



Πανεπιστήμιο Πειραιώς
Τμήμα Οργάνωσης και Διοίκησης Επιχειρήσεων
Πρόγραμμα Μεταπτυχιακών Σπουδών στη Διοίκηση
Επιχειρήσεων για Στελέχη (Executive MBA)

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

ΠΡΟΒΛΕΨΗ ΤΩΝ ΓΕΝΝΗΣΕΩΝ/ ΘΑΝΑΤΩΝ
ΣΤΗΝ ΕΛΛΑΔΑ ΚΑΙ ΟΙ ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΕΣ ΕΠΙΠΤΩΣΕΙΣ ΤΗΣ
ΜΕΤΑΒΟΛΗΣ ΤΟΥ ΠΛΗΘΥΣΜΟΥ

Γκικόπουλος Αθανασίου Γεώργιος

Επιτροπή:
Μαραβελάκης Π. - Καθηγητής (Επιβλέπων)
Σφακιανάκης Μ. – Καθηγητής
Παπαναστασόπουλος Γ. – Αναπληρωτής Καθηγητής

Πειραιάς, 2022

Παράρτημα Β: Βεβαίωση Εκπόνησης Διπλωματικής Εργασίας



**ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΙΡΑΙΩΣ
ΣΧΟΛΗ ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΩΝ ΕΠΙΧΕΙΡΗΜΑΤΙΚΩΝ ΚΑΙ ΔΙΕΘΝΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ
ΤΜΗΜΑ ΟΡΓΑΝΩΣΗΣ ΚΑΙ ΔΙΟΙΚΗΣΗΣ ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΕΩΝ
ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ
ΣΤΗ ΔΙΟΙΚΗΣΗ ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΕΩΝ ΓΙΑ ΣΤΕΛΕΧΗ**

ΒΕΒΑΙΩΣΗ ΕΚΠΟΝΗΣΗΣ ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗΣ ΕΡΓΑΣΙΑΣ

(περιλαμβάνεται ως ξεχωριστή (δεύτερη) σελίδα στο σώμα της διπλωματικής εργασίας)

«Δηλώνω υπεύθυνα ότι η διπλωματική εργασία για τη λήψη του μεταπτυχιακού τίτλου σπουδών, του Πανεπιστημίου Πειραιώς, στη Διοίκηση Επιχειρήσεων για Στελέχη : E-MBA» με τίτλο

Πρόβλεψη των γεννήσεων/ θανάτων στην Ελλάδα και οι οικονομικές επιπτώσεις της μεταβολής του πληθυσμού

έχει συγγραφεί από εμένα αποκλειστικά και στο σύνολό της. Δεν έχει υποβληθεί ούτε έχει εγκριθεί στο πλαίσιο κάποιου άλλου μεταπτυχιακού προγράμματος ή προπτυχιακού τίτλου σπουδών, στην Ελλάδα ή στο εξωτερικό, ούτε είναι εργασία ή τμήμα εργασίας ακαδημαϊκού ή επαγγελματικού χαρακτήρα.

Δηλώνω επίσης υπεύθυνα ότι οι πηγές στις οποίες ανέτρεξα για την εκπόνηση της συγκεκριμένης εργασίας, αναφέρονται στο σύνολό τους, κάνοντας πλήρη αναφορά στους συγγραφείς, τον εκδοτικό οίκο ή το περιοδικό, συμπεριλαμβανομένων και των πηγών που ενδεχομένως χρησιμοποιήθηκαν από το διαδίκτυο. Παράβαση της ανωτέρω ακαδημαϊκής μου ευθύνης αποτελεί ουσιώδη λόγο για την ανάκληση του πτυχίου μου».

Υπογραφή Μεταπτυχιακού Φοιτητή/ τριας

Ονοματεπώνυμο Γκικόπουλος Γεώργιος

Ημερομηνία 23/01/2023

Αφιέρωσεις

Στη Ζωή και στη Θάνα

Πρόβλεψη των γεννήσεων / θανάτων στην Ελλάδα και οι οικονομικές επιπτώσεις της μεταβολής του πληθυσμού

Σημαντικοί όροι (λέξεις κλειδιά):

Δημογραφία, Δημογραφικό πρόβλημα, Μεταβολή πληθυσμού, Δείκτης γονιμότητας, Προβλέψεις, Χρονοσειρά, Κινούμενος μέσος όρος, Εκθετική εξομάλυνση, Γραμμική Παλινδρόμηση, ARIMA, Οικονομικές Επιπτώσεις.

Περίληψη

Στην παρούσα διπλωματική εργασία παρουσιάζονται και εφαρμόζονται ένα πλήθος διαφορετικών μεθόδων πρόβλεψης των γεννήσεων και των θανάτων του συνολικού πληθυσμού της Ελλάδας. Η εφαρμογή των μεθόδων αυτών λαμβάνει χώρα την περίοδο από το 1956 έως και 2020. Τα δεδομένα έγιναν διαθέσιμα μέσω της έρευνας της φυσικής κίνησης του πληθυσμού της Ελληνικής Στατιστικής Αρχής. Η Ελληνική στατιστική αρχή από το Μάιο του 2013 έχει πρόσβαση στο σύστημα «Αριάδνη» (το «Αριάδνη είναι το σύστημα καταγραφής των δημογραφικών εξελίξεων-συμβάντων) του Υπουργείου Εσωτερικών. Η έρευνα που παρουσιάζεται είναι απογραφική και περιλαμβάνει τον συνολικό αριθμό των γεννήσεων και των θανάτων του πληθυσμού που διέμενε στην χώρα μας (Ελλάδα). Οι θάνατοι των μεταναστών ή των προσφύγων που πραγματοποιούνται κατά την προσπάθεια προσέγγισής τους στα Ελληνικά νησιά από τις τούρκικες ακτές (πνιγμοί) δεν συμπεριλαμβάνονται στα δεδομένα της έρευνας. Αρχικά γίνεται μια αναφορά του δημογραφικού προβλήματος και στη συνέχεια παρουσιάζεται το θεωρητικό υπόβαθρο των επιμέρους μεθόδων πρόβλεψης που θα χρησιμοποιηθούν. Τέλος, γίνεται εφαρμογή των μεθόδων με στόχο την πρόβλεψη των γεννήσεων και των θανάτων στην Ελλάδα, αναλύονται οι οικονομικές επιπτώσεις της μεταβολής του πληθυσμού και παρατίθενται τα σχετικά συμπεράσματα.

Abstract

In this thesis are presented and applied an amount of different methods of predicting the births and deaths of the total population of Greece. The application of these methods takes place in the period from 1956 to 2020. The data became available through the research of the physical movement of the population of the Hellenic Statistical Authority. The Greek statistical authority since May 2013 has access to the "Ariadne" system ("Ariadne" is the electronic system for registering demographic events) of the Ministry of Interior. The research is an inventory and includes all the births and deaths of the population living in Greece. Deaths of migrants or refugees that occur during the attempt to approach Greek islands from Turkish coast (drowning) are not included in the research data. First, is made a report of the demographic problem and then is presented the theoretical background of the individual forecasting methods that will be used. Furthermore, are applied and present the methods aimed at predicting births and deaths in Greece and in conclusion are analyzed the economic effects of population change and the relevant conclusions.

Ευχαριστίες

Θα ήθελα να ευχαριστήσω θερμά τον επιβλέποντα καθηγητή μου κο. Μαραβελάκη Πέτρο για την ουσιαστική συμβολή του στην εκπόνηση της Μεταπτυχιακής Διπλωματικής Εργασίας μου, για την καθοδήγηση, για το χρόνο που αφιέρωσε και για την άφογη συνεργασία που είχαμε για την διεκπεραίωση της. Επίσης θα ήθελα να ευχαριστήσω την σύζυγο μου Ζωή για την κατανόηση και υποστήριξη που μου παρείχε καθ' όλη τη διάρκεια των μεταπτυχιακών μου σπουδών.

Περιεχόμενα

Περίληψη	iv
Abstract	iv
Ευχαριστίες	v
Κατάλογος Πινάκων	viii
Κατάλογος Διαγραμμάτων	ix
Κατάσταση Ακρωνυμίων	x
Κεφάλαιο 1: Εισαγωγή	1
1.1 Δημογραφία	1
1.2 Δημογραφικό πρόβλημα	1
1.3 Η μεταβολή του πληθυσμού	2
1.4 Υπογεννητικότητα – Αίτια	3
1.5 Δείκτης γονιμότητας	4
1.6 Βιβλιογραφία πρώτου κεφαλαίου	5
Κεφάλαιο 2: Προβλέψεις	6
2.1 Γιατί προβλέπουμε	6
2.2 Μέθοδοι Προβλέψεων	7
2.2.1 Χρονοσειρές	7
2.2.2 Μέθοδος Κινούμενων Μέσων Όρων	7
2.2.3 Μέθοδος Απλής Εκθετικής Εξομάλυνσης	9
2.2.4 Μέθοδος Γραμμικής Παλινδρόμησης	10
2.2.5 Μέθοδος ARIMA	12
2.3 Βιβλιογραφία δευτέρου κεφαλαίου	15
Κεφάλαιο 3: Προβλέψεις Γεννήσεων – Θανάτων	17
3.1 Χρονοσειρές – Συσχέτιση	17
3.2 Πρόβλεψη Γεννήσεων – θανάτων με τη Μέθοδος Κινούμενων Μέσων Όρων	20
3.3 Πρόβλεψη Γεννήσεων – Θανάτων με την Μέθοδο Εκθετικής Εξομάλυνσης	22
3.4 Πρόβλεψη Γεννήσεων – Θανάτων με την Μέθοδο Γραμμικής Παλινδρόμησης	24
3.5 Πρόβλεψη Γεννήσεων – Θανάτων με την Μέθοδο ARIMA	30
3.5.1 Πρόβλεψη γεννήσεων με την Μέθοδο ARIMA	30
3.5.2 Πρόβλεψη θανάτων με την Μέθοδο ARIMA	36
3.6 Σύγκριση Αποτελεσμάτων Πρόβλεψης	41
Κεφάλαιο 4: Οικονομικές Επιπτώσεις	42
4.1 Οικονομικές επιπτώσεις της μεταβολής του πληθυσμού	42

Από το 2011 έως το 2015 ο πληθυσμός της Ελλάδας μειώθηκε από 11,2 σε 10,8 εκατομμύρια και	42
4.2 Βιβλιογραφία τέταρτου κεφαλαίου	46
Κεφάλαιο 5: Συμπεράσματα.....	48
5.1 Συμπεράσματα των οικονομικών επιπτώσεων της μεταβολής του πληθυσμού.....	48
5.2 Βιβλιογραφία πέμπτου κεφαλαίου	49
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ 1	50
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ 2	52
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ 3	54
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ 4	56
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ 5	58
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ 6	59
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ 7	67
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ 8	69
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ 9	71
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ 10	73
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ 11	74
Βιβλιογραφία	82

Κατάλογος Πινάκων

Πίνακας 1 - Αριθμός γεννήσεων και θανάτων για το 2020 και πρόβλεψη τους για το 2021 με τη μέθοδο κινούμενων μέσων όρων.....	22
Πίνακας 2 - Αριθμός γεννήσεων και θανάτων για το 2020 και πρόβλεψη τους για το 2021 με τη μέθοδο της εκθετικής εξομάλυνσης.....	24
Πίνακας 3 - Συντελεστής συσχέτισης γεννήσεις – πληθυσμός από το 1956 έως και το 2020 (correlation)	25
Πίνακας 4 - Συντελεστής συσχέτισης θάνατοι – πληθυσμός από το 1956 έως και το 2020 (correlation)	26
Πίνακας 5 - Συντελεστές Γεννήσεις – πληθυσμός.....	27
Πίνακας 6 - P-values Γεννήσεις – πληθυσμός	27
Πίνακας 7 - Significance F Γεννήσεις – πληθυσμός.....	27
Πίνακας 8 - Regression Statistics Γεννήσεις – πληθυσμός.....	27
Πίνακας 9 - Αποτελέσματα Γεννήσεων (Μέθοδος Γραμμική παλινδρόμηση)	28
Πίνακας 10 - Διάστημα πρόβλεψης Γεννήσεων για το 2020	28
Πίνακας 11 - Συντελεστές Θάνατοι – πληθυσμός.....	29
Πίνακας 12 - P-values θάνατοι – πληθυσμός.....	29
Πίνακας 13 - Significance F Θάνατοι – πληθυσμός	29
Πίνακας 14 - Regression Statistics Θάνατοι – πληθυσμός.....	29
Πίνακας 15 - Αποτελέσματα θανάτων (Μέθοδος Γραμμική παλινδρόμηση).....	30
Πίνακας 16 - Διάστημα πρόβλεψης θανάτων για το 2020	30
Πίνακας 17 - Σύγκριση μοντέλων.....	33
Πίνακας 18 - Έλεγχος υπολοίπων	34
Πίνακας 19 - Έλεγχος παραμέτρων μοντέλου ARIMA(1,0,2) με Base10 log.....	34
Πίνακας 20 - Πρόβλεψη Γεννήσεων	34
Πίνακας 21 - Σύγκριση μοντέλων.....	38
Πίνακας 22 - Έλεγχος υπολοίπων	39
Πίνακας 23 - Έλεγχος παραμέτρων μοντέλου ARIMA(4,1,1)	39
Πίνακας 24 - Πρόβλεψη Θανάτων	39

Κατάλογος Διαγραμμάτων

Διάγραμμα 1– Χρονοσειρά γεννήσεων	18
Διάγραμμα 2 – Χρονοσειρά θανάτων	18
Διάγραμμα 3 – Διαφορά γεννήσεων	19
Διάγραμμα 4 – Διαφορά θανάτων.....	19
Διάγραμμα 5 – Ρυθμός ανάπτυξης γεννήσεων	20
Διάγραμμα 6 – Ρυθμός ανάπτυξης θανάτων	20
Διάγραμμα 7 - Διάγραμμα κινούμενων μέσων όρων γεννήσεων.....	21
Διάγραμμα 8 – Διάγραμμα κινούμενων μέσων όρων θανάτων	21
Διάγραμμα 9 – Εκθετική εξομάλυνση γεννήσεων	23
Διάγραμμα 10 – Εκθετική εξομάλυνση θανάτων.....	23
Διάγραμμα 11 – Διάγραμμα σκεδασμού γεννήσεων – πληθυσμού από το 1956 έως και το 2020.....	24
Διάγραμμα 12 – Διάγραμμα σκεδασμού θανάτων – πληθυσμού από το 1956 έως και το 2020.....	25
Διάγραμμα 13 – Διάγραμμα Χρονοσειράς Γεννήσεων (ARIMA).....	31
Διάγραμμα 14 – Διάγραμμα Αυτοσυσχετίσεων της χρονοσειράς γεννήσεων	32
Διάγραμμα 15 - Διάγραμμα Μερικών Αυτοσυσχετίσεων της χρονοσειράς γεννήσεων	32
Διάγραμμα 16 - Περιοδόγραμμα της χρονοσειράς γεννήσεων	33
Διάγραμμα 17 - Πρόβλεψη γεννήσεων την περίοδο 2021 έως και 2030	35
Διάγραμμα 18 - Γεννήσεις και πρόβλεψη γεννήσεων την περίοδο 1956 έως και 2030.	35
Διάγραμμα 19 – Διάγραμμα Χρονοσειράς Θανάτων	36
Διάγραμμα 20 - Διάγραμμα Αυτοσυσχετίσεων της χρονοσειράς θανάτων	37
Διάγραμμα 21 - Διάγραμμα Μερικών Αυτοσυσχετίσεων της χρονοσειράς θανάτων	37
Διάγραμμα 22 - Περιοδόγραμμα της χρονοσειράς θανάτων	38
Διάγραμμα 23 - Πρόβλεψη Θανάτων την περίοδο 1956 έως και 2030.....	40
Διάγραμμα 24 - Θάνατοι και πρόβλεψη θανάτων την περίοδο 1956 έως και 2030	40
Διάγραμμα 25 - Γεννήσεις - Θάνατοι και πρόβλεψη Γεννήσεων - Θανάτων την περίοδο 1956 έως και 2030	41

Κατάσταση Ακρωνυμίων

ΕΛ. ΣΤΑΤ: Ελληνική Στατιστική Αρχή

ARIMA: Autoregressive Integrated Moving Average (μοντέλο αυτοπαλινδρόμησης κινητού μέσου ό)

MA(k): Moving Average (κινητός μέσος όρος k)

ΜΚΟ(k): κινητός μέσος όρος k

AR: Auto-Regressive Model (μοντέλο αυτοπαλινδρόμησης)

MA - Moving Average (κινητός μέσος όρος)

RMSE: Root Mean Squared Error (Ρίζα του μέσου τετραγωνικού σφάλματος)

MAPE: Mean Absolute Percentage Error (Μέσο απόλυτο ποσοστιαίο σφάλμα)

MAE: Mean Absolute Error (μέσο απόλυτο σφάλμα)

ΑΕΠ: Ακαθάριστο εγχώριο προϊόν

Κεφάλαιο 1: Εισαγωγή

Στο παρόν κεφάλαιο γίνεται η πρώτη επαφή με την έννοια του δημογραφικού προβλήματος και τη σημασία των γεννήσεων και των θανάτων στη μεταβολή του πληθυσμού. Γίνεται αναφορά στην πτώση του δείκτη γονιμότητας καθώς επίσης και στα αίτια της υπογεννητικότητας στην Ελλάδα.

1.1 Δημογραφία

Δημογραφία, ο ορισμός της όπως αυτό διατυπώθηκε από τους Hauser και Duncan το 1959 είναι «η μελέτη του μεγέθους, της εδαφικής κατανομής και της σύνθεσης του πληθυσμού και των μεταβολών του καθώς και των συντελεστών αυτών των μεταβολών» (Yu XIE, 2000). Μια από τις σημαντικότερες έννοιες της δημογραφίας είναι ο πληθυσμός, που σε αντίθεση με τη στατιστική στην οποία ο πληθυσμός έχει άλλη έννοια (σύνολο στοιχείων - δεδομένων), ως πληθυσμό περιγράφουμε το σύνολο ανθρώπων που ζουν σε μία συγκεκριμένη περιοχή (γεωγραφική) σε μια συγκεκριμένη χρονική στιγμή. Ο πληθυσμός είναι μεταβλητός ως προς το μέγεθός του καθώς και τη σύνθεσή του. Οι αλλαγές αυτές καθορίζονται από την επίδραση τριών βασικών συντελεστών (Τραγάκη, et al., 2015) :

- των γεννήσεων
- των θανάτων
- των μετακινήσεων.

Με τη βοήθεια τεχνικών της στατιστικής θα προβλέψουμε την μεταβολή του πληθυσμού και συγκεκριμένα δύο από τους συντελεστές του, των γεννήσεων και των θανάτων.

1.2 Δημογραφικό πρόβλημα

Η αύξηση του πληθυσμού στην Ελλάδα από τα μέσα της δεκαετίας του 1950 και συγκεκριμένα από το 1956 μέχρι και το 2020 υπήρξε συνεχής. Οι μεγάλες μεταναστευτικές ροές Ελλήνων προς χώρες του εξωτερικού τις δεκαετίες του 1950 και του 1960 καλύφθηκαν από τον μεγάλο αριθμό γεννήσεων και τον μικρό αριθμό θανάτων

(φυσικά ισοζύγια) των δεκαετιών αυτών οδηγώντας σε σταδιακή αύξηση του πληθυσμού. Η πτωτική τάση του αριθμού των γεννήσεων και η αύξηση του αριθμού των θανάτων την περίοδο 1980 έως 2010 αναπληρώθηκε από τις μεταναστευτικές ροές προς τη χώρα μας με αποτέλεσμα τη συνέχιση της αύξησης του πληθυσμού. Την περίοδο όμως 2010 έως και 2020 ο πληθυσμός της Ελλάδας μειώνεται καθώς ο αριθμός των γεννήσεων συνεχίζει να έχει πτωτική τάση, ο αριθμός των θανάτων αυξάνεται και το μεταναστευτικό ισοζύγιο είναι αρνητικό (περίοδο 2011 έως 2016). Η εισροή μεταναστευτικών ροών από το 1990 μέχρι και τις αρχές της δεκαετίας του 2010 δεν κατάφερε να μειώσει τον ρυθμό της γήρανσης του πληθυσμού. Με την οικονομική ύφεση, η οποία έκανε τη χώρα μας μη ελκυστικό προορισμό μετανάστευσης, την γονιμότητα σε χαμηλά επίπεδα και το υψηλό προσδόκιμο ζωής οδηγούμαστε στο ότι η δημογραφική γήρανση θα συνεχιστεί. (Κοτζαμάνης, 2017)

1.3 Η μεταβολή του πληθυσμού

Στην Ελλάδα πληθυσμιακή απογραφή καθώς και η εξέταση άλλων στοιχείων του πληθυσμού εξετάζονται κάθε δέκα χρόνια και υπεύθυνη για αυτά τα στατιστικά στοιχεία είναι η Ελληνική Στατιστική Αρχή (ΕΛ.ΣΤΑΤ.). Γεωγραφικά η Ελλάδα βρίσκεται νοτιοανατολικά της ηπειρωτικής Ευρώπης και η έκταση που καταλαμβάνει ανέρχεται σε 131.957 τετραγωνικών χιλιομέτρων. Σύμφωνα με την Ελληνική Στατιστική Αρχή στην απογραφή που πραγματοποιήθηκε το 2001, ο πληθυσμός της χώρας ήταν 10.934.080 κατοίκους. Το 49,51% από αυτούς ήταν άνδρες (5,41 εκ.) και το 50,49% ήταν γυναίκες (5,52 εκ.). Από την αναθεώρηση των αποτελεσμάτων της απογραφής του πληθυσμού η οποία πραγματοποιήθηκε το 2011, ο πληθυσμός της χώρας ήταν 10.816.286 κάτοικοι, εκ των οποίων οι 5.303.223 είναι άνδρες (δηλαδή το 49.0% του πληθυσμού) και 5.513.063 είναι γυναίκες (δηλαδή το 51.0% του πληθυσμού). Με βάση τα στοιχεία του πληθυσμού το 2016 η μέση εκτίμηση για το προσδόκιμο ζωής ανερχόταν στα 78 έτη για τους άνδρες ενώ αντίστοιχα για τις γυναίκες ανερχόταν σε 84 έτη. Σε σύγκριση με τα στοιχεία που συλλέχθηκαν το 1985, παρατηρείτε 7,35% αύξηση του προσδόκιμου ζωής στους άνδρες ενώ το αντίστοιχο ποσοστό για της γυναίκες ήταν 7,14%. Η αναλογία του παιδικού πληθυσμού (οι ηλικίες 0-14 ετών) περιορίζεται και αυτή των ηλικιωμένων (άνω των 65 ετών) αυξάνεται. (EUROPEAN COMMISSION, 2021)

Σύμφωνα με τις πληθυσμιακές προβλέψεις τα χαρακτηριστικά του πληθυσμού θα είναι αρκετά διαφοροποιημένα τις δεκαετίες που ακολουθούν λόγω της γήρανσης του πληθυσμού και της τάσης για υπογεννητικότητα που εμφανίζεται. Συγκεκριμένα,

προβλέπεται ότι ο πληθυσμός της Ελλάδος θα είναι περίπου 8.920.000 κάτοικοι το 2050. Επίσης προβλέπεται εντελώς διαφορετική δομή σε σύγκριση με αυτή του 2001. Συγκεκριμένα προβλέπεται ότι η αναλογία του παιδικού πληθυσμού (ηλικίες από 0 έως 14 ετών) θα μειωθεί στο 12,1% το έτος 2050 από 15,44% που ήταν το 2001, ενώ προβλέπεται ότι η αναλογία των ηλικιωμένων (ηλικιακή ομάδα 65 ετών και άνω) θα αυξηθεί σε 36,5% το έτος 2050 από 17,07% που ήταν το 2001. Επίσης, δυσοίωνα προβλέπονται και τα στοιχεία του οικονομικά ενεργού πληθυσμού (ηλικίες από 15 έως και 64 ετών) της χώρας μας καθώς προβλέπεται ότι μείωσή του κατά 16,1% και από 67,5% που ήταν το 2001 θα γίνει 51,4 % το 2050. Ο συνολικός πληθυσμός κατά τη χρονική περίοδο 2010-2019 παρουσίασε μείωση περίπου κατά 400.000 εξαιτίας της μετανάστευσης και της αρνητικής φυσικής πληθυσμιακής αλλαγής. Συνοψίζοντας παρατηρείται μια τάση μείωσης του πληθυσμού της Ελλάδας με την πάροδο των ετών συνοδευόμενη από μία τάση μείωσης του αριθμού των γεννήσεων και παράλληλα με μια τάση αύξησης του πλήθους των θανάτων. (EUROPEAN COMMISSION, 2021)

1.4 Υπογεννητικότητα – Αίτια

Ένα από τα φαινόμενα τα οποία προβληματίζουν τόσο σε παγκόσμιο επίπεδο όσο και στη χώρα μας είναι η υπογεννητικότητα. Πρόκειται για την τάση μείωσης των γεννήσεων και ταυτόχρονα την δημιουργία δυσανάλογου ποσοστού ηλικιωμένων και των νέων ανθρώπων. Υπαίτιοι της πτωτικής αυτής τάσης των γεννήσεων είναι: (Συμεωνίδου , 2020)

- Τα εξαντλητικά ωράρια εργασίας και η απουσία ισορροπίας της προσωπικής και της επαγγελματικής ζωής των
- Η οικονομική κρίση και οι οικονομικές δυσκολίες που έκαναν την εμφάνισή τους το 2008 εμποδίζουν τη δημιουργία οικογενειών και κατ' επέκταση τη γέννηση παιδιών.
- Το φαινόμενο της δημιουργίας οικογένειας (γάμος) σε μεγαλύτερη ηλικία από ότι στο παρελθόν συνεπάγεται και τον περιορισμό της γονιμότητας.
- Η αύξηση των φαινομένων της υπογονιμότητας

1.5 Δείκτης γονιμότητας

Η Ελλάδα τα τελευταία χρόνια παρουσιάζει σημαντικές αλλαγές των πληθυσμιακών της χαρακτηριστικών τόσο ποιοτικά όσο και ποσοτικά. Δηλαδή εμφανίζεται το φαινόμενο της μείωσης του πληθυσμού της με ταυτόχρονη αύξηση της μέσης ηλικίας των κατοίκων, της μείωσης του ενεργού οικονομικά πληθυσμού της και σημαντική πτώση του δείκτη γονιμότητας. Συγκεκριμένα, την τελευταία δεκαετία το υψηλό ποσοστό ανεργίας εξαιτίας της οικονομικής κρίσης και οι μη σταθερές - ασφαλείς συνθήκες εργασίας είχαν ως αποτέλεσμα την επιδείνωση των δημογραφικών χαρακτηριστικών της χώρας μας. Ο εξαιρετικά χαμηλός δείκτης γονιμότητας, ο οποίος αγγίζει το 1,35 έχει ως αποτέλεσμα την μείωση του πληθυσμού της Ελλάδας και των ετήσιο αρνητικό ρυθμό μεταβολής του τα τελευταία χρόνια (για το έτος 2017 η Ελλάδα ήταν μία από τις εννέα χώρες της Ευρωπαϊκής Ένωσης με αρνητικό ετήσιο αριθμό μεταβολής). Είναι χαρακτηριστικό ότι το 75% των Ευρωπαίων κατοικούν σε χώρες όπου ο δείκτης γονιμότητας ανέρχεται στο 1,59 κατά μέσο όρο και η γονιμότητα σε 2,1 παιδιά ανά γυναίκα, επίπεδα αρκετά χαμηλά (κάτω από το επίπεδο αντικατάστασης των γενεών). Οι μεσογειακές χώρες (Ελλάδα, Κύπρος, Ιταλία, Ισπανία και Πορτογαλία) έχουν ακόμα χαμηλότερο δείκτη γονιμότητας ο οποίος κυμαίνεται μεταξύ του 1,31 και 1,35, την στιγμή που το όριο της χαμηλής γονιμότητας είναι το 1,3 παιδιά ανά γυναίκα. Υποθέτοντας ότι ο δείκτης γονιμότητας θα παραμείνει σταθερός σε αυτά τα επίπεδα ο πληθυσμός, εκτιμάται ότι, θα υποδιπλασιαστεί σε περίπου 44 χρόνια (Μητράκος, 2019).

Συγκεκριμένα, η Ελλάδα παρουσίασε τη μέγιστη τιμή του δείκτη γονιμότητας τη Δεκαετία του 60' (το έτος 1967), ο οποίος ανερχόταν στο 2,45 παιδιά ανά γυναίκα ενώ στη συνέχεια ακολούθησε πτωτική πορεία μέχρι και το 1999 όπου σημείωσε τιμή 1,23 παιδιά ανά γυναίκα. Μέχρι και το 2003 ο δείκτης γονιμότητας κατέγραψε ιδιαίτερα χαμηλές τιμές, οι οποίες κυμαίνονται κάτω του 1,3 παιδιά ανά γυναίκα δείχνοντας τάσεις ανάκαμψης και σταθεροποίησης την περίοδο 2008 με 2009, περίοδο κατά την οποία έφτασε το 1,5 παιδιά ανά γυναίκα. Η τάση αυτή αναστρέφεται το έτος 2010, πιθανότατα λόγω της οικονομικής κρίσης και παρουσιάζει και πάλι ανάκαμψη από το 2013 (1,29 παιδιά ανά γυναίκα) έως και το 2017 που φθάνει το 1,35 παιδιά ανά γυναίκα. Στην πλειοψηφία των περιπτώσεων ο δείκτης γονιμότητας κινείται ανάλογα με τους δείκτες της οικονομικής ανάπτυξης, υπάρχουν όμως περιπτώσεις όπου κάτι τέτοιο δεν επιβεβαιώνεται, καθώς υπάρχουν και άλλοι παράγοντες που επηρεάζουν τις δημογραφικές εξελίξεις και διαμορφώνουν το τελικό αποτέλεσμα. Χαρακτηριστικό τέτοιο παράδειγμα είναι η Ελλάδα την περίοδο από 1971 έως το 1999 όπου η σχέση μεταξύ της οικονομικής ανάπτυξης και της γονιμότητας ήταν αντιστρόφως ανάλογες. Όσον αφορά τη συσχέτιση της

γονιμότητας με τους διάφορους κοινωνικούς δείκτες παρατηρείται ότι οικογένειες που βρίσκονται κάτω από το όριο της φτώχειας είναι πιθανότερο να καθυστερήσουν την απόφαση για τεκνοποίηση ανεξάρτητα από τις γενικότερες οικονομικές συνθήκες. (Μητράκος, 2019)

1.6 Βιβλιογραφία πρώτου κεφαλαίου

EUROPEAN COMMISSION Δημογραφική κατάσταση, Γλώσσες και Θρησκείες [Ηλεκτρονικό]. - 31 Μάρτιος 2021. - Πρόσβαση 14 Νοέμβριος 2021. - https://eacea.ec.europa.eu/national-policies/eurydice/content/population-demographic-situation-languages-and-religions-33_el.

Υμ ΧΙΕ [Online] = Demography: Past, Present, and Future. - Ιούνιος 2000. - Νοέμβριος 2, 2021. - https://repository.kallipos.gr/bitstream/11419/4669/1/02_chapter_2.pdf.

Κοτζαμάνης Βύρων Οι δημογραφικές εξελίξεις στην μεταπολεμική Ελλάδα: τάσεις, ρήξεις, προοπτικές [Online]. - 2017. - Νοέμβριος 2, 2021. - https://d1wqtxts1xzle7.cloudfront.net/55794722/WP_12_2017-with-cover-page-v2.pdf?Expires=1635839704&Signature=Bc1nqFtKEbc-n-WOEEYfwKST0rboq9NENyeN2Bdii6vaOo9zW~PG~KS9I1Zk48ghLT9R7SF39j7XD8jw12LJAI4HtrkdLLf6~mhMaz6U5QKkL4L1lv0-nDj5EmW4cGoBduuUxD8IXmF78EGy.

Μητράκος Θεόδωρος [Ηλεκτρονικό] // Τράπεζα της Ελλάδος. - 15 Μάρτιος 2019. - Πρόσβαση 23 Μάρτιος 2022. - <https://www.bankofgreece.gr/enimerosi/grafeio-tyrou/anazhthsh-enhmerwsewn/enhmerwseis?announcement=1f6ae30a-75a6-4775-90b2-a7d061121d5a>.

Συμεωνίδου Εύα Η Υπογεννητικότητα στην Ευρώπη [Online] // ΟΜΙΛΟΣ ΔΙΕΘΝΩΝ & ΕΥΡΩΠΑΪΚΩΝ ΘΕΜΑΤΩΝ. - Οκτώβριος 5, 2020. - Νοέμβριος Πρόσβαση 14, 2021. - <https://odeth.eu/%CE%B7-%CF%85%CF%80%CE%BF%CE%B3%CE%B5%CE%BD%CE%BD%CE%B7%CF%84%CE%B9%CE%BA%CF%8C%CF%84%CE%B7%CF%84%CE%B1-%CF%83%CF%84%CE%B7%CE%BD-%CE%B5%CF%85%CF%81%CF%8E%CF%80%CE%B7/>.

Τραγάκη Αλεξάνδρα , Μπάγκαβος Χρηστος and Ντούνας Δημήτρης Περί Δημογραφίας & Πληθυσμιακών εξελίξεων, <https://repository.kallipos.gr/handle/11419/4670> [Book Section]. - [s.l.]: Ελληνικά Ακαδημαϊκά Ηλεκτρονικά Συγγραμματα και Βοηθήματα www.kallipos.gr, 2015.

Κεφάλαιο 2: Προβλέψεις

Στο δεύτερο κεφάλαιο γίνεται αναφορά στον λόγο για τον οποίο προβλέπουμε και τη σημαντικότητα των προβλέψεων. Παρουσιάζεται το θεωρητικό υπόβαθρο της κάθε μεθόδου πρόβλεψης και συγκεκριμένα παρουσιάζονται οι μέθοδοι κινούμενων μέσων όρων, της εκθετικής εξομάλυνσης, της γραμμικής παλινδρόμησης και της μεθόδου ARIMA.

2.1 Γιατί προβλέπουμε

Συχνά υπάρχει μια χρονική καθυστέρηση μεταξύ της επίγνωσης ή της εμφάνισης ενός γεγονότος. Αυτή η χρονική καθυστέρηση είναι και ο βασικός λόγος για τον οποίο προσπαθούμε να κάνουμε προβλέψεις. Εάν αυτός ο χρόνος είναι ελάχιστος δεν χρειάζεται να γίνει κάποιος προγραμματισμός επομένως δεν χρειάζεται και δεν μπορεί να γίνει κάποια πρόβλεψη. Εάν όπως αυτός ο χρόνος είναι μεγάλος, ο σχεδιασμός μπορεί να διαδραματίσει σημαντικό ρόλο. Σε αυτή την περίπτωση, απαιτείται πρόβλεψη για να καθοριστεί πότε θα συμβεί ένα γεγονός ή πότε θα προκύψει ανάγκη, ώστε να μπορούν να ληφθούν τα κατάλληλα μέτρα. Η πρόβλεψη είναι μια σημαντική βοήθεια στον αποτελεσματικό και αποδοτικό σχεδιασμό. Μπορεί εύκολα να αμφισβητηθεί η εγκυρότητα και η αποτελεσματικότητα μιας πρόβλεψης ενός αβέβαιου γεγονότος, ωστόσο, πρέπει να αναγνωριστεί ότι έχει σημειωθεί σημαντική πρόοδος στις προβλέψεις τα τελευταία χρόνια. Υπάρχει ένας μεγάλος αριθμός φαινομένων των οποίων τα αποτελέσματα μπορούν πλέον να προβλεφθούν εύκολα, όμως αυτό δεν συνέβαινε πάντα. Η εξέλιξη της επιστήμης μας δίνει την δυνατότητα πρόβλεψης αρκετών γεγονότων. Πλέον υπάρχει πληθώρα μεθόδων πρόβλεψης, επιπλέον, η ευρεία εισαγωγή των υπολογιστών οδήγησε σε άμεσα διαθέσιμο λογισμικό για την εφαρμογή αυτών τεχνικών πρόβλεψης. (Makridakis, et al., 1998)

2.2 Μέθοδοι Προβλέψεων

2.2.1 Χρονοσειρές

Οι χρονοσειρές είναι το σύνολο των διαδοχικών παρατηρήσεων της τιμής ενός μεγέθους. Η γραφική τους μορφή είναι μια γραφική παράσταση στην οποία τα δεδομένα απεικονίζονται σε συνάρτηση με το χρόνο. Μια τέτοια γραφική παράσταση αποκαλύπτει αμέσως τυχόν τάσεις, οποιαδήποτε τακτική εποχιακή συμπεριφορά και άλλα συστηματικά χαρακτηριστικά των δεδομένων. Αυτά πρέπει να προσδιορίζονται ώστε να μπορούν να ενσωματωθούν στο στατιστικό μοντέλο. Ένα από τα σημαντικά στάδια της επιλογής της κατάλληλης μεθόδου πρόβλεψης είναι να ληφθούν υπόψη οι συνιστώσες της χρονοσειράς, έτσι ώστε να μπορούν να χρησιμοποιηθούν οι μέθοδοι που είναι πιο κατάλληλες για αυτά τα πρότυπα. Υπάρχουν τέσσερις συνιστώσες χρονοσειρών (Makridakis, et al., 1998) (Aczel, 2008) (Πετρόπουλος, et al., 2013):

- Μη κανονικές διακυμάνσεις, οι τιμές των δεδομένων κυμαίνονται γύρω από έναν σταθερό μέσο όρο. Αντιπροσωπεύουν μια τυχαία μεταβλητή που συνδέεται με κάποιο γεγονός.
- Η εποχικότητα, έχουμε όταν μια σειρά επηρεάζεται από εποχιακούς παράγοντες και έχει μήκος σταθερό και μικρότερο του έτους.
- Η κυκλικότητα, αντιπροσωπεύει μια κυματοειδή μεταβολή (μια σειρά δεδομένων που αυξάνεται και μειώνεται) η οποία οφείλεται σε εξωτερικούς παράγοντες και εμφανίζονται κατά περιόδους, που δεν είναι σταθερές και συνήθως έχουν μήκος μεγαλύτερο του έτους.
- Η τάση, ορίζεται ως μια μακροπρόθεσμη μεταβολή (αύξηση ή μείωση) στα δεδομένα της χρονοσειράς. Για την αναζήτηση της τάσης θα πρέπει να έχουμε διαθέσιμο ένα ικανοποιητικό αριθμό παρατηρήσεων και να εκτιμηθεί σωστά το κατάλληλο μήκος της περιόδου.

2.2.2 Μέθοδος Κινούμενων Μέσων Όρων

Στόχος του κινούμενου μέσου όρου είναι η πρόβλεψη της τιμής. Με τη μέθοδο των κινούμενων μέσων όρων προβλέπουμε την επόμενη παρατήρηση λαμβάνοντας έναν

μέσο όρο από τις πιο πρόσφατες παρατηρήσεις. Η μέθοδος των κινούμενων μέσων όρων ασχολείται μόνο με τις τελευταίες περιόδους γνωστών δεδομένων και ο αριθμός των δεδομένων σε κάθε μέσο όρο δεν αλλάζει με την πάροδο του χρόνου. Για τον υπολογισμό του κινούμενου μέσου όρου αρχικά είναι απαραίτητος ο καθορισμός των αριθμών των παρατηρήσεων που θα συμπεριληφθεί. Για κάθε νέα παρατήρηση που γίνεται διαθέσιμη υπολογίζεται ένας καινούριος μέσος όρος παραλείποντας ταυτόχρονα την πιο παλιά παρατήρηση ώστε να συμπεριληφθεί η νεότερη. Ο κινητός αυτός μέσος όρος είναι και η πρόβλεψη της επόμενης περιόδου. Ο κινητός μέσος όρος μήκους k ή ΜΚΟ(k) ή ΜΑ(k) μπορεί να γραφτεί ως εξής (Aczel, 2008) (Makridakis, et al., 1998):

$$F_{t+1} = \frac{Y_t + Y_{t-1} + \dots + Y_{t-k+1}}{k}$$

F_{t+1} : Η πρόβλεψη της τιμής για την περίοδο $t+1$

Y_t : Η πραγματική τιμή για την περίοδο t

k : ο συνολικός αριθμός περιόδων που υπολογίζονται στο μέσο όρο

Στη συγκεκριμένη μέθοδο πρόβλεψης χρησιμοποιούμε τον μέσο όρο k τιμών της αρχικής χρονοσειράς γύρω από την παρατήρηση για την οποία ζητείται η πρόβλεψη της τιμής της (για την διατήρηση της συμμετρίας στους υπολογισμούς θα πρέπει ο k να είναι περιττός αριθμός). Σημαντική στην πρόβλεψη με τη μέθοδο των κινούμενων μέσων όρων είναι η κατάλληλη επιλογή της τιμής του k ώστε να πραγματοποιηθεί η σωστή εξομάλυνση. Όσο μεγαλύτερη είναι η τιμή του k τόσο μεγαλύτερη είναι και η εξομάλυνση, όμως για πολύ μεγάλη τιμή k οδηγούμαστε σε υπολογισμό της μέσης τιμής της χρονοσειράς. Συγκεκριμένα, αν το k είναι ίσο με τη μονάδα τότε έχουμε ΜΑ(1) δηλαδή η πρόβλεψή μας είναι ίση με την τιμή της τελευταίας μας παρατήρησης. Στην περίπτωση που το k είναι μεγαλύτερο από τη μονάδα ($k > 1$) τότε λαμβάνονται υπόψη περισσότερες παρατηρήσεις για τον υπολογισμό της προβλεπόμενης τιμής. Στην περίπτωση, όμως που το k είναι ίσο με τον αριθμό των παρατηρήσεων η τιμή της πρόβλεψης θα είναι η ίδια με το μέσο όρο των παρατηρήσεων. Όταν τα δεδομένα παρουσιάζουν εποχικότητα τότε η τιμή του k θα πρέπει να έχει τιμή ίση με τον αριθμό των περιόδων του έτους, έτσι επιτυγχάνετε εξομάλυνση της συνιστώσας της εποχικότητας. Η συγκεκριμένη μέθοδος

πρόβλεψης παρουσιάζει αδυναμία στην ενσωμάτωση της εποχικότητας και της τάσης στις τελικές προβλέψεις, έτσι λοιπόν ο κύριος λόγος χρήσης της είναι για να εξαλειφθεί η εποχικότητα και η τυχαιότητα από τις χρονοσειρές (Πετρόπουλος, et al., 2013).

2.2.3 Μέθοδος Απλής Εκθετικής Εξομάλυνσης

Οι μέθοδοι της εκθετικής εξομάλυνσης πρωτοεμφανίστηκαν στη διάρκεια του 2^{ου} παγκοσμίου πολέμου ενώ η ευρεία εφαρμογή τους ξεκίνησε τη δεκαετία του 1960 και χρησιμοποιούνται ιδιαίτερα σε περιπτώσεις βραχυπρόθεσμου σχεδιασμού. Είναι ιδιαίτερα δημοφιλής μέθοδος πρόβλεψης καθώς χρησιμοποιεί απλά μοντέλα πρόβλεψης, έχει μειωμένο υπολογιστικό φόρτο καθώς επίσης δεν έχει υψηλές απαιτήσεις στην αποθήκευση δεδομένων. Τα αποτελέσματα της εκθετικής εξομάλυνσης παρουσιάζουν ικανοποιητικά ποσοστά ακρίβειας επειδή δεν επηρεάζονται από ακραίες τιμές είτε από πιθανές ιδιομορφίες των δεδομένων. (Πετρόπουλος, et al., 2013)

Η απλή εκθετική εξομάλυνση είναι η μέθοδος πρόβλεψης η οποία χρησιμοποιεί τα ιστορικά δεδομένα και τα προεκτείνει στο μέλλον σύμφωνα με τις τάσεις και τους εποχικούς κύκλους. Οι ζητούμενες προβλέψεις υπολογίζονται μετά από την απομόνωση των πραγματικών τιμών από τις τυχαιές διακυμάνσεις, δηλαδή μετά από την εξομάλυνση των δεδομένων. Η απλή εκθετική εξομάλυνση έχει ως βασική αρχή ότι τα πρόσφατα είναι τα δεδομένα περιέχουν περισσότερη πληροφορία από τα παλαιότερα, έτσι μεγαλύτερη σημασία δίνεται στα πρόσφατα δεδομένα η οποία φθίνει εκθετικά όταν αναφερόμαστε σε δεδομένα παλαιότερων χρονικών περιόδων. (Πετρόπουλος, et al., 2013)

Η μέθοδος της εκθετικής εξομάλυνσης ακολουθεί την ίδια συλλογιστική με τη μέθοδο των κινούμενων μέσων όρων αλλά έχει μια πιο ομαλή μετάβαση από τη μία περίοδο στην άλλη. Οι προβλέψεις με τη μέθοδο της εκθετικής εξομάλυνσης γίνονται με το ακόλουθο τύπο: (Makridakis, et al., 1998) (Aczel, 2008)

$$F_{t+1} = F_t + \alpha(Y_t - F_t)$$

α : σταθερά εξομάλυνσης

t: η περίοδος

Y_t : νέα παρατήρηση

F_t : η τιμή τη δεδομένη στιγμή

F_{t-1} : η τιμή την επόμενη περίοδο

Αρχικά θα πρέπει να οριστεί μια αρχική τιμή ώστε να ξεκινήσει η διαδικασία επιλογής του μοντέλου πρόβλεψης και στη συνέχεια οι ζητούμενες προβλέψεις. Ως αρχική τιμή μπορεί να χρησιμοποιηθεί είτε η πρώτη παρατήρηση είτε ο μέσος όρος των παρατηρήσεων είτε ο μέσος όρος των n αρχικών παρατηρήσεων. Η επιλογή αυτή καθορίζεται από τα χαρακτηριστικά της εκάστοτε χρονοσειράς. Εάν η αρχική τιμή δεν είναι αντιπροσωπευτική θα επιδρά αρνητικά στις τιμές των προβλέψεων. Επίσης η αρχική τιμή καθορίζει την τιμή του συντελεστή εξομάλυνσης. (Πετρόπουλος, et al., 2013)

Ο συντελεστής εξομάλυνσης καθορίζεται από δύο παράγοντες, από το ποσοστό θορύβου στη χρονοσειρά και από τη σταθερότητα του μέσου όρου της χρονοσειράς. Η σχέση του θορύβου των παρατηρήσεων και του συντελεστή εξομάλυνσης είναι αντιστρόφως ανάλογη, δηλαδή όσο περισσότερος θόρυβος υπάρχει στις παρατηρήσεις της χρονοσειράς τόσο μικρότερη θα πρέπει να είναι η τιμή του συντελεστή εξομάλυνσης με στόχο την αποφυγή της αντίδρασης στον θόρυβο. Στην περίπτωση που ο μέσος όρος είναι μεταβαλλόμενος, ο συντελεστής εξομάλυνσης θα πρέπει να είναι μεγάλος έτσι ώστε οι προβλέψεις να ακολουθούν τις μεταβολές που παρουσιάζουν οι παρατηρήσεις, στην αντίθετη περίπτωση, όταν δηλαδή ο μέσος όρος είναι μη μεταβαλλόμενος (σταθερός) η τιμή του συντελεστή θα πρέπει να είναι μικρή. Ο υπολογισμός του συντελεστή εξομάλυνσης είναι μια εύκολη και σχετικά άμεση διαδικασία με τα σύγχρονα υπολογιστικά συστήματα. (Πετρόπουλος, et al., 2013)

Η μέθοδος της απλής εκθετικής εξομάλυνσης παίρνει την πρόβλεψη για την προηγούμενη περίοδο και την προσαρμόζει χρησιμοποιώντας το σφάλμα πρόβλεψης ($Y_t - F_t$). Η σταθερά εξομάλυνσης μπορεί να πάρει τιμές από 0 έως 1. Όταν το α έχει τιμή κοντά στο 1, η νέα πρόβλεψη θα περιλαμβάνει μια γρήγορη προσαρμογή για το σφάλμα στην προηγούμενη πρόβλεψη. Αντίθετα, όταν το α έχει τιμή κοντά στο 0, η νέα πρόβλεψη θα περιλαμβάνει μία αργή προσαρμογή. (Makridakis, et al., 1998) (Aczel, 2008)

2.2.4 Μέθοδος Γραμμικής Παλινδρόμησης

Στις προβλέψεις με τη μέθοδο της γραμμικής παλινδρόμησης θα πρέπει να υπάρχει σχέση μεταξύ των μεταβλητών (της μεταβλητής πρόβλεψης, της εξαρτημένης μεταβλητής, και μιας άλλης μεταβλητής της ανεξάρτητης μεταβλητής). (Πετρόπουλος, et

al., 2013) Η μέθοδος της γραμμικής παλινδρόμησης αναφέρεται σε οποιαδήποτε παλινδρόμηση μιας μεμονωμένης μεταβλητής (Y) σε μια μεμονωμένη μεταβλητή (X) και περιλαμβάνει ένα σύνολο από ζεύγη παρατηρήσεων (X_i, Y_i για $i = 1, 2, 3, \dots, n$). Το μοντέλο της απλής γραμμικής παλινδρόμησης είναι το ακόλουθο (Aczel, 2008) (Makridakis, et al., 1998) (Drapper, και συν., 1998):

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X + \varepsilon$$

Y: εξαρτημένη μεταβλητή

X: ανεξάρτητη μεταβλητή

ε : σφάλμα (η απόκλιση της παρατήρησης από τη γραμμική σχέση)

β_0 : σταθερός όρος της γραμμικής παλινδρόμησης

β_1 : κλίση της γραμμικής παλινδρόμησης

Στην προσπάθεια μοντελοποίησης της γραμμικής παλινδρόμησης υπάρχουν δύο περιπτώσεις, η μία είναι η δημιουργία ενός απλού μοντέλου που υπάρχει περίπτωση να μην αντιπροσωπεύει στο εκατό τις εκατό την πραγματικότητα και η άλλη περίπτωση η οποία είναι η δημιουργία ενός σύνθετου μοντέλου που θα είναι περισσότερο αξιόπιστο, όμως θα παρουσιάζει μεγάλες δυσκολίες στον χειρισμό του και στην ανάπτυξή του. Έστω ότι υπήρχε η δυνατότητα να δημιουργηθεί αυτό το μοντέλο θα υπήρχε κάποιο κομμάτι της πραγματικότητας που δεν θα αντιπροσωπευόταν από αυτό καθώς ο αριθμός των παραγόντων στα πραγματικά φαινόμενα είναι άπειρος και είναι σχεδόν αδύνατη η συλλογή δεδομένων για τους παράγοντες που επηρεάζουν τις τιμές που μελετάμε. Έτσι λοιπόν ένα μέρος της διαδικασίας δεν μπορεί να υπολογιστεί από το μοντέλο παλινδρόμησης για αυτό χρησιμοποιείται ο όρος « ε » ώστε να δηλώσει το σφάλμα δηλαδή τις αποκλίσεις που δεν ερμηνεύονται από το μοντέλο, παρά το γεγονός ότι ο όρος « ε » σπάνια μπορεί να υπολογιστεί. Στην ουσία ο όρος « ε » δείχνει το σφάλμα της πρόβλεψης. Για την εξίσωση της γραμμικής παλινδρόμησης το σφάλμα « ε » θα πρέπει να είναι μια τυχαία μεταβλητή, να είναι κανονικά κατανομημένος και η μέση τιμή του να είναι μηδέν, επομένως το μοντέλο της απλής γραμμικής παλινδρόμησης είναι το ακόλουθο (Πετρόπουλος, et al., 2013):

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X$$

Για την εφαρμογή της απλής γραμμικής παλινδρόμησης θα πρέπει η τιμή μιας μεταβλητής να εξαρτάται από την τιμή ή την μεταβολή της τιμής μίας άλλης μεταβλητής. Για να δούμε πως ακριβώς σχετίζονται οι δυο αυτές μεταβλητές (Y,X) χρησιμοποιείτε ο συντελεστής συσχέτισης (R). Ο συντελεστής αυτός παίρνει τιμές από μείον ένα έως και ένα. Όταν ο συντελεστής συσχέτισης θα έχει τιμή ίση με το μηδέν σημαίνει ότι δεν υπάρχει συσχέτιση μεταξύ των μεταβλητών, όταν είναι μεγαλύτερος του μηδενός οι δύο μεταβλητές θεωρούνται θετικά συσχετισμένες και όταν είναι μικρότερος του μηδενός αρνητικά συσχετισμένες. (Πετρόπουλος, et al., 2013)

Ο συντελεστής συσχέτισης ερμηνεύεται με δύο τρόπους. Ο πρώτος ως ένδειξη κατεύθυνσης της σχέσης των δύο μεταβλητών, δηλαδή αν οι δύο μεταβλητές αυξομειώνονται συγχρόνως, αν η τιμή της μίας αυξάνεται και της άλλης μεταβλητής μειώνεται και αν οι τιμές μεταβάλλονται ανεξάρτητα. Ο δεύτερος ως ένδειξη συσχέτισης, δηλαδή όσο η τιμή του συντελεστή τείνει στο συν ή μείον ένα τόσο ισχυρότερη η συσχέτιση των δύο μεταβλητών που σημαίνει ότι οι τιμές από την ευθεία παλινδρόμησης θα προσεγγίζουν τις πραγματικές τιμές της εξαρτημένης μεταβλητής. Στην πράξη όμως, ο συντελεστής συσχέτισης χρησιμοποιείτε στην τετραγωνική της μορφή και υπολογίζεται από τον ακόλουθο τύπο (Πετρόπουλος, et al., 2013):

$$R^2 = r_{Y\hat{Y}}^2 = \frac{\sum(\hat{Y}_i - \bar{Y})^2}{\sum(Y_i - \bar{Y})^2}$$

2.2.5 Μέθοδος ARIMA

Η μέθοδος ARIMA (Autoregressive / Integrated / Moving Average) όπως αυτή έχει μελετηθεί από τους George Box και Gwilym Jenkins αποτελείται από ένα μείγμα υπομοντέλων, το μοντέλο αυτοπαλινδρόμησης (AR - Auto-Regressive Model -) και το μοντέλο του κινητού μέσου (MA - Moving Average-). Το μοντέλο αυτοπαλινδρόμησης (AR - Auto-Regressive Model -) μπορεί να οριστεί ως (NIST, 2012) (Brownlee, 2017) (Hyndman, et al., 2018):

$$X_t = \delta + \phi_1 X_{t-1} + \phi_2 X_{t-2} + \dots + \phi_p X_{t-p} + A_t$$

όπου X_t είναι η χρονική σειρά, A_t είναι λευκός θόρυβος (οι χρονοσειρές που δεν εμφανίζουν αυτοσυσχέτιση ονομάζονται λευκός Θόρυβος) και

$$\delta = (1 - \sum \phi_i) \mu \quad (\text{για } i=1 \dots p)$$

με το μ να δηλώνει τη μέση τιμή.

Το μοντέλο αυτοπαλινδρόμησης είναι μια γραμμική παλινδρόμηση της τρέχουσας τιμής της χρονοσειράς έναντι μιας ή και περισσότερων προηγούμενων τιμών της. Η τιμή του p ονομάζεται τάξη του μοντέλου αυτοπαλινδρόμησης AR. Τα μοντέλα AR μπορούν να αναλυθούν με μια από τις μεθόδους, συμπεριλαμβανομένων των τυπικών τεχνικών γραμμικών ελαχίστων τετραγώνου (NIST, 2012) (Hyndman, et al., 2018).

Το μοντέλο κινητού μέσου όρου (MA - Moving Average-) μπορεί να οριστεί ως:

$$X_t = \mu + A_t - \theta_1 A_{t-1} - \theta_2 A_{t-2} - \dots - \theta_q A_{t-q}$$

όπου X_t είναι η χρονική σειρά, μ είναι ο μέσος όρος της σειράς, $A_t - i$ είναι όροι λευκού θορύβου (Hyndman, et al., 2018), οι μεταβλητές είναι ανεξάρτητες και πανομοιότυπα κατανομημένες με μέσο όρο μηδέν (Brownlee, 2017)) και οι παράμετροι του μοντέλου είναι $\theta_1, \dots, \theta_q$. Η τιμή του q είναι η τάξη του μοντέλου κινητού μέσου όρου MA (Hyndman, et al., 2018) (NIST, 2012).

Το μοντέλο κινούμενου μέσου όρου είναι γραμμική παλινδρόμηση της τρέχουσας τιμής της σειράς έναντι του λευκού θορύβου ή των τυχαίων μεταβολών μιας ή περισσότερων προηγούμενων τιμών της χρονοσειράς. Οι τυχαίες μεταβολές σε κάθε σημείο προέρχονται από την ίδια κατανομή, με θέση στο μηδέν και σταθερή κλίμακα. Η διάκριση σε αυτό το μοντέλο είναι ότι αυτές οι τυχαίες μεταβολές μεταδίδονται σε μελλοντικές τιμές της χρονοσειράς. Η προσαρμογή των εκτιμήσεων MA είναι περίπλοκη διαδικασία καθώς οι όροι σφάλματος δεν είναι παρατηρήσιμοι. Αυτό σημαίνει ότι πρέπει να χρησιμοποιούνται επαναληπτικές μη γραμμικές διαδικασίες προσαρμογής στη θέση των γραμμικών ελαχίστων τετραγώνων (NIST, 2012) (Hyndman, et al., 2018).

Η μέθοδος ARIMA διαιρεί την χρονοσειρά σε τρεις συνιστώσες, την αυτοπαλινδρομική συνιστώσα, p , η οποία περιγράφει τον τρόπο με τον οποίο οι παρατηρήσεις σχετίζονται μεταξύ τους ως αποτέλεσμα της εγγύτητας μεταξύ τους στο χρόνο. Το στοιχείο διαφοροποίησης, d , το οποίο χρησιμοποιείται για να κάνει μια χρονοσειρά ακίνητη και την συνιστώσα του κινητού μέσου όρου, q , η οποία περιγράφει τις διαταραχές από βίαιες μεταβολές στο σύστημα (Colombia University, 2022).

Το μοντέλο ARIMA ορίζεται ως (Hyndman, et al., 2018):

ARIMA (p,d,q)(P,D,Q)s

- p: τάξη αυτοπαλινδρόμησης μη εποχικού παράγοντα
- d: τάξη προς τα πίσω των διαφορών του μη εποχικού παράγοντα
- q: τάξη κινούμενου μέσου του μη εποχικού παράγοντα
- P: τάξη αυτοπαλινδρόμησης του εποχικού παράγοντα
- D: τάξη προς τα πίσω διαφορών του εποχικού παράγοντα
- Q: τάξη κινούμενου μέσου του εποχικού παράγοντα
- s: εποχικότητα της χρονοσειράς

Για την κατασκευή ενός μοντέλου Box – Jenkins υπάρχουν τρία στάδια. Το στάδιο της αναγνώρισης του μοντέλου, της εκτίμησης του μοντέλου και της επικύρωσης του μοντέλου (NIST, 2012) (Brownlee, 2017).

Το πρώτο στάδιο της αναγνώρισης του μοντέλου, για την ανάπτυξη ενός μοντέλου Box-Jenkins απαραίτητο είναι να προσδιοριστεί εάν η χρονοσειρά είναι στάσιμη και εάν υπάρχει κάποια σημαντική εποχικότητα που πρέπει να μοντελοποιηθεί. Το αν η σειρά είναι στάσιμη ή έχει εποχικότητα μπορεί να εκτιμηθεί από μια γραφική παράσταση αυτοσυσχέτισης. Συγκεκριμένα, για να ελέγξουμε αν η σειρά είναι στάσιμη εξετάζουμε την συνάρτηση αυτοσυσχέτισης. Αν η συνάρτηση φθίνει με αργό ρυθμό σημαίνει ότι η σειρά είναι μη στάσιμη και θα πρέπει να γίνει στάσιμη. Μόλις αντιμετωπιστεί η στασιμότητα και η εποχικότητα, το επόμενο βήμα είναι να προσδιοριστεί η τιμή των p και q , ο οποίος γίνεται με βάση τις δειγματικές απλές και μερικές αυτοσυσχετίσεις (Brownlee, 2017) (NIST, 2012) (Columbia University, 2022).

Στο δεύτερο στάδιο γίνεται εκτίμηση των παραμέτρων για τα μοντέλα Box – Jenkins, προσδιορίζονται δηλαδή οι τιμές των p και q . Η εκτίμηση των παραμέτρων αυτών είναι ένα αρκετά περίπλοκο πρόβλημα και για τον λόγο αυτό χρησιμοποιούνται ειδικά λογισμικά που ταιριάζουν σε Box – Jenkins μοντέλα (Columbia University, 2022) (NIST, 2012) (Brownlee, 2017).

Το τρίτο και τελευταίο στάδιο (επικύρωση μοντέλου) περιλαμβάνει την εκτίμηση του μοντέλου και την τελική αποδοχή ή απόρριψή του. Πραγματοποιούνται οι απαραίτητοι έλεγχοι ώστε να επιβεβαιωθεί η σημαντικότητα των παραμέτρων της συμπεριφορά των καταλοίπων και της τάξης του υποδείγματος (Brownlee, 2017) (NIST, 2012).

Για να γίνει χρήση της μεθόδου ARIMA (Columbia University, 2022):

- Θα πρέπει η υπό μελέτη χρονοσειρά να έχει το λιγότερο 50-100 παρατηρήσεις.

- Εάν η χρονοσειρά αποτελείται από δεδομένα μέτρησης, το διάστημα κατά το οποίο λαμβάνεται η μέτρηση πρέπει να παραμένει το ίδιο με την πάροδο του χρόνου.
- Εάν οι χρονοσειρά αποτελείται από συνεχή δεδομένα, το διάστημα μεταξύ των παρατηρήσεων θα πρέπει να παραμένει το ίδιο με την πάροδο του χρόνου.

Η μέθοδος ARIMA δεν μπορεί να χρησιμοποιηθεί για πρόβλεψη σπάνιων περιπτώσεων, καθώς δεν διαθέτουν τρόπο που να κάνει πρόβλεψη σε τέτοιου είδους χρονοσειρές.

2.3 Βιβλιογραφία δευτέρου κεφαλαίου

Aczel Amir D. Complete Business statistics [Book Section]. - [s.l.] : McGraw-Hill, 2008.

Brownlee Jason A Gentle Introduction to the Box-Jenkins Method for Time Series Forecasting [Ηλεκτρονικό] // Machine Learning Mastery. - 13 Ιανουάριος 2017. - πρόσβαση 27 Μάιος 2022. - <https://machinelearningmastery.com/gentle-introduction-box-jenkins-method-time-series-forecasting/>.

Brownlee Jason White Noise Time Series with Python [Online] // Machine Learning Mastery. - Μάρτιος 6, 2017. - Μάιος πρόσβαση 27, 2022. - <https://machinelearningmastery.com/white-noise-time-series-python/>.

Colombia University Box-Jenkins Methodology [Online]. - Μάιος 6, 2022. - Μάιος πρόσβαση 27, 2022. - <https://www.publichealth.columbia.edu/research/population-health-methods/box-jenkins-methodology>.

Draper R. Norman και Smith Harry Applied Regression Analysis [Βιβλίο]. - [s.l.] : Wiley, 1998. - Τόμ. 3rd edition.

Hyndman Rob J and Athanasopoulos George Forecasting: Principles and Practice [Book Section]. - Melbourne, Australia : OTexts, 2018. - Vol. 2nd.

Makridakis Spyros G., Wheelwright Steven C. and Hyndman Rob J. Forecasting: Methods and Applications [Book Section]. - [s.l.] : Wiley, 1998.

NIST Engineering Statistics Handbook - Box-Jenkins Model Diagnostics [Ηλεκτρονικό] // National Institute of Standards and technology U.S. Department of Commerce. - Απρίλιος 2012. - πρόσβαση 27 Μάιος 2022. - <https://www.itl.nist.gov/div898/handbook/pmc/section4/pmc448.htm>.

NIST Engineering Statistics Handbook - Box-Jenkins Model Estimation [Ηλεκτρονικό] // National Institute of Standards and technology U.S. Department of Commerce. - Απρίλιος 2012. - πρόσβαση 27 Μάιος 2022. - <https://www.itl.nist.gov/div898/handbook/pmc/section4/pmc447.htm>.

NIST Engineering Statistics Handbook - Box-Jenkins Model Identification [Online] // National Institute of Standards and technology U.S. Department of Commerce. - Απρίλιος 2012. - Μάιος πρόσβαση 27, 2022. - <https://www.itl.nist.gov/div898/handbook/pmc/section4/pmc446.htm>.

NIST Engineering Statistics Handbook - Box-Jenkins Models [Online] // National Institute of Standards and technology U.S. Department of Commerce. - Απρίλιος 2012. - Μάιος

πρόσβαση 27, 2022. -
<https://www.itl.nist.gov/div898/handbook/pmc/section4/pmc445.htm>.

NIST Engineering Statistics Handbook - Common Approaches to Univariate Time Series [Online]// National Institute of Standards and technology U.S. Department of Commerce. - Απρίλιος 2012. - Μάιος πρόσβαση 27, 2022. -
<https://www.itl.nist.gov/div898/handbook/pmc/section4/pmc444.htm>.

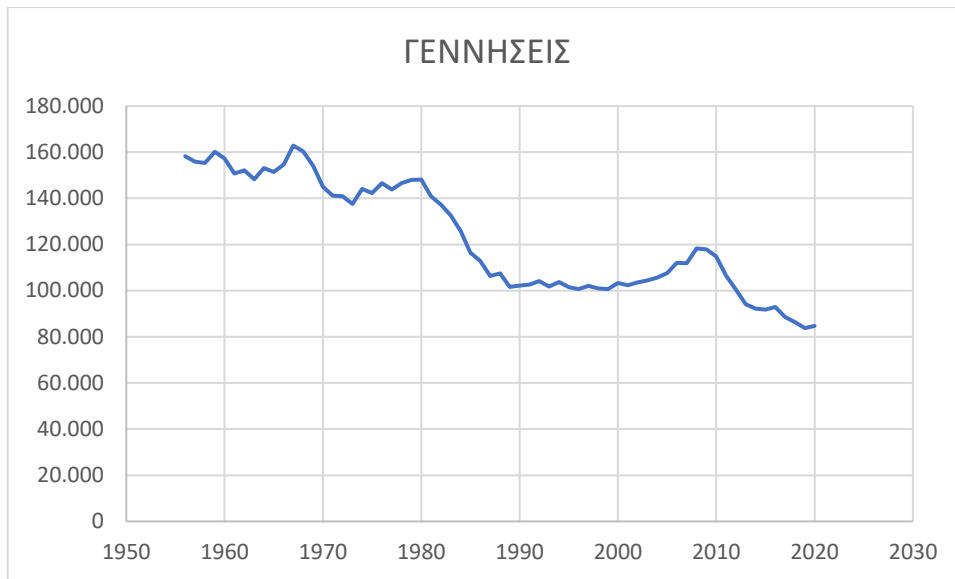
Πετρόπουλος Φ. and Ασημακόπουλος Β. Επιχειρησιακές Προβλέψεις [Book Section]. - Αθήνα : Εκδόσεις Συμμετρία, 2013.

Κεφάλαιο 3: Προβλέψεις Γεννήσεων – Θανάτων

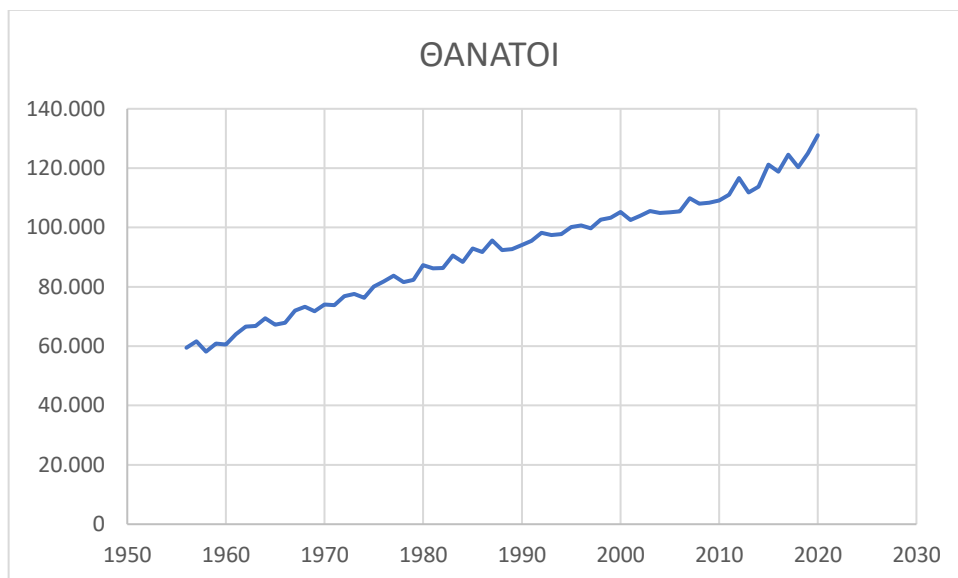
Στο παρόν κεφάλαιο παρουσιάζονται οι χρονοσειρές και εφαρμόζονται ένα πλήθος διαφορετικών μεθόδων πρόβλεψης των γεννήσεων και των θανάτων του συνολικού πληθυσμού της Ελλάδας. Η εφαρμογή των μεθόδων αυτών λαμβάνει χώρα την περίοδο από το 1956 έως και 2020. Τα δεδομένα έγιναν διαθέσιμα μέσω της έρευνας της φυσικής κίνησης του πληθυσμού της Ελληνικής Στατιστικής Αρχής. Η Ελληνική στατιστική αρχή από το Μάιο του 2013 έχει πρόσβαση στο σύστημα «Αριάδνη» (το «Αριάδνη είναι το σύστημα καταγραφής των δημογραφικών εξελίξεων-συμβάντων) του Υπουργείου Εσωτερικών. Η έρευνα που παρουσιάζεται είναι απογραφική και περιλαμβάνει τον συνολικό αριθμό των γεννήσεων και των θανάτων του πληθυσμού που διέμενε στην χώρα μας (Ελλάδα). Οι θάνατοι των μεταναστών ή των προσφύγων που πραγματοποιούνται κατά την προσπάθεια προσέγγισής τους στα Ελληνικά νησιά από τις τούρκικες ακτές (πνιγμοί) δεν συμπεριλαμβάνονται στα δεδομένα της έρευνας

3.1 Χρονοσειρές – Συσχέτιση

Χρησιμοποιώντας τα δεδομένα του Παραρτήματος 1 μπορούμε να δημιουργήσουμε τα γραφήματα χρονοσειρών. Στα διαγράμματα 1 και 2 παρουσιάζονται το διάγραμμα χρονοσειράς γεννήσεων και το διάγραμμα χρονοσειράς θανάτων αντίστοιχα. Στον οριζόντιο άξονα έχουμε το χρόνο που πραγματοποιήθηκαν οι γεννήσεις – θάνατοι και στον κάθετο άξονα έχουμε το αντίστοιχο πλήθος των γεννήσεων - θανάτων. Παρατηρώντας τα διαγράμματα καταλήγουμε στο συμπέρασμα ότι το διάγραμμα χρονοσειράς γεννήσεων παρουσιάζει μια πτωτική τάση ενώ το αντίστοιχο διάγραμμα χρονοσειράς θανάτων παρουσιάζει ανοδική τάση.

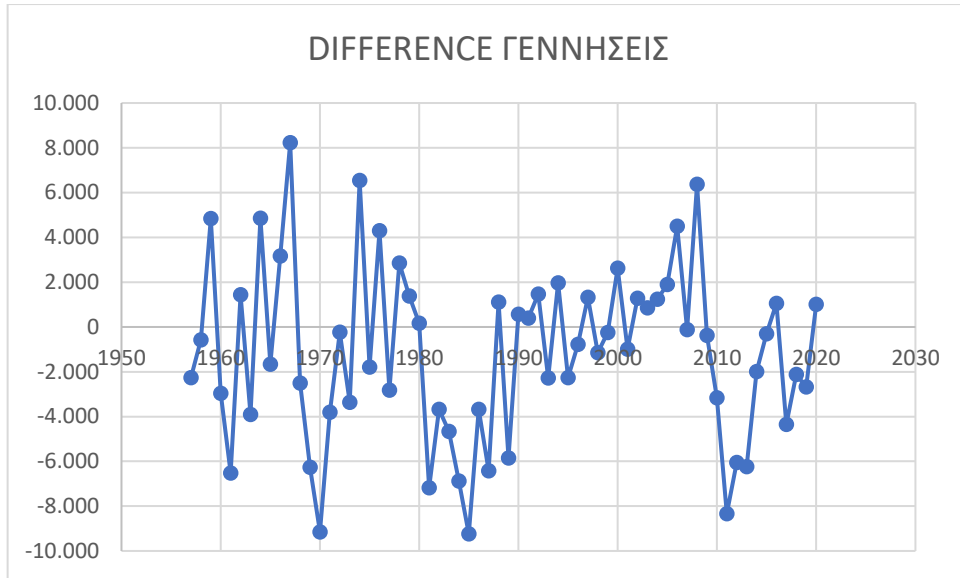


Διάγραμμα 1– Χρονοσειρά γεννήσεων

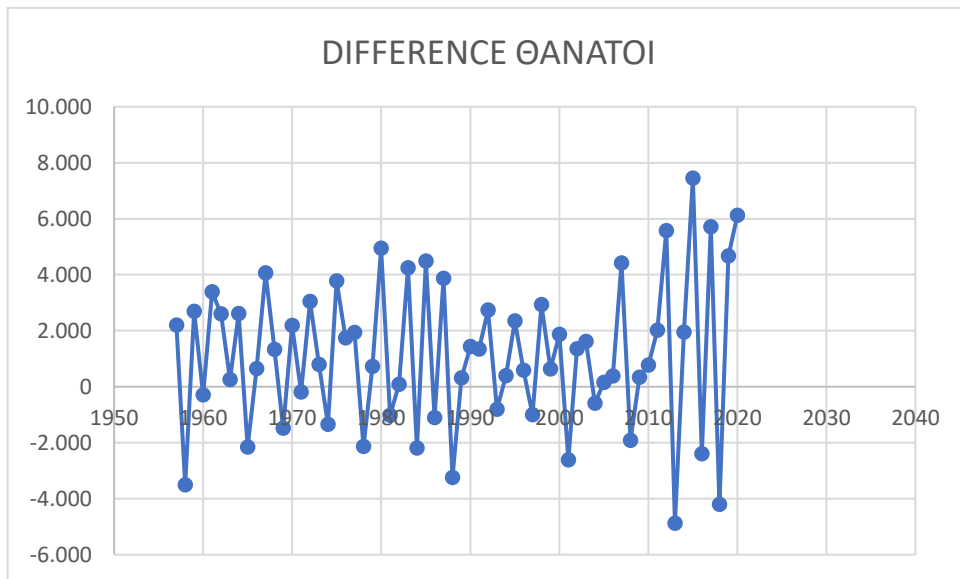


Διάγραμμα 2 – Χρονοσειρά θανάτων

Στα διαγράμματα 3 και 4 που ακολουθούν παρουσιάζονται οι διαφορές του επόμενου από τον προηγούμενο έτος των γεννήσεων και των θανάτων αντίστοιχα. Στον οριζόντιο άξονα παρουσιάζονται τα έτη ενώ στον κάθετο άξονα έχουμε τις διαφορές των γεννήσεων και των θανάτων. Με τη βοήθεια του συγκεκριμένου διαγράμματος μπορούμε να δούμε την αύξηση ή την μείωση του πλήθους των γεννήσεων και των θανάτων.

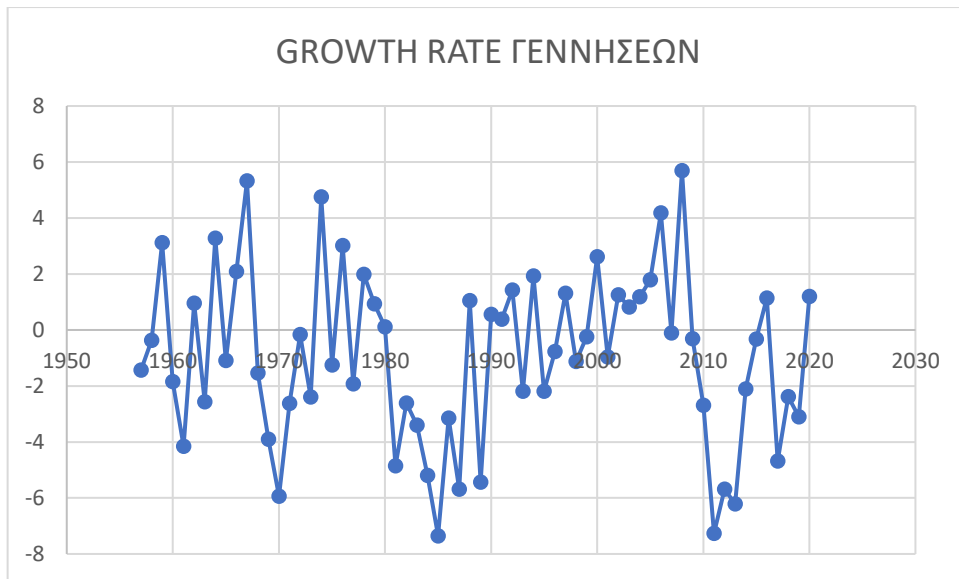


Διάγραμμα 3 – Διαφορά γεννήσεων

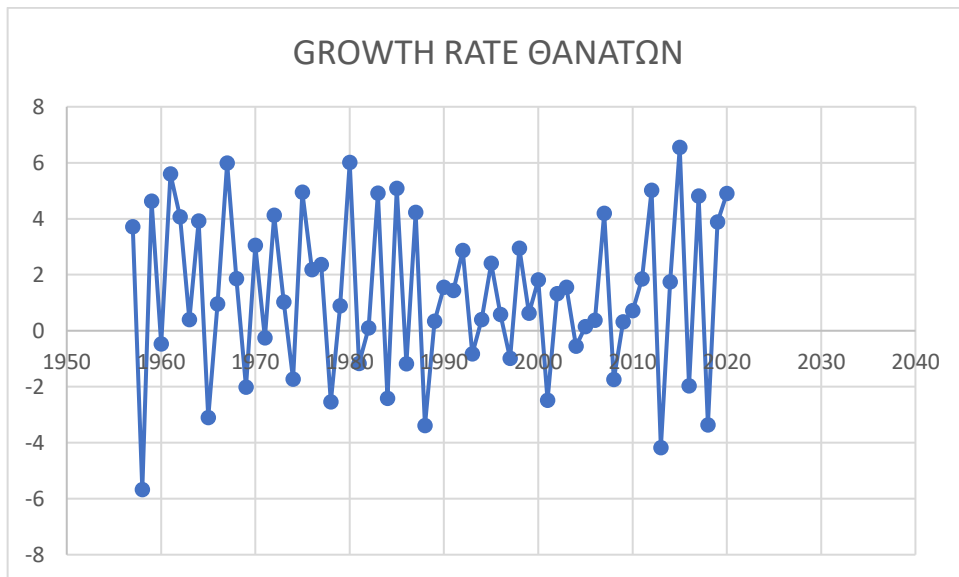


Διάγραμμα 4 – Διαφορά θανάτων

Στα διαγράμματα 5 και 6 εμφανίζεται ο ρυθμός ανάπτυξης του πλήθους των γεννήσεων και των θανάτων, συγκεκριμένα παρουσιάζεται η ποσοστιαία μεταβολή των γεννήσεων και των θανάτων συγκριτικά με την προηγούμενη περίοδο.



Διάγραμμα 5 – Ρυθμός ανάπτυξης γεννήσεων

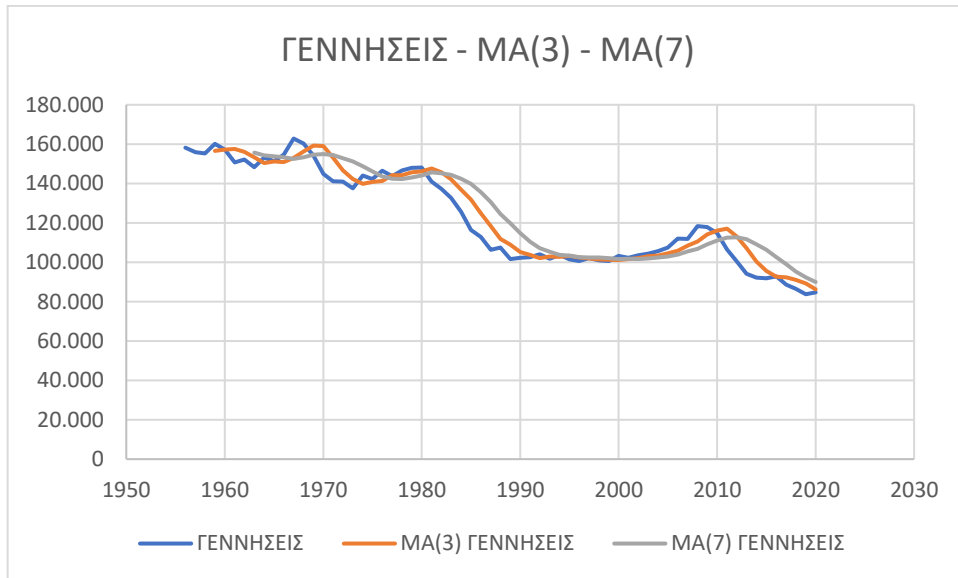


Διάγραμμα 6 – Ρυθμός ανάπτυξης θανάτων

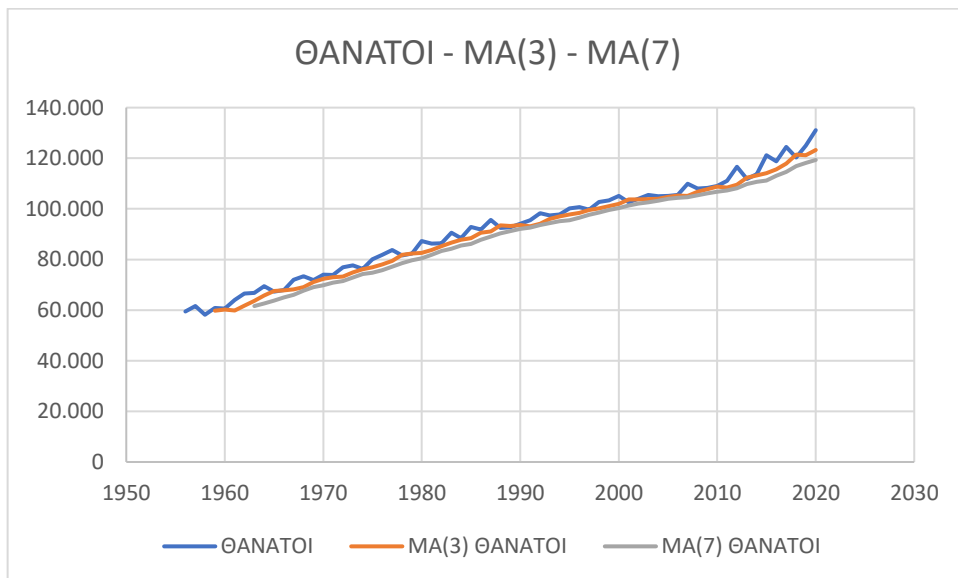
3.2 Πρόβλεψη Γεννήσεων – θανάτων με τη Μέθοδος Κινούμενων Μέσων Όρων

Στη μέθοδο των κινούμενων μέσων όρων, για την πρόβλεψη της επόμενης παρατήρησης, θα χρησιμοποιήσουμε τον μέσο όρο των τριών και τον επτά πρόσφατων παρατηρήσεων. Έτσι στην χρονοσειρά των γεννήσεων και στη χρονοσειρά των θανάτων θα χρησιμοποιήσουμε δύο τρόπους εφαρμογής της μεθόδου των κινούμενων μέσων όρων, για $K=3$ και για $K=7$. Για μεγάλες τιμές του K οδηγούμαστε σε ομαλά διαγράμματα τα οποία αργούν να προσαρμοστούν στις αλλαγές. Στα παρακάτω διαγράμματα

(διάγραμμα 7 και διάγραμμα 8) παρατηρούμε ότι για MA(3) η απόκλιση των τιμών είναι μικρότερη από την MA(7) σε σχέση με τις πραγματικές τιμές, επομένως η μέθοδος των κινούμενων μέσων όρων των τριών πρόσφατων παρατηρήσεων θα είναι και αυτή που επιλέγουμε ως μέθοδο πρόβλεψης της επόμενης περιόδου.



Διάγραμμα 7 - Διάγραμμα κινούμενων μέσων όρων γεννήσεων



Διάγραμμα 8 – Διάγραμμα κινούμενων μέσων όρων θανάτων

Επομένως για το έτος 2021 η πρόβλεψή μας είναι ότι θα έχουμε 84990 γεννήσεις και 125448 θανάτους. Το προηγούμενο έτος, το 2020, ο αριθμός των γεννήσεων ήταν 84767

και ο αριθμός των θανάτων ήταν 131084 (Πίνακας 1). Παρατηρούμε λοιπόν ότι σύμφωνα με την πρόβλεψή μας ο συνολικός αριθμός των γεννήσεων θα σημειώσει μια μικρή αύξηση σε σχέση με το προηγούμενο έτος, ενώ ο συνολικός αριθμός των θανάτων θα σημειώσει πτώση, οι οποίες δεν αλλάζουν την τάση που παρουσιάζουν οι υπό μελέτη χρονοσειρές.

Πίνακας 1 - Αριθμός γεννήσεων και θανάτων για το 2020 και πρόβλεψη τους για το 2021 με τη μέθοδο κινούμενων μέσων όρων

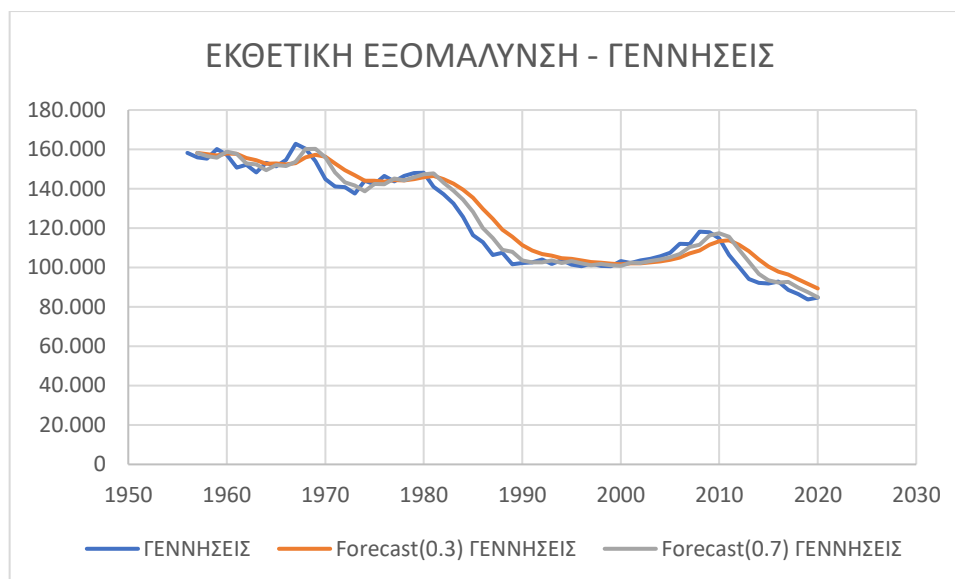
ΕΤΟΣ	ΓΕΝΝΗΣΕΙΣ	ΘΑΝΑΤΟΙ	
2020	84767	131084	
2021	84990	125448	ΜΑ (3)

3.3 Πρόβλεψη Γεννήσεων – Θανάτων με την Μέθοδος Εκθετικής Εξομάλυνσης

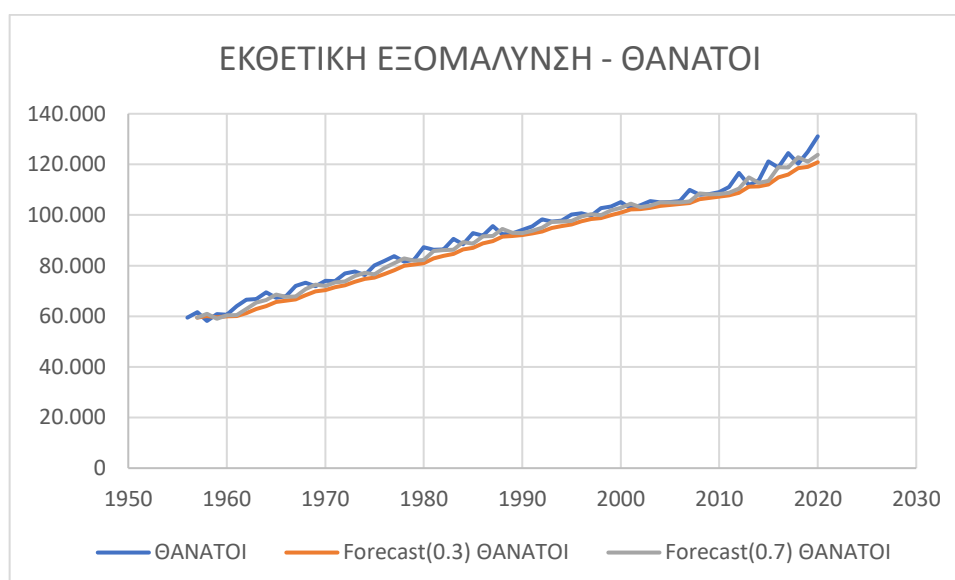
Στη μέθοδο της εκθετικής εξομάλυνσης η μετάβαση από την μια περίοδο στην άλλη γίνεται πιο ομαλά. Στη συγκεκριμένη μέθοδο χρησιμοποιούμε την σταθερά εξομάλυνσης «α» η οποία παίρνει τιμές από μηδέν έως ένα ($0 < \alpha < 1$). Στις συγκεκριμένες χρονοσειρές δώσαμε στη σταθερά εξομάλυνσης «α» δύο διαφορετικές τιμές.

- Η τιμή $\alpha=0,3$ η οποία δίνει αργή προσαρμογή
- Η τιμή $\alpha=0,7$ η οποία δίνει γρήγορη προσαρμογή

Στα παρακάτω γραφήματα (διάγραμμα 9 και διάγραμμα 10) παρατηρούμε ότι η απόκλιση των τιμών με τιμή σταθεράς εξομάλυνσης $\alpha=0,7$ είναι μικρότερη από την τιμή σταθεράς εξομάλυνσης $\alpha=0,3$ σε σχέση με τις πραγματικές τιμές, επομένως είναι και αυτή επιλέγουμε ως μέθοδο πρόβλεψης της επόμενης περιόδου.



Διάγραμμα 9 – Εκθετική εξομάλυνση γεννήσεων



Διάγραμμα 10 – Εκθετική εξομάλυνση θανάτων

Επομένως για το έτος 2021 η πρόβλεψή μας είναι ότι θα έχουμε 84797 γεννήσεις και 128895 θανάτους. Το προηγούμενο έτος, το 2020, ο αριθμός των γεννήσεων ήταν 84767 και ο αριθμός των θανάτων ήταν 131084 (Πίνακας 2). Παρατηρούμε λοιπόν ότι σύμφωνα με την πρόβλεψή μας ο συνολικός αριθμός των γεννήσεων θα σημειώσει πολύ μικρή αύξηση σε σχέση με το προηγούμενο έτος, ενώ ο συνολικός αριθμός των θανάτων θα σημειώσει μικρή πτώση, οι οποίες δεν αλλάζουν την τάση που παρουσιάζουν οι υπό μελέτη χρονοσειρές.

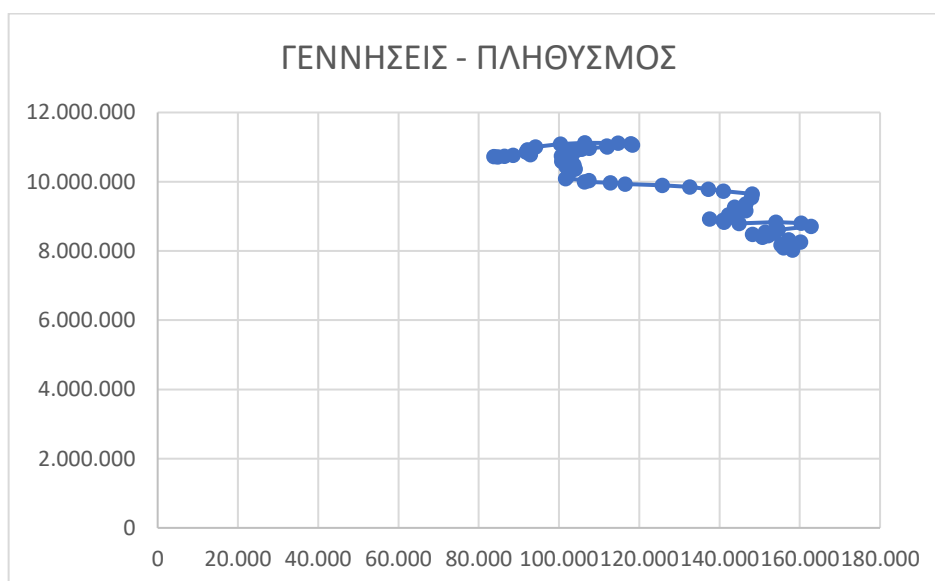
Πίνακας 2 - Αριθμός γεννήσεων και θανάτων για το 2020 και πρόβλεψη τους για το 2021 με τη μέθοδο της εκθετικής εξομάλυνσης

ΕΤΟΣ	ΓΕΝΝΗΣΕΙΣ	ΘΑΝΑΤΟΙ
2020	84767	131084
2021	84797	128895

Forecast(0.7)

3.4 Πρόβλεψη Γεννήσεων – Θανάτων με την Μέθοδος Γραμμικής Παλινδρόμησης

Με τη μέθοδο της Γραμμικής Παλινδρόμησης θα προβλέψουμε το πλήθος των γεννήσεων και των θανάτων συσχετίζοντας το με το συνολικό πληθυσμό. Με τη βοήθεια του διαγράμματος σκεδασμού θα δούμε εάν υπάρχει γραμμικότητα μεταξύ των δύο μεταβλητών, των γεννήσεων – πληθυσμός και των θανάτων – πληθυσμός. Παρατηρώντας το διάγραμμα των γεννήσεων σε σχέση με τον πληθυσμό (Διάγραμμα 11) παρατηρούμε ότι τα δεδομένα μας έχουν αρνητική συσχέτιση μεταξύ τους, αλλά δεν μπορούμε να είμαστε σίγουροι για το πόσο ισχυρή ή ασθενής είναι αυτή η συσχέτιση.



Διάγραμμα 11 – Διάγραμμα σκεδασμού γεννήσεων – πληθυσμού από το 1956 έως και το 2020

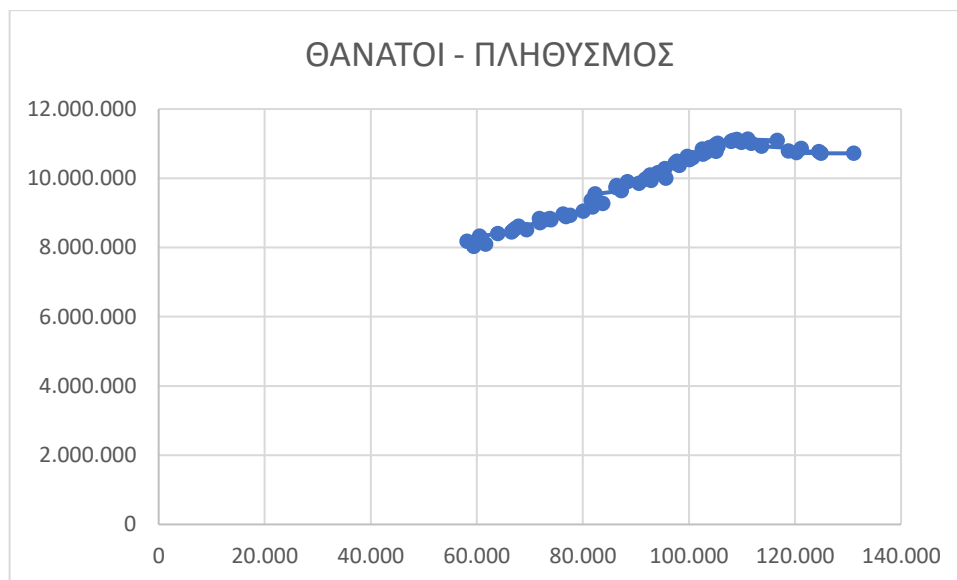
Με τη βοήθεια του Microsoft Excel και κατάλληλους υπολογισμούς (Πίνακας 3) μπορούμε να υπολογίσουμε ακριβώς τον συντελεστή συσχέτισης (correlation). Στην συγκεκριμένη περίπτωση ο συντελεστής συσχέτισης είναι ίσος με -0,902685857 ο

οποίος είναι περίπου ίσος με το μείον ένα, επόμενος υπάρχει ισχυρή αρνητική συσχέτιση μεταξύ των γεννήσεων και του πληθυσμού.

Πίνακας 3 - Συντελεστής συσχέτισης γεννήσεις – πληθυσμός από το 1956 έως και το 2020 (correlation)

	ΕΤΟΣ	ΓΕΝΝΗΣΕΙΣ	ΠΛΗΘΥΣΜΟΣ
ΕΤΟΣ	1		
ΓΕΝΝΗΣΕΙΣ	-0,915995063	1	
ΠΛΗΘΥΣΜΟΣ	0,962118888	-0,902685857	1

Παρατηρώντας τώρα το διάγραμμα των θανάτων σε σχέση με τον πληθυσμό (Διάγραμμα 12) παρατηρούμε ότι τα δεδομένα μας έχουν θετική συσχέτιση μεταξύ τους αλλά δεν μπορούμε να είμαστε σίγουροι για το πόσο ισχυρή ή ασθενής είναι αυτή η συσχέτιση.



Διάγραμμα 12 – Διάγραμμα σκεδασμού θανάτων – πληθυσμού από το 1956 έως και το 2020

Με τη βοήθεια του Microsoft Excel και κατάλληλους υπολογισμούς (Πίνακας 4) μπορούμε να υπολογίσουμε ακριβώς τον συντελεστή συσχέτισης (correlation). Στην συγκεκριμένη περίπτωση ο συντελεστής συσχέτισης είναι ίσος με 0,9487566 ο οποίος είναι περίπου ίσος με τη μονάδα, επόμενος υπάρχει ισχυρή θετική συσχέτιση μεταξύ των θανάτων και του πληθυσμού.

Πίνακας 4 - Συντελεστής συσχέτισης θάνατοι – πληθυσμός από το 1956 έως και το 2020 (correlation)

	ΕΤΟΣ	ΘΑΝΑΤΟΙ	ΠΛΗΘΥΣΜΟΣ
ΕΤΟΣ	1		
ΘΑΝΑΤΟΙ	0,991342734	1	
ΠΛΗΘΥΣΜΟΣ	0,962118888	0,9487566	1

Επομένως παρατηρούμε ότι υπάρχει ισχυρή γραμμική σχέση των δύο μεταβλητών και στις δύο υπό μελέτη περιπτώσεις. Προκειμένου να δούμε ποια είναι η καλύτερη δυνατή ευθεία η οποία μπορεί να χρησιμοποιηθεί για να περιγράψουμε την κατά μέσο όρο σχέση των δύο μεταβλητών θα μελετήσουμε την απλή γραμμική παλινδρόμηση

Στον Πίνακα 5 παρουσιάζονται οι σταθεροί όροι της εξίσωσης: $Y = b_0 + b_1 * X$. Επομένως η εκτίμηση των b_0 και b_1 είναι:

- $B_0 = 341144,0042$
- $B_1 = -0,022095946$

Επομένως η ζητούμενη εξίσωση είναι: $Y = 341144,0042 - 0,022095946 * X$.

$$\text{Γεννήσεις} = 341144,0042 - 0,022095946 * \text{Πληθυσμός}$$

Η ερμηνεία του συντελεστή X είναι ότι, για μεταβολή μιας μονάδας στην τιμή του X προκύπτει $-0,022095946$ μεταβολή στην τιμή του Y . Για να ελέγξουμε αν η παλινδρόμηση είναι στατιστικά σημαντική θα εξετάσουμε την τιμή « p » για τον έλεγχο

- $H_0 : \beta_1 = 0$
- $H_1 : \beta_1 \neq 0$

Η « p » τιμή για αυτόν τον έλεγχο υπάρχει στη γραμμή αποτελεσμάτων για το X (Πίνακας 6 & Πίνακας 7). Διαπιστώνουμε ότι

$$p = 9,35643 * 10^{-25} \cong 0,000 < 0,05 = \alpha$$

επομένως απορρίπτουμε την μηδενική υπόθεση και καταλήγουμε ότι με 95% βεβαιότητα η παλινδρόμηση είναι στατιστικά σημαντική. Η τιμή του συντελεστή προσδιορισμού, R Square, (Πίνακας 8) είναι ίση με 81,48%. Το ποσοστό της ολικής μεταβλητότητας της Y που ερμηνεύεται από την X είναι ίσο με 81,48%.

Πίνακας 5 - Συντελεστές Γεννήσεις – πληθυσμός

	<i>Coefficients</i>
Intercept	341144,0042
ΠΛΗΘΥΣΜΟΣ	-0,022095946

Πίνακας 6 - P-values Γεννήσεις – πληθυσμός

	<i>P-value</i>
Intercept	2,78745E-35
ΠΛΗΘΥΣΜΟΣ	9,35643E-25

Πίνακας 7 - Significance F Γεννήσεις – πληθυσμός

	<i>df</i>	<i>SS</i>	<i>MS</i>	<i>F</i>	<i>Significance F</i>
Regression	1	31259612818	31259612818	277,2495018	9,35643E-25
Residual	63	7103188985	112749031,5		
Total	64	38362801803			

Πίνακας 8 - Regression Statistics Γεννήσεις – πληθυσμός

<i>Regression Statistics</i>	
Multiple R	0,902685857
R Square	0,814841757
Adjusted R Square	0,811902737
Standard Error	10618,33469
Observations	65

Από τα αποτελέσματα διαπιστώνουμε ότι (Πίνακας 9 και Πίνακα 10) το 95% διάστημα πρόβλεψης είναι το 94597,71 έως και 114016,6306. Η ερμηνεία του διαστήματος είναι ότι έχουμε 95% εμπιστοσύνη ότι θα παρατηρηθεί τιμή γεννήσεων μεταξύ του 94597,71 έως και 114016,6306 όταν ο συνολικός πληθυσμός είναι 10.718.565.

Πίνακας 9 - Αποτελέσματα Γεννήσεων (Μέθοδος Γραμμική παλινδρόμηση)

2010	114.766	11.119.289	Προβλέψεις με χρήση Χn	Προβλέψεις με χρήση Χn+1
2011	106.428	11.123.392	95452,7949	95362,13523
2012	100.371	11.086.406	95362,13523	96179,37589
2013	94.134	11.003.615	96179,37589	98008,72136
2014	92.149	10.926.807	98008,72136	99705,86678
2015	91.847	10.858.018	99705,86678	101225,8248
2016	92.898	10.783.748	101225,8248	102866,8907
2017	88.553	10.768.193	102866,8907	103210,5932
2018	86.440	10.741.165	103210,5932	103807,8024
2019	83.763	10.724.599	103807,8024	104173,8438
2020	84.767	10.718.565	104173,8438	104307,1708

Πίνακας 10 - Διάστημα πρόβλεψης Γεννήσεων για το 2020

Average	Sum(Xi-xbar)^2	SE	t	LCP	UCP
9.867.819	63.313.665.849.197	10761,02336	0,90228	94597,71	114016,6306

Στον Πίνακα 11 παρουσιάζονται οι σταθεροί όροι της εξίσωσης: $Y = b_0 + b_1 * X$. Επομένως η εκτίμηση των b_0 και b_1 είναι:

- $B_0 = -84679,59553$
- $B_1 = 0,017856124$

Επομένως η ζητούμενη εξίσωση είναι: $Y = -84679,59553 + 0,017856124 * X$.

$$\Theta\acute{\alpha}\nu\alpha\tau\omicron\iota = -84679,59553 + 0,017856124 * \text{Πληθυσμός}$$

Η ερμηνεία του συντελεστή X είναι ότι για μια μονάδα αλλαγή στην τιμή του X προκύπτει - 0,022095946 αλλαγή στην τιμή του Y . Για να ελέγξουμε αν η παλινδρόμηση είναι στατιστικά σημαντική θα εξετάσουμε την τιμή « p » για τον έλεγχο

- $H_0 : \beta_1 = 0$
- $H_1 : \beta_1 \neq 0$

Η « p » τιμή για αυτόν τον έλεγχο υπάρχει στη γραμμή αποτελεσμάτων για το X (Πίνακας 12 & Πίνακας 13). Διαπιστώνουμε ότι:

$$p=3,18869 \cdot 10^{-33} \cong 0,000 < 0,05 = \alpha$$

επομένως απορρίπτουμε την μηδενική υπόθεση και καταλήγουμε ότι με 95% βεβαιότητα η παλινδρόμηση είναι στατιστικά σημαντική. Η τιμή του συντελεστή προσδιορισμού, R Square, (Πίνακας 14) είναι ίση με 90,01%. Το ποσοστό της ολικής μεταβλητότητας της Y που ερμηνεύεται από την X είναι ίσο με 90,01%.

Πίνακας 11 - Συντελεστές Θάνατοι – πληθυσμός

	<i>Coefficients</i>
Intercept	-84679,59553
ΠΛΗΘΥΣΜΟΣ	0,017856124

Πίνακας 12 - P-values θάνατοι – πληθυσμός

	<i>P-value</i>
Intercept	6,35007E-17
ΠΛΗΘΥΣΜΟΣ	3,18869E-33

Πίνακας 13 - Significance F Θάνατοι – πληθυσμός

	<i>df</i>	<i>SS</i>	<i>MS</i>	<i>F</i>	<i>Significance F</i>
Regression	1	20414219899	20414219899	567,877461	3,18869E-33
Residual	63	2264741854	35948283,39		
Total	64	22678961752			

Πίνακας 14 - Regression Statistics Θάνατοι – πληθυσμός

<i>Regression Statistics</i>	
Multiple R	0,9487566
R Square	0,900139086
Adjusted R Square	0,898553992
Standard Error	5995,688734
Observations	65

Από τα αποτελέσματα διαπιστώνουμε ότι (Πίνακας 15 και Πίνακα 16) το 95% διάστημα πρόβλεψης είναι το 98837,97 έως και 114586,9. Η ερμηνεία του διαστήματος είναι ότι έχουμε 95% εμπιστοσύνη ότι θα παρατηρηθεί τιμή γεννήσεων μεταξύ του 98837,97 έως και 114586,9 όταν ο συνολικός πληθυσμός είναι 10.718.565.

Πίνακας 15 - Αποτελέσματα θανάτων (Μέθοδος Γραμμική παλινδρόμηση)

2010	109.084	11.119.289	Προβλέψεις με χρήση X_n	Προβλέψεις με χρήση X_{n+1}
2011	111.099	11.123.392	113867,8076	113941,0713
2012	116.668	11.086.406	113941,0713	113280,6447
2013	111.794	11.003.615	113280,6447	111802,3184
2014	113.740	10.926.807	111802,3184	110430,8252
2015	121.183	10.858.018	110430,8252	109202,5203
2016	118.788	10.783.748	109202,5203	107876,3459
2017	124.495	10.768.193	107876,3459	107598,5939
2018	120.296	10.741.165	107598,5939	107115,9786
2019	124.965	10.724.599	107115,9786	106820,1741
2020	131.084	10.718.565	106820,1741	106712,4302

Πίνακας 16 - Διάστημα πρόβλεψης θανάτων για το 2020

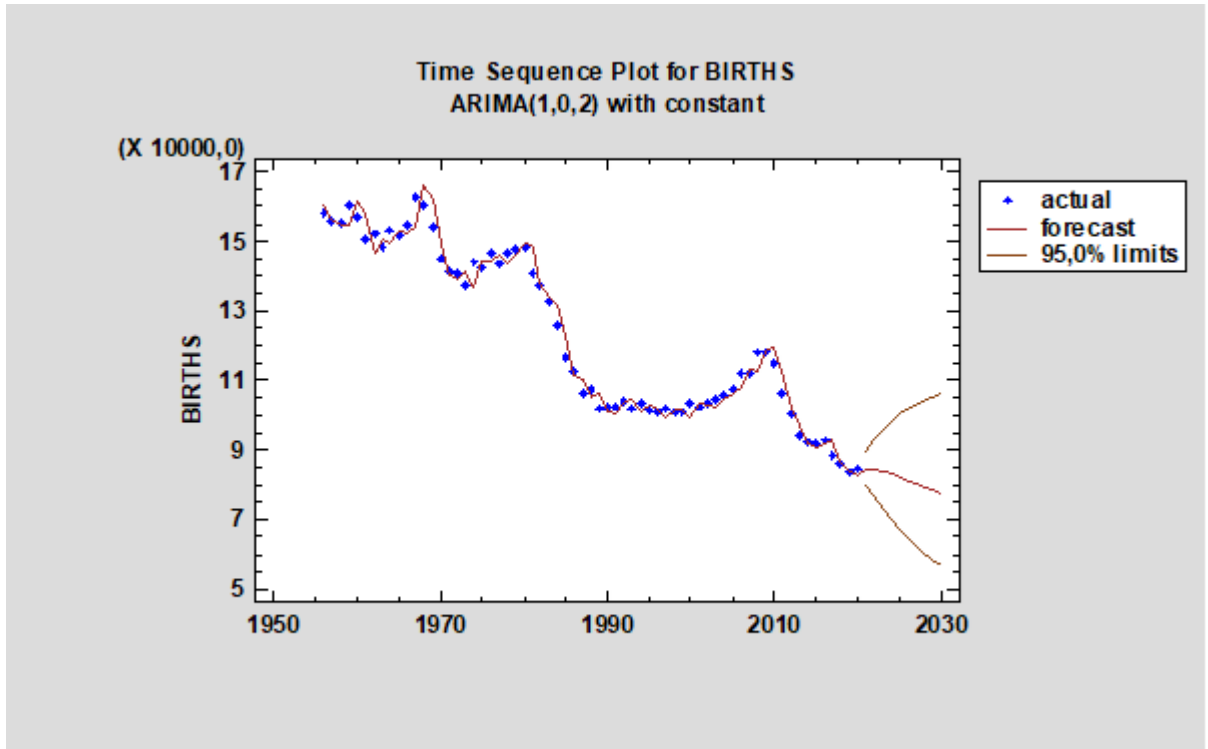
Average	Sum($X_i - \bar{x}$) ²	SE	t	LCP	UCP
9.867.819	63.313.665.849.197	6076,258514	1,29594	98837,97	114586,9

3.5 Πρόβλεψη Γεννήσεων – Θανάτων με την Μέθοδο ARIMA

Για την πρόβλεψη με τη μέθοδο ARIMA χρησιμοποιήθηκε το πρόγραμμα Statgraphics. Με τη βοήθεια του προγράμματος Statgraphics θα πάρουμε ετήσιες προβλέψεις γεννήσεων και θανάτων.

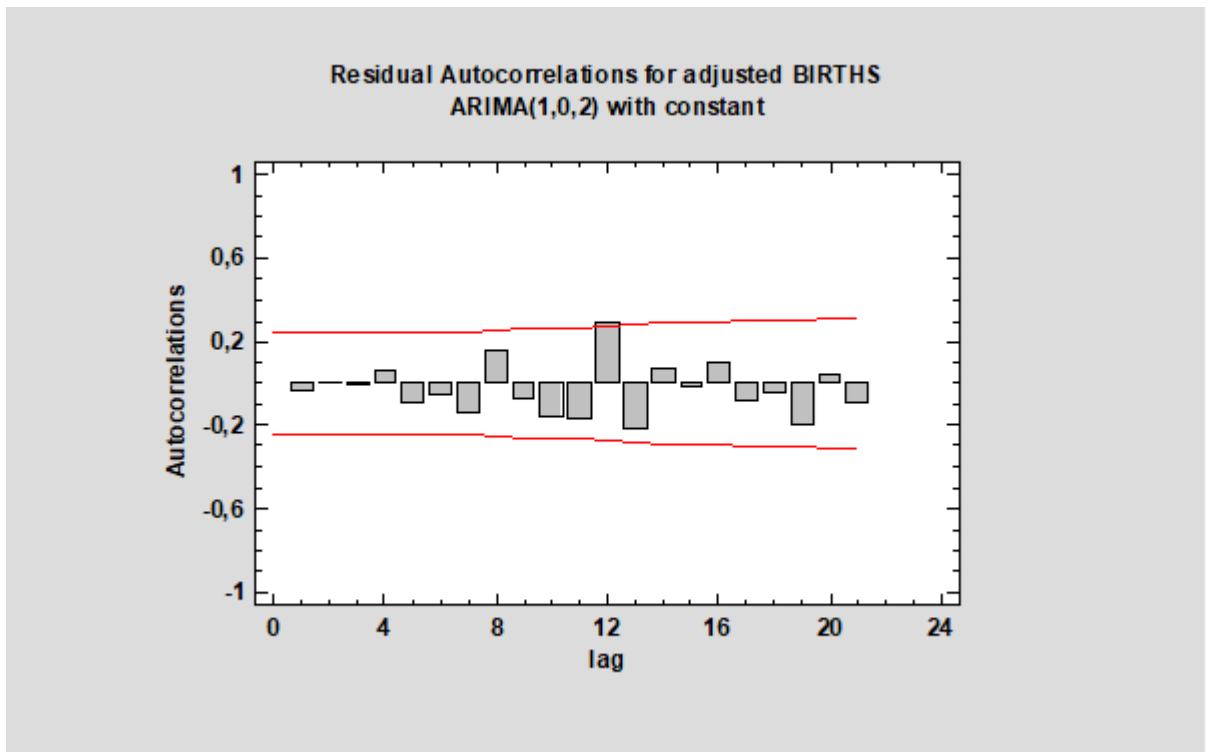
3.5.1 Πρόβλεψη γεννήσεων με την Μέθοδο ARIMA

Το διάστημα πρόβλεψης των γεννήσεων είναι από το 2021 έως και το 2030. Τα στοιχεία που θα χρησιμοποιήσουμε είναι ετήσιες τιμές για το διάστημα 1956 έως και 2020, ο αριθμός των παρατηρήσεων είναι 65, είναι ετήσιες και ξεκινούν από το 1956. Όπως φαίνεται στο διάγραμμα της χρονοσειράς (Διάγραμμα 13) το πλήθος των γεννήσεων στην Ελλάδα παρουσιάζει διαχρονικά μια καθοδική τάση.

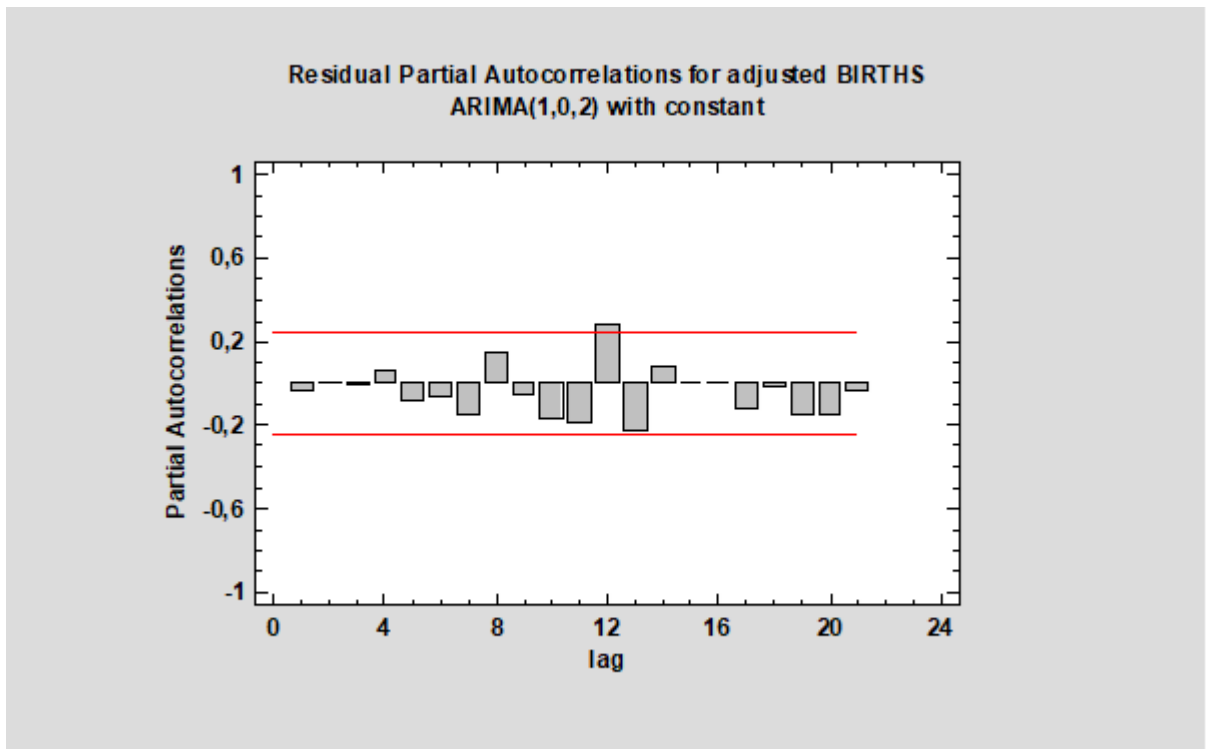


Διάγραμμα 13 – Διάγραμμα Χρονοσειράς Γεννήσεων (ARIMA)

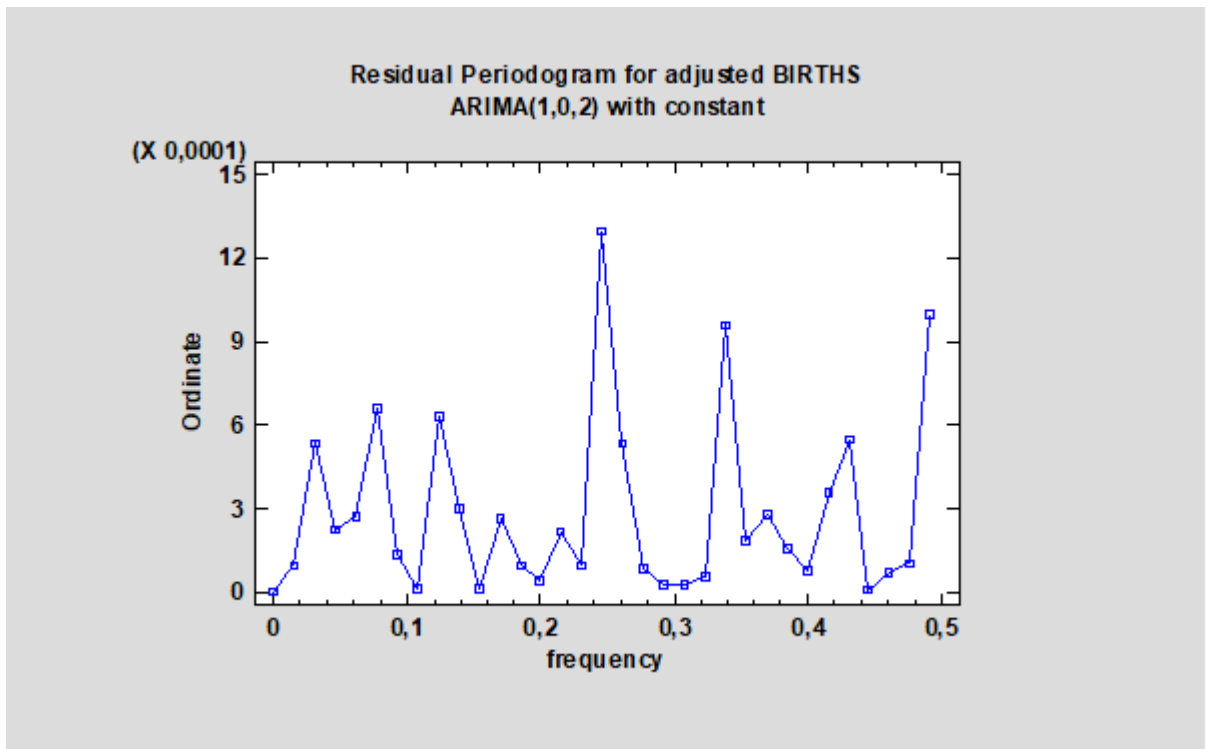
Στα διαγράμματα αυτοσυσχέτισης -Residual Autocorrelations- (Διάγραμμα 14) και μερικής αυτοσυσχέτισης – Residual Partial Autocorrelation- (Διάγραμμα 15) παρατηρούμε ότι η χρονοσειρά δεν παρουσιάζει εποχικότητα όπως θα διαπιστωθεί και στο περιοδόγραμμα – Residual Periodogram (Διάγραμμα 16)



Διάγραμμα 14 – Διάγραμμα Αυτοσυσχετίσεων της χρονοσειράς γεννήσεων



Διάγραμμα 15 - Διάγραμμα Μερικών Αυτοσυσχετίσεων της χρονοσειράς γεννήσεων



Διάγραμμα 16 - Περιοδόγραμμα της χρονοσειράς γεννήσεων

Το μοντέλο που προκρίνεται είναι το ARIMA(1,0,2) με Base10 log έχοντας τη μικρότερη τιμή ρίζας του μέσου τετραγωνικού σφάλματος (RMSE= 3698,38) , τη μικρότερη τιμή στο μέσο απόλυτο ποσοστιαίο σφάλμα (MAPE= 2,29293) και τη μικρότερη τιμή στο μέσο απόλυτο σφάλμα (MAE = 2862,63) (Πίνακας 17)

Πίνακας 17 - Σύγκριση μοντέλων

Model	RMSE	MAE	MAPE	ME	MPE
(A)	4026,71	3142,34	2,56626	-1129,9	-1,01195
(B)	4019,19	3203,1	2,58224	-54,5117	0,0218283
(C)	3959,11	3109,14	2,53475	-570,348	-0,50383
(D)	4494,38	3486,76	2,83178	43,4763	0,110386
(E)	3698,38	2862,63	2,29293	-397,215	-0,317559

Στη συνέχεια προχωράμε με τον έλεγχο των καταλοίπων:

- Runs (Έλεγχος ροών πάνω και κάτω)
- Runm (Έλεγχος ροών πάνω και κάτω από τη διάμεσο)
- Auto (box – pierce έλεγχος για αυτοσυσχέτιση)
- Mean (Έλεγχος διαφοράς μέσου στο 1^ο και το 2^ο μισό)
- Var (Έλεγχος διαφοράς διασποράς στο 1^ο και στο 2^ο μισό)

Το αποτέλεσμα καθορίζει την καταλληλότητα του μοντέλου. Το ARIMA(1,0,2) με Base10 log έχει 5 OK στους ελέγχους (Πίνακας 18) επομένως είναι κατάλληλο για να χρησιμοποιηθεί για την πρόβλεψή μας.

Πίνακας 18 - Έλεγχος υπολοίπων

<i>Model</i>	<i>RMSE</i>	<i>RUNS</i>	<i>RUNM</i>	<i>AUTO</i>	<i>MEAN</i>	<i>VAR</i>
(A)	4026,71	OK	OK	OK	OK	*
(B)	4019,19	OK	OK	OK	OK	OK
(C)	3959,11	OK	OK	OK	OK	*
(D)	4494,38	OK	OK	OK	OK	OK
(E)	3698,38	OK	OK	OK	OK	OK

Στη συνέχεια θα ελέγξουμε τους συντελεστές του μοντέλου που έχουμε επιλέξει. Παρατηρούμε ότι τα P-value των συντελεστών (Πίνακας 19) είναι μικρότερα από το 10% επομένως είναι στατιστικά σημαντικοί.

Πίνακας 19 - Έλεγχος παραμέτρων μοντέλου ARIMA(1,0,2) με Base10 log

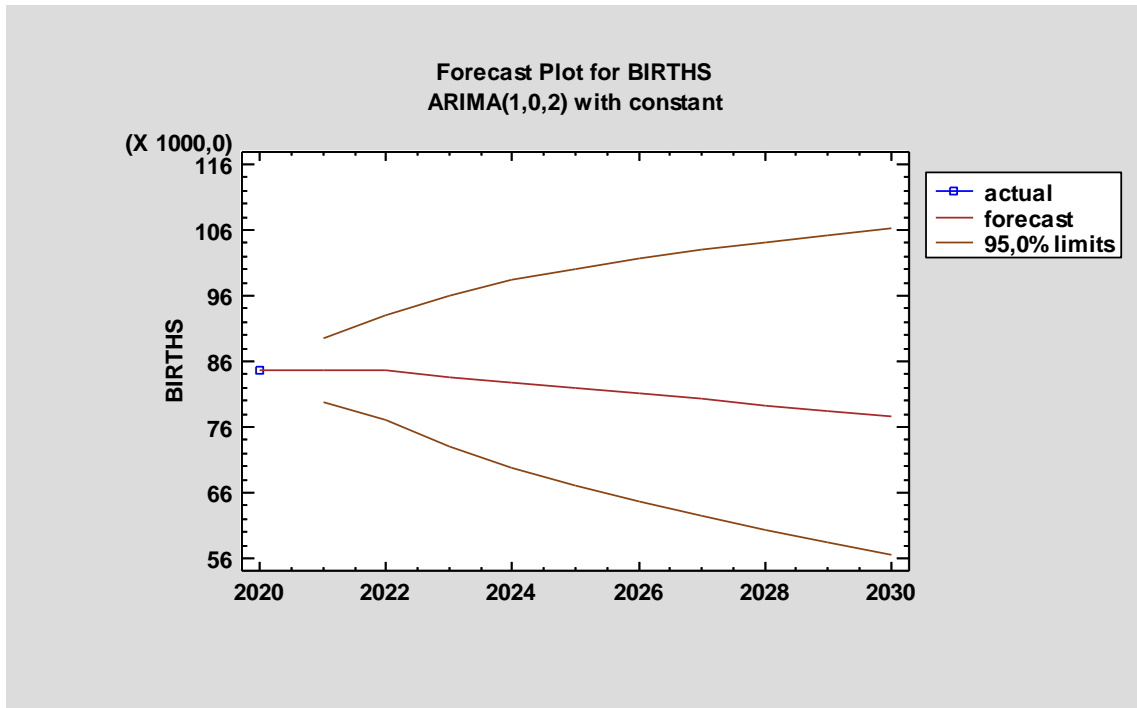
<i>Parameter</i>	<i>Estimate</i>	<i>Std. Error</i>	<i>t</i>	<i>P-value</i>
AR(1)	1,01554	0,0168764	60,1754	0,000000
MA(1)	-0,286373	0,114842	-2,49362	0,015372
MA(2)	-0,424025	0,115597	-3,66813	0,000515
Mean	5,2143	0,0266888	195,374	0,000000
Constant	-0,0810552			

Με βάση τα παραπάνω το μοντέλο ARIMA(1,0,2) με Base10 log είναι κατάλληλο για να πάρουμε προβλέψεις για το διάστημα 2021 έως και 2030. Παρακάτω (Πίνακας 20) παρουσιάζονται οι προβλέψεις του μοντέλου ARIMA(1,0,2) με Base10 log καθώς και το διάστημα εμπιστοσύνης

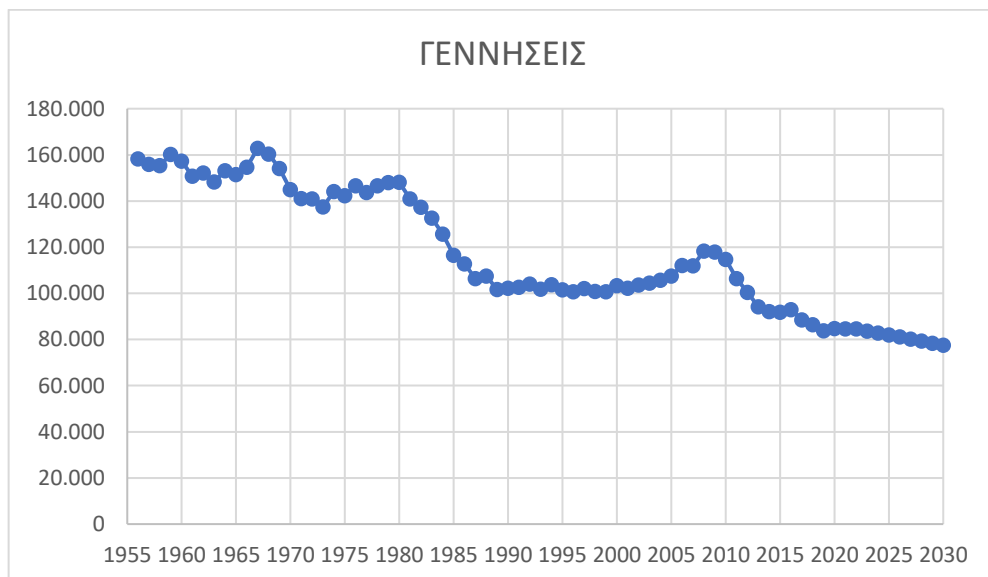
Πίνακας 20 - Πρόβλεψη Γεννήσεων

<i>Period</i>	<i>Forecast</i>	<i>Lower 95% Limit</i>	<i>Upper 95% Limit</i>
2021	84551,2	79834,8	89546,2
2022	84562,7	76958,6	92918,2
2023	83698,1	72941,1	96041,5
2024	82829,1	69801,4	98288,3
2025	81955,8	67105,0	100093,
2026	81078,4	64690,3	101618,
2027	80196,9	62475,8	102945,
2028	79311,6	60413,9	104120,
2029	78422,5	58473,7	105177,
2030	77529,7	56634,1	106135,

Συνεπώς προβλέπεται (Διάγραμμα 17 & Διάγραμμα 18) μείωση του πλήθους των γεννήσεων στην Ελλάδα την περίοδο 2021 έως και 2030.



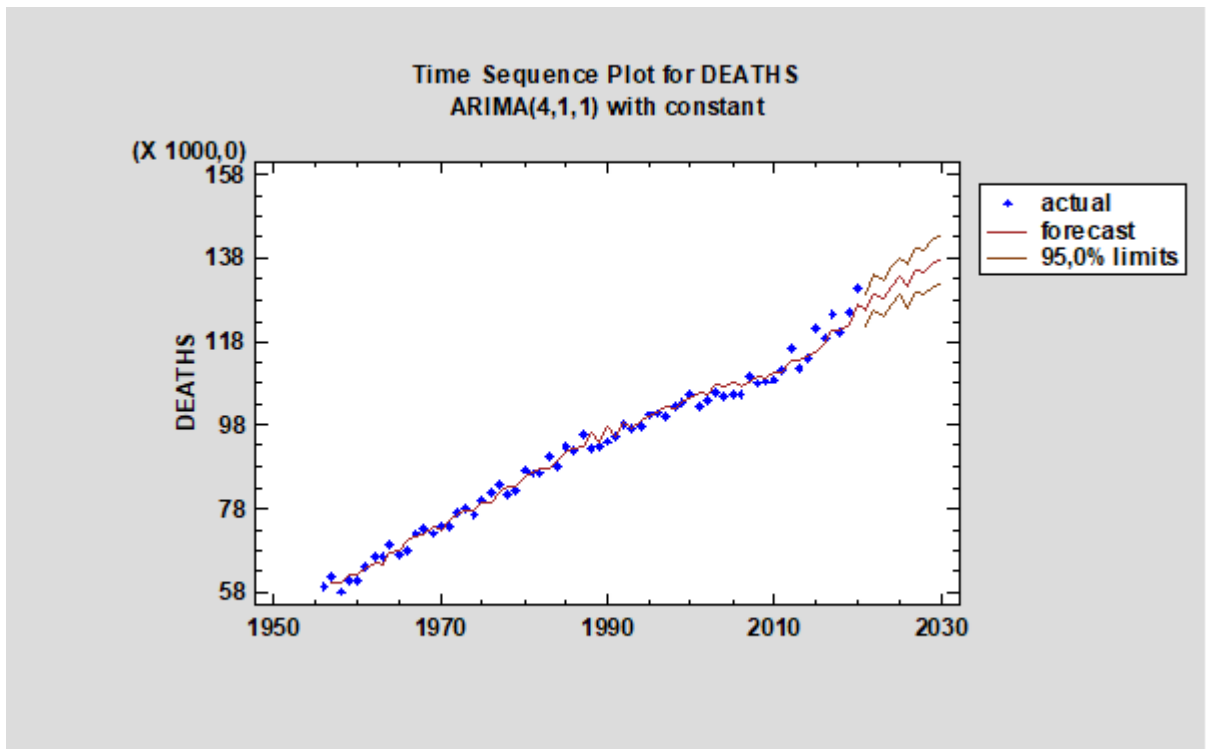
Διάγραμμα 17 - Πρόβλεψη γεννήσεων την περίοδο 2021 έως και 2030



Διάγραμμα 18 - Γεννήσεις και πρόβλεψη γεννήσεων την περίοδο 1956 έως και 2030

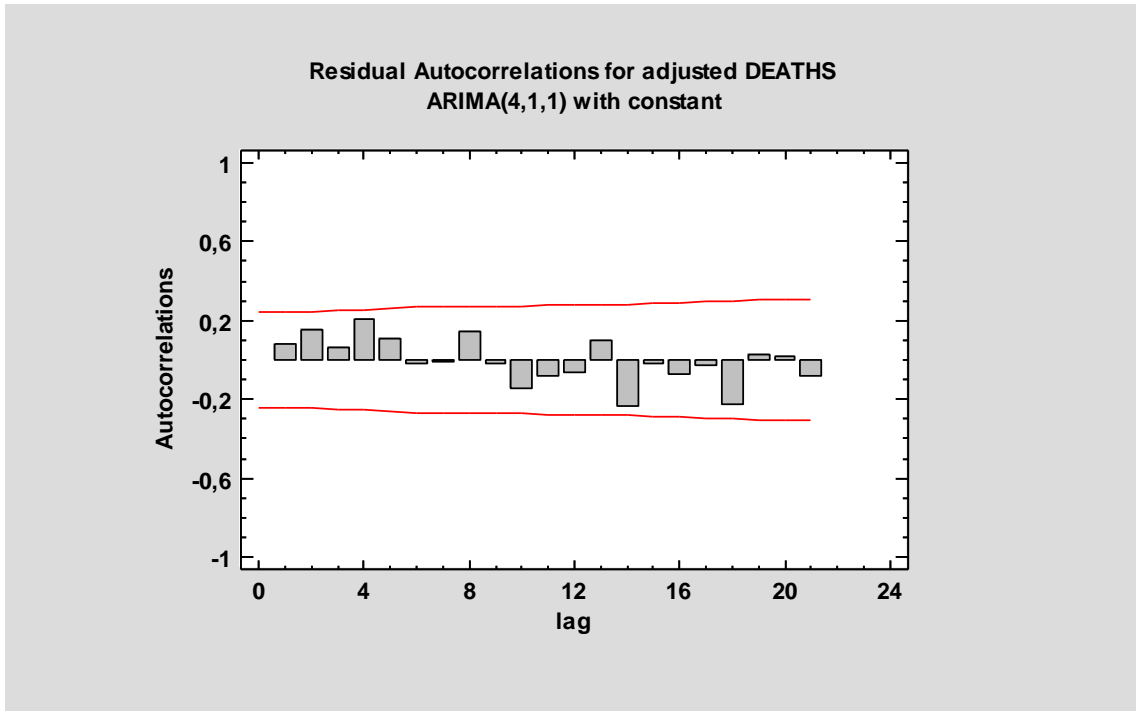
3.5.2 Πρόβλεψη θανάτων με την Μέθοδο ARIMA

Το διάστημα πρόβλεψης των θανάτων είναι από το 2021 έως και το 2030. Τα στοιχεία που θα χρησιμοποιήσουμε είναι ετήσιες τιμές για το διάστημα 1956 έως και 2020, ο αριθμός των παρατηρήσεων είναι 65, είναι ετήσιες και ξεκινούν από το 1956. Όπως φαίνεται στο διάγραμμα της χρονοσειράς (Διάγραμμα 19) το πλήθος των θανάτων στην Ελλάδα παρουσιάζει διαχρονικά μια ανοδική τάση.

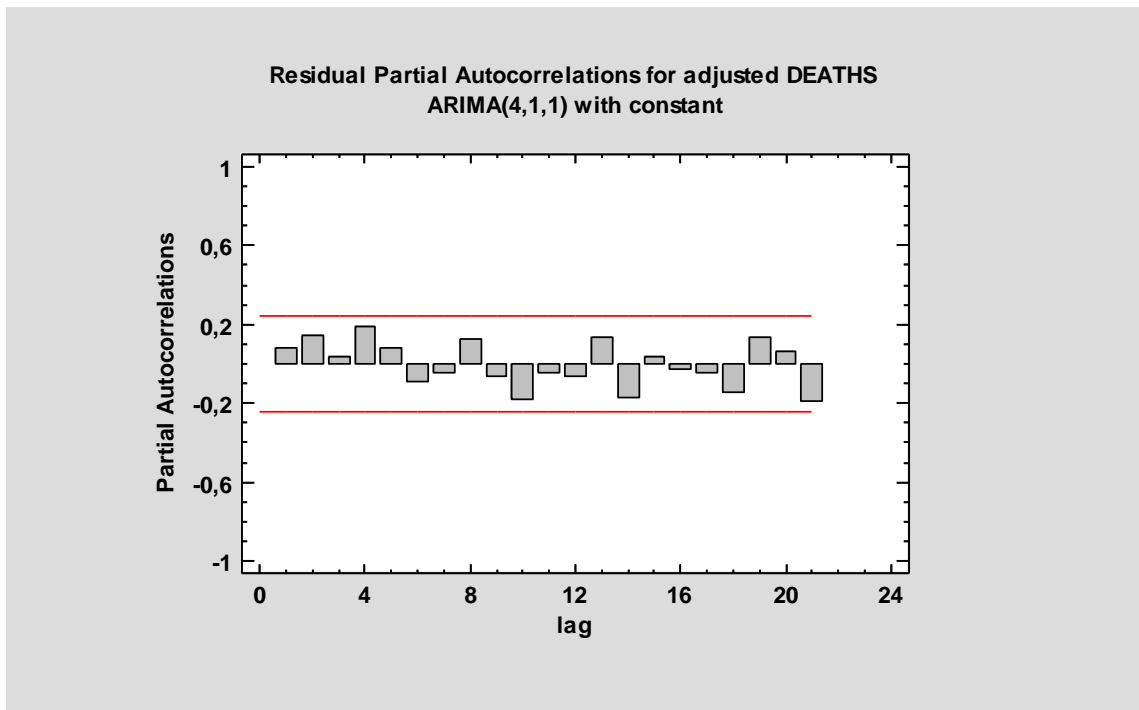


Διάγραμμα 19 – Διάγραμμα Χρονοσειράς Θανάτων

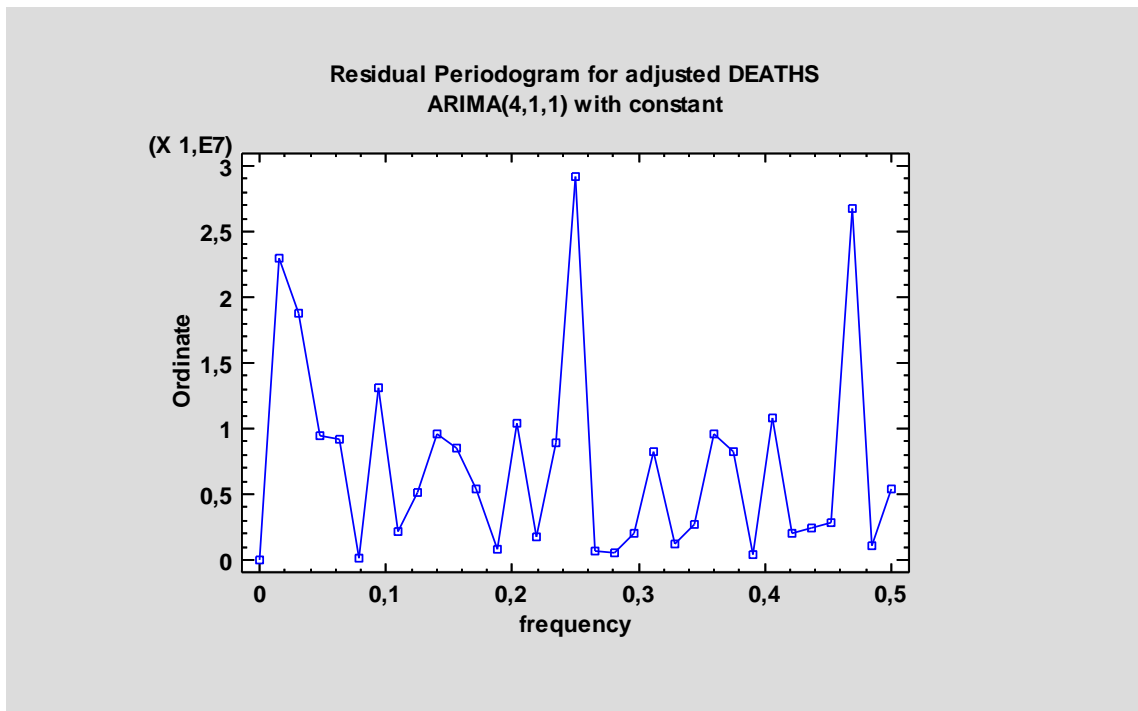
Στα διαγράμματα αυτοσυσχέτισης -Residual Autocorrelations- (Διάγραμμα 20) και μερικής αυτοσυσχέτισης – Residual Partial Autocorrelation- (Διάγραμμα 21) παρατηρούμε ότι η χρονοσειρά δεν παρουσιάζει εποχικότητα όπως θα διαπιστωθεί και στο περιοδόγραμμα – Residual Periodogram (Διάγραμμα 22)



Διάγραμμα 20 - Διάγραμμα Αυτοσυσχετίσεων της χρονοσειράς θανάτων



Διάγραμμα 21 - Διάγραμμα Μερικών Αυτοσυσχετίσεων της χρονοσειράς θανάτων



Διάγραμμα 22 - Περιοδόγραμμα της χρονοσειράς θανάτων

Το μοντέλο που προκρίνεται είναι το ARIMA(4,1,1) έχοντας τη μικρότερη τιμή ρίζας του μέσου τετραγωνικού σφάλματος ($RMSE=2036,84$), τη μικρότερη τιμή στο μέσο απόλυτο ποσοστιαίο σφάλμα ($MAPE=1,72258$) και τη μικρότερη τιμή στο μέσο απόλυτο σφάλμα ($MAE=1568,01$) (Πίνακας 21)

Πίνακας 21 - Σύγκριση μοντέλων

Model	RMSE	MAE	MAPE	ME	MPE
(A)	2764,98	2119,27	2,32127	1334,48	1,42599
(B)	2380,15	1934,31	2,19391	455,498	0,561316
(C)	2122,19	1704,08	1,92063	188,573	0,114072
(D)	2370,82	1898,74	2,1553	136,93	0,131105
(E)	2036,84	1568,01	1,72258	-3,05292	-0,0569411

Στη συνέχεια προχωράμε με τον έλεγχο των καταλοίπων:

- Runs (Έλεγχος ρών πάνω και κάτω)
- Runm (Έλεγχος ρών πάνω και κάτω από τη διάμεσο)
- Auto (box – pierce έλεγχος για αυτοσυσχέτιση)
- Mean (Έλεγχος διαφοράς μέσου στου 1^ο και το 2^ο μισό)
- Var (Έλεγχος διαφοράς διασποράς στο 1^ο και στο 2^ο μισό)

Το αποτέλεσμα καθορίζει την καταλληλότητα του μοντέλου. ARIMA(4,1,1) έχει 5 OK στους ελέγχους (Πίνακας 22) επομένως είναι κατάλληλο για να χρησιμοποιηθεί για την πρόβλεψή μας.

Πίνακας 22 - Έλεγχος υπολοίπων

<i>Model</i>	<i>RMSE</i>	<i>RUNS</i>	<i>RUNM</i>	<i>AUTO</i>	<i>MEAN</i>	<i>VAR</i>
(A)	2764,98	OK	*	OK	OK	OK
(B)	2380,15	OK	OK	OK	OK	OK
(C)	2122,19	OK	OK	OK	OK	OK
(D)	2370,82	OK	OK	OK	OK	OK
(E)	2036,84	OK	OK	OK	OK	OK

Στη συνέχεια θα ελέγξουμε τους συντελεστές του μοντέλου που έχουμε επιλέξει. Παρατηρούμε ότι τα P-value των συντελεστών (Πίνακας 23) είναι μικρότερα από το 10% επομένως είναι στατιστικά σημαντικοί.

Πίνακας 23 - Έλεγχος παραμέτρων μοντέλου ARIMA(4,1,1)

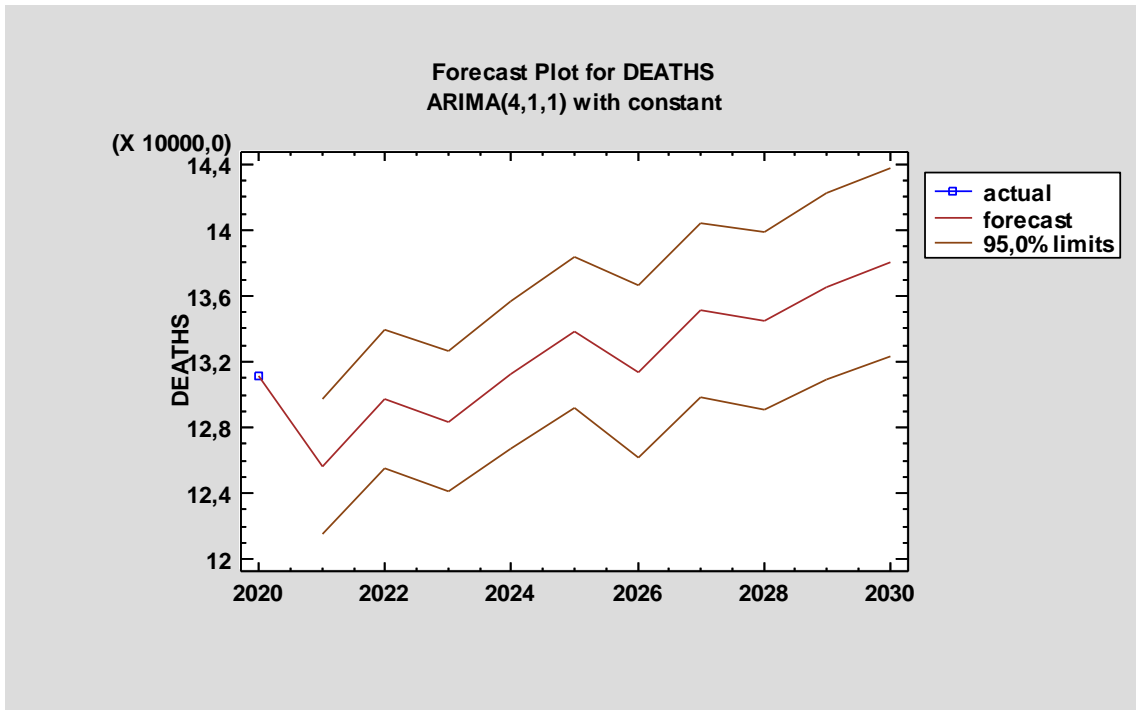
<i>Parameter</i>	<i>Estimate</i>	<i>Std. Error</i>	<i>t</i>	<i>P-value</i>
AR(1)	-1,20125	0,23695	-5,0696	0,000004
AR(2)	-0,986048	0,230615	-4,27572	0,000072
AR(3)	-0,673088	0,200762	-3,35266	0,001414
AR(4)	-0,504223	0,127922	-3,94164	0,000220
MA(1)	-0,440827	0,256527	-1,71844	0,091051
Mean	1065,91	86,5858	12,3105	0,000000
Constant	4652,29			

Με βάση τα παραπάνω το μοντέλο ARIMA(4,1,1) είναι κατάλληλο για να πάρουμε προβλέψεις για το διάστημα 2021 έως και 2030. Παρακάτω (Πίνακας 24) παρουσιάζονται οι προβλέψεις του μοντέλου ARIMA(4,1,1) καθώς και το διάστημα εμπιστοσύνης

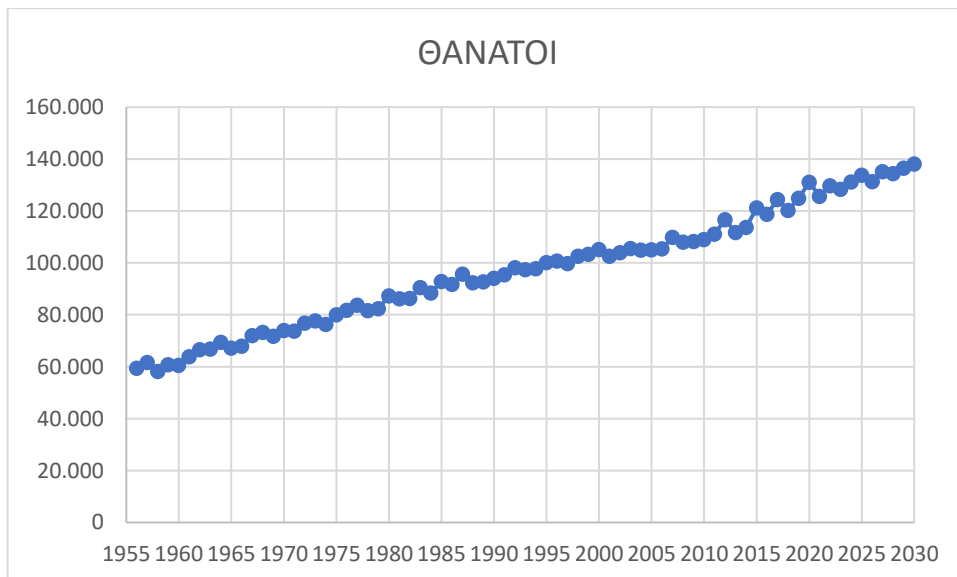
Πίνακας 24 - Πρόβλεψη Θανάτων

<i>Period</i>	<i>Forecast</i>	<i>Lower 95% Limit</i>	<i>Upper 95% Limit</i>
2021	125644,	121539,	129749,
2022	129772,	125551,	133993,
2023	128357,	124080,	132633,
2024	131215,	126728,	135702,
2025	133794,	129222,	138365,
2026	131401,	126158,	136644,
2027	135175,	129884,	140465,
2028	134476,	129038,	139914,
2029	136557,	130906,	142207,
2030	138065,	132316,	143814,

Συνεπώς προβλέπεται (Διάγραμμα 23 & Διάγραμμα 24) αύξηση του πλήθους των θανάτων στην Ελλάδα την περίοδο 2021 έως και 2030.



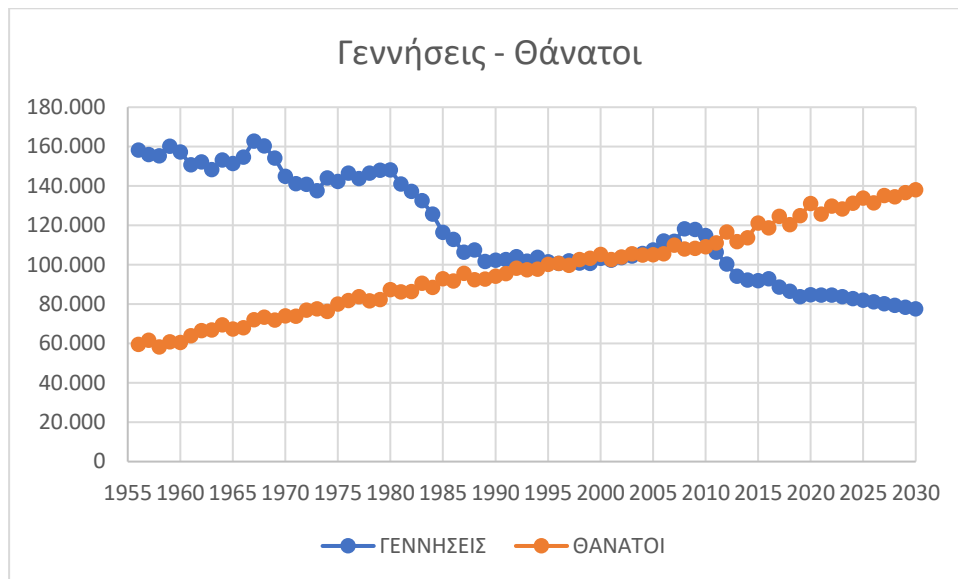
Διάγραμμα 23 - Πρόβλεψη Θανάτων την περίοδο 1956 έως και 2030



Διάγραμμα 24 - Θάνατοι και πρόβλεψη θανάτων την περίοδο 1956 έως και 2030

3.6 Σύγκριση Αποτελεσμάτων Πρόβλεψης

Παρακάτω παρουσιάζονται το πλήθος και η πρόβλεψη του πλήθους των γεννήσεων σε σχέση με τους θανάτους στην Ελλάδα. Παρατηρούμε μια καθοδική τάση του πλήθους των γεννήσεων μέχρι και το 2020 η οποία προβλέπεται να συνεχιστεί την περίοδο 2021 έως και 2030. Όσον αφορά το πλήθος των θανάτων στην Ελλάδα παρατηρείται μια ανοδική τάση μέχρι και το 2020 η οποία προβλέπεται να συνεχιστεί και την περίοδο 2021 έως και 2030 (Διάγραμμα 25).



Διάγραμμα 25 - Γεννήσεις - Θάνατοι και πρόβλεψη Γεννήσεων - Θανάτων την περίοδο 1956 έως και 2030

Κεφάλαιο 4: Οικονομικές Επιπτώσεις

4.1 Οικονομικές επιπτώσεις της μεταβολής του πληθυσμού

Το 1937, ο John Maynard Keynes έδωσε μια διάλεξη με θέμα «Μερικές οικονομικές συνέπειες ενός μειούμενου πληθυσμού». Πολλοί εκείνη την εποχή ένοιωθαν ότι ο κόσμος ήταν υπερπληθυσμένος και λιγότεροι άνθρωποι θα μπορούσαν να είναι μόνο καλό πράγμα, μια άποψη που συμμαριζόταν και ο ίδιος ο Keynes. Αλλά ο σκοπός της διάλεξής του ήταν να εκδώσει μια προειδοποίηση: η μείωση του πληθυσμού συνοδεύεται από δυσάρεστες οικονομικές παρενέργειες. Σήμερα, όμως, η προειδοποίησή του μοιάζει με προφητεία. Ο πληθυσμός μειώνεται ήδη σε αρκετές χώρες όπως η Ελλάδα και μια μελλοντική παγκόσμια μείωση είναι πιο πιθανή από ποτέ. Όπως και στη δεκαετία του 1930, πολλοί ενστερνίζονται την προοπτική - σε μεγάλο βαθμό για περιβαλλοντικούς λόγους - αλλά η οικονομικές επιπτώσεις μπορεί να είναι σοβαρότερες από ό,τι περίμενε ακόμη και ο Keynes. Οι μελλοντικοί πληθυσμοί θα αντικατοπτρίζουν μια πραγματικά αξιολογημένη πτώση της παγκόσμιας γονιμότητας (Harding, 2020).

Στην Ελλάδα και σε αρκετές χώρες παγκοσμίως, οι βασικές τάσεις δημογραφικών γεγονότων που παρατηρούνται είναι οι εξής δύο: η αύξηση του προσδόκιμου ζωής και η μείωση του δείκτη γονιμότητας περίπου στις δύο γεννήσεις ανά γυναίκα μέγεθος το οποίο βρίσκεται κάτω από το όριο αναπλήρωσης. Αν οι τάσεις αυτές μείνουν αμετάβλητες θα οδηγηθούμε στην μείωση του συνολικού πληθυσμού επομένως και στη μείωση του οικονομικά ενεργού πληθυσμού (Αργυρού, 2018).

Μερικές από τις οικονομικές συνέπειες είναι προφανείς: λιγότεροι άνθρωποι παράγουν λιγότερα πράγματα, επομένως μια μείωση του πληθυσμού σημαίνει βραδύτερη οικονομική ανάπτυξη ή ακόμη και μείωση της παραγωγής (Harding, 2020).

Την περίοδο 2011 έως το 2015 ο πληθυσμός της Ελλάδας μειώθηκε σε 10,8 από 11,2 εκ. και προβλέπεται ότι από το 2015 μέχρι το 2050 ο πληθυσμός θα μειωθεί σε 8,3 έως 10 εκ. Ο οικονομικά ενεργός πληθυσμός θα μειωθεί από 4,7 εκ. σε 3 έως 3,7 εκ. (δηλαδή από 43,5% σε 35,5-37,5% του συνολικού πληθυσμού) και το ποσοστό του πληθυσμού άνω των 65 ετών θα αυξηθεί από 21% σε 30-33%. Οι δημογραφικές αυτές τάσεις έχουν σημαντικές οικονομικές επιπτώσεις. Το Ακαθάριστο Εγχώριο Προϊόν (ΑΕΠ) καθορίζεται από τους παραγωγικούς συντελεστές της εργασίας και του κεφαλαίου, καθώς και από το επίπεδο τεχνολογίας, το οποίο καθορίζει την παραγωγικότητα των συντελεστών αυτών.

Η μείωση του ενεργού οικονομικά πληθυσμού (εργατικού δυναμικού) οδηγεί σε μείωση του ΑΕΠ, πιέζοντας με αυτόν τον τρόπο το βιοτικό επίπεδο των εργαζομένων και των συνταξιούχων. Ένα συρρικνωμένο ΑΕΠ το οποίο θα πρέπει να χρηματοδοτήσει τις αυξανόμενες πληρωμές προς ένα μεγαλύτερο αριθμό συνταξιούχων με υψηλότερο προσδόκιμο ζωής θα οδηγήσει στην αύξηση φορολογίας. Η αύξηση της φορολογίας θα έχει ως αποτέλεσμα την φυγή εργαζομένων και κεφαλαίου και κατ' επέκταση σε ακόμα περισσότερο συρρικνωμένο ΑΕΠ. Οι δημογραφικές αυτές τάσεις οδηγούν σε αύξηση των συνταξιοδοτικών ορίων και μείωση συντάξεων και δαπανών (δημόσιων και πρόνοιας). (Αργυρού, 2018)

Η γήρανση του πληθυσμού θα έχει μεγάλο άμεσο αντίκτυπο στις δημόσιες δαπάνες. Η αύξηση του αριθμού των ηλικιωμένων αυξάνει το κόστος των δημόσιων προγραμμάτων, όπως οι συντάξεις και η υγειονομική περίθαλψη. Ελλείψει περαιτέρω μεταρρυθμίσεων, οι δαπάνες που σχετίζονται με τη γήρανση προβλέπεται να αυξηθούν (Clements, et al., 2015).

Τα χαμηλότερα ποσοστά γεννήσεων ή τα υψηλά ποσοστά μετανάστευσης οδηγούν σε μικρότερη ομάδα νέων που εισέρχονται στο εργατικό δυναμικό. Αυτό σε συνδυασμό με τη γήρανση του πληθυσμού μπορεί να επιβαρύνει τους πόρους. Έχουμε δηλαδή ένα μεγάλο πληθυσμό συνταξιούχων που αντλεί από την κοινωνική ασφάλιση, ενώ ένας μικρότερος αριθμός πολιτών σε ηλικία εργασίας πληρώνει φόρους για τη χρηματοδότηση της κοινωνικής ασφάλισης (VanDyke, 2021). Αυξάνονται δηλαδή συνεχώς οι ανάγκες για ιατροφαρμακευτική περίθαλψη, για την κάλυψη των οποίων δεν αρκούν οι εισφορές που δίνουν το διαρκώς συρρικνωμένο νεανικό εργατικό δυναμικό. Με αυτόν τον τρόπο το ασφαλιστικό σύστημα της χώρας πλήττεται διαρκώς και δημιουργούνται ελλείματα και να είναι σε κρίσιμο στάδιο η βιωσιμότητά του. Η λύση που εφαρμόζεται στη χώρα μας μέχρι στιγμής είναι η αύξηση των ασφαλιστικών εισφορών με ταυτόχρονη μείωση των μισθών και των συντάξεων, πρακτικές με τις οποίες εν μέρη αντιμετωπίζεται προσωρινά το πρόβλημα με το ασφαλιστικό σύστημα αλλά ταυτόχρονα μειώνεται η αγοραστική δύναμη των πολιτών. (Γιαννέλος, et al., 2016)

Οι αρνητικές εξελίξεις στην δημογραφία της Ελλάδας επηρεάζουν και έναν άλλο κλάδο, αυτός της παιδείας. Ο χαμηλός δείκτης γονιμότητας και η υπογεννητικότητα γενικότερα έχει ως αποτέλεσμα τον μικρότερο αριθμό εισακτέων στα εκπαιδευτικά ιδρύματα. Αυτή η εξέλιξη σε συνάρτηση με τα δυσμενή οικονομικά δεδομένα της εποχής οδηγεί σε συγχωνεύσεις εκπαιδευτικών ιδρυμάτων στα αστικά κέντρα, κλείσιμο εκπαιδευτικών ιδρυμάτων στις αγροτικές και ακριτικές περιοχές της περιφέρειας καθώς και σε υποστελέχυσή τους. (Γιαννέλος, et al., 2016)

Οι δημογραφικές αλλαγές επηρεάζουν επίσης τη δημοσιονομική βιωσιμότητα μέσω των επιπτώσεών τους στην ανάπτυξη. Η μείωση του πληθυσμού μπορεί να μεταφραστεί σε χαμηλότερη οικονομική ανάπτυξη. Εμπειρικά στοιχεία υποδηλώνουν ότι οι αλλαγές στην οικονομική ανάπτυξη συνήθως αντιστοιχίζονται με αλλαγές στα πραγματικά επιτόκια. Ωστόσο, μπορεί να υπάρχουν περίοδοι κατά τις οποίες η διαφορά επιτοκίου-ανάπτυξης μπορεί να μην είναι σταθερή, μεταξύ άλλων λόγω δημογραφικών αλλαγών. Δεδομένου ότι οι μικρές αλλαγές στη διαφορά επιτοκίου-ανάπτυξης έχουν μεγάλες επιπτώσεις στη δυναμική του δημόσιου χρέους, μια ανησυχία είναι ότι θα μπορούσε να καταστήσει δυσκολότερη τη μείωση των δεικτών χρέους προς ΑΕΠ με την πάροδο του χρόνου. Η σχέση μεταξύ του επιτοκίου (r) και της ανάπτυξης (g) είναι περίπλοκη και περιβάλλεται από αβεβαιότητα, αντανακλώντας άλλους παράγοντες εκτός από τα δημογραφικά στοιχεία, την ανάπτυξη ή τη δημοσιονομική πολιτική (Clements, et al., 2015).

Οι δεσμοί μεταξύ δημογραφικών στοιχείων και ανάπτυξης είναι πολυάριθμοι και υπόκεινται σε σημαντική αβεβαιότητα. Για παράδειγμα, η χαμηλότερη γονιμότητα θα μπορούσε να αυξήσει τη συμμετοχή των γυναικών στο εργατικό δυναμικό. Επιπλέον, η γήρανση του πληθυσμού θα μπορούσε να έχει αντίκτυπο στην παραγωγικότητα της εργασίας, αν και τα στοιχεία δείχνουν ότι ένα μεγαλύτερο ηλικιακά εργατικό δυναμικό δεν είναι απαραίτητα περισσότερο ή λιγότερο παραγωγικό. Επιπλέον, η συρρίκνωση του πληθυσμού μπορεί να έχει θετικές συνέπειες για την ποιότητα ζωής, οι οποίες δεν αποτυπώνονται στις επιπτώσεις τους στην ανάπτυξη. Συγκεκριμένα, ένας συρρικνωμένος παγκόσμιος πληθυσμός θα μειώσει την κατανάλωση ενέργειας και τη ρύπανση (Clements, et al., 2015).

Ένας άλλος παράγοντας που επηρεάζεται από την γήρανση – συρρίκνωση του πληθυσμού είναι η ανεργία. Η γήρανση του πληθυσμού αυξάνει το ποσοστό ανεργίας, καθώς οι εργαζόμενοι μεγαλύτερης ηλικίας έχουν λιγότερες πιθανότητες να βρουν δουλειά όταν την χάσουν, σε σύγκριση με τους νεότερους. Οι εργαζόμενοι μεγαλύτερης ηλικίας είναι λιγότερο μορφωμένοι και λιγότερο ευέλικτοι όσον αφορά τη γεωγραφική και τομεακή κινητικότητα σε σύγκριση με τους νεότερους εργαζόμενους. Οι ηλικιωμένοι έχουν λιγότερα κίνητρα να αναζητήσουν νέα δουλειά όταν είναι άνεργοι, καθώς η χρονική περίοδος κατά την οποία οι εργαζόμενοι επωφελούνται από μια θέση εργασίας μειώνεται με την ηλικία. Κατά συνέπεια, οι ηλικιωμένοι παρουσιάζουν υψηλότερα ποσοστά ανεργίας συγκριτικά με τους νεότερους, κρατώντας άλλα πράγματα σταθερά. Επίσης, οι ηλικιωμένοι τείνουν να έχουν υψηλότερους μισθούς και πολλά συμπληρώματα μισθού ανάλογα με την ηλικία λόγω του υψηλότερου αριθμού ετών απασχόλησης, αντιπροσωπεύουν υψηλότερο κόστος εργασίας για τους εργοδότες, είναι επίσης

λιγότερο παραγωγικοί. Έτσι, οι εργοδότες θα προτιμήσουν να προσλαμβάνουν νεότερους εργαζόμενους που είναι γενικά φθηνότεροι και πιο παραγωγικοί. Κατά συνέπεια, η ανεργία των εργαζομένων μεγαλύτερης ηλικίας είναι υψηλότερη και όταν το μερίδιο των ηλικιωμένων αυξάνεται στο συνολικό εργατικό δυναμικό, το γενικό ποσοστό ανεργίας επίσης αυξάνεται (Akanni, et al., 2015).

Ορισμένες μελέτες δείχνουν ότι η γήρανση του πληθυσμού μπορεί να επηρεάσει αρνητικά την επιχειρηματική δραστηριότητα, καθώς όπως αναφέρουν η ηλικία την επηρεάζει αρνητικά. Υποστηρίζουν ότι η δημιουργικότητα μπορεί να μειώνεται με την ηλικία, αλλά οι επιχειρηματικές δεξιότητες αυξάνονται με την εμπειρία σε θέσεις υψηλού επιπέδου. Ωστόσο, η ύπαρξη πολλών εργαζομένων μεγαλύτερης ηλικίας στην κοινωνία επιβραδύνει την επιχειρηματικότητα καθώς οι εργαζόμενοι μεγαλύτερης ηλικίας είναι λιγότερο καινοτόμοι λιγότερο μορφωμένοι, λιγότερο δημιουργικοί, καταλαμβάνουν βασικές θέσεις και εμποδίζουν τους νεότερους εργαζόμενους να αποκτήσουν επιχειρηματικές δεξιότητες (Akanni, et al., 2015).

Με βάση τα στατιστικά στοιχεία που διαθέτουμε δεν παρατηρείται μόνο μείωση του πληθυσμού στα μεγάλα αστικά κέντρα αλλά μείωση του πληθυσμού της περιφέρειας με αποτέλεσμα να πλήττονται ιδιαίτερα οι αγροτικές περιοχές. Έτσι οι αγροτικές περιοχές δεν προτιμώνται πλέον από της μικρότερες ηλικιακές ομάδες με αποτέλεσμα να πλήττεται, η ούτως ή άλλως μικρή αγροτική παραγωγή. Η συγκέντρωση αυτή των μικρών ηλικιακών ομάδων στα αστικά κέντρα, όπου κυριαρχεί η πίεση, το άγχος και η πολύωρη εργασία αποπροσανατολίζει τους νέους από τη δημιουργία οικογένειας και ιδιαίτερα οικογενειών με πολλά μέλη. Η εγκατάλειψη της περιφέρειας, η οποία ανέκαθεν διέθετε τις ευνοϊκότερες συνθήκες για την δημιουργία οικογένειας συμβάλει στην μείωση του πληθυσμού. (Γιαννέλος, et al., 2016)

Συμπερασματικά, χωρίς ανατροπή των σημερινών τάσεων η Ελλάδα διατρέχει τον κίνδυνο να εξελιχθεί σε μια κοινωνία ηλικιωμένων, με το κεφαλήν εισόδημα σε ιδιαίτερα χαμηλά επίπεδα, με κοινωνικές ανισότητες αρκετά μεγάλες και με σχεδόν ανύπαρκτη κοινωνική προστασία. Επομένως, μπορεί να χαρακτηριστεί μονόδρομος η βελτίωση του δείκτη γονιμότητας ώστε να αναστραφούν οι δημογραφικές εξελίξεις που περιγράψαμε παραπάνω. Για την αύξηση του δείκτη γονιμότητας, είναι απαραίτητη η λήψη μέτρων και μεταρρυθμίσεων στους τομείς του ασφαλιστικού, της φορολογικής και της παιδείας εκπαιδευτικής πολιτικής. Κατά συνέπεια, εκτός από την προσπάθεια βελτίωσης του δείκτη γονιμότητας, θα πρέπει να γίνει προσπάθεια για την αύξηση του ΑΕΠ μέσω της αύξησης του οικονομικά ενεργού πληθυσμού, των επενδύσεων και της παραγωγικότητας. Η Αύξηση του ενεργού οικονομικά πληθυσμού μπορεί να

πραγματοποιηθεί μέσα από δύο τρόπους είτε μέσω των ανθρώπων που κατοικούν στην Ελλάδα αλλά δεν συμμετέχουν στην αγορά εργασίας είτε μέσω των ανθρώπων που δεν κατοικούν σήμερα στην Ελλάδα. Σημείο αναφοράς είναι οι πολίτες που αναγκάστηκαν να μεταναστεύσουν κατά την περίοδο της κρίσης (περίπου 400.000) και πρόκειται νέες ηλικιακές ομάδες με μεγάλη επαγγελματική εμπειρία. Ο επαναπατρισμός τους θα έχει θετικές οικονομικές προοπτικές για την Ελλάδα καθώς θα έχουμε αύξηση του εργατικού δυναμικού και κατ'επέκταση θα πετύχουμε αύξηση της παραγωγικότητας της εργασίας. Επιπλέον, ένας εναλλακτικός τρόπος για την επίλυση του δημογραφικού προβλήματος στην Ελλάδα η μετανάστευση στην χώρα μας ανθρώπων μη ελληνικής καταγωγής. Η μεταναστευτική πολιτική που θα πρέπει να ακολουθήσει η Ελλάδα θα πρέπει να συνδυάζει την ελεγχόμενη μετανάστευση μη Ελλήνων και ταυτόχρονα την ένταξη τους στην κοινωνία μας. Συγκεκριμένα θα πρέπει να επιδιώξει οι μεταναστευτικές ροές να είναι ελεγχόμενες με δυνατότητα θετικής συνεισφοράς στην οικονομία ενώ παράλληλα θα πρέπει να φροντίσει ώστε η ένταξη των μεταναστών στην ελληνική κοινωνία να διασφαλίζει την κοινωνική της συνοχή. Ένας εναλλακτικός τρόπος αντιμετώπισης του δημογραφικού προβλήματος μέσω της μείωσης του ενεργού οικονομικά πληθυσμού είναι η προσέλκυση νέων επενδύσεων και η αύξηση της παραγωγικότητας. Με αυτόν τον τρόπο θα αύξηση του ΑΕΠ. Η αυτοματοποίηση της παραγωγής είναι ένας τρόπος αντιμετώπισης των αρνητικών δημογραφικών τάσεων. Επιπλέον η αυτοματοποίηση της παραγωγής και η τεχνητή νοημοσύνη μπορούν να αυξήσουν την παραγωγικότητα και κατά συνέπεια να επιτευχθεί αύξηση του ΑΕΠ. Η βασική προϋπόθεση είναι η προσέλκυση επενδύσεων μέσω των οποίων θα επιτευχθεί αύξηση της παραγωγής, όμως, για να γίνει αυτό θα πρέπει να εξασφαλισθεί ένα επενδυτικό κλίμα φιλικό προς τις επιχειρήσεις. Δυστυχώς, η Ελλάδα μπορεί να χαρακτηριστεί ως μη φιλική προς τις επιχειρήσεις και παρουσιάζει εξαιρετικά χαμηλές επιδόσεις στο συγκεκριμένο τομέα όπως αυτό αποτυπώνεται από το επίπεδο της παραγωγικότητας που κινείται σε χαμηλά επίπεδα και την κατάταξη του ελληνικού κατά κεφαλή εισοδήματος στα χαμηλότερα της Ευρωζώνης. Επομένως χωρίς μεταρρυθμίσεις η Ελλάδα δεν θα μπορεί να γίνει ελκυστική σε επενδύσεις που είναι απαραίτητες για την αντιμετώπιση του δημογραφικού προβλήματος με σκοπό την εξασφάλιση ενός υψηλού βιοτικού επιπέδου για τους κατοίκους της. (Αργυρού, 2018)

4.2 Βιβλιογραφία τέταρτου κεφαλαίου

Akanni Marjetka Troha and Čepar Žiga Impact of Population Ageing on Unemployment and Entrepreneurial Activity: the Case of Slovenia [Online] // ResearchGate. - Νοέμβριος

2015. - Μάιος πρόσβαση 30, 2022. - https://www.researchgate.net/publication/287359978_Impact_of_Population_Ageing_on_Unemployment_and_Entrepreneurial_Activity_the_Case_of_Slovenia.

Clements Benedict [et al.] The Fiscal Consequences of Shrinking Populations [Online] // International Monetary Fund. - Οκτώβριος 2015. - Ιανουάριος πρόσβαση 20, 2022. - <https://www.imf.org/external/pubs/ft/sdn/2015/sdn1521.pdf>.

Harding Robin The costs of a declining population [Online] // Financial Times. - Ιανουάριος 14, 2020. - Μάιος πρόσβαση 30, 2022. - <https://www.ft.com/content/c017334e-36bb-11ea-a6d3-9a26f8c3cba4>.

VanDyke Elise Population Shrinkage: Where is it Happening and What is the Impact? [Online] // Michigan State University . - Σεπτέμβριος 9, 2021. - Μάιος πρόσβαση 30, 2022. - <https://globaledge.msu.edu/blog/post/57025/population-shrinkage-where-is-it-happeni>.

Αργυρού Μιχάλης Η Οικονομική Διάσταση Των Δημογραφικών Εξελίξεων [Online] // ΔιαΝΕΟσις - Οργανισμός Έρευνας και Ανάλυσης. - Οκτώβριος 2018. - Ιανουάριος πρόσβαση 18, 2022. - <https://www.dianeosis.org/2018/10/dimografikes-ekselikseis-oikonomiki-diastrasi/>.

Γιαννέλος Λουκάς and Ρουσάκος Ανδρέας Δημογραφικό Πρόβλημα: Υπογεννητικότητα - Γήρανση πληθυσμού. Η εξέλιξη της υπογεννητικότητας την τελευταία δεκαετία στην Ελλάδα. Ποίοι παράγοντες την επηρεάζουν [Online] // Ιδρυματικό Καταθετήριο Αθηνά Τ.Ε.Ι. Δυτικής Αττικής. - Μάιος 2016. - Ιούνιος πρόσβαση 2, 2022. - <http://repository.library.teimes.gr/xmlui/handle/123456789/4468>.

Κεφάλαιο 5: Συμπεράσματα

5.1 Συμπεράσματα των οικονομικών επιπτώσεων της μεταβολής του πληθυσμού

Το βασικό συμπέρασμα από την παραπάνω ανάλυση είναι ότι οι δημογραφικές τάσεις που παρατηρούνται δημιουργούν για το ελληνικό οικονομικό σύστημα σοβαρά ζητήματα βιωσιμότητας. Με κατάλληλες παρεμβάσεις οι αρνητικές δημογραφικές τάσεις μπορούν να μετριαστούν καθώς φαίνεται απίθανο να μπορούν να αντιστραφούν. Το διαρκώς αυξανόμενο υψηλό προσδόκιμο ζωής, και η σταθερά πτωτική πορεία του αριθμού των γεννήσεων οδηγούν σε ηλικιακά μεγαλύτερους πληθυσμούς με διαρκώς αυξανόμενες οικονομικές ανάγκες. Η ιστορία δείχνει ότι μέσα από την τεχνολογική πρόοδο και τη βελτίωση της ποιότητας του ανθρωπίνου δυναμικού, οι κοινωνίες μπορούν να αντιμετωπίσουν τέτοιες δημογραφικές προκλήσεις όπως αυτές που αντιμετωπίζουμε σήμερα, όμως, έχουν ως αποτέλεσμα την αλλαγή της παραγωγική σύνθεσης της οικονομίας. Κλάδοι απαξιώνονται, νέες δραστηριότητες και δεξιότητες εμφανίζονται. Κοινωνίες μη εκσυγχρονισμένες προσκολλημένες σε παλαιότερης μορφής οικονομικές και διοικητικές δομές υφίστανται πλήγμα στην ευημερία τους. Οι κοινωνίες αυτές είτε θα πρέπει να προσαρμοστούν στις νέες συνθήκες ώστε να επανακάμψουν είτε δεν θα προσαρμοστούν και θα μπουν σε μια κατάσταση μακροχρόνιας παρακμής. (Αργυρού, 2018)

Η Ελλάδα αποτελεί μια περίπτωση χώρας που βρίσκεται αντιμέτωπη με μια τέτοια κατάσταση. Η σοβαρή δημογραφική και οικονομική κρίση που αντιμετωπίζει η χώρα αλληλοεπιδρούν και αλληλοενισχύονται. Στην ελληνική κοινωνία παρατηρείτε μια στασιμότητα στο οικονομικό και κοινωνικό μοντέλο της, ακολουθώντας αυτό του παρελθόντος και δεν έχει προσαρμοστεί στις τεράστιες αλλαγές που επιφέρουν η οικονομική παγκοσμιοποίηση καθώς και η τεχνολογική επανάσταση στον τομέα της παραγωγής, της επικοινωνίας καθώς και της πληροφορίας. Με αυτά ως δεδομένα θα πρέπει να γίνουν παρεμβάσεις- μεταρρυθμίσεις με στόχο την ανατροπή της αρνητικής σημερινής κατάστασης, αυτό όμως απαιτεί την υιοθέτηση νέων αξιών και νοοτροπίας, από όλες τις πλευρές της κοινωνίας μας τόσο των πολιτών όσο και του κράτους. Τελειώνοντας το βασικό σημείο αναφοράς είναι ότι η ελληνική κοινωνία θα πρέπει να υιοθετήσει ένα νεότερο οικονομικό, κοινωνικό και πολιτικό μοντέλο με σκοπό την επίτευξη της πρόοδο μετά από αρκετά χρόνια κρίσης (σχεδόν μια δεκαετία), ανασφάλειας και μειωμένης εθνικής αυτοπεποίθησης. (Αργυρού, 2018)

Ο αυτοματισμός και η τεχνητή νοημοσύνη θα μπορούσαν να ενισχύσουν την ικανότητά μας να παράγουμε ιδέες αρκετά ώστε η ανάπτυξη του βιοτικού επιπέδου να συνεχιστεί ακόμη και με έναν πληθυσμό που μειώνεται. Οι νέες ανακαλύψεις θα μπορούσαν τελικά να μειώσουν το ποσοστό θνησιμότητας, επιτρέποντας στον πληθυσμό να αυξηθεί παρά τη χαμηλή γονιμότητα. Ωστόσο, η εμφάνιση αρνητικής αύξησης του πληθυσμού στην Ελλάδα αλλά και σε πολλές χώρες και οι πιθανές συνέπειες για το μέλλον της οικονομικής ανάπτυξης καθιστούν αυτό το θέμα ένα θέμα που αξίζει περαιτέρω διερεύνησης (Jones, 2022) .

5.2 Βιβλιογραφία πέμπτου κεφαλαίου

Jones Charles I. The End of Economic Growth? Unintended [Online] // Stanford University. - Μάρτιος 4, 2022. - Μάιος Πρόσβαση 30, 2022. - <https://web.stanford.edu/~chadj/emptyplanet.pdf>.

Αργυρού Μιχάλης Η Οικονομική Διάσταση Των Δημογραφικών Εξελίξεων [Online] // ΔιαΝΕΟσις - Οργανισμός Έρευνας και Ανάλυσης. - Οκτώβριος 2018. - Ιανουάριος πρόσβαση 18, 2022. - <https://www.dianeosis.org/2018/10/dimografikes-ekselikseis-oikonomiki-diastrasi/>.

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ 1

Γεννήσεις και θάνατοι (απόλυτοι αριθμοί) και υπολογιζόμενος πληθυσμός για τα έτη 1956 έως 2020.

ΕΤΟΣ	ΓΕΝΝΗΣΕΙΣ	ΘΑΝΑΤΟΙ	ΠΛΗΘΥΣΜΟΣ
1956	158.203	59.460	8.031.013
1957	155.940	61.664	8.096.218
1958	155.359	58.160	8.173.129
1959	160.199	60.852	8.258.162
1960	157.239	60.563	8.327.405
1961	150.716	63.955	8.398.050
1962	152.158	66.554	8.448.233
1963	148.249	66.813	8.479.625
1964	153.109	69.429	8.510.429
1965	151.448	67.269	8.550.333
1966	154.613	67.912	8.613.651
1967	162.839	71.975	8.716.441
1968	160.338	73.309	8.802.860
1969	154.077	71.825	8.834.858
1970	144.928	74.009	8.792.806
1971	141.126	73.819	8.831.036
1972	140.891	76.859	8.888.628
1973	137.526	77.648	8.929.086
1974	144.069	76.303	8.962.023
1975	142.273	80.077	9.046.542
1976	146.566	81.818	9.167.190
1977	143.739	83.750	9.268.478
1978	146.588	81.615	9.359.960
1979	147.965	82.338	9.548.258
1980	148.134	87.282	9.642.505
1981	140.953	86.261	9.729.350
1982	137.275	86.345	9.789.513
1983	132.608	90.586	9.846.627
1984	125.724	88.397	9.895.801
1985	116.481	92.886	9.934.294
1986	112.810	91.783	9.967.264
1987	106.392	95.656	10.000.644
1988	107.505	92.407	10.037.037
1989	101.657	92.720	10.089.550

1990	102.229	94.152	10.160.551
1991	102.620	95.498	10.272.691
1992	104.081	98.231	10.367.163
1993	101.799	97.419	10.430.958
1994	103.763	97.807	10.489.871
1995	101.495	100.158	10.535.973
1996	100.718	100.740	10.588.332
1997	102.038	99.738	10.629.267
1998	100.894	102.668	10.693.250
1999	100.643	103.304	10.747.768
2000	103.274	105.170	10.775.627
2001	102.282	102.559	10.835.989
2002	103.569	103.915	10.888.274
2003	104.420	105.529	10.915.770
2004	105.655	104.942	10.940.369
2005	107.545	105.091	10.969.912
2006	112.042	105.476	11.004.716
2007	111.926	109.895	11.036.008
2008	118.302	107.979	11.060.937
2009	117.933	108.316	11.094.745
2010	114.766	109.084	11.119.289
2011	106.428	111.099	11.123.392
2012	100.371	116.668	11.086.406
2013	94.134	111.794	11.003.615
2014	92.149	113.740	10.926.807
2015	91.847	121.183	10.858.018
2016	92.898	118.788	10.783.748
2017	88.553	124.495	10.768.193
2018	86.440	120.296	10.741.165
2019	83.763	124.965	10.724.599
2020	84.767	131.084	10.718.565

Πηγή: Ελληνική στατιστική αρχή – Στατιστικά θέματα, Φυσική Κίνηση Πληθυσμού

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ 2

Στον ακόλουθο πίνακα εμφανίζονται η χρονολογία, οι γεννήσεις, ο υπολογιζόμενος πληθυσμός, η διαφορά των γεννήσεων (της προηγούμενης από την επόμενη τιμή), ο ρυθμό ανάπτυξης των γεννήσεων και οι λογάριθμοι των γεννήσεων και της διαφοράς του για τα έτη 1932 έως 2020

ΕΤΟΣ	ΓΕΝΝΗΣΕΙΣ	ΠΛΗΘΥΣΜΟΣ	Ζ-ΓΕΝΝΗΣΕΙΣ	DIFFERENCE ΓΕΝΝΗΣΕΙΣ	GROWTH RATE	ln(Yt) ΓΕΝΝΗΣΕΙΣ	Difference ln(Yt) ΓΕΝΝΗΣΕΙΣ
1956	158.203	8.031.013	1,445367833			11,9716343	
1957	155.940	8.096.218	1,352936465	-2.263	-1,430440636	11,9572266	-0,014407701
1958	155.359	8.173.129	1,329205742	-581	-0,372579197	11,95349385	-0,00373275
1959	160.199	8.258.162	1,526893689	4.840	3,115365058	11,98417207	0,030678225
1960	157.239	8.327.405	1,405993622	-2.960	-1,847701921	11,96552222	-0,018649852
1961	150.716	8.398.050	1,139564186	-6.523	-4,148461896	11,92315255	-0,04236967
1962	152.158	8.448.233	1,198462123	1.442	0,956766369	11,93267473	0,009522183
1963	148.249	8.479.625	1,038800516	-3.909	-2,569040077	11,90664857	-0,026026162
1964	153.109	8.510.429	1,237305354	4.860	3,278268319	11,93890537	0,032256794
1965	151.448	8.550.333	1,169462445	-1.661	-1,084848049	11,92799761	-0,010907754
1966	154.613	8.613.651	1,298735658	3.165	2,089826211	11,9486805	0,020682889
1967	162.839	8.716.441	1,634723477	8.226	5,320380563	12,00051726	0,051836762
1968	160.338	8.802.860	1,53257109	-2.501	-1,535872856	11,98503937	-0,015477896
1969	154.077	8.834.858	1,276842943	-6.261	-3,90487595	11,94520776	-0,03983161
1970	144.928	8.792.806	0,903155543	-9.149	-5,937940121	11,88399235	-0,06121541
1971	141.126	8.831.036	0,747864309	-3.802	-2,623371605	11,85740839	-0,026583959
1972	140.891	8.888.628	0,738265824	-235	-0,166517863	11,85574182	-0,001666567
1973	137.526	8.929.086	0,600823688	-3.365	-2,388371152	11,83156827	-0,024173552
1974	144.069	8.962.023	0,868070017	6.543	4,757645827	11,87804763	0,046479361
1975	142.273	9.046.542	0,794713084	-1.796	-1,246624881	11,86550303	-0,012544604
1976	146.566	9.167.190	0,970059025	4.293	3,017438305	11,89523112	0,029728092
1977	143.739	9.268.478	0,854591293	-2.827	-1,928823875	11,87575443	-0,019476684
1978	146.588	9.359.960	0,970957607	2.849	1,982064715	11,89538121	0,019626776
1979	147.965	9.548.258	1,027200644	1.377	0,939367479	11,90473104	0,009349829
1980	148.134	9.642.505	1,034103385	169	0,1142162	11,90587255	0,00114151
1981	140.953	9.729.350	0,74079819	-7.181	-4,847637949	11,85618178	-0,049690768
1982	137.275	9.789.513	0,590571689	-3.678	-2,609380432	11,82974149	-0,026440288
1983	132.608	9.846.627	0,399949861	-4.667	-3,399745037	11,79515269	-0,034588805
1984	125.724	9.895.801	0,118775518	-6.884	-5,191240347	11,74184431	-0,05330838
1985	116.481	9.934.294	-0,258751277	-9.243	-7,351818269	11,66548345	-0,076360859
1986	112.810	9.967.264	-0,408691866	-3.671	-3,151586954	11,63346027	-0,032023182

1987	106.392	10.000.644	-0,670832618	-6.418	-5,689211949	11,57488567	-0,058574602
1988	107.505	10.037.037	-0,625372559	1.113	1,046131288	11,58529264	0,010406972
1989	101.657	10.089.550	-0,864231879	-5.848	-5,439746989	11,52935968	-0,055932957
1990	102.229	10.160.551	-0,840868758	572	0,562676451	11,53497067	0,005610993
1991	102.620	10.272.691	-0,824898513	391	0,38247464	11,53878812	0,003817451
1992	104.081	10.367.163	-0,765224528	1.461	1,423699084	11,55292472	0,014136597
1993	101.799	10.430.958	-0,858431944	-2.282	-2,192523131	11,53075556	-0,022169161
1994	103.763	10.489.871	-0,778213116	1.964	1,929292036	11,54986473	0,019109172
1995	101.495	10.535.973	-0,870848707	-2.268	-2,185750219	11,52776482	-0,022099916
1996	100.718	10.588.332	-0,902584975	-777	-0,765554953	11,52007981	-0,007685004
1997	102.038	10.629.267	-0,84867008	1.320	1,310589964	11,53310057	0,01302076
1998	100.894	10.693.250	-0,895396322	-1.144	-1,121150944	11,52182574	-0,011274832
1999	100.643	10.747.768	-0,905648321	-251	-0,248775943	11,51933488	-0,002490859
2000	103.274	10.775.627	-0,798186134	2.631	2,614190753	11,54514093	0,025806049
2001	102.282	10.835.989	-0,838703994	-992	-0,960551542	11,53548898	-0,009651946
2002	103.569	10.888.274	-0,786136972	1.287	1,258285915	11,54799334	0,012504353
2003	104.420	10.915.770	-0,751378203	851	0,821674439	11,55617651	0,008183171
2004	105.655	10.940.369	-0,700935101	1.235	1,182723616	11,56793435	0,011757841
2005	107.545	10.969.912	-0,623738774	1.890	1,788841039	11,58566464	0,017730296
2006	112.042	11.004.716	-0,440060532	4.497	4,181505416	11,62662908	0,040964436
2007	111.926	11.036.008	-0,444798507	-116	-0,103532604	11,62559322	-0,001035862
2008	118.302	11.060.937	-0,184373229	6.376	5,696620982	11,68099596	0,055402738
2009	117.933	11.094.745	-0,199444893	-369	-0,311913577	11,67787195	-0,00312401
2010	114.766	11.119.289	-0,328799795	-3.167	-2,685423079	11,65065055	-0,027221394
2011	106.428	11.123.392	-0,669362212	-8.338	-7,265217922	11,57522398	-0,075426573
2012	100.371	11.086.406	-0,916758057	-6.057	-5,691171496	11,5166286	-0,058595379
2013	94.134	11.003.615	-1,171505933	-6.237	-6,213946259	11,45247458	-0,064154022
2014	92.149	10.926.807	-1,252582498	-1.985	-2,108696114	11,43116211	-0,021312467
2015	91.847	10.858.018	-1,264917572	-302	-0,327730089	11,42787943	-0,003282683
2016	92.898	10.783.748	-1,22198988	1.051	1,144294316	11,4392574	0,011377968
2017	88.553	10.768.193	-1,39945974	-4.345	-4,677172813	11,39135652	-0,047900874
2018	86.440	10.741.165	-1,485764416	-2.113	-2,386141633	11,36720581	-0,024150711
2019	83.763	10.724.599	-1,595105456	-2.677	-3,096945858	11,33574666	-0,031459149
2020	84.767	10.718.565	-1,55409746	1.004	1,198619916	11,3476616	0,011914934

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ 3

Στον ακόλουθο πίνακα παρουσιάζεται η πρόβλεψη των γεννήσεων με την μέθοδο των κινούμενων μέσων όρων για $K = 3$ και για $K = 7$.

ΕΤΟΣ	ΓΕΝΝΗΣΕΙΣ	ΠΛΗΘΥΣΜΟΣ	ΜΑ(3) ΓΕΝΝΗΣΕΙΣ	ΜΑ(7) ΓΕΝΝΗΣΕΙΣ
1956	158.203	8.031.013		
1957	155.940	8.096.218		
1958	155.359	8.173.129		
1959	160.199	8.258.162	156500,6667	
1960	157.239	8.327.405	157166	
1961	150.716	8.398.050	157599	
1962	152.158	8.448.233	156051,3333	
1963	148.249	8.479.625	153371	155687,7143
1964	153.109	8.510.429	150374,3333	154265,7143
1965	151.448	8.550.333	151172	153861,2857
1966	154.613	8.613.651	150935,3333	153302,5714
1967	162.839	8.716.441	153056,6667	152504,5714
1968	160.338	8.802.860	156300	153304,5714
1969	154.077	8.834.858	159263,3333	154679,1429
1970	144.928	8.792.806	159084,6667	154953,2857
1971	141.126	8.831.036	153114,3333	154478,8571
1972	140.891	8.888.628	146710,3333	152767
1973	137.526	8.929.086	142315	151258,8571
1974	144.069	8.962.023	139847,6667	148817,8571
1975	142.273	9.046.542	140828,6667	146136,4286
1976	146.566	9.167.190	141289,3333	143555,7143
1977	143.739	9.268.478	144302,6667	142482,7143
1978	146.588	9.359.960	144192,6667	142312,8571
1979	147.965	9.548.258	145631	143093,1429
1980	148.134	9.642.505	146097,3333	144103,7143
1981	140.953	9.729.350	147562,3333	145619,1429
1982	137.275	9.789.513	145684	145174
1983	132.608	9.846.627	142120,6667	144460
1984	125.724	9.895.801	136945,3333	142466
1985	116.481	9.934.294	131869	139892,4286
1986	112.810	9.967.264	124937,6667	135591,4286
1987	106.392	10.000.644	118338,3333	130569,2857
1988	107.505	10.037.037	111894,3333	124606,1429
1989	101.657	10.089.550	108902,3333	119827,8571

1990	102.229	10.160.551	105184,6667	114739,5714
1991	102.620	10.272.691	103797	110399,7143
1992	104.081	10.367.163	102168,6667	107099,1429
1993	101.799	10.430.958	102976,6667	105327,7143
1994	103.763	10.489.871	102833,3333	103754,7143
1995	101.495	10.535.973	103214,3333	103379,1429
1996	100.718	10.588.332	102352,3333	102520,5714
1997	102.038	10.629.267	101992	102386,4286
1998	100.894	10.693.250	101417	102359,1429
1999	100.643	10.747.768	101216,6667	102112,5714
2000	103.274	10.775.627	101191,6667	101621,4286
2001	102.282	10.835.989	101603,6667	101832,1429
2002	103.569	10.888.274	102066,3333	101620,5714
2003	104.420	10.915.770	103041,6667	101916,8571
2004	105.655	10.940.369	103423,6667	102445,7143
2005	107.545	10.969.912	104548	102962,4286
2006	112.042	11.004.716	105873,3333	103912,5714
2007	111.926	11.036.008	108414	105541
2008	118.302	11.060.937	110504,3333	106777
2009	117.933	11.094.745	114090	109065,5714
2010	114.766	11.119.289	116053,6667	111117,5714
2011	106.428	11.123.392	117000,3333	112595,5714
2012	100.371	11.086.406	113042,3333	112706
2013	94.134	11.003.615	107188,3333	111681,1429
2014	92.149	10.926.807	100311	109122,8571
2015	91.847	10.858.018	95551,33333	106297,5714
2016	92.898	10.783.748	92710	102518,2857
2017	88.553	10.768.193	92298	98941,85714
2018	86.440	10.741.165	91099,33333	95197,14286
2019	83.763	10.724.599	89297	92341,71429
2020	84.767	10.718.565	86252	89969,14286
2021			84990	88631
2022			56176,66667	75466,85714
2023			28255,66667	62345,85714
2024			0	49074,71429
2025			0	36424,28571
2026			0	24075,71429
2027			0	12109,57143
2028			0	0
2029			0	0
2030			0	0

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ 4

Στον ακόλουθο πίνακα παρουσιάζεται η πρόβλεψη των γεννήσεων με την μέθοδο της εκθετικής εξομάλυνσης με σταθερά εξομάλυνσης $\alpha = 0,3$ και $\alpha = 0,7$.

ΕΤΟΣ	ΓΕΝΝΗΣΕΙΣ	ΠΛΗΘΥΣΜΟΣ	Forecast(0.3) ΓΕΝΝΗΣΕΙΣ	ERROR 0,3 ΓΕΝΝΗΣΕΙΣ	Forecast(0.7) ΓΕΝΝΗΣΕΙΣ	ERROR 0,7 ΓΕΝΝΗΣΕΙΣ
1956	158.203	8.031.013				
1957	155.940	8.096.218	158.203	-2.263	158.203	-2.263
1958	155.359	8.173.129	157524,1	-2.165	156618,9	-1.260
1959	160.199	8.258.162	156874,57	3.324	155736,97	4.462
1960	157.239	8.327.405	157871,899	-633	158860,391	-1.621
1961	150.716	8.398.050	157682,0293	-6.966	157725,4173	-7.009
1962	152.158	8.448.233	155592,2205	-3.434	152818,8252	-661
1963	148.249	8.479.625	154561,9544	-6.313	152356,2476	-4.107
1964	153.109	8.510.429	152668,068	441	149481,1743	3.628
1965	151.448	8.550.333	152800,3476	-1.352	152020,6523	-573
1966	154.613	8.613.651	152394,6433	2.218	151619,7957	2.993
1967	162.839	8.716.441	153060,1503	9.779	153715,0387	9.124
1968	160.338	8.802.860	155993,8052	4.344	160101,8116	236
1969	154.077	8.834.858	157297,0637	-3.220	160267,1435	-6.190
1970	144.928	8.792.806	156331,0446	-11.403	155934,043	-11.006
1971	141.126	8.831.036	152910,1312	-11.784	148229,8129	-7.104
1972	140.891	8.888.628	149374,8918	-8.484	143257,1439	-2.366
1973	137.526	8.929.086	146829,7243	-9.304	141600,8432	-4.075
1974	144.069	8.962.023	144038,607	30	138748,4529	5.321
1975	142.273	9.046.542	144047,7249	-1.775	142472,8359	-200
1976	146.566	9.167.190	143515,3074	3.051	142332,9508	4.233
1977	143.739	9.268.478	144430,5152	-692	145296,0852	-1.557
1978	146.588	9.359.960	144223,0606	2.365	144206,1256	2.382
1979	147.965	9.548.258	144932,5424	3.032	145873,4377	2.092
1980	148.134	9.642.505	145842,2797	2.292	147337,5313	796
1981	140.953	9.729.350	146529,7958	-5.577	147895,0594	-6.942
1982	137.275	9.789.513	144856,7571	-7.582	143035,6178	-5.761
1983	132.608	9.846.627	142582,2299	-9.974	139003,1853	-6.395
1984	125.724	9.895.801	139589,961	-13.866	134526,5556	-8.803
1985	116.481	9.934.294	135430,1727	-18.949	128364,7667	-11.884
1986	112.810	9.967.264	129745,4209	-16.935	120046,13	-7.236
1987	106.392	10.000.644	124664,7946	-18.273	114980,839	-8.589
1988	107.505	10.037.037	119182,9562	-11.678	108968,6517	-1.464
1989	101.657	10.089.550	115679,5694	-14.023	107944,0955	-6.287

1990	102.229	10.160.551	111472,7986	-9.244	103543,1287	-1.314
1991	102.620	10.272.691	108699,659	-6.080	102623,2386	-3
1992	104.081	10.367.163	106875,7613	-2.795	102620,9716	1.460
1993	101.799	10.430.958	106037,3329	-4.238	103642,9915	-1.844
1994	103.763	10.489.871	104765,833	-1.003	102352,1974	1.411
1995	101.495	10.535.973	104464,9831	-2.970	103339,7592	-1.845
1996	100.718	10.588.332	103573,9882	-2.856	102048,4278	-1.330
1997	102.038	10.629.267	102717,1917	-679	101117,1283	921
1998	100.894	10.693.250	102513,4342	-1.619	101761,7385	-868
1999	100.643	10.747.768	102027,6039	-1.385	101154,3215	-511
2000	103.274	10.775.627	101612,2228	1.662	100796,3965	2.478
2001	102.282	10.835.989	102110,7559	171	102530,7189	-249
2002	103.569	10.888.274	102162,1292	1.407	102356,6157	1.212
2003	104.420	10.915.770	102584,1904	1.836	103205,2847	1.215
2004	105.655	10.940.369	103134,9333	2.520	104055,5854	1.599
2005	107.545	10.969.912	103890,9533	3.654	105175,1756	2.370
2006	112.042	11.004.716	104987,1673	7.055	106834,0527	5.208
2007	111.926	11.036.008	107103,6171	4.822	110479,6158	1.446
2008	118.302	11.060.937	108550,332	9.752	111492,0847	6.810
2009	117.933	11.094.745	111475,8324	6.457	116259,0254	1.674
2010	114.766	11.119.289	113412,9827	1.353	117430,8076	-2.665
2011	106.428	11.123.392	113818,8879	-7.391	115565,4423	-9.137
2012	100.371	11.086.406	111601,6215	-11.231	109169,2327	-8.798
2013	94.134	11.003.615	108232,4351	-14.098	103010,4698	-8.876
2014	92.149	10.926.807	104002,9045	-11.854	96796,94094	-4.648
2015	91.847	10.858.018	100446,7332	-8.600	93543,38228	-1.696
2016	92.898	10.783.748	97866,81322	-4.969	92355,91468	542
2017	88.553	10.768.193	96376,16926	-7.823	92735,37441	-4.182
2018	86.440	10.741.165	94029,21848	-7.589	89807,71232	-3.368
2019	83.763	10.724.599	91752,45294	-7.989	87450,3137	-3.687
2020	84.767	10.718.565	89355,61706	-4.589	84869,19411	-102
2021			87979,03194	-87.979	84797,65823	-84.798
2022			61585,32236	-61.585	25439,29747	-25.439
2023			43109,72565	-43.110	7631,789241	-7.632
2024			30176,80795	-30.177	2289,536772	-2.290
2025			21123,76557	-21.124	686,8610317	-687
2026			14786,6359	-14.787	206,0583095	-206
2027			10350,64513	-10.351	61,81749285	-62
2028			7245,45159	-7.245	18,54524786	-19
2029			5071,816113	-5.072	5,563574357	-6
2030			3550,271279	-3.550	1,669072307	-2

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ 5

Δείκτες γεννήσεων που βοηθούν στην πρόβλεψη με τη μέθοδο της γραμμικής παλινδρόμησης

SUMMARY OUTPUT								
<i>Regression Statistics</i>								
Multiple R	0,902685857							
R Square	0,814841757							
Adjusted R Square	0,811902737							
Standard Error	10618,33469							
Observations	65							
<i>ANOVA</i>								
	<i>df</i>	<i>SS</i>	<i>MS</i>	<i>F</i>	<i>Significance F</i>			
Regression	1	31259612818	31259612818	277,2495018	9,35643E-25			
Residual	63	7103188985	112749031,5					
Total	64	38362801803						
	<i>Coefficients</i>	<i>Standard Error</i>	<i>t Stat</i>	<i>P-value</i>	<i>Lower 95%</i>	<i>Upper 95%</i>	<i>Lower 95,0%</i>	<i>Upper 95,0%</i>
Intercept	341144,0042	13178,13233	25,88712844	2,78745E-35	314809,6081	367478,4003	314809,6081	367478,4003
ΠΛΗΘΥΣΜΟΣ	-0,022095946	0,001327019	-16,65081085	9,35643E-25	-0,024747782	-0,019444109	-0,024747782	-0,019444109

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ 6

Μέθοδος πρόβλεψης γεννήσεων με την μέθοδο ARIMA

Forecasting - BIRTHS

Data variable: BIRTHS

Number of observations = 65

Start index = 1956

Sampling interval = 1,0 year(s)

Forecast Summary

Math adjustment: Log base 10

Forecast model selected: ARIMA(1,0,2) with constant

Number of forecasts generated: 10

Number of periods withheld for validation: 0

	<i>Estimation</i>	<i>Validation</i>
<i>Statistic</i>	<i>Period</i>	<i>Period</i>
RMSE	3698,38	
MAE	2862,63	
MAPE	2,29293	
ME	-397,215	
MPE	-0,317559	

ARIMA Model Summary

<i>Parameter</i>	<i>Estimate</i>	<i>Std. Error</i>	<i>t</i>	<i>P-value</i>
AR(1)	1,01554	0,0168764	60,1754	0,000000
MA(1)	-0,286373	0,114842	-2,49362	0,015372
MA(2)	-0,424025	0,115597	-3,66813	0,000515
Mean	5,2143	0,0266888	195,374	0,000000
Constant	-0,0810552			

Backforecasting: yes

Estimated white noise variance = 0,000155402 with 61 degrees of freedom

Estimated white noise standard deviation = 0,012466

Number of iterations: 7

The StatAdvisor

This procedure will forecast future values of BIRTHS. The data cover 65 time periods. Currently, an autoregressive integrated moving average (ARIMA) model has been selected. This model assumes that the best forecast for future data is given by a parametric model relating the most recent data value to previous data values and previous noise. Each value of BIRTHS has been adjusted in the following way before the model was fit:

(1) A base 10 log transformation was applied.

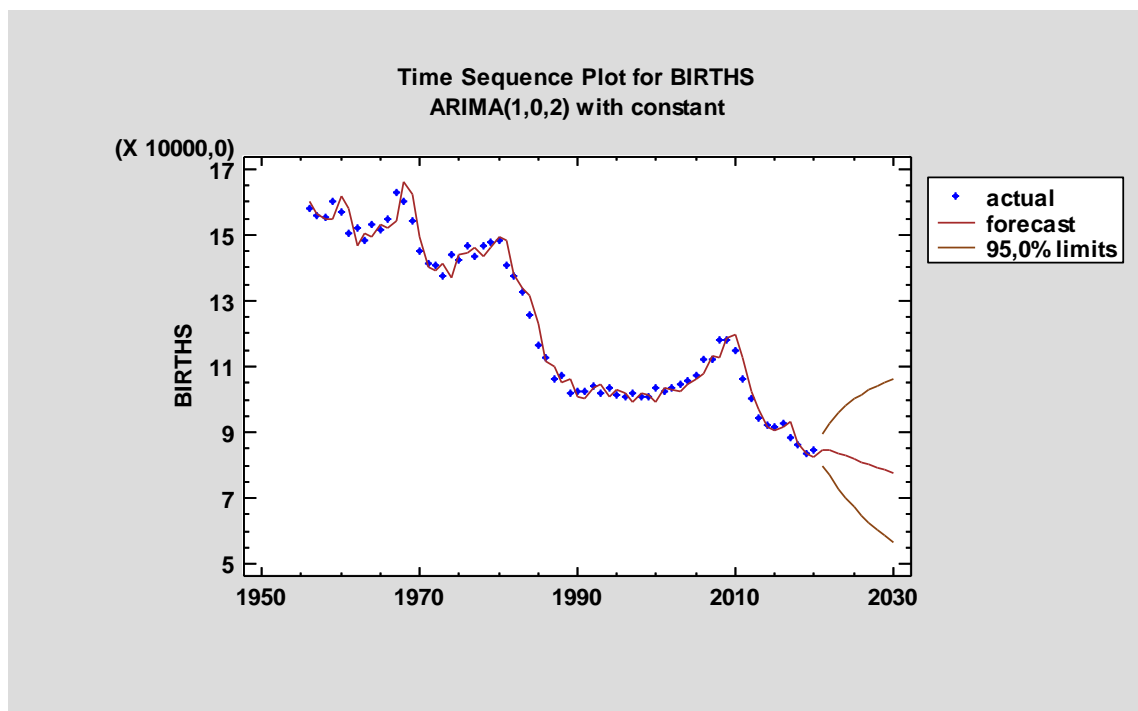
You can select a different forecasting model by pressing the alternate mouse button and selecting Analysis Options.

The output summarizes the statistical significance of the terms in the forecasting model. Terms with P-values less than 0,05 are statistically significantly different from zero at the 95,0% confidence level. The P-value for the AR(1) term is less than 0,05, so it is significantly different from 0. The P-value for the MA(2) term is less than 0,05, so it is significantly different from 0. The P-value for the constant term is less than 0,05, so it is significantly different from 0. The estimated standard deviation of the input white noise equals 0,012466.

The table also summarizes the performance of the currently selected model in fitting the historical data. It displays:

(1) the root mean squared error (RMSE) (2) the mean absolute error (MAE) (3) the mean absolute percentage error (MAPE) (4) the mean error (ME) (5) the mean percentage error (MPE)

Each of the statistics is based on the one-ahead forecast errors, which are the differences between the data value at time t and the forecast of that value made at time t-1. The first three statistics measure the magnitude of the errors. A better model will give a smaller value. The last two statistics measure bias. A better model will give a value close to 0.



This plot shows the observed and forecasted values of BIRTHS. Also included on the plot are 95,0% prediction limits for the forecasts. These limits show where the true value of BIRTHS at any point in the future is likely to be with 95,0% confidence.

Forecast Table for BIRTHS

Model: ARIMA(1,0,2) with constant
Math adjustment: Log base 10

Period	Data	Forecast	Residual
--------	------	----------	----------

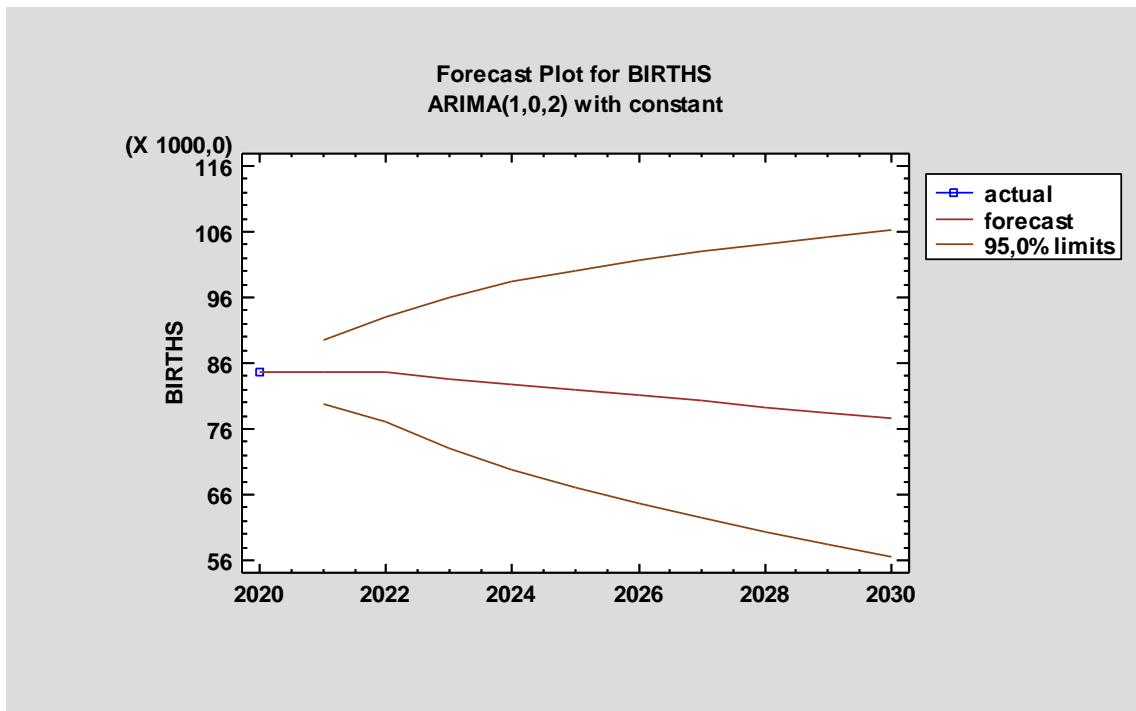
1956	158203,	159959,	-1755,59
1957	155940,	156649,	-708,878
1958	155359,	154892,	466,877
1959	160199,	155067,	5132,32
1960	157239,	161850,	-4611,41
1961	150716,	158010,	-7294,42
1962	152158,	146689,	5469,43
1963	148249,	150538,	-2289,1
1964	153109,	149677,	3432,32
1965	151448,	152948,	-1499,81
1966	154613,	152294,	2318,58
1967	162839,	154497,	8341,68
1968	160338,	166357,	-6019,1
1969	154077,	162178,	-8101,28
1970	144928,	149336,	-4408,23
1971	141126,	140334,	792,0
1972	140891,	139246,	1644,76
1973	137526,	141372,	-3845,91
1974	144069,	136753,	7316,01
1975	142273,	144247,	-1973,99
1976	146566,	144562,	2003,73
1977	143739,	146035,	-2296,15
1978	146588,	143634,	2954,19
1979	147965,	146205,	1759,86
1980	148134,	149524,	-1389,69
1981	140953,	148258,	-7305,06
1982	137275,	138056,	-781,434
1983	132608,	133779,	-1171,08
1984	125724,	131524,	-5799,97
1985	116481,	123141,	-6660,4
1986	112810,	111875,	935,059
1987	106392,	109806,	-3413,84
1988	107505,	105100,	2405,49
1989	101657,	106068,	-4410,97
1990	102229,	100647,	1581,84
1991	102620,	100117,	2502,7
1992	104081,	103280,	800,628
1993	101799,	104669,	-2869,83
1994	103763,	100577,	3186,39
1995	101495,	102735,	-1240,39
1996	100718,	101729,	-1011,39
1997	102038,	99161,8	2876,17
1998	100894,	101691,	-797,08
1999	100643,	101130,	-487,17
2000	103274,	99413,6	3860,39
2001	102282,	103449,	-1166,93
2002	103569,	102855,	714,123
2003	104420,	102543,	1876,85
2004	105655,	104538,	1116,97
2005	107545,	106070,	1475,14
2006	112042,	107752,	4290,11
2007	111926,	113296,	-1370,44

2008	118302,	112729,	5572,79
2009	117933,	118729,	-795,628
2010	114766,	119527,	-4761,29
2011	106428,	112491,	-6063,04
2012	100371,	102275,	-1903,84
2013	94134,0	96774,8	-2640,75
2014	92149,0	91855,7	293,345
2015	91847,0	90346,0	1500,99
2016	92898,0	91579,0	1318,99
2017	88553,0	93108,8	-4555,76
2018	86440,0	86985,2	-545,195
2019	83763,0	83633,3	129,671
2020	84767,0	82710,3	2056,69

		<i>Lower 95%</i>	<i>Upper 95%</i>
<i>Period</i>	<i>Forecast</i>	<i>Limit</i>	<i>Limit</i>
2021	84551,2	79834,8	89546,2
2022	84562,7	76958,6	92918,2
2023	83698,1	72941,1	96041,5
2024	82829,1	69801,4	98288,3
2025	81955,8	67105,0	100093,
2026	81078,4	64690,3	101618,
2027	80196,9	62475,8	102945,
2028	79311,6	60413,9	104120,
2029	78422,5	58473,7	105177,
2030	77529,7	56634,1	106135,

The StatAdvisor

This table shows the forecasted values for BIRTHS. During the period where actual data is available, it also displays the predicted values from the fitted model and the residuals (data-forecast). For time periods beyond the end of the series, it shows 95,0% prediction limits for the forecasts. These limits show where the true data value at a selected future time is likely to be with 95,0% confidence, assuming the fitted model is appropriate for the data. You can plot the forecasts by selecting Forecast Plot from the list of graphical options. You can change the confidence level while viewing the plot if you press the alternate mouse button and select Pane Options. To test whether the model fits the data adequately, select Model Comparisons from the list of Tabular Options.



This plot shows the forecasted values of BIRTHS. Also included on the plot are 95,0% prediction limits for the forecasts. These limits show where the true value of BIRTHS at any point in the future is likely to be with 95,0% confidence.

Model Comparison

Data variable: BIRTHS

Number of observations = 65

Start index = 1956

Sampling interval = 1,0 year(s)

Models

(A) Simple exponential smoothing with $\alpha = 0,9999$

(B) Brown's linear exp. smoothing with $\alpha = 0,6974$

(C) Holt's linear exp. smoothing with $\alpha = 0,9999$ and $\beta = 0,0144$

(D) Brown's quadratic exp. smoothing with $\alpha = 0,5116$

(E) ARIMA(1,0,2) with constant

Math adjustment: Log base 10

Estimation Period

Model	RMSE	MAE	MAPE	ME	MPE
(A)	4026,71	3142,34	2,56626	-1129,9	-1,01195
(B)	4019,19	3203,1	2,58224	-54,5117	0,0218283
(C)	3959,11	3109,14	2,53475	-570,348	-0,50383
(D)	4494,38	3486,76	2,83178	43,4763	0,110386
(E)	3698,38	2862,63	2,29293	-397,215	-0,317559

Model	RMSE	RUNS	RUNM	AUTO	MEAN	VAR
(A)	4026,71	OK	OK	OK	OK	*
(B)	4019,19	OK	OK	OK	OK	OK
(C)	3959,11	OK	OK	OK	OK	*
(D)	4494,38	OK	OK	OK	OK	OK

(E)	3698,38	OK	OK	OK	OK	OK
-----	---------	----	----	----	----	----

Key:

RMSE = Root Mean Squared Error

RUNS = Test for excessive runs up and down

RUNM = Test for excessive runs above and below median

AUTO = Ljung-Box test for excessive autocorrelation

MEAN = Test for difference in mean 1st half to 2nd half

VAR = Test for difference in variance 1st half to 2nd half

OK = not significant ($p \geq 0,05$)

* = marginally significant ($0,01 < p \leq 0,05$)

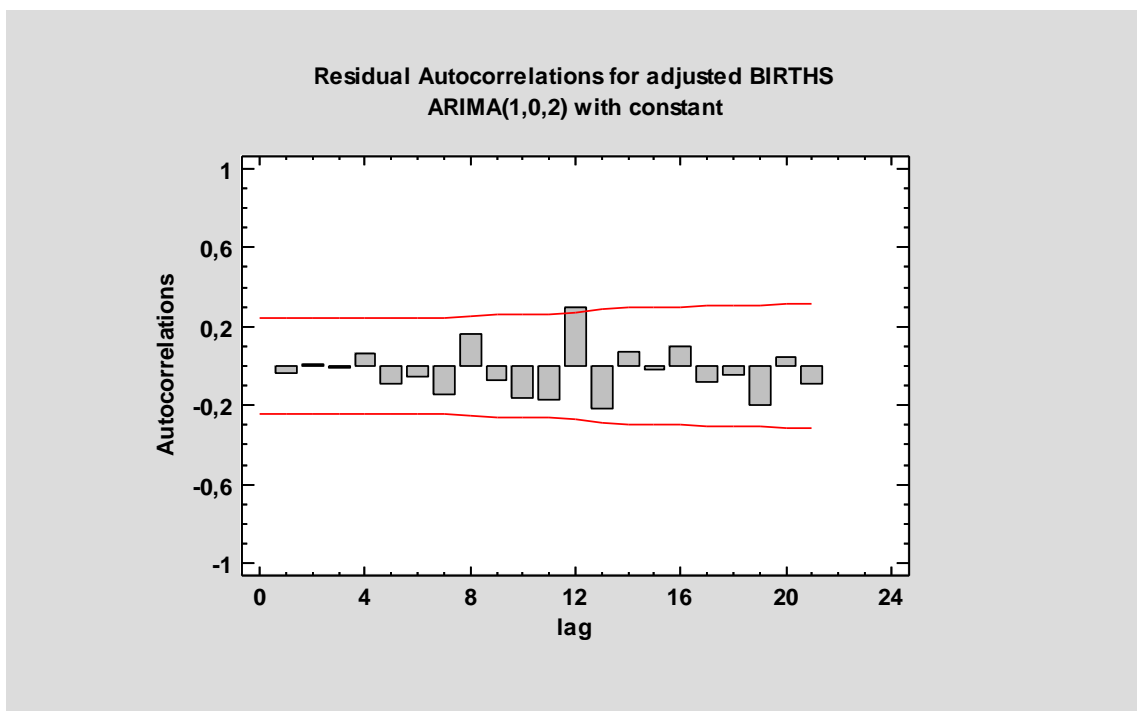
** = significant ($0,001 < p \leq 0,01$)

*** = highly significant ($p \leq 0,001$)

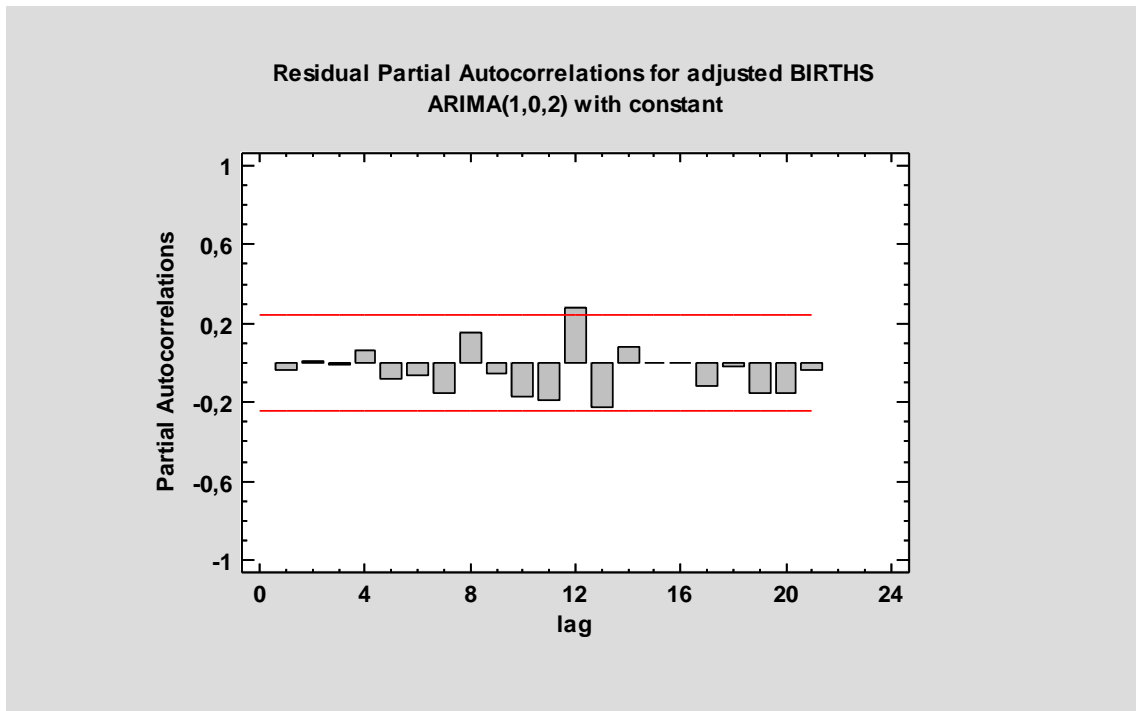
The StatAdvisor

This table compares the results of five different forecasting models. You can change any of the models by pressing the alternate mouse button and selecting Analysis Options. Looking at the error statistics, the model with the smallest root mean squared error (RMSE) during the estimation period is model E. The model with the smallest mean absolute error (MAE) is model E. The model with the smallest mean absolute percentage error (MAPE) is model E. You can use these results to select the most appropriate model for your needs.

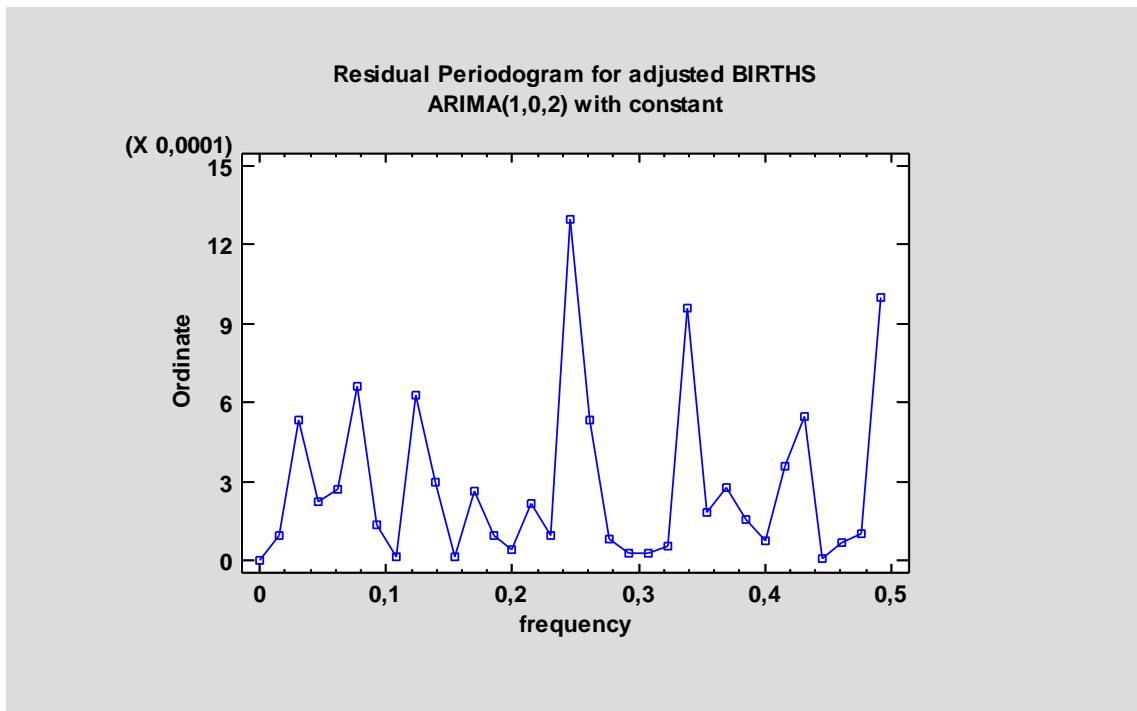
The table also summarizes the results of five tests run on the residuals to determine whether each model is adequate for the data. An OK means that the model passes the test. One * means that it fails at the 95% confidence level. Two *'s means that it fails at the 99% confidence level. Three *'s means that it fails at the 99,9% confidence level. Note that the currently selected model, model A, passes 5 tests. Since no tests are statistically significant at the 95% or higher confidence level, the current model is probably adequate for the data.



This graph shows the estimated autocorrelations between the residuals at various lags. The lag k autocorrelation coefficient measures the correlation between the residuals at time t and time $t-k$. Also shown are 95,0% probability limits around 0. If the probability limits at a particular lag do not contain the estimated coefficient, there is a statistically significant correlation at that lag at the 95,0% confidence level. In this case, one of the 24 autocorrelation coefficients is statistically significant at the 95,0% confidence level, implying that the residuals may not be completely random (white noise).



This graph shows the estimated partial autocorrelations between the residuals at various lags. The lag k partial autocorrelation coefficient measures the correlation between the residuals at time t and time $t+k$ having accounted for the correlations at all lower lags. It can be used to judge the order of autoregressive model needed to fit the data. Also shown are 95,0% probability limits around 0. If the probability limits at a particular lag do not contain the estimated coefficient, there is a statistically significant correlation at that lag at the 95,0% confidence level. In this case, one of the 24 partial autocorrelation coefficients is statistically significant at the 95,0% confidence level.



This plot shows the periodogram ordinates for the residuals. It is often used to identify cycles of fixed frequency in the data. The periodogram is constructed by fitting a series of sine functions at each of 33 frequencies. The ordinates are equal to the squared amplitudes of the sine functions. The periodogram can be thought of as an analysis of variance by frequency, since the sum of the ordinates equals the total sum of squares in an ANOVA table.

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ 7

Στον ακόλουθο πίνακα εμφανίζονται η χρονολογία, οι θάνατοι, ο υπολογιζόμενος πληθυσμός, η διαφορά των θανάτων (της προηγούμενης από την επόμενη τιμή), ο ρυθμός ανάπτυξης των θανάτων και οι λογάριθμοι των θανάτων και της διαφοράς τους για τα έτη 1956 έως 2020

ΕΤΟΣ	ΘΑΝΑΤΟΙ	ΠΛΗΘΥΣΜΟΣ	Z- ΘΑΝΑΤΟΙ	DIFFERENCE ΘΑΝΑΤΟΙ	GROWTH RATE	ln(Yt) ΘΑΝΑΤΟΙ	Difference ln(Yt) ΘΑΝΑΤΟΙ
1956	59.460	8.031.013	-1,715596454			10,9930591	0,036396475
1957	61.664	8.096.218	-1,598514491	2.204	3,706693576	11,02945557	-0,058502459
1958	58.160	8.173.129	-1,784655687	-3.504	-5,682407888	10,97095311	0,045246853
1959	60.852	8.258.162	-1,641649951	2.692	4,628610729	11,01619997	-0,004760541
1960	60.563	8.327.405	-1,65700235	-289	-0,474922763	11,01143942	0,054495566
1961	63.955	8.398.050	-1,476810872	3.392	5,600779354	11,06593499	0,039833937
1962	66.554	8.448.233	-1,338745527	2.599	4,063794856	11,10576893	0,003884024
1963	66.813	8.479.625	-1,324986803	259	0,389157676	11,10965295	0,038406975
1964	69.429	8.510.429	-1,186018376	2.616	3,915405685	11,14805993	-0,031605141
1965	67.269	8.550.333	-1,300762949	-2.160	-3,111091907	11,11645479	0,009513243
1966	67.912	8.613.651	-1,266605189	643	0,955863771	11,12596803	0,058106087
1967	71.975	8.716.441	-1,050768523	4.063	5,982742372	11,18407412	0,018364548
1968	73.309	8.802.860	-0,979903125	1.334	1,853421327	11,20243866	-0,02045078
1969	71.825	8.834.858	-1,058736896	-1.484	-2,024308066	11,18198788	0,029954103
1970	74.009	8.792.806	-0,942717383	2.184	3,040723982	11,21194199	-0,002570556
1971	73.819	8.831.036	-0,952810656	-190	-0,256725533	11,20937143	0,040356423
1972	76.859	8.888.628	-0,791318294	3.040	4,118180956	11,24972785	0,010213218
1973	77.648	8.929.086	-0,749404652	789	1,02655512	11,25994107	-0,017473537
1974	76.303	8.962.023	-0,820854397	-1.345	-1,732175974	11,24246753	0,048276416
1975	80.077	9.046.542	-0,620370129	3.774	4,946070272	11,29074395	0,021508597
1976	81.818	9.167.190	-0,527883879	1.741	2,174157374	11,31225255	0,023338902
1977	83.750	9.268.478	-0,425251233	1.932	2,361338581	11,33559145	-0,025823102
1978	81.615	9.359.960	-0,538667744	-2.135	-2,549253731	11,30976835	0,008819658
1979	82.338	9.548.258	-0,500260185	723	0,885866569	11,31858801	0,05831153
1980	87.282	9.642.505	-0,237622607	4.944	6,004517963	11,37689954	-0,011766672
1981	86.261	9.729.350	-0,291860667	-1.021	-1,169771545	11,36513286	0,000973315
1982	86.345	9.789.513	-0,287398378	84	0,097378885	11,36610618	0,047948777
1983	90.586	9.846.627	-0,062105909	4.241	4,91169147	11,41405495	-0,024461643
1984	88.397	9.895.801	-0,178391034	-2.189	-2,416488199	11,38959331	0,049534902

1985	92.886	9.934.294	0,060075812	4.489	5,078226637	11,43912821	-0,011945839
1986	91.783	9.967.264	0,001481709	-1.103	-1,187477122	11,42718237	0,041331327
1987	95.656	10.000.644	0,207225103	3.873	4,219735681	11,4685137	-0,034555689
1988	92.407	10.037.037	0,034630141	-3.249	-3,396545956	11,43395801	0,003381466
1989	92.720	10.089.550	0,05125748	313	0,338718928	11,43733948	0,015326299
1990	94.152	10.160.551	0,127328882	1.432	1,544434858	11,45266578	0,014194807
1991	95.498	10.272.691	0,19883175	1.346	1,429603195	11,46686058	0,028216543
1992	98.231	10.367.163	0,344015508	2.733	2,861840039	11,49507713	-0,008300584
1993	97.419	10.430.958	0,300880048	-812	-0,82662296	11,48677654	0,003974886
1994	97.807	10.489.871	0,321491573	388	0,398279596	11,49075143	0,02375279
1995	100.158	10.535.973	0,446382541	2.351	2,403713436	11,51450422	0,005794001
1996	100.740	10.588.332	0,477299829	582	0,581081891	11,52029822	-0,009996193
1997	99.738	10.629.267	0,424071097	-1.002	-0,994639666	11,51030203	0,028953733
1998	102.668	10.693.250	0,579719985	2.930	2,937696766	11,53925576	0,006175616
1999	103.304	10.747.768	0,613505887	636	0,619472474	11,54543138	0,017901991
2000	105.170	10.775.627	0,712632448	1.866	1,806319213	11,56333337	-0,025139846
2001	102.559	10.835.989	0,573929634	-2.611	-2,482647143	11,53819352	0,013135015
2002	103.915	10.888.274	0,645963727	1.356	1,322165778	11,55132854	0,015412539
2003	105.529	10.915.770	0,731703421	1.614	1,553192513	11,56674108	-0,00557798
2004	104.942	10.940.369	0,700520521	-587	-0,556245203	11,5611631	0,001418825
2005	105.091	10.969.912	0,708435772	149	0,141983191	11,56258192	0,003656797
2006	105.476	11.004.716	0,72888793	385	0,366349164	11,56623872	0,041041926
2007	109.895	11.036.008	0,963636202	4.419	4,189578672	11,60728064	-0,017588601
2008	107.979	11.060.937	0,861853516	-1.916	-1,743482415	11,58969204	0,003116117
2009	108.316	11.094.745	0,879755794	337	0,312097723	11,59280816	0,007065347
2010	109.084	11.119.289	0,920553864	768	0,709036523	11,59987351	0,018303468
2011	111.099	11.123.392	1,027595677	2.015	1,847200323	11,61817697	0,048910599
2012	116.668	11.086.406	1,323434809	5.569	5,012646378	11,66708757	-0,042674402
2013	111.794	11.003.615	1,064515805	-4.874	-4,177666541	11,62441317	0,01725725
2014	113.740	10.926.807	1,167892166	1.946	1,740701648	11,64167042	0,063386658
2015	121.183	10.858.018	1,56328284	7.443	6,543871989	11,70505708	-0,019961408
2016	118.788	10.783.748	1,436054483	-2.395	-1,976349818	11,68509567	0,046925163
2017	124.495	10.768.193	1,739224519	5.707	4,804357342	11,73202083	-0,034310182
2018	120.296	10.741.165	1,516163194	-4.199	-3,372826218	11,69771065	0,038078326
2019	124.965	10.724.599	1,764192088	4.669	3,88125956	11,73578898	0,047804641
2020	131.084	10.718.565	2,089248589	6.119	4,89657104	11,78359362	-11,78359362

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ 8

Στον ακόλουθο πίνακα παρουσιάζεται η πρόβλεψη των θανάτων με την μέθοδο των κινούμενων μέσων όρων για $K = 3$ και για $K = 7$.

ΕΤΟΣ	ΘΑΝΑΤΟΙ	ΠΛΗΘΥΣΜΟΣ	ΜΑ(3) ΘΑΝΑΤΟΙ	ΜΑ(7) ΘΑΝΑΤΟΙ
1956	59.460	8.031.013		
1957	61.664	8.096.218		
1958	58.160	8.173.129		
1959	60.852	8.258.162	59761,33333	
1960	60.563	8.327.405	60225,33333	
1961	63.955	8.398.050	59858,33333	
1962	66.554	8.448.233	61790	
1963	66.813	8.479.625	63690,66667	61601,14286
1964	69.429	8.510.429	65774	62651,57143
1965	67.269	8.550.333	67598,66667	63760,85714
1966	67.912	8.613.651	67837	65062,14286
1967	71.975	8.716.441	68203,33333	66070,71429
1968	73.309	8.802.860	69052	67701
1969	71.825	8.834.858	71065,33333	69037,28571
1970	74.009	8.792.806	72369,66667	69790,28571
1971	73.819	8.831.036	73047,66667	70818,28571
1972	76.859	8.888.628	73217,66667	71445,42857
1973	77.648	8.929.086	74895,66667	72815,42857
1974	76.303	8.962.023	76108,66667	74206,28571
1975	80.077	9.046.542	76936,66667	74824,57143
1976	81.818	9.167.190	78009,33333	75791,42857
1977	83.750	9.268.478	79399,33333	77219
1978	81.615	9.359.960	81881,66667	78610,57143
1979	82.338	9.548.258	82394,33333	79724,28571
1980	87.282	9.642.505	82567,66667	80507
1981	86.261	9.729.350	83745	81883,28571
1982	86.345	9.789.513	85293,66667	83305,85714
1983	90.586	9.846.627	86629,33333	84201,28571
1984	88.397	9.895.801	87730,66667	85453,85714
1985	92.886	9.934.294	88442,66667	86117,71429
1986	91.783	9.967.264	90623	87727,85714
1987	95.656	10.000.644	91022	89077,14286
1988	92.407	10.037.037	93441,66667	90273,42857

1989	92.720	10.089.550	93282	91151,42857
1990	94.152	10.160.551	93594,33333	92062,14286
1991	95.498	10.272.691	93093	92571,57143
1992	98.231	10.367.163	94123,33333	93586
1993	97.419	10.430.958	95960,33333	94349,57143
1994	97.807	10.489.871	97049,33333	95154,71429
1995	100.158	10.535.973	97819	95462
1996	100.740	10.588.332	98461,33333	96569,28571
1997	99.738	10.629.267	99568,33333	97715
1998	102.668	10.693.250	100212	98513
1999	103.304	10.747.768	101048,6667	99537,28571
2000	105.170	10.775.627	101903,3333	100262
2001	102.559	10.835.989	103714	101369,2857
2002	103.915	10.888.274	103677,6667	102048,1429
2003	105.529	10.915.770	103881,3333	102584,8571
2004	104.942	10.940.369	104001	103269
2005	105.091	10.969.912	104795,3333	104012,4286
2006	105.476	11.004.716	105187,3333	104358,5714
2007	109.895	11.036.008	105169,6667	104668,8571
2008	107.979	11.060.937	106820,6667	105343,8571
2009	108.316	11.094.745	107783,3333	106118,1429
2010	109.084	11.119.289	108730	106746,8571
2011	111.099	11.123.392	108459,6667	107254,7143
2012	116.668	11.086.406	109499,6667	108134,2857
2013	111.794	11.003.615	112283,6667	109788,1429
2014	113.740	10.926.807	113187	110690,7143
2015	121.183	10.858.018	114067,3333	111240
2016	118.788	10.783.748	115572,3333	113126,2857
2017	124.495	10.768.193	117903,6667	114622,2857
2018	120.296	10.741.165	121488,6667	116823,8571
2019	124.965	10.724.599	121193	118137,7143
2020	131.084	10.718.565	123252	119323
2021			125448,3333	122078,7143
2022			85349,66667	105830,1429
2023			43694,66667	88518,28571
2024			0	71548,57143
2025			0	53763,57143
2026			0	36578,42857
2027			0	18726,28571
2028			0	0
2029			0	0
2030			0	0

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ 9

Στον ακόλουθο πίνακα παρουσιάζεται η πρόβλεψη των θανάτων με την μέθοδο της εκθετικής εξομάλυνσης με σταθερά εξομάλυνσης $\alpha = 0,3$ και $\alpha = 0,7$.

ΕΤΟΣ	ΘΑΝΑΤΟΙ	ΠΛΗΘΥΣΜΟΣ	Forecast(0.3) ΘΑΝΑΤΟΙ	ERROR 0,3 ΘΑΝΑΤΟΙ	Forecast(0.7) ΘΑΝΑΤΟΙ	ERROR 0,7 ΘΑΝΑΤΟΙ
1956	59.460	8.031.013				
1957	61.664	8.096.218	59.460	2.204	59.460	2.204
1958	58.160	8.173.129	60121,2	-1.961	61002,8	-2.843
1959	60.852	8.258.162	59532,84	1.319	59012,84	1.839
1960	60.563	8.327.405	59928,588	634	60300,252	263
1961	63.955	8.398.050	60118,9116	3.836	60484,1756	3.471
1962	66.554	8.448.233	61269,73812	5.284	62913,75268	3.640
1963	66.813	8.479.625	62855,01668	3.958	65461,9258	1.351
1964	69.429	8.510.429	64042,41168	5.387	66407,67774	3.021
1965	67.269	8.550.333	65658,38818	1.611	68522,60332	-1.254
1966	67.912	8.613.651	66141,57172	1.770	67645,081	267
1967	71.975	8.716.441	66672,70021	5.302	67831,9243	4.143
1968	73.309	8.802.860	68263,39014	5.046	70732,07729	2.577
1969	71.825	8.834.858	69777,0731	2.048	72535,92319	-711
1970	74.009	8.792.806	70391,45117	3.618	72038,27696	1.971
1971	73.819	8.831.036	71476,71582	2.342	73417,78309	401
1972	76.859	8.888.628	72179,40107	4.680	73698,63493	3.160
1973	77.648	8.929.086	73583,28075	4.065	75910,89048	1.737
1974	76.303	8.962.023	74802,69653	1.500	77126,86714	-824
1975	80.077	9.046.542	75252,78757	4.824	76550,16014	3.527
1976	81.818	9.167.190	76700,0513	5.118	79018,94804	2.799
1977	83.750	9.268.478	78235,43591	5.515	80978,28441	2.772
1978	81.615	9.359.960	79889,80514	1.725	82918,48532	-1.303
1979	82.338	9.548.258	80407,3636	1.931	82006,0456	332
1980	87.282	9.642.505	80986,55452	6.295	82238,41368	5.044
1981	86.261	9.729.350	82875,18816	3.386	85768,9241	492
1982	86.345	9.789.513	83890,93171	2.454	86113,37723	232
1983	90.586	9.846.627	84627,1522	5.959	86275,51317	4.310
1984	88.397	9.895.801	86414,80654	1.982	89292,85395	-896
1985	92.886	9.934.294	87009,46458	5.877	88665,75619	4.220
1986	91.783	9.967.264	88772,4252	3.011	91619,92686	163
1987	95.656	10.000.644	89675,59764	5.980	91734,07806	3.922
1988	92.407	10.037.037	91469,71835	937	94479,42342	-2.072

1989	92.720	10.089.550	91750,90285	969	93028,72703	-309
1990	94.152	10.160.551	92041,63199	2.110	92812,61811	1.339
1991	95.498	10.272.691	92674,74239	2.823	93750,18543	1.748
1992	98.231	10.367.163	93521,71968	4.709	94973,65563	3.257
1993	97.419	10.430.958	94934,50377	2.484	97253,79669	165
1994	97.807	10.489.871	95679,85264	2.127	97369,43901	438
1995	100.158	10.535.973	96317,99685	3.840	97675,7317	2.482
1996	100.740	10.588.332	97469,99779	3.270	99413,31951	1.327
1997	99.738	10.629.267	98450,99846	1.287	100341,9959	-604
1998	102.668	10.693.250	98837,09892	3.831	99919,19876	2.749
1999	103.304	10.747.768	99986,36924	3.318	101843,3596	1.461
2000	105.170	10.775.627	100981,6585	4.188	102865,8079	2.304
2001	102.559	10.835.989	102238,1609	321	104478,7424	-1.920
2002	103.915	10.888.274	102334,4127	1.581	103134,9227	780
2003	105.529	10.915.770	102808,5889	2.720	103680,9768	1.848
2004	104.942	10.940.369	103624,7122	1.317	104974,593	-33
2005	105.091	10.969.912	104019,8985	1.071	104951,7779	139
2006	105.476	11.004.716	104341,229	1.135	105049,2334	427
2007	109.895	11.036.008	104681,6603	5.213	105347,97	4.547
2008	107.979	11.060.937	106245,6622	1.733	108530,891	-552
2009	108.316	11.094.745	106765,6635	1.550	108144,5673	171
2010	109.084	11.119.289	107230,7645	1.853	108264,5702	819
2011	111.099	11.123.392	107786,7351	3.312	108838,1711	2.261
2012	116.668	11.086.406	108780,4146	7.888	110420,7513	6.247
2013	111.794	11.003.615	111146,6902	647	114793,8254	-3.000
2014	113.740	10.926.807	111340,8832	2.399	112693,9476	1.046
2015	121.183	10.858.018	112060,6182	9.122	113426,1843	7.757
2016	118.788	10.783.748	114797,3327	3.991	118855,9553	-68
2017	124.495	10.768.193	115994,5329	8.500	118808,3866	5.687
2018	120.296	10.741.165	118544,673	1.751	122789,016	-2.493
2019	124.965	10.724.599	119070,0711	5.895	121043,9048	3.921
2020	131.084	10.718.565	120838,5498	10.245	123788,6714	7.295
2021			123912,1849	-123.912	128895,4014	-128.895
2022			86738,5294	-86.739	38668,62043	-38.669
2023			60716,97058	-60.717	11600,58613	-11.601
2024			42501,87941	-42.502	3480,175839	-3.480
2025			29751,31558	-29.751	1044,052752	-1.044
2026			20825,92091	-20.826	313,2158255	-313
2027			14578,14464	-14.578	93,96474764	-94
2028			10204,70125	-10.205	28,18942429	-28
2029			7143,290872	-7.143	8,456827288	-8
2030			5000,30361	-5.000	2,537048186	-3

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ 10

Δείκτες θανάτων που βοηθούν στην πρόβλεψη με τη μέθοδο της γραμμικής παλινδρόμησης

SUMMARY OUTPUT								
<i>Regression Statistics</i>								
Multiple R	0,9487566							
R Square	0,900139086							
Adjusted R Square	0,898553992							
Standard Error	5995,688734							
Observations	65							
<i>ANOVA</i>								
	<i>df</i>	<i>SS</i>	<i>MS</i>	<i>F</i>	<i>Significance F</i>			
Regression	1	20414219899	20414219899	567,877461	3,18869E-33			
Residual	63	2264741854	35948283,39					
Total	64	22678961752						
	<i>Coefficients</i>	<i>Standard Error</i>	<i>t Stat</i>	<i>P-value</i>	<i>Lower 95%</i>	<i>Upper 95%</i>	<i>Lower 95,0%</i>	<i>Upper 95,0%</i>
Intercept	-84679,59553	7441,089575	-11,37999949	6,35007E-17	-99549,42651	-69809,76456	-99549,42651	-69809,76456
ΠΛΗΘΥΣΜΟΣ	0,017856124	0,000749307	23,83017963	3,18869E-33	0,016358753	0,019353495	0,016358753	0,019353495

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ 11

Μέθοδος πρόβλεψης θανάτων με την μέθοδο ARIMA

Forecasting - DEATHS

Data variable: DEATHS

Number of observations = 65

Start index = 1956

Sampling interval = 1,0 year(s)

Forecast Summary

Nonseasonal differencing of order: 1

Forecast model selected: ARIMA(4,1,1) with constant

Number of forecasts generated: 10

Number of periods withheld for validation: 0

	<i>Estimation</i>	<i>Validation</i>
<i>Statistic</i>	<i>Period</i>	<i>Period</i>
RMSE	2036,84	
MAE	1568,01	
MAPE	1,72258	
ME	-3,05292	
MPE	-0,0569411	

ARIMA Model Summary

<i>Parameter</i>	<i>Estimate</i>	<i>Std. Error</i>	<i>t</i>	<i>P-value</i>
AR(1)	-1,20125	0,23695	-5,0696	0,000004
AR(2)	-0,986048	0,230615	-4,27572	0,000072
AR(3)	-0,673088	0,200762	-3,35266	0,001414
AR(4)	-0,504223	0,127922	-3,94164	0,000220
MA(1)	-0,440827	0,256527	-1,71844	0,091051
Mean	1065,91	86,5858	12,3105	0,000000
Constant	4652,29			

Backforecasting: yes

Estimated white noise variance = 4,2054E6 with 58 degrees of freedom

Estimated white noise standard deviation = 2050,71

Number of iterations: 8

The StatAdvisor

This procedure will forecast future values of DEATHS. The data cover 65 time periods. Currently, an autoregressive integrated moving average (ARIMA) model has been selected. This model assumes that the best forecast for future data is given by a parametric model relating the most recent data value to previous data values and previous noise. Each value of DEATHS has been adjusted in the following way before the model was fit:

(1) (2) Simple differences of order 1 were taken.

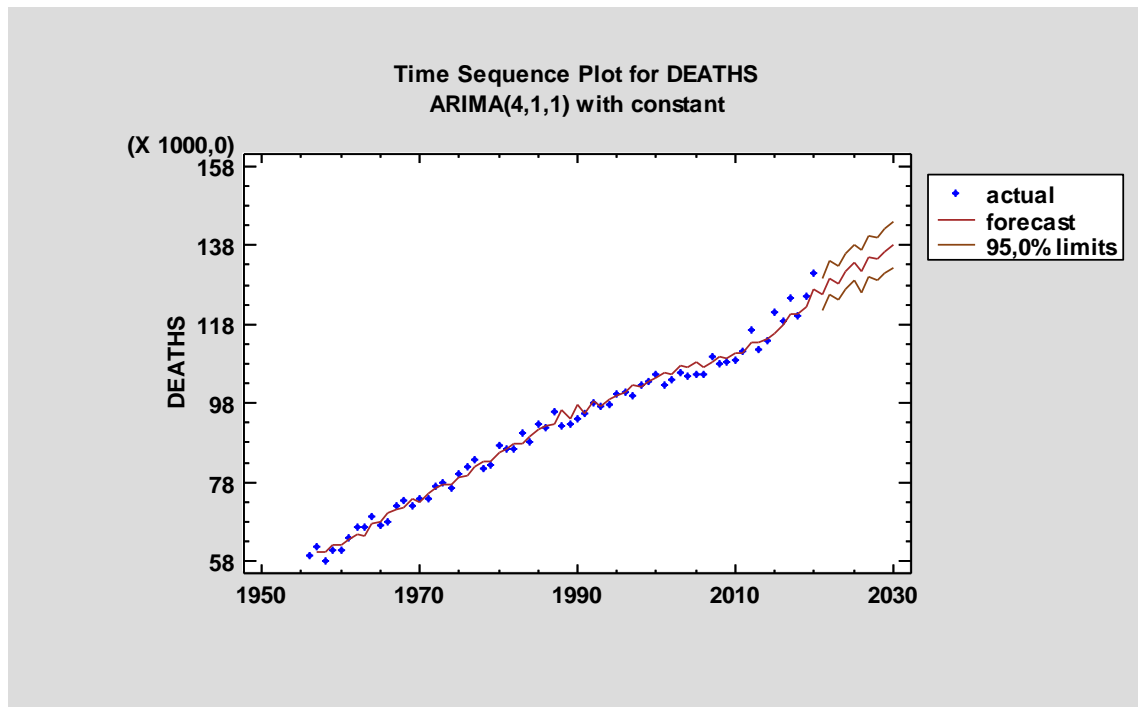
You can select a different forecasting model by pressing the alternate mouse button and selecting Analysis Options.

The output summarizes the statistical significance of the terms in the forecasting model. Terms with P-values less than 0,05 are statistically significantly different from zero at the 95,0% confidence level. The P-value for the AR(4) term is less than 0,05, so it is significantly different from 0. The P-value for the MA(1) term is greater than or equal to 0,05, so it is not statistically significant. You should therefore consider reducing the order of the MA term to 0. The P-value for the constant term is less than 0,05, so it is significantly different from 0. The estimated standard deviation of the input white noise equals 2050,71.

The table also summarizes the performance of the currently selected model in fitting the historical data. It displays:

(1) the root mean squared error (RMSE) (2) the mean absolute error (MAE) (3) the mean absolute percentage error (MAPE) (4) the mean error (ME) (5) the mean percentage error (MPE)

Each of the statistics is based on the one-ahead forecast errors, which are the differences between the data value at time t and the forecast of that value made at time $t-1$. The first three statistics measure the magnitude of the errors. A better model will give a smaller value. The last two statistics measure bias. A better model will give a value close to 0.



This plot shows the observed and forecasted values of DEATHS. Also included on the plot are 95,0% prediction limits for the forecasts. These limits show where the true value of DEATHS at any point in the future is likely to be with 95,0% confidence.

Forecast Table for DEATHS

Model: ARIMA(4,1,1) with constant

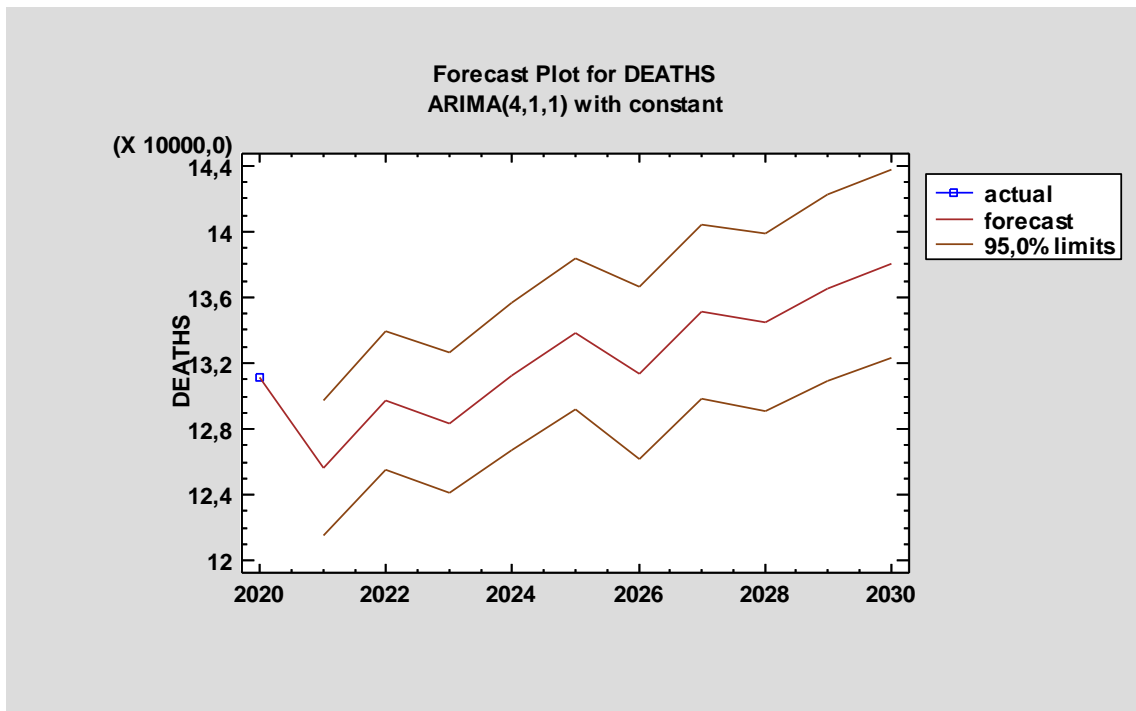
<i>Period</i>	<i>Data</i>	<i>Forecast</i>	<i>Residual</i>
1956	59460,0		
1957	61664,0	60145,9	1518,07
1958	58160,0	60315,5	-2155,54
1959	60852,0	61928,5	-1076,54
1960	60563,0	62161,6	-1598,58
1961	63955,0	63450,5	504,49
1962	66554,0	64994,9	1559,13
1963	66813,0	64264,0	2548,96
1964	69429,0	67577,7	1851,31
1965	67269,0	68039,9	-770,876
1966	67912,0	70111,9	-2199,85
1967	71975,0	71060,6	914,393
1968	73309,0	71650,5	1658,48
1969	71825,0	73739,9	-1914,95
1970	74009,0	73041,4	967,582
1971	73819,0	74981,0	-1162,05
1972	76859,0	76360,0	499,03
1973	77648,0	77545,1	102,916
1974	76303,0	77427,0	-1123,96
1975	80077,0	79347,1	729,881
1976	81818,0	79779,9	2038,13
1977	83750,0	82063,5	1686,49
1978	81615,0	83246,2	-1631,17
1979	82338,0	83133,1	-795,058
1980	87282,0	85698,3	1583,74
1981	86261,0	86443,5	-182,463
1982	86345,0	87774,2	-1429,18
1983	90586,0	87580,8	3005,18
1984	88397,0	89580,1	-1183,09
1985	92886,0	91433,7	1452,28
1986	91783,0	92047,6	-264,641
1987	95656,0	92552,2	3103,78
1988	92407,0	96194,0	-3786,96
1989	92720,0	93952,7	-1232,74
1990	94152,0	97605,8	-3453,83
1991	95498,0	95486,9	11,0577
1992	98231,0	98553,8	-322,815
1993	97419,0	97009,1	409,921
1994	97807,0	98904,5	-1097,51
1995	100158,	99791,8	366,169
1996	100740,	100934,	-193,502
1997	99738,0	102438,	-2699,94
1998	102668,	102052,	616,215
1999	103304,	103483,	-179,142
2000	105170,	104605,	564,813
2001	102559,	105736,	-3176,71
2002	103915,	105202,	-1286,94
2003	105529,	107369,	-1839,99

2004	104942,	106911,	-1968,84
2005	105091,	108244,	-3152,84
2006	105476,	106983,	-1507,17
2007	109895,	108436,	1459,22
2008	107979,	109698,	-1719,31
2009	108316,	109483,	-1167,35
2010	109084,	110770,	-1685,64
2011	111099,	110800,	299,161
2012	116668,	113445,	3223,36
2013	111794,	113378,	-1583,76
2014	113740,	114368,	-628,181
2015	121183,	115819,	5363,69
2016	118788,	117813,	975,35
2017	124495,	120556,	3939,16
2018	120296,	120399,	-102,844
2019	124965,	122179,	2786,28
2020	131084,	126744,	4340,34

		<i>Lower 95%</i>	<i>Upper 95%</i>
<i>Period</i>	<i>Forecast</i>	<i>Limit</i>	<i>Limit</i>
2021	125644,	121539,	129749,
2022	129772,	125551,	133993,
2023	128357,	124080,	132633,
2024	131215,	126728,	135702,
2025	133794,	129222,	138365,
2026	131401,	126158,	136644,
2027	135175,	129884,	140465,
2028	134476,	129038,	139914,
2029	136557,	130906,	142207,
2030	138065,	132316,	143814,

The StatAdvisor

This table shows the forecasted values for DEATHS. During the period where actual data is available, it also displays the predicted values from the fitted model and the residuals (data-forecast). For time periods beyond the end of the series, it shows 95,0% prediction limits for the forecasts. These limits show where the true data value at a selected future time is likely to be with 95,0% confidence, assuming the fitted model is appropriate for the data. You can plot the forecasts by selecting Forecast Plot from the list of graphical options. You can change the confidence level while viewing the plot if you press the alternate mouse button and select Pane Options. To test whether the model fits the data adequately, select Model Comparisons from the list of Tabular Options.



This plot shows the forecasted values of DEATHS. Also included on the plot are 95,0% prediction limits for the forecasts. These limits show where the true value of DEATHS at any point in the future is likely to be with 95,0% confidence.

Model Comparison

Data variable: DEATHS

Number of observations = 65

Start index = 1956

Sampling interval = 1,0 year(s)

Models

(A) Simple exponential smoothing with $\alpha = 0,8067$

(B) Brown's linear exp. smoothing with $\alpha = 0,3158$

(C) Holt's linear exp. smoothing with $\alpha = 0,2009$ and $\beta = 0,5655$

(D) Brown's quadratic exp. smoothing with $\alpha = 0,2098$

(E) ARIMA(4,1,1) with constant

Estimation Period

Model	RMSE	MAE	MAPE	ME	MPE
(A)	2764,98	2119,27	2,32127	1334,48	1,42599
(B)	2380,15	1934,31	2,19391	455,498	0,561316
(C)	2122,19	1704,08	1,92063	188,573	0,114072
(D)	2370,82	1898,74	2,1553	136,93	0,131105
(E)	2036,84	1568,01	1,72258	-3,05292	-0,0569411

Model	RMSE	RUNS	RUNM	AUTO	MEAN	VAR
(A)	2764,98	OK	*	OK	OK	OK
(B)	2380,15	OK	OK	OK	OK	OK
(C)	2122,19	OK	OK	OK	OK	OK
(D)	2370,82	OK	OK	OK	OK	OK
(E)	2036,84	OK	OK	OK	OK	OK

Key:

RMSE = Root Mean Squared Error

RUNS = Test for excessive runs up and down

RUNM = Test for excessive runs above and below median

AUTO = Ljung-Box test for excessive autocorrelation

MEAN = Test for difference in mean 1st half to 2nd half

VAR = Test for difference in variance 1st half to 2nd half

OK = not significant ($p \geq 0,05$)

* = marginally significant ($0,01 < p \leq 0,05$)

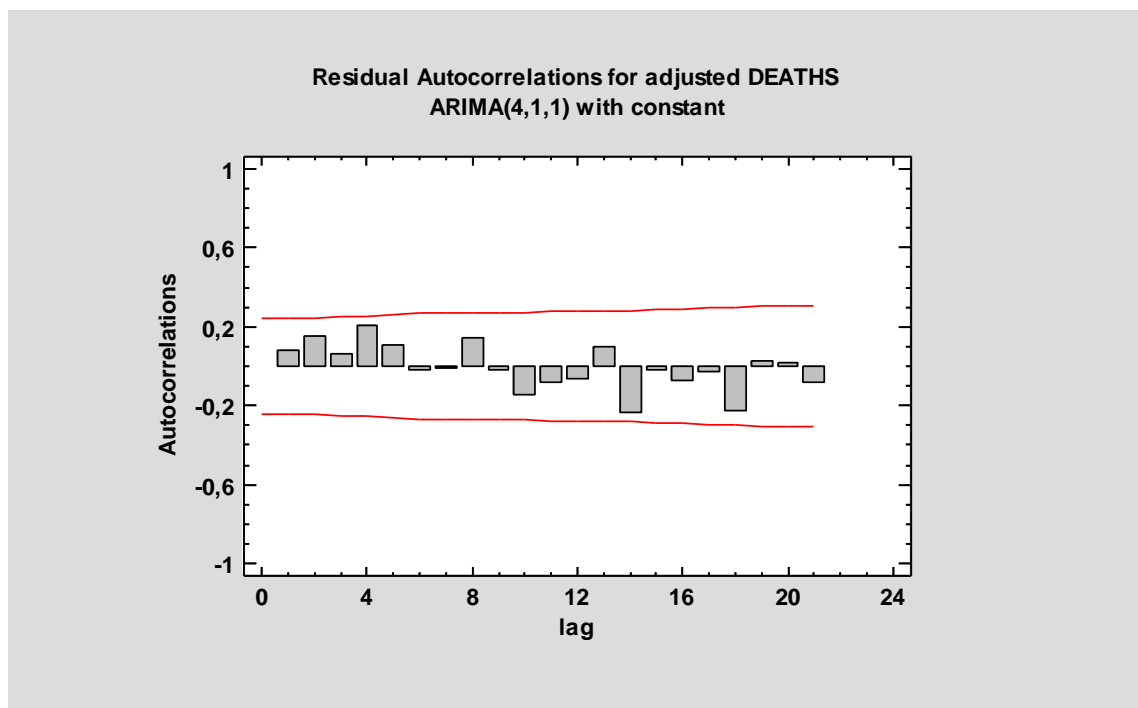
** = significant ($0,001 < p \leq 0,01$)

*** = highly significant ($p \leq 0,001$)

The StatAdvisor

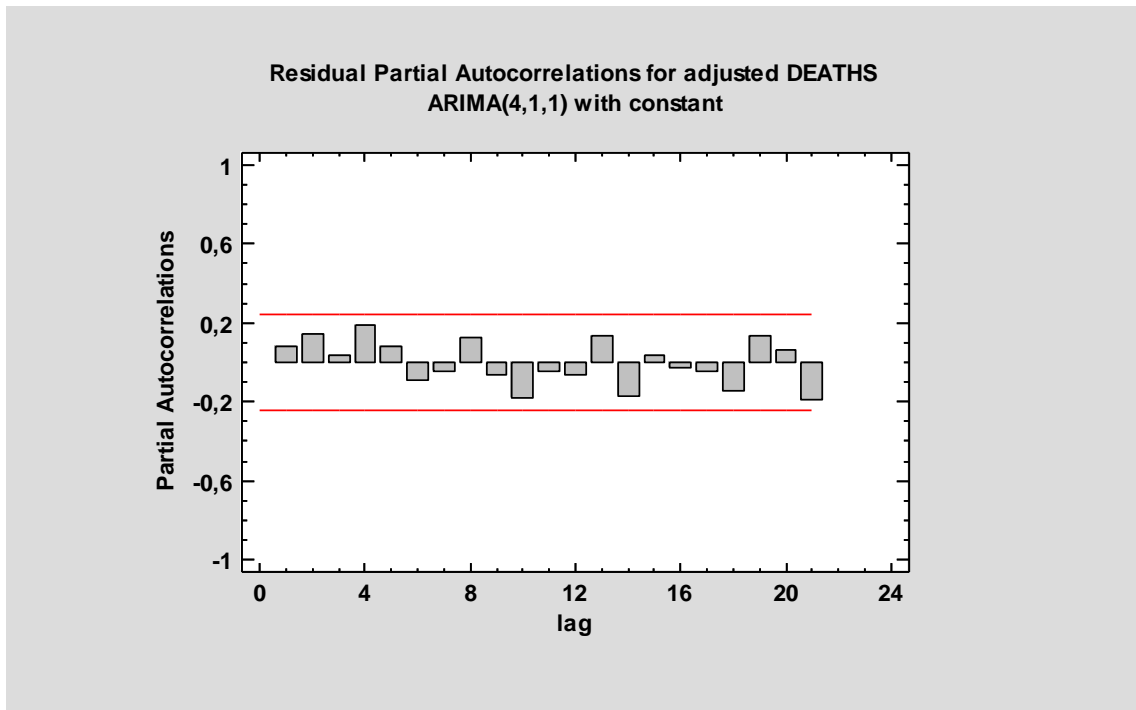
This table compares the results of five different forecasting models. You can change any of the models by pressing the alternate mouse button and selecting Analysis Options. Looking at the error statistics, the model with the smallest root mean squared error (RMSE) during the estimation period is model E. The model with the smallest mean absolute error (MAE) is model E. The model with the smallest mean absolute percentage error (MAPE) is model E. You can use these results to select the most appropriate model for your needs.

The table also summarizes the results of five tests run on the residuals to determine whether each model is adequate for the data. An OK means that the model passes the test. One * means that it fails at the 95% confidence level. Two *'s means that it fails at the 99% confidence level. Three *'s means that it fails at the 99,9% confidence level. Note that the currently selected model, model A, passes 5 tests. Since no tests are statistically significant at the 95% or higher confidence level, the current model is probably adequate for the data.

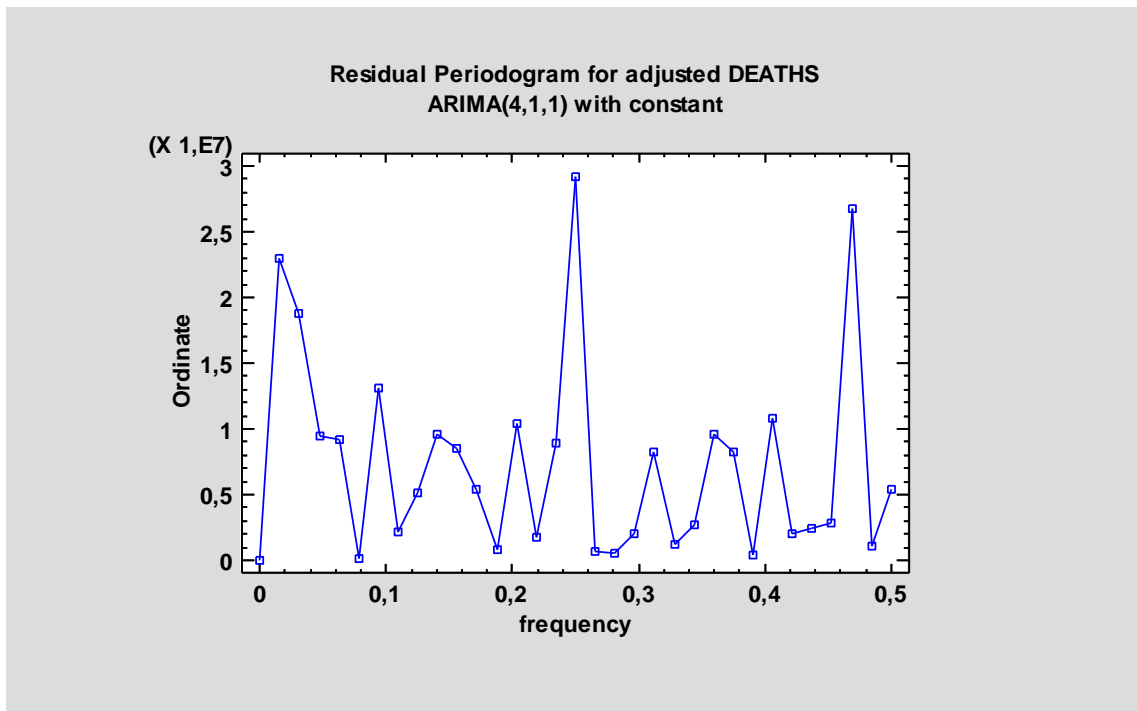


This graph shows the estimated autocorrelations between the residuals at various lags. The lag k autocorrelation coefficient measures the correlation between the residuals at

time t and time $t-k$. Also shown are 95,0% probability limits around 0. If the probability limits at a particular lag do not contain the estimated coefficient, there is a statistically significant correlation at that lag at the 95,0% confidence level. In this case, none of the 24 autocorrelations coefficients are statistically significant, implying that the time series may well be completely random (white noise).



This graph shows the estimated partial autocorrelations between the residuals at various lags. The lag k partial autocorrelation coefficient measures the correlation between the residuals at time t and time $t+k$ having accounted for the correlations at all lower lags. It can be used to judge the order of autoregressive model needed to fit the data. Also shown are 95,0% probability limits around 0. If the probability limits at a particular lag do not contain the estimated coefficient, there is a statistically significant correlation at that lag at the 95,0% confidence level. In this case, none of the 24 partial autocorrelations coefficients is statistically significant at the 95,0% confidence level.



This plot shows the periodogram ordinates for the residuals. It is often used to identify cycles of fixed frequency in the data. The periodogram is constructed by fitting a series of sine functions at each of 33 frequencies. The ordinates are equal to the squared amplitudes of the sine functions. The periodogram can be thought of as an analysis of variance by frequency, since the sum of the ordinates equals the total sum of squares in an ANOVA table.

Βιβλιογραφία

Aczel Amir D. Complete Business statistics [Book Section]. - [s.l.] : McGraw-Hill, 2008.

Akanni Marjetka Troha and Čepar Žiga Impact of Population Ageing on Unemployment and Entrepreneurial Activity: the Case of Slovenia [Online] // ResearchGate. - Νοέμβριος 2015. - Μάιος πρόσβαση 30, 2022. - https://www.researchgate.net/publication/287359978_Impact_of_Population_Ageing_on_Unemployment_and_Entrepreneurial_Activity_the_Case_of_Slovenia.

Brownlee Jason A Gentle Introduction to the Box-Jenkins Method for Time Series Forecasting [Ηλεκτρονικό] // Machine Learning Mastery. - 13 Ιανουάριος 2017. - πρόσβαση 27 Μάιος 2022. - <https://machinelearningmastery.com/gentle-introduction-box-jenkins-method-time-series-forecasting/>.

Brownlee Jason White Noise Time Series with Python [Online] // Machine Learning Mastery. - Μάρτιος 6, 2017. - Μάιος πρόσβαση 27, 2022. - <https://machinelearningmastery.com/white-noise-time-series-python/>.

Clements Benedict [et al.] The Fiscal Consequences of Shrinking Populations [Online] // International Monetary Fund. - Οκτώβριος 2015. - Ιανουάριος πρόσβαση 20, 2022. - <https://www.imf.org/external/pubs/ft/sdn/2015/sdn1521.pdf>.

Colombia University Box-Jenkins Methodology [Online]. - Μάιος 6, 2022. - Μάιος πρόσβαση 27, 2022. - <https://www.publichealth.columbia.edu/research/population-health-methods/box-jenkins-methodology>.

Draper R. Norman και Smith Harry Applied Regression Analysis [Βιβλίο]. - [s.l.] : Wiley, 1998. - Τόμ. 3rd edition.

EUROPEAN COMMISSION Δημογραφική κατάσταση, Γλώσσες και θρησκείες [Ηλεκτρονικό]. - 31 Μάρτιος 2021. - Πρόσβαση 14 Νοέμβριος 2021. - https://eacea.ec.europa.eu/national-policies/eurydice/content/population-demographic-situation-languages-and-religions-33_el.

Harding Robin The costs of a declining population [Online] // Financial Times. - Ιανουάριος 14, 2020. - Μάιος πρόσβαση 30, 2022. - <https://www.ft.com/content/c017334e-36bb-11ea-a6d3-9a26f8c3cba4>.

Hyndman Rob J and Athanasopoulos George Forecasting: Principles and Practice [Book Section]. - Melbourne, Australia : OTexts, 2018. - Vol. 2nd.

Jones Charles I. The End of Economic Growth? Unintended [Online] // Stanford University. - Μάρτιος 4, 2022. - Μάιος Πρόσβαση 30, 2022. - <https://web.stanford.edu/~chadj/emptyplanet.pdf>.

Makridakis Spyros G., Wheelwright Steven C. and Hyndman Rob J. Forecasting: Methods and Applications [Book Section]. - [s.l.] : Wiley, 1998.

NIST Engineering Statistics Handbook - Box-Jenkins Model Diagnostics [Ηλεκτρονικό] // National Institute of Standards and technology U.S. Department of Commerce. - Απρίλιος 2012. - πρόσβαση 27 Μάιος 2022. - <https://www.itl.nist.gov/div898/handbook/pmc/section4/pmc448.htm>.

NIST Engineering Statistics Handbook - Box-Jenkins Model Estimation [Ηλεκτρονικό] // National Institute of Standards and technology U.S. Department of Commerce. -

Απρίλιος 2012. - πρόσβαση 27 Μάιος 2022. - <https://www.itl.nist.gov/div898/handbook/pmc/section4/pmc447.htm>.

NIST Engineering Statistics Handbook - Box-Jenkins Model Identification [Online] // National Institute of Standards and technology U.S. Department of Commerce. - Απρίλιος 2012. - Μάιος πρόσβαση 27, 2022. - <https://www.itl.nist.gov/div898/handbook/pmc/section4/pmc446.htm>.

NIST Engineering Statistics Handbook - Box-Jenkins Models [Online] // National Institute of Standards and technology U.S. Department of Commerce. - Απρίλιος 2012. - Μάιος πρόσβαση 27, 2022. - <https://www.itl.nist.gov/div898/handbook/pmc/section4/pmc445.htm>.

NIST Engineering Statistics Handbook - Common Approaches to Univariate Time Series [Online] // National Institute of Standards and technology U.S. Department of Commerce. - Απρίλιος 2012. - Μάιος πρόσβαση 27, 2022. - <https://www.itl.nist.gov/div898/handbook/pmc/section4/pmc444.htm>.

VanDyke Elise Population Shrinkage: Where is it Happening and What is the Impact? [Online] // Michigan State University . - Σεπτέμβριος 9, 2021. - Μάιος πρόσβαση 30, 2022. - <https://globaledge.msu.edu/blog/post/57025/population-shrinkage-where-is-it-happeni>.

Yu XIE [Online] = Demography: Past, Present, and Future. - Ιούνιος 2000. - Νοέμβριος 2, 2021. - https://repository.kallipos.gr/bitstream/11419/4669/1/02_chapter_2.pdf.

Αργυρού Μιχάλης Η Οικονομική Διάσταση Των Δημογραφικών Εξελίξεων [Online] // ΔιαΝΕΟσις - Οργανισμός Έρευνας και Ανάλυσης. - Οκτώβριος 2018. - Ιανουάριος πρόσβαση 18, 2022. - <https://www.dianeosis.org/2018/10/dimografikes-ekselikseis-oikonomiki-diastrasi/>.

Γιαννέλος Λουκάς and Ρουσάκος Ανδρέας Δημογραφικό Πρόβλημα: Υπογεννητικότητα - Γήρανση πληθυσμού. Η εξέλιξη της υπογεννητικότητας την τελευταία δεκαετία στην Ελλάδα. Ποιοί παράγοντες την επηρεάζουν [Online] // Ιδρυματικό Καταθετήριο Αθηνά Τ.Ε.Ι. Δυτικής Αττικής. - Μάιος 2016. - Ιούνιος πρόσβαση 2, 2022. - <http://repository.library.teimes.gr/xmlui/handle/123456789/4468>.

Κοτζαμάνης Βύρων Οι δημογραφικές εξελίξεις στην μεταπολεμική Ελλάδα: τάσεις, ρήξεις, προοπτικές [Online]. - 2017. - Νοέμβριος 2, 2021. - https://d1wqtxts1xzle7.cloudfront.net/55794722/WP_12_2017-with-cover-page-v2.pdf?Expires=1635839704&Signature=Bc1nqFtKEbc-n-WOEEYfwKST0rboq9NENyeN2Bdii6vaOo9zW~PG~KS9I1Zk48ghLT9R7SF39j7XD8jw12LJAi4HtrkdLLf6~mhMaz6U5QKkL4L1lv0-nDj5EmW4cGoBduuUxD8IXmF78EGy.

Μητράκος Θεόδωρος [Ηλεκτρονικό] // Τράπεζα της Ελλάδος. - 15 Μάρτιος 2019. - Πρόσβαση 23 Μάρτιος 2022. - <https://www.bankofgreece.gr/enimerosi/grafeio-tyrou/anazhthsh-enhmerwsewn/enhmerwseis?announcement=1f6ae30a-75a6-4775-90b2-a7d061121d5a>.

Πετρόπουλος Φ. and Ασημακόπουλος Β. Επιχειρησιακές Προβλέψεις [Book Section]. - Αθήνα : Εκδόσεις Συμμετρία, 2013.

Συμεωνίδου Εύα Η Υπογεννητικότητα στην Ευρώπη [Online] // ΟΜΙΛΟΣ ΔΙΕΘΝΩΝ & ΕΥΡΩΠΑΪΚΩΝ ΘΕΜΑΤΩΝ. - Οκτώβριος 5, 2020. - Νοέμβριος Πρόσβαση 14, 2021. - <https://odeth.eu/%CE%B7-%CF%85%CF%80%CE%BF%CE%B3%CE%B5%CE%BD%CE%BD%CE%B7%CF%84%CE%B9%CE%BA%CF%8C%CF%84%CE%B7%CF%84%CE%B1-%CF%83%CF%84%CE%B7%CE%BD-%CE%B5%CF%85%CF%81%CF%8E%CF%80%CE%B7/>.

Τραγάκη Αλεξάνδρα , Μπάγκαβος Χρηστος and Ντούνας Δημήτρης Περί
Δημογραφίας & Πληθυσμιακών εξελίξεων,
<https://repository.kallipos.gr/handle/11419/4670> [Book Section]. - [s.l.] : Ελληνικά
Ακαδημαϊκά Ηλεκτρονικά Συγγράμματα και Βοηθήματα www.kallipos.gr, 2015.