αυτής της γενεάς μπορεί να περιγραφεί από ένα πίνακα επιβίωσης γενεάς. Το πρόβλημα που προκύπτει

σε αυτήν την περίπτωση είναι, πως για να ολοκληρωθεί ένας τέτοιου είδους πίνακας θα πρέπει να μελετηθεί το σύνολο ατόμων από την γέννηση μέχρι και της στιγμή της εξαφάνισης τους. Σε αυτήν την περίπτωση απαιτούνται σίγουρα περίπου 100-110 χρόνια.

Η δεύτερη κατηγορία αφορά τους πίνακες Επιβίωσης Περιόδου (Period Life Tables). Η κατηγορία αυτού του πίνακα αποτυπώνει την κατά ηλικία θνησιμότητα ενός πληθυσμού σε μια συγκεκριμένη γεωγραφική περιοχή. Ωστόσο, τα μέλη του πληθυσμού για τα οποία γίνεται η αναφορά ανήκουν σε πολλές διαφορετικές γενεές. Γι' αυτό χαρακτηρίζεται και ως αντιμετώπιση cross-sectional η οποία δεν αναφέρεται σε μια συγκεκριμένη γενεά αλλά έχει ένα σύνθετο τρόπο κατασκευής και μελετά τον τρόπο εξέλιξης με βάση τις συνθήκες θνησιμότητας στην περίοδο στην οποία αναφέρεται, (Beltrán-Sánchez & Subramanian, 2019).

Age	Death probability (male)	Number of lives (male)	Life expectancy (male)	Death probability (female)	Number of lives (female)	Life expectancy (female)
75	0.040010	61,612	10.62	0.027709	73,679	12.55
76	0.043987	59,147	10.04	0.030659	71,638	11.90
77	0.048359	56,545	9.48	0.033861	69,441	11.26
78	0.053140	53,811	8.94	0.037311	67,090	10.63
79	0.058434	50,951	8.41	0.041132	64,587	10.03
80	0.064457	47,974	7.90	0.045561	61,930	9.43
81	0.071259	44,882	7.41	0.050698	59,109	8.86
82	0.078741	41,683	6.94	0.056486	56,112	8.31
83	0.086923	38,401	6.49	0.062971	52,942	7.77
84	0.095935	35,063	6.06	0.070259	49,608	7.26
85	0.105937	31,699	5.65	0.078471	46,123	6.77
86	0.117063	28,341	5.26	0.087713	42,504	6.31
87	0.129407	25,024	4.89	0.098064	38,776	5.87
88	0.143015	21,785	4.55	0.109578	34,973	5.45
89	0.157889	18,670	4.22	0.122283	31,141	5.06
90	0.174013	15,722	3.92	0.136190	27,333	4.69

Πίνακας 1.2: Παράδειγμα πίνακα επιβίωσης περιόδου ανά φύλο/ηλικία Πηγή: (Glotzer et al., 2013)

Το πρόβλημα στο συγκεκριμένο πίνακα είναι πως δεν διαθέτει ομοιογένεια. Αυτό συμβαίνει, καθώς μπορεί να περιλαμβάνει άτομα τα οποία ανήκουν σε 100-110 διαφορετικές γενεές, ωστόσο έχουν τα χαρακτηριστικά τόσο βιολογικά όσο και κοινωνικά που θα είχαν στα 49 τους έτη. Σαν λύση ο πίνακας αυτός δίνει μια στιγμιαία αποτύπωση της θνησιμότητας ενός ετερόκλιτου πληθυσμού, βλέπε Glotzer et al. (2013).

Οι πίνακες επιβίωσης χωρίζονται σε δύο κατηγορίες όσον αφορά τη μορφή τους:

- Πλήρεις πίνακες επιβίωσης (Complete life tables).
- Συνεπτυγμένοι πίνακες επιβίωσης (Abridged life tables).

Η δεύτερη κατηγορία πινάκων εμπεριέχουν τη θνησιμότητα ομάδων ηλικιών, συνήθως εύρους 5 ή 10 ετών, με εξαίρεση συνήθως το πρώτο έτος ζωής, της λεγόμενης ηλικίας μηδέν, που λόγω της ιδιαιτερότητας της εμφανίζεται ξεχωριστά. Ωστόσο, οι πίνακες της πρώτης κατηγορίας είναι αναλυτικότεροι, ακριβέστεροι και για κάποιες χρήσεις, όπως είναι η βιοστατιστική, είναι και αναγκαίοι. Αντίθετα οι πίνακες της δεύτερης κατηγορίας είναι πιο περιληπτικοί, έχουν πιο συγκεντρωτικά αποτελέσματα καθώς περιλαμβάνουν σειρές 10-16 αριθμών αντί 100 – 110, ενώ για πολλούς πληθυσμούς είναι οι μόνοι υπάρχοντες, λόγω ελλείψεων και σφαλμάτων των δημογραφικών δεδομένων (π.χ. Ελλάδα), βλέπε Glotzer et al. (2013).

1.3 Δομή πινάκων

Έστω ότι υπάρχει μια γενιά που αποτελείται από l_0 αριθμό ατόμων, το οποίο ως τιμή συνήθως λαμβάνει τα 100,000 άτομα. Γενικά, αυτός ο αριθμός θεωρείται πως είναι συμβατικός και αφορά γεννήσεις ζώντων και αποτελεί το βασικό πλήθος, το οποίο αφορά ο πίνακας επιβίωσης και πάνω στον οποίο οικοδομείται. Αυτό που μπορεί να μελετηθεί βάση της επιβίωσης είναι πώς αυτός ο αριθμός των ατόμων θα μειωθεί με σταδιακό τρόπο και διαχρονικά κυρίως λόγω της θνησιμότητας.

Το πώς περιγράφεται η θνησιμότητα/ηλικία δίνεται από τον πίνακα επιβίωσης. Πρακτικά, η κατά ηλικία θνησιμότητα είναι δυνατόν να περιγραφεί από ένα συγκεκριμένο πίνακα, που αφορά την επιβίωση ανά περίοδο αν θεωρηθεί πως υπάρχει μια υποθετική γενεά, που έχει τα βασικά ηλικιακά επίπεδα θνησιμότητας ίδια, όπως ακριβώς ο συγκεκριμένος πληθυσμός. Έστω, πως υπάρχει ένας πίνακας επιβίωσης περιόδου, ο οποίος αναφέρεται σε μια υποθετική γενεά. Πρέπει να οριστούν οι βασικές του συναρτήσεις:

- Αρχικά l_0 , που εδώ ισοδυναμεί με τον αριθμό των γεννήσεων.
- Έπειτα, l_x θα οριστεί ο αριθμός από τις παρατηρήσεις, που φθάνει στην ακριβή ηλικία που έχει οριστεί.

- Έπειτα, πρέπει να υπάρχει και μια πιθανότητα, που έχει να κάνει με τον θάνατο (probabilities of dying) η οποία είναι η ${}_nq_x$ και συμβολίζει την πιθανότητα κάποιο άτομο από τον πληθυσμό αυτό, να πεθάνει σε ένα διάστημα ηλικίας $[x, x + n]$. Σε κάθε περίπτωση η πιθανότητα θανάτου είναι μία δεσμευμένη πιθανότητα με τη δέσμευση, ότι κάποιος έχει επιβιώσει μέχρι την ακριβή ηλικία x .
- ${}_np_x$ είναι η πιθανότητα άτομο που βρίσκεται στην ακριβή ηλικία x να καταφέρει να επιβιώσει σε όλο το διάστημα ηλικίας $[x, x + n]$.
- Μεταξύ των παραπάνω δύο πιθανοτήτων ορίζεται μια σχέση η οποία δίνεται ως εξής ${}_np_x = 1 - {}_nq_x$.
- Έπειτα, υπάρχει και το $S(x)$, που είναι η πιθανότητα επιβίωσης, που ορίζεται ως ο λόγος των πρώτων δύο πιθανοτήτων, δηλαδή κάποιος να φθάσει την ακριβή ηλικία x , να επιβιώσει στο διάστημα ηλικίας $[0, x]$. Άρα $S(x) = \frac{l_x}{l_0}$. Τις περισσότερες φορές η συγκεκριμένη πιθανότητα δεν περιλαμβάνεται στον πίνακα επιβίωσης, είναι όμως κεντρικής σημασίας στη βιοστατιστική ανάλυση.
- Ο συνολικός αριθμός ετών ζωής που βιώνονται από τα άτομα του πληθυσμού στο διάστημα ηλικίας $[x, x + n)$ δίνεται ως ${}_nL_x$. Αξίζει να σημειωθεί, πως κάθε μέλος του πληθυσμού το οποίο βιώνει όλο το διάστημα ηλικίας $[x, x + n)$, συμβάλλει στον υπολογισμό κατά n έτη ζωής, ενώ κάθε ένας που πεθαίνει κάποτε μέσα στο ίδιο διάστημα, κάτω από την υπόθεση της ομοιόμορφης κατανομής θανάτων μέσα στο διάστημα ηλικίας, συμβάλλει κατά μέσο όρο με $\frac{n}{2}$ αριθμό ετών ζωής. Άρα ο τύπος υπολογισμού δίνεται ως εξής:

$${}_nL_x = n \cdot l_{x+n} + \frac{n}{2} \cdot {}_nd_x,$$

όπου, αντικαθιστώντας το ${}_nd_x = l_x - l_{x+n}$, προκύπτει

$${}_nL_x = \frac{n}{2}(l_x + l_{x+n}).$$

Επομένως αν θεωρηθεί πως η x είναι συνεχής μεταβλητή τότε:

$${}_nL_x = \int_x^{x+n} l(t)dt = \int_0^n l(x+t)dt \approx n \left(\frac{l_x + l_{x+n}}{2} \right).$$

- T_x θεωρείται ο συνολικός αριθμός ετών ζωής που πρόκειται να βιώσουν τα l_0 άτομα του υποθετικού πληθυσμού στο διάστημα ηλικίας $[x, \omega)$, όπου ω η ηλικία που δεν φτάνει κανείς αφού $\omega - 1$: η ανώτατη ηλικία στον πληθυσμό. Ο τύπος εδώ δίνεται ως εξής: $T_x = \sum_{i \geq x} {}_n L_i$. Επίσης, $T_{x+n} = T_x - {}_n L_x \Rightarrow {}_n L_x = T_x - T_{x+n}$. Αφού θεωρήσουμε την x

ως συνεχή μεταβλητή τότε έχουμε $T_{x+1} = \int_0^{\omega-x} l(x+t) dt$.

- Από τον πίνακα λείπει η στήλη προσδοκώμενης ζωής, η οποία συμβολίζεται ως e_x όπου ουσιαστικά συμβολίζει την αναμενόμενη (μέση) υπολειπόμενη ζωή των ατόμων που έχουν μια ηλικία x ανάλογα τον πληθυσμό αναφοράς του πίνακα επιβίωσης,

$e_x = \frac{T_x}{l_x}$. Επομένως, η αναμενόμενη ηλικία θανάτου ενός ατόμου x του πληθυσμού

δίνεται από την σχέση $x + e_x$, βλέπε (Στενός, 2016).

1.4 Ένταση θνησιμότητας

Αφού η ηλικία x θεωρείται ως συνεχή μεταβλητή σε ένα διάστημα $[x, x + \Delta x)$ με το Δx να τείνει στο 0, τότε είναι αναμενόμενο να συμβούν $l(x) + l(x + \Delta x)$ θάνατοι. Ως ένταση θνησιμότητας (Force of mortality), που συμβολίζεται με $\mu(x)$ μπορεί να οριστεί η οριακή τιμή του ειδικού κατά ηλικία δείκτη θνησιμότητας ${}_{\Delta x} m_x$, του διαστήματος $[x, x + \Delta x)$, με τις παραπάνω προδιαγραφές.

Η μαθηματική έκφραση της έντασης θνησιμότητας είναι:

$$\mu(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} {}_{\Delta x} m_x \Rightarrow \mu(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta x d_x}{\Delta x L_x} \Rightarrow \mu(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{l(x) - l(x + \Delta x)}{\int_x^{x+\Delta x} l(t) dt}$$

Στη περίπτωση που χρησιμοποιηθεί η παράγωγος της συνάρτησης τότε έχουμε:

$$\begin{aligned} \mu(x) &= -\frac{dl(x)}{dx} \frac{1}{l(x)} \Rightarrow \mu(x) = -\frac{d \ln(l(x))}{dx} \\ &= -\int_0^x \mu(t) dt = \ln(l(x)) + k \Rightarrow \exp\left(-\int_0^x \mu(t) dt\right) = l(x)e^k. \end{aligned}$$

Στο παραπάνω αν τεθεί $c = 1/e^k$, όπου $k > 0$ θα έχουμε:

$$l(x) = c \exp\left(-\int_0^x \mu(t) dt\right),$$

ωστόσο αν $x = 0$ οδηγούμαστε: $l(0) = c$ δηλαδή,

$$l(x) = l(0) \exp\left(-\int_0^x \mu(t) dt\right) \Rightarrow S(x) = \exp\left(-\int_0^x \mu(t) dt\right).$$

Βάση της τελευταίας σχέσης φαίνεται, πως η πιθανότητα επιβίωσης σαν συνάρτηση της έντασης θνησιμότητας, $\mu(x)$, αποτελεί το μαθηματικό ορισμό της πιθανότητας επιβίωσης, βλέπε (Broffit, 1984).

1.5 Η έννοια της εντροπίας

Η εντροπία ως μια γενική έννοια αναπαριστά ένα μέτρο της μέσης ποσότητας πληροφοριών που απαιτούνται για την αναπαράσταση ενός γεγονότος που προέρχεται από μια κατανομή πιθανοτήτων για μια τυχαία μεταβλητή. Με την χρήση της εντροπίας είναι δυνατόν ο ερευνητής σε μια έρευνα να ποσοτικοποιήσει πόση πληροφορία υπάρχει σε μια τυχαία μεταβλητή.

Έστω ότι χρειάζεται να υπολογίσουμε την πληροφορία για μια τυχαία μεταβλητή X με κατανομή πιθανότητας p . Αυτή η πληροφορία μπορεί να γραφτεί ως ένα συναρτησωειδές H , δηλαδή $H(X)$.

Η εντροπία για μία διακριτή τυχαία μεταβλητή X με k σε K διακριτές καταστάσεις δίνεται από τον τύπο:

$$H(X) = -\sum_i p_i \log p_i,$$

αν η X είναι συνεχής τυχαία μεταβλητή με πυκνότητα πιθανότητας $f(x)$, τότε η εντροπία δίνεται από τον τύπο:

$$H(X) = -\int f(x) \log f(x).$$

Δηλαδή το αρνητικό του αθροίσματος των πιθανοτήτων κάθε γεγονότος πολλαπλασιασμένο με το λογάριθμο της πιθανότητας κάθε γεγονότος.

Η χαμηλότερη εντροπία υπολογίζεται για μια τυχαία μεταβλητή, που έχει ένα μόνο γεγονός, με πιθανότητα 1 και 0, με βεβαιότητα. Η μεγαλύτερη εντροπία για μια τυχαία μεταβλητή θα είναι αν όλα τα γεγονότα είναι εξίσου πιθανά.

Ένα παράδειγμα είναι να θεωρήσουμε μια ρίψη ενός δίκαιου ζαριού και να υπολογίσουμε την εντροπία για τη μεταβλητή. Κάθε αποτέλεσμα έχει την ίδια πιθανότητα $1/6$, επομένως πρόκειται για ομοιόμορφη κατανομή πιθανοτήτων. Επομένως, θα περιμέναμε, ότι η μέση πληροφορία θα είναι η ίδια πληροφορία για ένα μόνο γεγονός, που υπολογίστηκε παραπάνω.

Στην πραγματικότητα, ο υπολογισμός της πληροφορίας για μια τυχαία μεταβλητή είναι το ίδιο με τον υπολογισμό της πληροφορίας για την κατανομή πιθανότητας των γεγονότων για την τυχαία μεταβλητή. Ο υπολογισμός της πληροφορίας για μια τυχαία μεταβλητή ονομάζεται "εντροπία πληροφορίας", "εντροπία Shannon" ή απλώς "εντροπία". Σχετίζεται με την ιδέα της εντροπίας από τη φυσική κατ' αναλογία, δεδομένου ότι και οι δύο ασχολούνται με την αβεβαιότητα. Η διαίσθηση για την εντροπία είναι, ότι αποτελεί τον μέσο αριθμό των στοιχείων, που απαιτούνται για την αναπαράσταση ή τη μετάδοση ενός γεγονότος, που αντλείται από την κατανομή πιθανότητας για την τυχαία μεταβλητή (MacKay, 2003).

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2: Πώς η μεταβολή της θνησιμότητας επηρεάζει το προσδόκιμο ζωής

2.1 Εισαγωγή

Στην εργασία του, ο Vaupel, δίνει μεγάλη έμφαση στην μεταβολή της θνησιμότητας και κατά πόσο αυτή μεταβάλλεται όσο μεταβάλλονται τα έτη ζωής ενός ατόμου. Στο συγγραφικό του έργο προσπαθεί να εντοπίσει πώς γίνεται να αυξηθεί η διάρκεια ζωής ενός ατόμου έχοντας τα δεδομένα από προηγούμενες έρευνες. Τα αποτελέσματα και ερωτήματα αυτής της έρευνας δεν βασίζονται μόνο σε αριθμητικά δεδομένα, αλλά και γενικές ερωτήσεις για το πώς η πολιτεία μπορεί να βοηθήσει στην αύξηση του προσδόκιμου ζωής των πολιτών της, βλέπε Vaupel (1986).

2.2 Μέτρα της υγείας του πληθυσμού

Σκοπός της ενότητας είναι να αποσαφηνιστεί η έννοια και η χρησιμότητα των στατιστικών της υγείας. Η υγεία ενός πληθυσμού είναι ένα ουσιώδες χαρακτηριστικό των μελών του πληθυσμού και καθορίζεται σημαντικά από τα κοινωνικοοικονομικά και δημογραφικά δεδομένα του. Έτσι, για την μελέτη, την κατανόηση και την πρόβλεψη των ποσοστών της θνησιμότητας, γίνεται χρήση των στατιστικών της υγείας.

Τις τελευταίες δεκαετίες που παρατηρείται μία σημαντική αύξηση του προσδόκιμου ορίου ζωής, η μελέτη υγείας του πληθυσμού απαιτεί εκτός από την μελέτη των μέτρων θνησιμότητας και την μελέτη των μέτρων νοσηρότητας, του προσδόκιμου ορίου υγιούς ζωής και της ποιότητας ζωής. Μέτρα τα οποία είναι στενά συνδεδεμένα με την πραγματική υγεία του πληθυσμού.

Γίνεται, λοιπόν, αντιληπτό, ότι η μελέτη της υγείας έχει στραφεί προς την ποιότητα των χρόνων ζωής και δεν ενδιαφέρει πλέον μόνο η ποσότητά τους. Τα μέτρα της υγείας του πληθυσμού δίνουν σημαντικό πλεονέκτημα στην έρευνα, καθώς προσφέρουν εφαρμογές όπως:

1. Σύγκριση του επιπέδου υγείας ενός πληθυσμού με το επίπεδο υγείας ενός άλλου πληθυσμού.
2. Σύγκριση του επιπέδου υγείας του ίδιου πληθυσμού σε διαφορετικές χρονικές περιόδους.
3. Προσδιορισμός και ποσοτικοποίηση των ανισοτήτων της υγείας μεταξύ των πληθυσμών.
4. Έμφαση στην επίδραση των μη θανατηφόρων καταστάσεων στο σύνολο της υγείας του πληθυσμού.
5. Προσδιορισμός των προτεραιοτήτων των υπηρεσιών υγείας, παροχής και σχεδιασμού τους.
6. Καθορισμός των αντικειμένων έρευνας και ανάπτυξης (Research & Development) του τομέα της υγείας.
7. Βελτίωση της επαγγελματικής εκπαίδευσης στον κλάδο της δημόσιας υγείας.
8. Ενημέρωση σχετικά με τα πλεονεκτήματα της υγειονομικής παρέμβασης για τις μελέτες κόστους και αποτελεσματικότητας των υπηρεσιών υγείας, Βανάκα (2020).

Λαμβάνοντας υπόψιν όλα τα παραπάνω, ο Παγκόσμιος Οργανισμός Υγείας έχει προβεί στον σχεδιασμό μιας παγκόσμιας πολιτικής υγείας (Υγεία για όλους στον 21ο αιώνα), με βασικό σκοπό να αντιμετωπιστούν προβλήματα υγείας παγκοσμίως, αλλά και να ελαχιστοποιηθούν οι ανισότητες στον χώρο της υγείας μεταξύ των διάφορων χωρών, μέσω του προσδιορισμού των προτεραιοτήτων και των στόχων. Κάποιες χώρες έδρασαν θέτοντας τους δικούς τους στόχους.

Με βάση τα προαναφερθέντα προκύπτει, ότι για τον καθορισμό της υγείας του πληθυσμού είναι ιδιαίτερα σημαντικό, να πραγματοποιείται μια ευρεία χρήση των στατιστικών της υγείας, ώστε να παρουσιάζονται και να αναλύονται τα δεδομένα της υγείας, όπως αναφέρει και ο Παγκόσμιος Οργανισμός Υγείας, βλέπε WHO (2022).

2.3 Ορισμοί της υγείας και πηγές δεδομένων

Προτού γίνει αναφορά στους δείκτες υγείας, πρέπει να αποσαφηνισθούν θεμελιώδεις όροι, αλλά και να αναφερθούν οι πηγές δεδομένων των ερευνών υγείας. Η πρωταρχική έννοια της

υγείας είναι αρκετά δύσκολο να οριστεί με ακριβείς όρους, καθώς είναι μια έννοια πολυσύνθετη και κοινωνικά ορισμένη. Παρ' όλα αυτά έχει γίνει απόπειρα μαθηματικοποίησης της κατάστασης της υγείας, όμως γίνεται αντιληπτό, ότι ορίζεται καλύτερα με όρους ασθένειας, αναπηρίας και θνησιμότητας. Η απουσία υγείας είναι ίσως ευκολότερο να οριστεί, αφού πολλοί όροι είναι διαθέσιμοι, όπως η νόσος, η ασθένεια, η κατάσταση υγείας, η νοσηρή κατάσταση.

Ξεκινώντας με τον όρο της νόσου, ορίζεται η βιολογική κατάσταση της κακής υγείας, ενώ ο όρος της ασθένειας είναι το υποκειμενικό βίωμα του αρρώστου ατόμου ή με νόσο. Ο όρος της νοσηρότητας είναι ένας πιο γενικός όρος για οποιαδήποτε κατάσταση υγείας, συμπεριλαμβάνοντας ασθένειες, τραύματα και λοιπές πιθανές βλάβες. Αυτές οι πιθανές καταστάσεις υγείας χωρίζονται σε δύο κατηγορίες, των οξέων και των χρόνιων καταστάσεων, με βασικά διαχωριστικά κριτήρια τη διάρκεια και τον τύπο τους. Η αναπηρία ορίζεται ως μια οξεία ή χρόνια κατάσταση, η οποία επιδρά στην ικανότητα του ατόμου να λειτουργήσει, να αυτοεξυπηρετηθεί και να φέρει εις πέρας τις καθημερινές δραστηριότητες του.

Όσον αφορά τις πηγές που παρέχουν τα διάφορα δεδομένα, που αξιοποιούνται από τις στατιστικές της υγείας, οι βασικές πηγές είναι δύο, οι γενικές και οι εξειδικευμένες.

Οι μεν πρώτες προέρχονται από απογραφές πληθυσμών, καταγραφές ζωτικών στατιστικών και γενικότερες επισκοπήσεις. Αντίθετα, οι εξειδικευμένες πηγές αποτελούν προϊόν από δειγματικές επισκοπήσεις υγείας, διοικητικά αρχεία, επιδημιολογικές επιτηρήσεις και κλινικές μελέτες. Κοινό στοιχείο και των δύο ειδών πηγών είναι ότι προσφέρουν ποσοτικά στοιχεία θνησιμότητας. Η ειδοποιός διαφορά τους έγκειται στα ποιοτικά στοιχεία.

Το 1830 στις ΗΠΑ ξεκίνησαν οι πρώτες απογραφές με σκοπό να πραγματοποιηθεί η καταμέτρηση των ανθρώπων, που είχαν οποιαδήποτε μορφή βλάβης, όπως τύφλωση ή κώφωση. Οι ΗΠΑ μέχρι και σήμερα χρησιμοποιούν την μέθοδο της απογραφής, όπου οι δημογράφοι μελετούν τις τάσεις της υγείας του πληθυσμού και της προσδόκιμης υγείας. Όσον αφορά τις καταγραφές, συλλέγουν δεδομένα σχετικά με άμεσες ή έμμεσες καταστάσεις υγείας, όπως είναι ο αριθμός γεννήσεων και θανάτων, αποβολών, διακοπής εγκυμοσύνης και άλλες. Οι επισκοπήσεις αφορούν πιο γενικά στοιχεία, όπως τα δημογραφικά χαρακτηριστικά του πληθυσμού. Εν αντιθέσει, οι εθνικές δημοσκοπήσεις είναι αποκλειστικά συγκεντρωμένες σε θέματα υγείας του πληθυσμού. Οι επιδημιολογικές έρευνες, έχουν ως αντικείμενο μελέτης την συχνότητα εμφάνισης ασθενειών, τραυματισμών και βλαβών στον πληθυσμό προκειμένου να

προσδιορισθούν οι ενδεχόμενοι παράγοντες κινδύνου που προκαλούν τα παραπάνω έτσι ώστε να σχεδιασθούν και να εφαρμοσθούν προγράμματα πρόληψης για τον εκάστοτε πληθυσμό. Οι κλινικές μελέτες στοχεύουν στην αξιολόγηση της αποτελεσματικότητας ενός μέτρου θεραπευτικής παρέμβασης συγκριτικά με την απουσία ή την ύπαρξη κάποιας εναλλακτικής θεραπείας.

Τέλος, οι ποσοτικές πηγές παρέχουν δεδομένα και πρόσθετες πληροφορίες σχετικά με την υγεία. Απαραίτητη προϋπόθεση για την χρήση των ποσοτικών ερευνών είναι η συμβολή των ποιοτικών μεθόδων. Σε μια επιπρόσθετη ερμηνεία της παραπάνω παραδοχής σημειώνεται, ότι για να σχεδιασθεί μια ποσοτική έρευνα απαραίτητο στοιχείο είναι να έχουν ληφθεί τα αντίστοιχα ποιοτικά στοιχεία, προκειμένου να δημιουργηθούν τα κατάλληλα εργαλεία, παραδείγματος χάριν, ερωτηματολόγια αλλά και οι υποθέσεις για τους παράγοντες κινδύνου κάθε νόσου που μελετάται, Weiberg (2001)

Όλα τα παραπάνω αποτελούν πολυσύνθετες διαδικασίες και απαιτούν μεθοδολογία έρευνας με αποτέλεσμα πολλάκις να εμφανίζονται προβλήματα. Οι απογραφές υπόκεινται σε σφάλματα, που αφορούν την κάλυψη και την κατηγοριοποίηση. Οι καταγραφές που προέρχονται από τα διοικητικά αρχεία ελλοχεύουν τον κίνδυνο να είναι ελλιπείς ή και ανεπαρκείς. Λόγω των προβλημάτων αυτών, η μέτρηση των αποτελεσμάτων υγείας θα ήταν σκόπιμο να πραγματοποιείται και από άλλες πηγές, οι οποίες θα είναι σχεδιασμένες με τρόπο που να επιτρέπουν τις διάφορες στατιστικές ελλείψεις. Από την άλλη πλευρά οι δημοσκοπήσεις έχουν το σημαντικό μειονέκτημα της μεροληψίας ως αποτέλεσμα της φυλής, του φύλου, της εκπαίδευσης, της κοινωνικής τάξης και άλλων παρόμοιων στοιχείων των ερωτηθέντων. Ως εκ τούτου, αρκετά δεδομένα μπορεί να μη καταχωρούνται, γεγονός που είναι ιδιαίτερα εμφανές σε μελέτες νοσηρότητας, αφού οι δείκτες ενδέχεται να είναι αντικειμενικοί, όμως οι απαντήσεις χαρακτηρίζονται από υποκειμενικότητα. Στις άλλες χώρες εκτός από τις δυτικές, η κατάσταση δυσκολεύει μιας και η καταγραφή των δεδομένων υγείας αλλά και των υποκειμενικών απόψεων των συμμετεχόντων εκεί, δεν είναι συστηματική, ενώ εγκυμονεί ο κίνδυνος να είναι άλλα τα κριτήρια για να ορισθεί μια κατάσταση ως ελλιπής κατάσταση υγείας.

Μια κατάσταση που δυσκολεύει τη μελέτη της νοσηρότητας στις μη δυτικές χώρες, λόγω τόσο της μη συστηματικής καταγραφής των γεγονότων υγείας όσο και των υποκειμενικών απόψεων των ερωτηθέντων για το τι είναι σημαντικό να σημειωθεί ως γεγονός ελλιπούς υγείας.

Ένα πρόβλημα της στατιστικής που είναι πιθανό να επηρεάσει την ερμηνεία και την αξιοπιστία των αποτελεσμάτων είναι η αλληλεπίδραση με έναν άλλον παράγοντα που δεν είναι ορατός από τα δεδομένα.

Όσον αφορά τις επιδημιολογικές μελέτες είναι ιδιαίτερα δύσκολο να ορισθεί με ασφάλεια και ακρίβεια η αιτιώδης σχέση μεταξύ της νόσου και των παραγόντων κινδύνου. Και στις μελέτες αυτές παρατηρείται το φαινόμενο της μεροληψίας και δεν υπάρχει χρονική συνέπεια της εμφάνισης του προβλήματος και της καταγραφής του. Τέλος, οι κλινικές μελέτες χρησιμοποιούν μικρό δείγμα πληθυσμού, επομένως η απόπειρα για γενίκευση των αποτελεσμάτων στο σύνολο του πληθυσμού να παραμονεύει τον κίνδυνο λαθών και παρερμηνείας, βλέπε Drain & Clark (2004).

2.4 Η βασική πρώτη σκέψη

Η υπόθεση στην οποία στηρίζεται ο Vaupel είναι απλή: θέτει ως στόχο είτε την αύξηση στο προσδόκιμο ζωής ενός πληθυσμού ή το πώς μπορούν να σωθούν όσο το δυνατόν περισσότερες ζωές προσθέτοντας περισσότερα χρόνια ζωής σε αυτές. Με αυτήν την υπόθεση προκύπτει αμέσως ένα βασικό ερώτημα:

- Αν υπάρξει η υπόθεση πως δίνεται η δυνατότητα να αποφευχθούν οι θάνατοι από 100 ανθρώπους αλλά δεν έχει οριστεί η δεκαετία στην οποία θα γίνει αυτό τότε ενδιαφέρον έχει να εντοπιστεί ποια δεκαετία της ανθρώπινης ζωής είναι καλύτερη: 0-10 ή 42-52 είναι δύο από τα βασικά παραδείγματα που θέτει ο συγγραφέας.

Την απάντηση την δίνει πάλι ο ίδιος, καθώς θεωρεί πως μακράν καλύτερη πρέπει να είναι η πρώτη δεκαετία της ζωής ενός ατόμου αφού τα παιδιά είναι εκείνα που χάνουν τα περισσότερα χρόνια προσδόκιμου ζωής. Οι υποθέσεις συνεχίζονται με το δεδομένο ότι μπορεί κάποιος να μειώσει κατά 1% τη διάρκεια ζωής σε οποιαδήποτε δεκαετία. Τότε τίθεται πάλι το ίδιο ερώτημα του ποια είναι η καλύτερη δεκαετία για μια τέτοια μείωση. Ο ίδιος προτρέπει τους αναγνώστες του να θεωρήσουν, πως μπορεί να φαίνεται λογικό να θεωρήσουν μια ηλικία που να ξεκινάει στο διάστημα 0-10 ή 17-27 ή κάποια άλλη δεκαετία νωρίς στη ζωή του ανθρώπου.

Ωστόσο, και αυτή η υπόθεση καταρρίπτεται καθώς σύμφωνα με τα στοιχεία που έχει μελετήσει ο ίδιος από τον πίνακα ζωής, που αφορά το προσδόκιμο ζωής των ανδρών της Σουηδίας για το 1982 η σωστή απάντηση θεωρεί, πως βρίσκεται στο διάστημα μεταξύ 67 έως

και 77. Αντίστοιχα, για τις γυναίκες το ίδιο έτος η καλύτερη δυνατή απάντηση ήταν το 74 με 84. Για να δείξει, πως τα στοιχεία έχουν συνάφεια μεταξύ τους, σημειώνει πως στον ίδιο πίνακα, στο μέρος που αφορά τις γυναίκες τουλάχιστον 653 μωρά βρέφη πεθαίνουν πριν καταφέρουν να συμπληρώσουν το πρώτο έτος ζωής. Αυτό ουσιαστικά δείχνει, πως η πρώτη κατηγορία 0-10 απορρίπτεται, αφού σύμφωνα με τους υπολογισμούς από τα παραπάνω στοιχεία κάθε παιδί χάνει 79.2 περίπου χρόνια από το προσδόκιμο ζωής ή στο σύνολο 52,000 χρόνια.

Συνεχίζει προσθέτοντας πως μόνο 189 επιπλέον κορίτσια πεθαίνουν μεταξύ των πρώτων και των δέκατων γενεθλίων τους όπου, η συνολική απώλεια προσδόκιμου ζωής μεταξύ της γέννησης και της ηλικίας 10 ετών είναι περίπου 66,000 χρόνια. Αν προστεθούν αυτοί οι θάνατοι φτάνουν τους 842. Από την άλλη πλευρά υπάρχουν και 32,000 γυναίκες, που σύμφωνα με τους υπολογισμούς εκείνης της περιόδου πεθαίνουν στο ηλικιακό εύρος 74 έως και 84 ετών. Ουσιαστικά αυτό σημαίνει, πως τα χρόνια, που χάνουν στο προσδόκιμο ζωής, ισούνται για την καθεμία με 8.3 ή 260,000 χρόνια στο σύνολο.

Συμπερασματικά, τέσσερις φορές περισσότερα χρόνια αναμενόμενης ζωής είναι δυνατόν να χαθούν στο ηλικιακό εύρος από 74-84, όπως γίνεται και στη πρώτη δεκαετία ζωής. Με βάση όλα τα παραπάνω στοιχεία ο Vaupel θέλει να τονίσει, πως δεν πρέπει κάποιος να ισχυριστεί, ότι οι έρευνες πρέπει να βασιστούν κυρίως στην επιμήκυνση τους προσδόκιμου ζωής των ηλικιωμένων αλλά να βασιστεί στους δείκτες της ποιότητας ζωής και να αποτρέψει πρώιμους θανάτους. Ο σκοπός του είναι να βρεθεί ένας τρόπος εξοικονόμησης χρόνου ζωής σε κάθε εξεταζόμενο ηλικιακό πεδίο και να εξεταστεί η σχέση της θνησιμότητας με βάση την ηλικία και το προσδόκιμο ζωής, Vaupel (1986).

Αξίζει να σημειωθεί, πως πολλά άρθρα είχαν ως βάση τους ή αναφέρθηκαν στο άρθρο του Vaupel. Σε ένα από αυτά, τίθεται το φυσικό ερώτημα που προκύπτει στη δημογραφία, για το πώς μια δεδομένη αλλαγή στη θνησιμότητα επηρεάζει το προσδόκιμο της ζωής. Οι μελετητές έχουν στοχεύσει στο ερώτημα αυτό με διαφορετικούς στόχους και από διαφορετικές προοπτικές (Wrycz & Baudisch, 2012). Μέσα σε αυτές κύριο ρόλο έχει και το άρθρο του Vaupel.

2.5 Πώς η μείωση της θνησιμότητας αυξάνει το προσδόκιμο ζωής

Ο συγγραφέας ξεκινά προσπαθώντας να εντοπίσει με μαθηματικό τρόπο και τύπους μια διαδικασία για μείωση της θνητότητας και κατά επέκταση αύξηση του προσδόκιμου ζωής.

Ξεκινά ορίζοντας βασικές μεταβλητές¹:

- Η ένταση θνητότητας ορίζεται ως $\mu(a, t)$.
- Ταυτόχρονα ορίζει την περίοδο $p(a, t)$ ως την περίοδο επιβίωσης σε μια ηλικία a και χρονικό διάστημα t .
- Η μεταβλητή $e(a, t)$ η οποία αναπαριστά το προσδόκιμο ζωής.

Το βασικό ερώτημα εδώ έχει να κάνει με το πώς μια αλλαγή στη μεταβλητή $\mu(a, t)$ έχει την δυνατότητα να επηρεάσει την $e(a, t)$.

Εδώ σύμφωνα με τον Vaupel υπάρχουν δύο βασικές προσεγγίσεις:

1. Η πρώτη αφορά το έργο του Pollard (1982) λίγα χρόνια πριν, όπου επικεντρώνεται στην ύπαρξη διαφορετικών μεταβλητών μ_1 και μ_2 μια εναλλακτική μέθοδο μέτρησης, η οποία θα οδηγήσει και σε διαφορετικές τιμές των e_1 και e_2 .
2. Η δεύτερη προσέγγιση αφορά το έργο του Keyfitz (1985) και είναι εκείνο στο οποίο επικεντρώνεται ο συγγραφέας, καθώς αφορά τον ρυθμό προόδου του προσδόκιμου ζωής όσο βελτιώνεται ο ρυθμός της μεταβλητής $\mu(a, t)$.

Πολύ απλά ο Keyfitz αυτό που κάνει στο συγγραφικό του έργο είναι να ορίσει τα παρακάτω:

$$p(a, t) = \frac{\partial \mu(a, t) / \partial t}{\mu(a, t)}, \quad (2.1)$$

το οποίο μπορεί να οριστεί βασισμένο στην βελτίωση του προσδόκιμου ζωής ως

$$\pi(t) = \frac{\partial e(0, t) / \partial t}{e(0, t)}. \quad (2.2)$$

¹ Οι μεταβλητές του συγκεκριμένου κεφαλαίου χρησιμοποιούνται με τον τρόπο που έχουν χρησιμοποιηθεί και στην συγκεκριμένη βιβλιογραφία (Vaupel, 1986), αλλά το όρισμα τους είναι το ίδιο όπως έχει οριστεί και στο 1^ο Κεφάλαιο.

Στη περίπτωση που υπάρχει μια ίση εξέλιξη απέναντι στη θνησιμότητα σε όλες τις ηλικίες και όλα τα χρονικά διαστήματα τότε ισχύει πως η προηγούμενη μεταβλητή

$$\pi(t) = p(t)H(t). \quad (2.3)$$

Η μεταβλητή $H(t)$ ορίζεται ως εξής:

$$H(t) = \frac{\int_0^{\omega} p(a,t) \int_0^a \mu(x,t) dx da}{\int_0^{\omega} p(a,t) da} = \frac{-\int_0^{\omega} p(a,t) \ln p(a,t) da}{\int_0^{\omega} p(a,t) da}. \quad (2.4)$$

Σε αυτό το σημείο αξίζει να σημειωθεί, πως η μεταβλητή $H(t)$ θεωρείται ως μια παραλλαγή του μέτρου της εντροπίας, στην οποία θα αναφερθούμε στο επόμενο κεφάλαιο. Γενικότερα, μπορεί να θεωρηθεί ως ένα μέτρο, το οποίο δείχνει την ετερογένεια ενός πληθυσμού σε ότι αφορά την εξέλιξη της θνησιμότητας σε διάφορες ηλικίες της ετερογένειας ενός πληθυσμού σε σχέση με τη θνησιμότητα στις διάφορες ηλικίες. Έτσι ορίζονται δύο βασικές υποθέσεις:

- $H(t) = 0$, εάν ολόκληρος ο πληθυσμός πεθάνει στην ίδια ηλικία,
- $H(t) = 1$, αν η ένταση θνησιμότητας είναι ίδια σε όλες τις ηλικίες.

Όπως φάνηκε και πιο πάνω ουσιαστικά η μεταβλητή αυτή δίνει την ποσοστιαία μεταβολή στο προσδόκιμο ζωής, που προκύπτει από τη μείωση κατά 1% στη μεταβλητή $\mu(a, t)$ σε όλες τις ηλικίες. Επομένως, ο συγγραφέας δίνει ένα παράδειγμα όπου $H(t) = 0,2$. Σε αυτήν την περίπτωση, αν υπάρχει ίδια μείωση κατά 1% στο $\mu(a, t)$ σαν άμεσο αποτέλεσμα αναμένεται μια αύξηση στο προσδόκιμο ζωής κατά τη γέννηση κατά 0,2% δεδομένου ότι

$$\pi(t) = p(t)H(t).$$

2.5.1 Μείωση της θνησιμότητας- η εναλλακτική μέθοδος

Υπάρχει και μια διαφορετική προσέγγιση στην οποία:

$$\begin{aligned}
 H(t) &= \frac{\int_0^{\omega} \int_0^a p(a,t) \mu(x,t) dx da}{e(0,t)} = \frac{\int_0^{\omega} \int_x^a p(a,t) \mu(x,t) da dx}{e(0,t)} \\
 &= \frac{\int_0^{\omega} \mu(x,t) \int_x^a p(a,t) da dx}{e(0,t)} = \frac{\int_0^{\omega} \mu(x,t) p(x,t) e(x,t) dx}{e(0,t)}.
 \end{aligned} \tag{2.5}$$

Το γινόμενο $p \cdot t$ δίνει την πυκνότητα των θανάτων στην ηλικία x , ο τύπος αυτός βοηθάει να δειχθεί γιατί το $H(t)$ είναι ένα μέτρο της ετερογένειας ενός πληθυσμού όσον αφορά την ηλικία, την περίοδο του θανάτου ή την διάρκεια ζωής. Επιπλέον, ο τύπος αυτός διευκολύνει την κατανόηση του γιατί η $H(t)$ μετρά την ποσοστιαία αύξηση του προσδόκιμου ζωής που δημιουργείται από τη μείωση της θνησιμότητας, δηλαδή την μεταβολή των ποσοστών θνησιμότητας 1%.

Το $H(t)$ δίνει την αναλογική αύξηση στο προσδόκιμο ζωής κατά τη γέννηση, αν έχει επιτευχθεί να μην πεθάνει το άτομο στο πρώτο στάδιο της ζωής. Υποθέτουμε, πως κάθε άτομο έχει την δυνατότητα να σώζεται την ώρα του θανάτου του, δεδομένου του προσδόκιμου ζωής των ατόμων που επιβιώνουν σε αυτή την ηλικία. Έτσι, αν θεωρηθεί πως η αναστολή θανάτου είναι $H(t) = 0.15$ τότε, θα αυξήσει το προσδόκιμο ζωής κατά 15%.

Από την Σχέση (2.5) όπου αποτελεί την παραλλαγή της $H(t)$ μπορεί να αναλυθεί:

$$\eta(x,t) = \frac{\mu(x,t) p(x,t) e(x,t)}{e(0,t)}. \tag{2.6}$$

Επομένως,

$$H(t) = \int_0^{\omega} \eta(x,t) dx. \tag{2.7}$$

Στη περίπτωση που η θνησιμότητα καλύπτεται μόνο μέσω της μεταβλητής a τότε έχουμε

$$\pi(t) = p(a,t)\eta(a,t). \quad (2.8)$$

Από την παραπάνω σχέση γίνεται εύκολα αντιληπτό, πως το $\eta(a)$ αποτελεί ένα μέτρο, όπου έχει την δυνατότητα να αυξάνει το προσδόκιμο ζωής, με την μείωση της θνησιμότητας στην ηλικία a . Αν, ωστόσο, υπάρχει μια ομοιόμορφη πρόοδος ενάντια της θνησιμότητας με ένα ρυθμό $p(t)$ μεταξύ των ηλικιών a και β τότε:

$$\pi(t) = p(t) \int_a^\beta \eta(a,t) da. \quad (2.9)$$

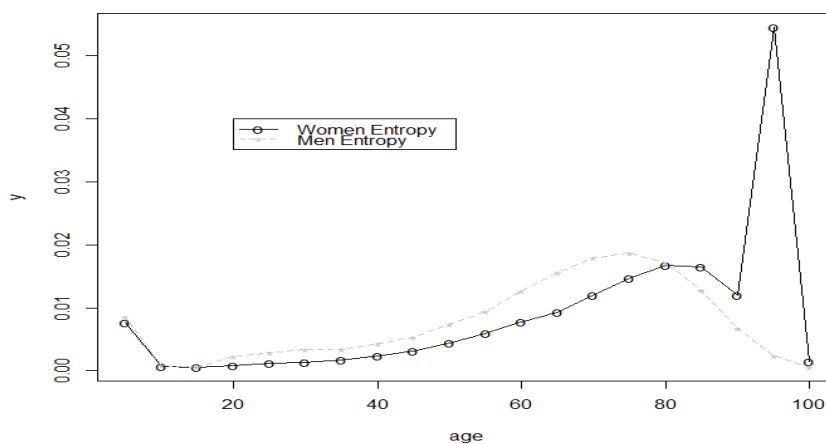
Ο τύπος αυτός σχηματίστηκε, για να μπορέσει ο συγγραφέας να απαντήσει την ερώτηση που έθεσε στην αρχή του άρθρου. Σε μια απλοποιημένη μορφή ο συγγραφέας παραθέτει τον παρακάτω τύπο:

$$\pi(t) = \int_0^\omega \eta(a,t) p(a,t) da. \quad (2.10)$$

2.6 Η δυνατότητα μείωσης της θνησιμότητας βάση μοντέλου

Από την αρχή του άρθρου ο Vaupel είχε τονίσει, ότι θα βασιζόταν στους πίνακες ζωής της Σουηδίας τόσο για άνδρες όσο και γυναίκες το 1982. Η τιμή με την οποία παρουσίασε τους πίνακες ήταν η $\int_x^{x+5} h(a)da$ για άνδρες και γυναίκες στη Σουηδία χρησιμοποιώντας πίνακες από άλλες έρευνες από διαφορετικές πηγές.

Όπως φαίνεται και στο Σχήμα 2.1 αμέσως μετά την βρεφική ηλικία, αυτό που κατάφερε να διαπιστώσει για τους άνδρες είναι, πως η μεγαλύτερη τιμή για την μεταβλητή $\eta(x, t)$ ήταν στα 72.5 έτη (0.01869) ενώ αντίστοιχα για τις γυναίκες η ηλικία είναι μεγαλύτερη και φτάνει τα 80 έτη (0.01679). Με την εφαρμογή του μοντέλου και μια μείωση στο 1% στις δύο αυτές κατηγορίες θα αύξανε το προσδόκιμο ζωής για τους άνδρες στο 0.036% και για τις γυναίκες στο 0.31%.



Σχήμα 2. 1: Τιμές του $\int_x^{x+5} h(a)da$ για άνδρες και γυναίκες της Σουηδίας το 1982 (Γράφημα στην R).

Η ηλικία σε αυτούς του πίνακες χωρίζεται ανά πέντε χρόνια. Ξεκινά από το 0-5 και φτάνει στο 95-100 που όπως είναι φυσικό οι τιμές της $\eta(x, t)$ τείνουν στο 0. Το επόμενο ερώτημα, το οποίο έπρεπε σε αυτό το σημείο να απαντηθεί και αφορούσε την συμβατική πενταετή περίοδο εξαιρώντας την πρώτη βρεφική ηλικία, είναι σε ποια περίοδο (πενταετή), η δυνατότητα εξοικονόμησης ετών ζωής είναι μεγαλύτερη. Για να το απαντήσει αυτό ο συγγραφέας επέκτεινε

την μελέτη αποφεύγοντας τις πενταετίες στη Σουηδία και έλαβε δεδομένα για μια σειρά χωρών σε διαφορετικές χρονικές περιόδους με ποικιλία σε έτη ζωής και προσδόκιμο.

Ο γενικός κανόνας σε αυτήν την περίπτωση ήταν πως σαν βέλτιστη πενταετής περίοδος μπορεί να θεωρηθεί εκείνη που είναι κοντά στο προσδόκιμο ζωής του πληθυσμού, όπου η εφαρμογή του ισχύει για πληθυσμούς με διάρκεια ζωής, με βάση το προσδόκιμο να ξεπερνά τα 65 έτη. Στο μαθηματικό μέρος του τύπου η υπόθεση έχει να κάνει με το ότι η μεταβλητή $\mu(x, t)$ ακολουθεί καμπύλη Gompertz², η οποία σημειώνει έναν εκθετικό ρυθμό αύξησης β . Σε αυτήν την περίπτωση αν η παράγωγος του $\eta(a)$, ($\eta'(a) = 0$) προκύπτει ότι η μέγιστη τιμή του για αυτήν την μεταβλητή θα εμφανιστεί στην ηλικία κατά την οποία το προσδόκιμο ζωής ισούται με το αντίστροφο της μεταβλητής β . Το παράδειγμα που θέτει ο συγγραφέας είναι πως εάν θεωρηθεί $\beta = 0.1$ τότε, η δυνατότητα εξοικονόμησης ετών ζωής είναι μεγαλύτερη στην ηλικία στην οποία το προσδόκιμο ζωής είναι ακόμα δέκα έτη. Για μια καμπύλη Gompertz στο επίπεδο της θνησιμότητας, μια τέτοια ηλικία αποδεικνύεται ότι είναι περίπου ίση με το προσδόκιμο ζωής κατά τη γέννηση.

Επομένως, τα βασικά δύο συμπεράσματα σε αυτό το σημείο είναι, πως η μεταβλητή $\eta(x, t)$ λαμβάνει μεγαλύτερη τιμή σε μεγαλύτερη ηλικία για τις γυναίκες από ότι για τους άνδρες, επομένως, οι γυναίκες ζουν ηλικιακά περισσότερο από τους άνδρες ανεξάρτητα το προσδόκιμο ζωής και, πως για να καταφέρει να γίνει μια εξοικονόμηση στα έτη, δηλαδή, να αυξηθεί το προσδόκιμο ζωής, χρειάζεται ακόμα ένα περιθώριο δέκα χρόνων ζωής.

² Καμπύλη βάση μαθηματικού τύπου που χρησιμοποιείται σε χρονοσειρές.

2.7 Η πρόοδος του προσδόκιμου ζωής έναντι της θνησιμότητας

Βάση των στοιχείων και των τύπων που παρουσιάστηκαν πιο πάνω η εργασία θέλησε να προχωρήσει στη δυνατότητα εξοικονόμησης ετών, τα οποία παρουσιάζονται, όπως φαίνεται να είναι μεγαλύτερα κυρίως στη τρίτη ηλικία, ωστόσο και πάλι, αν η πρόοδος σε αυτήν είναι πιο μικρή τότε δεν έχει συντελεστεί μεγάλη πρόοδος σε ότι αφορά το προσδόκιμο ζωής.

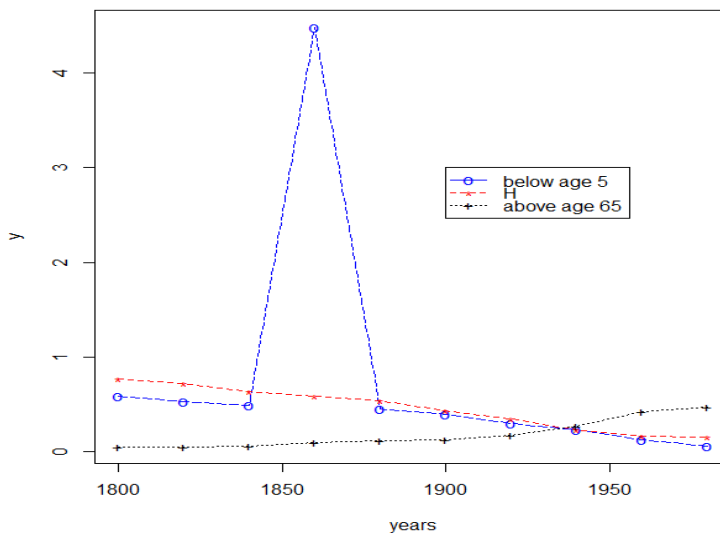
Οι υπολογισμοί που έκανε ο συγγραφέας του άρθρου έδειξαν, πως η μείωση της θνησιμότητας είναι υψηλότερη σε βρεφική και παιδική ηλικία, καθώς η πρόοδος κυμαίνεται μεταξύ περίπου ένα και δύο τοις εκατό στις περισσότερες ηλικίες. Επειδή υπάρχει ταχύτερος ρυθμός προόδου σε αυτήν την ηλικία γι' αυτό το λόγο το 1/6 από ότι μπορεί να κερδηθεί σε προσδόκιμο ζωής πραγματοποιείται πριν από την ηλικία των 20 ετών, ωστόσο την ίδια στιγμή δεν βρίσκεται εκεί πέρα από το ένα δέκατο από το συνολικό δυναμικό. Άρα, το πρόβλημα παραμένει. Μια ισορροπία σημειώνεται μέχρι και τα 55 έτη. Ωστόσο, η πραγματική ευκαιρία για αύξηση του προσδόκιμου ζωής θα εμφανιστεί σε ένα ποσοστό μεγαλύτερο του 70% μετά την ηλικία των 55 ετών και το 70% της πραγματικής βελτίωσης του προσδόκιμου ζωής μπορεί να αποδοθεί στην πρόοδο που σημειώθηκε στη μείωση της θνησιμότητας μετά την ηλικία των 55 ετών.

Τα έτη της παρατήρησης σε αυτήν την περίπτωση ήταν από το 1800 έως και το 1980. Ο Πίνακας 2.1 δείχνει τα δεδομένα και τις τιμές, που υπολογίστηκαν για κάθε χρονική περίοδο για τους άνδρες και αντίστοιχα ο Πίνακας 2.2 για τις γυναίκες, όπου στο Σχήμα 2.2 και Σχήμα 2.3 αντίστοιχα απεικονίζονται και διαγραμματικά. Ο Vaupel τονίζει, πως σε μια πρώτη ανάγνωση σίγουρα είναι περίεργο το γεγονός, ότι υπάρχει μια σημαντική πρόοδος σε σχέση με το κατά πόσο μειώνονται τα ποσοστά θνησιμότητας και πώς αυτά μπορούν να κυμαίνονται σε ένα ίδιο περίπου επίπεδο σε όλες τις ηλικίες έπειτα από την παιδική ηλικία. Η παρατήρηση αυτή δεν είναι νέα, καθώς από τις προηγούμενες παραγράφους είχε τονιστεί, πως μια σημαντική βελτίωση στη μακροζωία επιτυγχάνεται στις μεγάλες ηλικίες.

Παρατηρείται πως από το 1950, πιο συγκεκριμένα το 1970 όσο περνούν τα χρόνια η πρόοδος που συμβαίνει σε βάρος της θνησιμότητας είναι πολύ σημαντική ιδίως για τους άνδρες σε σύγκριση με το γυναικείο πληθυσμό.

Περίοδοι	H	$\frac{\int_0^5 \eta(x, t) dx}{H}$	$\int_{65}^{\omega} \eta(x, t) dx$	$e(0)$
1800	0.772	0.584	0.050	33.7
1820	0.772	0.534	0.056	35.4
1840	0.636	0.490	0.065	35.4
1860	0.587	0.482	0.096	43.2
1880	0.545	0.458	0.116	46.2
1900	0.432	0.398	0.130	52.0
1920	0.346	0.305	0.172	57.5
1940	0.238	0.233	0.273	65.0
1960	0.167	0.130	0.428	71.2
1980	0.157	0.060	0.476	72.7

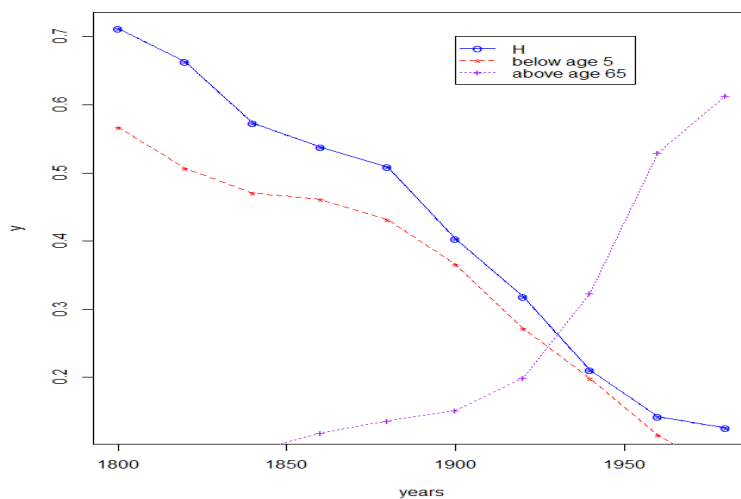
Πίνακας 2. 1: Δυνατότητα εξοικονόμησης ζωής, ηλικίες κάτω των 5, άνω των 65 και προσδόκιμο ζωής για τους άνδρες της Σουηδίας (Vaupel, 1986).



Σχήμα 2. 2: Το ενδεχόμενο εξοικονόμησης ετών ζωής (H), το ποσοστό αυτού του δυναμικού κάτω από ηλικία 5 ετών και άνω των 65 ετών για επιλεγμένους σουηδικούς ανδρικούς πληθυσμούς (Γράφημα στην R).

Περίοδοι	H	$\frac{\int_0^5 \eta(x, t) dx}{H}$	$\int_{65}^{\omega} \eta(x, t) dx$	e(0)
1800	0.712	0.567	0.066	36.9
1820	0.663	0.507	0.075	39.0
1840	0.573	0.471	0.092	43.1
1860	0.538	0.461	0.119	46.7
1880	0.509	0.431	0.136	49.2
1900	0.403	0.366	0.152	54.6
1920	0.318	0.272	0.199	60.1
1940	0.211	0.198	0.324	67.7
1960	0.142	0.116	0.530	74.9
1980	0.126	0.058	0.613	79.0

Πίνακας 2. 2: Δυνατότητα εξοικονόμησης ζωής, ηλικίες κάτω των 5, άνω των 65 και προσδόκιμο ζωής για τις γυναίκες της Σουηδίας (Vaupel J, 1986).



Σχήμα 2. 3: Το ενδεχόμενο εξοικονόμησης ετών ζωής (H), το ποσοστό αυτού του δυναμικού κάτω από ηλικία 5 ετών και άνω των 65 ετών για επιλεγμένους σουηδικούς γυναικείους πληθυσμούς (Γράφημα στην R).

2.8 Ετερογένεια και αντίκτυπος στο προσδόκιμο ζωής

Υπάρχει και άλλη μια υπόθεση στο άρθρο σχετικά με το κατά πόσο τα άτομα εκείνα τα οποία είναι δυνατόν να πέθαιναν σε μια ηλικία, θα κατάφερναν αν σωζόταν να είχαν ένα προσδόκιμο ζωής ίσο με εκείνους που έχουν κατορθώσει να ζουν. Ένα παράδειγμα που εντοπίζεται στο κείμενο είναι, πως το θύμα μιας καρδιακής προσβολής ή ενός σοβαρού τροχαίου ατυχήματος, αν σωθεί αυτό δεν σημαίνει πως δεν θα γίνει υποκείμενο μιας ίδιας κατάστασης.

Διαφορές μπορούν να εντοπιστούν σε άτομα που ανήκουν στην ίδια ηλικία σε ότι έχει να κάνει με το πόσο επιρρεπείς μπορεί να είναι στον κίνδυνο της υγείας τους. Σε αυτήν την περίπτωση το προσδόκιμο ζωής όσων σώζονται στην ηλικία a (δηλαδή ο μέσος αριθμός ετών, υπό την τρέχουσα θνησιμότητα, που τα άτομα αυτά θα ζούσαν αν μπορούσε να αποφευχθεί ο θάνατος) συμβολίζεται με $e^*(a)$. Σε έναν ομοιογενή πληθυσμό, αυτό το προσδόκιμο ζωής θα ήταν ίσο με $e(a)$, καθώς σε έναν ετερογενή πληθυσμό θα είναι πιθανότερα χαμηλότερο, αν και θα μπορούσε, ενδεχομένως, να είναι υψηλότερο. Έτσι, η μεταβλητή $\eta(x)$ γίνεται

$$\eta(a) = \frac{\mu(a)p(a)e^*(a)}{e(0)}. \quad (2.11)$$

Επίσης, ορίζεται ένας άλλος χρήσιμος τύπος όπου $\mu_a^*(x)$ αναπαριστά την ένταση θνησιμότητας σε μια συγκεκριμένη ηλικία x , οι οποίοι, ωστόσο, θα είχαν πεθάνει σε μια ηλικία $a < x$ για κάποιο λόγο αλλά κατάφεραν να σωθούν εντέλει.

Ο δείκτης κινδύνου σε αυτήν την περίπτωση αναπαρίσταται ως

$$\gamma_a(x) = \frac{\mu_a^*(x)}{\mu(x)}, \quad (2.12)$$

όπου η μεταβλητή $\mu(x)$ είναι απλά η ένταση της θνησιμότητας στην ηλικία x . Το προσδόκιμο ζωής αντίστοιχα γίνεται:

$$e_a^*(x) = \int_a^{\omega} \exp\left(-\int_a^x \gamma_a(t)\mu(t)dt\right) dx. \quad (2.13)$$

2.9 Τα βασικά συμπεράσματα

Το πρώτο βασικό συμπέρασμα είναι, πως αν με κάποιο τρόπο τα ποσοστά θνησιμότητας μειωθούν κατά 1%, πάνω από το 60% των ετών ζωής, που θα κερδηθούν, θα κερδηθούν μόνο από την αποφυγή θανάτων για άτομα άνω των 65 ετών. Ωστόσο, αυτό δεν αποκλείει το γεγονός, πως οι προσπάθειες για επέκταση του προσδόκιμου ζωής θα κατευθυνθούν αποκλειστικά στον ηλικιωμένο πληθυσμό. Ο ισχυρισμός αυτός αναιρείται, καθώς το 60% βασίζεται σε ένα πίνακα ζωής του 1982 για τις γυναίκες της Σουηδίας. Για τους άνδρες και στις υπόλοιπες χώρες το ποσοστό είναι αρκετά χαμηλότερο. Στους Σουηδούς άνδρες φάνηκε πως το 1982 είναι λιγότερο από 50%. Η ετερογένεια είναι ένας τρόπος περαιτέρω μείωσης.

Ένα άλλο βασικό συμπέρασμα είναι, πως τα ποσοστά δημιουργήθηκαν με βάση τον πίνακα ζωής και δεν μπορούν να ακολουθήσουν την πραγματική κατανομή του πληθυσμού κατά ηλικία. Επίσης, πρέπει να σημειωθεί, πως στους πληθυσμούς υπάρχουν περισσότεροι νέοι από αυτούς που εμφανίζονται στο πίνακα ζωής. Επομένως, υπάρχει μια αντισυμβατική κατάσταση μεταξύ του στόχου για αύξηση της μακροζωίας και της εξοικονόμησης όσο το δυνατόν περισσότερων χρόνων ζωής.

Το τρίτο συμπέρασμα αφορά την ποιότητα ζωής στις προχωρημένες ηλικίες, η οποία είναι πιο χαμηλή από ότι στις πιο νέες. Το συμπέρασμα που μπορεί να εξάγει ο συγγραφέας είναι, πως οι περισσότεροι θάνατοι-απώλειες προκαλούνται από θανάτους πριν το άτομο συμπληρώσει τα 65 έτη. Με τα στοιχεία που παρουσίασε η εργασία και βάση των μαθηματικών μοντέλων που χρησιμοποιήθηκαν φαίνεται, πως είναι πιο εύκολο να γίνει μια αποφυγή των θανάτων σε ηλικίες που δεν έχουν συμπληρώσει τα 65 έτη ζωής.

Με όλα τα παραπάνω ο συγγραφέας θέτει σημαντικά ερωτήματα, τα οποία έχουν να κάνουν με την πολιτική που έχει να ασκήσει κάθε κράτος στο τομέα της υγείας, αλλά και απέναντι στην ίδια την επιστήμη. Επειδή θεωρητικά μπορεί να προκύψει μια επιμήκυνση στα έτη ζωής, η εργασία θέτει το ερώτημα αν πρακτικά θα μπορούσε να βρεθεί τρόπος να γίνει αυτό, ποιο θα ήταν το ηλικιακό όριο στο οποίο θα πραγματοποιούταν.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3: Εντροπία, μακροζωία και το κόστος των προσόδων

3.1 Εισαγωγή

Το άρθρο των Haberman et al. (2011) με τίτλο «Entropy, longevity and the cost of annuities» ουσιαστικά είναι μια παρουσίαση της προέκτασης της εφαρμογής της έννοιας της εντροπίας των προσόδων με τον τρόπο, που την εισήγαγε για πρώτη φορά ο Keyfitz το 1985. Ουσιαστικά ο συγγραφέας ήθελε να εισάγει την έννοια αυτή, αναλύοντας τη με βάση τις συνεχείς μεταβολές, που πραγματοποιούνται στη ζωή και το προσδόκιμο ζωής των ατόμων. Κατάφερε να αποδείξει, πως όταν υπάρχει ένα πιο υψηλό από το συνηθισμένο επίπεδο εντροπίας τότε το προσδόκιμο ζωής έχει μεγαλύτερη τάση να ανταποκρίνεται σε μια μεταβολή της έντασης της θνησιμότητας από ό,τι ένα χαμηλότερο επίπεδο εντροπίας. Αν γίνει μια διαφορετική ανάγνωση αυτού σημαίνει, πως ένα υψηλό επίπεδο εντροπίας θα δημιουργήσει περαιτέρω μειώσεις στα ποσοστά θνησιμότητας, τα οποία θα έχουν άμεση εφαρμογή στην επέκταση του προσδόκιμου ζωής (Keyfitz, 1985).

Η μελέτη εφαρμόζει το κόστος των προσόδων, για να δείξει πως, επιτρέπεται εν τέλει η ευαισθησία του κόστους ενός συμβολαίου προσόδου ζωής στις μεταβολές της μακροζωίας να συνοψίζεται σε ένα μόνο νούμερο δείκτη, βλέπε Haberman et al. (2011).

3.2 Το θεωρητικό υπόβαθρο

Για να καταφέρει η συγγραφική ομάδα να υποστηρίξει τα παραπάνω, μελέτησε ένα ευρύ θεωρητικό και πρακτικό πεδίο, που αφορούσε το συγκεκριμένο θέμα. Αρχικά, όπως φάνηκε και από την προηγούμενη θεωρία που παρατέθηκε, πολλά ήταν τα άτομα από το χώρο της δημογραφίας, που έχουν προσπαθήσει να αναλύσουν τις μεταβολές που συμβαίνουν στη ζωή των ανθρώπων και το προσδόκιμο της με τις αλλαγές που δημιουργεί η πάροδος του χρόνου. Οι Haberman et al. (2011) ξεχωρίζουν τα παραδείγματα παλαιότερων ερευνών που επικεντρώνονται στις διαφορές, που μπορούν να δημιουργηθούν στο προσδόκιμο ζωής ανάμεσα σε δύο διαφορετικές χρονικές στιγμές.

Στο έργο του Pressat (1985) φανερώνεται μια σειρά νέων δεικτών για την ερμηνεία της μεταβολής του προσδόκιμου ζωής, όπως και μια τεχνική για την εξήγηση της μεταβολής του προσδόκιμου ζωής μέσω της μεταβολής της θνησιμότητας ανά ηλικιακή ομάδα. Οι δείκτες, καθώς και η τεχνική που χρησιμοποιείται για την εξήγηση των διαφορών στα προσδόκιμα ζωής, έχουν ήδη δοκιμαστεί και παρουσιαστεί με τη χρήση πινάκων ζωής των Ηνωμένων Πολιτειών.

Η τεχνική του Arriaga (1984) για την εξήγηση των διαφορών στο προσδόκιμο ζωής μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την ανάλυση της μεταβολής της θνησιμότητας ανά φύλο ή των διαφορών ανά εθνικότητα, περιοχή ή οποιονδήποτε άλλο υποπληθυσμό. Η τεχνική μπορεί να εφαρμοστεί σε προσδόκιμα ζωής κατά τη γέννηση ή σε προσωρινά προσδόκιμα ζωής μεταξύ οποιονδήποτε επιθυμητών ηλικιών. Οι δείκτες που παρουσιάζονται σε αυτό το άρθρο, για τη μέτρηση του ρυθμού μεταβολής της θνησιμότητας με τη χρήση προσωρινών προσδόκιμων ζωής, όπως και η αποσύνθεση μιας διαφοράς στα προσδόκιμα ζωής, θα πρέπει να θεωρηθούν ως συμπλήρωμα άλλων διαδικασιών για την ανάλυση της μεταβολής της θνησιμότητας. Ωστόσο, επισημάνθηκε πως, τόσο οι δείκτες, όσο και οι διαδικασίες που προτείνονται στο άρθρο δεν πρέπει να αντικαταστήσουν άλλους συχνά χρησιμοποιούμενους δείκτες και διαδικασίες, αλλά να τα συμπληρώνουν προσφέροντας μία άλλη προοπτική στην έρευνα για τις διαφορές θνησιμότητας.

Αντίθετα, ο Keyfitz, εισήγαγε την έννοια της εντροπίας και την ανέλυσε στο πλαίσιο των συνεχών μεταβολών στο προσδόκιμο ζωής. Ειδικότερα, συσχέτισε την εντροπία ενός μοντέλου επιβίωσης με τη χρονική παράγωγο της διάρκειας ζωής και χρησιμοποίησε το μέτρο της εντροπίας, ως δείκτη για τη μέτρηση της στην επίδραση της αναλογικής μεταβολής της έντασης της θνησιμότητας στη διάρκεια ζωής. Με πιο απλά λόγια, ένα υψηλότερο επίπεδο εντροπίας υποδηλώνει, ότι η ζωή θα έχει μεγαλύτερο προσδόκιμο, επομένως, και μεγαλύτερη τάση να ανταποκρίνεται σε μια μεταβολή της θνησιμότητας από ό,τι ένα χαμηλότερο επίπεδο εντροπίας Keyfitz (1985).

3.3 Ο σκοπός του άρθρου

Η εργασία βασίζεται στην επέκταση του ορισμού της εντροπίας του Keyfitz, ώστε να μετρηθεί η επίδραση οποιωνδήποτε αλλαγών στην ένταση της θνησιμότητας το προεξοφλημένο κόστος μιας προσόδου ζωής. Ερευνούμε επίσης, τις ιδιότητες του μέτρου της εντροπίας για διάφορα σενάρια επιτοκίων και των επιπέδων βελτίωσης της θνησιμότητας. Ένα από τα πλεονεκτήματα της έννοιας της εντροπίας, είναι ότι επιτρέπει την ευαισθησία του κόστους ενός συμβολαίου προσόδου ζωής στις μεταβολές της μακροζωίας να συνοψίζεται σε έναν ενιαίο αριθμητικό δείκτη.

Η μελέτη επικεντρώνεται αρχικά στη χρήση πινάκων ζωής περιόδου για τον υπολογισμό τόσο του προσδόκιμου ζωής όσο και των τιμών των προσόδων. Υπολογισμένη με αυτόν τον τρόπο, η εντροπία είναι ένα χρήσιμο συνοπτικό μέτρο και έχει διαισθητική ερμηνεία, παρέχοντας ένα αμερόληπτο μέσο σύγκρισης των τάσεων μεταξύ πληθυσμών. Πρέπει να σημειωθεί, ότι η ερμηνεία απαιτεί προσοχή, δεδομένου ότι οι προσδοκίες με βάση την περίοδο της ζωής υπολογίζονται χρησιμοποιώντας ένα σύνολο ποσοστών θνησιμότητας ανά ηλικία για μια δεδομένη περίοδο, χωρίς να λαμβάνονται υπόψη τυχόν μελλοντικές αλλαγές στις θνησιμότητας.

Ένα άλλο στοιχείο που εξετάζει η εργασία, είναι το προσδόκιμο ζωής βασισμένο σε μια κοορτή και πώς υπολογίζονται χρησιμοποιώντας ένα σύνολο ειδικών δεικτών για την ηλικία θνησιμότητας, που επιτρέπουν τις γνωστές ή προβλεπόμενες αλλαγές της θνησιμότητας σε μελλοντικές ηλικίες. Δείκτες βασισμένοι σε μια κοορτή μπορεί να αποτελούν μια πιο ικανοποιητική θεωρητικά έννοια, αλλά απαιτούν προβλεπόμενα ποσοστά θνησιμότητας και ως εκ τούτου δημιουργούν μεγάλες απαιτήσεις δεδομένων και υπόκεινται σε σημαντικό κίνδυνο για το μοντέλου και σε σφάλματα πρόβλεψης.

3.4 Εντροπία και θνησιμότητα

Αρχικά, η εντροπία, θεωρείται ως ένας ενιαίος αριθμητικός δείκτης, ο οποίος χρησιμοποιείται για την μέτρηση της επίδρασης στο προσδόκιμο ζωής κατά τη γέννηση μιας αναλογικής μεταβολής στη ένταση της θνησιμότητας σε ολόκληρο το ηλικιακό εύρος. Έστω η υπόθεση, πως η ένταση θνησιμότητας μ_x στην ηλικία x πολλαπλασιάζεται με $(1+\varphi)$, όπου φ είναι μια σταθερή μεταβολή της έντασης θνησιμότητας σε όλες τις ηλικίες, και μπορεί να είναι θετική ή αρνητική. Τότε $\mu_x^* = \mu_x(1 + \varphi)$ και η νέα πιθανότητα επιβίωσης μέχρι την ηλικία x γίνεται:

$${}_x P_0^* = \exp\left[-\int_0^x \mu_a da\right] = \exp\left[-\int_0^x (1+\varphi)\mu_a da\right] = \exp\left[-\int_0^x \mu_a da\right]^{1+\varphi} = ({}_x P_0)^{1+\varphi}, \quad (3.1)$$

όπου, ${}_x P_0 = \exp\left[-\int_0^x \mu_a da\right]$.

Το νέο προσδόκιμο ζωής είναι:

$$e_0^* = \int_0^{\omega} ({}_a P_0)^{1+\varphi} da, \quad (3.2)$$

όπου ω είναι η μέγιστη ηλικία στον πίνακα ζωής. Για να βρεθεί η επίδραση μικρών μεταβολών στο φ στην (περίοδο) προσδοκία ζωής, θα μελετηθεί η παράγωγος της Σχέσης (3.2) ως προς το φ :

$$\frac{d e_0^*}{d\varphi} = \int_0^{\omega} \ln({}_a P_0)^{1+\varphi} ({}_a P_0)^{1+\varphi} da. \quad (3.3)$$

Το άρθρο επισημαίνει, πως η παραπάνω Σχέση (3.3) δεν μπορεί να είναι θετική, δεδομένου ότι το ${}_a P_0$ δεν μπορεί να είναι μεγαλύτερο από 1 και ${}_a P_0^{1+\varphi}$, το οποίο είναι πάντα μια θετική ποσότητα. Στη «γειτονιά» του $\varphi = 0$ υπάρχει η ακόλουθη προσέγγιση με βάση το ανάπτυγμα Taylor:

$$\frac{\Delta e_0}{e_0} \cong \frac{\int_0^{\omega} [\ln {}_a p_0] {}_a p_0 da}{\int_0^{\omega} {}_a p_0 da} \varphi = -H\varphi, \quad (3.4)$$

όπου η ποσότητα H είναι γνωστή ως το μέτρο της εντροπίας:

$$H = -\frac{\int_0^{\omega} [\ln {}_a p_0] {}_a p_0 da}{\int_0^{\omega} {}_a p_0 da}.$$

Πρέπει να σημειωθεί, ότι το H είναι θετικό μέγεθος, δεδομένου ότι ο λόγος των ολοκληρωμάτων είναι πάντα αρνητικός. Το H είναι ουσιαστικά ένας σταθμισμένος μέσος όρος των τιμών του $\ln({}_a p_0)$, καθώς η ηλικία κυμαίνεται από 0 έως ω και, ως εκ τούτου, δεν έχει άνω όριο. Καθώς τα ποσοστά θνησιμότητας βελτιώνονται με την πάροδο του χρόνου, η λογική είναι ότι θα υπάρχει και ένα μεγαλύτερο ποσοστό θανάτων σε μεγαλύτερες ηλικίες, και αυτό μπορεί να αποδειχθεί ότι οδηγεί σε μείωση της τιμής του H . Πράγματι, η τιμή του H θα ήταν 0 αν όλη η θνησιμότητα συγκεντρωθεί σε μία μόνο ηλικία, και ως εκ τούτου η εντροπία μπορεί να θεωρηθεί ως δείκτης ορθογωνοποίησης.

Επίσης, στη βιβλιογραφία που χρησιμοποιεί η εργασία επισημαίνεται, πως η ένταση της θνησιμότητας μειώνεται και το προσδόκιμο ζωής αυξάνεται, έτσι παρατηρείται ότι υπάρχει μια ανοδική μετατόπιση στις ηλικίες όπου περαιτέρω μειώσεις της θνησιμότητας θα ήταν πιο αποτελεσματικές στην αύξηση του προσδόκιμου ζωής. Είχε υπολογιστεί από τον Vaupel το 1986 ότι για τις ΗΠΑ, οι ηλικίες αυτές έχουν μετακινηθεί από 20-25 το 1900 σε 80-85 για το 2000. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα το προσδόκιμο ζωής να είναι λιγότερο ευαίσθητο σε περαιτέρω αλλαγές στην ένταση της θνησιμότητας, και έτσι αναμένεται το μέτρο εντροπίας H να μειώνεται με την πάροδο του χρόνου καθώς η θνησιμότητα βελτιώνεται (βλέπε Κεφάλαιο 2).

3.5 Εντροπία και πρόσοδοι

Αν συνεχιστεί η ίδια παραδοχή της ανάλογης αύξησης της θνησιμότητας, όπως εξετάστηκε και παραπάνω, τότε δημιουργείται μια νέα αξία μιας ισόβιας προσόδου στην ηλικία x και γίνεται:

$$\bar{a}_x^* = \int_0^{\infty} ({}_t p_x)^{1+\varphi} \exp(-\delta t) dt, \quad (3.5)$$

όπου με $\delta > 0$ να συμβολίζει την ένταση ανατοκισμού.

Η επίδραση μιας μικρής μεταβολής του φ στην αξία μιας ισόβιας προσόδου σε ηλικία x μπορεί να προκύψει με τον ίδιο τρόπο. Η παράγωγος της \bar{a}_x^* ως προς φ είναι:

$$\frac{d}{d\varphi} \bar{a}_x^* = \int_0^{\infty} \ln({}_t p_x) ({}_t p_x)^{1+\varphi} \exp(-\delta t) dt. \quad (3.6)$$

Όπου, με την βοήθεια του αναπτύγματος Taylor αποδεικνύεται ότι:

$$\frac{\Delta \bar{a}_x}{\bar{a}_x} = -H_x(\delta) \varphi,$$

όπου

$$H_x(\delta) = \frac{-\int_0^{\infty} \ln({}_t p_x) ({}_t p_x) \exp(-\delta t) dt}{\int_0^{\infty} ({}_t p_x) \exp(-\delta t) dt}. \quad (3.7)$$

Σε αυτήν την περίπτωση $H_x(\delta)$ είναι το μέτρο εντροπίας για μια τιμή προσόδου και μπορεί να είναι θεωρηθεί ως μείον η σταθμισμένη μέση τιμή του $\ln({}_a p_0)$, σταθμισμένη κατά ${}_t p_x \exp(-\delta t)$. Και πάλι, το $H_x(\delta)$ είναι θετικό μέγεθος, επειδή ο λόγος των ολοκληρωμάτων στην (3.7) είναι πάντα αρνητικός. Όσον αφορά το μέτρο της εντροπίας, όταν τα ποσοστά θνησιμότητας βελτιώνονται, θα δημιουργηθεί ένα αναμενόμενο μεγαλύτερο ποσοστό θανάτων σε μεγαλύτερες ηλικίες, με αποτέλεσμα την πτώση της τιμής του $H_x(\delta)$, έτσι ώστε να

πλησιάζει το 0. Όπως και προηγουμένως, το H θα ήταν 0 εάν όλη η θνησιμότητα ήταν συγκεντρωμένη σε μία μόνο ηλικία. Στη περίπτωση βελτίωσης των ποσοστών θνησιμότητας, η τιμή του $H_x(\delta)$ αυξάνεται, αλλά ο ρυθμός με τον οποίο συμβαίνει αυτό εξαρτάται από το πόσο κοίλη θα είναι η καμπύλη επιβίωσης στο πληθυσμό που εξετάζεται κάθε φορά. Επίσης, καθώς η τιμή του δ αυξάνεται, η $H_x(\delta)$ αναμένεται να μειωθεί, καθώς οποιαδήποτε μεταβολή της έντασης της θνησιμότητας αναμένεται να έχει μικρότερο αντίκτυπο στο κόστος μιας ισόβιας προσόδου με υψηλότερα επιτόκια.

Κάνοντας ολοκλήρωση κατά παράγοντες,

$$H_x(\delta) = \frac{-\int_0^{\infty} \mu_{x+s} p_x e^{-\delta s} \bar{a}_{x+s} ds}{\bar{a}_x}. \quad (3.8)$$

Εφόσον, ${}_s p_x \mu_{x+s}$ είναι η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας για τον χρόνο θανάτου για ένα άτομο ηλικίας x , η Σχέση (3.8) δείχνει γιατί το $H_x(\delta)$ είναι ένα μέτρο ετερογένειας (για την περίπτωση όπου $\delta = 0$).

3.6 Πρακτικό μέρος του άρθρου

Οι Haberman et al (2011), υπολογίζουν την τιμή του μέτρου εντροπίας $H_x(\delta)$ με βάση τη χρήση των πινάκων θνησιμότητας της Αγγλίας για την περίοδο 1851-1991. Αυτό δίνει την δυνατότητα, να εξεταστεί το πώς το μέτρο έχει συμπεριφερθεί κατά τη διάρκεια μιας περιόδου, όπου τα ποσοστά θνησιμότητας μειώθηκαν.

Το μέτρο υπολογίζεται τόσο για τους άνδρες όσο και για τις γυναίκες σε διαφορετικά επιτόκια (0%, 2%, 4%, 6% και 8%). Δεδομένου ότι το κύριο ενδιαφέρον για την εφαρμογή της έννοιας της εντροπίας για τις προσόδους είναι για άτομα άνω των 60 ετών, οι ηλικιακές περιοχές 60-110 και 70-110 λαμβάνονται υπόψη, καθώς και ολόκληρο το ηλικιακό εύρος (0-110). Ως εκ τούτου η εργασία υπολογίζει τα $H_0(\delta)$, $H_{60}(\delta)$ και $H_{70}(\delta)$. Για να υπολογιστούν οι τιμές του $H_x(\delta)$, είναι απαραίτητο να εκτιμηθούν οι λόγοι των ολοκληρωμάτων στην Σχέση (3.7). Υιοθετείται μια αριθμητική προσέγγιση που προτάθηκε από τον Pollard (1988).

Ουσιαστικά τα ολοκληρώματα ενός έτους μπορούν να αντικατασταθούν από αθροίσματα όπου έτσι προκύπτει ο τύπος:

$$H_x(\delta) \approx \frac{\sum_{t=0}^{\omega} {}_{t+1/2}Q_x E_x}{\sum_{t=0}^{\omega} E_x}, \quad (3.9)$$

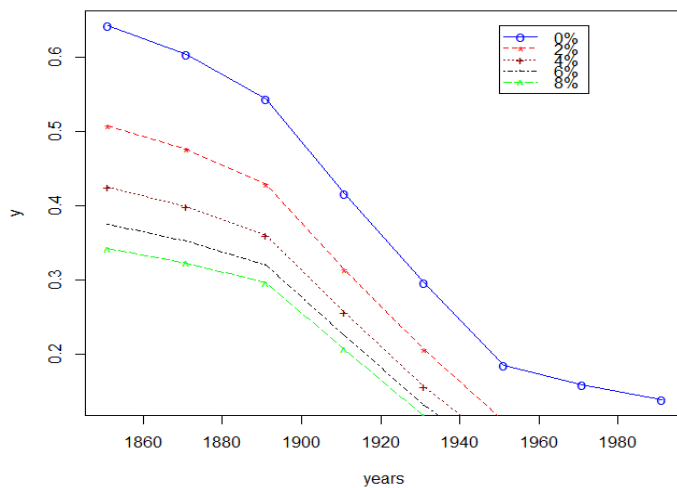
όπου ω είναι η μέγιστη ηλικία που μπορεί να επιτευχθεί, ${}_tQ_x = \int_0^t \mu_{x+u} du$, και

${}_tE_x = {}_tP_x \exp(-\delta t)$ έτσι το ${}_tQ_x$ μπορεί να υπολογισθεί από:

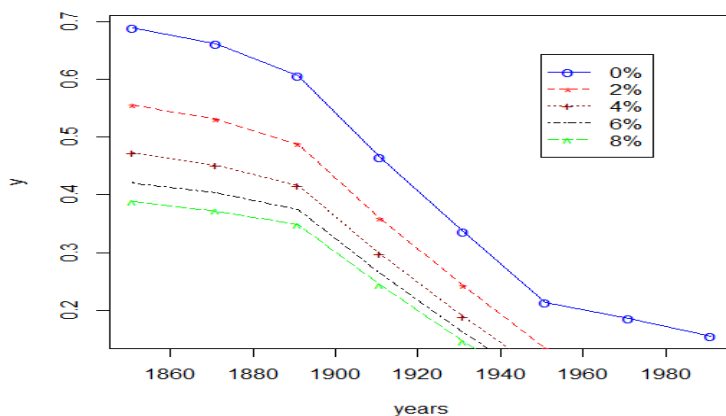
$${}_tQ_x = -\ln\left(\frac{l_{x+t}}{l_x}\right) = \ln {}_tP_x.$$

Αρχικά, η εργασία κινήθηκε με βάση τις τιμές του μέτρου εντροπίας, $H_x(\delta)$, επί ολόκληρου του εύρους ηλικιών, $H_x(\delta)$. Με βάση τις τιμές του μαθηματικού μοντέλου δημιουργήθηκαν και διάφοροι πίνακες. Αρχικά, φαίνεται, πως τα ποσοστά θνησιμότητας μειώνονταν και η τιμή της $H_x(\delta)$ μειωνόταν. Αυτό σημαίνει, πως οποιαδήποτε μεταβολή στη ένταση της θνησιμότητας σε ένα περιβάλλον χαμηλής θνησιμότητας θα έχει μικρότερη επίδραση στην προσδοκία ζωής και στο κόστος μιας ζωής προσόδου σε σύγκριση με την αντίστοιχη επίδραση σε ένα

περιβάλλον υψηλής θνησιμότητας. Επίσης, όπως αναμενόταν, η επίδραση είναι μικρότερης σημασίας σε υψηλότερα επιτόκια, καθώς η τιμή της $H_x(\delta)$ μειώνεται όταν το επιτόκιο αυξάνεται. Για κάθε επίπεδο επιτοκίων και κάθε έτος, η τιμή της $H_x(\delta)$ είναι χαμηλότερη για τις γυναίκες από ό,τι για τους άνδρες, όπου το οποίο αντιστοιχεί σε υψηλότερο προσδόκιμο ζωής για τις γυναίκες σε κάθε έτος.



Σχήμα 3. 1: Βαθμός εντροπίας σε όλο το ηλικιακό εύρος για το γυναικείο πληθυσμό (Γράφημα στην R).



Σχήμα 3. 2: Βαθμός εντροπίας σε όλο το ηλικιακό εύρος για τον ανδρικό πληθυσμό (Γράφημα στην R).

Οι Haberman et al (2011), διαπιστώνουν, πως οι μεταβολές στις τιμές του $H_x(\delta)$ εμπίπτουν σε τρεις διακριτές περιόδους, τόσο για τους άνδρες όσο και για τις γυναίκες. Στα προηγούμενα έτη, όταν υπήρχαν υψηλότερα επίπεδα θνησιμότητας, οποιαδήποτε μεταβολή στην ένταση της

θνησιμότητας δεν επηρέαζε σημαντικά το μέτρο της εντροπίας, γι' αυτό άλλωστε και η κλίση στις καμπύλες δεν φαίνεται να είναι τόσο απότομη. Επιπλέον, η επίδραση αυτή μειώνεται με την αύξηση του επιτοκίου, έτσι ώστε, σε υψηλά επιτόκια, η καμπύλη φαίνεται σχεδόν οριζόντια. Το ίδιο ισχύει και για τα μεταγενέστερα έτη, όταν η θνησιμότητα βρίσκεται σε χαμηλότερο επίπεδο. Ωστόσο, κατά τη διάρκεια της μεσαίας περιόδου, κάθε μεταβολή στη ένταση της θνησιμότητας έχει ισχυρότερη επίδραση στην τιμή του μέτρου εντροπίας.

Η εργασία εκφράζει αυτό το χαρακτηριστικό διαιρώντας την καμπύλη σε τρία τμήματα ένα στο απώτερο αριστερά, όπου το επίπεδο θνησιμότητας είναι υψηλό (Α), ένα στο άκρο δεξιά, όπου το επίπεδο θνησιμότητας είναι χαμηλό (Γ) και το τμήμα στη μέση, όπου η θνησιμότητα δεν είναι ούτε υψηλή ούτε χαμηλή (Β). Τόσο για το Α όσο και για το Γ η κλίση της καμπύλης δείχνει, ότι η τιμή της $H_0(\delta)$ είναι ανελαστική και όσο μεταβάλλεται η ένταση της θνησιμότητας δεν έχουν μεγάλη επίδραση στην τιμή $H_0(\delta)$. Ωστόσο, στο τμήμα Β η κλίση είναι πιο απότομη αντιστακώντας το γεγονός, ότι η τιμή της H είναι πιο ελαστική και οι μεταβολές στη ένταση θνησιμότητας έχουν μεγάλη επίδραση στην τιμή του μέτρου εντροπίας.

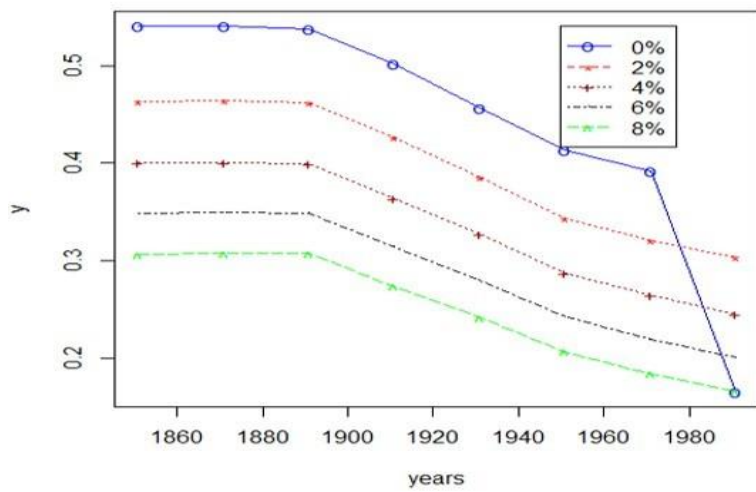
Δεδομένου ότι ο κύριος τομέας ενδιαφέροντος είναι η επίδραση οποιασδήποτε μεταβολής της θνησιμότητας στο κόστος μιας ισόβιας προσόδου στις ηλικίες 60 και 70 ετών με διαφορετικά επιτόκια, η παρούσα ενότητα εξετάζει τις τιμές για το $H_x(\delta)$ στις ηλικίες 60 και 70, τόσο για τους άνδρες όσο και για τις γυναίκες.

Χρησιμοποιώντας τα ίδια δεδομένα και επιτόκια όπως και προηγουμένως, το Σχήμα 3.3 δείχνει τις τιμές του μέτρου εντροπίας $H_{60}(\delta)$ για τις γυναίκες. Ουσιαστικά, φαίνεται πως οι τιμές αυτού του μέτρου είναι υψηλότερες από τις αντίστοιχες για τις γυναίκες στην ηλικία 0, σε $H_0(\delta)$. Πρόκειται για τη μεγαλύτερη επίδραση μιας αλλαγής στην ένταση της θνησιμότητας στο προσδόκιμο ζωής και στο κόστος μιας ισόβιας προσόδου στην υψηλότερη ηλικιακή ομάδα, εκεί όπου και τα ποσοστά θνησιμότητας είναι υψηλότερα. Ωστόσο, όσο υψηλότερο είναι το επιτόκιο τόσο μικρότερη είναι η επίδραση των μεταβολών της θνησιμότητας στο κόστος της προσόδου ζωής και ως εκ τούτου τόσο χαμηλότερες είναι οι τιμές του $H_{60}(\delta)$. Αναμένεται, ότι η τιμή του $H_{60}(\delta)$ θα πρέπει να μειώνεται όταν τα επίπεδα θνησιμότητας είναι χαμηλότερα, έτσι ώστε, για πιο πρόσφατους πίνακες ζωής, οι τιμές του $H_{60}(\delta)$ θα πρέπει να είναι χαμηλότερες σε όλα τα επιτόκια. Αυτό ισχύει εκτός από το έτος 1871, όπου οι τιμές του H σε

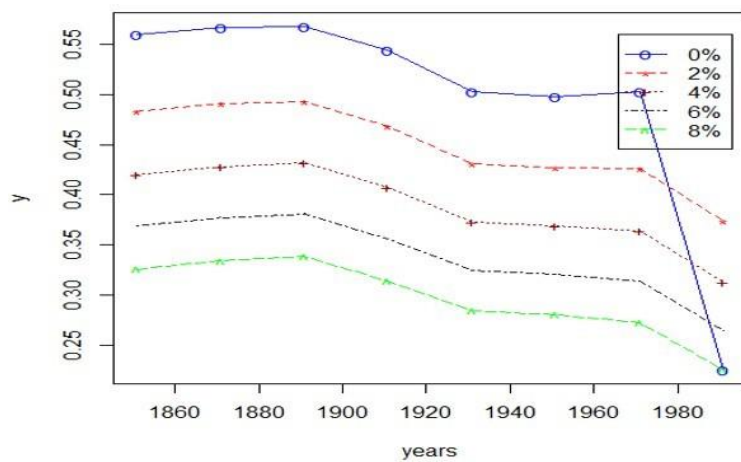
όλα τα επιτόκια ήταν ελαφρώς υψηλότερες από ότι οι αντίστοιχες, που υπολογίζονται με βάση τις αντίστοιχες για το έτος 1851. Συνολικά, τα αποτελέσματα είναι συνεπή με τα προηγούμενα.

Παρόμοια χαρακτηριστικά παρατηρούνται στα αποτελέσματα για τους άνδρες, βλέπε Σχήμα 3.2. Οι τιμές του $H_{60}(\delta)$ είναι υψηλότερες από τις τιμές του $H_0(\delta)$, και είναι επίσης υψηλότερες από τις τιμές για τις γυναίκες. Όπως και προηγουμένως, όσο υψηλότερες είναι οι τιμές του επιτοκίου, τόσο μικρότερη είναι η επίδραση των μεταβολών στη ένταση της θνησιμότητας για το κόστος της ισόβιας προσόδου, και τόσο χαμηλότερες είναι οι τιμές της $H_{60}(\delta)$. Αναμένουμε, ότι η τιμή του $H_{60}(\delta)$ θα μειωθεί, όταν τα επίπεδα της θνησιμότητας είναι χαμηλότερα, έτσι ώστε, για τα πιο πρόσφατα έτη οι τιμές του $H_{60}(\delta)$ θα πρέπει να είναι χαμηλότερες σε όλα τα επιτόκια. Υπάρχουν μερικές ανωμαλίες στα αποτελέσματα για τους άνδρες. Οι τιμές του H έχουν αυξηθεί ελαφρώς από το 1851 έως το 1871 και πάλι από το 1871 έως το 1891 για όλες τις τιμές επιτοκίων μετά το οποίο μειώνονται με τις βελτιώσεις της θνησιμότητας. Περαιτέρω, σε επιτόκιο 0%, η $H_{60}(\delta)$ αυξήθηκε από το 1951 έως το 1971 και, σε ορισμένα χαμηλά επιτόκια, η μείωση του $H_{60}(\delta)$ από το 1951 έως το 1971 ήταν αρκετά μικρή. Επιπλέον, η ανάλυση δείχνει ότι το τελευταίο αυτό χαρακτηριστικό συνοδεύεται από μείωση στην ηλικία που πραγματοποιούνται οι περισσότεροι θάνατοι, καθώς μετακινούμαστε από το 1951 στο 1971, και μόνο μια μικρή αύξηση του προσδόκιμου ζωής κατά τη διάρκεια αυτής της 20ετούς περιόδου.

Το Σχήμα 3.3 δείχνει, ότι η τιμή της $H_{60}(\delta)$ δεν μειώνεται πάντοτε όταν η θνησιμότητα βελτιώνεται. Στο Σχήμα 3.2, η τιμή $H_0(\delta)$ μειώνεται, καθώς η θνησιμότητα βελτιώνεται, αλλά πολύ αργά τόσο σε πολύ υψηλά όσο και σε πολύ χαμηλά επίπεδα της θνησιμότητας σε βαθμό, που η καμπύλη φαίνεται σχεδόν οριζόντια.



Σχήμα 3. 3: Εντροπία γυναικείοι πληθυσμοί 60 χρονών (Γράφημα στην R)³.



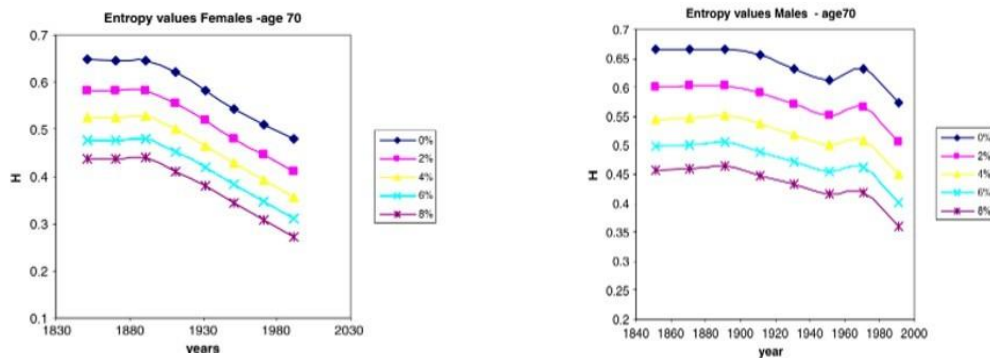
Σχήμα 3. 4: Εντροπία ανδρικοί πληθυσμοί 60 χρονών (Γράφημα στην R)⁴.

³ Αξίζει να σημειωθεί πως η τελευταία τιμή που δόθηκε στις μετρήσεις ήταν η για 0% 0.37663, ωστόσο για να μπορέσει να εξαχθεί το διάγραμμα στο R έγινε επανάληψη της τιμής για το έτος 1991 στο 8%, δηλαδή 0.16575.

⁴ Αξίζει να σημειωθεί πως η τελευταία τιμή που δόθηκε στις μετρήσεις ήταν η για 0% , ωστόσο για να μπορέσει να εξαχθεί το διάγραμμα στο R έγινε επανάληψη της τιμής για το έτος 1991 στο 8%.

Στο Σχήμα 3.5 φαίνονται οι τιμές του $H_{70}(\delta)$ τόσο για τις γυναίκες όσο και για τους άνδρες. Για τις γυναίκες, σε υψηλά επίπεδα θνησιμότητας, η τιμή της $H_{70}(\delta)$ αυξήθηκε, καθώς η θνησιμότητα βελτιωνόταν, για το 1871 και το 1891. Μπορεί να παρατηρηθεί, ότι οι μειώσεις της $H_{70}(\delta)$ εμφανίζονται αργότερα, καθώς η θνησιμότητα βελτιώνεται, σε σύγκριση με την $H_{60}(\delta)$. Επίσης, οι τιμές της $H_{70}(\delta)$ είναι υψηλότερες από ό,τι τις τιμές των $H_{60}(\delta)$ και $H_0(\delta)$ σε όλα τα επιτόκια.

Τα αποτελέσματα για τους άνδρες είναι παρόμοια, αλλά σημειώνουμε ότι, όπως και στην ηλικία των 60 ετών, εμφανίζεται μια ανωμαλία, καθώς μεταβαίνουμε από το 1951 στο 1971, η τιμή του $H_{70}(\delta)$ αυξάνεται για όλα τα επιτόκια. Όπως προαναφέρθηκε, αυτό συνδέεται με την προς τα κάτω μετατόπιση της μέσης ηλικίας θανάτου σε αυτό το διάστημα 20 ετών.



Σχήμα 3. 5: Εντροπία στην ηλικία των 70 ετών.

Για να προχωρήσει στο επόμενο βήμα το άρθρο, χρησιμοποιεί ένα μαθηματικό μοντέλο εκμεταλλευόμενο τις ιδιότητες της εντροπίας με χρήση μαθηματικού μοντέλου και θνησιμότητας και επιτρέποντας βελτιώσεις της θνησιμότητας. Αυτό που συμβαίνει είναι, πως υπολογίζονται οι τιμές του μέτρου εντροπίας, όταν η θνησιμότητα υποτίθεται, ότι ακολουθεί ένα μαθηματικό μοντέλο αντί της χρήσης δημοσιευμένων πινάκων ζωής. Η προσέγγιση που ακολουθεί το άρθρο δεν εξαρτάται άμεσα από τα δεδομένα παρατήρησης και αυτό διευκολύνει την υιοθέτηση μιας όχι προοπτικής περιόδου.

Επιπλέον, η προσέγγιση αυτή μας επιτρέπει να εξετάσουμε καλύτερα τις διαφορετικές ιδιότητες της εντροπίας και τον τρόπο με τον οποίο η τιμή της επηρεάζεται από διαφορετικούς παράγοντες. Η θνησιμότητα υποτίθεται, ότι ακολουθεί το μοντέλο Gompertz και οι βελτιώσεις στη θνησιμότητα επιτρέπονται με τη χρήση μιας μείωσης συντελεστή. Για λόγους απλότητας,

θεωρείται, ότι ο συντελεστής μείωσης εξαρτάται μόνο από το χρόνο, t , για το έτος βάσης b . Υποθέτοντας ο συντελεστής μείωσης είναι της μορφής e^{-at} , $\mu_{x+u}^t = \mu_{x+u} e^{-at}$, τότε η πιθανότητα ότι μια ζωή ηλικίας x να επιβιώσει t χρόνια δίνεται από τον τύπο:

$$\begin{aligned} {}_t p_x^* &= \exp\left(-\int_0^t \mu_{x+u}^u du\right) = \exp\left(-\int_0^t \exp[b+c(x+u)-au] du\right) \\ &= \exp\left(-\mu_x \left(\frac{e^{(c-a)t}-1}{c-a}\right)\right). \end{aligned} \quad (3.10)$$

Η εντροπία είναι πλέον μια συνάρτηση των παραμέτρων b , c , a και δ , και έτσι χρησιμοποιείται στο άρθρο ο συμβολισμός $H_x(b, c, a, \delta)$. Ως εκ τούτου,

$$\begin{aligned} H_x(b, c, a, \delta) &= \frac{-\int_0^\infty \ln({}_t p_x^*) {}_t p_x^* e^{-\delta t} dt}{\int_0^\infty {}_t p_x^* e^{-\delta t} dt} \\ &= \frac{\mu_x}{c-a} \left[\frac{\int_0^t \exp\left(-\frac{\mu_x}{c-a}(e^{(c-a)t}-1)\right) e^{(c-a-\delta)t} dt}{\int_0^t \exp\left(-\frac{\mu_x}{c-a}(e^{(c-a)t}-1)\right) e^{-\delta t} dt} - 1 \right]. \end{aligned} \quad (3.11)$$

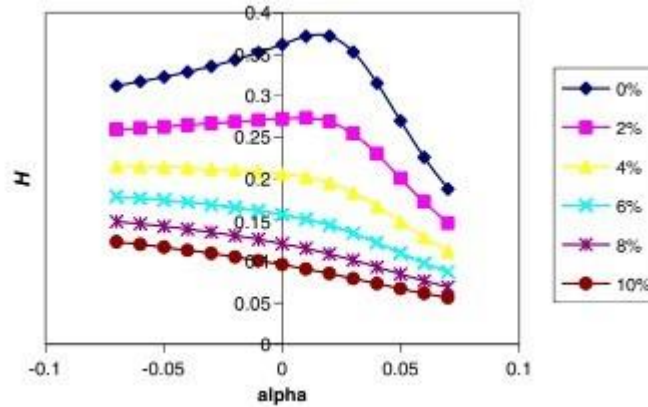
Σε κάθε περίπτωση στο τύπο αυτό το $a < 0$ και $a < c$, διαφορετικά η πιθανότητα επιβίωσης στην (3.10) θα είναι μεγαλύτερη από 1. Η $H_x(b, c, a, \delta)$ μπορεί να υπολογιστεί για διαφορετικές τιμές των b , c , a και δ προκειμένου να ελεγχθεί η επίδραση του βασικού πίνακα που χρησιμοποιείται, το επίπεδο βελτίωσης της θνησιμότητας και της έντασης ανατοκισμού.

Κάθε ένα από τα ολοκληρώματα στην Σχέση (3.11) μπορεί να γραφεί ως ημιτελή συνάρτηση Γάμμα, με διάφορες αλλαγές των μεταβλητών. Για να καταδειχθεί η συμπεριφορά της $H_x(b, c, a, \delta)$, η τιμή της έχει υπολογιστεί χρησιμοποιώντας δεδομένα από το CMI για τις ασφαλισμένες γυναίκες συνταξιούχους ηλικίας 60 ετών και άνω. Ο βασικός πίνακας

θνησιμότητας που χρησιμοποιήθηκε είναι ο (1991-1994) πίνακας θνησιμότητας. Προκειμένου να γίνουν οι υπολογισμοί, πρέπει να υπάρχουν βασικές τιμές για το μ_{60} , c , a και δ . Η τιμή για το μ_{60} μπορεί να ληφθεί απευθείας από τον βασικό πίνακα θνησιμότητας και το μοντέλο του Gompertz έχει προσαρμοστεί προκειμένου να εκτιμηθεί το c . Στη συνέχεια ελέγχεται η ευαισθησία του $H_{60}(b, c, a, \delta)$ στις μεταβολές των τιμών του a και του δ .

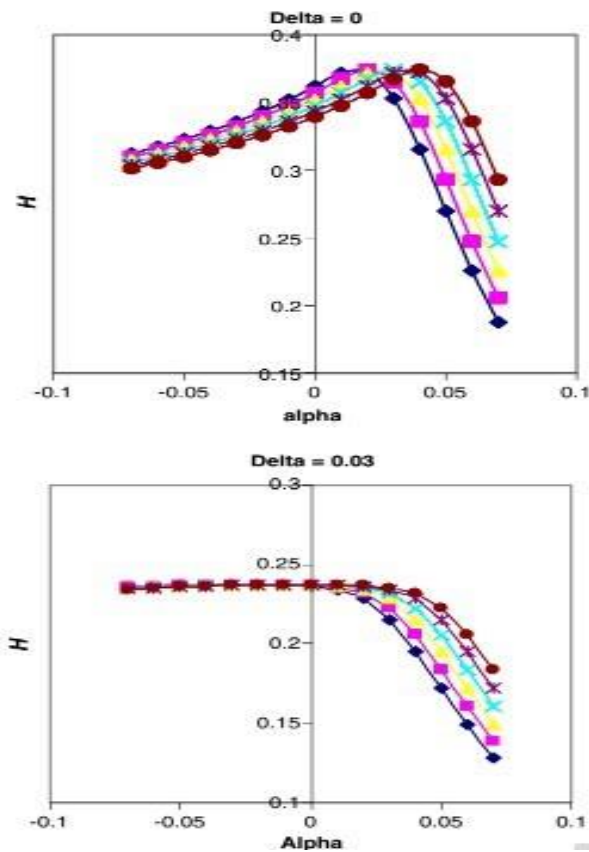
Ένα εύρος τιμών που χρησιμοποιήθηκε για το a είναι από -0.07 έως 0.07 και για το δ από 0% έως 10%. Η τιμή για το μ_{60} στο διάστημα 1991-1994 για τις γυναίκες είναι 0.00552155 και η εκτίμηση για το c είναι 0.085, που προέκυψε με μια απλή προσέγγιση παλινδρόμησης. Οι τιμές του $H_{60}(b, c, a, \delta)$ για διαφορετικές τιμές των a και δ δίνονται σε ξεχωριστό πίνακα στο άρθρο. Αξίζει να σημειωθεί, πως θετικές τιμές του a αντιστοιχούν σε βελτίωση των ποσοστών θνησιμότητας με την πάροδο του χρόνου και αρνητικές τιμές αντιστοιχούν σε επιδεινούμενα ποσοστά θνησιμότητας κατά τη διάρκεια του χρόνου.

Το Σχήμα 3.6 δείχνει, ότι η τιμή του $H_{60}(b, c, a, \delta)$ μειώνεται καθώς η ένταση ανατοκισμού δ , αυξάνεται, αντανakλώντας τη φθίνουσα επίδραση της βελτίωσης της έντασης της θνησιμότητας στο κόστος των προσόδων ζωής σε υψηλά επίπεδα των επιτοκίων. Μπορεί επίσης, να διαπιστωθεί, ότι σε μηδενικά ή χαμηλά επίπεδα του επιτοκίου, η τάση του $H_{60}(b, c, a, \delta)$ κορυφώνεται, η τιμή αυξάνεται με τη βελτίωση της έντασης της θνησιμότητας, αφού υπάρχει και αύξηση του a μέχρι ένα επίπεδο, όπου κάθε περαιτέρω βελτίωση της θνησιμότητας έχει φθίνουσα επίδραση στην $H_{60}(b, c, a, \delta)$ και ως εκ τούτου, στο προσδόκιμο ζωής και στο κόστος μιας ισόβιας προσόδου. Στη συνέχεια, η αξία της $H_{60}(b, c, a, \delta)$ αρχίζει να μειώνεται, καθώς η θνησιμότητα βελτιώνεται παρουσιάζοντας με παρόμοιο μοτίβο με εκείνο των γυναικών ηλικίας 60 και 70 ετών. Ωστόσο, από την άλλη πλευρά όταν το ποσοστό των επιτοκίων είναι υψηλό το $H_{60}(b, c, a, \delta)$ μειώνεται συνεχώς καθώς η ένταση της θνησιμότητας βελτιώνεται.

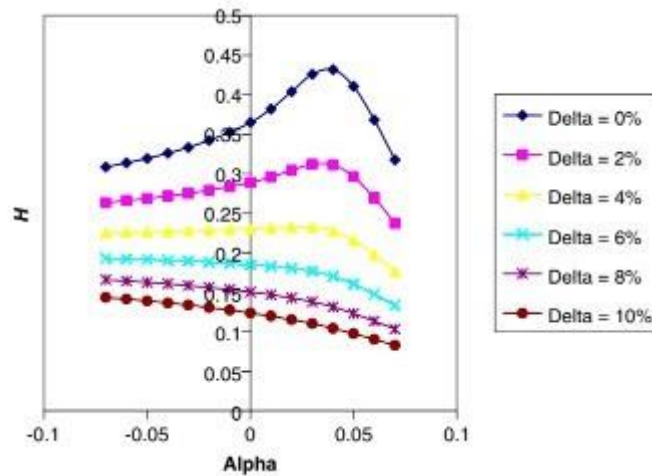


Σχήμα 3. 6: Θνησιμότητα και εντροπία στο Gompertz Law.

Τέλος, στο Σχήμα 3.7 φαίνεται, ότι για τις διάφορες τιμές του c που εξετάστηκαν, όταν η ένταση ανατοκισμού είναι ίση με το μηδέν, το προφίλ του $H_{60}(b, c, a, \delta)$ ως συνάρτηση του a έχει κορυφή. Όταν $c = 0.08$ (υποθέτοντας ένα χαμηλότερο επίπεδο θνησιμότητας για τον βασικό πίνακα), οι τιμές του $H_{60}(b, c, a, \delta)$ είναι υψηλότερες από τις αντίστοιχες όταν $c = 0.09$ (υποθέτοντας υψηλότερο επίπεδο θνησιμότητας για τον βασικό πίνακα), όταν ο συντελεστής μείωσης είναι μεγαλύτερος από 1 (a είναι αρνητικό) και η σχέση αντιστρέφεται, όταν τα ποσοστά θνησιμότητας βελτιώνονται και ο συντελεστής μείωσης είναι μικρότερος του 1, εδώ πλέον το a είναι θετικό.



Σχήμα 3. 7: Διαφορετικές τιμές a και c και θνησιμότητα.



Σχήμα 3. 8: Διαφορετικά επίπεδα ενδιαφέροντος και θνησιμότητα.

Τα συμπεράσματα που προκύπτουν από αυτό το άρθρο είναι, πως το μέτρο της εντροπίας έχει υπολογιστεί υπό διαφορετικές παραδοχές θνησιμότητας και επιτοκίων και χρησιμοποιεί ένα μεγάλο ηλικιακό φάσμα το οποίο ξεκινά από την ηλικία της έναρξης μέχρι και τα 70 έτη.

Σε κάθε ηλικιακό επίπεδο αυτό που παρατηρείται είναι, πως όσο χαμηλότερο είναι το επιτόκιο, τόσο υψηλότερη είναι η τιμή της εντροπίας, υποδηλώνοντας μεγαλύτερη επίδραση του κινδύνου της μακροζωίας στην παρούσα αξία των πληρωμών προσόδου. Αυτό αντανακλά την σημασία του κινδύνου μακροζωίας στο πλαίσιο των χαρτοφυλακίων προσόδων ζωής ιδίως σε ένα περιβάλλον με χαμηλά επιτόκια.

Σε πολύ υψηλά ή χαμηλά επίπεδα θνησιμότητας, τα αποτελέσματα που προέκυψαν, έδειξαν πως υπάρχει μια σημαντική επίδραση των μεταβολών της θνησιμότητας στην αξία της ζωής της προσόδου, που είναι λιγότερο σημαντική. Αυτό αντανακλά το γεγονός, ότι, όταν η θνησιμότητα είναι ήδη πολύ υψηλή ή πολύ χαμηλή, οποιαδήποτε αλλαγή (είτε αύξηση ή μείωση της έντασης θνησιμότητας) είναι λιγότερο πιθανό να έχει σημαντική επίδραση στο κόστος της ισόβιας προσόδου. Θεωρητικά, ακόμη και αν η θνησιμότητα συνεχίσει να βελτιώνεται, θα φθάσει σε ένα επίπεδο πέραν του οποίου τυχόν περαιτέρω βελτιώσεις δεν θα μπορέσουν να επηρεάσουν με τρόπο σημαντικό το προεξοφλημένο κόστος των παροχών επιβίωσης.

Η εργασία εμφανίζει κάποιους περιορισμούς, που έχουν να κάνουν με τις διαπιστώσεις των συγγραφέων για τα μοντέλα που ακολουθήθηκαν. Πιο συγκεκριμένα, οι παρατηρήσεις αυτές βασίζονται στο τρόπο, με τον οποίο χρησιμοποιήθηκε το μέτρο της εντροπίας, για να μετρήσει την επίδραση της αλλαγής στα επίπεδα θνησιμότητας σε όρους κόστους για μια ισόβια πρόσοδο. Αυτό σημαίνει, πως στη περίπτωση που η συνάρτηση επιβίωσης έχει αρκετά ορθογώνια σχήμα, άρα η εντροπία λαμβάνει τιμές κοντινές στο 0, μια επέκταση της θα έχει μεγάλο αντίκτυπο σε ότι αφορά το κόστος της προσόδου για την ζωή του πληθυσμού αλλά αυτή η επίδραση δεν μπορεί να καταγραφεί μέσω της εντροπίας. Ακόμα και στη περίπτωση που η συνάρτηση επιβίωσης λάβει ένα σχήμα εντελώς ορθογώνιο η εντροπία θα είναι και πάλι 0 χωρίς να εξαρτάται από την ηλικία στην οποία σημειώνεται ο θάνατος των μελών του πληθυσμού.

Για τους παραπάνω λόγους η εντροπία υπολογίστηκε στην εργασία σε διαφορετικές τιμές θνησιμότητας και επιτοκίων. Σε κάθε περίπτωση έχει υπολογιστεί ένα πλήρες ηλικιακό φάσμα, που ξεκινά από το 0 και φτάνει τα 70 έτη. Σε όλες τις περιπτώσεις διαπιστώθηκε, πως όσο πιο χαμηλές ήταν οι τιμές του επιτοκίου, τόσο υψηλότερη κατάφερε να γίνει η τιμή της εντροπίας. Κατά αυτόν τον τρόπο δημιουργήθηκε και μεγαλύτερη επίδραση στην μακροζωία που σαν γεγονός μπορεί να δημιουργήσει έντονα προβλήματα στην παρούσα αξία των πληρωμών της προσόδου.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4: Η σύνδεση της ηλικίας συνταξιοδότησης με το προσδόκιμο ζωής δεν μειώνει την δημογραφικές επιπτώσεις της άνισης διάρκειας ζωής

4.1 Εισαγωγή

Μέχρι αυτό το σημείο είχαν μελετηθεί έρευνες και δημοσιεύσεις, οι οποίες προσπαθούν να βρουν τρόπους για μείωση της θνησιμότητας του πληθυσμού ή να την αποδώσουν σε διάφορους παράγοντες, όπως είναι η μη εύρεση του κατάλληλου ηλικιακού πεδίου για διεύρυνση του προσδόκιμου ζωής. Το άρθρο που θα αναλυθεί στο συγκεκριμένο κεφάλαιο δείχνει, πως, αν ένα άτομο βρίσκεται στην ηλικία της συνταξιοδότησης, αυτό δεν σημαίνει ότι μειώνονται οι δημογραφικές επιπτώσεις κατά την άνιση διάρκεια, που μπορεί να έχει στη ζωή του.

4.1 Η βασική ιδέα του άρθρου

Το άρθρο ξεκινά με ένα πρόβλημα, το οποίο αφορά κυριότερα την πολιτική, που ασκεί το κράτος ή που θέλει να ασκήσει σε ότι αφορά τους ασφαλιστικούς φορείς και τα ταμεία συνταξιοδότησης. Με το πέρασμα των χρόνων και όσο επιμηκύνεται με διάφορους τρόπους το προσδόκιμο ζωής, τα άτομα που λαμβάνουν σύνταξη γίνονται α) όλο και περισσότερα β) αυξάνεται το κόστος για τα ασφαλιστικά ταμεία που είναι υποχρεωμένα να καταβάλλουν το ποσό της σύνταξης για ολοένα και περισσότερα χρόνια σύμφωνα με το αυξημένο προσδόκιμο ζωής.

Η κατάσταση αυτή αναγκάζει τα άτομα, που είναι υπεύθυνα για την βιωσιμότητα αυτών των φορέων, να επανεξετάζουν εκ νέου τον τρόπο σχεδιασμού των συνταξιοδοτικών προγραμμάτων, έτσι ώστε να μπορέσουν να μετριάσουν κατά ένα τρόπο το βάρος της επιμήκυνσης της ανθρώπινης ζωής. Το γεγονός αυτό, δεν είναι καινούργιο, καθώς υπάρχουν χώρες όπως η Εσθονία, η Δανία και η Φινλανδία που έχουν προχωρήσει στην δημιουργία μεταρρυθμίσεων, που κύριο σκοπό έχουν να συνδέσουν την ηλικία συνταξιοδότησης με την

αύξηση του προσδόκιμου ζωής. Όπως είναι φυσικό, τέτοιες κινήσεις έχουν άμεσο αντίκτυπο, τόσο στην δημογραφία, όσο και στην οικονομία, όπου γίνονται δύσκολα κατανοητές.

Το άρθρο των Alvarez et al. (2021) προσπαθεί να αναλύσει μία από αυτές τις περιπτώσεις και πιο συγκεκριμένα της Δανίας, χρησιμοποιώντας τα δεδομένα από πηγές βάσει δεδομένων πληθυσμού την χρονική περίοδο 1985-2016. Αυτό που προσπαθεί να κάνει, είναι να εντοπίσει τις τάσεις στα δημογραφικά και αναλογιστικά μέτρα μετά τη συνταξιοδότηση ανά φύλο και κοινωνικοοικονομική ομάδα. Επιπλέον, εισάγεται και μια καινοτόμος μέθοδος, που μπορεί να βοηθήσει στο διαχωρισμό των κοινωνικοοικονομικών ανισοτήτων στο συνταξιοδοτικό κόστος ανά έτος αναμενόμενων παροχών.

Όπως θα φανεί και στη συνέχεια, το άρθρο καταφέρνει να φτάσει σε δυο βασικά συμπεράσματα. Το πρώτο σχετίζεται με την προσπάθεια σύνδεσης της ηλικίας, που πραγματοποιείται η συνταξιοδότηση με το προσδόκιμο της ζωής, όπου είναι ένας παράγοντας, που μπορεί να αυξήσει την αβεβαιότητα σε ότι αφορά την διάρκεια που θα έχει η ζωή, έπειτα από την συνταξιοδότηση. Επομένως, και το οικονομικό κόστος γίνεται πιο ευαίσθητο σε ότι αφορά μεταβολές στην θνησιμότητα. Το δεύτερο συμπέρασμα αφορά τις κοινωνικοοικονομικές ανισότητες, οι οποίες σε όλη την διάρκεια ζωής του ατόμου υπάρχουν ανεξάρτητα από την ηλικία συνταξιοδότησης. Η εργασία θα δείξει, για παράδειγμα, πως άνδρες που ανήκουν σε χαμηλότερες κοινωνικοοικονομικές ομάδες είναι αυτοί, οι οποίοι έχουν μεγαλύτερο μειονέκτημα, επειδή λαμβάνουν λιγότερα χρόνια στη σύνταξη, καταβάλλουν υψηλότερο συνταξιοδοτικό κόστος ανά έτος αναμενόμενων παροχών και εκτίθενται σε υψηλότερο κίνδυνο μακροζωίας από τον υπόλοιπο πληθυσμό. Τέτοια απρόσμενα περιστατικά αρχίζουν να συμβαίνουν, όταν η ηλικία συνταξιοδότησης συνδέεται με το προσδόκιμο ζωής.

4.2 Το συνταξιοδοτικό σύστημα της Δανίας

Πριν ξεκινήσει με την ανάλυση του συνταξιοδοτικού συστήματος της Δανίας, η εργασία δίνει το γενικότερο πλαίσιο για κάθε συνταξιοδοτικό σύστημα, το οποίο δεν είναι άλλο από το να παρέχεται μια εξασφάλιση περί εισοδήματος στις μεγαλύτερες ηλικίες. Ταυτόχρονα σε κάθε περίπτωση πρέπει να υπάρχει μια χρηματοοικονομική βιωσιμότητα και κατάλληλα ποσοστά αναπλήρωσης, ώστε να μην ζημιώνεται η κανονική οικονομική πορεία του κράτους.

Προσπαθώντας να συμβαδίσει με όλα τα ανωτέρω, αυτό που κάνει το συνταξιοδοτικό σύστημα, που ακολουθεί η Δανία, είναι να δημιουργεί στο πρόγραμμα της πολλαπλούς πυλώνες, καθένας από τους οποίους συμβάλλει στο να συνδυαστεί η παρεχόμενη σύνταξη του δημοσίου με τις επιταγές που θέτει η αγορά εργασίας. Οι πυλώνες αυτοί έχουν ως εξής:

1. Ο αρχικός πυλώνας αφορά μια βασική δημόσια σύνταξη γήρατος OAP (Old Age Pension), η οποία χρηματοδοτείται με βάση το διανεμητικό σύστημα PAYG (Pay As You Go) σε συνδυασμό με μια δημόσια υποχρεωτική και ανταποδοτική σύνταξη που συνδέεται με τις αποδοχές. Σε αυτόν τον πυλώνα οι συνταξιοδοτικές παροχές γήρατος περιέχουν ένα καθολικό βασικό ποσό αλλά και ένα συμπλήρωμα, το οποίο ελέγχεται ως προς τα μέσα σε σχέση με όλα τα άλλα συνταξιοδοτικά και εργασιακά εισοδήματα. Σε αυτόν τον πυλώνα υπάρχουν και άλλες επιλογές για το άτομο που θέλει να συνταξιοδοτηθεί πρόωρα, όπως οι παροχές αναπηρίας και η σύνταξη γήρατος.
2. Στο δεύτερο πυλώνα κατατάσσονται τα συνταξιοδοτικά συστήματα καθορισμένων εισφορών DC (Defined Contributions) της αγοράς εργασίας, τα οποία είναι πλήρως χρηματοδοτούμενα. Σε αυτήν την κατηγορία υπάγονται μισθωτοί από 25 έως 59 ετών, δηλαδή το 90% των εργαζομένων. Επιπρόσθετα, υπάρχουν χρηματοδοτούμενες από φόρους συντάξεις δημοσίων υπαλλήλων, που σχετίζονται με τις αποδοχές.
3. Ο τρίτος πυλώνας, αφορά συστήματα συνταξιοδότησης, που μπορεί να είναι ατομικά και ιδιωτικά με σκοπό την αποταμίευση ανεξάρτητα από τις συνθήκες απασχόλησης. Ανεξάρτητα με το τι συμβαίνει στον δεύτερο πυλώνα, σε αυτήν την κατηγορία τα άτομα κάνουν τις δικές τους επιλογές σχετικά με το ύψος των εισφορών και τη σύνθεση των παροχών OECD, (2015).

Το βασικό στοιχείο σε αυτά τα συστήματα είναι, πως η ηλικία για την εισαγωγή σε αυτά έχει αλλάξει με τα χρόνια. Μέχρι το 2004 το όριο ήταν τα 67 έτη, ενώ έπειτα είχε μειωθεί στα 65 έτη. Η βασική λογική για αυτήν την μείωση ήταν να αντικατασταθεί η συνταξιοδότηση, λόγω γήρατος από την πρόωρη συνταξιοδότηση μεταξύ των ατόμων ηλικίας 65 και 66 ετών και έτσι να εξοικονομηθούν τα δημόσια οικονομικά, επειδή το δικαίωμα σε παροχή πρόωρης συνταξιοδότησης υπερέβαινε την παροχή του OAP. Ωστόσο, από το 2019, η ηλικία του OAP αυξήθηκε εκ νέου με βήματα 0.5 έτους και από το 2025, η ηλικία της πρόωρης συνταξιοδότησης θα αυξάνεται ανά 5 έτη ανάλογα με το πώς εξελίσσεται το προσδόκιμο ζωής. Υπάρχει σε ισχύ και η αναλογιστική προσαρμογή στην χώρα από το 1999 κατά την οποία οι

ηλικιωμένοι εργαζόμενοι είχαν τη δυνατότητα να αναβάλουν τη συνταξιοδότηση από το ΟΑΡ έως και 10 έτη, βλέπε Bingley et al. (2020).

Το άρθρο σημειώνει, πως το συνταξιοδοτικό σύστημα αυτής της χώρας έχει τον πλέον αποτελεσματικό τρόπο αποτροπής της φτώχειας λόγω γήρατος και εξασφαλίζει λογικά ποσοστά αναπλήρωσης για τους περισσότερους συνταξιούχους. Ανά πυλώνα αυτό συμβαίνει ως εξής:

- Στον Πυλώνα 1, οι στόχοι της αναδιανομής και της αναλογιστικής δικαιοσύνης επιτυγχάνονται μέσω κατώτατων και ανώτατων ορίων, που εφαρμόζονται στις εισφορές, τις παροχές και τα ποσοστά συσσώρευσης,
- Για τον δεύτερο και τρίτο Πυλώνα, η αναδιανομή είναι απίθανο να αποτελέσει ζήτημα από την στιγμή, που κάθε ασφαλισμένος είναι ατομικά υπεύθυνος για τις εισφορές και τις παροχές του (Alvarez et al., 2021).

4.3 Μέθοδοι και δεδομένα

Η εργασία κάνει χρήση ένα νέο μέτρο, που αναπτύχθηκε και χρησιμοποιείται για την ευημερία από τον Cairns et al. (2019). Το συγκεκριμένο μέτρο βασίζεται στο εισόδημα και τον πλούτο των ατόμων, ώστε να μπορέσουν να διαχωρίσουν τον υπό εξέταση πληθυσμό σε πέντε κοινωνικοοικονομικές ομάδες σε κάθε ηλικία και σε κάθε χρονική στιγμή. Πρόκειται για μια επιλογή, που το άρθρο βρίσκει ελκυστική, καθώς το εισόδημα και ο πλούτος συσχετίζονται σε μεγάλο βαθμό με τα ποσοστά θνησιμότητας και τα αποτελέσματα της υγείας. Ο δείκτης ευημερίας $A(j, x, y)$ για το άτομο j ηλικίας x το έτος y ορίζεται ως εξής:

$$A(j, x, y) = W(j, x-1, y-1) + K \cdot I(j, x-1, y-1), \quad (4.1)$$

όπου:

- $W(j, x-1, y-1)$ είναι ο πλούτος για κάθε j άτομο σε μια ηλικία $x-1$ και χρονολογία $y-1$.

- $I(j, x - 1, y - 1)$ είναι το εισόδημα για το άτομο j στην ηλικία $x - 1$ την χρονιά $y - 1$.
- K θεωρείται ο συντελεστής κεφαλαιοποίησης.

Στο έργο τους δέχονται, ότι η διαδικασία κατανομής είναι ανθεκτική σε διαφορετικές επιλογές του K στο διάστημα από 10 έως 20 και υποστηρίζει, ότι είναι μια λογική επιλογή. Το εισόδημα των ατόμων μετράται ως το ακαθάριστο ετήσιο εισόδημα που περιλαμβάνει το εισόδημα από μισθούς, επιδόματα ανεργίας, κοινωνική βοήθεια και συντάξεις. Ο καθαρός πλούτος ορίζεται ως το σύνολο των περιουσιακών στοιχείων μείον το σύνολο των υποχρεώσεων. Τα περιουσιακά στοιχεία περιλαμβάνουν ακίνητα, τραπεζικές καταθέσεις, μετοχές, ομόλογα και μετρητά. Το παθητικό περιλαμβάνει όλα τα είδη χρέους προς ιδιωτικές επιχειρήσεις και το κράτος. Για τα έγγαμα ζευγάρια, ο πλούτος αποδίδεται κατά 50% σε κάθε σύζυγο.

Επίσης, τα άτομα κατατάσσονται ανάλογα με την ευημερία τους και στη συνέχεια ο συνολικός πληθυσμός χωρίζεται σε πέντε ισομεγέθεις κοινωνικοοικονομικές ομάδες. Οι πέντε διαφορετικές ομάδες συμβολίζονται ως ομάδα 1 (G1) έως ομάδα 5 (G5), με την G5 να είναι η πιο εύπορη ομάδα με τον υψηλότερο συνδυασμό πλούτου και εισοδήματος. Αναφερόμαστε στις G1, G2,...,G5 ως ομάδα χαμηλού, χαμηλού-μεσαίου, μεσαίου, μεσαίου-υψηλού και υψηλού πλούτου, αντίστοιχα.

Ένα πλεονέκτημα, για το οποίο χρησιμοποιήθηκε αυτό το μέτρο της ευημερίας αποτελεί, το ότι είναι δυνατόν τα άτομα να έχουν είτε υψηλό πλούτο, είτε υψηλό εισόδημα, ή και τα δύο. Επίσης, είναι δυνατόν τα άτομα, που ανήκουν σε μία ομάδα, να μπορούν να μετακινηθούν σε άλλη. Ωστόσο, θα κλειδώσουν στην κοινωνική ομάδα, στην οποία κατατάχθηκαν την πρώτη φορά στην ηλικία των 67 ετών. Με την χρήση αυτής της διαδικασίας αποφεύγεται η επίδραση να δημιουργηθούν άλλες κοινωνικοοικονομικές ομάδες με διαφορετικά μέτρα σε ότι αφορά δημογραφικά χαρακτηριστικά αλλά και αναλογιστικά μέτρα Cairns et al. (2019).

4.4 Δημογραφικά μέτρα

Η ανάλυση βασίζεται σε δύο δημογραφικούς δείκτες, το προσδόκιμο ζωής και η εντροπία του πίνακα ζωής. Το προσδόκιμο ζωής μετρά τη μέση διάρκεια ζωής μετά τη συνταξιοδότηση και ο τύπος είναι ο ακόλουθος:

$$e(x) = \frac{\int_x^{\infty} l(y)dy}{l(x)}, \quad (4.2)$$

όπου $l(x)$ είναι η συνάρτηση επιβίωσης στην ηλικία x .

Η εντροπία αναφέρεται ουσιαστικά στο πίνακα ζωής, η οποία μετρά την ανισότητα της διάρκειας ζωής έπειτα από τη συνταξιοδότηση:

$$H(x) = \frac{\int_x^{\infty} e(y)d(y)dy}{e(x)} = \frac{e^{\dagger}(x)}{e(x)}, \quad (4.3)$$

όπου $e^{\dagger}(x) = \int_x^{\infty} e(y)d(y)dy$ αφορά τα χρόνια που χάνονται, λόγω του θανάτου. Η $d(x)$ ορίζεται ως η κατανομή της διάρκειας ζωής μετά την ηλικία x .

Από τα συγγραφικά έργα, που μελετήσαμε στα δύο προηγούμενα κεφάλαια, το $H(x)$ αναδιατυπώνεται ως μέτρο της σχετικής ανισότητας, που καταγράφεται στην διάρκεια ζωής ενός ατόμου. Έτσι υπάρχει: $H(x) = 0$, αν όλοι που μελετώνται σε ένα πληθυσμό πεθάνουν στην ίδια ηλικία και δημιουργείται η ελάχιστη ανισότητα και $H(x) = 1$ στην περίπτωση υψηλής ανισότητας, (Vaupel, 1986, Haberman et al. ,2011).

Ένα σημαντικό χαρακτηριστικό αυτής της μεταβλητής είναι, ότι δεν εξαρτάται από το επίπεδο θνησιμότητας. Αυτή η ιδιότητα ωφέλησε την συγκεκριμένη μελέτη, καθώς επιχειρεί να συγκρίνει τη μορφή της κατανομής της διάρκειας ζωής μετά τις ηλικίες συνταξιοδότησης c και t , η οποία μεταβάλλεται με την πάροδο του χρόνου. Η χρήση μέτρων απόλυτης ανισότητας, όπως είναι για παράδειγμα η τυπική απόκλιση, είναι σίγουρο ότι θα μπορούσε να οδηγήσει σε

διαφορετικά αποτελέσματα ανάλογα σε σχέση πάντα με την ηλικία έναρξης του υπολογισμού, καθώς τα μέτρα αυτά δεν ελέγχουν τις διαφορές στη μέση εναπομένουσα διάρκεια ζωής.

Για να μπορέσει το άρθρο να αξιολογήσει τις επιπτώσεις στον οικονομικό τομέα από την σύνδεση της ηλικίας που το άτομο θα παρέλθει σε συνταξιοδότηση με την επέκταση του προσδόκιμου ζωής υπολογίστηκε αρχικά, η οικονομική συναλλαγή μιας σύνταξης σε όρους ισόβιας προσόδου. Πιο συγκεκριμένα, υπολογίστηκε η παρούσα αξία μιας σειράς χρηματικών πληρωμών ύψους 1 δολαρίου, που μπορεί να έχουν συμβεί μέχρι και το θάνατο του συνταξιούχου, η οποία ονομάζεται επίσης κόστος μιας ισόβιας προσόδου.

Όλοι αυτοί οι υπολογισμοί έγιναν στη βάση της υπόθεσης, που δεν υπάρχουν περίοδοι εγγυήσεων για την ισόβια προσαύξηση και ότι οι πληρωμές της σύνταξης μιας χρηματικής μονάδας καταβάλλονται συνεχώς ανά έτος ξεκινώντας από την ηλικία x . Περαιτέρω, οι συνταξιοδοτικές πληρωμές φέρουν τόκο, ο οποίος καθορίζεται από την ένταση ανατοκισμού, δ . Έτσι, το κόστος μιας ισόβιας προσόδου ορίστηκε ως εξής:

$$\bar{a} = \frac{\int_x^{\infty} l(y)e^{-\delta y} dy}{l(x)e^{-\delta x}}. \quad (4.4)$$

Στην περίπτωση που ο τόκος ισούται με το 0, τότε το κόστος για μια ισόβια πρόσοδο καθορίζεται μόνο από την επιβίωση των συνταξιούχων και γι' αυτό το λόγο πάντοτε θα ισούται με τον αναμενόμενο αριθμό των ετών που έχουν να ζήσουν άρα $\delta = 0$ τότε $\bar{a}(x) = e(x)$

Ο ίδιος υπολογισμός συμβαίνει και για το μέτρο της εντροπίας όπου:

$$\bar{H}(x, \delta) = \frac{\int_x^{\infty} \bar{a}(y)d(y)e^{-\delta y} dy}{\bar{a}(x)} = \frac{\bar{a}^{\dagger}(y)}{\bar{a}(x)}, \quad (4.5)$$

και σε αυτήν την περίπτωση αν $\delta = 0$ τότε $\bar{H}(x, \delta = 0) = H(x)$ και $\bar{a}^{\dagger}(y) = e^{-\dagger}(x)$.

Ο σκοπός της μελέτης είναι να αξιολογηθούν οι διαφορές, που προκύπτουν στις δύο παραπάνω μεταβλητές στο σύνολο. Σε αυτό το σημείο το άρθρο παρουσιάζει τις δύο τιμές:

- $\Delta \bar{a}_s(x) = \frac{\bar{a}_s(x) - \bar{a}_p(x)}{\bar{a}_p(x)}, \quad (4.6)$

$$\bullet \quad \Delta \bar{H}_s(x, \delta) = \frac{\bar{H}_s(x, \delta) - \bar{H}_p(x, \delta)}{\bar{H}_p(x, \delta)}. \quad (4.7)$$

Οι καινούργιες τιμές s και p χρησιμοποιούνται ανάλογα για την κάθε μεταβλητή στην οικονομική ανάλυση.

Η εργασία επισημαίνει, πως για θέμα απλότητας, ισχύει η υπόθεση ότι για όλα τα άτομα του πληθυσμού έχουν συσσωρεύσει το ίδιο ποσό αποταμιεύσεων κατά τη συνταξιοδότηση, επίσης θα λάβουν την σύνταξη στην ίδια ηλικία και αντιμετωπίζουν το ίδιο επιτόκιο δ .

Επομένως, οι διαφορές στις δύο αρχικές μεταβλητές ανάμεσα στις κοινωνικοοικονομικές μονάδες προκύπτουν μόνο στις διαφορές, που θα εντοπιστούν στη κατανομή της διάρκειας ζωής για κάθε ομάδα. Όσες κοινωνικοοικονομικές μονάδες έχουν θετικές τιμές στο a έχουν και υψηλότερο κόστος προσόδου, επομένως, θα έχουν και αυξημένες παροχές στο συνταξιοδοτικό τομέα σε σύγκριση με τον μέσο πολίτη.

Οι κοινωνικοοικονομικές ομάδες με θετικές τιμές του a θα έχουν μεγαλύτερο μεταβλητό κόστος της προσόδου άρα και μεγαλύτερη αβεβαιότητα σχετικά με τις αναμενόμενες συνταξιοδοτικές τους πληρωμές. Η αβεβαιότητα είναι συνέπεια της πιο άνισης διάρκειας ζωής και έτσι, οι αναμενόμενες συνταξιοδοτικές πληρωμές διαφέρουν, επειδή οι χρόνοι θανάτου για τις ομάδες αυτές είναι πιο αβέβαιοι από ό,τι για τον μέσο όρο του πληθυσμού. Ως εκ τούτου, οι ομάδες με θετική τιμή εκτίθενται σε υψηλότερο κίνδυνο μικρό-μακροβιότητας.

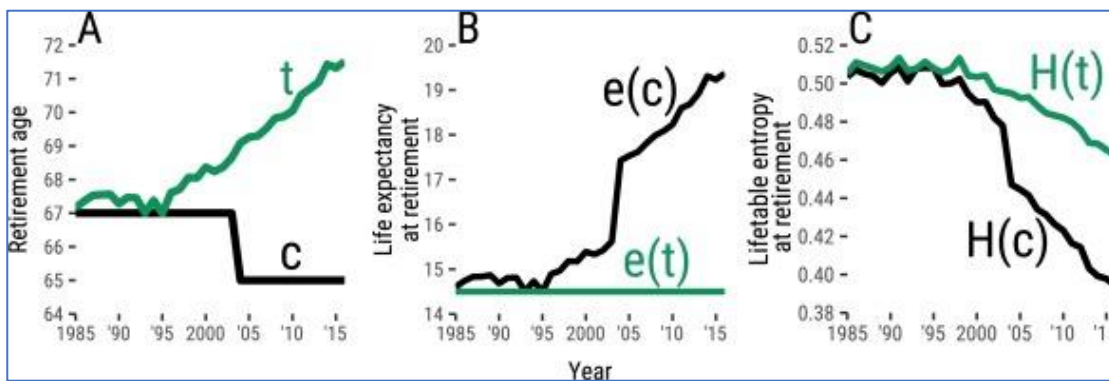
4.5 Αποτελέσματα

Με την χρήση αυτών των μαθηματικών μοντέλων το άρθρο συνεχίζει, παρουσιάζοντας τα αποτελέσματα σε γραφήματα. Τα πρώτα δύο γραφήματα, που συναντά ο αναγνώστης, περιγράφουν τα δύο βασικά δημογραφικά σενάρια, που αφορούν το συνταξιοδοτικό πρόγραμμα.

Το πρώτο σενάριο αφορά το συνταξιοδοτικό καθεστώς της περιόδου 1985-2016. Για τον συγγραφέα αυτό είναι και το ισχύον συνταξιοδοτικό σύστημα, το οποίο απεικονίζεται με την μαύρη γραμμή. Υπάρχει και το δεύτερο σενάριο, στο οποίο η υπόθεση είναι, ότι η ηλικία που αποτελεί και το στόχο της συνταξιοδότησης ισχύει από το 1985 και έπειτα. Κατά αυτόν τον τρόπο η υπόθεση θέλει το προσδόκιμο ζωής να τίθεται στα 14.5 έτη δηλαδή $e(t) = 14.5$. Το

δεύτερο σενάριο είναι το συνταξιοδοτικό σύστημα-στόχος και απεικονίζεται με τις πράσινες γραμμές.

Ξεκινώντας την ανάλυση της εικόνας, το πρώτο σχήμα δείχνει την διαχρονική τάση στα νόμιμα όρια συνταξιοδότησης, το δεύτερο το προσδόκιμο ζωής και στα δύο σενάρια, το ένα σταθερό, το παλιό μοτίβο, δείχνει τις διακυμάνσεις όσο αυξάνεται η ηλικία και τέλος, το τρίτο γράφημα αφορά την εντροπία, δηλαδή το σύνολο του πληθυσμού στο ισχύον και στο θεμιτό συνταξιοδοτικό σύστημα.



Σχήμα 4. 1: Τα δύο σενάρια των συνταξιοδοτικών προγραμμάτων (Alvarez et al., 2021)

Αξίζει να σημειωθεί, πως η βασική ηλικία έναρξης τίθεται, όπως φαίνεται από τα γραφήματα, η ηλικία των 67 ετών ($c = 67$). Ωστόσο, αυτό ισχύει μόνο για την περίοδο 1985-2004, καθώς μετά υπάρχει η αλλαγή στο $c = 65$ αφού σύμφωνα με την βιβλιογραφία στο ισχύον σύστημα το ηλικιακό όριο συνταξιοδότησης άλλαξε. Επομένως, στο υπόδειγμα λαμβάνονται υπόψιν όλοι οι παράμετροι της πραγματικής οικονομίας και νομοθεσίας. Το σημαντικό στοιχείο στο μεσαίο σχήμα που παρατηρεί ο συγγραφέας είναι, πως η καμπύλη $e(c)$ κυμαίνεται αύξουσα. Αυτό σημαίνει, πως αυτό το συνταξιοδοτικό σύστημα δίνει την δυνατότητα στα άτομα, που είναι πιο νέα, να έχουν μεγαλύτερο συνταξιοδοτικό χρόνο σε σύγκριση με τα άτομα των προηγούμενων γενιών. Έτσι, μπορεί να εξηγηθεί και η αλλαγή του συστήματος στη χώρα το 2007.

Το ίδιο σχήμα δείχνει και σταδιακά-διαχρονικά την αλλαγή στην πορεία της ηλικίας συνταξιοδότησης-στόχου, που ορίζεται ως t . Αρκεί κάποιος να παρατηρήσει την πορεία της πράσινης γραμμής, για να δει, πως το πρώτο χρονικό διάστημα 1985-1995, η t παρέμεινε σταθερή γύρω από την ηλικία των 67 ετών, ωστόσο, έπειτα, αυξάνεται και φθάνει το μέγιστο

στην ηλικία των 71 ετών το 2016. Δεδομένου ότι η t υποδηλώνει την ηλικία στην οποία έχει οριστεί $e(t) = 14.5$ αυτή η αυξητική πορεία δείχνει, πως ένα άτομο, που ήταν στα 71 του χρόνια το 2016 ήταν ικανό να απολαμβάνει το ίδιο προσδόκιμο ζωής από την ώρα της συνταξιοδότησης του με το άτομο που ήταν 67 ετών το 1995 έχοντας χρησιμοποιήσει αυτήν την διαφορά του e .

Στο δεύτερο σχήμα φαίνεται καθαρά, πως η αυξανόμενη πορεία στο $e(c)$, μπορεί να αντισταθμιστεί εύκολα με την ηλικία που έχει καθοριστεί για συνταξιοδότηση σε τιμή t αν η προηγούμενη μεταβλητή παραμείνει σταθερή. Το προτεινόμενο πρόγραμμα πολύ απλά, στα άτομα που θα υλοποιηθεί, θα δώσει τον ίδιο αριθμό ετών κατά μέσο όρο στη συνταξιοδότηση, χωρίς να υπάρχει ζήτημα για την ηλικία συνταξιοδότησης. Το σύστημα που έχει δημιουργηθεί στο εν λόγω άρθρο, ορίζει τρόπους με τους οποίους μπορεί να ελέγχει πολύ εύκολα κάποια απρόοπτη αλλαγή, που υπό άλλες συνθήκες θα μπορούσε να επηρεάσει το προσδόκιμο ζωής.

Όπως αναφέρθηκε παραπάνω, στο τελευταίο σχήμα φαίνεται η εντροπία των πινάκων ζωής. Η βασική παρατήρηση είναι, πως και στα δύο σενάρια υπάρχει μια αρχική σταθερότητα, δηλαδή μέχρι και το έτος 2000. Ωστόσο, στη συνέχεια παρουσιάζονται μειώσεις στις τιμές και των δύο μεταβλητών με το ισχύον συνταξιοδοτικό σύστημα να παρουσιάζει μεγαλύτερη πτώση $H(c)$. Εδώ ο συγγραφέας ερμηνεύει αυτό το γεγονός, ως μια χαμηλότερη ανισότητα της διάρκειας ζωής έπειτα από την ηλικία c παρά την ηλικία t . Επομένως, το παραπάνω σύστημα δείχνει, πως από την πλευρά των συνταξιούχων υπάρχει μια αβεβαιότητα στο πόσα χρόνια θα τους απομείνουν σε καθεστώς σύνταξης αν λάβουν την σύνταξη τους σε ηλικία t αντί για την καθιερωμένη ηλικία των c ετών.

Η αβεβαιότητα είναι ένας παράγοντας που πάντα υπάρχει σε τέτοιες αλλαγές, ακόμα και αν το σύστημα δείχνει με μαθηματικούς όρους, ότι το προσδόκιμο ζωής θα είναι ίδιο ανεξάρτητα από την ηλικία συνταξιοδότησης, την ίδια στιγμή δεν είναι ικανό να αντιμετωπίσει την ανθρώπινη ανασφάλεια.

Επειδή και πάλι δεν λαμβάνονται υπόψιν στο παραπάνω υπόδειγμα μεταβλητές, που αφορούν τον κοινωνικοοικονομικό τομέα, η εργασία προσπαθεί να παρουσιάσει τις διαχρονικές τάσεις στην πιθανότητα επιβίωσης μέχρι και την ηλικία συνταξιοδότησης, συνδυασμένες αυτήν την φορά μαζί με τις τάσεις στο προσδόκιμο ζωής και την ανισότητα της διάρκειας ζωής

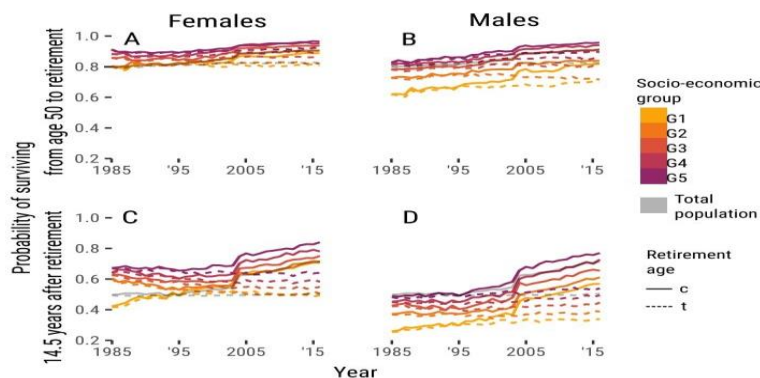
ανάλογα με το συγκεκριμένο δημογραφικό προφίλ κάθε κοινωνικοοικονομικής ομάδας. Όπως είναι φυσικό, αναμένεται να υπάρχει και ένα αυξανόμενο κόστος σε όλα αυτά.

4.5.1 Αποτελέσματα με βάση κοινωνικοοικονομικές μεταβλητές

Σε μια δεύτερη ανάγνωση και προσμετρώντας και άλλους παράγοντες, όπως την ηλικία και την οικονομική κατάσταση, φαίνεται:

1. Υπάρχει πάντοτε μια σαφής κοινωνικοοικονομική διαβάθμιση στην επιβίωση, που αφορά την συνταξιοδότηση
2. Η διαβάθμιση δύναται να ποικίλλει ανάλογα με το αν η ηλικία συνταξιοδότησης ορίζεται στην ηλικία c ή στην ηλικία t .

Στο άρθρο παρουσιάζονται καινούργιοι πίνακες επιβίωσης, με σκοπό να δείξουν τις πιθανότητες επιβίωσης, ανάλογα με το φύλο από την ηλικία των 50 ετών έως την ηλικία συνταξιοδότησης. Η διαφοροποίηση γίνεται και πάλι στις γραμμές όπου c είναι οι συνεχείς και t οι διακεκομμένες. Εδώ προσμετράτε ο συνολικός πληθυσμός και οι κοινωνικοοικονομική ομάδα. Τα αποτελέσματα είναι εντυπωσιακά, καθώς φαίνεται, πως οι γυναίκες που ανήκουν στην υψηλότερη κοινωνικοοικονομική ομάδα δηλαδή την G5, έχουν παρόμοιες πιθανότητες επιβίωσης μέχρι τις ηλικίες συνταξιοδότησης και στα δύο συστήματα. Όταν, ωστόσο, υπάρχει αλλαγή στη μεταβλητή του φύλου και η συζήτηση αφορά τους άνδρες, όπου εκεί για τα χαμηλότερα κοινωνικά στρώματα ανδρών (G1) οι πιθανότητες επιβίωσης μέχρι τις ηλικίες συνταξιοδότησης c και t είναι χαμηλότερες.



Σχήμα 4. 2: Πιθανότητες επιβίωσης ανά κοινωνικοοικονομική ομάδα. Οι πίνακες A και B υποδεικνύουν την πιθανότητα επιβίωσης από την ηλικία των 50 ετών έως την ηλικία συνταξιοδότησης (c και t). Πίνακες Γ και Δ δείχνουν την πιθανότητα επιβίωσης 14.5 έτη μετά τη συνταξιοδότηση (c και t). Στερεά και διακεκομμένες γραμμές υποδεικνύουν την πιθανότητα

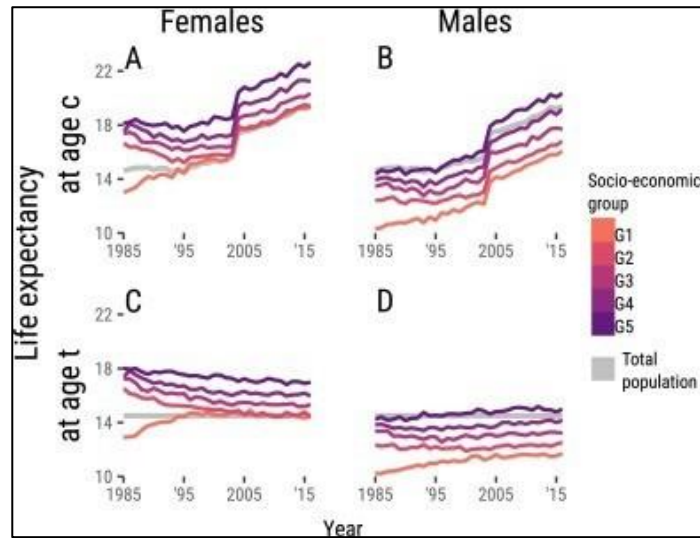
επιβίωσης στις ηλικίες συνταξιοδότησης c και t αντίστοιχα. Οι γκριζες γραμμές δείχνουν τις πιθανότητες που υπολογίζονται για το σύνολο του πληθυσμού. Και τα δύο φύλα, 1985-2016.

Στο Σχήμα 4.2, ωστόσο, υπάρχουν και άλλοι πίνακες, οι οποίοι απεικονίζουν τις πιθανότητες επιβίωσης για 14.5 έτη μετά την ηλικία συνταξιοδότησης c και t και για τα δύο φύλα. Η συσχέτιση εδώ είναι απλή, υπάρχει η νομοθεσία για τις συνταξιοδοτικές πληρωμές, μπορεί να γίνει ο υπολογισμός για τα 14.5 έτη, που δίνει το σύστημα και με βάση τα προηγούμενα στοιχεία μπορεί εύκολα να προβλεφθεί η οφειλόμενη ομάδα σε όρους κοινωνικής, οικονομικής κατάστασης αλλά και δημογραφικών παραγόντων. Παρατηρούμε επίσης, μια κοινωνικοοικονομική διαβάθμιση σε αυτές τις πιθανότητες, ωστόσο, σε αυτή την περίπτωση, το μέγεθος των διαφορών μεταξύ των κοινωνικοοικονομικών ομάδων είναι πολύ μεγαλύτερο από ό,τι στους προηγούμενους πίνακες.

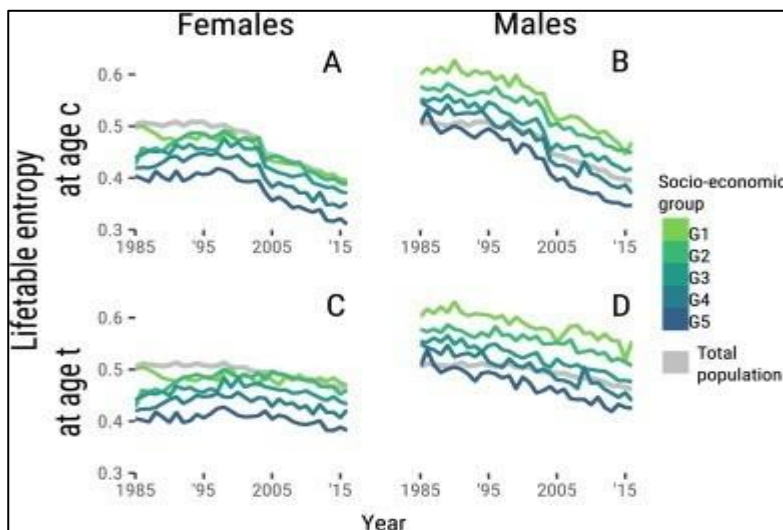
Για παράδειγμα, όπως επισημαίνεται στο ίδιο το άρθρο για το 2016, οι πιθανότητες επιβίωσης 14.5 έτη μετά τη συνταξιοδότηση ήταν 0.84 στην ηλικία c και 0.64 στην ηλικία t για τις γυναίκες της υψηλότερης κοινωνικοοικονομικής ομάδας. Αντίστοιχα, για τους άνδρες της χαμηλότερης κοινωνικοοικονομικής ομάδας οι πιθανότητες αυτές ήταν 0.57 στην ηλικία c και μόνο 0.33 στην ηλικία t . Επομένως, το συμπέρασμα εδώ είναι, πως οι άνδρες των χαμηλότερων κοινωνικοοικονομικών ομάδων έχουν χαμηλότερες πιθανότητες επιβίωσης μετά τη συνταξιοδότηση σε σύγκριση με τις γυναίκες, επιπλέον, αυτό φανερώνεται περισσότερο, όταν η ηλικία συνταξιοδότησης συνδέεται με το προσδόκιμο ζωής.

Υπάρχουν και μειονεκτήματα στις μεταβλητές e και H , καθώς σε ότι αφορά τις χαμηλότερες κοινωνικοοικονομικές ομάδες μεγεθύνονται, όταν τα μέτρα αυτά υπολογίζονται στην ηλικία-στόχο συνταξιοδότησης t , σύμφωνα δηλαδή με το δεύτερο σενάριο. Ωστόσο, οι τάσεις των δύο αυτών μεταβλητών μεταξύ των κοινωνικοοικονομικών ομάδων, ακολουθούν διαχρονικά παρόμοια πρότυπα με αυτά που παρατηρούνται για το σύνολο του πληθυσμού (Σχήμα 4.3).

Το άρθρο συνεχίζει να δίνει παραδείγματα, για να τεκμηριωθούν καλύτερα τα γραφήματα αλλά το βασικό συμπέρασμα είναι, πως, όταν τίθενται και άλλοι παράμετροι, το αρχικό σύστημα δεν μπορεί να εγγυηθεί τις ίδιες προβλέψεις προσδόκιμου ζωής και συνταξιοδότησης.



Σχήμα 4. 3: Κοινωνικοί και δημογραφικοί παράγοντες σύνδεσης με τα δύο σενάρια (Alvarez et al., 2021)



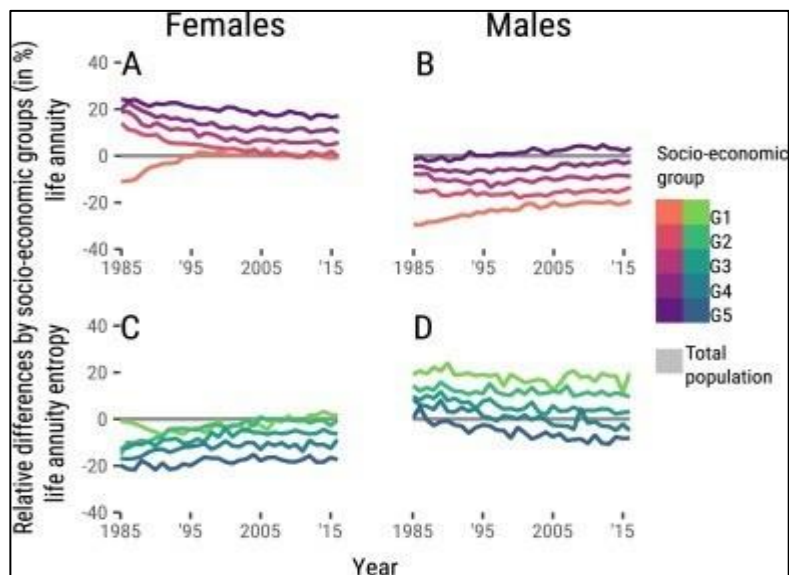
Σχήμα 4. 4: Ανισότητες μεταβλητών και κοινωνικοοικονομικών-δημογραφικών ομάδων (Alvarez et al., 2021)

4.5.2 Αποτελέσματα με βάση όλες τις μεταβλητές

Η εργασία πραγματοποιεί και μια τελευταία ανάλυση, η οποία αφορά το οικονομικό κόστος του προγράμματος συντάξεων, τόσο μεταξύ των προηγούμενων ομάδων, όσο και στο συνολικό πληθυσμό. Στο Σχήμα 4.5 παρουσιάζεται η διαφορά που έχει το κόστος μιας σύνταξης και ταυτόχρονα την τιμή της εντροπίας H για κάθε κοινωνικοοικονομική μονάδα, αλλά και του πληθυσμού. Παρατηρείται, πως το επιπλέον κόστος είναι υψηλότερο για όλες τις γυναικείες κοινωνικοοικονομικές ομάδες έπειτα από το 1990, αν πραγματοποιηθεί μια σύγκριση με τον

συνολικό πληθυσμό. Αυτό οδηγεί στο συμπέρασμα, πως οι αξίες, που έχουν τώρα στο συνταξιοδοτικό πρόγραμμα, είναι πολύ πιο υψηλές. Η δεύτερη σκέψη είναι, πως σε σύγκριση με το γενικότερο πληθυσμό, οι γυναίκες είναι εκείνες, που θα λάβουν τις πιο υψηλές πληρωμές από τον μέσο πολίτη της Δανίας. Το ίδιο εδώ δεν ισχύει και για τον ανδρικό πληθυσμό, καθώς μόνο η ανώτατη ομάδα του φύλου θα λάβει τις πιο υψηλές πληρωμές ξεπερνώντας τον μέσο όρο. Αυτά πάντα υπό την υπόθεση, ότι η ένταση ανατοκισμού θεωρείται μηδενική.

Αν εισαχθεί και ο τομέας της αβεβαιότητας η κατηγοριοποίηση που γίνεται ανά κοινωνική ομάδα για γυναίκες και άνδρες είναι τέτοια στα πέντε επίπεδα, που είναι φανερό, πως οι ομάδες με τη μεγαλύτερη ευημερία για κάθε φύλο, έχουν τις υψηλότερες αναμενόμενες πληρωμές με τη χαμηλότερη αβεβαιότητα από την ίδια πρόσοδο. Αυτό δείχνει, ότι οι κοινωνικοοικονομικές διαφορές στο προσδόκιμο ζωής και η ανισότητα της διάρκειας ζωής επηρεάζουν άμεσα τις προσόδους ζωής. Το άρθρο υπογραμμίζει, πως η συγκεκριμένη κατάσταση ισχύει περισσότερο στις καταστάσεις με σχεδόν μηδενικό επιτόκιο, πληρωμές προσόδων με μηδενικό επιτόκιο καθορίζονται μόνο από τη διάρκεια ζωής ενός ατόμου, το οποίο είναι το οικονομικό πλαίσιο που επικρατεί στη Δανία και σε πολλές άλλες χώρες βλ. κεφάλαιο 2.

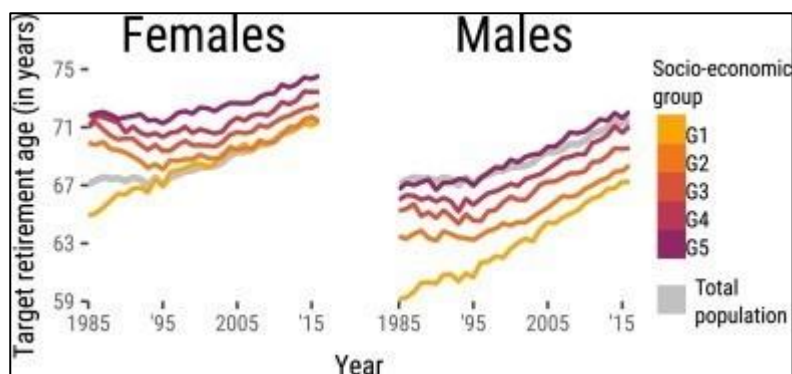


Σχήμα 4.5: Μελέτη ανά φύλο και κοινωνική ομάδα (Vaupel, 1986)

4.5.3 Διαφοροποίηση ηλικίας συνταξιοδότησης σε σχέση με τους υπόλοιπους παράγοντες

Το άρθρο αντιτείνει σε προηγούμενες έρευνες, οι οποίες υποστηρίζουν ότι, αν υπάρχει ανισότητα σε κοινωνικοοικονομικούς παράγοντες στη περίοδο της συνταξιοδότησης, τότε μπορούν να μειωθούν με τη διαφοροποίηση των ηλικιών συνταξιοδότησης, αρκεί να εξεταστεί το δημογραφικό προφίλ κάθε κοινωνικοοικονομικής ομάδας Sánchez-Romero et al. (2020). Από την άλλη πλευρά, το άρθρο μελετά την περίπτωση της Δανίας, καθώς η διαφοροποίηση γίνεται με βάση την ηλικία που έχει τεθεί ως στόχος για την συνταξιοδότηση, αφού οι ηλικίες συνταξιοδότησης υπολογίζονται, έτσι ώστε κάθε κοινωνικοοικονομική ομάδα να έχει μια περίοδο ανάμεσα της κατά 14.5 χρόνια.

Στα επόμενα γραφήματα διαπιστώνεται μια διαφορά τουλάχιστον στα 8 έτη μεταξύ της υψηλότερης κοινωνικοοικονομικής ομάδας για τις γυναίκες και της χαμηλότερης κοινωνικοοικονομικής ομάδας για τους άνδρες. Το άρθρο συνεχίζει με την πρόβλεψη, πως, εάν εφαρμοστεί μια τέτοια πολιτική, τότε μπορεί να δημιουργηθεί πιθανόν κάποιο νομικό ζήτημα και να μην μπορεί να εφαρμοστεί πλήρως. Ένα άλλο πρόβλημα είναι, πώς θα σταματήσει η δυνατότητα μετακίνησης ατόμων μεταξύ των κοινωνικοοικονομικών ομάδων, βασικό στοιχείο του υποδείγματος της εργασίας. Ένα άλλο πρόβλημα, που εντοπίζεται είναι, πως, εάν υπάρξουν διαφοροποιήσεις ως προς την ηλικία ανά κοινωνικοοικονομική ομάδα, τότε δημιουργείται μια επιπλέον μορφή διάκρισης. Το πρόβλημα είναι, ότι αν εφαρμοζόταν η παραπάνω ιδέα, θα μειωνόντουσαν οι ανισότητες σε κάθε ομάδα, καθώς καμία δεν θα είχε καλύτερη μεταχείριση από την άλλη, το βασικό εμπόδιο είναι στην άσκηση της πολιτικής.



Σχήμα 4. 6: Ηλικίες στόχοι-συνταξιοδότησης με εφαρμογή κοινωνικοοικονομικών παραγόντων (Alvarez et al., 2021)

Η βασική ερώτηση επανέρχεται στο τέλος αυτής της εργασίας και έχει να κάνει με τον τρόπο, κατά τον οποίο, τίθεται το ηλικιακό όριο της συνταξιοδότησης. Η μελέτη έδειξε δύο πράγματα:

- Είναι δυνατή η σύνδεση της ηλικίας, που θα έπρεπε να επιτρέπεται η συνταξιοδότηση με το συνολικό προσδόκιμο ζωής του πληθυσμού και μάλιστα μπορεί να βοηθήσει το συνταξιοδοτικό σύστημα να γίνει περισσότερο βιώσιμο, ωστόσο, στη καθημερινότητα μεταξύ των κοινωνικών ομάδων εισάγει ανισότητα.
- Βάσει του παραπάνω η ηλικία συνταξιοδότησης είναι ουσιαστικά ένας συμβιβασμός, που αφορά ένα σταθερό προσδόκιμο ζωής και μια χαμηλότερη ανισότητα στη διάρκεια ζωής του ατόμου.

Έχοντας αυτά τα δύο στοιχεία οι Alvarez et al. (2021) προτείνουν την ιδέα της σύνδεσης μιας πρόωρης συνταξιοδότησης με τον χρόνο που έχει απασχοληθεί το άτομο σε δουλειά, σε καθεστώς, ωστόσο, πλήρους απασχόλησης. Με αυτόν τον τρόπο μειώνεται και η ανισότητα. Αυτό θα ξεκινά από την στιγμή που το άτομο ξεκινά να εργάζεται, αλλά δεν θα παραβλέπει το σύστημα και τα χρόνια ανεργίας. Πιο ευνοημένα σε αυτήν την κατάσταση μπορούν να θεωρηθούν άτομα από χαμηλότερες κοινωνικοοικονομικές ομάδες, αφού είναι εκείνα που εργάζονται νωρίτερα σε σχέση με τα υψηλότερα στρώματα.

4.6 Βασικά συμπεράσματα του άρθρου

Το πρώτο και βασικό συμπέρασμα του άρθρου, αφορά την υιοθέτηση του σεναρίου του συνταξιοδοτικού συστήματος, εκείνου που α) είναι ικανό να αντισταθμίσει την ανοδική τάση, που ακολουθεί το προσδόκιμο ζωής, άρα μειώνει τα χρόνια στα οποία θα δίνεται η σύνταξη σε όρους γενικού πληθυσμού, β) μειώνει την πιθανότητα οι συντάξεις των οικονομικών προγραμμάτων, όχι μόνο της Δανίας αλλά και γενικότερα, να τίθενται στον φαύλο κύκλο της μακροζωίας από την στιγμή, που οι προβλέψεις δείχνουν, πως όποιο ηλικιακό όριο και να τεθεί, ένας συνταξιούχος έχει ίδιο προσδόκιμο ζωής και στα 65 του έτη αλλά και στα 72 του.

Από την άλλη πλευρά, όπως φάνηκε και από τα διαγράμματα, μια σύνδεση είναι δυνατή να αυξήσει την ανισότητα της διάρκειας ζωής, έπειτα από τη συνταξιοδότηση και ως αποτέλεσμα θα αυξηθεί και η ευαισθησία των προσόδων ζωής στις μεταβολές των ποσοστών θνησιμότητας.

Επίσης, μεγάλη ανισότητα στη διάρκεια ζωής σημαίνει, πως θα δαπανώνται επιπλέον χρήματα, λόγω της λανθασμένης επιλογής ηλικίας για συνταξιοδότηση, με αποτέλεσμα, να μην είναι σωστός και ο χρηματοοικονομικός σχεδιασμός του κάθε κράτους.

Από την πλευρά της ατομικής θέασης, συνήθως τα υψηλά επίπεδα ανισότητας της διάρκειας ζωής, που δημιουργεί το προτεινόμενο συνταξιοδοτικό σύστημα-στόχος, δημιουργούν μια θολωμένη αντίληψη σχετικά με το μέλλον. Βασικό αποτέλεσμα εδώ είναι να λαμβάνονται με επιπόλαιο τρόπο σημαντικές οικονομικές αποφάσεις. Μια άλλη παράμετρος, που τονίζουν οι συγγραφείς, είναι πως μια υψηλή ανισότητα σε ότι αφορά την διάρκεια ζωής είναι δυνατόν να κάνει λιγότερο δεκτικά τα άτομα να δηλώνουν συμμετοχή σε συστήματα που θέλουν εθελοντικές εισφορές σε συνταξιοδοτικά ταμεία όπως γίνεται σε διαφορετικές επιλογές του συνταξιοδοτικού συστήματος της Δανίας, βλέπε OECD (2015).

Ένα δεύτερο βασικό συμπέρασμα του άρθρου είναι, πως, όταν επιτυγχάνεται μακροζωία, τότε υπάρχει ένα σύνολο από κοινωνικοοικονομικές ανισότητες, που καταφέρνει να επικρατήσει, χωρίς να λαμβάνεται υπόψιν η ηλικία στην οποία κάποιο άτομο θα συνταξιοδοτηθεί. Τα αποτελέσματα των μετρήσεων, έδειξαν, πως άνδρες από τις χαμηλότερες κοινωνικοοικονομικές ομάδες βρίσκονται σε μειονεκτική θέση, καθώς δεν λαμβάνουν μεγάλο μέρος από την σύνταξη αν και έχουν καταβάλλει το συνταξιοδοτικό κόστος σε σχέση με τις ανώτερες κοινωνικοοικονομικές ομάδες. Οι ανισότητες αυτές μεγεθύνονται, όταν η ηλικία συνταξιοδότησης συνδέεται με την εξέλιξη του συνολικού προσδόκιμου ζωής.

Αυτό που προτείνει ο συγγραφέας είναι να υπάρξει δυνητική αναδιανομή εισοδήματος από τις υψηλότερες στις χαμηλότερες κοινωνικοοικονομικές ομάδες μέσω της φορολογίας, καθώς άτομα στις υψηλές κοινωνικοοικονομικές ομάδες, πληρώνουν υψηλότερους φόρους από υψηλότερο εισόδημα κατά τη διάρκεια του εργασιακού τους βίου και λαμβάνουν μικρότερη σύνταξη γήρατος κατά τη συνταξιοδότηση.

Από την άποψη των μαθηματικών μοντέλων, η εργασία χρησιμοποίησε δεδομένα περιόδου, για να υπολογίσει τις ηλικίες συνταξιοδότησης και για να μπορέσει να προβεί σε μια ποσοτικοποίηση στις κοινωνικοοικονομικές διαφορές στα διάφορα αποτελέσματα, που μπορεί να προσφέρουν, όπως είναι τα δημογραφικά. Επίσης, σημαντική είναι και η εντροπία, καθώς χρησιμοποιείται στην μέτρηση της ανισότητας κατά την διάρκεια της ζωής. Ο συγγραφέας

καταλήγει, πως οι υπολογισμοί που χρησιμοποιεί και ο τρόπος, βασίζονται σε μια σωστή επίπτωση του τρόπου με τον οποίο συνδέονται προσδόκιμο ζωής και ηλικία συνταξιοδότησης.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5: Συμπεράσματα

5.1 Εισαγωγή

Σκοπός αυτού του κεφαλαίου είναι να δοθούν τα βασικά συμπεράσματα από την ροή όλης της εργασίας τόσο σχετικά με την κάθε μελέτη που επιλέχθηκε όσο και σε σχέση με τον κοινό παρονομαστή από όλες τις μελέτες στο σύνολο τους.

5.2 Συμπεράσματα από τα άρθρα

Το προσδόκιμο ζωής είναι ένας κοινός τύπος για κάθε ένα από τα τρία άρθρα. Κάθε ένα από αυτά το μελετά σε σχέση με την θνησιμότητα του πληθυσμού και προσπαθεί να το επεκτείνει, ώστε να ευνοήσει το εξωτερικό περιβάλλον (ποιότητα ζωής, οικονομική πρόσοδος, ασφαλιστικά ταμεία-συντάξεις.)

Ξεκινώντας από το άρθρο των Haberman et al., που αποτελεί ένα άρθρο συνδυαστικό κρίκο αναμεσα στα άλλα δύο, θα μπορούσε να οριστεί, ως το άρθρο, που εμβαθύνει περισσότερο στα οικονομικά μοντέλα και κυρίως ασχολείται με το μέγεθος και την μεταβλητή της εντροπίας και την σχέση που έχει με το προσδόκιμο της ζωής και την θνησιμότητα του πληθυσμού.

Η συγκεκριμένη μελέτη υπολογίζει την εντροπία, δηλαδή την αναταραχή στις τιμές που δίνονται υπό διαφορετικές παραδοχές θνησιμότητας και επιτοκίων. Επίσης, για να καλύψει όσο το δυνατόν περισσότερες περιπτώσεις, μπορεί να εκτείνεται σε ένα μεγάλο ηλικιακό φάσμα, που ξεκινά από τα πρώτα έτη της ζωής ενός ανθρώπου και φθάνει τα 70 χρόνια. Η βασική παρατήρηση ήταν, πως, όταν λαμβάνεται υπόψιν και η τιμή του επιτοκίου, που εκφράζει τον κίνδυνο από την μακροζωία του ατόμου στην οικονομία, δίνει υψηλές τιμές εντροπίας, άρα κινδυνεύει η παρούσα αξία των πληρωμών. Έτσι, επιτυγχάνεται και μια πρώτη προειδοποίηση για τον κίνδυνο της μακροζωίας στο χαρτοφυλάκιο, που ασχολείται με αυτά τα θέματα και ειδικά σε περιβάλλον που κυριαρχείται από χαμηλά επιτόκια.

Ωστόσο, αν τεθεί και ο παράγοντας της θνησιμότητας η κατάσταση αλλάζει, καθώς υπάρχει μια αρκετά σημαντική επίδραση των μεταβολών της θνησιμότητας στην αξία της ζωής της προσόδου, που είναι λιγότερο σημαντική. Όταν υπάρχει υψηλό ή χαμηλό επίπεδο θνησιμότητας, υπάρχουν και λιγότερες πιθανότητες, να ασκηθεί σημαντική επίδραση στο κόστος της προσόδου. Όσο και αν τα θεωρητικά πλαίσια βελτιώσουν τα επίπεδα θνησιμότητας,

υπάρχει ένα σημείο, όπου δεν θα υπάρξει κάτι καλύτερο και δεν επηρεάζεται πλέον το προεξοφλημένο κόστος των παροχών επιβίωσης.

Κάθε άρθρο έχει και τα μειονεκτήματά του. Στο συγκεκριμένο, το βασικό πρόβλημα είναι, πως όλες αυτές βασίζονται στο τρόπο με τον οποίο χρησιμοποιήθηκε το μέτρο της εντροπίας, για να μετρήσει την επίδραση της αλλαγής στα επίπεδα θνησιμότητας σε όρους κόστους για μια ισόβια πρόσοδο. Αν σχεδιαστεί γραφικά το μοντέλο που ακολουθείται και η εντροπία λαμβάνει τιμές, που τείνουν στο μηδέν, τότε η συνάρτηση επιβίωσης αποκτά ορθογώνιο σχήμα. Αυτομάτως, αυτή η ένδειξη δείχνει, πως μια επέκταση σε αυτό το σημείο θα προκαλέσει μεγάλο πρόβλημα στο κόστος της προσόδου για την ζωή του πληθυσμού, ωστόσο, είναι αδύνατον η εντροπία να καταγράψει αυτήν την μεταβολή.

Στο άρθρο του Vaupel (1986), η κύρια γραμμή είναι, πώς γίνεται η μεγαλύτερη αποφυγή ετών από την θνησιμότητα. Επειδή τείνει συνήθως στην αποφυγή του 60% άνω των ηλικιών των 65 χρονών, η εργασία τονίζει πολλές φορές, πως δεν απευθύνεται μόνο στον ηλικιωμένο πληθυσμό. Ωστόσο, δίνει μεγάλες πιθανότητες σε μετρήσεις, που έκανε σε Σουηδούς πολίτες, πως η μακροζωία επιτυγχάνεται έπειτα από συγκεκριμένο ηλικιακό όριο στο συγκεκριμένο δείγμα.

Το συγκεκριμένο άρθρο θέτει και την διάσταση της ποιότητας ζωής σε προχωρημένο ηλικιακό πλαίσιο, που φαίνεται να είναι και χαμηλότερη, αν συγκριθεί με τις νεότερες. Το βασικό συμπέρασμα του συγγραφέα είναι, πως οι περισσότεροι θάνατοι-απώλειες προκαλούνται από θανάτους, πριν το άτομο συμπληρώσει τα 65 έτη. Σε αυτό στηρίχθηκε για να χρησιμοποιήσει τις ράντες ζωής και να αντιληφθεί, πως είναι πιο εύκολο να γίνει μια αποφυγή των θανάτων σε ηλικίες, που δεν έχουν συμπληρώσει τα 65 έτη ζωής.

Στη μελέτη τίθενται περισσότερο θεωρητικά ερωτήματα, που απορρέουν από την πρακτική εξάσκηση του συγγραφέα. Το μαθηματικό μοντέλο δίνει το στοιχείο για την μέγιστη ηλικία, ωστόσο, καλεί την κοινότητα να βρει μια πολιτική για τον τομέα της υγείας, για να καταπολεμηθεί η σμίκρυνση του προσδόκιμου ζωής. Η απόρροια του βέλτιστου ηλικιακού ορίου παραμένει.

Περιορισμό αποτελεί το γεγονός, πως τα ποσοστά δημιουργήθηκαν με βάση τον πίνακα ζωής και δεν μπορούν να ακολουθήσουν την πραγματική κατανομή του πληθυσμού κατά ηλικία, αλλά και την ίδια στιγμή σε κάθε πληθυσμό είναι φυσικό να υπάρχουν περισσότεροι νέοι από εκείνους, που παρουσιάζονται στο πίνακα ζωής. Πρόκειται για μια αντισυμβατική κατάσταση.

Στο τρίτο άρθρο, γίνεται σύνδεση προσδόκιμου ζωής και αντίκτυπου στο συνταξιοδοτικό σύστημα. Ταιριάζει περισσότερο με το άρθρο του Vaupel, αν και δέχεται επιδράσεις και από τους Haberman et al., λόγω της χρήσης της εντροπίας. Θέτει θεωρητικά ερωτήματα για την βέλτιστη ηλικία συνταξιοδότησης και προτείνει ένα διαφορετικό μοντέλο. Λαμβάνοντας, ως παράδειγμα, το ιδιαίτερο ασφαλιστικό σύστημα της Δανίας, προτείνει, πως δεν υπάρχει καθορισμένη ηλικία συνταξιοδότησης, καθώς υπολογίζει πάντοτε ένα συγκεκριμένο ποσοστό, χρόνο σε έτη επιβίωσης, έπειτα από την ηλικία των 65. Προσπαθεί να μειώσει τον κίνδυνο της μακροζωίας στα ασφαλιστικά ταμεία.

Ωστόσο, αντιμετωπίζει το πρόβλημα, που πηγάζει από την εντροπία με την μεγάλη ανισότητα στη διάρκεια ζωής, η οποία συνοδεύεται από δαπάνη επιπλέον χρημάτων, λόγω της λανθασμένης επιλογής ηλικίας για συνταξιοδότηση, με αποτέλεσμα να μην είναι σωστός και ο χρηματοοικονομικός σχεδιασμός του κάθε κράτους.

Το ίδιο το άρθρο επισημαίνει, πως αν επιτευχθεί μακροζωία, τότε δημιουργείται ένα άλλο σύνολο από κοινωνικοοικονομικές ανισότητες, που θα μπορέσει να επικρατήσει, αν δεν ληφθεί υπόψιν ο παράγοντας της ηλικίας και υπάρχει συνταξιοδότηση χωρίς περαιτέρω μελέτη. Λόγω των παραγόντων αυτών, άνδρες από τις χαμηλότερες κοινωνικοοικονομικές ομάδες, βρίσκονται σε χαμηλότερες θέσεις, όσον αφορά επιπλέον έτη επιβίωσης σε σύγκριση πάντα με τις γυναίκες ανώτερων στρωμάτων. Οι ανισότητες αυτές μεγεθύνονται, όταν η ηλικία συνταξιοδότησης, συνδέεται με την εξέλιξη του συνολικού προσδόκιμου ζωής.

Στη μαθηματική πλευρά του θέματος χρησιμοποιήθηκαν δεδομένα περιόδου, για να βρεθούν οι βέλτιστες ηλικίες συνταξιοδότησης και να δημιουργηθούν τα γραφήματα.

5.3 Συζήτηση

Το προσδόκιμο ζωής αντιμετωπίζεται στη βιβλιογραφία με διαφορετικό τρόπο, καθώς συνδέεται με διαφορετικές συνθήκες, μπορεί να αφορά την ποιότητα ζωής, την οικονομική επίπτωση στο γενικό περιβάλλον, αλλά και στα ασφαλιστικά ταμεία. Τα τρία άρθρα, έχουν ως κοινό τους παράγοντα, το μέτρο της εντροπίας και την χρήση ράντας ζωής, ενώ βασίζονται και στους πίνακες ζωής. Ωστόσο, οποιαδήποτε πρόβλεψη, φαίνεται, πως δεν μπορεί να γίνει με πλήρη ασφάλεια, καθώς τα μεγέθη που μελετώνται είναι κάθε φορά συγκεκριμένα.

Από την διαδοχική τους μελέτη, φαίνεται, πως αντλούνται στοιχεία από τα πρώτα προς τα τελευταία. Βασικός πυλώνας είναι οι προσπάθειες εντοπισμού εκείνης της βέλτιστης ηλικίας στη ζωή του ατόμου, που αυξάνεται το προσδόκιμο της ζωής, και αν γίνει μια σύγκριση και των τριών, θα μπορούσε να ενταχθεί στο διάστημα των 65-75 ετών. Πάντοτε υπάρχουν οι περιορισμοί, οι οποίοι μπορεί να αφορούν γενικεύσεις των περιπτώσεων, υπολογισμούς που δεν ταυτίζονται με την πραγματικότητα κλπ.. Σε κάθε περίπτωση, ενδιαφέρον θα είχε σε μελλοντικές έρευνες και με βάση τα μέχρι τώρα οικονομικά μαθηματικά μοντέλα και τα συμπεράσματα, να δημιουργηθεί μια εργασία, που να προσπαθεί να εντοπίσει την βέλτιστη ηλικία, από την οποία, θα δίνεται η αφετηρία για την επέκταση του προσδόκιμου ζωής.

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑΤΑ

Π1 Κώδικες που χρησιμοποιήθηκαν στο πρόγραμμα R

Κεφάλαιο 2^ο :

Για πίνακα 2.1

```
age <- c(5,10,15,20,25,30,35,40,45,50,55,60,65,70,75,80,85,90,95,100)
y1<-
c(0.00853,0.00085,0.00060,0.00226,0.00289,0.00344,0.00341,0.00434,0.0053
0,0.00736,0.00942,0.01258,0.01555,0.01788,0.01869,0.01719,0.01282,0.0067
5,0.00231,0.00055)
y2<-
c(0.00763,0.00068,0.00060,0.00079,0.00120,0.00140,0.00172,0.00243,0.0031
3,0.00447,0.00591,0.00779,0.00936,0.01202,0.01464,0.01679,0.01650,0.0120
1,0.0545,0.00142)
plot(age, y2, type="o", col="black", pch="o", ylab="y", lty=1)
points(years, y1, col="gray", pch="*")
lines(years, y1, col="gray",lty=2)
legend(20,0.04,legend=c("Women Entropy", "Men Entropy"),col=c("black","gray"),pch=c("o","*"),lty=c(1,2,3,4,5), ncol=1)
```

Για πίνακα 2.2

```
years <- c(1800,1820,1840,1860,1880,1900,1920,1940,1960,1980)
y1 <- c(0.712,0.663,0.573,0.538,0.509,0.403,0.318,0.211,0.142,0.126)
y2 <- c(0.567,0.507,0.471,0.461,0.431,0.366,0.272,0.198,0.116,0.058)
y3 <- c(0.066,0.075,0.092,0.119,0.136,0.152,0.199,0.324,0.530,0.613)
plot(years, y1, type="o", col="blue", pch="o", ylab="y", lty=1)
points(years, y2, col="red", pch="*")
lines(years, y2, col="red",lty=2)
points(years, y3, col="purple",pch="+")
lines(years, y3, col="purple", lty=3)
legend(1900,0.7,legend=c("H", "below age 5", "above age 65"),col=c("blue","red","purple"),pch=c("o","*","+","."),lty=c(1,2,3,4,5), ncol=1)
```

Για πίνακα 2.3

```
years <- c(1800,1820,1840,1860,1880,1900,1920,1940,1960,1980)
y1 <- c(0.772,0.722,0.636,0.587,0.545,0.432,0.346,0.238,0.167,0.157)
```

```

y2 <- c(0.584,0.534,0.490,4.482,0.458,0.398,0.305,0.233,0.130,0.060)
y3 <- c(0.050,0.056,0.065,0.096,0.116,0.130,0.172,0.273,0.428,0.476)
plot(years, y1, type="o", col="blue", pch="o", ylab="y", lty=1)
points(years, y2, col="red", pch="*")
lines(years, y2, col="red",lty=2)
points(years, y3, col="black",pch="+")
lines(years, y3, col="black", lty=3)
legend(1900,0.7,legend=c("H", "below age 5", "above age
65"),col=c("blue","red","black"),pch=c("o","*","+", "."),lty=c(1,2,3,4,5),
ncol=1)

```

Κεφάλαιο 3^ο :

Για πίνακα 3.1

```

years <- c(1851,1871,1891,1911,1931,1951,1971,1991)
y1 <- c(0.64237,0.60370,0.54386,0.41575,0.29546,0.18431,0.15825,0.13763)
y2 <- c(0.50796,0.47632,0.42841,0.31363,0.20531,0.10951,0.08513,0.06536)
y3 <- c(0.42498,0.39873,0.35996,0.25583,0.15584,0.07200,0.05013,0.02948)
y4 <- c(0.37429,0.35206,0.32021,0.22418,0.13011,0.05497,0.03527,0.01630)
y5 <- c(0.34171,0.32248,0.29591,0.20592,0.11620,0.04722,0.02906,0.01124)
plot(years, y1, type="o", col="blue", pch="o", ylab="y", lty=1)
points(years, y2, col="red", pch="*")
lines(years, y2, col="red",lty=2)
points(years, y3, col="dark red",pch="+")
lines(years, y3, col="dark red", lty=3)
points(years, y4, col="black",pch=".")
lines(years, y4, col="black", lty=4)
points(years, y5, col="green",pch="^")
lines(years, y5, col="green", lty=5)
legend(1950,0.64237,legend=c("0%", "2%", "4%", "6%", "8%"),col=c("blue","re
d", "dark red", "black", "green"),pch=c("o","*","+", ".","^"),lty=c(1,2,3,4,5),
ncol=1)

```

Για πίνακα 3.2

```

years <- c(1851,1871,1891,1911,1931,1951,1971,1991)
y1 <- c(0.68864,0.66110,0.60601,0.46447,0.33543,0.21369,0.18524,0.15576)
y2 <- c(0.55498,0.53117,0.48756,0.35892,0.24201,0.13309,0.10556,0.07926)
y3 <- c(0.47204,0.45144,0.41643,0.29805,0.18957,0.09115,0.06552,0.04213)
y4 <- c(0.42093,0.40293,0.37442,0.26396,0.16149,0.07111,0.04725,0.02602)
y5 <- c(0.38774,0.37184,0.34832,0.24392,0.14593,0.06152,0.03900,0.01916)
plot(years, y1, type="o", col="blue", pch="o", ylab="y", lty=1)
points(years, y2, col="red", pch="*")
lines(years, y2, col="red",lty=2)
points(years, y3, col="dark red",pch="+")
lines(years, y3, col="dark red", lty=3)

```



```

points(years, y4, col="black",pch=".")
lines(years, y4, col="black", lty=4)
points(years, y5, col="green",pch="^")
lines(years, y5, col="green", lty=5)
legend(1950,0.64237,legend=c("0%","2%","4%","6%","8%"),
col=c("blue","red","dark
red","black","green"),pch=c("o","*","+",".","^"),lty=c(1,2,3,4,5), ncol=1)

```

Για πίνακα 3.3

```

years <- c(1851,1871,1891,1911,1931,1951,1971,1991)
y1 <- c(0.54042,0.54043,0.53708,0.50177,0.45649,0.41319,0.39191,0.37663)
y2 <- c(0.46310,0.46365,0.46164,0.42583,0.38500,0.34367,0.32088,0.30309)
y3 <- c(0.39999,0.40088,0.39980,0.36423,0.32696,0.28772,0.26432,0.24542)
y4 <- c(0.34843,0.34951,0.34906,0.31425,0.27992,0.24280,0.21954,0.20056)
y5 <- c(0.30618,0.30735,0.30732,0.27361,0.24176,0.20675,0.18415,0.16575)
plot(years, y1, type="o", col="blue", pch="o", ylab="y", lty=1)
points(years, y2, col="yellow",pch="*")
lines(years, y2, col="yellow", lty=3)
points(years, y3, col="dark red",pch="+")
lines(years, y3, col="dark red", lty=3)
points(years, y4, col="black",pch=".")
lines(years, y4, col="black", lty=4)
points(years, y5, col="green",pch="^")
lines(years, y5, col="green", lty=5)
legend(1950,0.54043,legend=c("0%","2%","4%","6%","8%"),
col=c("blue","red","dark
red","black","green"),pch=c("o","*","+",".","^"),lty=c(1,2,3,4,5), ncol=1)

```

Για πίνακα 3.4

```

years <- c(1851,1871,1891,1911,1931,1951,1971,1991)
y1 <- c(0.55978,0.56717,0.56787,0.54445,0.50284,0.49838,0.50313,0.44971)
y2 <- c(0.48323,0.49114,0.49358,0.46890,0.43135,0.42714,0.42641,0.37382)
y3 <- c(0.42038,0.42851,0.43209,0.40696,0.37259,0.36854,0.36414,0.31298)
y4 <- c(0.36871,0.37686,0.38113,0.35610,0.32428,0.32038,0.31361,0.26434)
y5 <- c(0.32608,0.33412,0.33877,0.31420,0.28448,0.28074,0.27250,0.22543)
plot(years, y1, type="o", col="blue", pch="o", ylab="y", lty=1)
points(years, y2, col="red", pch="*")
lines(years, y2, col="red",lty=2)
points(years, y3, col="dark red",pch="+")
lines(years, y3, col="dark red", lty=3)
points(years, y4, col="black",pch=".")
lines(years, y4, col="black", lty=4)
points(years, y5, col="green",pch="^")
lines(years, y5, col="green", lty=5)

```

```
legend(1950,0.64237,legend=c("0%","2%","4%","6%","8%"),col=c("blue","red",  
"dark red","black","green"),pch=c("o","*","+",".","^"),lty=c(1,2,3,4,5),  
ncol=1)
```

Βιβλιογραφία

Ξένη βιβλιογραφία

- Alvarez, J-A., Kallestrup-Lamb, M., & Kjærgaard, S. (2021). Linking retirement age to life expectancy does not lessen the demographic implications of unequal lifespans. *Insurance: Mathematics and Economics*, 99, pp. 363-375.
- Arriaga, E. (1984). Measuring and explaining the change in life. *Demography*, 21 pp. 84-87.
- Beltrán-Sánchez, H., Soneji, S., & Crimmins, E. (2015). Past, present, and future of healthy life expectancy. *Cold Spring Harb Perspect Med*, 5.
- Beltrán-Sánchez, H., & Subramanian, S. (2019). Period and cohort-specific trends in life expectancy at different ages: Analysis of survival in high-income countries. *SSM Popul Health*, 8.
- Broffit, J. (1984). Maximum likelihood alternatives to actuarial estimators of mortality rates. *Transactions of the Society of Actuaries*, 36, pp. 77-142.
- Bingley, P., Datta Gupya, N., Kallestrup-Lamb, M., Pedersen, P. (2020). The role of social security reforms in explaining changing retirement behavior in Denmark 1980-2016. In *ESocial Security and Retirement Around the World*. National Bureau of Economic Research, 10.
- Cairns, A., Kallestrup-Lamb, M., Rosenskjold, D., & Blake, K. (2019). Modelling socio-economic differences in mortality using a new affluence index. *ASTIN Bulletin: The Journal of the IAA*, 45, pp. 1-36.
- CMI (2009), Working Paper 38: A Prototype mortality projections model: Part 1- an outline of the proposed approach. The Institute of Actuaries and Faculty of Actuaries.
- Drain, M., & Clark, A. (2004). Measuring Experience from the Patient's Perspective: Implications for National Initiatives. *JHQ Online*, 26.
- Galvani-Townsend, S. (2022). Is life expectancy higher in countries and territories with publicly funded health care? Global analysis of health care access and the social determinants of health. *J Glob Health*.
- Glotzer, O., Fabian, T., Chandra, A., & Bakhos, C. (2013). Non-small cell lung cancer therapy: Safety and efficacy in the elderly. *Drug, Healthcare and Patient Safet*, 5, pp. 113-21.
- Haberman, S., Marwa, K.-A., & Verrall, R. (2011). Insurance: Mathematics and Economics. *Entropy, longevity and the cost of annuities*, 48, pp. 197-204.
- Keyfitz, N. (1985). *Applied Mathematical Demography*. New York: Springer, 2nd Edition.
- MacKay, D. (2003). *Information Theory, Inference and Learning Algorithms*. Cambridge University Press.
- OECD. (2015). *Ageing and Employment Policies: Denmark 2015*. Paris : OECD Publishing.

- Pollard, J. (1988). On the decomposition of changes in expectation of life and differentials in life expectancy. *Demography*, 25, pp. 265-267.
- Pressat, R. (1985). Contribution des Écarts de Mortalité par Âge à la Différence des Vies Moyennes. *Population*, 40, pp. 765–770.
- Sánchez-Romero, M., Lee, R.D., & Prskawetz, A. (2020). Redistributive effects of different pension systems when longevity varies by socioeconomic status. *The Journal of the Economics of Ageing*, 17.
- Vaupel, J. (1986). How Change in Age-specific Mortality Affects Life. *Population Studies*, 40, pp. 147-157.
- Weiberg, N. (2001). Using performance measures identify plans of action to improve. *Commission Journal on Quality Improvement*, 27, pp. 683-685.
- WHO. (2022). *THE GLOBAL HEALTH OBSERVATORY*. Retrieved from WHO: <https://www.who.int/data/gho/data/indicators>
- Wrycz, T., & Baudisch, A. (2012). How life expectancy varies with perturbations in age-specific. *Demographic Research*, 27, pp. 366-181.
- Bingley, P., Datta, P., Kallestrup-Lamb, M., & Pedersen, P. (2020). The role of social security reforms in explaining changing retirement behavior in Denmark 1980-2016. *ESocial Security and Retirement Around the World, National Bureau of Economic Research*, 10.

Ελληνική Βιβλιογραφία

- Βανάκα, Γ. (2020). *Η Παροχή υπηρεσιών υγείας στην Πρωτοβάθμια Φροντίδα Υγείας. Ηθικές και δεοντολογικές διαστάσεις της πολιτικής για την υγεία και η σημασία και τα οφέλη της ποιότητας στις υπηρεσίες υγείας με βάση τη χρήση νέων πληροφορικών συστημάτων*. Πάτρα: ΕΑΠ.
- Στενός, Κ. (2016). *Μελέτη συναρτήσεων επιβίωσης και θανάτου κάτω από μια οικογένεια γενικευμένων υποθέσεων*. Πανεπιστήμιο Πειραιώς: ΠΜΣ Αναλογιστική Επιστήμη & Διαχείριση Κινδύνων.



