Π Α Ν Ε Π Ι Σ Τ Η Μ Ι Ο Π Ε Ι Ρ Α Ι Ω Σ

Τ Μ Η Μ Α ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ ΚΑΙ ΑΣΦΑΛΙΣΤΙΚΗΣ ΕΠΙΣΤΗΜΗΣ

ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΣΠΟΥΔΩΝ ΣΤΗΝ ΑΝΑΛΟΓΙΣΤΙΚΗ ΕΠΙΣΤΗΜΗ ΚΑΙ ΔΙΟΙΚΗΣΗ ΚΙΝΔΥΝΟΥ

ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ: ΚΩΝΣΤΑΝΤΙΝΑ ΠΑΤΣΟΥΡΑΚΗ

Μοντέλα ασφαλιστικών κινδύνων με στρατηγικές μερισμάτων και συσχετισμένες κλάσεις συνολικών ζημιών

ΕΠΙΒΛΕΠΩΝ

Ε. Χατζηκωνσταντινίδης

Διπλωματική Εργασία

που υποβλήθηκε στο Τμήμα Στατιστικής και Ασφαλιστικής Επιστήμης του Πανεπιστημίου Πειραιώς ως μέρος των απαιτήσεων για την απόκτηση του Μεταπτυχιακού Διπλώματος Ειδίκευσης στην Αναλογιστική Επιστήμη και Διοίκηση Κινδύνου

Πειραιάς
ΜΑΡΤΙΟΣ 2017

Ευχαριστίες

Θα ήθελα να ευχαριστήσω τον καθηγητή μου που με βοήθησε στην εκπόνηση της εργασία μου και ήταν συνεχώς δίπλα μου.
Επίσης τους γονείς μου που με στήριξαν ουσιαστικά, ώστε να υλοποιήσω τα όνειρα μου.

ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Κατά την τελευταία δεκαετία, η μελέτη του μοντέλου κινδύνου με συσχετισμένες κλάσεις Ασφαλιστικών ζημιών είναι ένα από τα βασικά θέματα στη σύγχρονη θεωρία του κινδύνου. Παράλληλα, η στρατηγική πληρωμής μερίσματος γίνεται όλο και πιο σημαντικό θέμα για διάφορα χρηματοπιστωτικά ιδρύματα κατά τα τελευταία χρόνια. Εν όψει αυτών, ο σκοπός αυτής της διατριβής είναι να μελετήσει τη βέλτιστη διαχείριση προβλημάτων μερίσματος για μοντέλα κινδύνου με συσχετισμένες κλάσεις των ασφαλιστικών ζημιών.

Στην εργασία αναλύεται εκτενώς η στρατηγική μερίσματος κατωφλιού σύμφωνα με την οποία δίνονται μερίσματα στους μετόχους μόνο στην περίπτωση όπου το πλεόνασμα υπερβεί ένα προκαθορισμένο όριο (κατώφλι) και τα μερίσματα δεν ξεπερνούν την αξία των εισπρακτέων
ασφάλιστρων.

ABSTRACT

In the past decade, the study of risk model with dependent classs of insurance business is one of the key topics in modern risk theory. Also, dividend payment strategy has become an increasingly important issue for various financial institutions in recent years. In view of these, the purpose of this thesis is to study optimal dividend problems for risk models with dependent classes of insurance business. In particular, we consider the common shock and thinning dependence appearing in the event-number processes with the assumption that dividends are paid according to either the barrier strategy or the threshold strategy.

Περιεχόμενα

1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ 8

1.1 Αντικείμενο Μελέτης 8

1.2 Στόχος 9

1.3 Μεθοδολογία Εργασιών 9

1.4 Περίγραμμα Μελέτης 9

2. Ο ΚΛΑΔΟΣ ΤΗΣ ΑΣΦΑΛΙΣΗΣ 11

Εισαγωγή 11

2.1 Η Ασφαλιστική Επιστήμη 11

2.2 Ιστορική Εξέλιξη Κλάδου Ασφαλίσεων 12

2.3 Τύποι Ασφαλιστών 14

2.4 Προϋποθέσεις Δημιουργίας Ασφάλισης 15

2.5 Πλεονεκτήματα της Ασφάλισης 16

2.6 Κόστη Προκαλούμενα από την Ασφάλιση 19

2.7 Η Ιδιωτική Ασφάλιση στην Ελλάδα Σήμερα 20

2.8 Η Ευρωπαική Ασφαλιστική Αγορά 22

3. ΑΣΦΑΛΙΣΤΙΚΟΙ ΚΙΝΔΥΝΟΙ 24

Εισαγωγή 24

3.1 Αφηρημένοι Κίνδυνοι 24

3.2 Παράγοντες Ανάπτυξης Κινδύνων 25

3.3 Νομοθετικό Πλαίσιο 27

3.4 Νομοθεσία σχετική με την Φερεγγυότητα των Ασφαλιστικών Εταιρειών 29

3.4.1 Solvency I 29

3.4.2 Solvency II 30

3.5 Κίνδυνοι κατά την Αξιολόγηση του Ασφαλιστικού Προϊόντος 32

3.6 Επιθεώρηση και Αποτροπή Ζημιάς 33

3.7 Επένδυση 33

3.8 Ρύθμιση των Ζημιών 33

4. ΜΟΝΤΕΛΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ ΚΙΝΔΥΝΟΥ ΜΕ ΕΞΑΡΤΗΜΕΝΕΣ ΚΛΑΣΕΙΣ ΖΗΜΙΩΝ 34

4.1 Συνολικές απαιτήσεις με ανεξάρτητες κλάσεις ζημιών 35

Ορισμός 4.1 35

Ορισμός 4.2 36
Το Μοντέλο 37
ΘΕΩΡΗΜΑ 4.1 40
4.1 Διαδικασία Συνολικών Αποζημιώσεων με Εξάρτηση Κοινού Σοκ 42
4.2.1 Το Μοντέλο 42
4.2.2 Στατιστικές Ιδιότητες 43
4.3 Κύριες και Ακόλουθες απαιτήσεις των Συνολικών Αποζημιώσεων 47
4.3.1 Στατιστικές Ιδιότητες 48
4.4 Διαδικασία Αποζημιώσεων με Κοινό Σοκ και κύριες και ακόλουθες απαιτήσεις 53
4.4.1 Το Μοντέλο 53
4.4.2 Στατιστικές Ιδιότητες 54
4.5 Μοντέλα Κινδύνου για Δύο Ζημιές 59
4.5.1 Οι κατανομές των συνολικών απαιτήσεων 59
Μοντέλο Τ : Ύπαρξη μόνο κύριων και ακόλουθων απαιτήσεων 61
Μοντέλο D : Ύπαρξη Κοινού Σοκ και κύριων και ακόλουθων απαιτήσεων 62
5. ΑΝΑΛΥΣΗ ΤΩΝ ΜΟΝΤΕΛΩΝ ΚΙΝΔΥΝΟΥ ΜΕ ΕΞΑΡΤΩΜΕΝΕΣ ΚΛΑΣΣΕΙΣ ΣΤΟ ΠΛΑΙΣΙΟ ΤΗΣ ΣΤΡΑΤΗΓΙΚΗΣ ΦΡΑΓΜΑΤΟΣ 65
Εισαγωγή 65
5.1 Βασικά Αποτελέσματα 66
5.1.1 Αναμενόμενες Τιμές Προεξοφλημένων Μερισμάτων 66
5.2.2 Βέλτιστο Φράγμα Μερίσματος 72
5.2 Προσέγγιση De Vylder 73
5.3 Προσέγγιση Wienner 74
5.4 Αριθμητικά Αποτελέσματα 75
5.4.1 Τα ύψη των ζημιών ακολουθούν εκθετικές κατανομές 75
5.4.2 Τα ύψη των ζημιών ακολουθούν κατανομή Erlang 78
5.5 Παράρτημα Πινάκων 79
6. ΑΝΑΛΥΣΗ ΤΩΝ ΜΟΝΤΕΛΩΝ ΚΙΝΔΥΝΟΥ ΜΕ ΕΞΑΡΤΩΜΕΝΕΣ ΖΗΜΙΕΣ ΥΠΟ ΤΗΝ ΥΠΑΡΞΗ ΣΤΡΑΤΗΓΙΚΗΣ ΜΕΡΙΣΜΑΤΟΣ ΚΑΤΩΦΛΙΟΥ 85
Εισαγωγή 85
6.1 Αναμενόμενες προεξοφλούμενες τιμές μερισμάτων 86
6.1.1 Ολοκληροδιαφορικές εξισώσεις 86

6.2 Αριθμητικά αποτελέσματα για εκθετικά ύψη ζημιών 89

6.2.1 Η Επιρροή της Εξαρτημένης $V(u;b)$ 89

6.2.2 Επιπτώσεις της εξάρτησης από τις βέλτιστες τιμές 91

7. ΑΝΑΛΥΣΗ ΤΟΥ ΔΥΙΚΟΥ ΜΟΝΤΕΛΟΥ ΜΕ ΕΞΑΡΤΗΜΕΝΕΣ ΚΛΑΣΕΙΣ ΣΤΟ ΠΛΑΙΣΙΟ ΤΗΣ ΣΤΡΑΤΗΓΙΚΗΣ ΦΡΑΓΜΑΤΟΣ 97

Εισαγωγή 97

7.1 Μερικά Βασικά Αποτελέσματα 98

7.1.1 Ολοκληροδιαφορικές Εξισώσεις 98

7.1.2 $V(u;b)$ Τα μεγέθη κέρδους να ακολουθούν μια διακριτή μείξη εκθετικών κατανομών 99

7.2 Αριθμητική Μελέτη για Δύο Εξαρτημένες Κλάσεις 101

7.2.1 Στοχαστικές διαδικασίες συνολικών κερδών 101

7.2.2 Η $V(u;b)$ για δύο κλάσεις με εκθετικά κέρδη 105

7.2.2 Βέλτιστες Τιμές για διάφορες Τιμές Παραμέτρων 106

4. ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ 120

1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ

1.1 Αντικείμενο Μελέτης

Η ασφαλιστική αγορά αλλάζει διεθνώς με πολύ γρήγορους ρυθμούς. Στη χώρα μας, τα τελευταία χρόνια, πολλές από τις αλλαγές επιβλήθηκαν από τις ίδιες τις οικονομικές εξελίξεις. Όσες από τις εταιρίες προέβλεψαν από την αρχή τα νέα δεδομένα και διέθεταν τη σχετική υποδομή, κατάφεραν σημαντικά αποτελέσματα όχι απλής προσαρμογής αλλά και ανάπτυξης των εργασιών τους, παρά τις δυσκολίες.

Αποκαλυπτικά της καταστροφής που προκάλεσαν τα μνημόνια στην ελληνική ασφαλιστική αγορά είναι τα στατιστικά στοιχεία που έχει δημοσιοποιήσει η Τράπεζα της Ελλάδος, ως εποπτική αρχή. Από τη χρονιά του Καστελόριζου (2010), όταν ο τότε πρωθυπουργός Γιώργος Παπανδρέου ανακοίνωσε την προσφυγή στην τρόικα, μέχρι και το τέλος του 2014, έτσι όπως τα καταγράφει η Τράπεζα της Ελλάδος, «χάθηκαν» στους γενικούς κλάδους πάνω από 800.000 συμβόλαια αυτοκινήτων, 300.000 συμβόλαια ασφάλισης περιουσίας και 2.000.000 εκατ. συμβόλαια βοηθείας. Στους κερδισμένους ήταν οι κλάδοι νομικής προστασίας και χρηματικών απωλειών που είδαν μία μικρή αύξηση του αριθμού των συμβολαίων. Η παραγωγή ασφαλίστρων μειώθηκε από τα 3,1 δισ. ευρώ στα 2,1 δισ. ευρώ. Στον κλάδο ζωής η παραγωγή μειώθηκε από τα 2,32 δισ. ευρώ στα 1,8 δισ. ευρώ, ενώ παράλληλα ο αριθμός των συμβολαίων μειώθηκε από τα 2.338.924 συμβόλαια στα 1.816.640 συμβόλαια.

Η παρούσα εργασία εστιάζει στα μοντέλα ασφαλιστικών κινδύνων. Ο τομέας των ασφαλειών και γενικότερα η ασφαλιστική βιομηχανία αναλύονται διεξοδικά και αποτελούν σημαντικό υπόβαθρο σχετικά με τον τρόπο διαχείρισης των κινδύνων. Αυτό συμβαίνει επειδή η μελέτη της ασφάλισης που πραγματοποείται ασκεί σημαντική επίδραση στην οργάνωση των κινδύνων, μιας και βρίσκεται στη βάση της εξέτασης των ασφαλειών. Η ασφάλιση υπογραμμίζει τη σημαντική θέση της στη θεωρία των κινδύνων.

Παρόλο που δεν υπάρχει επίσημος ορισμός για την έννοια του κινδύνου, είναι γεγονός ότι αποτελεί μια αβεβαιότητα πραγματοποίησης ή επέλευσης, ενδεχόμενου ή τυχαίου συμβάντος, που προκαλεί ζημία ή απώλεια. Είναι το ενδεχόμενο γεγονός που δημιουργεί την οικονομική ανάγκη, της οποίας η κάλυψη επιδιώκεται με την ασφάλιση. Το προσωπικό της ασφαλιστικής βιομηχανίας χρησιμοποιεί πολλές φορές την έννοια του κινδύνου προκειμένου να οριστεί είτε η ιδιοκτησία είτε η ζωή που ασφαλίζεται. Ο κίνδυνος είναι συνδεδεμένος με τη ζωή του ανθρώπου και την περιουσία του. Με τα σύγχρονα δεδομένα των ασφαλιτικών εταιρειών και βιομηχανιών, το ζημιογόνο αποτέλεσμα μειώνεται με τους σύγχρονους μηχανισμούς και οι ζημιές δε βαρύνουν εκείνους που τις υφίστανται, υπό προϋποθέσεις φυσικά.

1.2 Στόχος

Η παρούσα εργασία στοχεύει να αναδείξει τα μοντέλα ασφαλιστικών κινδύνων με στρατηγικές μερισμάτων και συσχετισμένες κλάσεις συνολικών ζημιών. Συγκεκριμένα, απώτερος στόχος είναι :

- Να παρουσιαστεί ο κλάδος της ασφάλισης, με τους τύπους, τα οφέλη και το χρηματικό κόστος
- Να παρουσιαστούν οι ασφαλιστικοί κίνδυνοι, τα νομικά εμπόδια, η αξιολόγηση και οι συνέπειες των ζημιών
- Να παρουσιαστούν τα μοντέλα διαχείρισης του κινδύνου με στρατηγικές μερισμάτων και συσχετισμένες κλάσεις συνολικών ζημιών

1.3 Μεθοδολογία Εργασιών

Αναφερόμενοι στη μεθοδολογία της εργασίας, τα στάδια εξέλιξής της στηρίχθηκαν σε επιμέρους στοιχεία. Αρχικά, βασίστηκε ως επί το πλείστον σε ξενόγλωσση βιβλιογραφία, καθώς ήταν ιδιαίτερα δύσκολη η εύρεση αντίστοιχης ελληνικής. Επιπρόσθετο ζήτημα αποτέλεσε η μετάφραση των κειμένων από τις αγγλικές, κυρίως, πηγές που αναζητήθηκαν και στην ορθή απόδοση του κειμένου στην ελληνική γλώσσα. Στην εύρεση υλικού συνέβαλαν και πρωτογενείς πηγές, οι συζητήσεις με επαγγελματίες που δραστηριοποιούνται στον κλάδο και οι συνεντεύξεις. Παράλληλα, το υλικό της εργασίας στηρίχθηκε στη συλλογή, ανάλυση και ερμηνεία των δεδομένων και αποτελεσμάτων.

1.4 Περίγραμμα Μελέτης

Η παρούσα εργασία αναλύεται σε επτά επιμέρους κεφάλαια. Η πρώτη ενότητα είναι εισαγωγική, ενώ η δεύτερη, μελετά τον κλάδο της ασφάλισης και την ασφαλιστική βιομηχανία. Το κριτήριο στο οποίο στηρίζεται ο τομέας της ασφάλισης είναι η αντιμετώπιση των κινδύνων. Η εικόνα της σύγχρονης βιομηχανίας στον κλάδο που εξετάζεται βασίζεται στους τύπους των ασφαλιστών, καθώς και τα είδη των ασφαλειών. Οι λειτουργίες και οι υπηρεσίες της ασφάλισης παρουσιάζουν ιδιαίτερο ενδιαφέρον, παράλληλα με τα πλεονεκτήματα που αποκομίζει κανείς από τον κλάδο της ασφάλισης, χωρίς όμως να απουσιάζουν και τα προκαλούμενα κόστη από αυτή.

Το τρίτο κεφάλαιο της εργασίας εστιάζει στους ασφαλιστικούς κινδύνους, τη σχέση τους με τους αφηρημένους και τους παράγοντες ανάπτυξής τους. Παράλληλα, γίνεται προσπάθεια να καταγραφούν τα εμπόδια, νομικά και άλλα, η αξιολόγηση, η αποτροπή της ζημιάς, σε συνδυασμό με τη ρύθμισή της. Η διαχείριση του κινδύνου μπορεί να είναι ιδιαίτερα σημαντική μέσω της ασφάλισης, παρόλο που η εφαρμογή της αφορά τους κινδύνους που έχουν ομοιότητες και κοινά χαρακτηριστικά.

Η θεωρία κινδύνου, έχει αποδείξει ότι η αντιμετώπιση του κινδύνου είναι εφικτή σε θεωρητικό επίπεδο μόνο με την ανάπτυξη σχετικών μοντέλων. Τα μοντέλα αυτά χρησιμοποιούνται για να αποδώσουν, όσο το δυνατόν καλύτερα, μια πραγματικότητα, όταν η μέτρηση της δεν είναι πρακτική ή εφικτή. Η μοντελοποίηση γίνεται, με την απομόνωση των συσχετίσεων μεταξύ όλων των στοιχείων της πραγματικότητας που τίθενται υπό έλεγχο, τα δε στοιχεία αυτά προσδιορίζονται ως μεταβλητές. Η επίλυση ενός μοντέλου, μπορεί να δώσει στον ενδιαφερόμενο πολύτιμες πληροφορίες για την πιθανή έκβαση της αναπαραστούμενης κατάστασης, βοηθώντας έτσι στην άρση της αβεβαιότητας και συνακόλουθα του κινδύνου. Όμως, δεν είναι πανάκεια μίας τα αποτελέσματα της επίλυσης μπορεί να μην ταυτιστούν στο τελικό αποτέλεσμα. Αυτό εξαρτάται από το πόσο πιστό στην πραγματικότητα είναι το μοντέλο που χρησιμοποιήθηκε. Τα κυριότερα μοντέλα που χρησιμοποιούνται για τον σκοπό αυτό είναι τρία, τα στατιστικά, τα στοχαστικά και τα σενάρια. Τα στατιστικά μοντέλα αποδίδουν την πραγματικότητα με την βοήθεια στατιστικών μεθόδων, όπως οι στατιστικές κατανομές και η παλινδρόμηση. Θεωρούνται ίσως τα πιο πιστά σε αυτή, αλλά χρειάζονται πολύ χρόνο και προσπάθεια στην κατάρτιση τους. Τα αποτελέσματα τους μπορούν να προσεγγίσουν σε μεγάλο βαθμό την τελική έκβαση μιας κατάστασης, ωστόσο η επίλυση τους συχνά απαιτεί ιδιαίτερες γνώσεις της στατιστικής και των μαθηματικών, οι οποίες δεν είναι διαθέσιμες σε όλους. Τα στοχαστικά μοντέλα, δημιουργούνται με βάση την γνώση και την εμπειρία ανθρώπων που γνωρίζουν την κατάσταση προς επίλυση, είναι δηλαδή "προϊόντα του στοχασμού τους". Η τοποθέτηση των μεταβλητών και των συσχετίσεων δεν γίνεται με συγκεκριμένο επιστημονικό τρόπο, αντικειμενικά, αλλά με βάση την γνώση συγκεκριμένων ατόμων και ενέχει πολύ το υποκειμενικό στοιχείο, κάτι που καθιστά πολύ αβέβαιη την πιστότητα τους.

Στο τέταρτο κεφάλαιο παρουσιάζονται μοντέλα διαχείρισης κινδύνου με συσχετισμένες κλάσεις συνολικών ζημιών.

Στο πέμπτο κεφάλαιο αναλύεται η μερισματική πολιτική για στοχαστικές διαδικασίες πλεονασμάτων με συσχετισμένες κλάσεις και με στρατηγική σταθερού μερίσματος

Η μερισματική πολιτική είναι μία μεταβλητή που παίζει βαρύνουσα σημασία στην επιλογή μίας μετοχής και οι ανακοινώσεις γύρω από την διανομή ή όχι μερίσματος στους μετόχους, αντανακλάται άμεσα στη τιμή της. Η διανομή μερίσματος μειώνει τη τιμή της μετοχής, καθώς αυτή ισούται με τα προεξοφλημένα αναμενόμενα μερίσματα στο μέλλον. Όταν πληρώνεται το μέρισμα, αυτό απευθείας αφαιρείται από τη παρούσα αξία των μερισμάτων και κατ' ακολουθία η τιμή προσαρμόζεται προς τα κάτω.

Το έκτο κεφάλαιο,σύμφωνα με την στρατηγική μερίσματος κατωφλιού δίνονται μερίσματα στους μετόχους μόνο στην περίπτωση όπου το πλεόνασμα υπερβεί ένα προκαθορισμένο όριο (κατώφλι) και τα μερίσματα δεν ξεπερνούν την αξία των εισπρακτέων ασφάλιστρων.

Το έβδομο κεφάλαιο αποτελούν τα συμπεράσματα της μελέτης

2. Ο ΚΛΑΔΟΣ ΤΗΣ ΑΣΦΑΛΙΣΗΣ

Εισαγωγή

Στη πρώτη ενότητα της εργασίας αναλύονται οι βασικές έννοιες του ασφαλιστικού κλάδου. Ο στόχος στο οποίο βασίζεται ο τομέας της ασφάλισης είναι η αντιμετώπιση των κινδύνων. Η εικόνα της σύγχρονης βιομηχανίας στον τομέα που μελετάται στηρίζεται στους τύπους των ασφαλιστών, καθώς και τα είδη των ασφαλειών. Οι λειτουργίες και οι υπηρεσίες της ασφάλισης παρουσιάζουν ιδιαίτερο ενδιαφέρον, σε συνδυασμό με τα οφέλη που αποκομίζει κανείς από τον κλάδο της ασφάλισης, χωρίς όμως να απουσιάζουν και τα προκαλούμενα κόστη από αυτή.

2.1 Η Ασφαλιστική Επιστήμη

Η ασφάλιση πλέον έχει εξελιχθεί σε επιστήμη και νοείται ως ο συνδυασμός ασφαλιστικών οικονομικών, διοικητικής επιστήμης, ασφαλιστικού δικαίου, ασφαλιστικών μαθηματικών, ασφαλιστικής ιατρικής και ασφαλιστικής ιστορίας και στατιστικής Τα ασφαλιστικά προϊόντα διακρίνονται σε δυο βασικές κατηγορίες:

Α. Τις ασφαλίσεις κατά ζημιών και

Β. Τις Ασφαλίσεις Ζωής

Α. Οι ασφαλίσεις κατά ζημιών περιλαμβάνουν 18 επιμέρους κλάδους ασφάλισης:

1. Τον κλάδο Ατυχημάτων
2. Τον κλάδο Ασθενειών
3. Τον κλάδο Χερσαίων Οχημάτων
4. Τον κλάδο των Σιδηροδρομικών Οχημάτων
5. Τον κλάδο Αεροσκαφών
6. Τον κλάδο Πλοίων
7. Τον κλάδο Μεταφερόμενων Εμπορευμάτων
8. Τον κλάδο Πυρός και Στοιχείων της Φύσης
9. Τον κλάδο Λοιπών Ζημιών Αγαθών
10. Τον κλάδο Αστικής Ευθύνης από Χερσαία Αυτοκίνητα Οχήματα
11. Τον κλάδο Αστικής Ευθύνης από Αεροσκάφη
12. Τον κλάδο Αστικής Ευθύνης από θαλάσσια, λιμναία και ποτάμια Σκάφη
13. Τον κλάδο Γενικής Αστικής Ευθύνης (επαγγελματικής, επιχειρηματικής κ.α.)
14. Τον κλάδο Πιστώσεων
15. Τον κλάδο Εγγυήσεων
16. Τον κλάδο Διάφορων Χρηματικών Απωλειών
17. Τον κλάδο Νομικής Προστασίας
18. Τον κλάδο Οδικής Βοήθειας

Β. Οι Ασφαλίσεις Ζωής περιλαμβάνουν 9 επιμέρους κλάδους ασφάλισης:

1. Τον κλάδο Ζωής (ασφαλίσεις επιβίωσης, θανάτου, μικτές, αποδόσεις προσόδων, ασφαλίσεις σωματικών βλαβών συνεπεία ατυχήματος, αναπηρίας ή ασθενείας).
2. Τον κλάδο Γάμου και Γεννήσεως
3. Τον κλάδο Ζωής, προσόδων, γάμου και γεννήσεως οι οποίοι συνδέονται με επενδύσεις
4. Τον κλάδο ασφάλισης Υγείας
5. Τον κλάδο Τοντίνες
6. Τον κλάδο Κεφαλαιοποίησης
7. Τον κλάδο Διαχειρίσεως Ομαδικών Συνταξιοδοτικών Ταμείων (Κεφαλαίων)
8. Τον κλάδο Ομαδικών Προγραμμάτων Πρόνοιας
9. Τον κλάδο Παρόμοιων Εργασιών με την Κοινωνική Ασφάλιση

Η δημιουργία της ασφάλισης απαιτεί έναν αριθμό επιχειρηματικών παραγόντων, των οποίων οι λειτουργίες παρουσιάζουν επιπτώσεις και σε άλλους οργανισμούς – επιχειρήσεις. Παραδείγματος χάρη, οι λειτουργίες που διεξάγονται στα τμήματα μάρκετινγκ και ανθρωπίνων πόρων, πραγματοποιούνται από ασφαλιστές με ανάλογους σκοπούς, όπως και σε άλλες επιχειρήσεις. Ωστόσο, δεν είναι λίγοι οι παράγοντες που διαδραματίζουν σημαντικό ρόλο στην ασφαλιστική βιομηχανία και μπορούν να επηρεάσουν τον χαρακτήρα της κάλυψης που παρέχεται από τον ασφαλιστή. Είναι πιθανόν ορισμένοι από τους παράγοντες αυτούς να συνεπάγονται ότι η απόδοση των σχετικών με την ασφάλιση υπηρεσιών μπορούν να διαφέρουν από τα άτομα στις επιχειρήσεις. Συνάμα, η απόδοση των λειτουργιών καταναλώνει πηγές, ότι δηλαδή σχετίζονται με την τιμή της ασφάλισης. Χρήσιμες πληροφορίες παρέχει η κατανόηση των παραγόντων αυτών σχετικά με τη θέση τους στη διαδικασία τιμολόγησης. (Rejda, 1998)

2.2 Ιστορική Εξέλιξη Κλάδου Ασφαλίσεων

Η έννοια της Ασφάλισης είναι συνυφασμένη με την ανθρώπινη κοινωνία από την αρχή της ύπαρξής της. Υπάρχουν δύο είδη ανθρωπίνων κοινωνιών έως και σήμερα, η πρώτη είναι η Φυσική κοινωνία όπου ο άνθρωπος ζούσε στη φύση και η δεύτερη είναι η κοινωνία βασισμένη στην Οικονομία μέσω του χρήματος.

Η αφετηρία της ασφαλιστικής δραστηριότητας ιστορικά τοποθετείται στην εποχή του Μινωικού πολιτισμού, όπου και σταδιακά αναπτύχθηκε ώστε να λάβει την σημερινή της υπόσταση τον 19ο αιώνα. Οι Κινέζοι την 2η και 3η χιλιετία π.χ. όταν έστελναν με πλοία διάφορα εμπορεύματα και προϊόντα, μοίραζαν το φορτίο σε πολλά πλοία έτσι ώστε σε περίπτωση απώλειας τους να μην χαθεί όλο το φορτίο εξολοκλήρου αλλά μόνο ένα μέρος του.

Οι πρώτες μορφές λοιπόν ασφάλισης χρονολογούνται περίπου πριν το 2000π.Χ. και σχετίζονταν με τον καταμερισμό των ζημιών κατά την μεταφορά εμπορευμάτων.[1]

Η ασφάλιση με την σύγχρονη έννοια χρονολογείται από το 1666, οπότε ξεσπάει στο Λονδίνο μια μεγάλη πυρκαγιά που καταστρέφει περίπου 13.000 κτίρια. Μετά από την πυρκαγιά αυτή ο Nickolas Barbon ανοίγει ένα γραφείο ασφάλισης κτιρίων και κατοικιών. Το 1698 ιδρύεται στην Αγγλία η πρώτη ασφαλιστική εταιρεία ζωής. Στις Ηνωμένες Πολιτείες η πρώτη ασφαλιστική εταιρεία δημιουργείται το 1732 ενώ καθιερώνεται η έννοια της πρόληψης καθώς αποκλείονται οι κατοικίες για τις οποίες ο κίνδυνος πυρκαγιάς είναι πολύ μεγάλος.

Στην Αγγλία εμφανίζεται για πρώτη φορά και η ασφάλιση αυτοκινήτου καθώς το 1932 γίνεται υποχρεωτική η ασφάλιση της ευθύνης προς τρίτους για τα αυτοκίνητα.

Η ελληνική ασφαλιστική δραστηριότητα αναπτύσσεται αρχικά μέσω των ασφαλιστικών εταιρειών που λειτουργούν εκτός Ελλάδας πριν από την ίδρυση του Νεοελληνικού κράτους. Το 1789 ιδρύεται από Έλληνες στην Τεργέστη η «Societa Greca D'Assicurazioni» ενώ το 1816 ανοίγει στην Οδησσό η Ετειρεία των Ηνωμένων Ασφαλιστικών Γραίκων.

Στον Ελλαδικό χώρο η πρώτη ασφαλιστική εταιρεία Η Ελλάς ιδρύεται στη Σύρο το 1828 από τον Ιωάννη Καποδίστρια. Ακολουθούν Το «Ελληνικόν Ασφαλσιστικόν Κατάστημα» και η «Φιλεμπορική». Από τις ποιο σημαντικές ασφαλιστικές εταιρείες που συστάθηκαν με έδρα την Ελλάδα και υπάρχουν μέχρι σήμερα είναι:

Η Εθνική Ασφαλιστική ιδρύθηκε το 1891 με την πρωτοβουλία της εθνικής τράπεζα της Ελλάδος, ο Φοίνικας ιδρύθηκε το 1928 με πρωτοβουλία της εμπορικής τράπεζας της Ελλάδος, η Ασπίς Πρόνοια ιδρύθηκε το 1944, η Interamerican ιδρύθηκε το 1971, η Υδρόγειος ιδρύθηκε το 1973, η Ωμέγα ιδρύθηκε το 1974, η Διεθνής Ένωση ιδρύθηκε το 1977, η Ιντερσαλόνικα ιδρύθηκε το 1978, η Αγροτική Ασφαλιστική ιδρύθηκε το 1980 από τους μετόχους της αγροτικής τράπεζας της Ελλάδος. Ακόμα, η Αιγαίον ιδρύθηκε το 1995, η Ευρωπαϊκή Πίστη ιδρύθηκε το 1991 και επίσης το ίδιο έτος δημιουργήθηκε και η εταιρεία International Life έχοντας ως αντικείμενο μόνο την ασφάλεια ζωής. (Μ. Βουντουράκη, 2009)

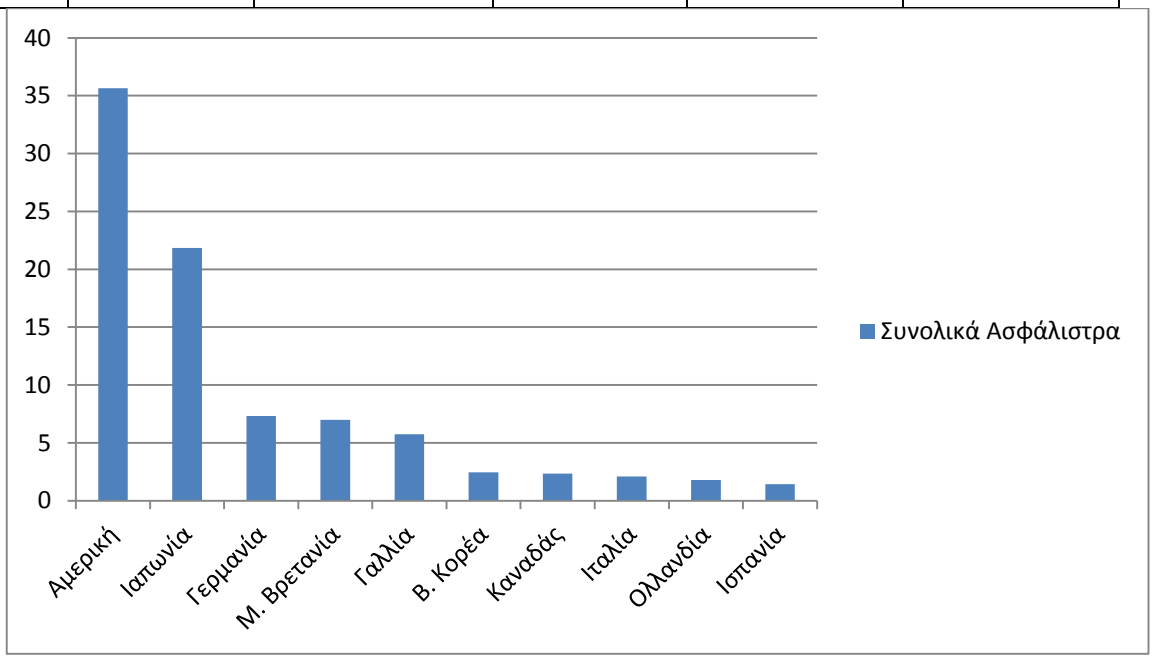
[1] Ο κώδικας του Βαβυλώνιου βασιλιά Χαμουραμπί (2123π.Χ.) προέβλεπε ότι σε περίπτωση απώλειας ή κλοπής εμπορευμάτων κατά τη μεταφορά τους ο μεταφορέας θα απαλλασσόταν από την υποχρέωση του να παραδώσει τα εμπορεύματα εφόσον αποδείκνυε ότι δεν ήταν υπαίτιος ή συνένοχός.

2.3 Τύποι Ασφαλιστών

Οι ασφαλιστές διακρίνται στους ασφαλιστές ζωής, οι οποίοι μπορούν να δημιουργήσουν ασφάλεια ζωής και υγείας, καθώς και στους μη ασφαλιστές ζωής, οι οποίοι δημιουργούν ασφάλειες άλλων ειδών. Ο ακόλουθος πίνακας παρουσιάζε το άθροισμα των εσόδων από ασφάλιστρα ζωής και μη σε παγκόσμιο επίπεδο.

Πίνακας 1 Τα έσοδα από τα ασφάλιστρα ζωής και μη σε διεθνές επέπεδο

Θέση	Χώρα	Ασφάλιστρα για ασφάλειες ζωής	Λοιπά ασφάλιστρα	Συνολικά ασφάλιστρα	Ποσοστά των συνολικών ασφάλιστρων
1	Αμερική	305,955	216,513	522,468	35,64%
2	Ιαπωνία	83,701	236,442	320,143	21,84%
3	Γερμανία	65,105	42,298	107,403	7,33%
4	Μ. Βρετανία	36,270	66,090	102,360	6,98%
5	Γαλλία	36,662	47,681	84,303	5,75%
6	Β. Κορέα	7,332	28,718	36,050	2,46%
7	Καναδάς	18,267	16,157	34,424	2,35&
8	Ιταλία	22,330	8,504	30,834	2,10%
9	Ολλανδία	12,178	13,865	26,043	1,78%
10	Ισπανία	13,735	7,065	20,800	1,42%



Διάγραμμα 1 Συνολικά ασφάλιστρα ανα χώρα (δις $)

Όπως προκύπτει, η Αμερική και η Ιαπωνία αντιπροσωπεύουν πάνω από το 50% των παγκόσμιων ασφαλίστρων και διακρίνονται στα ασφάλιστρα ανάμεσα σε ασφάλειες ζωής και μη. (Swiss Reinsurance Company, 1994)

Στην Αμερική υπολογίζεται ότι υπάρχουν περισσότεροι 5.000 ιδιωτικοί ασφαλιστές, οι οποίοι μπορούν να χωριστούν με διάφορους τρόπους σε διάφορες κατηγορίες. Εκτενέστερα, διακρίνονται ανάλογα με τον τύπο της ασφάλισης, ανάλογα με τη νομική μορφή των επιχειρήσεων, ανάλογα με την κατοικία και την κοινωνική κατάσταση, ανάλογα με την τιμολογιακή πολιτική και ανάλογα με τη μέθοδο μάρκετινγκ. Σε κάθε μια από τις κατηγορίες αυτές μπορούν να χωριστούν οι κρατικοί ασφαλιστές - οι οποίοι θα συζητηθούν ως νομική μορφή των επιχειρήσεων - με μεγάλη σημασία και για τον ιδιωτικό τομέα.

2.4 Προϋποθέσεις Δημιουργίας Ασφάλισης

Η έναρξη της διαδικασίας της ασφάλισης προϋποθέτει τη νομιμότητα των αιτούντων για ασφαλιστική κάλυψη που πληρούν τις προδιαγραφές. Η επιλογή αυτή βασίζεται είτε σε αυστηρά είτε σε επιεικά κριτήρια και ο ασφαλιστής έχει τον πρωταρχικό ρόλο για αυτό. (Rejda, 1998)

Στην πρώτη περίπτωση ο ασφαλιστής ακολουθεί αυστηρή πολιτική και ορίζει αυστηρότερα κριτήρια προκειμένου να αποφασίσει και πιθανότατα αρνείται να παρέχει ασφάλεια σε πολλούς που έχουν κάνει αίτηση. Στην άλλη περίπτωση, τα κριτήρια που ορίζονται είναι επιεικά και γίνονται δεκτοί σχεδόν όλοι αυτοί που κάνουν αίτηση. Ο σκοπός της διαδικασίας αυτής είναι ο έλεγχος δυσμενών επιλογών και να συγκεντρώσει μια ομάδα ασφαλισμένων που η ενδεχόμενη ζημιά τους να είναι ομοιογενής, μιας και το ασφάλιστρο θα είναι για όμοιο για όλους. Στην περίπτωση που μια σχολαστική πολιτική διαμορφώνει μια ομάδα ασφαλισμένων με μικρή πιθανότητα ζημίας, τα μέλη της ομάδας κερδίζουν έχοντας μειωμένα ασφάλιστρα. Δεν είναι λίγες οι περιπτώσεις, στις οποίες η διαδικασία αυτή μπορεί να περιλαμβάνει την απόφαση για έκδοση ενός συγκεκριμένου τύπου πολιτικής ή ακόμη και παροχές μέσα στην ίσια την πολιτική. (Williams & Smith & Young, 1998)

Παραδείγματος χάρη, ένας πελάτης που έχει κάνει αίτηση για ασφάλεια και με γνώμονα το ιστορικό του είναι φτωχό στον τομέα της κλοπής, είναι πιθανόν να χορηγηθεί ασφάλεια που δεν εμπεριέχει ασφάλιση κατά της κλοπής. Σε ορισμένες περιπτώσεις η διαδικασία αυτή σχετίζεται απόλυτα με την τιμολόγηση. Ο ασφαλιστής μπορεί να είναι πρόθυμος να χορηγήσει την ίδια ασφάλεια με επιβάρυνση της τιμής και όχι σε κανονικά επίπεδα. Όταν προετοιμάζουμε μια πρόταση για να διασφαλίσουμε την ασφαλιστική κάλυψη και τα δεδομένα υποστηρίζουν την πρόταση αυτή, ο διευθυντής της επιχείρησης θα πρέπει να αναγνωρίσει ότι μεγάλος βαθμός αβεβαιότητας για τον ασφαλιστή είναι πιθανόν να αυξήσει την τιμή της ασφάλειας. Όσο περισσότερο ποιοτικές πληροφορίες έχει ο ασφαλιστής για να αξιολογήσει την έκθεση σε κίνδυνο, τόσο πιο πιθανό είναι ότι η τιμή της ασφάλισης καθρεφτίζει την αληθινή αναμενόμενη αξία των απαιτήσεων. Τέτοιες πληροφορίες

περιλαμβάνουν συνήθως λίστες από κτίρια και άλλα περιουσιακά στοιχεία με τις τοποθεσίες τους και τις σημερινές αποτιμήσεις τους. Επίσης, μπορεί να περιλαμβάνουν λίστες από τους άλλους κινδύνους που αντιμετωπίζει η επιχείρηση και που μπορεί να προκαλέσουν ζημία και την καταγραφή των προσπαθειών της επιχείρησης να ελέγξει αυτές τις ζημίες. Είναι πολύ πιθανό να περιλαμβάνουν λίστες του ιστορικού ασφάλισης της επιχείρησης, καθώς και των απαιτήσεών της κατά το παρελθόν. (Rejda, 1998)

2.5 Πλεονεκτήματα της Ασφάλισης

Τα οφέλη που παρουσιάζει η ασφάλιση είναι πολυάριθμα, χωρίς ωστόσο να απουσιάζουν και τα μειονεκτήματα. Τα πλεονεκτήματα – με τα οποία θα ασχοληθούμε – είναι ως επί το πλείστον προφανή και κατανοητά και αφορούν :

- Αποζημίωση
- Μείωση της αβεβαιότητας
- Κεφάλαια για επένδυση
- Έλεγχος ζημιών
- Βοήθεια σε μικρές επιχειρήσεις

Εκτενέστερα, το κύριο πλεονέκτημα της ασφάλειας είναι η πληρωμή για κάθε απρόσμενη απώλεια. Οι απώλειες αυτές αντικαθίστανται ή συμφωνούν στην ευνοϊκότερη οικονομική λύση. Τα οφέλη είναι ορατά και από το κοινωνικό περιβάλλον, καθώς αυξάνονται τα φορολογικά έσοδα και η παραγωγή αντικαθιστά τις πηγές.

Ένα άλλο θετικό στοιχείο που προσφέρει η ασφάλιση είναι η μείωση της αβεβαιότητας. Αυτό συμβαίνει επειδή η δυνατότητα ασφάλισης προκαλεί κίνδυνο σχετιζόμενο με πιθανή ανασφάλιστη ζημιά ή ανευθυνότητα. Σαν συνέπεια, ένας ασφαλισμένος που είναι ενημερωμένος σε θέματα κινδύνων είναι αβέβαιος για το αποτέλεσμα. Η ασφάλεια μεταφέρει τις οικονομικές επιπτώσεις της ζημιάς στον ασφαλιστή, ο οποίος είναι υπεύθυνος να πληρώσει τη ζημιά και να παρέχει διάφορες άλλες - σχετικές με ζημίες - υπηρεσίες σύμφωνα με αυτά που παρέχει η ασφάλεια. Στην περίπτωση που οι πόροι των ασφαλιστών είναι επαρκείς για την πληρωμή των υποχρεώσεων του συμβολαίου και ο ασφαλισμένος εξηγήσει ακριβώς τους όρους της ασφάλειας, τότε η αγορά της ασφάλειας αντικαθιστά την ασφαλιστική αμοιβή με το ποσό της ζημιάς. Όπως είναι φυσικό, η αβεβαιότητα και ο φόβος των ασφαλισμένων μειώνεται με την υποκατάσταση αυτή.

Από αυτή την περιγραφή, θα φαινόταν σαν να μην έχει συμβεί τίποτα άλλο από την αντικατάσταση της υποχρέωσης του ενός μέρους (του ασφαλιστή) για εκείνη του άλλου μέρους (του ασφαλιζόμενου). Κάθε μείωση στην αβεβαιότητα του ασφαλιζόμενου θα προκαλέσει μία αντίστοιχη αύξηση στην αβεβαιότητα του ασφαλιστή. Παρόλο που αυτή η άποψη προσφέρει μία πραγματική, τεκμηριωμένη περιγραφή των αποτελεσμάτων από μία απλή ασφαλιστική συναλλαγή, την ίδια στιγμή αποτυγχάνει να αναγνωρίσει μία σημαντική οικονομία κλίμακας που προκύπτει όταν μια ασφαλιστική επιχείρηση διαθέτει μεγάλο

αριθμό πολιτικών. Όταν ένας ασφαλιστής επιβαρύνει ένα ασφάλιστρο που ξεπερνάει τη αναμενόμενη αξία ζημιών σε κάθε πολιτική και γράφει ένα μεγάλο αριθμό των συμβολαίων σε ανεξάρτητους κινδύνους, η υπέρβαση των ασφάλιστρων έναντι στην αναμενόμενη αξία των ζημιών παρέχει προστασία έναντι σε πιθανή ποικιλομορφία ζημιών. Αυτή η προστασία μειώνει την αβεβαιότητα του ασφαλιστή για αποζημιώσεις που πιθανότατα ξεπερνούν τις δυνατότητες του. Σαν συνέπεια, η αβεβαιότητα για έναν ασφαλιστή, ο οποίος διαχειρίζεται μεγάλο αριθμό συμβολαίων είναι μικρότερη από αυτή του ασφαλιζόμενου. Όμως, τίποτα από τα παραπάνω δεν υπονοεί ότι η αβεβαιότητα και οι κίνδυνοι που αντιμετωπίζει ο ασφαλιστής είναι μηδενικοί. Παρόλο που πιθανότατα ανησυχεί λιγότερο από τον ασφαλιζόμενο για απαιτήσεις κάτω από μια ξεχωριστή πολιτική, ο ασφαλιστής ακόμα αντιμετωπίζει κινδύνους από ένα χαρτοφυλάκιο ασφαλιστικών πολιτικών. Ένα είδος κινδύνου δημιουργείται όταν ένας κοινός παράγοντας επηρεάζει μια μεγάλη μερίδα των πολιτικών με το ίδιο τρόπο. Η αλλαγή των νόμων σχετικά με τα δικαιώματα των εργαζομένων για εργάτες με ειδικές ανάγκες ή μια αύξηση στα επίπεδα εγκληματικότητας είναι παραδείγματα κοινών παραγόντων που επηρεάζουν το ασφαλιστικό κόστος. (Harmes & Yacov, 1998)

Ένα δεύτερο είδος κινδύνων εμφανίζεται από την τιμολογιακή λειτουργία. Ο ασφαλιστής μπορεί να υποεκτιμήσει απαιτούμενες ζημίες, ειδικά σε ένα νέο τύπο κάλυψης. Επίσης, ο ασφαλιστής μπορεί να υποεκτιμήσει το βαθμό δυσμενών επιλογών σε μια σειρά κάλυψης ή ακόμα, μπορεί να αποτύχει να προσδοκήσει ηθικούς κινδύνους που δημιουργούνται από μια αλλαγή στην πολιτική για την κάλυψη ενός νέου τύπου απαίτησης. Οι ασφαλιστές ειδικεύονται στο να γράφουν ασφάλειες και να παρέχουν σχετικές με ζημία υπηρεσίες, όπως νόμιμη άμυνα απέναντι στην υποχρέωση. Αυτή η εξειδίκευση συχνά δημιουργεί ένα σχετικό πλεονέκτημα για τον ασφαλιστή σε δραστηριότητες διαχείριση απαιτήσεων και πρόβλεψη ζημιών. Επιπλέον, η μεγάλη πηγή πόρων και εξειδίκευσης προβλεπόμενες απαιτήσεις και τιμολόγηση τείνουν να παρέχουν στον ασφαλιστή ένα πλεονέκτημα στην πρόκληση κινδύνων, σχετικά με τον ασφαλιζόμενο.

Το σχετικό πλεονέκτημα των ασφαλιστών στην πρόκληση κινδύνων δημιουργεί δύο πλεονεκτήματα όταν η ασφάλεια χρησιμοποιείται για να καλύψει κίνδυνο. Καταρχάς, η μείωση της αβεβαιότητας και της αγωνίας επιτρέπει στον ασφαλιζόμενο να συγκεντρωθεί σε δραστηριότητες στις οποίες ο ασφαλιζόμενος έχει ένα σχετικό πλεονέκτημα. Για παράδειγμα, η αγορά ασφάλειας σχετικής με περιουσία και υπευθυνότητα για την κατασκευή εργολαβίας επιτρέπει στον εργολάβο να επικεντρώσει την προσοχή του σε θέματα όπως η σχεδίαση της εργασίας και η απόκτηση υλικών, τα οποία μπορεί να είναι κρίσιμα για την επιτυχία.

Δεύτερον, η εξειδίκευση του ασφαλιστή εφαρμόζεται, δημιουργώντας πιθανές ζημίες Οι ασφαλιστές συχνά προσφέρουν καθοδήγηση και συμβουλές στους πελάτες σε θέματα όπως η αποτροπή και μείωση απωλειών και οι ασφαλιστές συχνά έχουν ένα σχετικό πλεονέκτημα στη διαχείριση απαιτήσεων.

Τα ασφάλιστρα συνήθως πληρώνονται προκαταβολικά των ζημιών και κρατούνται από τους ασφαλιστές μέχρι και τη στιγμή της πληρωμής της απαίτησης, κάτι το οποίο επιτρέπει στους

ασφαλιστές να επενδύσουν αυτά κεφάλαια μέχρι να πληρωθούν οι απαιτήσεις. Τα κέρδη από τα επενδυμένα κεφάλαια αντισταθμίζουν μερικώς το κόστος των ασφαλιστικών απαιτήσεων, το κέρδος των οποίων μπορεί να χρησιμοποιηθεί με τη μορφή μειωμένων ασφαλίστρων. Όμως, το καθαρό αποτέλεσμα των επενδύσεων αυτών θα ήταν ουδέτερες σε μια τέλεια αγορά.

Σε μια κοινωνία όπου οι ασφαλιστές και οι κάτοχοι ασφαλιστικών συμβολαίων είναι πληροφορημένοι στον ίδιο βαθμό για επενδυτικές ευκαιρίες και οι αγορές επενδύσεων δεν έχουν συναλλαγματικά κόστη, οι ασφαλιστές θα έκαναν τις ίδιες επιλογές με τους κατόχους ασφαλιστικών συμβολαίων κατά την απουσία της ασφάλειας. Η διαφωνία ότι τα σχετικά με επένδυση αποτελέσματα της ασφάλισης οδηγούν σε καθαρό κέρδος προϋποθέτει να πάρουμε ως δεδομένο ένα πλεονέκτημα για τους ασφαλιστές στη διαδικασία επένδυσης κεφαλαίων τα οποία κρατούνται για την πληρωμή μελλοντικών απαιτήσεων.

Δύο λόγοι μπορούν να ειπωθούν για να πάρουμε ως δεδομένο ότι οι ασφαλιστές έχουν πλεονεκτήματα που σχετίζονται με τους κατόχους συμβολαίων σε αυτόν τον τύπο επένδυσης. Ο ένας λόγος είναι σχετικός με τη σωστή χρονική στιγμή. Ένας ασφαλιστής που κρατάει κεφάλαια για μελλοντικές πληρωμές απαιτήσεων θα περιμέναμε να επενδύσει αυτά τα κεφάλαια σε ρευστά περιουσιακά στοιχεία – σε τέτοια που να μπορούν να ρευστοποιηθούν εύκολα και γρήγορα. Η αυτοχρηματοδότηση των απαιτήσεων θα απαιτούσε επενδύσεις σε ρευστά επειδή ο χρόνος των πληρωμών είναι αβέβαιος. Στο βαθμό που ο ασφαλιστής μπορεί να προβλέψει καλύτερα από τους ασφαλισμένους τη χρονική στιγμή των πληρωμών μερικά από τα κεφάλαια που κρατούνται γι' αυτό το σκοπό, διατηρούνται για μακροπρόθεσμη επένδυση. Δεύτερον, η σταθεροποίηση των ασφαλίστρων από ένα μεγάλο βαθμό ασφαλισμένων, επιτρέπει στους ασφαλιστές να ειδικευτούν σε αυτόν τον τύπο επένδυσης.

Το βιβλίο «Life Insurance Fact Book» του 1996, δείχνει ότι οι ασφαλιστές ζωής παρείχαν περίπου 12,3% των συνολικών κεφαλαίων σε μεγάλες αγορές το 1995, μια αύξηση της τάξης του 11,4% σε σύγκριση με το 1985. (Life Insurance Fact Book, 1999) Με την ευκαιρία της σύγκρισης, το μερίδιο των εμπορικών τραπεζών και των αμοιβαίων κεφαλαίων το 1995, αντιστοιχούσαν στο 31,4% και 27,2% των συνολικών κεφαλαίων του 1995. Το μερίδιο για ασφάλιση εταιρειών για φωτιά και ατυχήματα για το 1995 ήταν 2,6%, μικρότερο από το μερίδιο των ασφαλειών ζωής γιατί τα συμβόλαια για φωτιά και ατυχήματα καλύπτουν μικρότερη χρονική περίοδο και συνεπώς συγκεντρώνουν μικρότερη αξία ασφαλίστρων. Συνολικά, το μερίδιο των χρημάτων και των μεγάλων αγορών ου μπορούν να αποδοθούν σε ασφαλιστικές επιχειρήσεις ήταν λίγο πάνω από 29%.

Σημαντικό όφελος είναι ο έλεγχος των ζημιών, καθώς η δημιουργία ασφάλειας δίνει στην ασφαλιστική βιομηχανία ενδιαφέρον στον έλεγχο των ζημιών. Όταν έχει γραφτεί το ασφαλιστικό συμβόλαιο, η αποτροπή και η μείωση των ζημιών συνεπάγεται μικρότερες πληρωμές για την κάλυψη απαιτήσεων. Το ενδιαφέρον για την αποτροπή του κινδύνου επιδεικνύεται ξεχωριστά στο επίπεδο κάθε ασφαλισμένου αλλά και συνολικά.

Το τελευταίο πλεονέκτημα της ασφάλισης είναι η συμβολή και η βοήθεια σε μικρές επιχειρήσεις. Αυτό συμβαίνει επειδή μπορεί να επιτραπεί σε μικρές επιχειρήσεις να ασχοληθούν με δραστηριότητες που απαιτούν πηγές που είναι πέρα από τις οικονομικές

δυνατότητές τους. Για να γίνει αυτό κατανοητό, μια μεγάλη επιχείρηση μπορεί να είναι ικανή να δείξει ότι οι πηγές της είναι επαρκείς για να χρηματοδοτήσουν απαιτήσεις για εργατικά ατυχήματα χωρίς ασφαλιστική εγγύηση. Πρέπει να αναφερθεί ότι η αγορά ασφάλειας παρέχει στις μικρές επιχειρήσεις πρόσβαση στη γνώση και στις δεξιότητες στη διαχείριση της έκθεσης σε κίνδυνο, επιτρέποντας στον εργοδότη να συγκεντρώσει την προσοχή του στην κύρια γραμμή της επιχειρηματικής δραστηριότητας.

2.6 Κόστη Προκαλούμενα από την Ασφάλιση

Εκτός από τα σημαντικά οφέλη από την ασφαλιστική βιομηχανία που προαναφέρθηκαν, υπάρχουν και ορισμένα κόστη που περιλαμβάνει η ασφάλιση και αφορούν τα λειτουργικά έξοδα και τον ηθικό κίνδυνο.

Εκτενέστερα, οι ασφαλιστές συνάπτουν έξοδα, τα οποία σχετίζονται με τον έλεγχο ζημιών, τα έξοδα προσαρμογής, όσα σχετίζονται με την κάλυψη της ασφάλισης, τους ασφαλιστικούς φόρους και τα γενικά διαχειριστικά έξοδα. Το ασφάλιστρο καλύπτει τα έξοδα αυτά μαζί με ένα ποσό για τα κέρδη και τα απρόοπτα. Σε πραγματικούς όρους, είναι αναγκαίοι οι εργαζόμενοι και οι άλλες πηγές που μπορεί να έχουν δεσμευτεί σε άλλες χρήσεις από την ασφαλιστική βιομηχανία. Τα δεδομένα αυτά προβάλλουν τη σημασία των εξόδων αυτών, χωρίς να υπολογίζονται τα κέρδη και τα απρόοπτα.

Σύμφωνα με τις πληροφορίες που παίρνουμε από το βιβλίο «Life Insurance Fact Book» του 1996, οι ασφαλιστές ζωής χρησιμοποιούσαν κατά μέσο όρο το 11,2% των συνολικών τους εσόδων για την πληρωμή εξόδων, χωρίς τους φόρους, ένα χρόνο πριν. Αναλογικά με τα έσοδα από ασφάλιστρα, αυτά τα έξοδα αντιπροσώπευαν περίπου το 15,8%. Οι ασφαλιστές περιουσίας και υπευθυνότητας χρησιμοποιούσαν περίπου το 30% - 40% των εσόδων από ασφάλιστρα για να πληρώνουν έξοδα, συμπεριλαμβανομένων των εξόδων για προσαρμογή ζημιών αλλά χωρίς να υπολογίζονται οι φόροι εισοδήματος.

Ο ηθικός κίνδυνος είναι το δεύτερο κόστος της ασφάλισης. Τα κίνητρα των ασφαλισμένων μειώνονται με την κάλυψη της ασφάλειας με την αποτροπή κάποιας ζημιάς ή της διατήρησης του μεγέθους της ζημιάς. Βέβαια, σε ακραίες καταστάσεις, οι ζημιές μπορεί να είναι σκόπιμες με εμπρησμούς ή αυτοκινητικά ατυχήματα. Αντίστοιχα, η χειροτέρευση της ζημιάς για την αύξηση της αποζημίωσης για τη ζημιά ή αυξημένη κατανάλωση φαρμακευτικών υπηρεσιών όταν οι τελευταίες είναι ασφαλισμένες αποτελούν λιγότερο ακραία παραδείγματα ηθικών κινδύνων. Επειδή ο ηθικός κίνδυνος αυξάνει τις ζημίες σχετικά με το μέγεθός τους στην περίπτωση που δεν υπάρχει ασφάλιση, το ποσό που αναφέρθηκε αποτελεί ζημιά και για τον ασφαλιστή και για τον ασφαλισμένο.

Εύλογα, η ασφαλιστική βιομηχανία έχει αναπτύξει μεθόδους κατά τις οποίες μοιράζονται ερευνητικές τεχνικές που αποσκοπούν στον περιορισμό ακραίων περιπτώσεων ηθικών κινδύνων, που συχνά αποτελούν απάτη. Πιο πολύπλοκο είναι να ανιχνευτούν και να ξεπεραστούν οι λιγότερο ακραίοι ηθικοί κίνδυνοι. Ως αποτέλεσμα, κάποιος βαθμός ηθικού κινδύνου υπάρχει σε κάθε τύπο ασφάλισης.

2.7 Η Ιδιωτική Ασφάλιση στην Ελλάδα Σήμερα

Στην Ελλάδα του 2016 φαίνεται πως η ιδιωτική ασφάλιση, (όπως και οι περισσότεροι τομείς), έχει υποστεί πλήγμα από την Ελληνική Οικονομική Κρίση.

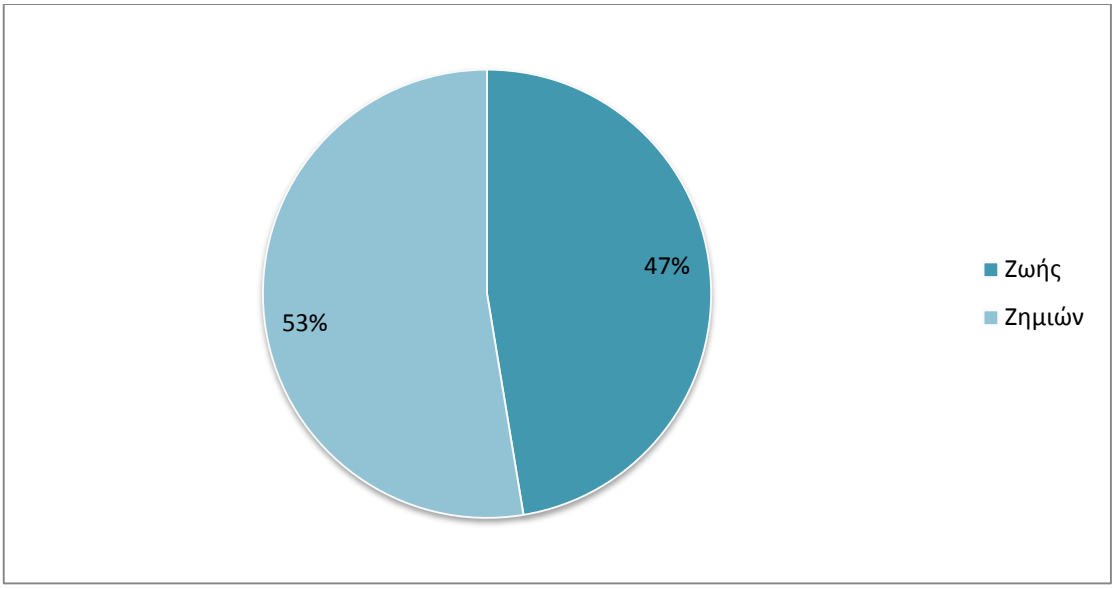
Σύμφωνα με τα στοιχεία που δημοσίευσε στην ετήσια έκθεση της η Ένωση Ασφαλιστικών Εταιρειών για το 2014 από τις 65 ασφαλιστικές επιχειρήσεις οι οποίες δραστηριοποιήθηκαν στην Ελλάδα οι 41 εξ αυτών δραστηριοποιήθηκαν μόνο στις ασφαλήσεις κατά Ζημιών, οι 13 μόνο στις ασφαλίσεις Ζωής και 11 ήταν Μικτές.

Ως προς το καθεστώς εγκατάστασης, οι ασφαλιστικές επιχειρήσεις χωρίζονται σε 43 ανώνυμες Ασφαλιστικές Εταιρείες, 19 υποκαταστήματα αλλοδαπών Ασφαλιστικών επιχειρήσεων και 3 Πανελλαδικούς αλληλασφαλιστικούς συνεταιρισμούς.

Πίνακας 2 Οι ασφαλιστικές επιχειρήσεις

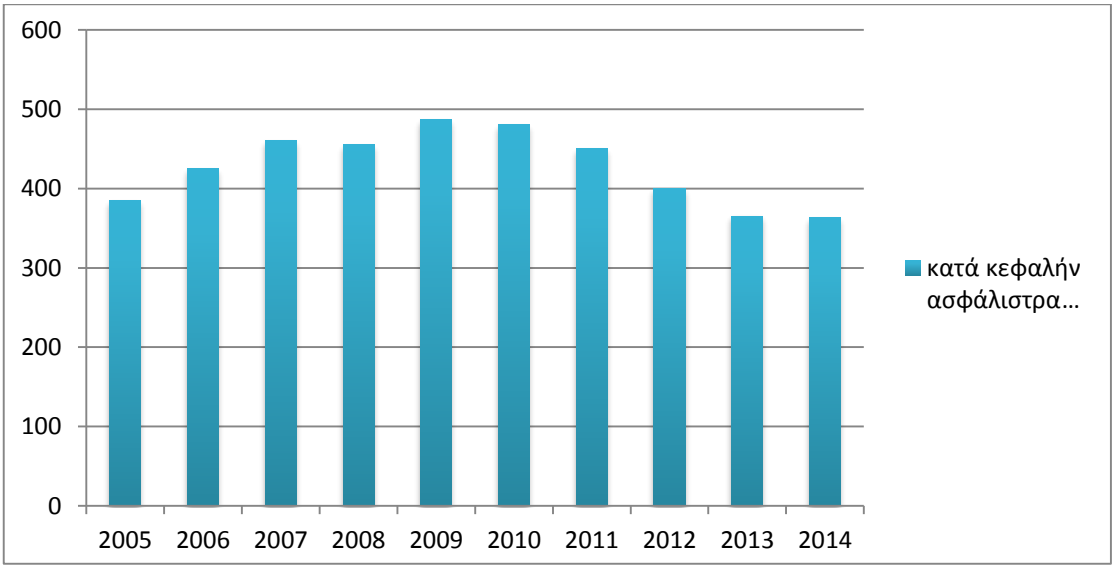
	Ζωής	Ζημιών	Μικτές	Σύνολο 2014	Σύνολο 2013
Ανώνυμες Ασφαλιστικές Επιχειρήσεις	11	21	11	43	45
Υποκαταστήματα αλλοδαπών ασφαλιστικών επιχειρήσεων	2	17	0	19	19
Αλληλασφαλιστικοί συνεταιρισμοί	0	3	0	3	3
Σύνολο	13	41	11	65	67

Τα ασφάλιστρα από πρωτασφαλιστικές εργασίες (εγγεγραμμένα ασφάλιστρα και δικαιώματα συμβολαίων) έφτασαν τα 4,0 δίς. μειωμένα κατά 1,2% σε σχέση με το 2013. η Μείωση της παραγωγής ασφαλίστρων ήταν παρόμοια με την μείωση του ΑΕΠ (-1,6% σε τρέχουσες τιμές). αυτό είχε ως αποτέλεσμα την σταθεροποίηση του ποσοστού συμμετοχής της ιδιωτικής Ασφάλισης στην Ελληνική Οικονομία (2,23% του Α.Ε.Π. το 2014) Από αυτά τα 2,1 δις αφορούσαν στις ασφαλίσεις κατά ζημιών (52,6% του συνόλου) ενώ το 1,9 δις στις ασφαλίσεις ζωής 47,4%)



Διάγραμμα 2 Κατανομή παραγωγής ασφάλιστρων

Το σύνολο του ενεργητικού των ασφαλιστικών επιχειρήσεων έμεινε σταθερό στα 15,3 δις. Οι επενδύσεις αυξήθηκαν από 11,4δις. στα 12,0 δις.
οι ασφαλιστικές προβλέψεις επίσης αυξήθηκαν από 11,5 δις. στα 11,8δις.
τέλος οι ασφαλιστικές επιχειρήσεις κατέγραψαν κέρδη προ φόρων ύωους 377 εκατ., ενώ τα καθαρά κέρδη μετά τη φορολογία έφτασαν στα 244 εκατ.
Για πέμπτη συνεχόμενη χρονιά ο λόγος της παραγωγής ασφάλιστρων από πρωτασφαλίσεις (και δικαιώματα συμβολαίων) προς το σύνολο του πληθυσμού (εκτίμηση του πληθυσμού από την ΕΛΣΤΑΤ) παρουσιάζει μείωση. Ο δείκτης των συνολικών κατά κεφαλήν ασφάλιστρων (και δικαιωμάτων συμβολαίων) αντιστοιχούσε σε 253 το 2000 και παρουσιάζοντας συνεχή αύξηση τα επόμενα χρόνια έφτασε να πάρει το 2009 τη μέγιστη τιμή του (487 ανά κάτοικο). Έκτοτε ο δείκτης μειωνόταν συνεχώς και έφτασε στα 363€ ανά κάτοικο για το 2014.



Διάγραμμα 3 Κατά κεφαλήν ασφάλιστρα σε €

ορισμένα σημεία τα οποία συνοψίζουν την κατάσταση του κλάδου της ασφαλιστικής διαμεσολάβησης κατά τη δεκαετία του 2000. Αυτά παρατίθενται παρακάτω:

Η συντριπτική πλειοψηφία των διαμεσολαβούντων σε όλες τις βαθμίδες προέρχεται από το agency system. Έχουν μπει στο επάγγελμα και έχουν εκπαιδευτεί σε κάποιο υποκατάστημα. Η ανάπτυξη της αγοράς ανεξάρτητα από τις όποιες στρεβλώσεις έχει γίνει από το agency system που ήταν ο αιμοδότης όλης της αγοράς. Αυτό που περιορίζουν πλέον όλες οι ασφαλιστικές Εταιρίες είναι η χρηματοδότηση του κόστους ανάπτυξης. Η συγκέντρωση των δυνάμεων των διαμεσολαβούντων είναι πολύ μικρή. Τα σχήματα συνεργασίας είναι ελάχιστα. Σε διαφορετικές βαθμίδες διαμεσολάβησης συναντάμε ανθρώπους που κάνουν την ίδια εργασία. Ασφαλιστικούς συμβούλους, πράκτορες ή και

μεσίτες που δουλεύουν με προσωπική παραγωγή ή πράκτορες συντονιστές και μεσίτες που αναπτύσσουν δίκτυα. Ο παραδοσιακός διαχωρισμός των σωματείων των διαμεσολαβούντων έχει στην πράξη καταστρατηγηθεί. Το Bankassurance μετά την πρώτη έκρηξη έδειξε και τα προβλήματα του, λόγω αδυναμίας εκπαίδευσης του προσωπικού του και τις πωλήσεις πιεστικών εταιρικών στόχων. Σε δεύτερη φάση επεκτείνεται, αλλά με κόστη ίδια ή μεγαλύτερα της υπόλοιπης αγοράς διαμεσολάβησης. Η πολιτική χαμηλού ασφάλιστρου επανέρχεται από τις... πολυεθνικές εταιρίες σε μια προσπάθεια να εξαφανίσουν τις μικρότερες που πεισματικά κρατάνε σημαντικά μερίδια αγοράς. Στην ίδια λογική αναπτύσσονται direct πωλήσεις όχι με μικρότερο κόστος αμοιβών λόγω κόστους διαφημιστικής πρόσκτησης, αλλά με λιγότερες συνήθως καλύψεις και υπηρεσίες στον πελάτη. Αυτές όμως θα σταθούν και θα κρατήσουν μερίδιο αγοράς εφ όσον λύσουν θετικά το πρόβλημα εξυπηρέτησης του πελάτη. Οι διαμεσολαβούντες που είναι σήμερα στην αγορά είναι περισσότερο εκπαιδευμένοι με μεγαλύτερη εμπειρία και περισσότερες δυνατότητες από ποτέ. Η ανάγκη κοινής δράσης μέσα από ομοσπονδία διαμεσολαβούντων ανεξάρτητα από τα πισωγυρίσματα και προσωπικούς ηγεμονισμούς διαγράφεται πιο απαραίτητη από ποτέ. Η ευρύτερη συμμέτοχη των διαμεσολαβούντων στους φορείς πιστοποίησης του επαγγέλματος, τα επιμελητήρια, οριοθετεί τη θέληση για την ανάπτυξη του επαγγέλματος ανεξάρτητα από τις εταιρίες. Οι εταιρικές συμπράξεις των διαμεσολαβούντων ενισχύουν τη θέση τους και τη δυνατότητα χρηματοδότησης της απαιτούμενης εκπαίδευσης και ανάπτυξης. Η κυοφορούμενη εξυγίανση της αγοράς απελευθερώνει υγιείς δυνάμεις και οδηγεί μέσα από συνέργειες και αλλαγές που δεν είναι πάντα επιθυμητές, σε μια εικόνα διαμεσολάβησης πολύ πιο οργανωμένη και απαραίτητη για τον καταναλωτή.

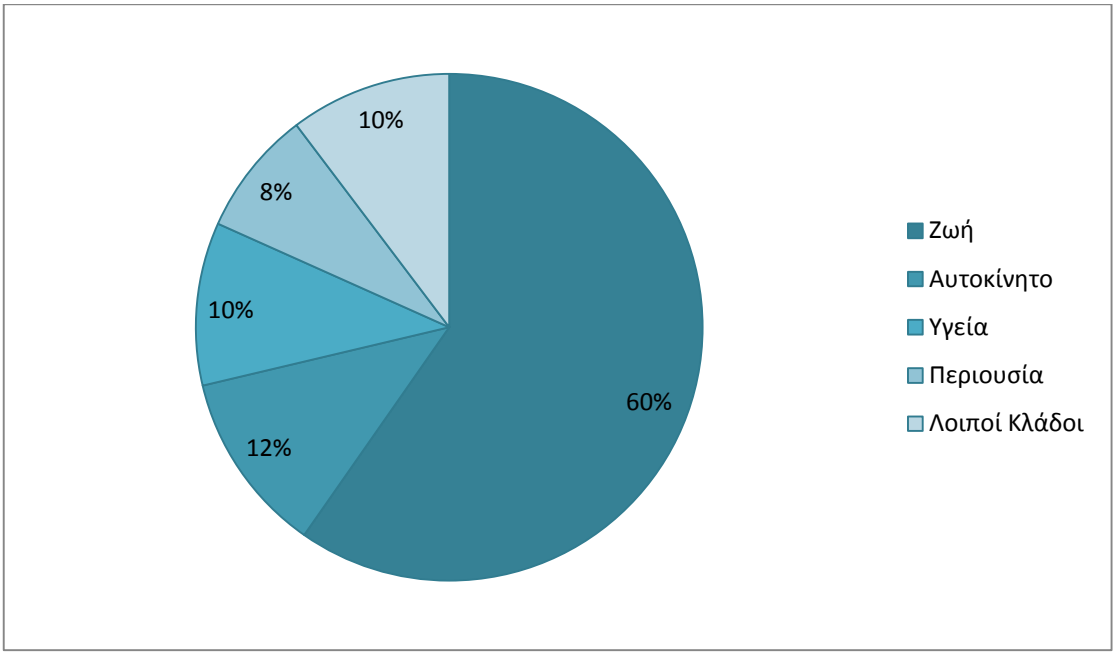
2.8 Η Ευρωπαική Ασφαλιστική Αγορά

Η ευρωπαϊκή ασφαλιστική αγορά παραμένει η μεγαλύτερη στον κόσμο. Με τον όρο Ευρωπαϊκή Ασφαλιστική Αγορά, εννοείται η δυτική, η κεντρική και ανατολική Ευρώπη περιλαμβανομένων των Ρωσία και την Ουκρανία που από κοινού αντιπροσωπεύουν το 1% των παγκόσμιων ασφαλίστρων.

Παρόλα αυτά κρίνεται ότι η διείσδυση της Ιδιωτικής Ασφάλισης παραμένει μικρή και υπάρχουν τεράστια περιθώρια ανάπτυξης καθώς το χάσμα μεταξύ των κινδύνων που αναδεικνύονται και αυτών που είναι ασφαλισμένοι μεγαλώνει συνεχώς.

Πίνακας 3 Ασφάλιστρα και αποζημειώσεις για το σύνολο της Ε.Ε. (2014)

Συνολική παραγωγή Ασφαλίστρων	1.176 δισ. €(προκ. στοιχεία2014)
Παραγωγή Ασφαλίσεων Ζωής	719 δισ. €
Παραγωγή Ασφαλίσεων Ζημιών	457 δισ. €
Σύνολο Αποζημιώσεων	952 δισ. €(2013)
Αποζημιώσεις Ασφαλίσεων Ζωής	626 δισ. €
Αποζημιώσεις Ασφαλίσεων Ζημιών	326 δισ. €
Επενδύσεις	9.230 δισ. € (προκ. στοιχεία 2014)



Διάγραμμα 4 Συμμετοχή κλάδων στην Ευρωπαική ασφαλιστική αγορά

Οι κύριοι παράγοντες που θα επηρεάσουν την ανάπτυξη της ασφαλιστικής αγοράς :

- η σωστή πληροφόρηση των καταναλωτών (ποιότητα και όχι ποσότητα)
- η προστασία καταναλωτών (κανονιστικό πλαίσιο, βλ. solvency II)
- η νομοθεσία που θα πρέπει να είναι αναπτυξιακή και όχι να γραφειοκρατική και κατάλληλη για τον τομέα(not one size fits all)
- η ανάπτυξη της τεχνολογίας
- η στάση των Κρατών απέναντι στην Ιδιωτική Ασφάλιση την ώρα που οι δημόσιοι προϋπολογισμοί πιέζονται συνεχώς (βλ. συντάξεις, υγεία, σεισμό)

3. ΑΣΦΑΛΙΣΤΙΚΟΙ ΚΙΝΔΥΝΟΙ

Εισαγωγή

Οι ασφαλιστικές εταιρείες καλούνται να διαθέτουν ένα ολοκληρωμένο πλαίσιο διαχείρισης κινδύνων, που να εξετάζει το σύνολο των κινδύνων και να τους συνδέει με το απαιτούμενο εποπτικό κεφάλαιο, ανά είδος κινδύνου. Το πλαίσιο διαχείρισης κινδύνων θα πρέπει επίσης να συνδέεται άμεσα με τη στρατηγική διαχείρισης κινδύνων και με τη διάθεση ανάληψης κινδύνων της εταιρείας (risk appetite). Τις περισσότερες φορές δεν είναι εμφανής η διάθεση ανάληψης κινδύνων –ανά είδος κινδύνου– ακόμα και στην ανώτερη διοίκηση, αλλά και φυσικά στα υπόλοιπα στελέχη της εταιρείας.
Το τρίτο κεφάλαιο της μελέτης εστιάζει στους ασφαλιστικούς κινδύνους, ενώ παράλληλα, γίνεται προσπάθεια να καταγραφούν τα εμπόδια, νομικά και άλλα, η αξιολόγηση, η αποτροπή της ζημιάς, σε συνδυασμό με τη ρύθμισή της.

3.1 Αφηρημένοι Κίνδυνοι

Οι περισσότεροι ασφαλιστικοί κίνδυνοι είναι αφηρημένοι. Τίποτα στη φύση των σημαντικών κινδύνων δεν αποκλείει την δημιουργία ασφάλισης, αλλά η αγορά για τέτοια κάλυψη εμφανίζεται να είναι μικρή. Στην πραγματικότητα, οι ασφαλιστές και άλλα οικονομικά ιδρύματα έχουν εξερευνήσει τον κίνδυνο αυτό στην ασφάλιση με εγγύηση, για παράδειγμα, επιστροφής ενός ελάχιστου ασφαλίστρου σε μια επένδυση.
Παρόλο που αυτά τα εγχειρήματα είναι αξιοσημείωτες εξαιρέσεις στον κανόνα, σχεδόν όλες οι ασφαλίσεις δημιουργούνται εναντίον του σημαντικού κινδύνου. Ο λόγος γι' αυτόν τον περιορισμό μπορεί να συνδεθεί με την ιδέα της ασφάλισης και τη σκέψη των πιθανών ηθικών κινδύνων και της δυσμενούς επιλογής. Εκτός εάν ο ασφαλισμένος δεν έχει έλεγχο στην έκθεση σε κίνδυνο, οι ασφαλιστές μπορούν να αποφύγουν να δημιουργήσουν κάλυψη η οποία κάνει τον ασφαλισμένο καλύτερο μετά από ένα ασφαλιστικό γεγονός σε σύγκριση με την περίπτωση όπου δε δημιουργείται ζημία. Αν ήταν να δημιουργηθεί τέτοιου είδους κάλυψη, θα ήταν πιθανό να υπάρξουν ηθικοί κίνδυνοι και λάθος επιλογές. Όταν ηθικοί κίνδυνοι και λάθος επιλογές γίνονται συνηθισμένα φαινόμενα, η αγορά για ασφάλειες είναι πιθανό να αποτύχει γιατί οι ασφαλισμένοι γίνονται απρόθυμοι να πληρώσουν το κόστος της κάλυψης.
Το λεξικό του Webster καθορίζει την ασφάλιση ως ένα σύστημα προστασίας απέναντι στη ζημία και στο οποίο τα άτομα συμφωνούν να πληρώνουν καθορισμένα ποσά για να πάρουν κάποια αποζημίωση όταν προκύψει ζημία. Εκτός εάν η πληρωμή της ασφάλειας δημιουργεί ζημία που είναι το λιγότερο τόσο μεγάλο όσο το κέρδος από την ασφάλιση, η τελευταία δημιουργεί ένα κίνητρο που προκαλεί το ασφαλιστικό γεγονός να συμβεί. Σαν συνέπεια, είναι δυνατά τα προβλήματα ηθικών κινδύνων και δυσμενών επιλογών, εκτός εάν η πληρωμή

του συμβολαίου γίνονται μόνο όταν συνοδεύονται από πού είναι το λιγότερο τόσο μεγάλη όσο το ασφαλιστικό κέρδος. Επειδή οι πληρωμές συμβαίνουν μόνο ως αποτέλεσμα ζημίας το λιγότερο τόσο μεγάλης όσο και το ασφαλιστικό κέρδος, ο καλυπτόμενος κίνδυνος είναι θεωρητικός κίνδυνος.

3.2 Παράγοντες Ανάπτυξης Κινδύνων

Εκτός του ότι είναι σημαντικοί κίνδυνοι, οι ασφαλιστικοί κίνδυνοι τείνουν να κατέχουν καθορισμένα χαρακτηριστικά που δυναμώνουν την δυνατότητά τους για ασφάλιση. Ένας κίνδυνος θα μπορούσε να θεωρηθεί ως ιδανικός για ασφάλιση από την πλευρά του ασφαλιστή, εάν ικανοποιεί τις τέσσερις συνθήκες που παραθέτονται πιο κάτω.

Αρχικά, ένας μεγάλος αριθμός μονάδων είναι ξεχωριστά και πανομοιότυπα εκτεθειμένος στον κίνδυνο, του οποίου η σημαντικότητα είναι αρκετά μεγάλη για να δημιουργήσει ενδιαφέρον για ασφάλιση ανάμεσα στα άτομα που είναι υπεύθυνα για τις μονάδες. Ο μεγάλος αριθμός των μονάδων απαιτείται για έναν ακριβή υπολογισμό της αναμενόμενης αξίας της ζημίας. Η σημαντικότητα του κινδύνου εξασφαλίζει ότι ένας μεγάλος αριθμός από τα άτομα που έχουν τον έλεγχο των μονάδων είναι πιθανό να αγοράσουν κάλυψη. Η απαίτηση που εκτίθεται σε κίνδυνο είναι σημαντική για το νόμο των μεγάλων αριθμών.

Επιπρόσθετα στις ανεξάρτητες και ξεχωριστά διανεμημένες ζημιές, η απόδειξη του κεντρικού οριακού θεωρήματος απαιτεί μετρήσιμη απόκλιση. Η απόδειξη του νόμου των μεγάλων αριθμών δε σημαίνει ότι η απόκλιση υπάρχει. Παρόλα αυτά, το κεντρικό οριακό θεώρημα προσφέρει μια καλύτερη λύση. Το κεντρικό οριακό θεώρημα δείχνει ότι η διανομή της μέσης ζημίας ανά μονάδα σε ένα μεγάλο αριθμό περιπτώσεων , συγκλίνει τελικά σε μια κανονική κατανομή.

Όταν οι κίνδυνοι είναι ανεξάρτητοι και το ασφάλιστρο υπερβαίνει την αναμενόμενη αξία της ζημίας, οι πηγές του ασφαλιστή για αποζημίωση τείνουν να μεγαλώνουν με μεγαλύτερο ρυθμό. Σαν συνέπεια,, η πιθανότητα ότι οι πηγές του ασφαλιστή θα είναι επαρκείς για την πληρωμή όλων των απαιτήσεων τείνει να πλησιάζει το 1.0 καθώς ο αριθμός των ασφαλισμένων μονάδων μεγαλώνει. Όταν η έκθεση σε κίνδυνο δεν είναι ανεξάρτητη, η αύξηση στον αριθμό των ασφαλισμένων δεν αυξάνει απαραίτητα την πιθανότητα ότι ο ασφαλιστής μπορεί να ικανοποιήσει όλες τις απαιτήσεις. Αν οι ζημίες είναι ξεχωριστά διανεμημένες και τέλεια συσχετισμένες, για παράδειγμα, η ασφάλιση είναι αναποτελεσματική και ο κίνδυνος που αντιμετωπίζει κάθε μονάδα είναι ξεχωριστός από τον συνολικό κίνδυνο.

Για την απόδειξη του νόμου των μεγάλων αριθμών, οι απαιτήσεις για να είναι οι κίνδυνοι ξεχωριστοί δεν είναι τόσο σημαντικές όσο να είναι ανεξάρτητοι. Παρόλα αυτά, η ομοιομορφία ανάμεσα στους κινδύνους μπορεί να είναι σημαντική για μια ασφάλιση ή για την επίτευξη συμφωνίας για άλλους λόγους. Όταν οι κίνδυνοι δεν είναι πανομοιότυποι, ο υπολογισμός της αναμενόμενης αξίας της ζημίας (για τον καθορισμό των τιμών των

ασφαλίστρων) περιπλέκεται γιατί θα πρέπει να ληφθούν υπόψη τα χαρακτηριστικά κάθε κινδύνου.

Επίσης, ο αριθμός των κινδύνων που χρειάζονται για να επιτευχθεί ένα ορισμένο επίπεδο πρόβλεψης τείνει να αυξάνεται σχετικά με το πότε οι κίνδυνοι είναι πανομοιότυποι. Ο νόμος των μεγάλων αριθμών ακόμα είναι πιθανό να λειτουργεί αν οι κίνδυνοι είναι ανεξάρτητοι, αλλά η ασφάλιση είναι λιγότερο αποτελεσματική όταν οι κίνδυνοι είναι ετερογενείς.

Ένας άλλος σημαντικός παράγοντας κινδύνου από την πλευρά της ασφάλισης είναι η ζημία, η οποία πρέπει να είναι καθορισμένη ή αποφασισμένη στο χρόνο, στο μέρος, την αιτία και το ποσό. Αν το γεγονός καλύπτει την ασφάλιση, το κέρδος καθορίζεται ασαφώς ή η μέθοδος για αποζημίωση είναι ασαφής, τότε δημιουργούνται η πιθανότητα φιλονικιών με απαιτητές ή άλλα προβλήματα προσαρμογής των ζημιών. Το κόστος αυτών των φιλονικιών αποτελεί πολύ μεγάλη ζημία για τον ασφαλιστή και τον ασφαλισμένο. Σε ένα τυπικό συμβόλαιο, η ζημία πρέπει να προκύπτει σε μια συγκεκριμένη στιγμή και σε ένα συγκεκριμένο μέρος, το οποίο δημιουργείται από έναν καλυπτόμενο κίνδυνο και μετριέται ή καθορίζεται από το συμβόλαιο.

Η αναμενόμενη ζημία πρέπει να μπορεί να μετρηθεί μετά από κάποια λογική λειτουργική περίοδο. Αυτή η απαίτηση σχετίζεται με την προηγούμενη συνθήκη ότι η ζημία είναι καθορισμένη γιατί η συγκέντρωση των ζημιών γίνεται δύσκολη όταν οι ζημίες δεν καθορίζονται με σαφήνεια. Η συνθήκη ότι η αναμενόμενη ζημία είναι υπολογίσιμη είναι απαραίτητη αν τα ασφάλιστρα τοποθετηθούν στο επίπεδο που είναι αναγκαίο για να παράγουν με κάποια βεβαιότητα, ένα λογικό, όχι όμως υπερβολικό κέρδος ή λειτουργικό περιθώριο για τον ασφαλιστή. Οι ανωτέρω συνθήκες πρέπει να υπάρχουν για να μπορεί να ικανοποιηθεί η συνθήκη που αναφέρεται τώρα, αλλά επιπλέον, απαιτεί την αναμενόμενη ζημιά για να είναι σταθερή στο πέρασμα των χρόνων ή αλλιώς προβλέψιμη.

Η ζημία πρέπει να είναι τυχαία ή απροσδόκητη από την πλευρά του ασφαλισμένου. Από δημόσια σκοπιά, σίγουρα δεν είναι σοφό να ασφαλίσεις ένα άτομο έναντι κάποιας σκόπιμης ζημίας. Επίσης, δεν είναι έξυπνο να ασφαλίσεις κάποιον για ζημίες που είναι σίγουρο ότι θα υπάρξουν, όπως είναι η λογική φθορά, ή που μπορεί εύκολα να προληφθεί.

Λίγοι, αν όχι κανένας κίνδυνος δεν ικανοποιεί όλες αυτές τις απαιτήσεις, παρόλο που οι τελευταίες υπάρχουν σε κάποιο βαθμό σε όλους τους κινδύνους. Η δεύτερη και η τρίτη απαίτηση είναι ουσιώδεις ενώ η πρώτη και η τέταρτη είναι λιγότερο πιθανό να αντιμετωπιστούν στην πράξη. Παρόλο που η έλλειψη ανεξαρτησίας αυξάνει τη δυσκολία στη δημιουργία της ασφάλισης, το πρόβλημα μειώνεται με την επανασφάλιση που αγοράζεται από τους ασφαλιστές και με άλλες μεθόδους διαχείρισης κινδύνων. Επίσης, κάποιοι ασφαλιστές είναι πρόθυμοι να δημιουργήσουν ασφάλιση για σπάνιους ή μοναδικούς κινδύνους, όπου οι μεγάλοι αριθμοί δεν υπάρχουν.

3.3 Νομοθετικό Πλαίσιο

Το δίκαιο της ιδιωτικής ασφάλισης που ισχύει σήμερα αποτελείται από το νομοθετικό διάταγμα **Ν.Δ. 400/1970** «περί ιδιωτικής επιχειρήσεως ασφαλίσεως», όπως τροποποιήθηκε και συμπληρώθηκε από το Νόμο **1380/1983** και το **Ν. 2170/1993** και όπως προσαρμόστηκε από **Π.Δ. 118/1983**, στο δίκαιο της Ευρωπαϊκής Ένωσης και τα: Π.Δ. 159/1998, Π.Δ. 169/2000, Π.Δ. 288/2002, Π.Δ. 10/2003, Π.Δ. 332/2003. Επίσης ο ισχύον κωδικοποιημένος Νόμος **489/1976** «περί υποχρεωτικής ασφαλίσεως των εξ' ατυχημάτων αυτοκινήτων αστικής ευθύνης» που και αυτός έχει τροποποιηθεί με το Π.Δ. 237/86.

Πρέπει να μνημονευθεί επίσης το Π.Δ. 551/1970 «περί ιδιωτικών επιχειρήσεων ασφαλίσεως πλοίων και αεροσκαφών» και το Π.Δ. 298/1986 «για τα δικαιώματα και τις υποχρεώσεις ασφαλιστικών πρακτόρων και παραγωγών ασφαλίσεων και κώδικας δεοντολογίας για την άσκηση των επαγγελμάτων αυτών».

Άλλες πηγές του δικαίου της ασφαλιστικής σύμβασης είναι ο νόμος 1569/1985 «διαμεσολάβηση στις συμβάσεις ιδιωτικής ασφάλισης κλπ», που τροποποιήθηκε με το νόμο 2170/93, το Π.Δ. 190/2006 που ρυθμίζει παράλληλα το ίδιο θέμα, ο νόμος 225/75 «περί ασφαλίσεως εξαγωγικών πιστώσεων», η Υπουργική Απόφαση Κ4-585/1978 «περί καθορισμού των γενικών όρων του ασφαλιστηρίου του καλύπτοντος την εξ ατυχημάτων αυτοκινήτων αστική ευθύνη», ο Νόμος 2251/1994 για την προστασία του καταναλωτή, ο Ν. 1792/1988 «Κύρωση Σύμβασης του Λουξεμβούργου για την προσχώρηση της Ελλάδας στη Σύμβαση για το εφαρμοστέο δίκαιο στις ενοχικές συμβάσεις» όσον αφορά τις αντασφαλιστικές συμβάσεις, όταν στις τελευταίες ο κίνδυνος βρίσκεται εκτός του εδάφους των κρατών της ευρωπαϊκής ένωσης. Για τις συμβάσεις που ο κίνδυνος βρίσκεται εντός των κρατών της ευρωπαϊκής ένωσης (βλέπε Άρθρο 4 παρ. 2 του Νομοθετικού Διατάγματος 400/70 όπως τροποποιήθηκε από το Άρθρο 7 Π.Δ. 252/196.

Ακόμη η ασφαλιστική σύμβαση ρυθμίζεται από τα άρθρα 1-34 του Ασφαλιστικού Νόμου (Νόμος 2496/1997) που αντικατέστησαν τα άρθρα 189-225 του Εμπορικού Νόμου, από τον Κώδικα Ιδιωτικού Ναυτικού Δικαίου (άρθρα 257-288) και από τον Αεροπορικό Κώδικα (άρθρα 129-138 του Ν. 1815/1988) αντίστοιχα για την χερσαία, την θαλάσσια και την αεροπορική ασφάλιση. Επίσης συμπληρωματικά ισχύουν μερικές διατάξεις του Εμπορικού Νόμου και του Αστικού Κώδικα Α.Κ. Υπάρχουν όμως και άλλες διατάξεις που ρυθμίζουν άμεσα ορισμένα θέματα του Ασφαλιστικού δικαίου. Τέτοιες είναι τα άρθρα 600, 627, 1154, 1171, 1172, 1186, 1223, 1285, 1287 του Α.Κ. και τα άρθρα 16 αρ. 9, 956 αρ. 7, 992 παρ. 3 Κ.Πολ.Δικ. Πρέπει, τέλος να αναφερθεί και το Νομοθετικό Διάταγμα 17 Ιουλίου – 13 Αυγούστου του 1923 «περί ειδικών διατάξεων επί ανωνύμων εταιρειών».

Για να αποκτήσει μια ασφαλιστική εταιρεία άδεια ασκήσεως του επαγγέλματος θα πρέπει να είναι ανώνυμη εταιρεία, αλλά και πέραν τούτου απαιτείται και άδεια λειτουργίας, η οποία χορηγείται από την Επιτροπή Εποπτείας Ιδιωτικής Ασφάλισης (άρθρο 3 παρ. 1 περίπτωση α του Ν. 3229/2004)

Έδρα της εταιρείας θεωρείται ο τόπος που βρίσκεται η Διοίκηση της επιχειρήσεως και όχι ο τόπος όπου είναι το κέντρο των εργασιών της. Το άρθρο 15 του Ν.Δ. 400/1970 καθορίζει τα

στοιχεία που υποβάλλονται στην Διοίκηση για να εκτιμήσει εάν συντρέχει περίπτωση χορηγήσεως άδειας λειτουργίας Ελληνικής ασφαλιστικής εταιρείας. Διαφορετικά είναι τα στοιχεία τα οποία απαιτούνται επιπλέον για τις επιχειρήσεις του κλάδου ζημιών και ζωής. Το ελάχιστο κεφάλαιο κάθε ιδρυόμενης Ελληνικής ανώνυμης ασφαλιστικής εταιρείας καθορίζουν τα άρθρα 17 και 17 β παρ. 2 και 3 του Ν. 400/1970. Επίσης, σπουδαίο ρόλο για την διεκπεραίωση της εργασίας του ασφαλιστή παίζουν οι πράκτορες την έννοια των οποίων δίνει το άρθρο 2 παρ. 1 εδάφιο α του Ν. 1569/1985.

Όσον αφορά τις αλλοδαπές ασφαλιστικές επιχειρήσεις ο Ν. 400/1970 καθορίζει στο άρθρο 15 τα στοιχεία που απαιτούνται για την χορήγηση άδειας λειτουργίας Ελληνικής ασφαλιστικής επιχειρήσεως. Για την λειτουργία ξένης ασφαλιστικής επιχειρήσεως στην Ελλάδα απαιτείται:

- Άδεια από την Επιτροπή Εποπτείας Ιδιωτικής Ασφάλισης του Υπουργείου Ανάπτυξης, εφόσον συντρέχουν οι προϋποθέσεις του άρθρου 20 παρ. 2β και παρ. 3.
- Υποβολή στην ως άνω Επιτροπή των δικαιολογητικών που καθορίζονται στο άρθρο 20 παρ. 2β και παρ. 3.
- Απόφαση της ως άνω Επιτροπής μετά την υποβολή των δικαιολογητικών και
- Η άδεια δημοσιεύεται στο δελτίο ΑΕ και ΕΠΕ της Εφημερίδας της Κυβερνήσεως (άρθρο 20 παρ. 1 Ν. 400/1970 και άρθρο 3 παρ. 1 περίπτωση α. Εδάφιο β του Ν. 3229/2004).

Οι βασικοί κανόνες που εμπεριέχονται στον Νόμο 3471/2006 «περι προστασίας προσωπικών δεδομένων και ιδιωτικής ζωής» και συγκεκριμένα τα Άρθρα 11 παρ. 1 και 4. καθώς και το Άρθρο 12, περιγράφουν τον τρόπο επικοινωνίας σε υποψήφιους πελάτες. Ρητά περιγράφεται ότι απαγορεύεται η μη αιτηθείσα επικοινωνία (τηλέφωνα στο σπίτι, ηλεκτρονικά μηνύματα κλπ).

Τα νομοθετικά πλαίσια σε χώρες διεθνώς δεν επιτρέπουν τη δημιουργία ασφάλειας ζωής από ασφαλιστές περιουσίας, αλλά και το αντίστροφο. Το εμπόδιο αυτό μπορεί να ξεπεραστεί με πολυάριθμους τρόπους, όπως είναι η δημιουργία του άλλου τύπου της ασφάλισης μέσω κάποιας βοηθητικής εταιρείας. Παράλληλα, οι νόμοι σε πολλές χώρες παραθέτουν λίστα με τα είδη ασφαλειών που μπορεί να δημιουργήσει ο ασφαλιστής. Στην περίπτωση που το είδος της ασφάλειας δε βρίσκεται στη λίστα, αυτό έχει ως συνέπεια να μην μπορεί να δημιουργηθεί.

Τα εμπόδια είναι πολλά και δε σχετίζονται μόνο με το νομοθετικό πλαίσιο. Ένας ασφαλιστής μπορεί να επιθυμεί να εισέλθει σε μια συγκεκριμένη γραμμή και να υποθέτει ότι δεν είναι ικανός με το υπάρχον προσωπικό να παρέχει τη γραμμή αυτή με κέρδος. Δεν είναι καθόλου εύκολη η πρόσληψη νέου προσωπικού ούτε από την πλευρά του υπάρχοντος προσωπικού να προσληφθούν νέα άτομα, ούτε από την οικονομική πλευρά εάν πρόκειται για υψηλούς μισθούς και τα προβλήματα που δημιουργούνται είναι πολλά και σύνθετα. Πιθανότατα, να χρειαστεί επανασφάλιση για τη νέα γραμμή. Το ενδιαφέρον του ασφαλιστή για τη δημιουργία της νέας ασφάλειας καθορίζεται από την ικανότητά της να απομακρύνεται από τις καταστροφικές ζημιές και να προστατεύει τον εαυτό της.

Συνάμα, το οικονομικό ζήτημα μπορεί να προκαλέσει πρόσθετα προβλήματα. Η δημιουργία περισσότερων ασφαλειών σχετικών με αυτό που ο ασφαλιστής πιστεύει ότι αποφέρει ένα ασφάλιστρο σημαντικού καθαρού κέρδους θα οδηγήσει τον ασφαλιστή σε άλλες διεξόδους. Ειδικότερα, είναι πιθανόν να στρέψει τον ασφαλιστή προς την αναζήτηση νέων κεφαλαίων από τους μετόχους του ή να βρει περισσότερα από εσωτερικές λειτουργίες. Επιπρόσθετα, τα έθιμα και η παράδοση δε μπορούν να αγνοηθούν. Οι περισσότεροι ασφαλιστές διστάζουν να πρωτοπορήσουν σε περιοχές που δεν έχουν δοκιμαστεί με επιτυχία από τους ανταγωνιστές τους. Παρόλο που, όπως αποδεικνύεται, η ασφάλιση τέτοιου είδους εξυπηρετεί όλες τις απαιτήσεις για μια εμπορική ασφάλεια, οι περισσότεροι ασφαλιστές δε δείχνουν πρόθυμοι να εισέλθουν σε νέα πεδία, αλλά το αντίθετο.
Είναι σκόπιμο να αναφερθεί ότι ένας κίνδυνος, ο οποίος γενικά δε μπορεί να ασφαλιστεί στη σημερινή εποχή, ίσως να μπορεί να ασφαλιστεί στο μέλλον. Αυτό μπορεί να οφείλεται είτε σε μια πιθανή αλλαγή του ίδιου του κινδύνου, είτε με τη βελτίωση της τεχνικής γνώσης είτε να αφορά άλλες ικανότητες των ασφαλιστών, με αποτέλεσμα η ασφάλιση κατά των κινδύνων να γίνει αναγκαστική.

3.4 Νομοθεσία σχετική με την Φερεγγυότητα των Ασφαλιστικών Εταιρειών

Οι ρυθμίσεις που σχετίζονται με τη φερεγγυότητα των ασφαλιστικών εταιρειών έχουν δυο μέρη. Το πρώτο μέρος, αφορά το ρυθμιστικό πλαίσιο εποπτείας για τον έλεγχο του κινδύνου αφερεγγυότητας του ασφαλιστή και τους περιορισμούς στα κεφάλαια και στα στοιχεία του ενεργητικού των ασφαλιστών. Το δεύτερο, αφορά τα κρατικά εγγυητικά κεφάλαια που καλύπτουν ορισμένες υποχρεώσεις των αφερέγγυων ασφαλιστικών εταιρειών προς τους ασφαλισμένους (Νεκτάριος (2010)).
Το 1973 η Ευρωπαϊκή Ένωση εξέδωσε την οδηγία 73/239/EEC και το 1979 την οδηγία 79/269/EEC, στις οποίες κρινόταν απαραίτητη η δημιουργία ενός κεφαλαιακού περιθωρίου φερεγγυότητας για την κάλυψη έκτακτων κινδύνων που η ασφαλιστική αγορά πιθανό να αντιμετώπιζε και για τους οποίους θα έπρεπε να ήταν επαρκώς προετοιμασμένη. Στην ελληνική ασφαλιστική αγορά, το πλαίσιο εποπτείας προέρχεται από μια σειρά κοινοτικών οδηγιών που τέθηκαν σε εφαρμογή για πρώτη φορά το 1985 και στη συνέχεια εναρμονίστηκε με τις νεότερες οδηγίες (Νεκτάριος (2010)).

3.4.1 Solvency I

Η ανάγκη ελέγχου και επίβλεψης της φερεγγυότητας των ασφαλιστικών εταιριών, για την προστασία των κατόχων ασφαλιστηρίων συμβολαίων, έγινε επιτακτική κυρίως μετά την φιλελευθεροποίηση των τιμών στην Ευρωπαϊκή Ασφαλιστική αγορά και την κατάργηση των προϊοντικών ελέγχων στα μέσα του 1994. Έτσι, η Ευρωπαϊκή Ένωση θέσπισε την οδηγία Solvency I τον Φεβρουάριο του 2002, η οποία τέθηκε σε πλήρη εφαρμογή στα τέλη του 2004.

Η οδηγία αυτή δεν άλλαξε τον βασικό υπολογισμό του περιθωρίου φερεγγυότητας των ασφαλιστικών εταιρειών, όπως είχε διαμορφωθεί από τις προηγούμενες οδηγίες, αλλά επέβαλλε κάποιες τροποποιήσεις στην υπάρχουσα νομοθεσία, ενώ αύξησε την εποπτεία παρέχοντας το δικαίωμα στις εποπτικές αρχές να επεμβαίνουν στις περιπτώσεις που το κεφάλαιο που αποτελούσε το περιθώριο φερεγγυότητας ήταν κάτω από τα επιθυμητά επίπεδα.
Το Solvency I παρέχει μια ομοιομορφία στον υπολογισμό της φερεγγυότητας των ασφαλιστικών εταιρειών, που βασίζεται κυρίως σε χρηματοοικονομικούς παράγοντες, χωρίς να δίνει έμφαση στους επιμέρους κινδύνους που μπορεί να επηρεάσουν την φερεγγυότητα μιας ασφαλιστικής επιχείρησης. Οι μέθοδοι αποτίμησης των στοιχείων του Ενεργητικού, του Παθητικού και των τεχνικών προβλέψεων διαφέρουν από χώρα σε χώρα, όπως επίσης και οι προϋποθέσεις για τον υπολογισμό των μαθηματικών αποθεμάτων, γεγονός που κρίνεται ως εμπόδιο στην αξιολόγηση των κινδύνων που αντιμετωπίζουν οι ασφαλιστικές εταιρείες σε σχέση με την ενιαία αγορά.

Επομένως, το Solvency I δεν εξυπηρετεί τις ανάγκες εναρμόνισης της Ευρωπαϊκής ασφαλιστικής αγοράς και έτσι κρίθηκε απαραίτητη η αναπροσαρμογή του και η μετάβαση στο Solvency II.
Οι σημαντικότεροι λόγοι που υπαγορεύουν αυτή τη μετάβαση είναι:

- Η ανάγκη για αποτελεσματική εποπτεία των ασφαλιστικών επιχειρήσεων.
- Η εναρμόνιση των ποιοτικών και ποσοτικών εποπτικών μεθόδων.
- Η ανάγκη για πληρέστερο προσδιορισμό του περιθωρίου φερεγγυότητας, λαμβάνοντας υπόψη και κινδύνους που αφορούν το underwriting, τη ρευστότητα, την αγορά καθώς και το λειτουργικό και πιστωτικό κίνδυνο.
- Η προστασία των κατόχων ασφαλιστηρίων συμβολαίων.

Η Ευρωπαϊκή ασφαλιστική αγορά αντιμετωπίζει θετικά την προσπάθεια της Κομισιόν για την εφαρμογή του Solvency II και τη θεωρεί απαραίτητη για την βελτίωση της ανταγωνιστικότητας των ευρωπαϊκών ασφαλιστικών εταιρειών. Οι εποπτικές αρχές σε ολόκληρη την Ευρώπη είναι σύμφωνες με το Solvency II, δεδομένου ότι η εφαρμογή του θα εξασφαλίσει την προστασία των καταναλωτών και θα θέσει ξεκάθαρα νομικά πλαίσια για την λειτουργία των ίδιων των εποπτικών αρχών

3.4.2 Solvency II

Το Solvency II θεσπίζει ένα ενιαίο σύστημα υπολογισμού των κεφαλαιακών απαιτήσεων σε όλα τα κράτη – μέλη της Ε.Ε., το οποίο θα αντικαταστήσει το ισχύον σύστημα, υιοθετώντας τεχνικές διαχείρισης κινδύνων, εταιρικής διακυβέρνησης και διαφάνειας, που κρίνονται αναγκαίες για τη σωστή λειτουργία της αγοράς και την προστασία του ασφαλισμένου μέσα στο σύγχρονο, πολύπλοκο και συνεχώς μεταβαλλόμενο χρηματοοικονομικό σύστημα.

Οι βασικοί στόχοι της οδηγίας (http://www.eaee.gr/cms/uploads/SolvencyII.pdf) είναι οι ακόλουθοι:

- Η προστασία των ευρωπαίων πολιτών - κατόχων ασφαλιστήριων συμβολαίων.
- Ο υπολογισμός του περιθωρίου φερεγγυότητας με μέθοδο που θα είναι προσαρμοσμένη στους πραγματικούς κινδύνους που αντιμετωπίζουν οι ασφαλιστικές εταιρείες.
- Η αποφυγή της πολυπλοκότητας στον υπολογισμό του περιθωρίου φερεγγυότητας.
- Η προσαρμογή του περιθωρίου φερεγγυότητας στις αυξανόμενες ανάγκες και εξελίξεις της ασφαλιστικής αγοράς.
- Η αποφυγή υπέρ – κεφαλαιοποίησης.

Η ιδέα της υλοποίησης του Solvency II βασίστηκε στο πλαίσιο του Basel II, της αντίστοιχης κοινοτικής οδηγίας για την κεφαλαιακή επάρκεια των τραπεζών, που είχε ως στόχο την εδραίωση ενός ενιαίου και σταθερού πλαισίου διαχείρισης κινδύνου στο τραπεζικό χώρο, μέσα σε πλαίσια διαφάνειας και ολοκληρωμένης χαρτογράφησης των διαδικασιών. Το ίδιο φιλοδοξεί να πετύχει και το Solvency II για την ασφαλιστική αγορά, βασισμένο στην μέθοδο των τριών πυλώνων που ακολουθήθηκε και στο σχεδιασμό του Basel II.
Οι προετοιμασίες για το Solvency II ξεκίνησαν τον Μάιο του 2011 όπου αποφασίστηκε η εισαγωγή του σε δύο στάδια. Το πρώτο στάδιο ολοκληρώθηκε το 2013 και αφορούσε τον συνολικό σχεδιασμό και τους βασικούς στόχους. Η οδηγία αναμενόταν να τεθεί σε εφαρμογή την 31η Οκτωβρίου 2012, ωστόσο, δεδομένης της πολυπλοκότητας και της ανάγκης των ασφαλιστικών εταιρειών σε Ευρωπαϊκό επίπεδο να προετοιμαστούν για την πληρέστερη εφαρμογή της οδηγίας, έχει δοθεί παράταση έως το 2016.
Η οδηγία εμπεριέχει στοιχεία από την τρέχουσα νομοθεσία αλλά και καινούργια, που αφορούν την αξιολόγηση πολλαπλών κινδύνων σε διάφορα επίπεδα των ασφαλιστικών εργασιών. Τα ¾ του Solvency II θα αποτελούνται από την κωδικοποίηση των 14 οδηγιών που υπάρχουν έως σήμερα για τις Ασφαλιστικές επιχειρήσεις, τα οποία θα προσαρμοστούν και θα τροποποιηθούν ώστε να αντικατοπτρίζουν τις επιθυμητές αλλαγές
Σύμφωνα με την οδηγία Solvency II, η φερεγγυότητα των ασφαλιστικών επιχειρήσεων βασίζεται σε τρεις Πυλώνες.

Πρώτος Πυλώνας – Ποσοτικές Προδιαγραφές (Quantitative requirements)
Οι ποσοτικές απαιτήσεις που ισχύουν για τις επιχειρήσεις ασφαλίσεων/αντασφαλίσεων εντάσσονται σε έξι ενότητες:
1) Αποτίμηση στοιχείων Ενεργητικού-Παθητικού
2) Τεχνικά αποθέματα
3) Ίδια Κεφάλαια
4) Κεφαλαιουχικές απαιτήσεις φερεγγυότητας
5) Ελάχιστες Κεφαλαιακές Απαιτήσεις
6) Επενδύσεις

Δεύτερος Πυλώνας – Ποιοτικές Προδιαγραφές (Qualitative requirements)
Ο δεύτερος πυλώνας καθορίζει τις ποιοτικές προδιαγραφές της φερεγγυότητας, δηλαδή τις αρχές εσωτερικού ελέγχου πάνω στις οποίες θα βασίζεται η αξιολόγηση του ασφαλιστικού κινδύνου (Νεκτάριος (2010)). Περιλαμβάνει, δηλαδή, τη δημιουργία των αρχών πάνω στις οποίες θα βασίζεται η εποπτεία για τον έλεγχο της επάρκειας των κεφαλαίων που σχετίζονται με τη φερεγγυότητα των ασφαλιστικών εταιρειών καθώς και την εποπτεία και έγκριση των εσωτερικών μοντέλων υπολογισμού του SCR. Επιπλέον, καθορίζονται οι προδιαγραφές και οι αρχές πάνω στις οποίες θα λειτουργούν οι εποπτικές αρχές.

Τρίτος Πυλώνας – Απαιτήσεις Δημοσιοποίησης (Market Discipline)
Ο τρίτος πυλώνας, αφορά την ενίσχυση της πειθαρχίας της αγοράς (market discipline) και την οριοθέτηση των κανονισμών δημοσίευσης οικονομικών στοιχείων που θα είναι ομοιόμορφα σε όλη την ενιαία ασφαλιστική αγορά. Μέσω του τρίτου πυλώνα, θα εξασφαλιστεί η διαφάνεια και η ομοιομορφία τόσο σε επίπεδο αξιολόγησης κινδύνων όσο και σε επίπεδο λογιστικού χειρισμού και δημοσίευσης.

3.5 Κίνδυνοι κατά την Αξιολόγηση του Ασφαλιστικού Προϊόντος

Η δημιουργία της τιμής για την ασφάλεια είναι μια περίπλοκη διαδικασία που περιλαμβάνει τη συνεργασία πολλών παραγόντων όπως τη μαθηματική ανάλυση και την ανάλυση του ανταγωνισμού. Η ασφάλιση είναι ένα προϊόν για το οποίο το κόστος των αγαθών που πωλούνται δεν είναι γνωστό τη στιγμή που γίνεται η τιμολόγηση. Αντίθετα, η προσπάθεια για υπολογισμό του κόστους είναι πολύ δύσκολη. Έτσι, οι ασφαλιστές βασίζονται σε άτομα με προχωρημένες γνώσεις μαθηματικών, στατιστικής και οικονομικών για να μπορέσουν να τιμολογήσουν με τέτοιο τρόπο ώστε να είναι ανταγωνιστικοί. Αυτά τα άτομα είναι πραγματιστές.
Επειδή οι πραγματιστές είναι άτομα με πολλές γνώσεις στα μαθηματικά, στη στατιστική και στα οικονομικά, η δουλειά που κάνουν μοιάζει με αυτή των λογιστών ή των προγραμματιστών. Είναι αλήθεια ότι η δουλειά των πραγματιστών περιλαμβάνει πολύ χρόνο μπροστά από κάποιον υπολογιστή και γι' αυτόν ακριβώς το λόγο είναι σημαντικό να αναφερθεί ότι η σύγχρονη τεχνολογία έχει βοηθήσει τους πραγματιστές να μειώσουν σημαντικά το χρόνο της δουλειάς τους και τους επιτρέπουν να βοηθήσουν τις επιχειρήσεις στις οποίες δουλεύουν με άλλους τρόπους.
Για παράδειγμα, ζητείται από πολλούς πραγματιστές να βοηθήσουν τις επιχειρήσεις στις οποίες εργάζονται να διαχειριστούν οικονομικούς κινδύνους με την ανάπτυξη πολύπλοκων επενδυτικών διαχειριστικών στρατηγικών. Άλλοι πραγματιστές περιλαμβάνονται στην έρευνα μάρκετινγκ και στην ανάπτυξη νέων προϊόντων. Βλέπουμε, λοιπόν, ότι παρόλο που η τιμολόγηση συνεχίζει να είναι ο πυρήνας της δουλειάς των πραγματιστών, απέχει πολύ από το να είναι και η μόνη.

3.6 Επιθεώρηση και Αποτροπή Ζημιάς

Υπηρεσίες όπως η επιθεώρηση και η αποτροπή ζημιών μπορούν να αποτελέσουν σημαντικό μέρος της ασφαλιστικής κάλυψης μιας επιχείρησης. Για παράδειγμα, αυτές οι υπηρεσίες ελέγχου των ζημιών είναι σημαντικό στοιχείο στην ασφάλεια για κάλυψη κατά της φωτιάς. Ένα άλλο παράδειγμα είναι οι οδηγίες που δίνουν οι ασφαλιστές σχετικά με την ασφάλεια στο χώρο εργασίας. Από την πλευρά του ασφαλιστή, η αποτελεσματικότητα του κόστους από τον έλεγχο των ζημιών μέσω υπηρεσιών μπορεί να αξιολογηθεί με το να συγκρίνουμε τις μειωμένες ασφαλιστικές απαιτήσεις έναντι του κόστους των διαδικασιών που χρειάζονται για την μείωση της ζημιάς. Μια τέτοια αξιολόγηση δεν καθρεφτίζει τα έμμεσα κόστη που σχετίζονται με τραυματισμό ή ζημιά που προκαλείται από τον ασφαλισμένο. Ειδικά όταν ο ασφαλιστής κατέχει ένα σχετικό πλεονέκτημα στην παροχή υπηρεσιών ελέγχου ζημιών, η αξιολόγηση του έμμεσου κόστους θα μπορούσε να δικαιολογεί τα έξοδα ελέγχου ζημιών, πέρα από το άριστο σημείο που αποφασίζεται από τον ασφαλιστή, ο οποίος σκέφτεται μόνο τη δική του επιβάρυνση.

3.7 Επένδυση

Το χρονικό σημείο της απαίτησης της ασφάλειας σχετικά με την πληρωμή των ασφαλίστρων, μπορεί να δημιουργήσει την ευκαιρία για κέρδος από επένδυση. Όταν τα ασφάλιστρα λαμβάνονται από τον ασφαλιστή προκαταβολικά της απαίτησης για πληρωμή λόγω ζημίας, τα έσοδα από επένδυση αυτών των κεφαλαίων αυξάνουν τις διαθέσιμες πηγές για πληρωμή των απαιτήσεων. Σαν συνέπεια, το ποσό που απαιτείται για την πληρωμή μιας απαίτησης στο μέλλον είναι μικρότερο από το ποσό της απαίτησης. Για παράδειγμα, μια απαίτηση 100,000 £ που πρέπει να πληρωθεί σε δύο χρόνια μπορεί να χρηματοδοτηθεί (τοποθέτηση σε τράπεζα), με 90,703 £ όταν το τρέχον επιτόκιο είναι 5% [$90.703£ * (1.05)^2 = 100,000£$]. Μεγαλύτερης διάρκειας κράτηση και μεγαλύτερα επιτόκια αυξάνουν αυτήν την επίδραση. Η επίδραση είναι μικρή όταν τα κεφάλαια κρατούνται από τον ασφαλιστή για μια μικρή μόνο περίοδο (π.χ. για ασφάλιση κατά της φωτιάς, στις περισσότερες περιπτώσεις, η κάλυψη εφαρμόζεται μόνο για ένα χρόνο και οι απαιτήσεις εξοφλούνται γρήγορα) ή όταν τα κεφάλαια δεν μεταφέρονται στον ασφαλιστή προκαταβολικά. Οι τιμές για τις ασφάλειες ζωής αποφασίζονται χρησιμοποιώντας μεθόδους που λαμβάνουν υπόψη τους τα έσοδα της επένδυσης. Οι τιμές για την περιουσιακή και την υποχρεωτική ασφάλιση είναι λιγότερο πιθανό να διαμορφωθούν ανάλογα με τα έσοδα από επένδυση.

3.8 Ρύθμιση των Ζημιών

Η ρύθμιση των ζημιών σχετίζεται με το ύψος της αποζημίωσης. Το ασφαλιστικό συμβόλαιο προβαίνει σε νομική υποχρέωση για τον ασφαλιστή να αποζημιώσει την καλυπτόμενη

απαίτηση. Ωστόσο, το επίπεδο της αποζημίωσης και η απαιτούμενη προσπάθεια για την εγκατάσταση του επιπέδου υπευθυνότητας του ασφαλιστή, καθορίζεται από τις διοικητικές τακτικές του ασφαλιστή. Χαρακτηριστικό παράδειγμα που επηρεάζει τη ρύθμιση των ζημιών συνιστά ο τύπος των αποδεικτικών στοιχείων που απαιτούνται από έναν ασφαλιστή περιουσίας για να αποδειχθούν τα ακόλουθα :

- ότι η περιουσία καταστράφηκε από κίνδυνο για τον οποίο το συμβόλαιο παρέχει κάλυψη
- ότι η αξία της περιουσίας. Μια διοικητική διαδικασία που απαιτεί τυπικά νομικά στοιχεία ιδιοκτησίας και αποτίμηση για κάθε στοιχείο της κατεστραμμένης περιουσίας μακραίνει τη διαδικασία αποζημίωσης και μικραίνει το επίπεδο της αποζημίωσης σε σύγκριση με μια διαδικασία που απαιτεί λιγότερες λεπτομέρειες.

Όσον αφορά την υποχρεωτική ασφάλιση, το πιο σημαντικό κέρδος που παρέχεται από την ασφάλιση μπορεί να αποτελούν οι υπηρεσίες ρύθμισης των ζημιών. Το τυπικό συμβόλαιο υποχρεωτικής ασφάλισης απαιτεί από τον ασφαλιστή, αρχικά, να αμυνθεί κατά των ισχυρισμών του ασφαλισμένου. Οι ισχυρισμοί αυτοί αφορούν τον τραυματισμό ή τη ζημιά που προκύπτουν από πράξη που καλύπτεται από την ασφάλεια, ακόμη και στην περίπτωση που η απαίτηση είναι αβάσιμη. Η αξία των υπηρεσιών αυτών άμυνας είναι καθοριστικής σημασίας, ειδικά όταν ο ασφαλισμένος δεν κατέχει τις δεξιότητες, την εμπειρία και το δίκτυο ή τις γνωριμίες προκειμένου να αντιτάξει ισχυρή άμυνα.

4. ΜΟΝΤΕΛΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ ΚΙΝΔΥΝΟΥ ΜΕ ΕΞΑΡΤΗΜΕΝΕΣ ΚΛΑΣΕΙΣ ΖΗΜΙΩΝ

Σε αυτό το κεφάλαιο παρουσιάζονται 5 μοντέλα κινδύνου με k κλάσεις.
Το πρώτο μοντέλο αποτελείται από k ανεξάρτητες κλάσεις ζημιιών.Στην δεύτερη περίπτωση θεωρούμε ότι υπάρχει ένα κοινό σοκ σε κάθε μια από k ζημιά. Στην τρίτη περίπτωση εξετάζουμε τις κύριες και ακόλουθες απαιτήσεις των k ζημιών. Τέλος στο τέταρτο και το πέμπτο εξετάζεται τόσο το ενδεχόμενου κοινού σοκ όσο και τις κύριες και ακόλουθες απαιτήσεις των k ζημιών

Σε κάθε μια περίπτωση εκ των 5 μοντέλων η διαδικάσια υπολογισμού του πλεονάσματος δίνεται από την σχέση:

$$u_t = u + ct - \sum_{j=1}^{k} s_t^{(j)} \qquad , \ t \geq 0$$

Για ζημιές $j \ \ (j = 1 \ldots k)$, θεωρούμε ότι το σύνολο των αποζημιώσεων S_t^j ακολουθεί συνθετη poisson. Με αυτή την παραδοχή μπορεί να αποδειχτεί ότι η διαδικασία των συνολικών απαιτήσεων για το σύνολο των ανεξάρτητων κ ζημιών ακολουθεί επίσης μια σύνθετη διαδικασία Poisson σε κάθε μια μεμονωμένη περίπτωση των πέντε μοντέλων κινδύνου που εξετάζουμε.

Στα ακόλουθα υποκεφάλαια πρόκειται να δείξουμε πως η συνολική απαίτηση $\sum_{j=1}^{k} s_t^{(j)}$ μπορεί να μετατραπεί σε μια σύνθετη διαδικασία Poisson για κάθε μια από τις εξεταζόμενες περιπτώσεις

4.1 Συνολικές απαιτήσεις με ανεξάρτητες κλάσεις ζημιών

Στην ενότητα αυτή, εξετάζουμε τη περίπτωση των συνολικών απαιτήσεων με k ανεξάρτητες κλάσεις.

Ορισμός 4.1

Η τ.μ X λέγεται ότι είναι διακριτή μείξη των τυχαιών μεταβλητών $X_1, X_2, \ldots, X_n$ με βάρη μείξης $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_n$ αντίστοιχα, αν

$$F_x(x) = \alpha_1 F_{x_1}(x) + \alpha_2 F_{x_2}(x) + \ldots + \alpha_n F_{X_n}(x) \quad ,$$

όπου F_x , F_{x_i} , είναι οι συναρτήσεις κατανομής των τυχαίων μεταβλητών $X, X_i \ , \ i = 1,2,\ldots,n$, $0 < \alpha_i < 1 \ , \ i = 1,2,\ldots,n$ και $\alpha_1 + \alpha_2 + \ldots + \alpha_n = 1$

Τότε αν f_x , f_{x_i} είναι οι συναρτήσεις πυκνότητας πιθανότητας των τυχαίων μεταβλητών $X, X_i \ , \ i = 1,2,\ldots,n,$ από τον Ορισμό 4.1 έπεται προφανώς ότι:

$$f_x(x) = \alpha_1 f_{x_1}(x) + \alpha_2 f_{x_2}(x) + \ldots + \alpha_n f_{x_n}(x).$$

Αντίστοιχη σχέση ισχυεί και για τις ροπογεννήτριες συναρτήσεις των τυχαίων μεταβλητών X και X_i, δηλαδή είναι

$$M_x(z) = \alpha_1 M_{x_1}(z) + \alpha_2 M_{x_2}(z) + \ldots + \alpha_n M_{x_n}(z)$$

Η ροπή τάξης $k \geq 1$ της τ.μ. X, τότε είναι :

$$\mathrm{E}\left(X^k\right) = \alpha_1 \mathrm{E}\left(X_1^k\right) + \alpha_2 \mathrm{E}\left(X_2^k\right) + \ldots + \alpha_n \mathrm{E}\left(X_n^k\right)$$

Ορισμός 4.2

Η τυχαία μεταβλητή S, όπου

$$S = \begin{cases} 0, & N = 0 \\ X_1 + X_2 + \ldots + X_N, & N \geq 1 \end{cases}$$

όπου η τυχαία μεταβλητή $N \in \{0,1,2\ldots\}$, οι τυχαιές μεταβλητές $X_1, X_2, \ldots$ είναι ανεξάρτητες και ισόνομες μεταξύ τους, έστω με μία τυχαία μεταβλητή X, και είναι επίσης ανεξάρτητες με την τυχαία μεταβλητή N, λέγεται ότι έχει μια σύνθετη (compound) κατανομή.

Αν $M_s(z) = \mathrm{E}\left(e^{z^s}\right)$, είναι η ροπογεννήτρια συνάρτηση της τυχαίας μεταβλητής S, η $M_x(z) = \mathrm{E}\left(e^{z^X}\right)$ είναι ροπογεννήτρια συνάρτησης τυχαίας μεταβλητής X και $P_N(z) = \mathrm{E}\left(z^N\right)$ η πιθανογεννήτρια συνάρτηση της τυχαίας μεταβλητής N, τότε ισχυεί ότι :

$$M_s(z) = P_N\left[M_x(z)\right].$$

Επίσης ισχυεί ότι :

$$\mathrm{E}(S) = \mathrm{E}(N)\mathrm{E}(X)$$

$$Var(S) = \mathrm{E}(N)Var(X) + Var(N)\mathrm{E}^2(X)$$

Αν η τυχαία μεταβλητή N ακολουθεί την κατανομή Poisson με παράμετρο $\lambda > 0$, τότε η S λέγεται ότι ακολουθεί μια σύνθετη Poisson κατανομή. Αν f_X είναι η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας της τυχαίας μεταβλητής X, τότε συμβολικά γράφουμε

$$S \sim CP(\lambda, f_X)$$

Αν η τυχαία μεταβλητή $N \sim P(\lambda)$, επειδή $P_N(z) = e^{\lambda(z-1)}$

Τότε η ροπογεννήτρια συνάρτηση της σύνθετης Poisson τυχαίας μεταβλητής S δίνεται από την σχέση

$$M_S(z) = e^{\lambda[M_X(z)-1]} \tag{4.1}$$

και επειδή $\mathrm{E}(N) = Var(N) = \lambda$ έπεται ότι

$$\mathrm{E}(S) = \lambda \mathrm{E}(X),$$

$$Var(S) = \lambda \mathrm{E}(X^2)$$

Το Μοντέλο

Αν $N_t^{(j)}$ ο αριθμός των αποζημιώσεων της κλάσης j, η οποία είναι μια διαδικασία Poisson με ένταση λ_j^I. Υποθέτουμε ότι $N_t^{(1)}, N_t^{(2)}, \cdots, N_t^{(k)}$ είναι ανεξάρτητες μεταξύ τους. Επίσης έστω $X_i^{(j)}$ ο αριθμός των αποζημιώσεων της κλάσης j. Θεωρούμε ότι οι $X_i^{(j)}$ είναι ανεξάρτητες μεταξύ τους για όλα τα i και j. Επίσης, εαν $\{X_1^j, X_2^j, \ldots\}$ έχουν μια κοινή κατανομή F_j με πεπερασμένη μέση τιμή μ_j και πεπερασμένη διακύμανση σ_j^2

Για την κλάση j, οι αποζημιώσεις δίνονται από τον τύπο

$$S_t^{(j)} = \sum_{i=1}^{N_t^{(j)}} X_i^{(j)},$$

και ως εκ τούτου η διαδικασία συνολικών αποζημιώσεων S_t παίρνει την μορφή

$$S_t = \sum_{j=1}^{k} S_t^{(j)} = \sum_{j=1}^{k} \sum_{i=1}^{N_t^{(j)}} X_i^{(j)}$$

MGF: Moment Generating Function

Έστω

$$M_{X^{(j)}}(z) = \mathrm{E}\left(e^{zX^{(j)}}\right)$$

$$M_{S_t^{(j)}}(z) = \mathrm{E}\left(e^{zS_t^{(j)}}\right)$$ και

$$M_{S_t}(z) = \mathrm{E}\left(E^{zS_t}\right)$$

Ροπογεννήτριες συναρτήσεις της τυχαίας μεταβλητής $X^{(j)}$ και των στοχαστικών διαδικασιών $S_t^{(j)}, S_t$, αντίστοιχα.

$$S_t = S_t^{(1)} + S_t^{(2)} + \ldots + S_t^{(k)}$$

Επειδή οι κλασεις $1,2,\ldots,k$ είναι ανεξάρτητες, τότε και οι στοχαστικές διαδικασίες $S_t^{(1)}, S_t^{(2)}, \ldots, S_t^{(k)}$ είναι ανεξάρτητες μεταξύ τους.

Επομένως είναι :

$$M_{S_t}(z) = \prod_{j=1}^{k} M_{S_t^{(j)}}(z)$$

Επειδή για κάθε $j = 1,2,\ldots,k$, η S_t^j είναι μια σύνθετη Poisson στοχαστική διαδικασία, τότε είναι:

$$M_{S_t^{(j)}}(z) = P_{N_t^{(j)}}\left[M_{X^{(j)}}(z)\right]$$

Όπου η πιθανογεννήτρια συνάρτηση των στοχαστικών διαδικασιών Poisson N_t^j είναι

$$P_{N_t^{(j)}}(z) = e^{\lambda_j^I t(z-1)}$$

Τότε παίρνουμε ότι :

$$M_{S_t^{(j)}}(z) = e^{\lambda_j^I t\left[M_{x^{(j)}}(z)-1\right]}$$

Και

$$M_{S_t}(z) = \prod_{j=1}^{k} e^{\lambda_j^I t\left[M_{x^j}(z)-1\right]}$$

$$= e^{\lambda_1^I t\left[M_{x^{(1)}}(z-1)\right]} e^{\lambda_2^I t\left[M_{x^{(2)}}(z)-1\right]} \ldots e^{\lambda_k^I t\left[M_{x^{(k)}}(z)-1\right]}$$

$$= \exp\left\{\sum_{j=1}^{k} \lambda_j^I t\left[M_{x^{(j)}}(z)-1\right]\right\}$$

$$= \exp\left\{\sum_{j=1}^{k} \lambda_j^I t M_{x^{(j)}}(z) - \sum_{j=1}^{k} \lambda_j^I t\right\}$$

$$= \exp\left\{\sum_{j=1}^{k} \lambda_j^I t M_{x^{(j)}}(z) - t\lambda^I\right\}$$

$$= \exp\left\{\lambda^I t\left[\sum_{j=1}^{k} \frac{\lambda_j^I}{\lambda^I} M_{x^j}(z) - 1\right]\right\} \qquad 4.2$$

Έστω η τ.μ Y με συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας

$$f_y(x) = \sum_{j=1}^{k} \frac{\lambda_j^I}{\lambda^I} f_{x^{(j)}}(x)\ , \qquad x \geq 0$$

Όπου $f_{x^{(j)}}$ η συνάρητηση πυκνότητας της τ.μ. $X^{(j)}$

Άρα η κατανομή των τ.μ. Y είναι διακριτή μείξη των ανεξάρτητων τυχαίων μεταβλητών $X^{(1)}, X^{(2)}, \ldots, X^{(k)}$, με βάρη μείξης $\frac{\lambda_1^i}{\lambda^I}, \frac{\lambda_2^I}{\lambda^I}, \ldots, \frac{\lambda_k^I}{\lambda^I}$, αντίστοιχα.

Τότε προφανώς η ροπογεννήτρια συνάρτηση της τ.μ Y είναι :

$$M_y(z) = \mathrm{E}\left(E^{zY}\right) = \sum_{j=1}^{k} \frac{\lambda_j^I}{\lambda^I} M_{x^{(j)}}(z)$$

Αντικαθιστώντας από την 4.2 παίρνουμε ότι :

$$M_{S_t}(z) = \exp\left\{\lambda^I t\left[M_y(z) - 1\right]\right\}$$

Τότε από την 4.2 έπεται ότι η $S_t \sim CP\left(\lambda^I t, f_y\right)$

Επομένως δείχτηκε το παρακάτω.

ΘΕΩΡΗΜΑ 4.1

Αν $S_t = \sum_{j=1}^{k} S_t^{(j)}$,

Όπου

$$S_t^{(j)} = \sum_{i=1}^{N_t} X_i^i \sim CP\left(\lambda_j^I, f_{x(j)}\right)$$

και οι αντίστοιχες στοχαστικές διαδικασίες $S_t^{(1)}, S_t^{(2)}, \ldots, S_t^{(k)}$, είναι ανεξάρτητες μεταξύ τους, τότε για την στοχαστική διαδικασία S_t ισχυεί ότι :

$$S_{t \sim CP\left(\lambda_t^I, f_y\right)}$$

Όπου $\lambda^I = \sum_{j=1}^{k} \lambda_j^I$ και

$$f_y(x) = \sum_{j=1}^{k} \frac{\lambda_j^I}{\lambda^I} f_{x(j)}(x) \qquad x \geq 0$$

Από το Θεώρημα 4.1 και τον Ορισμό 4.2 έπεται ότι η S_t γράφεται στην μορφή ενός τυχαίου αθροίσματος τυχαίων μεταβλητών και συγκεκριμένα είναι

$$S_t = \begin{cases} 0, & N_{t=0} \\ Y_1 + Y_2 + \ldots Y_{N_t} \ , & N_{t \geq 1} \end{cases}$$

όπου

(ι) η N_t είναι μια στοχαστική διαδικασία Poisson, δηλαδή είναι $N_{t \sim P\left(\lambda^I t\right)}$ και επειδή

$\lambda^I = \sum_{j=1}^{k} \lambda_j^I$ είναι $N_t = \sum_{j=1}^{k} N_t^{(j)}$

ii) Οι τυχαίες μεταβλητές $Y_1, Y_2, .. Y_{N_t}$ είναι ανεξάρτητες και ισόνομες με την τ.μ Y και N_t είναι επίσης ανεξάρτητες μεταξύ τους.

Συμπέρασμα: Η αρχική $S_t = \sum_{j=1}^{k} \sum_{i=1}^{N_t^{(j)}} X_i^{(j)}$ μετασχηματίστηκε σε σύνθετη Poisson.

Τώρα παρουσιάζουμε μερικές βασικές στατιστικές ιδιότητες

Είναι προφανές οτι $E\left(N_t^{(j)}\right) = Var\left(N_t^{(j)}\right) = \lambda_i^I t$ και $Cov\left(N_t^{(i)}, N_t^{(j)}\right) = 0$ για $1 \le i \ne j \le k$.

Για ανεξάρτητες κλάσεις ζημιιών θεωρούμε ότι:

$$\mathrm{E}\left(S_t^{(j)}\right) = \mathrm{E}\left(\mathrm{E}\left(\sum_{i=1}^{N_t^{(j)}} X_i^{(j)} \middle| N_t^{(j)}\right)\right) = \mathrm{E}\left(N_t^{(j)}\right)\mathrm{E}\left(X^{j}\right) = \lambda_j^I t \mathrm{E}\left(X^{(j)}\right),$$

$$Var\left(S_t^{(j)}\right) = \mathrm{E}\left(Var\left(\sum_{i=1}^{N_t^{(j)}} X_i^{(j)} \middle| N_t^{(j)}\right)\right) + Var\left(\mathrm{E}\left(\sum_{i=1}^{N_t^{j}} X_i^{(j)} \middle| N_t^{(j)}\right)\right)$$

$$= \mathrm{E}\left(N_t^{(j)}\right) Var\left(X^{(j)}\right) + Var\left(N_t^{(j)}\right)\mathrm{E}\left(X^{(j)}\right)^2$$

$$= \lambda_j^I t \mathrm{E}\left(\left(X^{(j)}\right)^2\right)$$

Για τη διαδικασία των συνολικών αποζημιώσεων (), η μέση τιμή και η διακύμανση είναι

$$\mathrm{E}(S_t) = \mathrm{E}\left(\sum_{j=1}^{k} S_t^{(j)}\right) = \sum_{j=1}^{k} \lambda_j^I t \mathrm{E}\left(X^{(j)}\right) \quad , \qquad (4.3)$$

$$Var(S_t) = Var\left(\sum_{j=1}^{k} S_t^{(j)}\right) = \sum_{j=1}^{k} \mathrm{E}\left(Var\left(\sum_{i=1}^{N_t^{(j)}} X_i^{(j)} \middle| N_t^{(j)}\right)\right) + Var\left(\mathrm{E}\left(\sum_{i=1}^{N_t^{j}} X_i^{(j)} \middle| N_t^{(j)}\right)\right)$$

$$= \sum_{j=1}^{k} \mathrm{E}\left(N_t^{(j)}\right) Var\left(X^{(j)}\right) + Var\left(N_t^{(j)}\right) \mathrm{E}\left(X^{(j)}\right)^2$$

$$= \sum_{j=1}^{k} \lambda_j^I t \mathrm{E}\left(\left(X^{(j)}\right)^2\right)$$

4.2 Διαδικασία Συνολικών Αποζημιώσεων με Εξάρτηση Κοινού Σοκ

Σε αυτή την ενότητα, εξετάζουμε την περίπτωση της διαδικασίας αποζημιώσεων με εξάρτηση κοινού σοκ

4.2.1 Το Μοντέλο

Έστω ότι $N_t^{(jj)}$ ο αριθμός των αποζημιώσεων εξαιτίας ενός εξωτερικού κινδύνου στην κλάση j, η οποία είναι σύνθετη Poisson με ένταση λ_{jj}^c. Επίσης έστω $N_t^{(c)}$ ο είναι ο αριθμός των αποζημιώσεων που προκαλείται από το κοινό σοκ, που είναι μια διαδικασία σύνθετης Poisson με ένταση λ_c^C

Έστω οτι $N_t^{11}, N_t^{22}, \ldots, N_t^{kk}$ και $N_t^{(c)}$ είναι ανεξάρτητες μεταξύ τους.

Κατά συνέπεια η διαδικασία αποζημιώσεων στην ζημιά j είναι $N_t^{(j)} = N_t^{(jj)} + N_t^{(c)}$ με ένταση $\lambda_j^c = \lambda_{jj}^c + \lambda_c^C$

Αν X_i^j είναι το ποσό από την i ζημιά της κλάσης j. Έστω οτι X_i^j είναι ανεξάρτητες για όλα τα i και j και ανεξάρτητες για όλη την διαδικασία αποζημιώσεων. Επιπλέον, για τις τυχαίες μεταβλητλες $\{X_1^{(j)}, X_2^{(j)}, \ldots\}$ υποθέτουμε ότι έχουν μια κοινή κατανομή F με μέση τιμή μ_j και διακύμανση σ_j^2.

Για την κλάση j, ισχυεί ότι

$$S_t^{(j)} = \sum_{i=1}^{N_t^{(jj)}} X_i^{(j)} + \sum_{i=1}^{N_t^{(c)}} \hat{X}_i^{(j)},$$

όπου $X_i^{(j)}$ και $\hat{X}_i^{(j)}$ είναι ανεξάρτητες και ισόνομες κατανεμημένες .

Επομένως, οι συνολικές αποζημιώσεις ισχυεί ότι:

$$S_t = \sum_{j=1}^{k} S_i^{(j)} = \sum_{j=1}^{k} \sum_{i=1}^{N_t^{(jj)}} X_i^{(j)} + \sum_{j=1}^{k} \sum_{i=1}^{N_t^{(c)}} \hat{X}_i^{(j)} \quad . (2.3)$$

4.2.2 Στατιστικές Ιδιότητες

Στην ενότητα δείχνουμε ότι η διαδικασία των συνολικών αποζημιώσεων (2.3), η οποία είναι μια σύνθετη Poisson, μπορεί να γραφτεί ως εξής

$$S_t = \sum_{j=1}^{k} \sum_{i=1}^{N_t^{(jj)}} X_i^{(j)} + \sum_{j=1}^{k} \sum_{i=1}^{N_t^{(c)}} \hat{X}_i^{(j)} = \sum_{j=1}^{N_t} Y_i,$$

όπου N_t είναι η διαδικασία Poisson με ένταση $\lambda^C = \sum_{i=1}^{k} \lambda_{ii}^C + \lambda_c^C$ και τα Y_i είναι ο μετασχημένος δείκτης των αποζημιώσεων.

Έστω

$$M_{X^{(j)}}(z) = \mathrm{E}\left(e^{z X^{(j)}}\right)$$

$$M_{\hat{X}^{(j)}}(z) = \mathrm{E}\left(e^{z \hat{X}^{(J)}}\right)$$

$$M_{S_t^{(j)}}(z) = \mathrm{E}\left(e^{z S_t^{(j)}}\right)$$

$$M_{S_t}(z) = \mathrm{E}\left(e^{z S_t}\right)$$

Ροπογεννήτριες συναρτήσεις των τυχαων μεταβλητών $X^{(j)}$ και $\hat{X}^{j}$ και των στοχαστικών διαδικασιών $S_t^{(j)}, S_t$, αντίστοιχα.

$$M_{S_t}(z) = E\left(\exp\left(z\left(\sum_{j=1}^{k}\sum_{i=1}^{N_t^{(jj)}} X_i^{(j)} + \sum_{j=1}^{k}\sum_{i=1}^{N_t^{(c)}} \hat{X}_i^{(j)}\right)\right)\right)$$

$$= E\left(\exp\left(z\sum_{j=1}^{k}\sum_{i=1}^{N_t^{(jj)}} X_i^{(j)}\right)\right)E\left(\exp\left(z\sum_{j=1}^{k}\sum_{i=1}^{N_t^{(c)}} \hat{X}_i^{(j)}\right)\right)$$

$$= \exp\left(\sum_{j=1}^{k}\lambda_{jj}^{c}t\left(M_{X(j)}(z)-1\right)\right)\exp\left(\lambda_c^C t\prod_{j=1}^{k}\left(M_{\hat{X}(j)}(z)-1\right)\right)$$

$$= \exp\left(\lambda^C t\left(M_Y(z)-1\right)\right) \qquad 4.3$$

Έστω η τ.μ Y με συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας

$$f_Y(x) = \sum_{j=1}^{k}\frac{\lambda_{jj}^C}{\lambda^C}f_{x(j)}(x) + \frac{\lambda_c^C}{\lambda^C}\prod_{j=1}^{k}f_{\hat{x}(j)}(z)$$

Όπου $f_{x(j)}$ η συνάρτηση πυκνότητας της τ.μ X^j

Άρα

$$M_Y(z) = \sum_{j=1}^{k}\frac{\lambda_{jj}^C}{\lambda^C}M_{X(j)}(z) + \frac{\lambda_c^C}{\lambda^c}\prod_{j=1}^{k}M_{\hat{X}(j)}(z)$$

Τότε από την (4.3) έπεται ότι η $S_t \sim CP\left(\lambda^C t, f_Y\right)$

Επομένως δείχτηκε το παρακάτω:

Θεώρημα 4.2.1

$$S_t = \sum_{j=1}^{k}\sum_{i=1}^{N_t^{(jj)}} X_i^{(j)} + \sum_{j=1}^{k}\sum_{i=1}^{N_t^{(c)}} \hat{X}_i^{(j)}$$

Όπου η

$$S_t^{(j)} = \sum_{i=1}^{N_t^{(jj)}} X_i^{(j)} + \sum_{i=1}^{N_t^{(c)}} \hat{X}_i^{(j)} \sim CP\left(\lambda_J^C, f_{\chi(j)}\right)$$

Άρα οι στοχαστικές διαδικασίες $S_t^1, S_t^2, \ldots, S_t^k$ είναι ανεξάρτητες μεταξύ τους, τότε και η στοχαστική διαδικασία S_t ισχυεί ότι

$$S_{t \sim CP\left(\lambda_t^C, f_y\right)}$$

Όπου $\lambda^C = \sum_{i=1}^{k} \lambda_{ii}^C + \lambda_c^C$ και

$$f_Y(x) = \sum_{j=1}^{k} \frac{\lambda_{jj}^C}{\lambda^C} f_{x(j)}(x) + \frac{\lambda_c^C}{\lambda^C} \prod_{j=1}^{k} f_{\hat{x}(j)}(z)$$

Από το Θεώρημα 4.1 και τον Ορισμό 4.2 έπεται ότι η S_t γράφεται στην μορφή ενός τυχαίου αθροίσματος τυχαίων μεταβλητών και συγκεκριμένα είναι

$$S_t = \begin{cases} 0, & N_{t=0} \\ Y_1 + Y_2 + \ldots Y_{N_t}, & N_{t \geq 1} \end{cases}$$

όπου

(ι) η N_t είναι μια στοχαστική διαδικασία Poisson, δηλαδή είναι $N_t \sim P\left(\lambda^c t\right)$ και επειδή

$\lambda^C = \sum_{i=1}^{k} \lambda_{ii}^C + \lambda_c^C$ είναι $N_t = \sum_{i=1}^{k} N_t^{(ii)} + N_t^c$

ii) Οι τυχαίες μεταβλητές $Y_1, Y_2, \ldots Y_{N_t}$ είναι ανεξάρτητες και ισόνομες με την τ.μ Y και N_t είναι επίσης ανεξάρτητες μεταξύ τους.

Συμπέρασμα: Η αρχική $S_t = \sum_{j=1}^{k} \sum_{i=1}^{N_t^{(jj)}} X_i^{(j)} + \sum_{j=1}^{k} \sum_{i=1}^{N_t^{(c)}} \hat{X}_i^{(j)}$ μετασχηματίστηκε σε σύνθετη Poisson.

Στη συνεχεία παρουσιάζονται μερικές βασικές στατιστικές ιδιότητες :

$$\mathrm{E}\left(N_t^{(j)}\right) = Var\left(N_t^{(j)}\right) = \lambda_{jj}^{C} t + \lambda_{c}^{C} t \,.$$

Επίσης θεωρούμε για $1 \le i \ne j \le k$ οτι

$$\begin{aligned} Cov\left(N_t^{(i)}, N_t^{(j)}\right) &= Cov\left(N_t^{(ii)} + N_t^{(c)}, N_t^{(jj)} + N_t^{(c)}\right) \\ &= Var\left(N_t^{(c)}\right) \\ &= \lambda_{c}^{C} t \end{aligned} \tag{4.4}$$

Έτσι για κάθε ζημιά υπολογιζουμε οτι ο μέσος όρος και η διακύμανση της αποζημίωσης είναι

$$E\left(S_t^{(j)}\right) = E\left(\left| E\left(\sum_{i=1}^{N_t^{(j)}} X_i^{(j)} \middle| N_t^{(j)} \right)\right)\right) = E\left(N_t^{(j)}\right) E\left(X^{j}\right) = \left(\lambda_{c}^{jj} t + \lambda_{c}^{C} t\right) E\left(X^{(j)}\right)$$

$$\begin{aligned} Var\left(S_t^{(j)}\right) &= \mathrm{E}\left(Var\left(\sum_{i=1}^{N_t^{(j)}} X_i^{(j)} \middle| N_t^{(j)} \right)\right) + Var\left(E\left(\sum_{i=1}^{N_t^{(j)}} X_i^{(j)} \middle| N_t^{(j)} \right)\right) \\ &= E\left(N_t^{(j)}\right) Var\left(X^{(j)}\right) + Var\left(N_t^{(j)}\right) E\left(X^{(j)}\right)^2 \\ &= \left(\lambda_{jj}^{jc} t + \lambda_{c}^{C} t\right) E\left(\left(X^{(j)}\right)^2\right) \end{aligned}$$

ώστε

$$\begin{aligned} \mathrm{E}\left(S_t^{(i)} S_t^{(j)}\right) &= \mathrm{E}\left(\mathrm{E}\left(S_t^{(i)} \middle| N_t^{(ii)}, N_t^{(jj)}, N_t^{(c)} \right) \times \mathrm{E}\left(S_t^{(j)} \middle| N_t^{(ii)}, N_t^{(jj)}, N_t^{(c)} \right)\right) \\ &= \mathrm{E}\left(\mathrm{E}\left(S_t^{(i)} \middle| N_t^{(ii)}, N_t^{(jj)}, N_t^{(c)} \right)\right) \times \mathrm{E}\left(\mathrm{E}\left(S_t^{(j)}\right) N_t^{(ii)}, N_t^{(jj)}, N_t^{(c)} \right)\right) \\ &= \mathrm{E}\left(\left(N_t^{(jj)} + N_t^{(c)}\right)\left(N_t^{(ii)} + N_t^{(c)}\right) \mathrm{E}\left(X^{(i)}\right) \mathrm{E}\left(X^{(j)}\right)\right) \\ &= \left(\mathrm{E}\left(\left(N_t^{(c)}\right)^2 \right) + \lambda_{jj}^{C} \lambda_{ii}^{C} + \lambda_{c}^{C} \lambda_{ii}^{C} + \lambda_{jj}^{C} \lambda_{c}^{C} \right) E\left(X^{(j)}\right) E\left(X^{(j)}\right) \end{aligned}$$

η διακύμανση των $S_t^{(i)}$ και $S_t^{(j)}$ για $1 \le i \ne j \le k$ έχει την εξής μορφή

$$
\begin{aligned}
Cov\left(S_t^{(i)} S_t^{(j)}\right) &= \mathrm{E}\left(S_t^{(i)} S_t^{(j)}\right) - \mathrm{E}\left(S_t^{(i)}\right)\mathrm{E}\left(S_t^{(j)}\right) \\
&= \mathrm{E}\left(X^{(i)}\right)\mathrm{E}\left(X^{(j)}\right)\left(\mathrm{E}\left(\left(N_t^{(c)}\right)^2\right) - \mathrm{E}\left(N_t^{(c)}\right)^2\right) \\
&= \mathrm{E}\left(X^{(i)}\right)\mathrm{E}\left(X^{(j)}\right)\left(Var\left(N_t^{(c)}\right)\right) \\
&= \mathrm{E}\left(X^{(i)}\right)\mathrm{E}\left(X^{(j)}\right)\lambda_c^C t
\end{aligned}
$$

Για τις συνολικές αποζημιώσεις S_t , ο μέσος όρος και η διακύμανση είναι

$$
\begin{aligned}
\mathrm{E}(S_t) &= \mathrm{E}\left(\sum_{j=1}^{k}\sum_{i=1}^{N_t^{(jj)}} X_i^{(j)} + \sum_{j=1}^{k}\sum_{i=1}^{N_t^{(c)}} \hat{X}_i^{(j)}\right) \\
&= \sum_{j=1}^{k} \lambda_{jj}^c t\mathrm{E}\left(X^{(j)}\right) + \sum_{j=1}^{k} \lambda_c^c t\mathrm{E}\left(\hat{X}^{(j)}\right) \qquad (4.5) \\
&= \sum_{i=1}^{k}\left(\lambda_{jj}^C + \lambda_c^C\right) tE\left(X^{(j)}\right) \\
&= \sum_{i=1}^{k} \lambda_j^C tE\left(X^{(j)}\right)
\end{aligned}
$$

4.3 Κύριες και Ακόλουθες απαιτήσεις των Συνολικών Αποζημιώσεων

Οι Yuen και Wang (2002) εφαρμόζουν για πρώτη φορά τη μοντελοποίηση κύριων και ακόλουθων απαιτήσεων των ασφαλιστικών εταιρειών μέσω της διαδικασίας Poisson. Στο άρθρο τους, παρουσιάζονται δύο τύποι απαιτήσεων για κάθε μια κατηγορία, μια με κύριες αποζημιώσεις και μια δεύτερη ως claims by claims (ακόλουθες). Αυτό σημαίνει ότι έπειτα από μια κύρια αποζημίωσή σε μια κατηγορία μπορεί να προκαλέσει μετά- αποζημιώσεις σε άλλες κλάσεις με συγκεκριμένο ποσοστό πιθανοτήτων. Αν θεωρήσουμε $N_t^{(jj)}$ ο αριθμός των κυρίων αποζημιώσεων σύμφωνα με το ρίσκο των ζημιών j , όπου είναι μια διαδικασία Poisson με ένταση λ_{jj}^T .

Επίσης θεωρούμε οτι $N_t^{(lj)}$ είναι ο αριθμός των μετά-αποζημιώσεων των ζημιών j λόγω των κυρίων αποζημιώσεων που συμβάινουν στην ζημιά l .

Έστω ότι p_{lj}^T , όπου $0 \le p_{lj}^T < 1$

για $l \neq j$ και $p_{lj}^{T} = 1$ για $l = j$. Ως εκ τούτου $N_t^{(lj)}$ είναι επίσης μια διαδικασία Poisson με ένταση $\lambda_{jj}^{T} p_{lj}^{T}$. Θεωρούμε ότι $N_t^{(jj)}$ είναι ανεξάρτητες και οι $N_t^{(lj)}$, $N_t^{(ll)}$, είναι και αυτές ανεξάρτητες για κάθε $l \neq j$. Κατά συνέπεια, ο αριθμός των ζημιών στην κλάση j είναι $N_t^{(j)} = \sum_{l=1}^{k} N_t^{(lj)}$ με ένταση $\lambda_j^{T} = \sum_{l=1}^{k} p_{lj}^{T} \lambda_{ll}^{T}$. Αν θεωρήσουμε ότι $X_t^{(j)}$ είναι οι συνολικές ζημιές στην κλάση j. Ας υποθέσουμε οτι $X_t^{(j)}$ είναι ανεξάρτητες μεταξύ τους και ανεξάρτητες για όλα τα i και j Επιπρόσθετα, $\{X_1^{(j)}, X_2^{(j)}, \ldots\}$ έχουν μια κοινή κατανομή F_j με πεπερασμένη μέση τιμή μ_j και πεπερασμένή διακύμανση σ_j^2.

Για ζημιές j, οι αποζημιώσεις δίνονται από τον τύπο

$$S_t^{(j)} = \sum_{i=1}^{N_t^{(j)}} X_i^{(j)},$$

και, οι συνολικές αποζημιώσεις S_t βρίσκονται στην σχέση

$$S_t = \sum_{j=1}^{k} S_t^{(j)} = \sum_{j=1}^{k} \sum_{i=1}^{N_t^{(c)}} X_i^{(j)}. \quad (4.6)$$

4.3.1 Στατιστικές Ιδιότητες

Οι Yuen και Wang (2002) απέδειξαν οτι η S_t μπορεί να μετατραπεί σε μία συνολική διαδικασία Poisson, όπου η διαδικασία αποζημιώσεων είναι $N_t = \sum_{i=1}^{k} N_t^{(ii)}$ και η διαδικασία Poisson με ένταση $\lambda^{T} = \sum_{j=1}^{k} \lambda_{jj}^{T}$ και η τυχαία μεταβλητή $\{Y_1, Y_2, \ldots\}$ έχει ροπογεννήτρια $M_Y(z)$

Έστω

$$M_{X^{(j)}}(z) = \mathrm{E}\left(e^{zX^{(j)}}\right)$$

$$M_{S_t^{(j)}}(z) = \mathrm{E}\left(e^{zS_t^{(j)}}\right)$$ και

$$M_{S_t}(z) = \mathrm{E}\left(E^{zS_t}\right)$$

Ροπογεννήτριες συναρτήσεις της τυχαίας μεταβλητής $X^{(j)}$ και των στοχαστικών διαδικασιών $S_t^{(j)}, S_t$, αντίστοιχα.

$$S_t = S_t^{(1)} + S_t^{(2)} + \ldots + S_t^{(k)}$$

Επειδή οι κλασεις $1,2,\ldots,k$ είναι ανεξάρτητες, τότε και οι στοχαστικές διαδικασίες $S_t^{(1)}, S_t^{(2)}, \ldots, S_t^{(k)}$ είναι ανεξάρτητες μεταξύ τους.

$$M_{S_t}(z) = E\left(\exp\left(z\left(\sum_{j=1}^{k}\sum_{i=1}^{N_t^{(j)}} X_i^{(j)}\right)\right)\right)$$

$$= \exp\left(\sum_{l=1}^{k}\lambda_{ll}^{T} t\left(\prod_{j=1}^{k}\left(M_{X^{(j)}}(z)\, p_{lj}^{T} + 1 - p_{lj}^{T}\right) - 1\right)\right)$$

$$= \exp\left(\lambda^{T} t\left(M_Y(z) - 1\right)\right) \qquad (4.7)$$

Έστω η τ.μ Y με συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας

$$f_Y(x) = \sum_{l=1}^{k}\frac{\lambda_{ll}^{T}}{\lambda^{t}} f_{X^{(j)}}$$

Όπου η $f_{X^{(j)}}$ η συνάρτηση πυκνότητας της τ.μ $X^{(j)}$

Άρα η κατανομή της τ.μ Y είναι η διακριτή μείξη των ανεξάρτητων τ.μ $X^{(1)}, X^{(2)}, \ldots, X^{(k)}$ με βάρη μείξης $\frac{\lambda_{11}^{T}}{\lambda^{T}}, \frac{\lambda_{12}^{T}}{\lambda^{T}}, \ldots, \frac{\lambda_{ll}^{T}}{\lambda^{T}}$ αντίστοιχα.

Τότε προφανώς η ροπογεννήτρια συνάρτηση της τ.μ. Y είναι :

$$M_Y(z) = E\left(e^{zY}\right) = \exp\left(\sum_{l=1}^{l} \frac{\lambda_{ll}^T}{\lambda^T}\left(\prod_{j=`}^{k} M_{X(j)}(z)\, p_{lj}^T + 1 - p_{lj}^T\right)\right)$$

Επομένως δείχτηκε ότι $S_t \sim CP\left(\lambda^T t,\, f_Y\right)$

Επομένως δείχτηκε το παρακάτω:

ΘΕΩΡΗΜΑ 4.3.1

$$S_t = \sum_{j=1}^{k} S_t^{(j)}$$

Όπου

$$S_t^{(j)} = \sum_{i=1}^{N_t^{(j)}} X_i^{(j)} \quad \text{ακολουθεί} \quad CP(\lambda_{ll}^T, f_{x(j)})$$

και οι στοχαστικές διαδικασίες $S_t^{(1)}, S_t^{(2)}, \ldots, S_t^{(k)}$ είναι ανεξάρτητες μεταξύ τους τότε για την στοχαστική διαδικασία ισχυεί ότι

$$S_t \sim CP\left(\lambda_t^T,\, f_Y\right)$$

Όπου

$$\lambda^T = \sum_{j=1}^{k} \lambda_{jj}^T$$

και

$$f_Y(x) = \sum_{l=1}^{k} \frac{\lambda_{ll}^T}{\lambda^t} f_{x(j)} \quad , x \geq 0$$

Από το Θεώρημα 4.1 και τον Ορισμό 4.2 έπεται ότι η S_t γράφεται στην μορφή ενός τυχαίου αθροίσματος τυχαίων μεταβλητών και συγκεκριμένα είναι

$$S_t = \begin{cases} 0, & N_{t=0} \\ Y_1 + Y_2 + \ldots Y_{N_t}\ , & N_{t\geq 1} \end{cases}$$

όπου

(ι) η N_t είναι μια στοχαστική διαδικασία Poisson, δηλαδή είναι $N_t \sim P\left(\lambda^T t\right)$ και επειδή $\lambda^T = \sum_{j=1}^{k} \lambda_{jj}^T$ είναι $N_t = \sum_{i=1}^{k} N_t^{(ii)}$

ii) Οι τυχαίες μεταβλητές $Y_1, Y_2, .. Y_{N_t}$ είναι ανεξάρτητες και ισόνομες με την τ.μ Y και N_t είναι επίσης ανεξάρτητες μεταξύ τους.

Συμπέρασμα: Η αρχική $S_t = \sum_{j=1}^{k} S_t^{(j)} = \sum_{j=1}^{k} \sum_{i=1}^{N_t^{(c)}} X_i^{(j)}$ μετασχηματίστηκε σε σύνθετη Poisson.

Είναι προφανές οτι $\mathrm{E}\left(N_t^{(j)}\right) = Var\left(N_t^{(j)}\right) = \lambda_j^T = \sum_{l=1}^{k} p_{lj}^T \lambda_{ll}^T$. Επίσης για $1 \le i \ne j \le k$, έχουμε

$$
\begin{aligned}
Cov\left(N_t^{(li)}, N_t^{(lj)}\right) &= E\left(N_t^{(li)}, N_t^{(lj)}\right) - E\left(N_t^{(li)}\right) E\left(N_t^{(lj)}\right) \\
&= E\left(E\left(N_t^{(li)} \middle| N_t^{(ll)} \right) E\left(N_t^{(lj)} \middle| N_t^{(ll)} \right)\right) - p_{li}^T p_{lj}^T \left(E\left(N_t^{(ll)}\right)\right)^2 \\
&= E\left(E\left(N_t^{(li)} \middle| N_t^{(ll)} \right)\right) E\left(E\left(N_t^{(lj)} \middle| N_t^{(ll)} \right)\right) - p_{li}^T p_{lj}^T \left(E\left(N_t^{(ll)}\right)\right)^2 \\
&= p_{li}^T p_{lj}^T \left(E\left(N_t^{(ll)}\right)^2 \right) - p_{li}^T p_{lj}^T \left(E\left(N_t^{(ll)}\right)\right)^2 \\
&= p_{li}^T p_{lj}^T Var\left(N_t^{(ll)}\right) \\
&= p_{li}^T p_{lj}^T \lambda_{ll}^T t
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
Cov\left(N_t^{(li)}, N_t^{(lj)}\right) &= Cov\left(\sum_{l=1}^{k} N_t^{(li)}, \sum_{l=1}^{k} N_t^{(lj)} \right) \\
&= \sum_{l=1}^{k} Cov\left(N_t^{(li)}, N_t^{(lj)}\right) \\
&= \sum_{l=1}^{k} p_{li}^T p_{lj}^T \lambda_{ll}^T t
\end{aligned}
$$

Ως εκ τούτου για ζημιά j, θεωρούμε

$$E\left(S_t^{(j)}\right)=E\left(E\left(\sum_{i=1}^{N_t^{(j)}} X_i^{(j)}\middle|N_t^{(j)}\right)\right)=E\left(N_t^{(j)}\right)E\left(X^{(j)}\right)=\left(\sum_{l=1}^{k} p_{lj}^T \lambda_{ll}^T t\right)E\left(X^{(j)}\right)$$

$$Var\left(S_t^{(j)}\right)=\mathrm{E}\left(Var\left(\sum_{i=1}^{N_t^{(j)}} X_i^{(j)}\middle|N_t^{(j)}\right)\right)+Var\left(E\left(\sum_{i=1}^{N_t^{(j)}} X_i^{(j)}\middle|N_t^{(j)}\right)\right)$$

$$=E\left(N_t^{(j)}\right)Var\left(X^{(j)}\right)+Var\left(N_t^{(j)}\right)Var\left(X^{(j)}\right)^2$$

$$=\left(\sum_{l=1}^{k} p_{lj}^T \lambda_{ll}^T t\right)E\left(\left(X^{(j)}\right)^2\right)$$

οπότε

$$Cov\left(S_t^{(i)},S_t^{(j)}\right)=E\left(E\left(S_t^{(i)}\middle|N_t^{(11)},N_t^{(22)},\ldots N_t^{(kk)}\right)\times E\left(S_t^{(j)}\middle|N_t^{(11)},N_t^{(22)},\ldots N_t^{(kk)}\right)\right)$$

$$=E\left(E\left(S_t^{(i)}\middle|N_t^{(11)},N_t^{(22)},\ldots N_t^{(kk)}\right)\right)\times E\left(E\left(S_t^{(j)}\middle|N_t^{(11)},N_t^{(22)},\ldots N_t^{(kk)}\right)\right)$$

$$=E\left(\left(\sum_{l=1}^{k} p_{lj}^T N_t^{(ll)}\right)\left(\sum_{l=1}^{k} p_{li}^T N_t^{(ll)}\right)E\left(X^{(i)}\right)E\left(X^{(j)}\right)\right)$$

η διακύμανση των $S_t^{(i)}$ και $S_t^{(j)}$ έχει την μορφή

$$Cov\left(S_t^{(i)},S_t^{(j)}\right)=E\left(S_t^{(i)}S_t^{(j)}\right)-E\left(S_t^{(i)}\right)E\left(S_t^{(j)}\right)$$

$$=E\left(X_t^{(i)}\right)E\left(X_t^{(j)}\right)\left(\sum_{l=1}^{k} p_{li}^T p_{lj}^T Var\left(N_t^{(ll)}\right)\right)$$

$$=E\left(X_t^{(i)}\right)E\left(X_t^{(j)}\right)\left(\sum_{l=1}^{k} p_{li}^T p_{lj}^T \lambda_{ll}^T t\right)$$

Από αυτές τις στατιστικές ιδιότητες είναι έυκολο να δούμε ότι ο μέσος όρος και η δικύμανση είναι

$$E(S_t) = E\left(\sum_{j=1}^{k}\sum_{i=1}^{N_t^{(j)}} X_i^{(j)}\right)$$

$$= \sum_{j=1}^{k}\sum_{l=1}^{k} p_{lj}^{T}\lambda_{ll}^{T} tE\left(X_t^{(j)}\right) \quad (4.8)$$

$$= \sum_{j=1}^{k}\lambda_j^{'T} tE\left(X_t^{(j)}\right)$$

$$Var(S_t) = Var\left(\sum_{j=1}^{k} S_t^{(j)}\right)$$

$$= \sum_{j=1}^{k} Var\left(S_t^{(j)}\right) + \sum_{j=1}^{k}\sum_{i=1.i\neq j}^{k} Cov\left(S_t^{(j)}, S_t^{(i)}\right)$$

$$= \sum_{j=1}^{k}\left(\sum_{l=1}^{k} p_{lj}^{T}\lambda_{ll}^{T} tE\left(X_t^{(j)}\right)^2\right) + \sum_{j=1}^{k}\sum_{i=1.i\neq l}^{k} E\left(X^{(i)}\right)E\left(X^{(j)}\right)\left(\sum_{l=1}^{k} p_{li}^{T} p_{lj}^{T}\lambda_{ll}^{T} t\right)$$

4.4 Διαδικασία Αποζημιώσεων με Κοινό Σοκ και κύριες και ακόλουθες απαιτήσεις

Σε αυτή την ενότητα, εξετάζουμε την παράλληλη εφαρμογή της εξάρτησης από κοινό σοκ και τις κύριες και ακόλουθες απαιτήσεις σε ένα μονέλο κινδύνου

4.4.1 Το Μοντέλο

Αν $N_t^{(jj)}$ είναι ο αριθμός των κυρίων αποζημιώσεων σε σχέση με το ρίσκο της ζημιάς j, που είναι μια διαδικασία Poisson με ένταση λ_{jj}^{D}. Επίσης, αν $N_t^{(lj)}$ είναι ο αριθμος των αποζημιώσεων για ζημιά j βάσει των κυρίως αποζημιώσεων που συμβαίνουν για ζημιές l. Θεωρούμε ότι η πιθανότητα για αποζημιώση στην ζημιά 1 προκαλεί μια άλλη αποζημίωση για ζημία j την p_{jj}^{D}, όπου $0 < p_{jj}^{D} < 1$ για $l \neq j$ και $p_{jj}^{D} = 1$ για $l = j$. Ως εκ

τούτου $N_t^{(lj)}$ είναι επίσης μια διαδικασία Poisson με ένταση $\lambda_{ll}^D p_{lj}^D$. Ορίζουμε τον αριθμό των αποζημιώσεων βάσει του κοινού σοκ ως $N_t^{(c)}$, όπου είναι μια διαδικασία Poisson με ένταση λ_c^D. Επίσης υποθέτουμε οτι $N_t^{(jj)}$ είναι ανεξάρτητες και οτι $N_t^{(lj)}$, $N_t^{(ll)}$, είναι και αυτές ανεξάρτητες για κάθε $l \neq j$. Επιπρόσθετα, υποθέσουμε ότι ο αριθμός των αποζημιώσεων σύμφωνα με το κοινό σοκ $N_t^{(c)}$ είναι ανεξάρτητος για όλες τις διαδικασίες των αποζημιώσεων

Κατά συνέπεια, ο αριθμός των αποζημιώσεων για ζημιές j είναι $N_t^{(j)} = \sum_{l=1}^k N_t^{(lj)} + N_t^{(c)}$ με ένταση $\lambda_j^D = \sum_{l=1}^k p_{lj}^D \lambda_{ll}^D + \lambda_c^D$.

Αν $X_i^{(j)}$ είναι το ποσό της i αποζημίωσης των ζημιών j.

Ας υποθέσουμε ότι οι τ.μ $X_i^{(j)}$ είναι ανεξάρτητες για κάθε i και j. Επιπρόσθετα, θεωρούμε ότι για $\{X_1^j, X_2^j, \ldots\}$ υπάρχει κοινή κατανομή F_j με πεπερασμένη μέση τιμή $\mu(j)$ και πεπερασμένη μέση διακύμανση σ_j^2.

Για ζημιές j οι αποζημιώσεις δίνονται από τον τύπο

$$S_t^{(j)} = \sum_{i=1}^{\tilde{N}_t^{(j)}} X_i^{(j)} + \sum_{i=1}^{N_t^{(c)}} \hat{X}_i^{(j)},$$ όπου $\hat{N}_t^{(j)} = \sum_{l=1}^k N_t^{(lj)}$ και $\hat{X}_i^{(j)}$ είναι ανεξάρτητες και ισονομες κατανεμημένες .

Επομένως

$$S_t = \sum_{j=1}^k S_t^{(j)} = \sum_{j-1}^k \sum_{i=1}^{\tilde{N}_t^{(j)}} X_i^{(j)} + \sum_{j=1}^k \sum_{i=1}^{N_t^{(c)}} \hat{X}_i^{(j)}. \quad (4.9)$$

4.4.2 Στατιστικές Ιδιότητες

Ορίζουμε

$$\hat{S}_t = \sum_{j-1}^k \sum_{i=1}^{\tilde{N}_t^{(j)}} X_i^{(j)}$$

Έπειτα η διαδικασία συνολικών αποζημιώσεων S_t γίνεται

$$S_t = \hat{S}_t + \sum_{j-1}^{k} \sum_{i=1}^{N_t^{(j)}} \hat{X}_i^{(j)}$$

Οι Yuen και Wang (2002) απέδειξαν οτι $\tilde{S}_t$ είναι μια σύνθετη διαδικασία Poisson. Αφού $\tilde{S}_t$ και $\sum_{j=1}^{k} \sum_{i=1}^{N_t^{(c)}} \hat{X}_i^{(j)}$ είναι δύο ανεξάρτητες διαδικασίες Poisson, η S_t είναι επίσης μια σύνθετη διαδικασία Poisson.

Συμβολίζουμε

$$M_{X(j)}(z) = \mathrm{E}\left(e^{zX^{(j)}}\right)$$

$$M_{\hat{X}(j)}(z) = \mathrm{E}\left(e^{z\hat{X}^{(J)}}\right)$$

$$M_{S_t^{(j)}}(z) = \mathrm{E}\left(e^{zS_t^{(j)}}\right) \quad \text{και}$$

$$M_{S_t}(z) = \mathrm{E}\left(e^{zS_t}\right)$$

Βάσει των αποτελεσμάτων της μελέτης των Yuen και Wang (2002) η ροπογεννήτρια της S_t γράφεται :

$$M_{S_t}(z) = E\left(\exp\left(z\left(\hat{S}_t + \sum_{j=1}^{k} \sum_{i=1}^{N_t^{(c)}} \hat{X}_i^{(j)}\right)\right)\right)$$

$$= \exp\left(\sum_{l=1}^{k} \lambda_{ll}^{D} t\left(\prod_{j=1}^{k}\left(M_{X(j)}(z)\, p_{lj}^{D} + 1 - p_{lj}^{D}\right) - 1\right)\right) \exp\left(\lambda_c^{D} t \prod_{j=1}^{k}\left(M_{\hat{X}(j)}(z) - 1\right)\right)$$

$$= \exp\left(\lambda^{D} t\left(M_Y(z) - 1\right)\right) \qquad (4.10)$$

Έστω τ.μ Y με συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας

$$f_Y(x) = \sum_{l=1}^{k} \frac{\lambda_{ll}^{D}}{\lambda^{D}} f_{x\,j}$$

Άρα η κατανομή της τ.μ Y είναι η διακριτή μείξη των ανεξάρτητων τ.μ $X^{(1)}, X^{(2)},\ldots,X\left(k\right)$ με βάρη μείξης $\frac{\lambda_{11}^{D}}{\lambda^{D}},\frac{\lambda_{12}^{D}}{\lambda^{D}},\ldots,\frac{\lambda_{ll}^{D}}{\lambda^{D}}$ αντίστοιχα.

Τότε προφανώς η ροπογεννήτρια συνάρτηση της τ.μ. Y είναι :

$$M_Y(z)=\sum_{l=1}^{k}\frac{\lambda_{ll}^{D}}{\lambda^{D}}\left(\prod_{j=1}^{k}\left(M_{X(j)}(z)\,p_{lj}^{D}+1-p_{lj}^{D}\right)\right)+\frac{\lambda_{c}^{D}}{\lambda^{D}}\prod_{j=1}^{k}M_{\hat{X}\,j}(z)$$

Επομένως έπεται ότι $S_t \sim CP\left(\lambda^{D}t,\, f_Y\right)$

Επομένως δείχτηκε το παρακάτω:

ΘΕΩΡΗΜΑ 4.4.1

$$S_t=\hat{S}_t+\sum_{j-1}^{k}\sum_{i=1}^{N_t^{(j)}}\hat{X}_i^{(j)}$$

Όπου

$$S_t^{(j)}=\sum_{i=1}^{\tilde{N}_t^{(j)}}X_i^{(j)}+\sum_{i=1}^{N_t^{(c)}}\hat{X}_i^{(j)}\ \text{ακολουθεί}\quad CP(\lambda_{ll}^{D},\, f_{x(j)})$$

και οι στοχαστικές διαδικασίες $S_t^{(1)},S_t^{(2)},\ldots,S_t^{(k)}$ είναι ανεξάρτητες μεταξύ τους τότε για την στοχαστική διαδικασία ισχυεί ότι

$$S_t \sim CP\left(\lambda_t^{D},\, f_Y\right)$$

Όπου

$$\lambda^{D}=\sum_{i=1}^{k}\lambda_{ii}^{D}+\lambda_{c}^{D}$$

και

$$f_Y(x)=\sum_{l=1}^{k}\frac{\lambda_{ll}^{D}}{\lambda^{D}}f_{x\,j}\qquad ,\ x\geq 0$$

Από το Θεώρημα 4.1 και τον Ορισμό 4.2 έπεται ότι η S_t γράφεται στην μορφή ενός τυχαίου αθροίσματος τυχαίων μεταβλητών και συγκεκριμένα είναι

$$S_t = \begin{cases} 0, & N_{t=0} \\ Y_1 + Y_2 + \ldots Y_{N_t} \ , & N_{t\geq 1} \end{cases}$$

όπου

(ι) η N_t είναι μια στοχαστική διαδικασία Poisson, δηλαδή είναι $N_t \sim P\left(\lambda^D t\right)$ και επειδή $\lambda^D = \sum_{i=1}^{k} \lambda_{ii}^D + \lambda_c^D$ είναι $N_t = \sum_{i=1}^{k} N_y^{(ii)} + N_t^{(c)}$

ii) Οι τυχαίες μεταβλητές $Y_1, Y_2, \ldots Y_{N_t}$ είναι ανεξάρτητες και ισόνομες με την τ.μ Y και N_t είναι επίσης ανεξάρτητες μεταξύ τους.

Συμπέρασμα: Η αρχική $S_t = \sum_{j=1}^{k} S_t^{(j)} = \sum_{j-1}^{k} \sum_{i=1}^{\tilde{N}_t^{(j)}} X_i^{(j)} + \sum_{j=1}^{k} \sum_{i=1}^{N_t^{(c)}} \hat{X}_i^{(j)}$ μετασχηματίστηκε σε σύνθετη Poisson.

Τώρα παρουσιάζουμε μερικές βασικές στατιστικές ιδιότητες της διαδικασίας των συνολικών αποζημιώσεων Είναι προφανές ότι

$E\left(N_t^{(j)}\right) = Var\left(N_t^{(j)}\right) = \lambda_j^D = \sum_{i=1}^{k} p_{lj}^D \lambda_{ll}^D + \lambda_c^D$.Επίσης

$Cov\left(N_t^{(li)}, N_t^{(lj)}\right) = p_{li}^D \, p_{lj}^D \, \lambda_{ll}^D t$ για $1 < i \neq j \leq k$ και η διακύμνση των $N_t^{(i)}$ και

$N_t^{(j)}$ είναι

$$Cov\left(N_t^{(i)}, N_t^{(j)}\right) = Cov\left(\sum_{i=1}^{k} N_t^{(li)} + N_t^{(c)}, \sum_{i=1}^{k} N_t^{(lj)} + N_t^{(c)}\right)$$

$$= \sum_{i=1}^{k} Cov\left(N_t^{(li)}, N_t^{(lj)}\right) + Var\left(N_t^{(c)}\right) \qquad (4.11)$$

$$= \sum_{i=1}^{k} p_{li}^D \, p_{lj}^D \, \lambda_{ll}^D t + \lambda_c^D \left(1 \leq i \neq j \leq k\right)$$

Στην συνέχεια για αποζημίωση j, θεωρούμε

$$E\left(S_t^{(j)}\right)=\mathrm{E}\left(E\left(\sum_{i=1}^{N_t^{(j)}} X_i^{(j)}\middle|N_t^{(j)}\right)\right)=E\left(N_t^{(j)}\right)E\left(X^{(j)}\right)=\left(\sum_{l=1}^{k} p_{lj}^{D}\lambda_{ll}^{D}\right)E\left(X^{(j)}\right)$$

,

$$Var\left(S_t^{(j)}\right)=\mathrm{E}\left(Var\left(\sum_{i=1}^{N_t^{(j)}} X_i^{(j)}\middle|N_t^{(j)}\right)\right)+Var\left(E\left(\sum_{i=1}^{N_t^{(j)}} X_i^{(j)}\middle|N_t^{(j)}\right)\right)$$

$$=E\left(N_t^{(j)}\right)Var\left(X^{(j)}\right)+Var\left(N_t^{(j)}\right)Var\left(X^{(j)}\right)^2$$

$$=\left(\sum_{l=1}^{k} p_{lj}^{D}\lambda_{ll}^{D}+\lambda_c^{D}\right)E\left(X^{(j)}\right)^2$$

.

Λόγω αυτού,

$$\mathrm{E}\left(S_t^{(i)}S_t^{(j)}\right)=E\left(E\left(S_t^{(i)}\middle|N_t^{(11)},N_t^{(22)},\ldots,N_t^{(kk)},N_t^{(c)}\right)\right)$$

$$\times\left(E\left(S_t^{(j)}\middle|N_t^{(11)},N_t^{(22)},\ldots,N_t^{(kk)},N_t^{(c)}\right)\right)$$

$$=E\left(E\left(S_t^{(i)}\middle|N_t^{(11)},N_t^{(22)},\ldots,N_t^{(kk)},N_t^{(c)}\right)\right)$$

$$\times\left(E\left(S_t^{(j)}\middle|N_t^{(11)},N_t^{(22)},\ldots,N_t^{(kk)},N_t^{(c)}\right)\right)$$

$$\left|E\left(\left(\sum_{l=1}^{k} p_{lj}^{D}N_t^{(ll)}+N_t^{(c)}\right)\left(\sum_{l=1}^{k} p_{li}^{D}N_t^{(ll)}+N_t^{(c)}\right)E\left(X^{(i)}\right)E\left(X^{(j)}\right)\right)\right.$$

Έχουμε

$$Cov\left(S_t^{(i)},S_t^{(j)}\right)=E\left(S_t^{(i)}S_t^{(j)}\right)-E\left(S_t^{(i)}\right)E\left(S_t^{(j)}\right)$$

$$=E\left(X_t^{(i)}\right)E\left(X_t^{(j)}\right)\left(\sum_{l=1}^{k} p_{li}^{D}p_{lj}^{D}Var\left(N_t^{ll}\right)+Var\left(N_t^{(c)}\right)\right)$$

$$=E\left(X_t^{(i)}\right)E\left(X_t^{(j)}\right)\left(\sum_{l=1}^{k} p_{li}^{D}p_{lj}^{D}\lambda_{ll}^{D}t+\lambda_c^{D}t\right)$$

Από αυτές τις στατιστικές ιδιότητες, προκύπτει η μέση τιμή και η διακύμανση των συνολικών αποζημιώσεων

$$E(S_t) = E\left(\sum_{j-1}^{k} \sum_{i=1}^{\hat{N}_t^{(j)}} X_i^{(j)} + \sum_{j-1}^{k} \sum_{i=1}^{N_t^{(c)}} \hat{X}_i^{(j)} \right)$$

$$= \sum_{j-1}^{k} \sum_{l=1}^{k} p_{lj}^{D} \lambda_{ll}^{D} E\left(X_i^{(j)}\right) + \sum_{j=1}^{k} \lambda_c^{D} t E\left(\hat{X}^{(j)}\right) \quad , (4.12)$$

$$= \sum_{j-1}^{k} \left(\sum_{l=1}^{k} p_{lj}^{D} \lambda_{ll}^{D} t + \lambda_c^{D} \right) E\left(X^{(j)}\right)$$

$$= \sum_{j=1}^{k} \lambda_j^{D} t E\left(X^{(j)}\right)$$

$$Var(S_t) = Var \sum_{j=1}^{k} S_t^{(j)}$$

$$= \sum_{j=1}^{k} Var\left(S_t^{(j)}\right) \sum_{j=1}^{k} \sum_{i=1, i \neq j}^{k} Cov\left(S_t^{(j)}, S_t^{(i)}\right)$$

$$= \sum_{j=1}^{k} \left(\sum_{l=1}^{k} p_{lj}^{D} \lambda_{ll}^{D} t + \lambda_c^{D} t \right) E\left(\left(X^{(j)}\right)^2 \right)$$

$$+ \sum_{j=1}^{k} \sum_{i=1, i \neq j}^{k} E\left(X^{(i)}\right) E\left(X^{(j)}\right) \left(\sum_{l=1}^{k} p_{li}^{D} \lambda_{lj}^{D} \lambda_{ll}^{D} t + \lambda_c^{D} t \right)$$

4.5 Μοντέλα Κινδύνου για Δύο Ζημιές

Σε αυτή την ενότητα εξετάζουμε την περίπτωση όπου υπάρχουν δύο είδη ζημιών σε κάθε μοντέλο κινδύνου.

4.5.1 Οι κατανομές των συνολικών απαιτήσεων

Μοντέλο Ι : Ανεξάρτητες κλάσεις ζημιών

Τα πρώτο μοντέλο έχει δύο ανεξάρτητες ζημιές. Σε αυτό το μοντέλο, οι $N_t^{l(1)}$ και $N_t^{l(2)}$, ο αριθμός των συνολικών αποζημιώσεων για ζημιά 1 και ζημιά 2, που ακολουθούν σύνθετη Poisson με εντάσεις , λ_1^l και λ_2^l, αντίστοιχα.

Η διαδικασία πλεονάσματος είναι

$$U_t^l = u + ct - S_t^l \ ,$$

όπου

$$S_t^l = S_t^{I(1)} + S_t^{I(2)} = \sum_{i=1}^{N_t^{I(1)}} X_i^{(1)} + \sum_{i=1}^{N_t^{I(2)}} X_i^{(2)} = \sum_{i=1}^{N_t^I} Y_i^I$$

Η κατανομή του Y_i^I δίνεται από

$$F_1(y) = \frac{1}{\lambda^I}\left(\lambda_1^I\right)F_1(y) + \left(\lambda_2^I\right)F_2(y) \quad (4.13)$$

όπου , λ^I είναι ο μετασχηματισμένος τύπος της έντασης Poisson της διαδικασίας αποζημιώσεων $N_t^{|I}$,

και $F_{j(y)}$ είναι η συνάρτηση κατανομής των αποζημιώσεων για την ζημιά j .

Μοντέλο C : Ύπαρξη μόνο κοινού Σοκ

Σε αυτό το μοντέλο εξετάζεται μόνο η ύπαρξη κοινού σοκ.

Σε αυτό το μοντέλο ο αριυμός των συνολικών απολημιώσεων $N_t^{C(1)}$ και $N_t^{C(2)}$ ο για ζημία 1 και ζημιά 2, ακολουθούν σύνθετη Poisson με εντάσεις λ_1^C και λ_2^C , αντίστοιχα. Για την κλάση j , ισχύουν $N_t^{C(j)} = N_t^{C(jj)} + N_t^{C(c)}$ και $\lambda_j^C = \lambda_{jj}^C + \lambda_c^C$. Η διαδικασία του πλεονάσματος είναι $U_t^C = u + ct - S_t^C$ όπου

$$S_t^C = S_t^{C(1)} + S_t^{C(2)} = \sum_{i=1}^{N_t^{C(1)}} X_i^{(1)} + \sum_{i=1}^{N_t^{C(2)}} X_i^{(2)} = \sum_{i=1}^{N_t^C} Y_i^C$$

Η κατανομή Y_i^C δίνεται από τον τύπο

$$F_c(y) = \frac{1}{\lambda^C}\left(\lambda_{11}^C F_1(y) + \lambda_{22}^C F_2(y) + \lambda_c^C F_1 * F_2(y)\right), \quad (4.14)$$

Όπου λ^C είναι η ένταση της μετασχηματισμένης σύνθετης Poisson με N_t^C, και $F_j(y)$ είναι η συνάρτηση πυκνότητας της κλάσης j, και $F_1 * F_2(y)$ είναι η συνέλιξη των των F_1, F_2

Μοντέλο Τ : Ύπαρξη μόνο κύριων και ακόλουθων απαιτήσεων

Το τρίτο μοντέλο εξετάζει την περίπτωση για κύριες και ακόλουθες απαιτήσεις . Σε αυτό το μοντέλο, οι $N_t^{l(1)}$ και $N_t^{l(2)}$, διαδικασία αποζημιώσεων για ζημιά 1 και ζημιά 2, είναι αναεξάρτητες διαδικασίες Poisson με εντάσεις , λ_1^t και λ_2^t, αντίστοιχα. Η διαδικασία πλεονάσματος είναι

$$U_t^T = u + ct - S_t^T \ ,$$

όπου

$$S_t^l = S_t^{I(1)} + S_t^{I(2)} = \sum_{i=1}^{NT(1)} Xt\,i + \sum_{i=1}^{NT(2)} Xt\,i = \sum_{i=1}^{NT(1)} Yti$$

Η κατανομή του Y_i^I δίνεται από

$$F_T(y) = \frac{1}{\lambda^T}\left(\lambda_{11}^T(1-p_{12}^T)\right)F_{1(y)} + \left(\lambda_{22}^T(1-p_{21}^T)\right)F_2(y) + (\lambda_{11}^T p_{12}^T + \lambda_{22}^T p_{21}^T)F_1$$

(4.15)

όπου λ^I είναι ο μετασχηματισμένος τύπος της έντασης Poisson των αποζημιώσεων $N_t^{|I}$, και $F_{j(y)}$ είναι οι αποζημιώσεις για την ζημιά j .*και* $F_1 * F_2(y)$ είναι η συνέλιξη των F_1 F_2

Μοντέλο D : Ύπαρξη Κοινού Σοκ και κύριων και ακόλουθων απαιτήσεων

Στο μοντέλο D εξετάζουμε το κοινό σοκ και την ύπαρξη κύριων και ακόλουθων απαιτήσεων μαζί.

Στο μοντέλο, $N_t^{D(1)}$ και $N_t^{D(2)}$, η διαδικασία αποζημίωσης για ζημία 1 και ζημιά 2, είναι σύνθετη Poisson με εντάσεις λ_1^D και λ_2^D, αντίστοιχα. Για ζημιά j, $N_t^{D(j)} = N_t^{D(jj)} + N_t^{D(2j)} + N_t^{D(e)}$ και $\lambda_j^D = \lambda_{jj}^D p_{jj}^D + \lambda_c^C p_{jj}^D + \lambda_e^D$. Η διαδικασία του πλεονάσματος είναι $U_t^D = u + ct - S_t^D$ όπου

$$S_t^D = S_t^{D(1)} + S_t^{D(2)} = \sum_{i=1}^{N_t^{C(1)}} X_i^{(1)} + \sum_{i=1}^{N_t^{C(2)}} X_i^{(2)} = \sum_{i=1}^{N_t^D} Y_i^D$$

Η κατανομή Y_i^D δίνεται από τον τύπο

Η κατανομή του Y_i^I δίνεται από

$$F_D(y) = \frac{1}{\lambda^T}\left(\lambda_{11}^T(1-p_{12}^T)\right)F_1(y) + \left(\lambda_{22}^D(1-p_{21}^D)\right)F_2(y) + (\lambda_{11}^D p_{12}^D + \lambda_{22}^D p_{21}^D)F_1 * F_2(y)$$

(4.16)

όπου , λ^I είναι ο μετασχηματισμένος τύπος της έντασης Poisson της διαδικασίας αποζημιώσεων $N_t^{|I}$,

και $F_{j(y)}$ είναι οι αποζημιώσεις για την κλάση j *και* $F_1 * F_2(y)$ είναι η ανέλιξη των F_1 , F_2

Παραμετροποίηση των Μοντέλων

Για δίκαιη σύγκριση, θέτουμε τις παραμέτρους με τον τρόπο ώστε όλα τα μοντέλα έχουν τις ίδιες αναμενόμενες απαιτήσεις. Από τις προηγούμενες σχέσεις βλέπουμε ότι εάν θέσουμε

$\lambda_j^i = \lambda_{jj}^C + \lambda_c^T = \lambda_e^D$, τότε τα ποσά των αναμενόμενων απαιτήσεων σε όλα τα μοντέλα είναι το ίδιο. Ως εκ τούτου, θέτουμε $\lambda_j^i = \lambda_{jj}^C + \lambda_c^T$ με

$$\begin{cases} \lambda_j^I = \lambda_j + \lambda' \\ \lambda_j^C = \lambda_{jj}^C + \lambda_c^C = \lambda_j + \lambda' \qquad (\lambda_{jj}^C = \lambda_j \qquad \lambda_c^C = \lambda') \\ \lambda_j^T = \lambda_{11}^t p_{1j}^T + \lambda_{22}^T p_{2j}^T = \lambda_j + \lambda' \qquad (\lambda_{11}^T = \lambda_1, \lambda_{22}^T p_{21}^T = \lambda', \lambda_{22}^T = \lambda_2, \lambda_{11}^T p_{12}^T = \lambda' \end{cases}$$

4.17

Μετά από αυτή την παραμετροποίηση τα ποσά των ζημιών είναι τα ίδια για τα μοντέλα I, C και T.

Για το μοντέλο D,παραμετροποιούμε ανάλογα και εξετάζουμε δύο περιπτώσεις με $\lambda_j^D = \lambda_j + \lambda'$

ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ 1

Ορίζουμε

$p_{12}^D = 0.5 p_{12}^T$, $p_{21}^D = 0.5 p_{21}^T, \lambda_{11}^D = \lambda_1, \lambda_{22}^D = \lambda_2$, $\lambda_c^D = 0.5\lambda'$ οπότε οι εντάσεις για τις δύο κλάσεις είναι:

$$\begin{cases} \lambda_1^{D1} = \lambda_1 + 0.5\lambda_2 p_{21}^T + 0.5\lambda' = \lambda_1 + \lambda' \\ \lambda_2^{D1} = \lambda_2 + 0.5\lambda_1 p_{12}^T + 0.5\lambda' = \lambda_2 + \lambda' \end{cases} \qquad (4.18)$$

όπου λ_i^{D2} ξεχωρίζει για την ένταση της διαδικασίας της κλάσης i στη περίπτωση 1. Την περίπτωση αυτή καλούμε μοντέλο D_2 .

ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ 2

Ορίζουμε $p_{12}^{D} = p_{12}^{T}$, $p_{21}^{D} = p_{21}^{T}$, $\lambda_{c}^{D} = \lambda'$ οπότε οι εντάσεις για τις δύο κλάσεις είναι

$$\begin{cases} \lambda_{1}^{D2} = \lambda_{11}^{D} + \lambda_{22}^{D} p_{21}^{T} + \lambda' = \lambda_{1} + \lambda' \\ \lambda_{2}^{D2} = \lambda_{22}^{D} + \lambda_{11}^{D} p_{12}^{T} + \lambda' = \lambda_{2} + \lambda' \end{cases} \qquad (4.19)$$

όπου η $\lambda_{1}^{\mathrm{D}2}$ ξεχωρίζει για την ένταση της διαδικασίας της κλάσης i σε περίπτωση 2. Την περίπτωση αυτή καλούμε μοντέλο D_2.

Ως εκ τούτου, τόσο το κοινό σοκ όσο και οι κύριες και ακόλουθες απαιτήσεις στην περίπτωση 2 είναι ισχυρότερες από εκείνες στην περίπτωση 1.

Με βάση τις δύο κλάσεις έχουμε

$$\lambda_{j}^{i} = \lambda_{jj}^{C} = \lambda_{c}^{T} = \lambda_{e}^{D1} = \lambda_{e}^{D2}$$

Έτσι ώστε να βεβαιωθούμε ότι τα ποσά των αναμενόμενων απαιτήσεων σε όλα τα μοντέλα είναι το ίδιο. Σύμφωνα με τα αποτελέσματα που φαίνονται στο προηγούμενο κεφάλαιο , η μετασχηματισμένη διαδικασία κινδύνου για τα μοντέλα I, T, C γίνεται με τον μετασχηματισμό σε σύνθετη Poisson έτσι ώστε

$$\lambda^{I} = \lambda_{1} + \lambda_{2} + 2\lambda', \lambda^{T} = \lambda_{1} + \lambda_{2} \quad , \lambda^{C} = \lambda_{1} + \lambda_{2} + \lambda'$$

Ο μετασχηματισμένος τύπος της έντασης Poisson για τα μοντέλα D_1 και D_2, λ^{D1} και λ^{D2}, ισοδυναμεί με, $\lambda_{11}^{\mathrm{D}} + \lambda_{22}^{\mathrm{D}} + \lambda_{e}^{\mathrm{D}}$ όπου παράμετροι για το Μοντέλο 1 καθορίζονται απο τη σχέση 4,17 και για το μοντέλο D_2, απο την σχέση 4.18.

Να τονίσουμε οτι τα $N_{t}^{\mathrm{I(j)}}, N_{t}^{\mathrm{C(j)}}, N_{t}^{\mathrm{T(j)}}, N_{t}^{\mathrm{Dj)}}$,

όπως ορίστηκε στην προηγούμμενη ενότητα είναι ο αριθμός των ζημιών της κατηγορίας j στο Μοντέλο I, Μοντέλο C, Model T, και Μοντέλο D, αντίστοιχα. Δεδομένου ότι υπάρχουν δύο περιπτώσεις $N_t^{D(j)}$ για τα μοντέλα D1 και D2.

Κάποιος μπορεί εύκολα να εξακριβωσεί ότι οι διακυμάνσεις για αυτές τις δύο περιπτώσεις για τα πέντε μοντέλα είναι :

$$
\begin{aligned}
& Cov\left(N_t^{I(1)}\ N_t^{I(2)}\right) = 0 \\
& < Cov\left(N_t^{C(2)}, N_t^{C(2)}\right) = \lambda' t \\
& < Cov\left(N_t^{D1(1)}, N_t^{D1(2)}\right) = 1.5\lambda' t \\
& < Cov\left(N_t^{T(1)}, N_t^{T(2)}\right) = 2\lambda' t \\
& < \left(Cov(N_t^{D2(1)}, N_t^{D2(2)}\right) > 2\lambda' t
\end{aligned}
$$

Αυτό το αποτέλεσμα δείχνει την εξάρτηση μεταξύ των πέντε μοντέλων με τις ίδιες συνολικές ζημιές.

5. ΑΝΑΛΥΣΗ ΤΩΝ ΜΟΝΤΕΛΩΝ ΚΙΝΔΥΝΟΥ ΜΕ ΕΞΑΡΤΩΜΕΝΕΣ ΚΛΑΣΣΕΙΣ ΣΤΟ ΠΛΑΙΣΙΟ ΤΗΣ ΣΤΡΑΤΗΓΙΚΗΣ ΦΡΑΓΜΑΤΟΣ

Εισαγωγή

Σύμφωνα με τα όσα λέχθησαν προηγουμένως οι συνολικές απαιτήσεις με κοινό σοκ ή και και με κύριες και ακόλουθες απαιτήσεις μπορούν να μετατραπούν σε μια διαδικασία Poisson Τα αποτελέσματα αυτά υποδηλώνουν ότι μπορούν να κάνουν χρήση των υφιστάμενων μεθόδων για τη μελέτη του κλασικού μοντέλου κινδύνου με την ύπαρξη στρατηγικής μερίσματος για τη διερεύνηση των επιπτώσεων της εξάρτησης από το βέλτιστο φράγμα. Ακολουθώντας τη μέθοδο του Gerber (2008), που ελέγχει κάποια προβλήματα μερίσματος για τα μοντέλα κινδύνου και την προσέγγιση De Vylder (1978) μπορεί να εκτιμηθεί η βέλτιστη τιμή του μερίσματος . Με βάση αυτές τις προσεγγίσεις, δείχνουμε την εξάρτηση μεταξύ μεταξύ των ζημιών η οποία επηρεάζει την τιμή του φράγματος αλλά και μεγιστοποιεί την αναμενόμενη παρούσα αξία του συνόλου των μερισμάτων μέχρι την χρεοκοπία.

Η διαδικασία πλεονάσματος στο πλαίσιο της στρατηγικής φράγματος έχει οριστεί σε φράγμα σταθερού επιπέδου β, και μπορεί να εκφραστεί ως

$$dUt = \begin{cases} cdt - dSt, Ut < b \\ -dSt, Ut = b \end{cases} \qquad (5.1)$$

όπου

c είναι η ένταση του ασφαλίστρου

St είναι οι συνολικές απαιτήσεις ζημιών για το σύνολο του χαρτοφυλακίου

Η διαδικασία πλεονάσματος υποθέτει ότι όλα τα έσοδα καταβάλλονται όταν το U_t φτάσει στο επίπεδο b, και ότι το πλεόνασμα παραμένει στο b μέχρι το επόμενο αίτημα που φέρνει σε τιμή κάτω από το b.

5.1 Βασικά Αποτελέσματα

Στην ενότητα αυτή, θα συζητήσουμε την αναμενόμενη παρούσα αξία του συνόλου των μερισμάτων μέχρι την στιγμή της χρεοκοπίας και το βέλτιστο φράγμα μερίσματος για το κλασσικό μοντέλο κινδύνου στο πλαίσιο της στρατηγικής του φράγματος.

$$S_t = \begin{cases} 0\,, & N_t = 0 \\ X_1 + X_2 + \ldots + X_{N_t}\,, & N_t \geq 1 \end{cases}$$

Όπου

$N_t \sim P(\lambda t)$

5.1.1 Αναμενόμενες Τιμές Προεξοφλημένων Μερισμάτων

Η παρούσα αξία του συνόλου των μερισμάτων μέχρι την χρεοκοπία περιγράφεται από τον τύπο.

$$D = \int_0^T e^{-\delta\tau} dDt\,, \qquad (5.2)$$

όπου

δ ένταση ανατοκισμού

D_t είναι τα συνολικά μερίσματα που καταβάλλονται μέχρι τη χρονική στιγμή t,

$T = \inf\{t : Ut < 0\}$ είναι η στιγμή της χρεοκοπίας

Σημειώστε ότι η χρεοκοπία είναι βέβαιη υπό την ύπαρξη στρατηγικής σταθερού μερίσματος Έστω $V(u,b)=E(D)$ είναι η αναμενόμενη παρούσα αξία του συνόλου των μερισμάτων μέχρι την χρεοκοπία, η οποία είναι η συνάρτηση του u του αρχικού πλεονάσματος και του ανώτερου ποσού για καταβολή μερίσματος b

Δεσμεύοντας ως το χρόνο και το ύψος της πρώτης απαίτησης, δείχνεται ότι η συνάρτηση $V(u,b)$ ικανονοποιεί την ολοκληρο- διαφορική εξίσωση

$$cV'(u,b)-(\lambda+\delta)V(u,b)+\lambda\int_0^u V(u-y,b)p(y)dy=0 \qquad (5.3)$$

Για $0\le u\le b$, με οριακή συνθήκη την $V'(b,b)=1$

Από την θεωρία των διαφορικών εξισώσεων γνωρίζουμε ότι η λύση αυτής της εξίσωσης είναι ένας γραμμικός συνδιασμός ανεξάρτητων λύσεων της αντίστοιχης ομογενούς στο $(0,\infty]$.

Επειδή η (5.3) είναι μια ομογενής ολοκληροδιαφορική εξίσωση πρώτου βαθμού, τότε αν η συνάρτηση $h(u)$ είναι η θετική λύση της αντίστοιχης ομογενούς στο $\setminus[0,\infty)$, δηλαδή αν η $h(u)$ είναι η θετική λύση της ολοκληροδιαφορικής εξίσωσης

$$ch'(u)-(\lambda+\delta)h(u)+\lambda\int_0^u h(u-y)p(y)dy=0, \qquad u\ge 0$$

τότε η γενική λύση της (5,3) είναι η

$$V(u,b)=k(b)h(u), \qquad 0\le u\le b$$

όπου η σταθερά $k(b)$ πρέπει να προσδιοριστεί από την οριακή συνθήκη που ικανοποιεί η $V(u,b)$

Είναι

$$V'(u,b)=k(b)h'(u)$$

Οπότε για $u=b$ ισχυεί και η

$$V'(b,b)=k(b)h'(b)$$

Επειδή $V'(b,b)=1$ έπεται ότι

$$k(b)=\frac{1}{h'(b)}$$

Άρα, η γενική λύση είναι η

$$V(u.b)=\frac{h(u)}{h'(b)} \qquad 0\le u\le b$$

Άρα είναι

$$h(u) = h(0)\left[\frac{\beta+\rho}{\rho+r}e^{\rho u} - \frac{\beta-R}{\rho+R}e^{-Ru}\right]$$

ή

$$h(u) = \frac{h(0)}{\rho+R}\left[(\beta+\rho)e^{\rho u} - (\beta-R)e^{-Ru}\right]$$

Τότε

$$h'(u) = \frac{h(0)}{\rho+R}\left[\rho(\beta+\rho)e^{\rho u} + R(\beta-R)e^{-Ru}\right]$$

Και

$$h''(u) = \frac{h(0)}{\rho+R}\left[\rho^2(\beta+\rho)e^{\rho u} - R^2(\beta-R)e^{-Ru}\right]$$

Επειδή $h''(b*) = 0$ έπεται ότι το $b*$ είναι η λύση της εξίσωσης

$$\rho^2(\beta+\rho)e^{b*\rho} - R^2(\beta-R)e^{-Rb*} = 0$$

Η παραπάνω εξίσωση γράφεται

$$R^2(\beta-R)e^{-Rb*} = \rho^2(\beta+\rho)e^{\rho b*}$$

ή ισοδύναμα

$$e^{(\rho+R)b*} = \frac{(\beta-R)R^2}{(\beta+\rho)\rho^2}$$

από την οποία έπεται ότι

$$(\rho+R)b* = \ln\frac{(\beta-R)R^2}{(\beta+\rho)\rho^2}$$

Επομένως είναι

$$b* = \frac{1}{\rho+R}\ln\frac{(\beta-R)R^2}{(\beta+\rho)\rho^2}$$

$$\rho(y) = \beta e^{-\beta y}$$
$$c\xi - (\lambda + \delta) + \lambda \hat{\rho}(\xi) = 0$$
$$\hat{\rho}(\xi) = \frac{\beta}{\beta + \xi}$$
$$\Leftrightarrow c\xi - (\lambda + \delta) + \lambda \frac{\beta}{\beta + \xi} = 0$$
$$\Leftrightarrow c\xi(\beta + \xi) - (\lambda + \delta)(\beta + \xi) + \lambda\beta = 0$$
$$\Leftrightarrow c\beta\xi + c\xi^2 - \lambda\beta - \lambda\xi - \delta\beta - \delta\xi + \lambda\beta = 0$$
$$\Leftrightarrow c\xi^2 - (\lambda + \delta - c\beta) - \delta\beta = 0$$

Άρα αυτή η εξίσωση που είναι 2ου βαθμού έχει μόνο μια θετική ρίζα, οπότε η άλλη ρίζα είναι αρνητική

Έστω λοιπόν $\rho \succ 0$, $-R$, όπου $R \succ 0$, οι ρίζες της εξίσωσης Lundberg

Εδώ είναι $\rho_0 = \rho$, $\rho_1 = -R$, $\quad (n = 1 , \beta_1 = \beta)$

Τότε από την (5,13) ισχυεί ότι

$$h(u) = h(0)\left[C_0 e^{\rho u} + C_1 e^{-Ru}\right]$$

Από την (5.14) είναι

$$C_0 = \frac{(\rho_0 + \beta_1)}{\rho_0 + \rho_1} = \frac{\beta + \rho}{\rho + R}$$
$$C_1 = \frac{\rho_1 + \beta_1}{\rho_1 - \rho_0} = \frac{\beta - R}{-(\rho + R)}$$
$$\delta\eta\lambda\alpha\delta\acute{\eta} : C_0 = \frac{\beta + \rho}{\rho + R}, \quad C_1 = -\frac{\beta - R}{\rho + R}$$

Όταν η S_t είναι μια σύνθετη Poisson, η παραγοντοποίηση δίνεται από

$$V(u;b) = \frac{h(u)}{h'(b)}, \qquad 0 \le u \le b \text{ , (5.4)}$$

όπου $h(u)$ είναι η θετική λύση για την ακόλουθη εξίσωση

$$ch'(u) - (\lambda + \delta)h(u) + \lambda \int_0^u h(u - y)p(y)dy = 0, \qquad u > 0, \text{ (5.5)}$$

λ είναι η ένταση της ανέλιξης Poisson

δ είναι η ένταση ανατοκισμού,

$p(y)$ είναι η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας

Η εξίσωση (5.4) εμφανίζεται σε πολλές εκδόσεις, συμπεριλαμβανομένων των BÄuhlmann (1970), Zhou (2005), και Gerber και Shiu (2006a).

Εκτός από ένα σταθερό παράγοντα, μια τέτοια εξίσωση έχει μια μοναδική λύση.

Θεωρούμε οτι b* είναι το βέλτιστο εμπόδιο που μεγιστοποιεί το $V(u;b)$. Με δεδομένο οτι το αρχικό πλεόνασμα u , χαρακτηρίζει την μέγιστη τιμή του $V(u;b)$ σε $V^*(u)$,αυτό είναι , $V^*(u)=V(u;b^*)$. Λόγω του (5.4), μπορεί κανείς να αποκτήσει $V^*(u)$ με την ελαχιστοποίηση $h'(b)$.. Σημειώστε ότι η $b*$ θα πρέπει να πληρεί $h''(b*)=0$.

Έστω $\hat{f}(\xi)=\int_0^\infty e^{-\xi x} f(x)dx$ όπου είναι ο μετασχηματισμός της Laplace της συνάρτησης $f(x), \qquad x>0$.

Από το μετασχηματισμό Laplace της (5.5), έχουμε

$$c\left[-h(0)+\xi\hat{h}(\xi)\right]-(\lambda+\delta)\hat{h}(\xi)+\lambda\hat{h}(\xi)\hat{p}(\xi)=0, \qquad (5,6)$$

η οποία οδηγεί

$$\hat{h}(\xi)=\frac{ch(0)}{\zeta(\xi)}, \qquad (5,7)$$

όπου

$$\zeta(\xi)=c(\xi)=(\lambda+\delta)+\lambda\hat{p}(\xi), \qquad (5,8)$$

είναι γνωστή ως συνάρτηση Lundberg, και $\hat{h}(\xi)$ και $\hat{p}(\xi)$ είναι ο μετασχηματισμός Laplace των $h(\xi)$ και $p(\xi)$, αντίστοιχα. Για να βρούμε μια σαφή έκφραση για την $h(u)$ στην (5.4), θεωρούμε ότι $p(y)$ είναι :

$$p(y)=\sum_{i=1}^{n}\omega_i\beta_i e^{-\beta_i y}, \qquad (5,9)$$

όπου ω_i είναι το βάρος για την εκθετική κατανομή με μέση τιμή β_i^{-1}.

Για $\zeta(\xi)=0$,

$$\lambda \sum_{\iota=1}^{n} \omega_\iota \frac{\beta_i}{\beta_\iota + \xi} = \lambda + \delta - c\xi, \qquad (5,10)$$

Έστω

$$-\beta_n < p_0 < \ldots < -\beta_1 < p_1 < 0 < p_0.$$

Ως εκ τούτου, $\hat{h}(\xi)$ από (5.7) τείνει προς το 0 όπως $\xi \to -|\beta_1, \ldots, -\beta_n$ και τείνει όπως $\xi \to p_0, p_1, \ldots, p_n$. Επιπλέον εάν $\hat{p}(\xi) \to 0$ και $\xi \to \infty$, συνεπάγεται σύμφωνα με (5.6) ότι και $\xi h(\xi) \to h(0)$, όπως $\xi \to \infty$

Ως εκ τούτου, $\hat{h}(\xi)$ γράφεται ως εξής

$$\hat{h}(\xi) = h(0) \frac{\prod_{i=1}^{n} (\xi + \beta_\iota)}{\prod_{k=0}^{n} (\xi + p_k)}, \qquad (5,11)$$

Με τη χρήση της μεθόδου της μερικής κλασμάτων, η (5.11) μπορεί να γραφεί ως

$$\hat{h}(\xi) = h(0) \sum_{k=0}^{n} C_k \frac{1}{\xi - p_k}, \qquad (5,12)$$

Αναστρέφοντας την 5.12 έχουμε

$$h(u) = h(0) \sum_{k=0}^{n} C_k e^{p_k u}, u > 0, \qquad (5,13)$$

Ενώνοντας την (5,11) και (5,12) θέτοντας $\xi - p_k$ και $\xi = p_k$, συμπεραίνουμε

$$C_k = \frac{\prod_{i=1}^{n} (p_k + \beta_\iota)}{\prod_{l=0, l \neq k}^{n} (p_k - p_l)}, \qquad (5,14)$$

Για τα πέντε μοντέλα κινδύνου που αναφέρεται στο τμήμα 4.5, εάν ο αρχικός αριθμός ζημιών σε κάθε μία από τις δύο κατηγορίες ακολουθούν εκθετική κατανομή, τότε μπορεί να αποδειχθεί ότι η μετασχηματισμένος αριθμός ζημιών ακολουθεί εκθετική κατανομή

Συνεπώς η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας έχει τη μορφή

$$p(y) = w_1 \beta_1 e^{-\beta_1 y} + w_2 \beta_2 e^{-\beta_2 y}, \qquad (5.15)$$

Στη συνέχεια, με μετασχημό Laplace έχουμε

$$\hat{p}(y) = w_1 \frac{\beta_1}{\beta_1 + \xi} + w_2 \frac{\beta_2}{\beta_2 + \xi}$$

Σε αυτή την περίπτωση η εξίσωση 5,10 γίνεται

$$\lambda\left(w_1 \frac{\beta_1}{\beta_1 + \xi} + w_2 \frac{\beta_2}{\beta_2 + \xi} \right) = \lambda + \delta - c\xi\,, \qquad (5,16)$$

Αν θεωρήσουμε p_0 , p_1 , p_2 είναι οι λύσεις (5.16). Από την (5.13), έχουμε

$$h(u) = C_0 e^{p_0 u} + C_1 e^{p_1 u} + C_2 e^{p_2 u}\,, \qquad u > 0\,, \qquad (5,17)$$

εκτός από ένα σταθερό παράγοντα, και οι συντελεστές C_0, C_1, C_2 δίνονται από

$$\begin{cases} C_0 = \dfrac{(p_0 + \beta_1)(p_0 + \beta_2)}{(p_0 - p_1)(p_0 - p_2)} \\ C_1 = \dfrac{(p_1 + \beta_1)(p_1 + \beta_2)}{(p_1 - p_0)(p_1 - p_2)} \\ C2 = \dfrac{(p_2 + \beta_1)(p_2 + \beta_2)}{(p_2 - p_0)(p_2 - p_1)} \end{cases}$$

Ως εκ τούτου, με τη χρήση (5.17) και (5.4), μπορεί κανείς να αποκτήσει την ακριβή αξία των αναμενόμενων προεξοφλημένων τιμών όλων των μερισμάτων, μέχρι την χρεοκοπία.

5.2.2Βέλτιστο Φράγμα Μερίσματος

Για να βρούμε $V^*(u)$, θα πρέπει να προσδιορίσουμε το βέλτιστο b* . Στην περίπτωση όπου $p(y)$ είναι μια εκθετική συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας $p(y) = \beta e^{-\beta y}$ έχουμε :

$$b^* = \frac{1}{R+\rho}\ln\frac{(\beta-R)R^2}{(\beta+\rho)\rho^2}, \qquad (5,18)$$

όπου λύνοντας την εξίσωση για $h''(b*)=0$ και $-R$ και ρ είναι οι λύσεις της εξίσωσης

$$c\xi^2 + [c\beta - (\lambda+\delta)]\xi - \beta\delta = 0$$

Αν b^* από την σχέση (5.18) είναι αρνητική, το βέλτιστο φράγμα μερίσματος θα πρέπει να είναι 0. Όσο για τα μοντέλα κινδύνου με μη-εκθετική μεγέθη κατανομή , η εκτίμηση $b*$ δεν είναι διαθέσιμη . Έτσι για την αντιμετώπιση των μη-εκθετικών κατανομών στις μετασχηματισμένες διαδικασίες κίνδυνου έχουμε επιλέξει δύο μεθόδους για να προσεγγίσουμε τις τιμές των b^*.

5.2 Προσέγγιση De Vylder

Παρακινημένος από το έργο του De Vylder (1978), ο Gerber et al. (2008) εξέτασε τηπροσέγγιση De Vylder για να εκτιμήσει μερίσματα όταν δεν ακολουθούν εκθετική κατανομή.

Στη μέθοδο προσεγγίσεως De Vylder, το πρωτότυπο μοντέλο έχει αντικατασταθεί από ένα μοντέλο με εκθετική κατανομή . Ας υποθέσουμε ότι η αρχική διαδικασία πλεονάσματος έχει ασφάλιστρα c , ένταση λ και συνάρτηση πυκνότητα $p(y)$. Στη συνέχεια, οι παράμετροι c και $p(y)$ αντικαθίσταται από $\hat{c}$, $\hat{\lambda}$ και $\beta e^{-\beta y}$, αντίστοιχα.

$$c - \lambda\mu_1 = \hat{c} - \frac{\hat{\lambda}}{\beta}, \quad \lambda\mu_2 = 2\frac{\hat{\lambda}}{\beta^2}, \quad \lambda\mu_3 = 6\frac{\hat{\lambda}}{\beta^3},$$

Όπου μ_1, μ_2 και μ_3 είναι οι πρώτες τρεις στιγμές από τις ζημιές.

Έστω

$$\beta = 3\frac{\mu_2}{\mu_3}, \ \hat{\lambda} = \frac{9\lambda\mu_2^2}{2\mu_3^2}, \ \hat{c} = c - \lambda\mu_1 + \frac{3\lambda\mu_2^2}{2\mu_3}$$

Με βάση την (5.18), παίρνουμε :

$$b^* \approx \frac{1}{R+\rho}\ln\frac{(\beta-R)R^2}{(\beta+\rho)\rho^2}, \qquad (5.19)$$

όπου -R και ρ είναι οι ρίζες της νέας εξίσωσης

$$\hat{c}\xi^2 + \left[\hat{c}\beta - \left(\hat{\lambda}+\delta\right)\right]\xi - \beta\delta = 0.$$

5.3 Προσέγγιση Wienner

Εκτός από την προσέγγιση De Vylder, η προσέγγιση Wienner είναι ένα άλλο εργαλείο για να εκτιμήσουμε την βέλτιστη απονομή μερίσματος. Στη μέθοδο αυτή η διαδικασία Wiener χρησιμοποιείται ως αντικατάσταση για το αρχικό μοντέλο. Κατά

τη διαδικασία Wiener, η παράμετρος είναι $\mu = c - \lambda\mu_1$, και η διακύμανση ανά μονάδα χρόνου είναι $\sigma^2 = \lambda\mu_2$. Στη συνέχεια, από (5.4) έχουμε

$$h(u) = e^{ru} - e^{su},$$

όπου $r > 0$ και $s < 0$ είναι οι λύσεις της εξίσωσης

$$\frac{\sigma^2}{2}\xi^2 + \mu\xi - \delta = 0.$$

Από (5.4), η βέλτιστη τιμή b* μπορεί να βρεθεί θέτοντας $h''\left(b^*\right) = 0$.

Συνεπώς

$$b^* \approx b_1^* - \Delta_1 + \Delta_2, \qquad (5.20)$$

με

$$\Delta_1 = \frac{1}{3}\frac{\mu_3\left(r^3+s^3\right)}{\mu_2(r+s)}b_1^* + \frac{1}{3}\frac{\mu_3}{\mu_2}\frac{3r^2-2rs+3s^2}{(r-s)^2},$$

$$\Delta_2 = \frac{1}{6}\frac{\mu_4}{\mu_2}\frac{(r+s)\left(2r^2-3rs+2s^2\right)}{(r-s)^2} - \frac{1}{18}\frac{\mu_3^2}{\mu_2^2}\frac{(r+s)\left(r^2-4rs+s^2\right)\left(5r^2-4rs+5s^2\right)}{(r-s)^4}$$

$$+\left[\frac{1}{12}\frac{\mu_4}{\mu_2}\frac{r^4+s^4}{(r-s)^2} - \frac{1}{9}\frac{\mu_3^2}{\mu_2^2}\frac{r^6-3r^5s-2r^3s^3-3rs^5+s^6}{(r-s)^4}\right]b_1^*$$

όπου μ_i είναι η νιοστή στιγμή της ζημιάς

5.4 Αριθμητικά Αποτελέσματα

Στην ενότητα αυτή, θα πραγματοποιήθει μια αριθμητική μελέτη για να αξιολογήσει τον αντίκτυπο των δομών εξάρτησεων, σύμφωνα με τοκεφάλαιο 2 , ώστε να προσεγγίσουμε υπό την ύπαρξη σταρτηγικής μερίσματος το βέλτισμο φράγμα.Στα προηγούμενα κεφάλαια, βλέπουμε ότι οι τιμές του φράγματος είναι διαθέσιμες μόνο για κλασικά μοντέλα κινδύνου που ακολουθούν εκθετική κατανομή. Δεδομένου ότι οι μετασχηματισμένες κατανομές στα πέντε μοντέλα της μελέτης είναι εκθετικές, εφαρμόζουμε τις δύο μεθόδους προσέγγισης για να εκτιμίσουμε το βέλτιστο φράγμα. Με τις προσεγγίσεις αυτές για το βέλτιστο φράγμα, τα αποτελέσματα που αναφέρονται στο κεφάλαιο 4.2.1 μπορούν να χρησιμοποιηθούν για τον υπολογισμό των αντίστοιχων αναμενόμενων μειωμένων τιμών όλων των μερισμάτων, μέχρι την χρεοκοπία.

Για τις δύο κατηγορίες της ασφαλιστικής δραστηριότητας, χρησιμοποιούμε εκθετική κατανομή σε ένα παράδειγμα και Erlang κατανομή σε ένα άλλο παράδειγμα. Οι τιμές των παραμέτρων έχουν επιλεχτεί , με τέτοιον τρόπο ώστε και τα πέντε μοντέλα να έχουν την ίδια αναμενόμενη τιμή για σωστή σύγκριση.

5.4.1 Τα ύψη των ζημιών ακολουθούν εκθετικές κατανομές

Σε αυτή την υποενότητα, παρουσιάζουμε ένα αριθμητικό παράδειγμα στο οποίο τα μεγέθη των ζημιών στην κατηγορία 1 και στην κατηγορία 2 ακολουθούν εκθετική κατανομή με μέση τιμή β_1^{-1} και β_2^{-1}, αντίστοιχα.

Από τον ορισμό της συνέλιξης, είναι εύκολο να δείξουμε ότι

$$F_1 * F_2(y) = \frac{\beta_2}{\beta_2-\beta_1}F_1(y) + \frac{\beta_1}{\beta_1-\beta_2}F_2(y).$$

Αντίστοιχα από (4.13)-(4.16) έχουμε

$$
\begin{cases}
F_1(y) = \dfrac{1}{\lambda^{\mathrm{I}}}\left(\lambda_1^I F_1(y) + \lambda_2^I F_2(y)\right), \\
F_C(y) = \dfrac{1}{\lambda^C}\left(\left(\lambda_{11}^C + \dfrac{\lambda_c^C \beta_2}{\beta_2 - \beta_1}\right)F_1(y) + \left(\lambda_{22}^C + \dfrac{\lambda_c^C \beta_1}{\beta_1 - \beta_2}\right)F_2(y)\right), \\
F_{\mathrm{T}}(y) = \dfrac{1}{\lambda^{\mathrm{T}}}\left(\begin{array}{l}\left(\lambda_{11}^{\mathrm{T}}\left(1 - p_{12}^T\right) + \dfrac{\beta_2\left(\lambda_{11}^{\mathrm{T}} p_{12}^T + \lambda_{22}^{\mathrm{T}} p_{21}^T\right)}{\beta_2 - \beta_1}\right)F_1(y) \\ + \left(\lambda_{22}^{\mathrm{T}}\left(1 - p_{21}^T\right) + \dfrac{\beta_1\left(\lambda_{11}^{\mathrm{T}} p_{12}^T + \lambda_{22}^{\mathrm{T}} p_{21}^T\right)}{\beta_1 - \beta_2}\right)F_2(y)\end{array}\right), \\
F_D(y) = \dfrac{1}{\lambda^D}\left(\begin{array}{l}\left(\lambda_{11}^D\left(1 - p_{12}^D\right) + \dfrac{\beta_2\left(\lambda_{11}^D p_{12}^D + \lambda_{22}^D p_{21}^D + \lambda_c^D\right)}{\beta_2 - \beta_1}\right)F1(y) \\ + \left(\lambda_{22}^D\left(1 - p_{21}^D\right) + \dfrac{\beta_1\left(\lambda_{11}^D p_{12}^D + \lambda_{22}^D p_{21}^D + \lambda_c^D\right)}{\beta_1 - \beta_2}\right)F_2(y)\end{array}\right).
\end{cases}
$$

(5.21)

Βλέπουμε ότι όλες οι συναρτήσεις στην (5,21) είναι μείξη

Οι παράμετροι (5.15) είναι $\beta_1 = 0.5$ και $\beta_2 = 2$, Δηλαδή, οι συναρτήσεις πυκνότητας πιθανότητας είναι $f_1(x) = 0.5e^{-0.5x}$ και $f_2(x) = 2e^{-2x}$. Τα βάρη w_1 και w_2, προσδιορίζονται απο (5,21). Επίσης με την παραμετροποίηση των (4.17)-(4,19) θέτουμε $\lambda_1 = 3$, $\lambda_2 = 4$, και $\lambda^{'} = 2$. Εδώ είναι $13(1+\theta)$, όπου $\theta > 0$ ονομάζεται το περιθώριο ασφαλείας για $(b \to \infty)$.

Θεωρούμε την επίδραση της έντασης ανατοκισμού για τις βέλτιστες τιμές. Για τα μοντέλα C, T, D1 και D2, οι τιμές ς του βέλτιστου φράγματος για το μέρισμα υπολογίζονται από (5,19) και (5,20) συνοψίζονται στους Πίνακες 4 έως 5 που παρουσιάζεται στο τμήμα 5,5

Βλέπουμε ότι όσο η ένταση ανατοκισμού αυξάνεται τόσο b^* και V^* μειώνονται. Δεδομένου ότι οι διαφορές μεταξύ των κατά προσέγγιση τιμών του βέλτιστου φράγματος μερίσματος με βάση την προσέγγιση De Vylder και εκείνων που βασίζονται στην προσέγγιση Weinner είναι

πολύ μικρές, χρησιμοποιούμε μόνο την κατά προσέγγιση αξία των b^* που υπολογίζεται από την προσέγγιση De Vylder για τον υπολογισμό της V^*.

Στη συνέχεια θα συγκρίνουμε τις τιμές του βέλτιστου φράγματος μερίσματος από τα πέντε μοντέλα κινδύνου με διαφορετικές δομές της εξάρτησης. Έχουμε καθορίσει $\delta = 0.009$ και αφήνοντας το θ να μεταβάλλεται. Σημειώστε ότι όσο το ποσοστό ασφαλίστρου αυξάνεται τόσο το πλεόνασμα της ασφαλιστικής εταιρείας αυξάνεται πιο γρήγορα με αποτέλεσμα η ασφαλιστική εταιρεία να επιβιώνει για μεγάλο χρονικό διάστημα. Ως αποτέλεσμα, η βέλτιστη τιμή του μερίσματος υπό την ύπαρξη φράγματος μπορεί να μειωθεί ώστε να πληρώνονται περισσότερα μερίσματα. Το γεγονός αυτό αντικατοπτρίζεται πλήρως από τις εκτιμήσεις που αναφέρονται στους Πίνακες 4 και 5.

Έστω $R^I\left(\Psi^I(u)\right)$, $R^C\left(\Psi^C(u)\right)$, $R^{D1}\left(\Psi^{D1}(u)\right)$, $R^T\left(\Psi^T(u)\right)$, και $R^{D2}\left(\Psi^{D2}(u)\right)$, αντίστοιχα. Οι Wan et al. (2006) απέδειξαν την ακόλουθη σχέση μεταξύ των συντελεστών προσαρμογής $R^I > R^C > R^{D1} > R^T > R^{D2}$, (5,22)

Από τη γνωστή ανισότητα Lundberg, ο συντελεστής προσαρμογής R μιας σύνθετης Poisson με αρχικό πλεόνασμα u δίνει πιθανότητα χρεοκοπίας e^{-Ru}. Ως εκ τούτου, όσο μεγαλύτερος είναι ο συντελεστής προσαρμογής, τόσο μικρότερη είναι η πιθανότητα χρεοκοπίας . Υπό την έννοια αυτή, όπως προκύπτει από το (4,20) και (5,22) ότι όσο υψηλότερος είναι ο βαθμός εξάρτησης, τόσο πιο επικίνδυνη είναι η συνολική διαδικασία ζημιών . Όπως αναφέρθηκε στην Wan et al. (2006), τα αποτελέσματα αυτά δείχνουν ότι τόσο η επιλογή της δομής της εξάρτησης και ο προσδιορισμός των τιμών των παραμέτρων είναι ζωτικής σημασίας για την αξιολόγηση του κινδύνου για ένα βιβλίο πολλών ασφαλιστικών επιχειρήσεων. Wan et al. (2006) επίσης έδειξε κάποια εμπειρικά στοιχεία που δείχνουν ότι

$$\Psi^I(u) > \Psi^C(u) > \Psi^{D1}(u) > \Psi^T(u) > \Psi^{D2}(u), \qquad (5.23)$$

Αν b_I^*, b_C^*, b_T^*, b_{D1}^*, και b_{D2}^* να είναι οι τιμές των βέλτιστων μερισμάτων υπό την ύπαρξη φραγματος για το υπόδειγμα I, Μοντέλο C, Model T, μοντέλο D1 και D2 μοντέλο, αντίστοιχα. Από τους Πίνακες 4 και 5 , βλέπουμε ότι $b_I^* < b_C^* < b_{D1}^* < b_T^* < b_{D2}^*$,

(5. 24)

Ένα τέτοιο αποτέλεσμα μας δίνει μια ιδέα ότι η βέλτιστη τιμή του μερίσματος θα πρέπει να τεθεί σε ένα υψηλότερο επίπεδο για μεγαλύτερο αναμενόμενο χρόνο επιβίωσης όταν ο βαθμός εξάρτησης μεταξύ των δύο κατηγοριών γίνεται ισχυρότερη. Κατά συνέπεια, η αναμενόμενη παρούσα αξία του συνόλου των μερισμάτων, μέχρι την χρεοκοπία μπορεί να μεγιστοποιηθεί. Αναμφίβολα, (5,24) είναι σύμφωνη με την (4,20), (5,22) και (5,23). Τα αποτελέσματα που εμφανίζονται στους Πίνακες 4-8 υπολογίζονται χρησιμοποιώντας την προσέγγιση Wienner και την προσέγγιση De Vylder, όπου είναι χρήσιμο να ελέγξει εμπειρικά πόσο κοντά είναι οι τιμές είναι με τα αποτελέσματα χρησιμοποιώντας τον ακριβή

υπολογισμό της. Όταν μπορεί κανείς να χρησιμοποιήσει (3.3) και (3.16) για να υπολογίσουμε με ακρίβεια την αναμενόμενη παρούσα αξία του συνόλου των μερισμάτων, μέχρι την χρεοκοπία , η αξία των $V^*(u)$ μπορεί να ληφθεί με απλή αριθμητική αναζήτηση. Θέτοντας $\theta = 0.2$, $u = 50$, και $\delta = 0.009$. Ο Πίνακας 10 δείχνει ότι η ακριβής αξία των $V(50, b)$ για το βέλτιστο φράγμα δίδονται στους Πίνακες 8 και 9. Για παράδειγμα, για Model C, η μεγαλύτερη τιμή είναι $V(50,66.4) = 270.1687$ όταν η αξία των εξαρτημένων τιμών φράγματος είναι 66.4. Βλέπουμε από τον Πίνακα 8 (Πίνακας 9) ότι το αντίστοιχο βέλτιστο φράγμα του μερίσματος με βάση την προσέγγιση De Vylder είναι $66.3982(66.397)$. Αυτά τα αριθμητικά αποτελέσματα δείχνουν ότι και οι δύο μέθοδοι προσέγγισης λειτουργούν πολύ καλά για τα μεγέθη που ακολουθούν μια μείξη εκθετικής κατανομής.

5.4.2 Τα ύψη των ζημιών ακολουθούν κατανομή Erlang

Εδώ, θα στρέψουμε την προσοχή μας σε ένα παράδειγμα με Erlang κατανομή σε κάθε κατηγορία. Συγκεκριμένα, οι συναρτήσεις πυκνότητας πιθανότητας για την κατηγορία 1 και της κατηγορίας 2 είναι

$$\begin{cases} f1(x) = xe^{-x}, x > 0, \\ f_2(x) = 16xe^{-4x}, x > 0 \end{cases}, \qquad (5,26)$$

Λόγω της πολυπλοκότητας της κατανομής Erlang, δεν μπορούμε να προσεγγίσουμε την ακριβή τιμή των αναμενόμενων προεξοφλημένων μερισμάτων μέχρι την χρεοκοπία. Ως εκ τούτου, έχουμε εφαρμόσει μόνο την προσέγγιση De Vylder και την προσέγγιση Wienner για τον υπολογισμό της κατά προσέγγισης τιμής της βέλτιστης τιμής μερίσματος υπό την ύπαρξη φράγματος.

Θέτουμε τις παραμέτρους (4.17), (4.18) και (4.19) να είναι $\lambda_1 = 3$, $\lambda_2 = 4$, και $\lambda' = 2$. Επίσης θέτουμε $\theta = 0.2$ ώστε το ασφάλιστρο να είναι $15.6(1+\theta)$. Οι πίνακες 11 έως 14 δείχνουν ότι οι τιμές των μερισμάτων με την ύπαρξη φράγματος μειώνεται καθώς η ένταση ανατοκισμού αυξάνεται . Οι Πίνακες 15 και 16 αποκαλύπτουν το γεγονός ότι οι τιμές των μερισμάτων με την ύπαρξη φράγματος θα πρέπει να μεωθούν καθώς το θ αυξάνεται .

Από (5,25), είναι εύκολο να διαπιστώσουμε ότι οι συνολικές απαιτήσεις ζημιών που ακολουθούν κατανομή Erlang είναι ίδιες και όταν οι συνολικές απαιτήσεις ζημιών ακολουθούν εκθετική κατανομή . Ωστόσο, σε κάθε μοντέλο, βλέπουμε από τον πίνακα 17 ότι η διακύμανση της συνολικής απίτησης ζημιών με εκθετική κατανομή είναι μεγαλύτερη από ότι με Erlang κατανομή . Επίσης, συγκρίνοντας τις ουρές της εκθετικής και Erlang

κατανομής μπορεί να δειχθεί ότι η ουρά της εκθετικής κατανομής είναι βαρύτερη από την ουρά κατανομής Erlang .

5.5 Παράρτημα Πινάκων

Πίνακας 4 Βέλτιστες τιμές για το μοντέλο C με εκθετική αξίωση

	$\delta = 0.005$	$\delta = 0.010$	$\delta = 0.015$	$\delta = 0.020$	$\delta = 0.025$
b^* (De Vylder approximations)	80.232	63.912	54.3825	47.7197	42.6604
b^* (Diffusion approximations)	80.2238	86.8909	54.3536	47.6854	42.622
V^* basen on b^* (De Vylder)	485.8878	243.8973	166.9814	130.3246	109.4351

Πίνακας 5 Βέλτιστες τιμές για το μοντέλο T με εκθετική αξίωση

	$\delta = 0.005$	$\delta = 0.010$	$\delta = 0.015$	$\delta = 0.020$	$\delta = 0.025$
b^* (De Vylder approximations)	84.4851	66.9468	56.7349	49.6177	44.2306
b^* (Diffusion approximations)	84.4527	66.9115	56.6978	49.5792	44.191
V^* basen on b^* (De Vylder)	480.7133	240.6639	164.577	128.3905	107.8014

Πίνακας 6 Βέλτιστες τιμές για το μοντέλο D1 με εκθετική αξίωση

	$\delta = 0.005$	$\delta = 0.010$	$\delta = 0.015$	$\delta = 0.020$	$\delta = 0.025$
b^* (De Vylder approximations)	82.3782	65.4473	55.575	48.6834	43.4588
b^* (Diffusion approximations)	82.3568	65.4182	55.5413	48.6465	43.4194

V^* basen on b^* (De Vylder)	483.3039	242.2693	165.7646	129.342	108.6025

Πίνακας 7 Βέλτιστες τιμές για το μοντέλο D2 με εκθετική αξίωση

	$\delta = 0.005$	$\delta = 0.010$	$\delta = 0.015$	$\delta = 0.020$	$\delta = 0.025$
b^* (De Vylder approximations)	85.5246	67.6838	57.3033	50.0744	44.607
b^* (Diffusion approximations)	85.4874	67.6459	57.2648	50.0354	44.5676
V^* basen on b^* (De Vylder)	479.4154	239.8692	163.9935	127.9257	107.4119

Πίνακας 8 Βέλτιστη εμπόδια με εκθετικές αξιώσεις - De Vylder προσέγγιση

	Model I	Model C	Model D1	Model T	Model D2
θ	b_I^*	b_C^*	b_{D1}^*	b_T^*	b_{D2}^*
0.1	66.2091	68.8117	70.0371	71.2166	71.7899
0.2	63.0252	66.3982	68.0251	69.6155	70.3977
0.3	56.7342	59.9318	61.4831	63.0058	63.7570
0.4	51.9717	54.9044	56.3289	57.7286	58.4197
0.5	48.4764	51.1730	52.4824	53.7689	54.4042
0.6	45.8471	48.3476	49.5606	50.7518	51.3398
0.7	43.8121	46.4509	47.2838	48.3957	48.9443
0.8	42.1967	44.4011	45.4673	46.5128	47.0284
0.9	40.8870	42.9783	43.9883	44.9778	45.4655
1.0	39.8060	41.8013	42.7633	43.7050	44.1688
1.1	38.9004	40.8130	41.7338	42.6342	43.0774
1.2	38.1321	39.9729	40.8578	41.7223	42.1476
1.3	37.4730	39.2510	40.1043	40.9373	41.3469
1.4	36.9022	38.6248	39.4503	40.2554	40.6510
1.5	36.4040	38.0772	38.8779	39.6582	40.0414

Πίνακας 9 Φραγμοί με εκθετικές αξιώσεις - προσέγγιση διάχυσης.

	Model I	Model C	Model D1	Model T	Model D2
θ	b_I^*	b_C^*	b_{D1}^*	b_T^*	b_{D2}^*
0.1	66.1976	68.7999	70.0258	71.2058	71.7795
0.2	63.0302	66.379	67.9972	69.5806	70.3599
0.3	56.7583	59.8988	61.4286	63.9335	63.677
0.4	52.0114	54.8487	56.2369	57.6063	58.2842
0.5	48.5265	51.0859	52.3427	53.5852	54.2012
0.6	45.9023	48.2209	49.3638	50.4962	51.0584
0.7	43.8671	45.9767	47.0214	48.0589	48.5749
0.8	42.2466	44.1725	45.1313	46.0863	46.5622
0.9	40.9270	42.6888	43.5716	44.4537	44.8943
1.0	39.8317	41.4448	42.2591	43.0762	43.4852
1.1	38.9078	40.384	41.136	41.894	42.2747
1.2	38.1173	39.4662	40.1607	40.8646	41.2193
1.3	37.4326	38.6618	39.3028	39.9565	40.2872
1.4	36.8330	37.9487	38.5393	39.1462	39.4545
1.5	36.3029	37.3101	37.853	38.4156	38.703

Πίνακας 10 Αναμενόμενες μειωμένες τιμές όλων των μερισμάτων, μέχρι την καταστροφή.

Model C		Model D1		Model T		Model D2	
b	V	b	V	b	V	b	V
65.6	270.1399	67.2	268.3884	68.8	266.6591	69.6	265.8022
65.7	270.1466	67.3	268.3950	68.9	266.6653	69.7	265.8081
65.8	270.1524	67.4	268.4007	69.0	266.6707	69.8	265.8132
65.9	270.1573	67.5	268.4056	69.1	266.6753	69.9	265.8175
66.0	270.1613	67.6	268.4096	69.2	266.6790	70.0	265.8210
66.1	270.1645	67.7	268.4128	69.3	266.6819	70.1	265.8237
66.2	270.1668	67.8	268.4151	69.4	266.6840	70.2	265.8256
66.3	270.1682	67.9	268.4167	69.5	266.6854	70.3	265.8268
66.4	**270.1687**	**68.0**	**268.4173**	**69.6**	**266.6859**	**70.4**	**265.8271**
66.5	270.1684	68.1	268.4172	69.7	266.6857	70.5	265.8267
66.6	270.1672	68.2	268.4162	69.8	266.6846	70.6	265.8256
66.7	270.1652	68.3	268.4145	69.9	266.6828	70.7	265.8237
66.8	270.1624	68.4	268.4119	70.0	266.6803	70.8	265.8210
66.9	270.1588	68.5	268.4086	70.1	266.6769	70.9	265.8176
67.0	270.1543	68.6	268.4045	70.2	266.6729	71.0	265.8135

Πίνακας 11 Φραγμοί με αξιώσεις Erlang για το μοντέλο C

	$\delta = 0.005$	$\delta = 0.010$	$\delta = 0.015$	$\delta = 0.020$	$\delta = 0.025$
b^* (De Vylder approximations)	65.7368	53.4538	46.2261	41.1258	37.2158
b^* (Diffusion approximations)	65.6569	53.392	46.1749	41.0819	37.1774

Πίνακας 12 Φραγμοί με αξιώσεις Erlang για το μοντέλο T

	$\delta = 0.005$	$\delta = 0.010$	$\delta = 0.015$	$\delta = 0.020$	$\delta = 0.025$
b^* (De Vylder approximations)	70.513	56.9883	49.0494	43.4643	39.1963
b^* (Diffusion approximations)	70.4172	56.9177	48.9933	43.4182	39.1578

Πίνακας 13 Φραγμοί με αξιώσεις Erlang για το μοντέλο D1

	$\delta = 0.005$	$\delta = 0.010$	$\delta = 0.015$	$\delta = 0.020$	$\delta = 0.025$
b^* (De Vylder approximations)	68.1529	55.2468	47.6616	42.3171	38.2264
b^* (Diffusion approximations)	68.064	55.1798	47.6073	42.2715	38.1875

Πίνακας 14 Φραγμοί με αξιώσεις Erlang για το μοντέλο D2

	$\delta = 0.005$	$\delta = 0.010$	$\delta = 0.015$	$\delta = 0.020$	$\delta = 0.025$
b^* (De Vylder approximations)	71.6735	57.8411	49.7267	44.0225	39.6671
b^* (Diffusion approximations)	71.575	57.7691	49.67	43.9764	39.629

Πίνακας 15 Φραγμοί με αξιώσεις Erlang – Προσέγγιση De Vylder

	Model I	Model C	Model D1	Model T	Model D2
θ	b_I^*	b_C^*	b_{D1}^*	b_T^*	b_{D2}^*
0.1	57.4809	60.8632	62.4368	63.9406	64.6682
0.2	51.3783	55.3304	57.2178	59.0528	59.952
0.3	45.0972	48.7442	50.4943	52.202	53.0413
0.4	40.7066	44.0222	45.6131	47.1663	47.9299
0.5	37.5801	40.6213	42.0781	43.4994	44.1979
0.6	35.2629	38.0838	39.432	40.7458	41.391
0.7	33.4842	36.1268	37.3866	38.6126	39.2143
0.8	32.0789	34.5753	35.7623	36.9158	37.4814
0.9	30.9425	33.3172	34.4433	35.5361	36.0714
1.0	30.0059	32.2777	33.3523	34.3936	34.9032
1.1	29.2216	31.4065	32.4359	33.4331	33.9205
1.2	28.556	30.6639	31.6561	32.6149	33.0832
1.3	27.9846	30.0263	60.9851	31.9104	32.3619
1.4	27.4893	29.4727	30.4021	31.2978	31.7345
1.5	27.0564	28.988	29.8912	30.7607	31.1843

Πίνακας 16 Φραγμοί με αξιώσεις Erlang - προσέγγιση διάχυσης

	Model I	Model C	Model D1	Model T	Model D2
θ	b_I^*	b_C^*	b_{D1}^*	b_T^*	b_{D2}^*
0.1	57.4721	60.8541	62.428	63.9326	64.6605
0.2	51.3319	55.266	57.1475	58.9784	59.8761
0.3	44.9963	48.6006	50.336	52.0325	52.8672
0.4	40.5383	43.7824	45.3482	46.8816	47.6372
0.5	37.3333	40.2714	41.6915	43.0838	43.7704
0.6	34.9282	37.6121	38.9111	40.1859	40.8151
0.7	33.0531	35.5228	36.7203	37.8969	38.478
0.8	31.5439	33.83	34.9409	36.0339	36.5743
0.9	30.2969	32.4222	33.458	34.4788	34.9841
1.0	29.2434	31.2255	32.1951	33.1526	33.6272
1.1	28.3366	30.1893	31.0995	32.0007	32.4481
1.2	27.5433	29.2774	30.1338	30.9841	31.4071
1.3	26.8394	28.4637	29.2706	30.0747	30.4755
1.4	26.2071	27.7285	28.4898	29.2512	29.66317
1.5	25.6329	27.0573	27.7757	28.4975	28.8593

Πίνακας 17 Διακυμάνσεις των συνολικών διαδικασιών αξιώσεων

	MODEL I	MODEL C	MODEL D1	MODEL T	MODEL D2
Variance of S_t Με exponential claims	43	47	49	51	52
Variance of S_t Με Earlang claims	32.25	36.25	38.25	40.25	41.25

6. ΑΝΑΛΥΣΗ ΤΩΝ ΜΟΝΤΕΛΩΝ ΚΙΝΔΥΝΟΥ ΜΕ ΕΞΑΡΤΩΜΕΝΕΣ ΖΗΜΙΕΣ ΥΠΟ ΤΗΝ ΥΠΑΡΞΗ ΣΤΡΑΤΗΓΙΚΗΣ ΜΕΡΙΣΜΑΤΟΣ ΚΑΤΩΦΛΙΟΥ

Εισαγωγή

Σε αυτό το κεφάλαιο εξετάζουμε μια άλλη πληρωμή μερίσματος υπό την ύπαρξη στρατηγικής μερίσματος , σύμφωνα με την οποία η πιθανότητα χρεοκοπίας μπορεί να είναι μικρότερη από ένα.

Οι Gerber και Shiu (2006b) μελετήσαν αυτή τη στρατηγική μερίσματος κατωφλίου για τον μοντέλο σύνθετης Poisson. Σε αυτό το κεφάλαιο χρησιμοποιούμε τα αποτελέσματα της μελέτης τους για να μελετήσουμε το μοντέλο κινδύνου με εξαρτημένες ζημιές στο πλαίσιο της στρατηγικής μερίσματος κατωφλιού.

Παράλληλα, με την ανάλυση που προηγήθηκε στο προηγούμενο κεφάλαιο θεωρούμε τα ίδια μοντέλα κινδύνου με κοινό σοκ και/ ή με κύριες και ακόλουθες απαιτήσεις .

Όπως αναφέρθηκε και σε προηγούμενο κεφάλαιο η διαδικασία πλεονάσματος στο πλαίσιο της στρατηγικής κατωφλίου δίνεται από

$$dU_t = \begin{cases} cdt - dSt, & U_t \le b \\ (c-a)dt - dSt, & U_t > b \end{cases}, \qquad (6.1)$$

όπου

c : το ασφάλιστρο , η συνολική διαδικασία απαιτήσεων των ζημιών για όλο το χαρτοφυλάκιο St : η συνολική διαδικασία απαιτήσεων των ζημιών για όλο το χαρτοφυλάκιο και ακολουθεί σύνθετη Poisson

b : τιμή κατωφλίου,

α : το ποσοστό μερίσματος για $U_t \ge b$ με $c \ge a$.

Στην εξίσωση (6.1) βλέπουμε ότι τα μερίσματα καταβάλλονται με ρυθμό α όταν το πλεόνασμα είναι πάνω από το φράγμα b. Ως εκ τούτου, το καθαρό ποσοστό ασφαλίστρου μετά την πληρωμή των μερισμάτων είναι $c - a \ge 0$.

6.1 Αναμενόμενες προεξοφλούμενες τιμές μερισμάτων

Στην πρώτη υποενότητα, παρουσιάζουμε δύο ολοκληρο- διαφορικές εξισώσεις, οι οποίες θα χρησιμοποιηθούν για τη λήψη της αναμενόμενης παρούσας αξίας όλων των μερισμάτων, μέχρι την χρεοκοπία στη δεύτερη υποενότητα.

6.1.1 Ολοκληροδιαφορικές εξισώσεις

Θεωρούμε D είναι η παρούσα αξία όλων των μερισμάτων, μέχρι την στιγμή της χρεοκοπίας. Επειτα,

$$D = \int_0^T e^{-\delta t} dD_t \ ,$$

Όπου

δ : ένταση ανατοκισμού

D_t :είναι το σύνολο των μερισμάτων που καταβάλλονται μέχρι τον χρόνο t ,

$T = \inf\{t : S_t < 0\}$: είναι η στιγμή της χρεοκοπίας

Έστω $V(u;b) = E(D)$ η αναμενόμενη παρούσα αξία του συνόλου των μερισμάτων μέχρι την χρεοκοπία .

Για S_t, υπενθυμίζουμε ότι η ένταση Poisson είναι λ και η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας είναι $p(y)$. Λόγω (5.1) και (5.2) των Gerber και Shiu (2006b), βλέπουμε οτι $V(u;b)$ ικανοποιεί τις ακόλουθες ολοκληρο-διαφορικές εξισώσεις

$$cV'(u;b) - (\lambda + \delta)V(u;b) + \lambda \int_0^u V(u-y;b)p(y)dy = 0, \quad 0 < u < b,$$

(6.2)

$$\alpha + (c-a)V'(u;b) + \lambda \int_0^u V(u-y;b)p(y)dy = 0, \qquad u > b, \qquad (6.3)$$

Για $u \to \infty$, έχουμε

$$\lim_{u\to\infty} V(u;b) = \frac{\alpha}{\delta}, \qquad (6.4)$$

Το οποίο ισούται με την παρούσα αξία μιας συνάρτησης με συνεχείς πληρωμές με ρυθμό α . Επίσης, λόγω (6.2) και (6.3), βλέπουμε ότι $u = b$,

$$cV'(b-;b) = (c-\alpha)V'(b+;b) + \alpha .$$

Στη συνέχεια , χρησιμοποιώντας τα αποτελέσματα των Gerber και Shiu (2006β), δείχνουμε πώς να υπολογίσουμε την αναμενόμενη παρούσα αξία του συνόλου των μερισμάτων μέχρι την στιγμή της χρεοκοπίας .

Θεωρούμε ότι $p(y)$ είναι συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας είναι μείξη εκθετικών κατανομών.

$$p(y) = \sum_{i=1}^{u} w_i \beta_i e^{-\beta_i y}, \qquad y > 0, \qquad (6.5)$$

Με $w_i > 0$ για $i = 1,2,\ldots,n$ και $\sum_{i-1}^{n} w_i = 1$ και $0 < \beta_1 < \beta_2 < \ldots < \beta_n$.

Για $0 \le u \le b$, στη σχέση (5.3) οτι

$$ch'(u) - (\lambda + \delta)h(u) + \lambda \int_0^u h(u-y)p(y)dy = 0, \qquad (6.6)$$

Όπου $h(u)$ είναι μια μοναδική λύση της (6.6) και ικανοποιεί τη σχέση

$$V(u;b) = \zeta h(u), \qquad (6.7)$$

Όπου ζ δεν εξαρτάται από u .

Συνεπάγεται οτι

$$h(u) = h(0) \sum_{k=0}^{n} C_k e^{p_k u}$$

Όπου C_k δίνεται απο

$$C_k = \frac{\prod_{i-1}^{n} (\rho_k + \beta_i)}{\prod_{l=0, l \ne k}^{n} (\rho_k - \rho_l)},$$

Και $\rho_0, \rho_1, \ldots, \rho_n$ είναι $n+1$ οι τιμές ξ ικανοποιούν

$$\lambda \sum_{i=1}^{n} w_i \frac{\beta_i}{\beta_i + \xi} = \lambda + \delta - c\xi$$

Επιπρόσθετα,

$$V(u;b) = \zeta h(0) \sum_{k=0}^{n} C_k e^{p_k u} = \gamma \sum_{k=0}^{n} C_k e^{p_k u}, \qquad (6.8)$$

Όπου η $\gamma = \zeta h(0)$ δεν εξαρτάται απο u .

Για $b \le u$, έχουμε

$$\left(\frac{d}{du}+\beta\right)\int_0^u V(u-y;b)\beta e^{-\beta y}dy=\beta V(u;b),$$

Η ολοκληρο- διαφορική εξίσωση (6.3) μπορεί να μετατραπεί σε μια γραμμική ολοκληρο-διαφορική εξίσωση με σταθερούς συντελεστές της τάξης $n+1$ με $\prod_{i=1}^{n}\left(\frac{d}{du}+\beta\right)$ (6.3). Επίσης, μια λύση είναι α/δ.

Έτσι έχουμε

$$V(u;b)=\frac{\alpha}{\delta}+\sum_{k=0}^{n}D_k e^{s_k u}\,. \qquad (6.9)$$

Στην συνέχεια εάν ενώσουμε τις (6,5), (6,8), και (6,9) σε (6,3) προκύπτει

$$\alpha+(c-\alpha)\sum_{k=0}^{n}D_k s_k e^{s_k u}-(\lambda+\delta)\left(\frac{\alpha}{\delta}+\sum_{k=0}^{n}D_k e^{s_k u}\right)+\gamma\lambda\sum_{i=0}^{n}\sum_{k=0}^{n}w_i\frac{\beta_i}{\beta_i+\rho_k}\left(e^{\rho_k b-\beta_i(u-b)}\right)$$

$$+\lambda\frac{\alpha}{\delta}\sum_{i=1}^{n}w_i\left(1-e^{-\beta_i(u-b)}\right)+\lambda\sum_{i=0}^{n}\sum_{k=0}^{n}w_i D_k\frac{\beta_i}{\beta_i+s_k}\left(e^{s_k u}-e^{s_k b-\beta_i(u-b)}\right)=0$$

,

(6.10)

Ο σταθερός όρος στην αριστερή και πλευρά του (5.11) είναι. $e^{s_k u}$

$$(c-\alpha)s_k-(\lambda+\delta)+\lambda\sum_{i=1}^{n}w_i\frac{\beta_i}{\beta_i+s_k}=0,\qquad k=0,1,\ldots,n$$

από την οποία παίρνουμε τις τιμές των s_k με

$$-\beta_n<s_n<\ldots<-\beta_2<s_2<-\beta_1<s_1<0<s_0$$

Απο (6.4) και (6.9), D_0 πρέπει να είναι ίσο με 0. Τέλος, θα πρέπει να βρούμε τις τιμές των $\gamma, D_1,\ldots,D_n$ για υπολογίσουμε την $V(u;b)$. Εξισώνοντας το συντελεστή $e^{-\beta_i u}$ με 0 από (6.10), λαμβάνουμε

$$\gamma\sum_{k=0}^{n}C_k\frac{1}{\beta_i+\rho_k}e^{\rho_k b}=\frac{\alpha}{\delta}\frac{1}{\beta_i}+\sum_{k=0}^{n}D_k\frac{1}{\beta_i+s_k}e^{s_k b},\quad i=0,1,\ldots,n$$

(6.11)

Για $u=b$ στις σχέσεις (6.8) και (6.9) έπεται ότι

$$\gamma \sum_{k=0}^{n} C_k e^{\rho_k b} = \frac{\alpha}{\delta} + \sum_{k=0}^{n} D_k e^{s_k b}. \qquad (6.12)$$

Λόγω (6.11) και (6.12), είναι $n+1$ γραμμικές εξισώσεις για $\gamma, D_1, \ldots, D_n$. Ως εκ τούτου μπορούμε να υπολογίσουμε τις τιμές $\gamma, D_1, \ldots, D_n$ και την εκτιμώμενη μείωση τιμής όλων των εξαρτημένων μέχρι την στιγμή χρεοκοπίας χρησιμοποιώντας (6.8) και (6.9).

6.2 Αριθμητικά αποτελέσματα για εκθετικά ύψη ζημιών

Παρόμοια με την ενότητα 3.5, θα πραγματοποιήσουμε μια αριθμητική μελέτη με βάση τα πέντε μοντέλα που παρουσιάζονται στην ενότητα 4,5 .. Στην ενότητα αυτή, υποθέτουμε ότι τα μεγέθη τιμών σε κάθε τάξη ακολουθεί μια εκθετική κατανομή.
Για δίκαιη σύγκριση, θέτουμε και πάλι τις παραμέτρους με τέτοιο τρόπο ώστε και τα πέντε μοντέλα να έχουν τις ίδιες αναμενόμενες απαιτήσεις ζημιών .

6.2.1 Η Επιρροή της Εξαρτημένης $V(u;b)$

Πρωτού παρουσιάσουμε τα αριθμητικά αποτελέσματα, για $n=2$ θεωρούμε ότι η $p(y)$ είναι η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας .
Οπότε

$$p(y) = w_1 \beta_1 e^{-\beta_1 y} + w_2 \beta_2 e^{-\beta_2 y}. \qquad (6.13)$$

Τότε (6.8) δίνει

$$V(u;b) = \gamma\left(C_0 e^{p_0 u} + C_1 e^{p_1 u} + C_2 e^{p_2 u}\right), \qquad 0 \le u \le b, \qquad (6.14)$$

Όπου

$$\begin{cases} C_0 = \dfrac{(\rho_0+\beta_1)(\rho_0+\beta_2)}{(\rho_0-\rho_1)(\rho_0-\rho_2)} \\ C_1 = \dfrac{(\rho_2+\beta_1)(\rho_1+\beta_2)}{(\rho_1-\rho_0)(\rho_2-\rho_1)}, \\ C_2 = \dfrac{(\rho_2+\beta_1)(\rho_1+\beta_2)}{(\rho_2-\rho_0)(\rho_2-\rho_1)} \end{cases}$$

Και ρ_0, ρ_1, ρ_2 είναι οι λύσεις της εξίσωσης

$$\lambda\left(w_1 \frac{\beta_1}{\beta_1+\xi} + w_2 \frac{\beta_2}{\beta_2+\xi}\right) = \lambda + \delta - c\xi$$

Για $u \geq b$ μπορούμε να γράψουμε (6.9) όπως

$$V(u;b) = \frac{\alpha}{\delta} + D_1 e^{s_1 u} + D_2 e^{s_2 u}, \qquad b \leq u, \qquad (6.15)$$

Όπου s_1 και s_2 είναι οι αρνητικές λύσεις της s που ικανοποιούν την σχέση

$$(c-\alpha)s - (\lambda+\delta) + \lambda\left(w_1 \frac{\beta_1}{\beta_1+s} + w_2 \frac{\beta_2}{\beta_2+s} \right) = 0$$

Σύμφωνα με (6.11) και (6.12), μπορούμε να προσδιορίσουμε τις ζημιές του γ, D_1, D_2 λύνοντας τις ακόλουθες εξισώσεις

$$\begin{cases} \gamma \sum_{k=0}^{2} \frac{C_k}{\beta_1+\rho_k} e^{\rho_k b} = \frac{\alpha}{\delta\beta_1} + D_1 \frac{e^{s_1 b}}{\beta_1+s_1} + D_2 \frac{e^{s_2 b}}{\beta_2+s_2}, \\ \gamma \sum_{k=0}^{2} \frac{C_k}{\beta_2+\rho_k} e^{\rho_k b} = \frac{\alpha}{\delta\beta_2} + D_1 \frac{e^{s_2 b}}{\beta_2+s_1} + D_2 \frac{e^{s_2 b}}{\beta_2+s_2}, \\ \gamma \sum_{k=0}^{2} C_k e^{\rho_k b} = \frac{\alpha}{\delta} + D_1 e^{s_1 b} + D_2 e^{s_2 b}, \end{cases}$$

Τα βάρη στην (6.13), καθορίζονται από (4.21).

Για Μοντέλα I, C, T, D1 και D2 στην ενότητα 4.5, θέσαμε το ποσοστό μερίσματος και την ένταση ανατοκισμού ως $\delta = 0.02$. Οι παράμετροι στην (6.13) επιλέχθηκαν να είναι $\beta_1 = 0.5$, $\beta_2 = 2$. Τα βάρη στην (6.13), w_1 και w_2, καθορίζονται απο (5.21). Για την διαδικασία Poisson στις σχέσεις (4.17)-(4.19), βάζουμε $\lambda_1 = 2.5$, $\lambda_2 = 4$, και $\lambda' = 1.5$. Θέτουμε ως $c = 10.75(1+\theta)$, όπου θ είναι το περιθώριο ασφαλείας για $c - \alpha > 0$.
Για το όριο $b = 60$, υπολογίζουμε τις αναμενόμενες τιμές όλων των μερισμάτων μέχρι την στιγμή χρεοκοπίας για $u = 50 < b$ και $u = 70 > b$. Οι πίνακες στο τελευταίο τμήμα αυτού του κεφαλαίου συνοψίζουν τα αποτελέσματα για $u = 70$ και $u = 50$, αντίστοιχα. Από τους δύο πίνακες, βλέπουμε ότι η αναμενόμενη παρούσα αξία του συνόλου των μερισμάτων, μέχρι την στιγμή της χρεοκοπίας αυξάνεται όσο το θ αυξάνεται.
Αυτό είναι απλά επειδή η αύξηση του ασφαλίστρου επιτρέπει στην εταιρεία να πληρώσει περισσότερα μερίσματα. Για σταθερό, θ μπορούμε επίσης να δούμε και στους δύο πίνακες ότι η αναμενόμενη παρούσα αξία του συνόλου των μερισμάτων, μέχρι την χρεοκοπία μειώνεται όσο αυξάνεται ο βαθμός εξάρτησης. Με μεγαλύτερη εξάρτηση θα πρέπει να έχουν μια μικρότερη αναμενόμενη παρούσα αξία του συνόλου των μερισμάτων μέχρι την στιγμή της χρεοκοπίας.

6.2.2 Επιπτώσεις της εξάρτησης από τις βέλτιστες τιμές

Από την (6.14) και (6.15), μπορούμε να υπολογίσουμε την ακριβή αξία των αναμενόμενων προεξοφλημένων μερισμάτων μέχρι την στιγμή της χρεοκοπίας . Ως εκ τούτου, μπορεί κανείς να χρησιμοποιήσει το Matlab για να υπολογίσουμε αριθμητικά την βέλτιστη τιμή κατωφλιού b^*, η οποία μεγιστοποιεί την αξία της $V(u,b)$. Υπενθυμίζουμε ότι η μεγιστοποίηση της αξίας των $V(u,b)$συμβολίζεται με $V^*(u)$. Είναι δηλαδή $V^*(u) = V(u;b^*)$.

Οι εικόνες 6.1-6.5 θεωρούν οτι $\theta = 1$. Βλέπουμε από τα στοιχεία αυτά δεν επηρεάζουν την τιμή της βέλτιστης τιμής μερίσματος κατωφλιού σε κάθε μοντέλο κινδύνου. Σύμφωνα με το διάγραμμα 7 έχουμε τις βέλτιστες τιμές με $u = 40$, με $b_I^* < b_C^* < b_{D_1}^* < b_T^* < b_{D_2}^*$, όπου b_I^*, b_C^*, $b_{D_1}^*$, b_T^*, και $b_{D_2}^*$, είναι τα βέλτιστα όρια για τα πέντε μοντέλα. Το αποτέλεσμα αυτά είναι επίσης συνεπές με τις σχέσεις (5.22) - (5.24). Οι λόγοι πίσω από αυτή την παραδοχή θα πρέπει να είναι τοι ίδιοι με αυτούς στη σχέση (5.24).

Το διάγραμμα 7 επίσης δείχνει ότι $V_I^* > V_C^* > V_{D_1}^* > V_T^* > V_{D_2}^*$, όπου V_I^*, V_C^*, $V_{D_1}^*$, V_T^*, και $V_{D_2}^*$ είναι η μέγιστη αναμενόμενη παρούσα αξία του συνόλου των μερισμάτων μέχρι την στιγμή της χρεοκοπίας για τα πέντε μοντέλα.

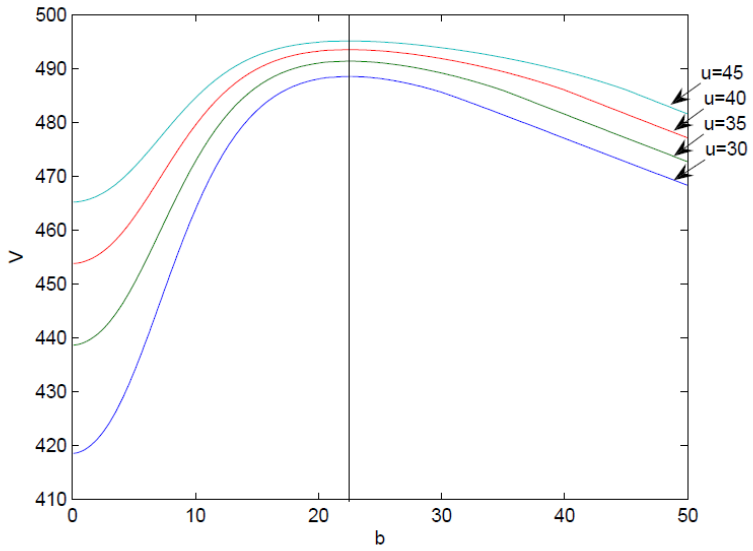
Αυτό δείχνει ότι η επίδραση του υψηλότερου βέλτιστου κατώφλιου σε γενικές γραμμές δεν είναι αρκετό για να αντισταθμίσει την επίδραση της αντίστοιχου υψηλότερης εξάρτησης από την μεγιστη τιμή εξάρτησης. Ως εκ τούτου, το μοντέλο με υψηλότερη εξάρτηση έχει μεγαλύτερο βέλτιστο κατώφλι, αλλά ένα μικρότερο μεγιστοποιεί την αναμενόμενη παρούσα αξία του συνόλου των μερισμάτων μέχρι την χρεοκοπία.

Πίνακας 18 Expected discounted dividends Με $u = 70$ και $b = 60$.

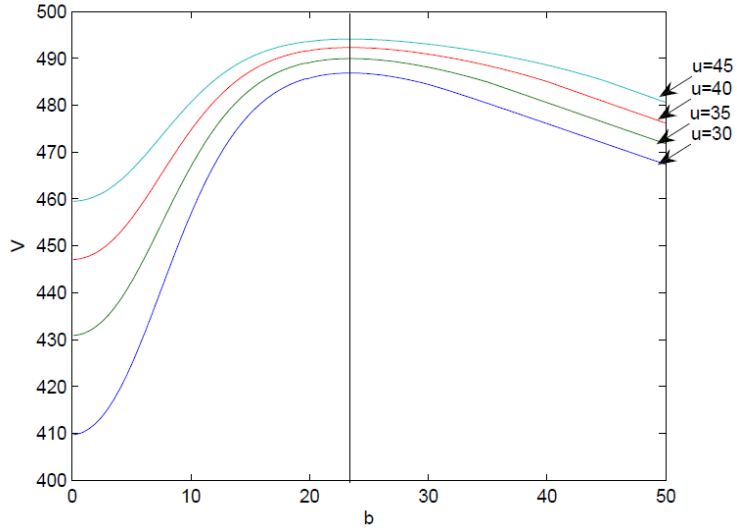
θ	V(70;60)				
	Model I	Model C	Model D1	Model T	Model D2
1.01	492.9621	492.2007	491.8244	491.4528	491.2145
1.02	493.7494	493.0367	492.6835	492.3339	492.1094
1.03	494.4337	493.768	493.4371	493.1089	492.8979
1.04	495.0293	494.4084	494.0989	493.7912	493.5932
1.05	495.5488	494.9701	494.6809	494.3928	494.2071
1.06	496.0029	495.4639	495.1937	494.9242	494.7502
1.07	496.4008	495.8988	495.6466	495.3944	495.231
1.08	496.7505	496.2829	496.0473	495.8115	495.6589
1.09	497.0586	496.6229	496.4028	496.1822	496.0392
1.1	497.3308	496.9246	496.719	496.5124	496.3785
1.11	497.572	497.1931	497.0008	496.8074	496.6819
1.12	497.7862	497.4325	497.2526	497.0714	496.9537
1.13	497.977	497.6465	497.4781	497.3083	497.1978
1.14	498.1474	497.8384	497.6806	497.5213	497.4175
1.15	498.2999	498.0108	497.8628	497.7132	497.6157

Πίνακας 19 Expected discounted dividends Με $u = 50$ και $b = 60$.

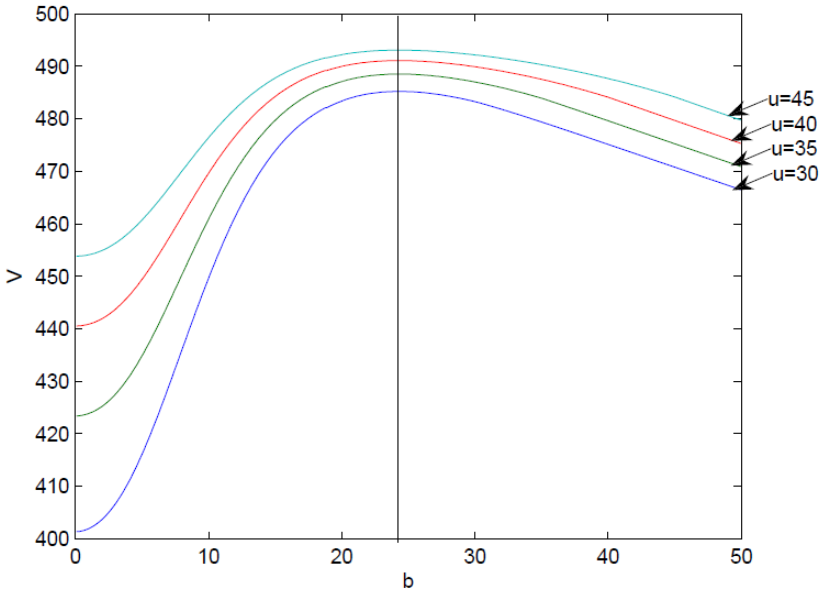
θ	V(50;60)				
	Model I	Model C	Model D1	Model T	Model D2
1.01	478.249	477.3731	476.9458	476.527	476.26
1.02	479.3029	478.4667	478.0582	477.6574	477.4017
1.03	480.2492	479.452	479.062	478.679	478.4345
1.04	481.1015	480.342	479.9699	479.6042	479.3706
1.05	481.8717	481.1481	480.7933	480.4442	480.2211
1.06	482.57	481.8807	481.5423	481.2092	480.9961
1.07	483.2054	482.5485	482.2257	481.9077	481.7042
1.08	483.7857	483.1592	482.8512	482.5475	482.3531
1.09	484.3174	483.7196	483.4255	483.1353	482.9495
1.1	484.8063	484.2354	483.9543	483.6769	483.4992
1.11	485.2574	484.7117	484.4429	484.1774	484.0074
1.12	485.6748	485.1528	484.8955	484.6413	484.4784
1.13	486.0624	485.5624	485.316	485.0724	484.9163
1.14	486.4231	485.9439	485.7076	485.474	485.3243
1.15	486.7599	486.3002	486.0734	485.8492	485.7054



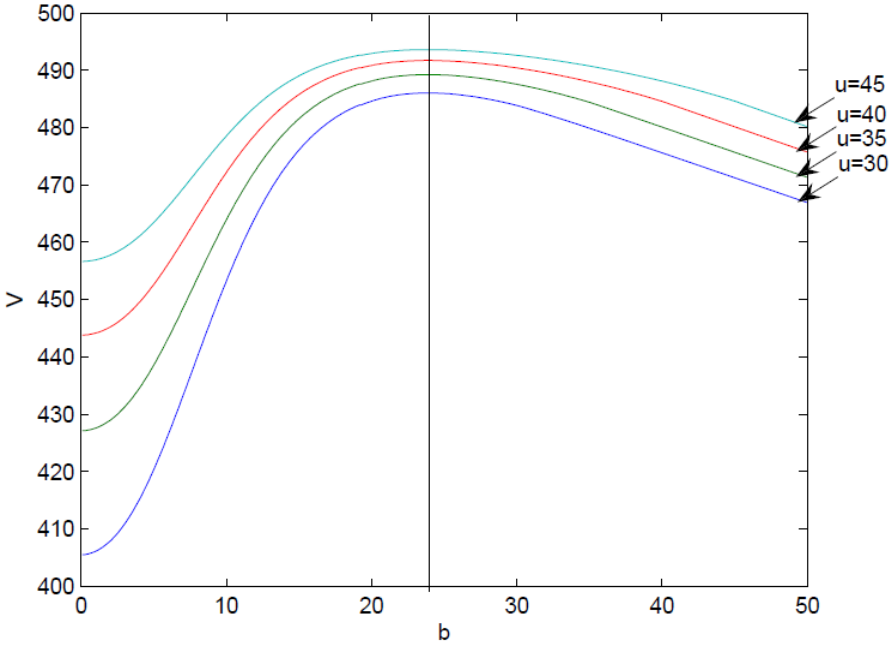
Διάγραμμα 5 V (u; b) με θ = 1 και u = 30, 35, 40, 45 για Model I.



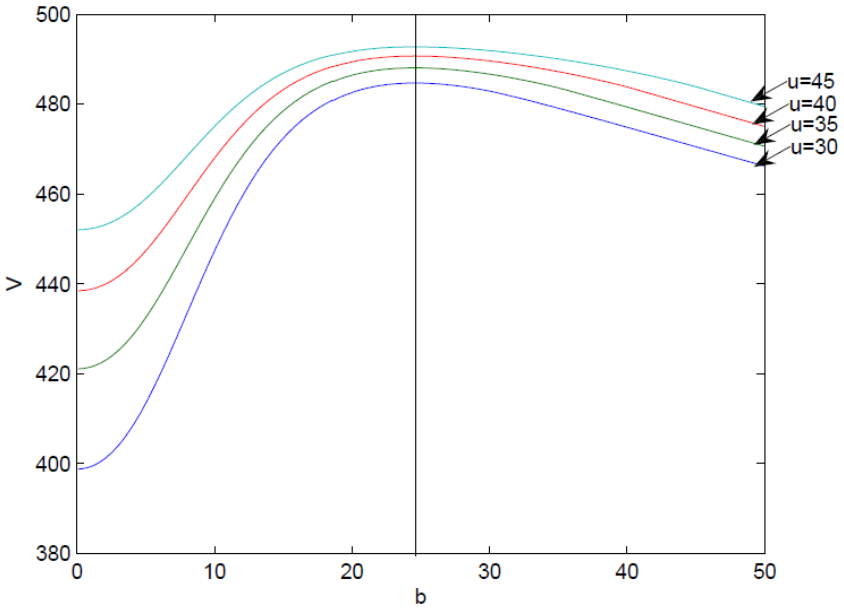
Διάγραμμα 6 V (u; b) με θ = 1 και u = 30, 35, 40, 45 για Model C.



Διάγραμμα 7 V (u; b) Με θ = 1 και u = 30, 35, 40, 45 για Model T.



Διάγραμμα 8 V (u; b) Με θ = 1 και u = 30, 35, 40, 45 για Model D1.



Διάγραμμα 9 V (u; b) με θ = 1 και u = 30, 35, 40, 45 για το μοντέλο D2

Πίνακας 20 Optimal thresholds και αναμενώμενες μειωμένες dividends με u = 40.

θ	Model I		Model C		Model D1		Model T		Model D2	
	b_I^*	V_I^*	b_C^*	V_C^*	$b_{D_1}^*$	$V_{D_1}^*$	b_T^*	V_T^*	$b_{D_2}^*$	$V_{D_2}^*$
1.01	22.3	494.3965	23.1	493.3169	23.6	492.7599	24	492.1941	24.3	491.8239
1.02	22	495.1848	22.8	494.1954	23.3	493.6815	23.7	493.1577	24	492.8139
1.03	21.7	495.8571	22.5	494.9531	23	494.4806	23.4	493.997	23.7	493.6787
1.04	20.9	496.4334	22.3	495.6064	22.7	495.1731	23.1	494.7277	23.4	494.4337
1.05	20.8	496.9236	22	496.1697	22.4	495.773	22.8	495.3637	23.1	495.0927
1.06	20.7	497.3407	21.7	496.6556	22.1	496.293	22.6	495.9174	22.8	495.6681
1.07	20.5	497.6964	21.5	497.0751	21.9	496.7441	22.3	496.4	22.5	496.1708
1.08	20.2	498.0006	21.2	497.4375	21.6	497.1358	22	496.8207	22.3	496.6103
1.09	20	498.2613	21	497.7513	21.4	497.4763	21.8	497.188	22.1	496.995
1.1	19.8	498.4849	20.8	498.0232	21.2	497.7726	21.6	497.5091	21.8	497.332
1.11	19.6	498.6771	20.6	498.2591	21	498.0309	21.4	497.79	21.6	497.627
1.12	19.4	498.8426	20.4	498.4642	20.8	498.2564	21.1	498.0362	21.4	497.8876
1.13	19.2	498.9851	20.2	498.6427	20.6	498.4535	20.9	498.2523	21.2	498.1161
1.14	19	499.1088	19.5	498.7987	20.4	498.6261	20.7	498.4422	21	498.3174
1.15	18.9	499.2157	19.5	498.9357	20.2	498.7775	20.6	498.6094	20.8	498.495

7. ΑΝΑΛΥΣΗ ΤΟΥ ΔΥΙΚΟΥ ΜΟΝΤΕΛΟΥ ΜΕ ΕΞΑΡΤΗΜΕΝΕΣ ΚΛΑΣΕΙΣ ΣΤΟ ΠΛΑΙΣΙΟ ΤΗΣ ΣΤΡΑΤΗΓΙΚΗΣ ΦΡΑΓΜΑΤΟΣ

Εισαγωγή

Στα προηγούμενα κεφάλαια, εξετάζουμε τα πρότυπα κινδύνου με τις εξαρτώμενες κατηγορίες ασφαλιστικών εργασιών. Στην πραγματικότητα, οι δομές εξάρτησης μεταξύ των επιχειρησιακών κατηγοριών όχι μόνο υπάρχουν στις ασφαλιστικές εταιρείες, αλλά και υπάρχουν σε κάποιες επιχείρησεις με προμήθεια που κερδίζουν τα περιστασιακά κέρδη, όπως οι μεσιτικές εταιρείες που πωλούν τα αμοιβαία κεφάλαια ή τα ασφαλιστικά προϊόντα. Επομένως, σε αυτό το κεφάλαιο ερευνάμε τα βέλτιστα προβλήματα μερισμάτων στο διπλό πρότυπο με τις εξαρτώμενες κατηγορίες επιχείρησης που δίνονται ,

$$U_t = u - ct + S_t = u - ct + \sum_{j-1}^{n} \sum_{i=1}^{N_t^{(j)}} X_i^{(j)} , \qquad t \geq 0$$

Όπου

u : το αρχικό πλεόνασμα,

c : είναι το ποσοστό των δαπανών,

S_t :είναι η συνολική διαδικασία του κέρδους με n με εξαρτημένες κλάσεις επιχειρήσεων,

$N_t^{(j)}$ είναι η διαδικασία κέρδος στην j κλάση , και $X_i^{(j)}$ είναι το μέγεθος κέρδους στην κλάση j. Εδώ, $N_t^{(1)}, N_t^{(2)}, \ldots, N_t^{(n)}$ είναι εξαρτημένες. Η διαδικασία πλεονάσματος υπό την ύπαρξη στρατηγικής φράγματος δίνεται από

$$dU_t = \begin{cases} dS_t - cdt, U_t < b \\ -cdt, U_t = b \end{cases} \qquad (7.1)$$

Κατά τη διαδικασία πλεονάσματος (7,1), υποτίθεται ότι όλα τα ποσά πάνω από το φράγμα καταβάλλονται ως μερίσματα. Πιο συγκεκριμένα, όταν ένα κέρδος U_t φέρνει πάνω από το φράγμα, η υπέρβαση του επιπέδου φράγματος καταβάλλεται αμέσως ως μέρισμα. Μετά την καταβολή του μερίσματος, το πλεόνασμα επιστρέφει στο επίπεδο και στη συνέχεια μειώνεται σε ποσοστό. Είναι σαφές ότι η διανομή μέρισματος που ανέρχεται στο μοντέλο (7.1) είναι διακριτές.

Avanzi et al. (2007) μελέτησαν το βέλτιστο πρόβλημα μερίσματος, θεορώντας ότι η συνολική διαδικασία κερδών στο πλαίσιο της στρατηγικής φράγματος ακολουθεί σύνθετη Poisson . Εδώ, θα γενικεύσουμε το έργο του σε δυικά μοντέλα με n εξαρτώμενες κατηγοριές. Και πάλι, οι διαδικασίες συνολικών απαιτήσεων κέρδους θεωρούμε ότι έχουν ότι έχουν κοινο σοκ και / ή κύριες και ακόλουθες απαιτήσεις. Συνειδητοποιώντας ότι η συνολική διαδικασία κερδών με τις εξαρτώμενες κατηγορίες μπορεί να μετατραπεί σε μια σύνθετη διαδικασία

Poisson με μια μετασχηματισμένη κατανομή κέρδος-μεγέθους , μπορούμε να εφαρμόσουμε τα αποτελέσματα των Avanzi et al. (2007) για να ληφθούν οι αναμενόμενες προεξοφλούμενες τιμές από όλα τα μερίσματα μέχρι την στιγμή χρεοκοπίας για τα δυικά πρότυπα της μελέτης. Για κάθε μοντέλο, χρησιμοποιούμε αριθμητικές προσεγγίσεις για να βρούμε τη βέλτιστη τιμή φράγματος το οποίο μεγιστοποιεί την αναμενόμενη παρούσα αξία του συνόλου των μερισμάτων μέχρι την χρεοκοπία. Μέσα από μια αριθμητική μελέτη, δείχνουμε πώς οι δομές εξάρτησης επηρεάζουν τις βέλτιστες τιμές.

7.1 Μερικά Βασικά Αποτελέσματα

Ας υποθέσουμε ότι η S_t στην (7.1) είναι μια σύνθετη διαδικασία Poisson

Σε αυτή την ενότητα, παρουσιάζουμε ένα σύστημα ολοκληρο-διαφορικών εξισώσεων, από την οποία μπορεί να προέλθει η αναμενόμενη παρούσα αξία του συνόλου των μερισμάτων μέχρι την στιγμή της χρεοκοπίας . Σημειώστε ότι τα αποτελέσματα που παρουσιάζονται σε αυτό το τμήμα μπορεί να βρεθεί στο Avanzi et al. (2007).

7.1.1 Ολοκληροδιαφορικές Εξισώσεις

Έστω η παρούσα αξία όλων των μερισμάτων έως την στιγμή χρεοκοπίας ,

$$D = \int_0^T e^{-\delta t t} dD_t$$

Όπου

δ η ένταση ανατοκισμού

D_t ΤΑ μερίσματα που πληρώνονται συνολικά μέχρι το χρόνο t και

$T = \inf\{t : S_t < 0\}$ είναι ο χρόνος χρεοκοπίας.

Θεωρούμε $V(u;b) = E(d)$ είναι η αναμενόμενη προεξοφλημένη αξία όλων των μερισμάτων, μέχρι την στιγμή της χρεοκοπίας, η οποία είναι συνάρτηση του αρχικού πλεονάσματος u και του επιπέδου του μερισματικού φράγματος b. Επίσης η χρεοκοπία είναι βέβαιη για το δυικό μοντέλο υπό την ύπαρξη της στρατηγικής φράγματος.

Εάν το αρχικό πλεόνασμα είναι ίσο με μηδέν, είναι προφανές ότι $V(0;b) = 0$.

Για $u \geq b$, έχουμε

$$V(u;b) = u - b + V(b;b) \qquad (7.2)$$

Για $0 \leq u \leq b$ έστω t τέτοιο ώστε ώστε $u - ct > 0$.

Οπότε

$$V(u;b)=e^{-(\lambda+\delta)\tau}V(u-c\tau;b)+\lambda\int_0^{\tau}e^{-(\lambda+\delta)t}\int_0^{\infty}V(u-c\tau+y;b)p(y)dydt\,,$$

(7.3)

όπου

λ : είναι η ένταση της διαδικασίας Poisson,

δ : η ένταση ανατοκισμού

$p(y)$ είναι η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας

Θέτουμε $t=0$ έπεται ότι

$$\begin{aligned}&cV'(u;b)+(\lambda+\delta)V(u;b)-\lambda\int_0^{b-u}V(u+y;b)p(y)dy\\&-\lambda\int_{b-u}^{0}(u-b+y)p(y)dy-\lambda V(b;b)(1-P(b-u))=0\end{aligned}\quad,\qquad(7.4)$$

Λόγω του (7.2), όπου $P(y)$ είναι η συνάρτηση κατανομής .

Έχουμε

$$\int_0^{\infty}yp(y)dy+a(1-P(a))=\int_0^{\infty}(1-P(y))dy$$

Και

$$\begin{aligned}&cV'(u;b)+(\lambda+\delta)V(u;b)-\lambda\int_0^{b-u}V(u+y;b)p(y)dy\\&-\lambda\int_{b-u}^{\infty}(1-P(y))dy-\lambda V(b;b)(1-P(b-u))=0\end{aligned}\quad,\qquad(7.5)$$

7.1.2 $V(u;b)$ Τα μεγέθη κέρδους να ακολουθούν μια διακριτή μείξη εκθετικών κατανομών

Τώρα θα δείξουμε πώς να βρούμε $V(u;b)$ στην περίπτωση που $p(y)$ είναι η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας μιας τ.μ που είναι η διακριτή μείξη εκθετικών τ.μ δηλαδή,

$$p(y)=\sum_{i=1}^{n}w_i\beta_i e^{-\beta_i y}\,,\qquad(7.6)$$

όπου w_i είναι το βάρος εκθετικής κατανομής με μέση τιμή β_i^{-1}, και $\sum_{i=1}^{n}w_i=1$

Αντικαθιστώντας (76) στις ολοκληρωτικο-διαφορικές εξισώσεις (7.5) έχουμε

$$cV'(u;b)+(\lambda+\delta)V(u;b)-\lambda\sum_{i=1}^{u}w_i\beta_i e^{\beta_i u}\int_0^b V(a;b)e^{-\beta_i a}dx$$
$$-\lambda\sum_{i=1}^{n}\frac{w_i}{\beta_i}e^{-\beta_i(b-u)}-\lambda V(b;b)\sum_{i=1}^{u}w_i\beta_i e^{-\beta_i(b-u)}=0 \quad , \quad (7.7)$$

Επειδή ισχυεί

$$\left(\frac{d}{du}-\beta\right)\lambda\beta e^{\beta u}\int_0^b V(a;b)e^{-\beta x}dx=-\lambda\beta V(u;b),$$

εφαρμόζουμε τον τελεστή $\prod_{i=1}^{n}\left(\frac{d}{du}-\beta_i\right)$ στην εξίσωση (7.7),.

Τότε παίρνουμε μια γραμμικά ομογενή διαφορική εξίσωση (με σταθερούς συντελεστές) τάξης $n+1$ για την συνάρτηση $V(u;b)$.

Συνεπώς έχουμε

$$V(u;b)=\sum_{k=0}^{n}C_k e^{r_k u}\ ,0\le u\le b \qquad (7.8)$$

Για να προσδιορίσουμε τα C_k και r_k αντικαθιστούμε την (7.8) στην (7.7), επομένως παίρνουμε

$$c\sum_{k=0}^{n}C_k r_k e^{r_k u}+(\lambda+\delta)\sum_{k=0}^{n}C_k e^{r_k u}-\lambda\sum_{k=0}^{n}\sum_{i=1}^{n}C_k w_i\frac{\beta_i}{\beta_i-r_k}\left(e^{r_k u}-e^{r_k b-\beta_i(b-u)}\right)$$
$$-\lambda\sum_{i=1}^{n}\frac{w_i}{\beta_i}e^{-\beta_i(b-u)}-\lambda\sum_{k=0}^{n}C_k e^{r_k b}\sum_{i=1}^{u}w_i\beta_i e^{-\beta_i(b-u)}=0$$
(7.9)

Επειδή η (7.9) ισχυεί για όλες τις τιμές n εξισώσουμε τους συντελεστές $e^{r_k u}$ έτσι ώστε

$$cr_k+(\lambda+\delta)-\lambda\sum_{i=1}^{n}w_i\frac{\beta_i}{\beta_i-r_k}=0\,,\quad k=0,1,\ldots,n \qquad (7.10)$$

Επομένως μπορούμε να υπολογίσουμε τις τιμές των r_k από την (7.10). Επιπλέον , εξισώνοντας τους συντελεστές των $\lambda w_i e^{-\beta_i(b-u)}$ με το 0 έχουμε

$$\sum_{k=0}^{n}C_k\frac{r_k}{\beta_i-r_k}e^{r_k b}=\frac{1}{\beta_i},\quad i=1,\ldots,n \qquad (7.11)$$

Επίσης, από την $V(0;b)=0$ και την (7.8), έχουμε $\sum_{k=9}^{n} C_k = 0$.

Ως εκ τούτου με την (5.11) έχουμε $n+1$ γραμμικές εξισώσεις για $C_0, C_1, \ldots, C_2$.

Ως αποτέλεσμα, μπορούμε να υπολογίσουμε την αναμενόμενη παρούσα αξία του συνόλου των μερισμάτων μέχρι την χρεοκοπία (7.8).

7.2 Αριθμητική Μελέτη για Δύο Εξαρτημένες Κλάσεις

Στην ενότητα αυτή, πραγματοποιούμε μια αριθμητική μελέτη για να εξετάσουμε τις βέλτιστες τιμές από διάφορα δυικά πρότυπα με δύο εξαρτώμενες κατηγορίες επιχείρησης υπό την ύπαρξη στρατηγικής φράγματος . Πρέπει πρώτα να εισάγουμε διάφορες συνολικές διαδικασίες κερδών με δύο εξαρτώμενες κατηγορίες. Υποθέτουμε ότι για κάθε κατηγορία οι συνολικές απαιτήσεις κερδών ακολουθούν εκθετική κατανομή , και έτσι μπορούμε να προσδιορίσουμε πώς μπορούμε να υπολογίσουμε την αναμενόμενη προεξοφλούμενη αξία όλων των μερισμάτων μέχρι την στιγμή χρεοκοπίας

7.2.1 Στοχαστικές διαδικασίες συνολικών κερδών

Μέσα στο πλαίσιο των Wan et al. (2006), οι συνολικές διαδικασίες απαιτήσεων με δύο εξαρτώμενες κατηγορίες που δίνονται στην παράγραφο 6.5 μπορούν να μετατραπούν σε μια σύνθετη διαδικασία Poisson. Αυτά τα αποτελέσματα είναι ακόμα έγκυρα για τα δυικά μοντέλα , στα οποία έχουμε τις συνολικές διαδικασίες κερδών αντί των συνολικών διαδικασιών ζημιών . Στο δυικο μοντέλο, η διαδικασία πλεονάσματος είναι $U_t = u - ct + S_t,\ t \geq 0$.

Από τα αποτελέσματα που παρουσιάζονται στην προηγούμενη ενότητα ισχύει ότι για μια σύνθετη διαδικασία Poisson, μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε τα πέντε μοντέλα, Model I, Model C, Model T, Model D1 και Model D2 για τη διεξαγωγή της μελέτης για τα δυικά μοντέλα με κοινή σοκ και / ή με κύριες και ακόλουθες απαιτήσεις.

Το πρώτο μοντέλο διαθέτει δύο ανεξάρτητες τάξεις.

Δηλαδή, τα μεγέθη κέρδους που επεξεργάζονται στην κλάση 1 και στην κλάση 2, $N_t^{I(1)} \approx Poi\left(\lambda_I^1\right)$και $N_t^{I(2)} \approx Poi\left(\lambda_I^2\right)$, ακολουθούν την διαδικασία Poisson με εντάσεις λ_I^1 και λ_I^2, αντίστοιχα. Η διαδικασία πλεονάσματος $U_t^I = u - ct + S_t^I$, και η συνολική διαδικασία κέρδων S_t^I έχει την μορφή

$$S_t^I = S_t^{I(1)} + S_t^{I(2)} = \sum_{i=1}^{N_t^{I(1)}} X_i^{(1)} + \sum_{i=1}^{N_t^{I(2)}} X_i^{(2)} = \sum_{i=1}^{N_t^I} Y_i^I \text{ (Model I)}$$

Όπου $N_t^I \neg Poi\left(\lambda^I = \lambda_1^{\mathrm{I}} + \lambda_2^{\mathrm{I}}\right)$ και με συνάρτηση πυκνότητας του Y_i^I :

$$F_I(y) = \frac{1}{\lambda^{\mathrm{I}}}\left(\lambda_1^{\mathrm{I}} F_1(y) + \lambda_2^{\mathrm{I}} F_2(y)\right).$$

Το δεύτερο μοντέλο έχει μόνο κοινό σοκ.

Στο μοντέλο, το μέγεθος για την κλαση 1 και 2 είναι $N_t^{C(1)} \neg Poi\left(\lambda_1^C\right)$ και $N_t^{C(2)} \neg Poi\left(\lambda_2^C\right)$, αντίστοιχα. Για κλάση j, ισχυεί $N_t^{C(j)} = N_t^{(jj)} + N_t^C$ και $\lambda_j^C = \lambda_{jl}^C + \lambda_c^C$. Η διαδικασία πλεονάσματος $U_t^C = u - ct + S_t^C$

Με

$$S_t^C = S_t^{C(1)} + S_t^{C(2)} = \sum_{i=1}^{N_t^{C(1)}} X_i^{(1)} + \sum_{i=1}^{N_t^{C(2)}} X_i^{(2)} = \sum_{i=1}^{N_t^C} Y_i^C, \quad \text{(Model C)}$$

Όπου $N_t^C \neg Poi\left(\lambda^C = \lambda_{11}^C + \lambda_{22}^C + \lambda_c^C\right)$ και η συνάρτηση κατανομής κερδών ττης Y_i^C δίνεται από:

$$F_C(y) = \frac{1}{\lambda^C}\left(\lambda_{11}^C F_1(y) + \lambda_{22}^C F_2(y) + \lambda_c^C F_1 * F_2(y)\right)$$

Και $F_1 * F_2(y)$αντιπροσωπεύει την συνέλιξη των F_1 και F_2.

Το τρίτο μοντέλο είναι ένα μοντέλο με κύριες και ακόλουθες απαιτήσεις στο οποίο η συνολική διαδικασία κερδών για κλάση 1 και κλάση 2 είναι $N_t^{\mathrm{T}(1)} \neg Poi\left(\lambda_1^{\mathrm{T}}\right)$ και $N_t^{\mathrm{T}(2)} \neg Poi\left(\lambda_2^{\mathrm{T}}\right)$, αντίστοιχα. Για κλάση $j(j = 1,2)$, ισχυεί ότι $N_t^{\mathrm{T}(j)} = N_t^{\mathrm{T}(1j)} + N_t^{\mathrm{T}(2j)}$ και $\lambda_j^{\mathrm{T}} = \lambda_{11}^{\mathrm{T}} p_{1j}^{\mathrm{T}} + \lambda_{22}^{\mathrm{T}} p_{2j}^{\mathrm{T}}$.

Η διαδικασία πλεονάσματος $U_t^{\mathrm{T}} = u - ct + S_t^{\mathrm{T}}$.

Η διαδικασία συνολικών κερδών S_t^{T} δίνεται απο

$$S_t^{\mathrm{T}} = S_t^{T(1)} + S_t^{T(2)} = \sum_{i=1}^{N_t^{T(1)}} X_i^{(1)} + \sum_{i=1}^{N_t^{T(2)}} X_i^{(2)} = \sum_{i=1}^{N_t^T} Y_i^T \text{ (Model T)}$$

Όπου $N_t^T \neg Poi\left(\lambda^T = \lambda_{11}^T + \lambda_{22}^T\right)$ και τσυνάρτηση κατανομής των συνολικών κερδών Y_i^T δίνεται από:

$$F_T(y) = \frac{1}{\lambda^T}\left(\lambda_{11}^T\left(1 - p_{12}^T\right)F_1(y) + \lambda_{22}^T\left(1 - p_{22}^T\right)F_2(y) + \left(\lambda_{11}^T p_{12}^T + \lambda_{22}^T p_{21}^T\right)F_1 * F_2(y)\right)$$

Το επόμενο μοντέλο είναι ένα μοντέλο που εφαρμόζει τόσο το κοινό σοκ όσο και τις κύριες και ακόλουθες απαιτήσεις κερδών . Θεωρούμε ότι η διαδικασία συνολικών κέρδων για κλάση 1 και κλάση 2 είναι $N_t^{D(1)} \neg Poi\left(\lambda_1^D\right)$ και $N_t^{D(2)} \neg Poi\left(\lambda_2^D\right)$, αντίστοιχα.

Επιπλέον, για κλάση $j\left(j = 1,2\right)$, ισχυεί $N_t^{D(j)} = N_t^{D(1j)} + N_t^{D(2j)} + N_t^{D(c)}$ και $\lambda_j^D = \lambda_{11}^D p_{1j}^D + \lambda_{22}^D p_{2j}^D + \lambda_c^D$.

Τότε το σύνολο είναι $U_t^D = u - ct + S_t^D$, και S_t^D και έχει την μορφή

$$S_t^D == S_t^{D(1)} + S_t^{D(2)} = \sum_{i=1}^{N_t^{D(1)}} X_i^{(1)} + \sum_{i=1}^{N_t^{D(2)}} X_i^{(2)} = \sum_{i=1}^{N_t^D} Y_i^D \text{ , (Model T)}$$

Όπου $N_t^T \neg Poi\left(\lambda^D = \lambda_{11}^D + \lambda_{22}^D + \lambda_c^D\right)$ και συνάρτηση κατανομής του Y_i^D δίνεται απο

$$F_D(y) = \frac{1}{\lambda^D}\left(\lambda_{11}^D\left(1 - p_{12}^D\right)F_1(y) + \lambda_{22}^D\left(1 - p_{22}^D\right)F_2(y) + \left(\lambda_{11}^D p_{12}^D + \lambda_{22}^D p_{21}^D + \lambda_c^D\right)F_1 * F_2$$

Ανάλογα με το μοντέλο A, το τέταρτο και το πέμπτο μοντέλο είναι μοντέλα D1 και D2 με τις ίδιες εντάσεις Poisson για κάθε κλάση, δηλαδή, $\lambda_j^{D1} = \lambda_j^{D2} = \lambda_{11}^D p_{1j}^D + \lambda_{22}^D p_{2j}^D + \lambda_c^D \quad \left(j = 1,2\right)$) αλλά με διαφορετικές τιμές p_{1j}^D, p_{2j}^D, λ_{11}^D, λ_{22}^D, και λ_c^D .

Θεωρούμε ότι τα αναμενόμενα συνολικά κέρδη είναι τα ίδια για κάθε μοντέλο γία δίκαιη σύγκριση.

Συνεπώς έχουμε

$$\lambda_j^I = \lambda_j^T = \lambda_j^C = \lambda_j^{D1} = \lambda_j^{D2} = \lambda_j = \lambda' , \qquad j = 1,2$$

όπου οι εντάσεις Poisson λ_j^{D1} και λ_j^{D2} για τα μοντέλα D1 και D2 αντίστοιχα.

Επομένως προκύπτει ότι :

$$\begin{cases} \lambda^{I} = \lambda_1 + \lambda_2 + 2\lambda', \\ \lambda^{C} = \lambda_1 + \lambda_2 + \lambda', \\ \lambda^{T} = \lambda_1 + \lambda_2. \end{cases}$$

Οι μετασχηματισμένες εντάσεις Poisson για τα μοντέλα D1 και D2, λ^{D1} και λ^{D2}, ισούται $\lambda_{11}^{D} + \lambda_{22}^{D} + \lambda_{c}^{D}$, όπου λ_{11}^{D}, λ_{22}^{D} και λ_{c}^{D} για μοντέλο D1 καθορίζονται από την (4.18), και για το μοντέλο D2 καθορίζονται από την (4.19). Λόγω της (4,20), οι διακυμάνσεις των δύο διαδικασιών κέρδος- για τα πέντε μοντέλα έχουν την ακόλουθη σχέση,

$$\begin{aligned} & Cov\left(N_t^{I(1)}, N_t^{I(2)}\right) = 0 \\ & < Cov\left(N_t^{C(1)}, N_t^{C(2)}\right) = \lambda' t \\ & < Cov\left(N_t^{D1(1)}, N_t^{D1(2)}\right) = 1.5\lambda' t \\ & < Cov\left(N_t^{T(1)}, N_t^{T(2)}\right) = 2\lambda' t \\ & < Cov\left(N_t^{D2(1)}, N_t^{D2(2)}\right) > 2\lambda' t \end{aligned} \qquad (7.12)$$

Μπορούμε τώρα να εξετάσουμε τις διαδικασίες συνολικών κέρδών για τα πέντε μοντέλα με εκθετική κατανομή Οι μέσες τιμές κέρδους είναι β_1^{-1} και β_2^{-1} για κλάση 1 και κλάση 2, αντίστοιχα.

Έτσι για τα μοντέλα I, C, T και D είναι

$$
\begin{cases}
F_I(y) = \dfrac{1}{\lambda^I}\left(\lambda_1^I F_1(y) + \lambda_2^I F_2(y)\right), \\
F_C(y) = \dfrac{1}{\lambda^C}\left(\left(\lambda_{11}^C + \dfrac{\lambda_c^C \beta_2}{\beta_2 - \beta_1} F_1(y) + \left(\lambda_{22}^C + \dfrac{\lambda_c^C \beta_1}{\beta_1 - \beta_2}\right) F_2(y)\right)\right) \\
F_T(y) = \dfrac{1}{\lambda^T}\left(\left(\begin{array}{l} \lambda_{11}^T\left(1 - p_{12}^T\right) + \dfrac{\beta_2\left(\lambda_{11}^T p_{12}^T + \lambda_{22}^T p_{21}^T\right)}{\beta_2 - \beta_1} F_1(y) \\ + \left(\lambda_{22}^T\left(1 - p_{21}^T\right) + \dfrac{\beta_1\left(\lambda_{11}^T p_{12}^T + \lambda_{22}^T p_{21}^T\right)}{\beta_1 - \beta_2}\right) F_2(y) \end{array}\right)\right), \\
F_D(y) = \dfrac{1}{\lambda^D}\left(\left(\begin{array}{l} \lambda_{11}^D\left(1 - p_{12}^D\right) + \dfrac{\beta_2\left(\lambda_{11}^D p_{12}^D + \lambda_{22}^D p_{21}^D + \lambda_c^D\right)}{\beta_2 - \beta_1} F_1(y) \\ + \left(\lambda_{22}^D\left(1 - p_{21}^D\right) + \dfrac{\beta_1\left(\lambda_{11}^D p_{12}^D + \lambda_{22}^D p_{21}^D + \lambda_c^D\right)}{\beta_1 - \beta_2}\right) F_2(y) \end{array}\right)\right)
\end{cases},
$$

(7.13)

7.2.2 Η $V(u;b)$ για δύο κλάσεις με εκθετικά κέρδη

Για τα πέντε μοντέλα της μελέτης με δύο τάξεις, αν τα μεγέθη κέρδους σε κάθε κατηγορία ακολουθούν την εκθετική κατανομή , από την (5.13) παιρνουμε ότι η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας είναι

$$p(y) = w_1 \beta_1 e^{-\beta_1 y} + w_2 \beta_2 e^{-\beta_2 y}, \qquad (7.14)$$

Σε αυτή την περίπτωση ακολουθόντας την σχέση (5.8) προκύπτει

$$V(u;b) = C_0 e^{r_0 u} + C_1 e^{r_1 u} + C_2 e^{r_2 u} \qquad 0 \le u \le b \qquad (7.15)$$

Όπου r_k με $k = 0,1,2\ldots.$, οι τιμές του r ικανοποιούν τη σχέση

$$cr + (\lambda + \delta) - \lambda\left(w_1 \frac{\beta_1}{\beta_1 - r} + w_2 \frac{\beta_2}{\beta_2 - r}\right) = 0$$

Συνεπώς λύνοντας τις ακόλουθες εξισώσεις βρίσκουμε τα C_k

$$\begin{cases} C_0 \dfrac{r_0}{\beta_1 - r_0} e^{r_0 b} + C_1 \dfrac{r_1}{\beta_1 - r_1} e^{r_1 b} + C_0 \dfrac{r_2}{\beta_1 - r_2} e^{r_2 b} = \dfrac{1}{\beta_1} \\ C_0 \dfrac{r_0}{\beta_2 - r_0} e^{r_2 b} + C_1 \dfrac{r_1}{\beta_2 - r_1} e^{r_1 b} + C_2 \dfrac{r_2}{\beta_2 - r_2} e^{r_2 b} = \dfrac{1}{\beta_2} \\ C_0 + C_1 + C_2 = 0 \end{cases}$$

Τέλος, αντικαθιστώντας τις τιμές των r_k και, C_k, $k = 0,1,2$ στην (7.15) 'παίρνουμε την αναμενόμενη παρούσα αξία του συνόλου των μερισμάτων μέχρι την στιγμή της χρεοκοπίας.

7.2.2 Βέλτιστες Τιμές για διάφορες Τιμές Παραμέτρων

Στην αριθμητική μελέτη μας, επιλέγουμε τις παραμέτρους (7.14) που θα $\beta_1 = 0.5$ και $\beta_1 = 2$. Τα βάρη στην (5.14), w_1 και w_2, καθορίζονται από την (5.13).

Επίσης, θέτουμε τις παραμέτρους από (4.17) - (4.18) να είναι, $\lambda_1 = 3$, $\lambda_2 = 5$ και $\lambda' = 2$

.

Πρέπει πρώτα να καθορίσει το αρχικό πλεόνασμα $u = 0.01$ και να εξετάσει την επίδραση του ποσοστού των δαπανών για τις βέλτιστες τιμές, συμπεριλαμβανομένων των βέλτιστων εμποδίων μερισμάτων και οι αναμενόμενες προεξοφλούμενες τιμές όλων των μερισμάτων πριν από την χρεοκοπία τους. Χρησιμοποιώντας (5.15), μπορούμε να υπολογίσουμε τις αναμενόμενες μειωμένες τιμές όλων των μερισμάτων, μέχρι την χρεοκοπία, όταν δίνεται η τιμή του φράγματος. Ως εκ τούτου, μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε το Matlab για να αναζητήσουμε αριθμητικά το βέλτιστο φράγμα του μερίσματος, το οποίο μεγιστοποιεί την αναμενόμενη παρούσα αξία του συνόλου των μερισμάτων μέχρι την χρεοκοπία. Θεωρούμε ότι το b* είναι το μέγιστο φράγμα που μεγιστοποιεί την $V(u;b)$.. Με δεδομένο το αρχικό πλεόνασμα u, προσδιορίζουμε την μεγιστη αξία των $V(u;b)$, δηλαδή $V^*(u)$, $V^*(u) = V(u;b^*)$.

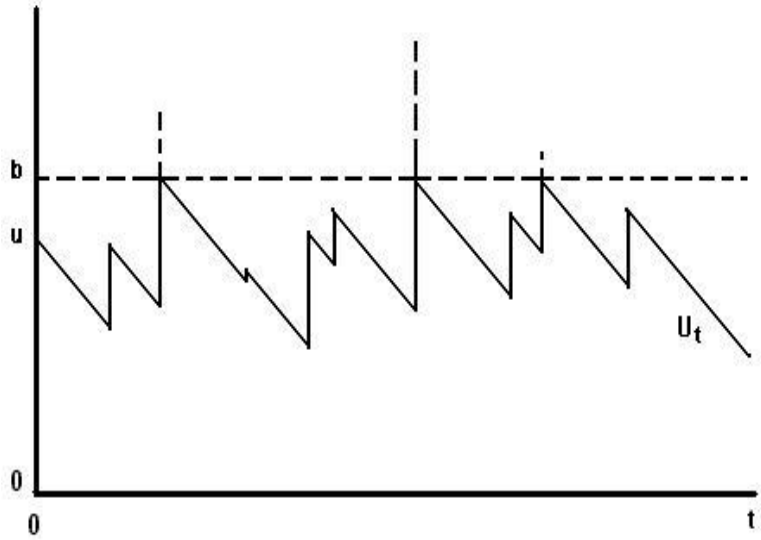
Στο σχήμα 7.2 με $\delta = 0.09$ για υπόδειγμα I και τους Πίνακες 7.1-7.5 για τα μοντέλα C, D1, T, και D2 δείχνουν ότι όσο το ποσοστό των δαπανών γ αυξάνεται, τοσο το βέλτιστο φράγμα μερίσματος αυξάνεται πρώτα και στη συνέχεια μειώνεται. Από την άλλη πλευρά, η βέλτιστη τιμή του αναμενόμενου μερίσματος μειώνεται καθώς το ποσοστό των εξόδων c αυξάνεται. Για ένα χρηματοπιστωτικό ίδρυμα, καθώς το ποσοστό των δαπανών αυξάνεται, η επιχείρηση είναι πιο εύκολο να μεταβεί στην χρεοκοπία, έτσι ώστε τα αναμενόμενα προεξοφλούμενα

μερίσματα να μειώνονται σε σχέση με το ποσοστό των εξόδων. Επίσης, θα βάζοντας το βέλτιστο φράγμα μερίσματος σε υψηλότερο επίπεδο, ώστε να υπάρχει μεγαλύτερη πιθανότητα για το πλεόνασμα να πάει υψηλότερα και ως εκ τούτου το χρηματοπιστωτικό ίδρυμα μπορεί να επιζήσει περισσότερο για να πληρώσουν περισσότερα μερίσματα. Ωστόσο, εάν το ποσοστό των δαπανών αυξάνεται σε μεγάλο βαθμό, το χρηματοπιστωτικό ίδρυμα είναι πολύ πιθανό να επέλθει σε χρεοκοπία σε σύντομο χρονικό διάστημα, έτσι ώστε το βέλτιστο φράγμα του μερίσματος θα πρέπει να καθορίζεται σε χαμηλότερο επίπεδο, με την ελπίδα ότι περισσότερα μερίσματα μπορούν να καταβάλλονται πριν την χρεοκοπία. Επειδή αναμένεται ότι η έκταση της b^* κατά c για άλλα μοντέλα θα πρέπει να έχουν το ίδιο σχήμα. παρουσιάζουμε μόνο την εικόνα για το μοντέλο Ι.

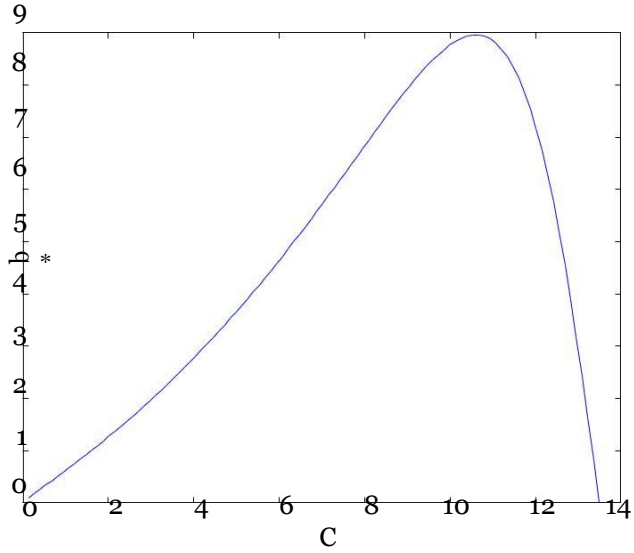
Στην συνέχεια καθορίζουμε το ποσοστό των δαπανών $c = 2$ και την δύναμη ανατοκισμού $\delta = 0.09$ να μελετηθεί η επίδραση του αρχικού πλεονάσματος στις βέλτιστες τιμές. Από τους πίνακες 7.6 έως 7.9, βλέπουμε ότι τα βέλτιστες τιμές μερίσματος θα είναι ανεξάρτητες από το αρχικό πλεονάσματος.

Από την άλλη , η αναμενόμενη παρούσα αξία του συνόλου των μερισμάτων, μέχρι την χρεοκοπία αυξάνεται καθώς τα αρχικά πλεόνασματα αυξάνονται . Ο λόγος είναι προφανής. Δεδομένου ότι το αρχικό πλεόνασμα αυξάνεται, το περιουσιακό στοιχείο του χρηματοπιστωτικού ιδρύματος αυξάνεται, έτσι ώστε να μπορέσουν να πληρώσουν περισσότερα μερίσματα. Οι πίνακες 7.6 έως 7.9 μας δίνουν εμπειρικές ενδείξεις ότι η συσχέτιση έχει θετική επίδραση στην βέλτιστη αναμενόμενη προεξόφληση μερίσματων και έχει αρνητική επίδραση στα βέλτιστα εμπόδια μερίσματος. Ως μια μεγαλύτερη συσχέτιση μεταξύ των δύο εξαρτώμενων τάξεων οδηγεί σε περισσότερα κέρδη για το χρηματοπιστωτικό ίδρυμα, έτσι ώστε η αναμενόμενη προεξοφλημένη αξία του συνόλου των μερισμάτων μέχρι να αυξήθει η περίπτωση χρεοκοπίας. Επίσης, καθώς το μέγεθος των συνολικών κερδών αυξάνεται, το χρηματοπιστωτικό ίδρυμα μπορεί να αντέξει για ένα μεγαλύτερο χρονικό διάστημα και ως εκ τούτου το βέλτιστο φράγμα του μερίσματος μπορεί να τεθεί σε χαμηλότερο επίπεδο για να πληρώνουν περισσότερα μερίσματα.

ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ 7.1: A sample path of the surplus process of a dual model with barrier *b*



Διάγραμμα 7.2: A plot of optimal barrier b^* as a function of c for Model I.



Πίνακας 7.1: Τιμές για το Μοντέλο l I με διάφορες τιμές του c .

	± = 0:0925		± = 0:095		± = 0:0975		± = 0:1000	
c	b*	V*	b*	V*	b*	V*	b*	V*
1.5	1.674	8.392	1.656	8.1715	1.656	7.9623	1.638	7.7636
3	3.528	3.0586	3.51	2.9777	3.492	2.9009	3.474	2.828
4.5	5.724	1.4076	5.688	1.37	5.652	1.3344	5.616	1.3006
6	8.28	0.6859	8.226	0.6674	8.154	0.6499	8.1	0.6333
7.5	11.178	0.3273	11.07	0.3185	10.962	0.3101	10.872	0.3022
9	14.094	0.1434	13.914	0.1397	13.752	0.1361	13.608	0.1327
10.5	15.84	0.0543	15.588	0.0531	15.336	0.052	15.102	0.0509
12	12.69	0.0187	12.42	0.0185	12.15	0.0183	11.88	0.0181

Πίνακας 7.2: Τιμές για το Μοντέλο Model C με διάφορες τιμές του c .

	± = 0:0925		± = 0:095		± = 0:0975		± = 0:1000	
c	b*	V*	b*	V*	b*	V*	b*	V*
1.5	1.938	7.0551	1.921	6.8699	1.904	6.6941	1.904	6.5272
3	4.046	2.5829	4.012	2.5146	3.995	2.4498	3.978	2.3882
4.5	6.46	1.2008	6.409	1.1687	6.375	1.1383	6.324	1.1095
6	9.197	0.5921	9.129	0.5762	9.044	0.5611	8.976	0.5468
7.5	12.189	0.2862	12.087	0.2785	11.968	0.2712	11.849	0.2643
9	15.096	0.1273	14.909	0.124	14.722	0.1209	14.552	0.1179
10.5	16.575	0.0495	16.303	0.0484	16.048	0.0474	15.793	0.0464
12	12.92	0.0179	12.631	0.0177	12.359	0.0176	12.087	0.0174

Πίνακας 7.3: Αναμενόμενες τιμές Μοντέλου D1 με διάφορες τιμές του *c*

	± = 0:0925		± = 0:095		± = 0:0975		± = 0:1000	
c	b*	V*	b*	V*	b*	V*	b*	V*
1.5	2.0956	6.4168	2.0787	6.2484	2.0618	6.0886	2.0618	5.9369
3	4.3264	2.3665	4.3095	2.3039	4.2757	2.2445	4.2588	2.1881
4.5	6.8614	1.1094	6.8107	1.0798	6.76	1.0518	6.7093	1.0251
6	9.6837	0.5514	9.5992	0.5366	9.5147	0.5225	9.4471	0.5092
7.5	12.7088	0.2684	12.5905	0.2612	12.4722	0.2544	12.3539	0.2479
9	15.5818	0.1203	15.3959	0.1172	15.21	0.1143	15.0241	0.1115
10.5	16.9	0.0746	16.9	0.0776	16.9	0.0807	16.9	0.0837
12	13.0299	0.0176	12.7257	0.0174	12.4384	0.0172	12.168	0.0171

Πίνακας 7.4: Αναμενόμενες τιμές Μοντέλου T με διάφορες τιμές του c

	± = 0:0925		± = 0:095		± = 0:0975		± = 0:1000	
c	b*	V*	b*	V*	b*	V*	b*	V*
1.5	2.2765	5.8047	2.2608	5.6524	2.2451	5.508	2.2294	5.3707
3	4.6472	2.1655	4.6158	2.1082	4.5844	2.0539	4.5687	2.0022
4.5	7.2691	1.0259	7.222	0.9985	7.1749	0.9725	7.1278	0.9479
6	10.1579	0.5144	10.0794	0.5005	10.0009	0.4874	9.9224	0.475
7.5	13.2351	0.2523	13.0938	0.2455	12.9682	0.2391	12.8426	0.2331
9	15.5116	0.1139	15.5116	0.1111	15.5116	0.1083	15.4802	0.1057
10.5	15.7	0.0451	15.7	0.0443	15.7	0.0435	15.7	0.0426
12	13.1252	0.0172	12.8269	0.0171	12.5286	0.0169	12.2617	0.0168

Πίνακας 7.5: : Αναμενόμενες τιμές Μοντέλου D2 με διάφορες τιμές του c

	± = 0:0925		± = 0:095		± = 0:0975		± = 0:1000	
c	b*	V*	b*	V*	b*	V*	b*	V*
1.5	2.384	5.4837	2.3691	5.3399	2.3542	5.2035	2.3393	5.0739
3	4.8276	2.0625	4.7978	2.0079	4.768	1.9562	4.7382	1.907
4.5	7.5096	0.9835	7.45	0.9572	7.4053	0.9323	7.3457	0.9087
6	10.43	0.4956	10.3406	0.4823	10.2661	0.4697	10.1767	0.4577
7.5	13.5143	0.2441	13.3802	0.2376	13.2461	0.2314	13.112	0.2255
9	14.7808	0.11	14.7808	0.1074	14.7808	0.1049	14.7808	0.1025
10.5	14.9	0.0437	14.9	0.043	14.9	0.0422	14.9	0.0415
12	13.1716	0.0171	12.8736	0.0169	12.5756	0.0168	12.3074	0.0166

Πίνακας 7.6: Αναμενόμενες τιμές Μοντέλου C με διάφορες τιμές του u

	u = 0:01		u = 0:05		u = 0:10		u = 0:15	
σ	b*	V*	b*	V*	b*	V*	b*	V*
1.25	2.82	3.6521	2.82	17.0313	2.82	31.2948	2.82	43.2417
1.5	2.75	4.0603	2.75	18.8791	2.75	34.57	2.75	47.6123
1.75	2.68	4.4869	2.68	20.8021	2.68	37.961	2.68	52.1162
2	2.62	4.9318	2.62	22.7988	2.62	41.4645	2.62	56.7479

Πίνακας 7.7: Αναμενόμενες τιμές Μοντέλου D1 με διάφορες τιμές του u

	u = 0:01		u = 0:05		u = 0:10		u = 0:15	
σ	b*	V*	b*	V*	b*	V*	b*	V*
1.25	2.97	3.4255	2.97	16.0424	2.97	29.6267	2.97	41.1306
1.5	2.92	3.7698	2.92	17.6184	2.92	32.4571	2.92	44.9558
1.75	2.87	4.1263	2.87	19.2453	2.87	35.3686	2.87	48.8778
2	2.83	4.4948	2.83	20.9218	2.83	38.3589	2.83	52.893

Πίνακας 7.8: Αναμενόμενες τιμές Μοντέλου T με διάφορες τιμές του u

	u = 0:01		u = 0:05		u = 0:10		u = 0:15	
θ	b*	V*	b*	V*	b*	V*	b*	V*
1.25	3.13	3.2073	3.13	15.0823	3.13	27.9895	3.13	39.0364
1.5	3.11	3.4919	3.11	16.3996	3.11	30.3878	3.11	42.3204
1.75	3.08	3.7833	3.08	17.7461	3.08	32.8343	3.08	45.6639
2	3.06	4.0813	3.06	19.1209	3.06	35.3272	3.06	49.0643

Πίνακας 7.9: Αναμενόμενες τιμές Μοντέλου D2 διάφορες τιμές του u

	u = 0:01		u = 0:05		u = 0:10		u = 0:15	
θ	b*	V*	b*	V*	b*	V*	b*	V*
1.25	3.3	3.003	3.3	14.1761	3.3	26.4285	3.3	37.0191
1.5	3.27	3.2733	3.27	15.4323	3.27	28.727	3.27	40.1813
1.75	3.24	3.5608	3.24	16.7644	3.24	31.1546	3.24	43.5078
2	3.2	3.8667	3.2	18.1765	3.2	33.7171	3.2	47.0051

Πίνακας 7.10: Αναμενόμενες τιμές Μοντέλου με διάφορες τιμές

	Model I		Model C		Model D1		Model T		Model D2	
±	b*	V*	b*	V*	b*	V*	b*	V*	b*	V*
0.6	2.448	8.8003	2.839	7.4003	3.0589	6.7443	3.3127	6.1235	3.4717	5.8014
0.7	2.376	7.5415	2.754	6.3419	2.9744	5.7798	3.2185	5.2479	3.3674	4.9718
0.8	2.322	6.5977	2.686	5.5486	2.8899	5.0568	3.14	4.5915	3.278	4.35
0.9	2.268	5.864	2.618	4.9318	2.8223	4.4948	3.0615	4.0813	3.2035	3.8667
1	2.232	5.2773	2.567	4.4386	2.7716	4.0455	2.983	3.6734	3.129	3.4802
1.1	2.178	4.7974	2.516	4.0353	2.704	3.678	2.9202	3.3398	3.0545	3.1643
1.2	2.142	4.3977	2.465	3.6993	2.6533	3.3719	2.8731	3.062	2.9949	2.9011
1.3	2.106	4.0596	2.414	3.4152	2.6026	3.1131	2.826	2.8271	2.9502	2.6786
1.4	2.07	3.77	2.38	3.1718	2.5688	2.8914	2.7632	2.6259	2.8906	2.488
1.5	2.034	3.519	2.346	2.961	2.5181	2.6993	2.7318	2.4516	2.8459	2.3229

ΠΗΓΗ ΟΛΩΝ ΤΩΝ ΠΙΝΑΚΩΝ : *ANALYSIS OF DIVIDEND PAYMENTS FOR INSURANCE RISK MODELS WITH CORRELATED AGGREGATE CLAIMS*

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

(1) Harmes & Yacov H Risk Modeling Assessment και Management [Βιβλίο]. - Wiley, NY : [s.n.], 1998.

(2) http://www.iobe.gr/index.asp?a_id=166&news_id=230 [Ηλεκτρονικό]. - 2012.

(3) Life Insurance Fact Book L "Best' s Aggregates και Averages, και Source Book of Health και Insurance Data [Βιβλίο]. - 1999.

(4) Rejda R Principles of Risk Management και Insurance [Βιβλίο]. - [s.l.] : Addison – Wesley, Reading, MA, 1998.

(5) Swiss Reinsurance Company S Sigma [Βιβλίο]. - 1994.

(6) Williams & Smith & Young W Risk management και insurance [Βιβλίο]. - [s.l.] : McGraw- Hill International Editions, 1998.

(7) Δ. Αντωνίου Ετήσιο Ασφαλιστικό Κόστος Τροχαίων Ατυχημάτων στην Ελλάδα 2004-2006 [Βιβλίο]. - Άγιος Νικόλαος Κρήτης : ΑΤΕΙ Κρήτης, 2008.

(8) Δ. Καραΐσκος Ο Θεσμός της Ιδιωτικής Ασφάλισης στην Ελλάδα. Το Προφίλ του Έλληνα Αγρότη Ασφαλιζόμενου και η Στάση του απέναντι σε αυτήν [Βιβλίο]. - Θεσσαλονίκη : Αλεξάνδρειο Τεχνολογικό Εκπαιδευτικό Ίδρυμα Θεσσαλονίκης, 2010.

(9) Ένωση Ασφαλιστικών Εταιριών Ελλάδος Ασφάλιση Αυτοκινήτων [Βιβλίο]. - Αθήνα : [s.n.], 2010.

(10)Μ. Βουντουράκη Μ Το Ετήσιο Ασφασλιστικό Κόστος των Σοβαρών & Ελαφρών Τροχαίων Ατυχημάτων στην Ελλάδα τα Έτη 2204-2007 [Βιβλίο]. - Άγιος Νικόλαος Κρήτης : ΤΕΙ Κρήτης , 2009.

(11) **Π. Μαρκόπουλος Π** http://www.insuranceworld.gr/default.php?pname=Article&art_id=5434&cat_id=4 [Ηλεκτρονικό]. - 2012.

(12)**Σ. Δούκας Σ** Ιδιωτική Ασφάλιση [Βιβλίο]. - Αθήνα : [s.n.], 1988.

(13)**Χ. Σπηλιωτοπούλου Χ** http://www.insuranceworld.gr/default.php?pname=Article&art_id=5434&cat_id=4 [Ηλεκτρονικό]. - 2012.

(14) De Vylder, F. (1978) A practical solution to the problem of ultimate ruin probability. Scκαιinavian Actuarial Journal, 114-119

(15) Delbaen, F. (1988) A remark on the moments of ruin time in κλάσηi

ΔΙΑΔΙΚΤΥΑΚΕΣ ΠΗΓΕΣ

(16) www.sciencedirect.com On the distribution of dividend payments in a Sparre Andersen model with generalized Erlang (n) interclaim times

(17) www.sciencedirect.com Optimal dividends in the dual model

(18) Divident moments in the dual risk model exact and approximate approaches Eric C.K. CHEUNG AND STEVE DREKIC

(19) www.sciencedirect.com Methods for estimating the optimal dividend barrier and the probability of ruin